

దేశ భాషలందు తెలుగు లెస్స Appaji Ambarisha

అ ఆ ఇ ఈ ఉ ఊ య యా

౨ ౩ ఎ ఏ ఐ ఒ ఓ ఔ అం

అః క ఖ గ ఘ జ చ ఛ జ

ఝ ఞ ట ఠ డ ఢ ణ త థ

ద న ప ఫ బ భ మ య ర

ల ల ళ ల య వ న ష స హ క్ష

1234567890

ఒక సమాజపు ఔన్నత్యం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. వీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం దౌర్భాగ్యం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ జంటున్నాయన్న నెపంతో రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ ఆత్మన్యూనతను కప్పి పుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్షకుల దౌర్జన్యం రానురానూ దుర్భరమవుతున్నది. వీరికి మాత్రమే సమాజపు మంచి చెడూ తెలుసు, వీరు ఒప్పుకున్నవే ఐలువలు, కేవలం వీరే నైతిక ధర్మాధికారులు, వీరిని వీరే ఎన్నుకుంటారు. సృజనకూ అభిప్రాయ వ్యక్తికరణకూ స్వేచ్ఛ ఇవ్వని సమాజమూ ఐమర్దును తీసుకోలేని సంస్కృతి పతనానికే దారి తీస్తాయని వీరు గ్రహించరు. ఈ రకమైన ప్రవర్తనలో వీరు ఎవరిని ఆదర్శంగా తీసుకుంటున్నారో స్పష్టంగానే కనిపిస్తుంది. మనవారు రాయని శాస్త్రం లేదని, ప్రవచించని సత్యం లేదని, కనిపెట్టని విజ్ఞానం లేదని, మనల్ని మనం మభ్యపెట్టుకుంటూ అబద్ధాల చరిత్రలు రాసుకున్నంత మాత్రాన మన సమాజం, సంస్కృతి ఉన్నతమైనవి అయిపోవని, మన ఔన్నత్యం కేవలం మన ప్రజాస్వామ్యపు ఐలువలని కాపాడుకోవడం లోనే ఉందని వీరు గ్రహించరు. సంస్కృతీసాంప్రదాయాల పరిరక్షణ ముసుగులో వీరు చేస్తున్న అఘాయిత్యాలు కేవలం వీరి స్వార్థ రాజకీయ ప్రయోజనాల కోసమే. ఈ రకమైన నిర్బంధాలు మానవ చరిత్రలో కొత్త కాదు. కాలం నిదానంగా అయినా సరే, నిష్పక్షపాతంగానే నిజాన్ని వెలికితీస్తుంది. చరిత్రలో ఇంతకు ముందు ఇదేవిధంగా ఎందరో ఉగ్రవాదులను పంపిన దానినే వీరిని పంపుతుంది. రక్షణ కోసం

ಸೌತ್ವಂತ್ರ್ಯಾಸ್ತಿ ಆರ್ಯಗಂ ಚೆಸಿನ್ ಮಸಿಷಿ ಆ ರೆಂಬಿಕೆ ಅರ್ವುಡು ಕಾಡಸಿ ಬೆಂಜಮಿನ್ ಫ್ರಾಂಕ್ಲಿನ್ ಅನ್ಕುಟ್ಟು,
ಇಲಾಂಬಿ ಪ್ರತಿಕಾಲತ ಎದುರೇನಪ್ಪುಡಲ್ಲಾ ಎವರಿಕೆ ತಲ ಒಗ್ಗುಂಡಾ ಮನ ಸ್ವೆಚ್ಚುನು ಸಿರ್ದಯಂಗಾ
ಪ್ರಕಟಿಂಚುಕುಂಬಾ ವುಂಡಡಮೆ ಮನಂ ಚೆಯಗಲಿಗಿಂಬಿ ಚೆಯಾಶ್ಚಿಂಬಿ.

ಸೌತ್ವಂತ್ರ್ಯಾಸ್ತಿ ಆರ್ಯಗಂ ಚೆಸಿನ್ ಮಸಿಷಿ ಆ ರೆಂಬಿಕೆ ಅರ್ವುಡು ಕಾಡಸಿ ಬೆಂಜಮಿನ್ ಫ್ರಾಂಕ್ಲಿನ್ ಅನ್ಕುಟ್ಟು,
ಇಲಾಂಬಿ ಪ್ರತಿಕಾಲತ ಎದುರೇನಪ್ಪುಡಲ್ಲಾ ಎವರಿಕೆ ತಲ ಒಗ್ಗುಂಡಾ ಮನ ಸ್ವೆಚ್ಚುನು ಸಿರ್ದಯಂಗಾ
ಪ್ರಕಟಿಂಚುಕುಂಬಾ ವುಂಡಡಮೆ ಮನಂ ಚೆಯಗಲಿಗಿಂಬಿ ಚೆಯಾಶ್ಚಿಂಬಿ.

పరిమిత స్థాయి పెంచే వ్యాసం అనడం లో సందేహం లేదు. ఎన్నో చక్కని విషయాలను పంచుకొన్నందుకు రచయిత అభినందనీయులు. అంతే గాక: 'Bounded gap problem'ని తెలుగులో ఏమంటే స్వయంబోధకంగా ఉంటుందా నేనూ సంపాదకుడూ తర్జనభర్జనలు పడ్డాం. చివరికి సీమితపాత సమస్య అని అన్వయించుకుని సమాధానపడ్డాం. ఇంతకంటే మంచి మాట ఉంటే చెప్పమని పాఠకులని కోరుతున్నాం.' అని ఒక శాస్త్రీయ దృక్పథం కనబరిచినందుకు కూడా. 'సీమితపాత సమస్య' అన్న పదబంధం అర్థబోధలో కొత్త సమస్యను సృష్టిస్తుంది. మనకు గణితం లో , ఇదివరకే అనుపాతాలు (proportions) ఉన్నాయి . మామూలు వాడుకలో (పాతము అంటే పడిపోవటానికి సంబంధించిన అర్థంలో) జలపాతం, రక్తపాతం అన్న పదబంధాలు ఉన్నాయి. ఈ గణిత సందర్భంలో పాతం పాసగడం లేదు, ఎడం/విరామం అన్న పదాలు మెరుగు అలాగే సీమిత అన్న పదం కూడా ముక్కస్య ముక్క అనువాదమే , భావానుగుణంగా నియమిత అని వ్యవహరించడం మేలు. ఆ ప్రకారం 'The Bounded Gap Problem 'ని నియమిత విరామ సమస్య 'గా వాడుక చేయవచ్చు.

రూపం ఉపాచయ:

'ఒక ప్రధాన సంఖ్యకి, దాని తరువాత కనిపించే ప్రధాన సంఖ్యకి మధ్య వచ్చే పాతము పరిబద్ధమైనది లేదా 'సీమితము' (bounded) అని అన్నారు. అంటే, ఎంత దూరం వెళ్లినా ఆ ఖాళీ విలువ ఒక అవధి దాటకుండా పరిమితంగానే ఉంటుంది కాని ఎప్పటికీ అనంతం కాదు. ఇంకా నిర్దిష్టంగా చెప్పాలంటే, ఆ పాతపు విలువ 70,000,000 దాటదు'

అదే పంపిణీ మీద ఈ వాక్యాన్ని తిరగరాస్తే -

'ఒక ప్రధాన సంఖ్యకి, దాని తరువాత కనిపించే ప్రధాన సంఖ్యకి మధ్య వచ్చే విరామం నియమితం ' (bounded) అని అన్నారు. అంటే, ఎంత దూరం వెళ్లినా ఆ ఖాళీ విలువ ఒక అవధి దాటకుండా పరిమితంగానే ఉంటుంది కాని ఎప్పటికీ అనంతం కాదు. ఇంకా నిర్దిష్టంగా చెప్పాలంటే, ఆ విరామం విలువ 70,000,000 దాటదు.

మరి కొన్ని చిల్లర విషయాలు:

1. sexy prime numbers : ఆరు ప్రధాన సంఖ్యలుగా అనువదించుకోవచ్చు. Latin లాటిన్ లో ఆరును sex అంటారు దాని మీద శ్లేష వేసి పుట్టించిన పదం ఇది. పోతే, తెలుగులో ఆరుకు సంఖ్యా పరం కాని అర్థాలున్నాయి : అలరారు, ఇంపారు, ఒప్పారు ఆరుకు శృంగార పరమైన అర్థం కూడా ఉన్నది , కాబట్టి ఆరు ప్రధాన సంఖ్యలు అనడం సులువు ; దీనికి బహువచన రూపం సాధించడం కూడా సులువు : అర్లు అంటే సరి. లైంగికాలు అనడం బాగాలేదు (రా. రా అనువాద సమస్యల్లో దీన్ని గూర్చి పెద్ద చర్చ ఉంది)

2. కలిక (palindrome) ప్రధాన సంఖ్యకి ఒక ఉదాహరణ 700666007. ఇది ఎటు నుండి చదివినా ప్రధాన సంఖ్యే!
మన వికటకవిని మరచిపోవద్దు ; సరదాగా లకోలకోల ప్రధాన సంఖ్యలు అంటే ఎలా ఉంటుంది ?? జంబీరజీజం , లకోలకోల లాంటి పదాలతో ఒక పద్యం ఉంది తా: తా: గారికి గుర్తుండవచ్చు . లేదా వీటిని వికట ప్రధాన సంఖ్యలు అనవచ్చు.

3. ఒక ప్రధాన సంఖ్యలో అంకెలని ఒకటి, ఒకటి మినహాయించుకుంటూ పోతూన్నప్పుడు మిగిలినది ప్రధాన సంఖ్యే అయితే దానిని మినహాయించు (deletable) ప్రధాన సంఖ్య అంటారు. ఉదా: 1987. ఎడమ పక్క నుండి వరుసగా 1, 9, 8 మినహాయించగా మిగిలిన 987, 87, 7 ప్రధాన సంఖ్యలు. కానీ , 87 (29×3) ప్రధాన సంఖ్య కాదు కదా , కావున 1997 సరైన సంఖ్య

అశ్చర్యం గొలిపే విషయం, గతం లో ఈ గణితవేత్త మీద వచ్చిన ఒక అద్భుత వ్యాసంలో ఇదే తప్పు కనిపించింది నాకు:

"A prime from which you can remove numbers and still have a prime is a deletable prime, such as 1987."

ఒక ఇరవై ఏళ్ళ క్రిందట ఈనాడులో సైన్స్ కాలం కోసం వారిచ్చిన ఐదేళ్ళ పాఠ్యక్రమం ఒక వ్యాసం అనువాదం చేసి తప్పులు దద్దరించు చిత్తు ప్రతి పట్టుకొచ్చాడు ఒక స్నేహితుడు .ఇలకోడి అనే పురుగు నృంగార జీవజాతికి ప్రధాన సంఖ్యలతో ముడిపడి ఉంది అన్న విషయాన్ని చర్చిస్తుంది ఆ వ్యాసం:(ఇటీవల న్యూయార్క్ లో ఈ విషయం మీద మంచి వ్యాసం వచ్చింది)

తప్పు మీద తప్పు చేస్తూ పోయిన లక్షన్నే గారు గుణకారఫలం అనడం విచిత్రంగా తోచింది: (లబ్ధం అంటే సరిపోదా ?? భాగఫలం అని వినడమే గాని ఈ పదబంధం నేను వినలేదు బహుశా వారు చదువుకునే రోజుల్లో ఉండి ఉంటుంది.)

"పైన ఉదాహరించిన సంఖ్య 175,828,273 ప్రధాన సంఖ్యలయిన 17,179 X 10,247 గుణకారఫలం." "ఈ విషయాన్ని వెలికితెచ్చి, ప్రాథమికసంఖ్యల ఉపయోగాన్ని ప్రపంచానికి చాటి చెప్పిన వాళ్ళు ముగ్గురు అమెరికన్లు.ఆ ముగ్గురు, MIT లో కంప్యూటర్ సైన్స్ విభాగంలో పరిశోధకులయిన Ronald Rivest, Adi Shamir, Leonard Adleman."

లక్షన్నే గారు ఈ చర్చలో పై ముగ్గురిని ఉదాహరించి గొప్ప మేలు చేశారు, వీరి పేరు మీద ఉన్నదే అందరికీ తెలిసిన RSA అన్న algorithm:

"RSA is an algorithm used by modern computers to encrypt and decrypt messages. It is an asymmetric cryptographic algorithm. Asymmetric means that there are two different keys. This is also called public key cryptography, because one of them can be given to everyone. The other key must be kept private."

గొప్ప వ్యాసం రాసిన రచయితకు, ప్రచురించిన సంపాదకులకు, అభిప్రాయాలు ఒసగిన పాఠకులకు జమంగిలమంత లకోలకోల ప్రధాన సంఖ్య కనిపించు గావుత అని ఫలప్రతి చెప్పుకొంటూ, సందు చూసుకొని నియమితంగా విరమిస్తాను.

స్థూలంగా చూడగానే కనిపించిన పాఠపాట '1987'. నంబర్ లైన్ గురించి రాసినది పాఠపాటే. నంబర్ లైన్ ని ఋణ సంఖ్యల వైపు గూడా పొడిగించాలి. ప్రైం నంబర్లను నిర్వచించిన పిదప 'ఉదాహరణ' అని చెప్తుంటా అనంతం వరకూ పొడిగించటం సబబు కాదు. రచయితా పేర్కొన్న నాల్గవ మూలం లో ఉన్న ఉదాహరణ ను అనుసరించే రచయిత తన ఉదాహరణని కూర్చారనిపిస్తుంది అయితే మూలం లో అనంతం వరకూ పొడిగించకపోవటాన్ని చూడవచ్చు. తదుపరి వాక్యం 'అదే విధంగా 3 చేత, 4 చేత, 5 చేత, ... భాగించబడేది ఏదీ ప్రధాన సంఖ్యలు కాజాలవు'. కంటిలో నలుసు లాంటిది. పైకి పాఠపాటయితే, 'అదే విధంగా 'పనికొచ్చే లక్షణాలు' లేని ఒక గణితశాస్త్ర విభాగం ఉంది. దానిని నుద్ద గణితం (pure mathematics) అంటారు.' అన్నది తొందరపాటు. "పుర్రో మాథమాటిక్స్ ఇజ్ అ బ్రాంచ్ అఫ్ అప్లైడ్ మాథమాటిక్స్" అన్న తన స్నేహితుడు ప్రఖ్యాత అప్లైడ్ మాథమాటిషియన్ జో కెల్లర్ ను ఉట్టంకించి, పీటర్ లాక్స్ , "Which is true if you think a bit about it." అన్నాడు. [నోటిస్ అఫ్ అమెరికన్ మాథమాటికల్ సొసైటీ- ఫిబ్రవరి 2006 పేజీ 225.]

పైన చెప్పిన విషయాలకన్నాపెద్ద పాఠపాటుగా నాకనిపిస్తున్నది, "మన కథానాయకుడి పేరు యాటాంగ్ జాంగ్ (Yitang Zhang) 1955లో పుట్టాడు. చైనాలో ఉన్నత పాఠశాలలో ఉన్నప్పుడు లెక్కల పరీక్షని కాపీకొట్టి పేసయ్యాను, అని చెప్పుకున్నాడు." అన్న ఉదంతం. కారణం "He did not attend middle school or high school, and instead taught himself mathematics from books that he had collected from a local high school prior to the revolution." అని Institute of Advanced Studies చెబుతున్నది.

ఇది ఇలా ఉండగా రచయిత ప్రస్తావించిన నాల్గవ వ్యాసం ఉపోద్ఘాతంలో ఉన్న "I don't see what difference it can make now to reveal that I passed high-school math only because I cheated. I could add and subtract and multiply and

divide, but I entered the wilderness when words became equations and x's and y's. On test days, I sat next to Bob Isner or Bruce Gelfand or Ted Chapman or Donny Chamberlain—smart boys whose handwriting I could read—and divided my attention between his desk and the teacher's eyes. Having skipped me, the talent for math concentrated extravagantly in one of my nieces, Amie Wilkinson, a professor at the University of Chicago. From Amie I first heard about Yitang Zhang, " ఈ మాటలు ఆ వ్యాస రచయిత తనగురించి చెప్పుకున్నట్లుగా ఉన్నాయి.

వాసుదేవరావుగారి అభిప్రాయంతో నేను ఏకీభవిస్తాను. ఇలాంటి వ్యాసాలలో భాషాంతరీకరణ గురించిన చర్చ అసలు విషయాన్ని దారి తప్పించినదే అవుతుంది. కానీ యీ భాషాంతరీకరణకి ఒక పద్ధతి అంటూ పర్పడేదాకా/పర్పరచుకొనే దాకా బహుశా అలాంటి చర్చ తప్పదు! ఇలాంటి పాపులర్ వ్యాసాలు (ఈమాటలో లెక్కల గురించిన వ్యాసాలు పాపులర్ వ్యాసాల లెక్కలోకి వస్తాయని అనుకొంటాను) పాఠకులకి ఎంత సులువుగా అర్థమయితే అంత బాగుంటాయి. దానికి ఇంగ్లీషులోని పడికట్టు పదాలని డు,ము,వు,లు చేర్చి తెలుగులోకి తెచ్చుకోడం ఒక పరిష్కారమయితే అదే తక్షణకర్తవ్యం! బహుశా అలా చేస్తే ఎక్కువ తర్జునభర్జునలు పడే అవసరం కూడా ఉండదు. అసలు డు,ము,వు,లు చేర్చకుండా (అసలు అన్వయేశ్యాలు తెలుగులోకి వచ్చేప్పుడు హలండాలు ఉకారాండాలుగా మారడం తప్ప వేరే ప్రత్యయాలేమీ రావు) ఉన్నవున్నట్లుగా కూడా వాడుకోవచ్చు - హోల్ నెంబర్లు, ప్రైమ్ నెంబర్లు, పెర్ఫెక్ట్ నెంబర్లు - ఇలా. "least upper bound" వంటి పదబంధాల విషయంలో, తెలుగులో అర్థం మాత్రమే వివరించి ఇంగ్లీషు పదబంధాలని అలాగే ఉంచేయాలి.

ఇవి తెలుగు వాక్యాలలో ఒదిగిపోతాయో, పంటికింద రాళ్ళలా అడ్డు తగులుతాయో అనేది కొన్ని వ్యాసాల తర్వాత పాఠకులే తేలుస్తారు.

'ఒక ప్రధాన సంఖ్యకి, దాని తరువాత కనిపించే ప్రధాన సంఖ్యకి మధ్య వచ్చే పాతము పరిబద్ధమైనది లేదా 'సీమితము' (bounded) అని అన్నారు. అంటే, ఎంత దూరం వెళ్లినా ఆ ఖాళీ విలువ ఒక అవధి దాటకుండా పరిమితంగానే ఉంటుంది కాని ఎప్పటికీ అనంతం కాదు.

దీన్ని కొంచెం వివరించాల్సిన అవసరం ఉందని నాకనిపించింది.

లెక్కలలో "bounded", "having limit" అనే రెండు పదాలు సమానార్థకాలు కావని తెలియకపోతే, ఇక్కడ చెబుతున్న విషయాన్ని తప్పుగా అర్థం చేసుకొనే అవకాశం ఉంది.

"ఎంత పెద్ద ప్రైమ్ నెంబర్ల జంటను తీసుకొన్నా, వాటి మధ్య దూరం ఒక అవధిని దాటదు" అంటే $\lim_{n \rightarrow \infty} \{p(n+1) - p(n)\} < N$ అని అర్థం వస్తుంది. ఇది తప్పు. ప్రైమ్ జంటల మధ్య దూరం అనంతంగా పెరుగుతునే పోతుంది! అంచేత జాంగ్ నిరూపించింది అది కాదు.

ఒక కచ్చితమైన దూరాన్ని (అవధి) తీసుకొంటే, సంఖ్యలను ఎంత పెంచుకొంటూ పోయినా, తమ మధ్య దూరం ఆ అవధిని మించకుండా ఉండే ప్రైమ్ జంటలు దొరుకుతాయో లేదా అన్నది ఇక్కడి ప్రశ్న. దొరుకుతాయి అన్నది జాంగ్ నిరూపించారు. అది 70,000,000 కన్నా తక్కువని కూడా నిరూపితమైంది. ఆ తర్వాత A 16 కన్నా తక్కువ అని కూడా నిరూపించారు! అంటే ఎంత పెద్ద సంఖ్య తీసుకొన్నా, ఆ సంఖ్య కన్నా పైనే - "16 కన్నా తక్కువ దూరం ఉన్న" ప్రైమ్ జంటలు మనకి దొరుకుతాయి. బహుశా ఈ విషయం వ్యాసంలో స్పష్టంగానే ఉండి ఉండవచ్చు, అయినా నా అవగాహనకోసం మళ్ళీ ఇక్కడ నా మాటల్లో చెప్పానంతే!

దేశ భాషలందు తెలుగు లెస్స Appaji Ambarisha

ల ల ఆ ఇ ఈ ఉ ఊ య యా

౧ ౨ ఎ ఏ ఐ ఒ ఓ ఔ అం

అః క ఖ గ ఘ జ చ ఛ జ

ఝ ఞ ట ఠ డ ఢ ణ త థ

ద న ప ఫ బ భ మ య ర

ల ల ళ ల వ న ష స హ క్ష

1234567890

ఒక సమాజపు ఔన్నత్యం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. వీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం దౌర్భాగ్యం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ తింటున్నాయన్న నెపంతో రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ ఆత్మన్యూనతను కప్పి పుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్షకుల దౌర్జన్యం రానురానూ దుర్భరమవుతున్నది. వీరికి మాత్రమే సమాజపు మంచి చెడూ తెలుసు, వీరు ఒప్పుకున్నవే విలువలు, కేవలం వీరే నైతిక ధర్మాధికారులు, వీరిని వీరే ఎన్నుకుంటారు. సృజనకూ అభిప్రాయ వ్యక్తికరణకూ స్వేచ్ఛ ఇవ్వని సమాజమూ విమర్శను తీసుకోలేని సంస్కృతి పతనానికే దారి తీస్తాయని వీరు గ్రహించరు. ఈ రకమైన ప్రవర్తనలో వీరు ఎవరిని ఆదర్శంగా తీసుకుంటున్నారో స్పష్టంగానే కనిపిస్తుంది. మనవారు రాయని శాస్త్రం లేదని, ప్రవచించని సత్యం లేదని, కనిపెట్టని విజ్ఞానం లేదని, మనల్ని మనం మభ్యపెట్టుకుంటూ అబద్ధాల చరిత్రలు రాసుకున్నంత మాత్రాన మన సమాజం, సంస్కృతి ఉన్నతమైనవి అయిపోవని, మన ఔన్నత్యం కేవలం మన ప్రజాస్వామ్యపు విలువలని కాపాడుకోవడం లోనే ఉందని వీరు గ్రహించరు. సంస్కృతీసాంప్రదాయాల పరిరక్షణ ముసుగులో వీరు చేస్తున్న అఘాయిత్యాలు కేవలం వీరి స్వార్థ రాజకీయ ప్రయోజనాల కోసమే. ఈ రకమైన నిర్బంధాలు మానవ చరిత్రలో కొత్త కాదు. కాలం నిదానంగా అయినా సరే, నిష్పక్షపాతంగానే నిజాన్ని వెలికితీస్తుంది. చరిత్రలో ఇంతకు ముందు ఇదేవిధంగా ఎందరో ఉగ్రవాదులను పంపిన దానినే వీరిని పంపుతుంది. రక్షణ కోసం

ಸೌತ್ವಂತ್ರ್ಯಾಸ್ಕಿ ಆರ್ಯಗಂ ಡೆಸಿನ್ ಮನಿಷಿ ಆ ರೆಂಟಿಕೆ ಅರ್ವ್ವುಡು ಕಾಡನಿ ಬೆಂಜಢನ್ ಫ್ರಾಂಕ್ಲಿನ್ ಅನ್ಕುಟ್ಟು,
ಇಲಾಂಟಿ ಫ್ರೆಡಿಕೂಲತ್ ಎದುರೇನ್ಪ್ಪುಡಲ್ಲಾ ಎವರಿಕೆ ತಲ ಒಗ್ಗುಂಡಾ ಮನ್ ಸ್ವೆಚ್ಚುನು ನಿರ್ಭಯಂಗಾ
ಫ್ರಕಟಿಂಚುಕುಂಟಾ ವುಂಡಡಮೆ ಮನಂ ಡೆಯಗಲಿಗಿಂಟಿ ಡೆಯಾಳ್ಕಿಂಟಿ.

౧౩ కన సమాజపు స్త్రీస్సంగతి, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో పాటు ప్రభుత్వంలో అవ్వ, అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని భావకు. బీదతో మనం ప్రస్తుతం పోరాట ప్రభుత్వస్థాపనా మనకని బాటును. ఇప్పుడు ఈ జాతిలోని మనదేశపు రచయితలను కళాకారులను చేర్చుకుని రావడం దెస్సంగుం. సంస్కృతి పురుషో స్త్రీలు పున, మనోభావాలు దెస్సా తింటున్నాయన్న నెలంబో రచయితలు, కళాకారులు పున, తమ ఆస్థానాంతరం కన్న వచ్చుచున్నందుకు ఈ సంస్కృతికర్తకు దెస్సంగుం రాసురాసుకు దుర్భరమవుతున్నది. బీదతో మాత్రమే సమాజపు మంచి దెస్సా తెలుసు, దీని ఒప్పుకుంటే బాగుంటుంది, కేవలం దీని నెలకొనకపోయినా, బీదా బీద అవుతుంటుంది. సైన్సునకు వచ్చేకరదాకు స్త్రీస్సా ఇవ్వు సమాజాన్ని తమస్సొని తమకేలోని సంస్కృతి సమాజాని దాదా తీసుకుంటున్న దీని గ్రహించుకు. ఈ రకమైన ప్రభుత్వబీదా పని ఎవరూ ఇదర్సాను సేవకుంటున్నారో స్పష్టంగా కనిపిస్తుంది. మనవారు రాయని శాస్త్రం బీదను, ప్రభుత్వంని నెలకొని బీదను, కనబెట్టుని బెజ్జులం బీదను, మనస్సు మన మెప్పుకుంటుంటూ అబద్ధాలు చరిత్రలు రాసుకున్నంత ముత్యాన మన సమాజం, సంస్కృతి ఉన్నతమైనవి అంటువారే, మన స్త్రీస్సంగతి కేవలం మన ప్రజాస్వామ్యపు బిలువలకు కాపాడుకోవడం లోనే ఉందని బీద గ్రహించండి. సంస్కృతీలంబురయ్యాన పరిరక్షణ మనసులో బీద చేస్సొని అభయంబాటు కేవలం బీద స్వాధీన రాజకీయ ప్రయోజనాల కోసమే. ఈ రకమైన స్వాధీనంగా మనలో చరిత్రలో కొత్త కాదు. కాలం సదానంగా అయినా మన, సమస్తసమాజంగానే నిజాన్ని తెలికీతున్నది. చరిత్రలో ఉంతకు ముందు ఇదెవరూ అందరో అగ్రజాతులు మనవో దావో బీదో పంపుతుంది. రక్షణ కోసం స్వాతంత్ర్యంబాటు, బాజులం చేసిన మనకు ఆ రెండో అంపు కాదు. కాదు మనవో బ్రాహ్మణ అస్థిత్వ, అలంబం, అధికారాల ఉంపురేపిదెజ్జా ఎవరో తల ఎగ్గకుంటు మన స్త్రీస్సంగతి స్వయంగా ప్రకటింపబడు వుండవలసి మన చేయగలగాని చేయబాధి.

Chathura Bold 9/10.8

ఒక సమాజపు జైన్యత్వం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్నది అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. బీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చేవలసి రావడం దౌర్యాగ్యం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ జింటానాన్నయన్న సెంసేషన్ రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ అత్యున్నానతను కప్పి వుప్పుచునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్తకు దొర్లన్యం రాసురాను దుర్బరమవుతున్నది. బీరికి మాత్రమే సమాజపు మంచి చెడు తెలుసు, బీరు ఎప్పుడున్నదో విలువలు, కేవలం బీరే నైతికధర్మాధికారులు, బీరిని బీరే ఎన్నుకుంటారు. స్వజనకూ అభిప్రాయే వ్యక్తీకరణకూ స్వేచ్ఛ ఇవ్వని సమాజమూ విమర్శను తీసుకోలేని సంస్కృతి పతనానికి దారి తీస్తాయని బీరు ప్రహించరు. ఈ రకమైన ప్రవర్తనలో బీరు ఎవరిని ఆదర్శంగా తీసుకుంటున్నారో స్పష్టంగానే కనిపిస్తుంది. మనవారు రాయని శాస్త్రం లేదని, ప్రపంచంచని సత్యం లేదని, కనిపెట్టని విజ్ఞానం లేదని, మనశ్శు, మనం మశ్వపెట్టుకుంటూ అణుధాని చరిత్రలు రాసుకున్నంత మాత్రాన మన సమాజం, సంస్కృతి (Society & Culture) ఉన్నతమైనవి అయిపోవని, మన జైన్యత్వం కేవలం మన ప్రజాస్వామ్యపు విలువలని కాపాడుకోవడం లోనే ఉందని బీరు ప్రహించరు. సంస్కృతినాంప్రదాయాల పరిరక్షణ మునుగులో బీరు చేస్తున్న అసూయజ్ఞాలు కేవలం బీరి స్వార్థ రాజకీయ ప్రయోజనాలు కోసమే. ఈ రకమైన నిర్బంధాలు మానవ చరిత్రలో కొత్త కాదు. కాలం నిదానంగా అయినా సరే, నిష్పక్షపాతంగానే నిజాన్ని వెలికితీస్తుంది. చరిత్రలో ఇంతకు ముందు ఇదేవిధంగా ఎందరో ఉగ్రవాదులను పంపిన దారినే బీరిని పంపుతుంది. రక్షణ కోసం స్వాతంత్ర్యాన్ని, జ్యోగం చేసిన మనిషి ఆ రెంటికీ అర్హుడు కాదని బెంజమిన్ ఫ్రాంక్లిన్ అన్నట్లు. ఇలాంటి ప్రత్యకాలత ఎదురైనప్పుడల్లా ఎవరికీ తల ఒగ్గుకుండా మన స్వేచ్ఛను నిర్బంధంగా ప్రకటించుకుంటూ వుండడమే మనం చేయగలిగిందే.

Chathura Bold 12/14.4

Chathura Bold 16/19.2

ఒక సమాజపు ఔన్నత్యం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. వీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం దొర్బాగ్గం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ తింటున్నాయన్న నెపంతో రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ ఆత్మన్యూనతను కప్పి వుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్షకుల దొర్బాగ్గం రాసురానూ దుర్భరమవుతున్నది. వీరికి మాత్రమే సమాజపు మంచి చెడూ తెలుసు, వీరు ఒప్పుకున్నవే విలువలు, కేవలం వీరే నైతికధర్మాధికారులు, వీరిని వీరే ఎన్నుకుంటారు. సృజనకూ అభిప్రాయ వ్యక్తికరణకూ స్వేచ్ఛ ఇవ్వని సమాజమూ విమర్శను తీసుకోలేని సంస్కృతి పతనానికి దారి తీస్తాయని వీరు గ్రహించరు. ఈ రకమైన ప్రవర్తనలో వీరు ఎవరిని అదర్శంగా తీసుకుంటున్నారో స్పష్టంగానే కనిపిస్తుంది. మనవారు రాయని శాస్త్రం లేదని, ప్రవచించని సత్యం లేదని, కనిపెట్టని విజ్ఞానం లేదని, మనల్ని మనం మభ్యపెట్టుకుంటూ అబద్ధాల చరిత్రలు రాసుకున్నంత మాత్రాన మన సమాజం, సంస్కృతి (Society & Culture) ఉన్నట్మైనవి అయిపోవని, మన ఔన్నత్యం కేవలం మన ప్రజాస్వామ్యపు విలువలని కాపాడుకోవడం లోనే ఉందని వీరు గ్రహించరు. సంస్కృతిసాంప్రదాయాల పరిరక్షణ ముసుగులో వీరు చేస్తున్న అఘాయిత్యాలు కేవలం వీరి స్వార్థ రాజకీయ ప్రయోజనాల కోసమే.

Chathura Bold 18/21.6

ఒక సమాజపు ఔన్నత్యం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. వీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం దౌర్భాగ్యం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ తింటున్నాయన్న నెపంతో రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ ఆత్మన్యూనతను కప్పి వుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్షకుల దౌర్జన్యం రానురానూ దుర్బరమవుతున్నది.

Chathura Bold 24/28.8

పరిమిత స్థాయి పెంచే వ్యూహం అనడం లో సందేహం లేదు. ఎన్నో చక్కని విషయాలను పంచుకొన్నందుకు రచయిత అభినందనీయులు. అంతే గాక: 'Bounded gop problem'ని తెలుగులో ఏమంటే స్వయంబోధకంగా ఉంటుందా నేనూ సంపాదకుడూ తర్జనభర్జనలు పడ్డాం. చివరికి సీమితపాత సమస్య అని అన్వయించుకుని సమాధానపడ్డాం. ఇంతకంటే మంచి మాట ఉంటే చెప్పమని పాఠకులని కోరుతున్నాం.' అని ఒక శాస్త్రీయ దృక్పథం కనబరిచినందుకు కూడా. 'సీమితపాత సమస్య' అన్న పదబంధం అర్థబోధలో కొత్త సమస్యను సృష్టిస్తుంది. మనకు గణితం లో , ఇదివరకే అనుపాతాలు (proportions) ఉన్నాయి . మామూలు వాడుకలో (పాతము అంటే పడిపోవటానికి సంబంధించిన అర్థంలో) జలపాతం, రక్తపాతం అన్న పదబంధాలు ఉన్నాయి. ఈ గణిత సందర్భంలో పాతం పొసగడం లేదు, ఎడం/విరామం అన్న పదాలు మెరుగు అలాగే సీమిత అన్న పదం కూడా ముక్కస్య ముక్క అనువాదమే , భావానుగుణంగా నియమిత అని వ్యవహరించడం మేలు. ఆ ప్రకారం 'The Bounded Gop Problem 'ని' నియమిత విరామ సమస్య 'గా వాడుక చేయవచ్చు.

రూంగ్ ఉపాచారం

'ఒక ప్రధాన సంఖ్యకి, దాని తరువాత కనిపించే ప్రధాన సంఖ్యకి మధ్య వచ్చే పాతము పరిబద్ధమైనది లేదా 'సీమితము' (bounded) అని అన్నారు. అంటే, ఎంత దూరం వెళ్లినా ఆ ఖాళీ విలువ ఒక అవధి దాటకుండా పరిమితంగానే ఉంటుంది కాని ఎప్పటికీ అనంతం కాదు. ఇంకా నిర్దిష్టంగా చెప్పాలంటే, ఆ పాతపు విలువ 70,000,000 దాటదు'

అదే పంపిణీ మీద ఈ వాక్యాన్ని తిరగరాస్తే -

'ఒక ప్రధాన సంఖ్యకి, దాని తరువాత కనిపించే ప్రధాన సంఖ్యకి మధ్య వచ్చే విరామం నియమితం ' (bounded) అని అన్నారు. అంటే, ఎంత దూరం వెళ్లినా ఆ ఖాళీ విలువ ఒక అవధి దాటకుండా పరిమితంగానే ఉంటుంది కాని ఎప్పటికీ అనంతం కాదు. ఇంకా నిర్దిష్టంగా చెప్పాలంటే, ఆ విరామం విలువ 70,000,000 దాటదు.

మరి కొన్ని చిల్లర విషయాలు:

1. sexy prime numbers : ఆరు ప్రధాన సంఖ్యలుగా అనువదించుకోవచ్చు. Latin లాటిన్ లో ఆరును sex అంటారు దాని మీద శ్లేష వేసి పుట్టించిన పదం ఇది. పోతే, తెలుగులో ఆరుకు సంఖ్యా పరం కాని అర్థాలున్నాయి : అలరారు, ఇంపారు, ఒప్పారు ఆరుకు శృంగార పరమైన అర్థం కూడా ఉన్నది , కాబట్టి ఆరు ప్రధాన సంఖ్యలు అనడం సులువు ; దీనికి బహువచన రూపం సాధించడం కూడా సులువు : ఆర్లు అంటే సరి. లైంగికాలు అనడం బాగాలేదు (రా. రా అనువాద సమస్యల్లో దీన్ని గూర్చి పెద్ద చర్చ ఉంది)

2. కవక (palindrome) ప్రధాన సంఖ్యకి ఒక ఉదాహరణ 700666007. ఇది ఎటు నుండి చదివినా ప్రధాన సంఖ్యే!
మన ఐకటకవిని మరచిపోవద్దు ; సరదాగా లకోలకోల ప్రధాన సంఖ్యలు అంటే ఎలా ఉంటుంది ?? జంబీరజీజం , లకోలకోల లాంటి పదాలతో ఒక పద్యం ఉంది తా: తా: గారికి గుర్తుండవచ్చు . లేదా వీటిని ఐకట ప్రధాన సంఖ్యలు అనవచ్చు.

3. ఒక ప్రధాన సంఖ్యలో అంకెలని ఒకటి, ఒకటి మినహాయించుకుంటూ పోతూన్నప్పుడు మిగిలినది ప్రధాన సంఖ్యే అయితే దానిని మినహాయించు (deletable) ప్రధాన సంఖ్య అంటారు. ఉదా: 1987. ఎడమ పక్క నుండి వరుసగా 1, 9, 8 మినహాయించగా మిగిలిన 987, 87, 7 ప్రధాన సంఖ్యలు. కానీ, 87 (29×3) ప్రధాన సంఖ్య కాదు కదా , కావున 1997 సరైన సంఖ్య

ఆశ్చర్యం గొలిపే విషయం, గతంలో ఈ గణితవేత్త మీద వచ్చిన ఒక అద్భుత వ్యాసంలో ఇదే తప్పు కనిపించింది నాకు:

"A prime from which you can remove numbers and still have a prime is a deletable prime, such as 1987."

ఒక ఇరవై ఏళ్ళ క్రిందట ఈనాడులో సైన్స్ కాలం కోసం వారిచ్చిన ఐదేళ్ళ పాతకనుంచి ఒక వ్యాసం అనువాదం చేసి తప్పులు దద్దరించి చిత్తు ప్రతి పట్టుకొచ్చాడు ఒక స్నేహితుడు .ఇలాంటి అనే పురుగు నృంగార జీవజాతికి ప్రధాన సంఖ్యలతో ముడిపడి ఉంది అన్న విషయాన్ని చర్చిస్తుంది ఆ వ్యాసం:(ఇటీవల న్యూయార్క్ లో ఈ విషయం మీద మంచి వ్యాసం వచ్చింది)

తప్పు మీద తప్పు చేస్తూ పోయిన లక్షన్నే గారు గుణకారఫలం అనడం విచిత్రంగా తోచింది: (లబ్ధం అంటే సరిపోదా ?? భాగఫలం అని వినడమే గాని ఈ పదబంధం నేను వినలేదు బహుశా వారు చదువుకునే రోజుల్లో ఉండి ఉంటుంది.)

"పైన ఉదాహరించిన సంఖ్య 175,828,273 ప్రధాన సంఖ్యలయిన 17,179 X 10,247 గుణకారఫలం." "ఈ విషయాన్ని వెలికితెచ్చి, ప్రాథమికసంఖ్యల ఉపయోగాన్ని ప్రపంచానికి చాటి చెప్పిన వాళ్ళు ముగ్గురు అమెరికన్లు.ఆ ముగ్గురు, MIT లో కంప్యూటర్ సైన్స్ విభాగంలో పరిశోధకులయిన Ronald Rivest, Adi Shamir, Leonard Adleman."

లక్షన్నే గారు ఈ చర్చలో పై ముగ్గురిని ఉదాహరించి గొప్ప మేలు చేశారు, వీరి పేరు మీద ఉన్నదే అందరికీ తెలిసిన RSA అన్న algorithm: "RSA is an algorithm used by modern computers to encrypt and decrypt messages. It is an asymmetric cryptographic algorithm. Asymmetric means that there are two different keys. This is also called public key cryptography, because one of them can be given to everyone. The other key must be kept private."

గొప్ప వ్యాసం రాసిన రచయితకు, ప్రచురించిన సంపాదకులకు, అభిప్రాయాలు ఒసగిన పాఠకులకు జమంగిలమంత లకోలకోల ప్రధాన సంఖ్య కనిపించు గావుత అని ఫలప్రతి చెప్పుకొంటూ, సందు చూసుకొని నియమితంగా విరమిస్తాను.

స్థూలంగా చూడగానే కనిపించిన పాఠపాట '1987'. నంబర్ లైన్ గురించి రాసినది పాఠపాటే. నంబర్ లైన్ ని ఋణ సంఖ్యల వైపు గూడా పొడిగించాలి. ప్రైం నంబర్లను నిర్వచించిన పదప 'ఉదాహరణ' అని చెప్తుంటా అనంతం వరకూ పొడిగించటం సబబు కాదు. రచయితా పేర్కొన్న నాల్గవ మూలం లో ఉన్న ఉదాహరణ ను అనుసరించే రచయిత తన ఉదాహరణని కూర్చారనిపిస్తుంది అయితే మూలం లో అనంతం వరకూ పొడిగించకపోవటాన్ని చూడవచ్చు. తదుపరి వాక్యం 'అదే విధంగా 3 చేత, 4 చేత, 5 చేత, ... భాగించబడేవి ఏవీ ప్రధాన సంఖ్యలు కాజాలవు'. కంటిలో నలుసు లాంటిది. పైపా పాఠపాటయితే 'అదే విధంగా 'పనికొచ్చే లక్షణాలు' లేని ఒక గణితశాస్త్ర విభాగం ఉంది. దానిని శుద్ధ గణితం (pure mathematics) అంటారు.' అన్నది తొందరపాటు. "ప్రూట్ మాథమాటిక్స్ ఇజ్ అ బ్రాంచ్ అఫ్ అప్లైడ్ మాథమాటిక్స్" అన్న తన స్నేహితుడు ప్రఖ్యాత అప్లైడ్ మాథమాటిషియన్ జో కెల్లర్ ను ఉట్టంకించి, పీటర్ లాన్స్ , "Which is true if you think a bit about it." అన్నాడు. [నోటిస్ అఫ్ అమెరికన్ మాథమాటికల్ సొసైటీ- ఫిబ్రవరి 2006 పేజీ 225.]

పైన చెప్పిన విషయాలకన్నాపెద్ద పాఠపాటగా నాకనిపిస్తున్నది, "మీ కథానాయకుడి పేరు యితాంగ్ జాంగ్(Yitang Zhang) 1955లో పుట్టాడు. చైనాలో ఉన్నత పాఠశాలలో ఉన్నప్పుడు లెక్కల పరీక్షని కాపీకొట్టి పేసయ్యాను, అని చెప్పుకున్నాడు." అన్న ఉదంతం. కారణం "He did not attend middle school or high school, and instead taught himself mathematics from books that he had collected from a local high school prior to the revolution." అని Institute of Advanced Studies చెబుతున్నది.

ఇది ఇలా ఉండగా రచయిత ప్రస్తావించిన నాల్గవ వ్యాసం ఉపాధ్యక్షంలో ఉన్న "I don't see what difference it can make now to reveal that I passed high-school math only because I cheated. I could add and subtract and multiply and divide, but I entered the wilderness

when words became equations and x's and y's. On test days, I sat next to Bob Isner or Bruce Gelfand or Ted Chapman or Donny Chamberlain—smart boys whose handwriting I could read—and divided my attention between his desk and the teacher's eyes. Having skipped me, the talent for math concentrated extravagantly in one of my nieces, Amie Wilkinson, a professor at the University of Chicago. From Amie I first heard about Yitang Zhang, " ఈ మాటలు ఆ వ్యాస రచయిత తనగురించి చెప్పుకున్నవిగా ఉన్నాయి.

వాసుదేవరావుగారి అభిప్రాయంతో నేను ఏకీభవిస్తాను. ఇలాంటి వ్యాసాలలో భాషాంతరీకరణ గురించిన చర్చ అసలు విషయాన్ని దాని తప్పించినదే అవుతుంది. కానీ యీ భాషాంతరీకరణకి ఒక పద్ధతి అంటూ పర్పడేదాకా/పర్పరచుకొనే దాకా బహుశా అలాంటి చర్చ తప్పదు!
ఇలాంటి పాపులర్ వ్యాసాలు (ఈమాటలో లెక్కల గురించిన వ్యాసాలు పాపులర్ వ్యాసాలు లెక్కలోకి వస్తాయని అనుకొంటాను) పాఠకులకి ఎంత సులువుగా అర్థమయితే అంత బాగుంటాయి. దానికి ఇంగ్లీషులోని పడికట్టు పదాలని డు,ము,వు,లు చేర్చి తెలుగులోకి తెచ్చుకోడం ఒక పరిష్కారమయితే అదే తక్షణకర్తవ్యం! బహుశా అలా చేస్తే ఎక్కువ తర్జునభర్జునలు పడే అవసరం కూడా ఉండదు. అసలు డు,ము,వు,లు చేర్చకుండా (అసలు అన్వయేశ్యాలు తెలుగులోకి వచ్చేప్పుడు హలండాలు ఉకారాండాలుగా మారడం తప్ప వేరే ప్రత్యయాలేమీ రావు) ఉన్నవున్నట్లుగా కూడా వాడుకోవచ్చు - హోల్ నెంబర్లు, ప్రైమ్ నెంబర్లు, పెర్ఫెక్ట్ నెంబర్లు - ఇలా. "least upper bound" వంటి పదబంధాల విషయంలో, తెలుగులో అర్థం మాత్రమే వివరించి ఇంగ్లీషు పదబంధాలని అలాగే ఉంచేయాలి.

ఇవి తెలుగు వాక్యాలలో ఒదిగిపోతాయో, పండికింద రాళ్ళలా అడ్డు తగులుతాయో అనేది కొన్ని వ్యాసాల తర్వాత పాఠకులే తేలుస్తారు.

—

'ఒక ప్రధాన సంఖ్యకి, దాని తరువాత కనిపించే ప్రధాన సంఖ్యకి మధ్య వచ్చే పాతము పరిబద్ధమైనది లేదా 'సీమితము' (bounded) అని అన్నాడు. అంటే, ఎంత దూరం వెళ్లినా ఆ ఖాళీ విలువ ఒక అవధి దాటకుండా పరిమితంగానే ఉంటుంది కాని ఎప్పటికీ అనంతం కాదు.

—

దీన్ని కొంచెం వివరించాల్సిన అవసరం ఉందని నాకనిపించింది.

లెక్కలలో "bounded", "having limit" అనే రెండు పదాలు సమానార్థకాలు కావని తెలియకపోతే, ఇక్కడ చెబుతున్న విషయాన్ని తప్పుగా అర్థం చేసుకొనే అవకాశం ఉంది.

"ఎంత పెద్ద ప్రైమ్ నెంబర్ల జంటను తీసుకొన్నా వాటి మధ్య దూరం ఒక అవధిని దాటదు" అంటే $\lim_{n \rightarrow \infty} \{p(n+1) - p(n)\} < N$ అని అర్థం వస్తుంది. ఇది తప్పు. ప్రైమ్ జంటల మధ్య దూరం అనంతంగా పెరుగుతునే పోతుంది! అంచేత జాంగ్ నిరూపించింది అది కాదు.

ఒక కచ్చితమైన దూరాన్ని (అవధి) తీసుకొంటే, సంఖ్యలను ఎంత పెంచుకొంటూ పోయినా, తమ మధ్య దూరం ఆ అవధిని మించకుండా ఉండే ప్రైమ్ జంటలు దొరుకుతాయో లేదా అన్నది ఇక్కడి ప్రశ్న. దొరుకుతాయి అన్నది జాంగ్ నిరూపించాడు. అది 70,000,000 కన్నా తక్కువని కూడా నిరూపితమైంది. ఆ తర్వాత A 16 కన్నా తక్కువ అని కూడా నిరూపించాడు! అంటే ఎంత పెద్ద సంఖ్య తీసుకొన్నా ఆ సంఖ్య కన్నా పైన్ - "16 కన్నా తక్కువ దూరం ఉన్న" ప్రైమ్ జంటలు మనకి దొరుకుతాయి. బహుశా ఈ విషయం వ్యాసంలో స్పష్టంగానే ఉండి ఉండవచ్చు, అయినా నా అవగాహనకోసం మళ్ళీ ఇక్కడ నా మాటల్లో చెప్పానంతే!

దేశ భాషలందు తెలుగు లెస్స Appaji Ambarisha

ల ల ఇ ఈ ఉ ఊ య యా

౧ ౨ ఎ ఏ ఐ ఒ ఓ ఔ అం

అః క ఖ గ ఘ జ చ ఛ జ

ఝ ఞ ట ఠ డ ఢ ణ త థ

ద న ప ఫ బ భ మ య ర

ల ల ళ ల వ నె ష స హ క్ష

1234567890

ఒక సమాజపు ఔన్నత్యం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. వీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం దౌర్భాగ్యం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ తింటున్నాయన్న నెపంతో రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ ఆత్మన్యూనతను కప్పి పుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్షకుల దౌర్జన్యం రానురానూ దుర్భరమవుతున్నది. వీరికి మాత్రమే సమాజపు మంచి చెడూ తెలుసు, వీరు ఒప్పుకున్నవే విలువలు, కేవలం వీరే నైతిక ధర్మాధికారులు, వీరిని వీరే ఎన్నుకుంటారు. సృజనకూ అభిప్రాయ వ్యక్తికరణకూ స్వేచ్ఛ ఇవ్వని సమాజమూ విమర్శను తీసుకోలేని సంస్కృతి పతనానికే దారి తీస్తాయని వీరు గ్రహించరు. ఈ రకమైన ప్రవర్తనలో వీరు ఎవరిని ఆదర్శంగా తీసుకుంటున్నారో స్పష్టంగానే కనిపిస్తుంది. మనవారు రాయని శాస్త్రం లేదని, ప్రవచించని సత్యం లేదని, కనిపెట్టని విజ్ఞానం లేదని, మనల్ని మనం మభ్యపెట్టుకుంటూ అబద్ధాల చరిత్రలు రాసుకున్నంత మాత్రాన మన సమాజం, సంస్కృతి ఉన్నతమైనవి అయిపోవని, మన ఔన్నత్యం కేవలం మన ప్రజాస్వామ్యపు విలువలని కాపాడుకోవడం లోనే ఉందని వీరు గ్రహించరు. సంస్కృతీసాంప్రదాయాల పరిరక్షణ ముసుగులో వీరు చేస్తున్న అఘాయిత్యాలు కేవలం వీరి స్వార్థ రాజకీయ ప్రయోజనాల కోసమే. ఈ రకమైన నిర్బంధాలు మానవ చరిత్రలో కొత్త కాదు. కాలం నిదానంగా అయినా సరే, నిష్పక్షపాతంగానే నిజాన్ని వెలికితీస్తుంది. చరిత్రలో ఇంతకు ముందు ఇదేవిధంగా ఎందరో ఉగ్రవాదులను పంపిన దానినే వీరిని పంపుతుంది. రక్షణ కోసం

ಸೌತ್ವಂತ್ರ್ಯಾಸ್ಕಿ ತ್ಯಾಗಂ ಛೇಸಿನ್ ಮನಿಷಿ ಆ ರೆಂಬಿಕೆ ಅರ್ಹುಡು ಕಾಡನಿ ಬೆಂಜಮಿನ್ ಫ್ರಾಂಕ್ಲಿನ್ ಅನ್ಕುಟ್ಟು,
ಇಲಾಂಟಿ ಪ್ರತಿಕೂಲತೆ ಎದುರೇನ್ಪುಡಲ್ಲಾ ಎವರಿಕೆ ತಲ ಒಗ್ಗುಂಡಾ ಮನ ಸ್ವೆಚ್ಚುನು ನಿರ್ಭಯಂಗಾ
ಪ್ರಕಟಿಂಚುಕುಂಟಾ ವುಂಡಡಮೆ ಮನಂ ಛೆಯಗಲಿಗಿಂದಿ ಛೆಯಾಳ್ಕಿಂದಿ.

కవి సమాఖ్యకు సోదశ్యం, ఆ సమాఖ్యకు తన స్త్రీలు, పిల్లలు, పుట్టలవారీ వారి ప్రభుత్వంపై అన్య, అసంపన్న ఆధారపడి పురుషులందరినీ బాధపడే బీదత్వం మనం ప్రస్తుతం వారి ప్రభుత్వస్థాపనా మనకని తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాతిజాతీయ మనదేశపు రచయితలని కళాకారులని చేర్చుకుని రావడం యెక్కువ.

సంస్కృతి పురుషుల స్త్రీలు పున, మహిళాకావాల ద్వారా తెలుగువాళ్ళున్న నెలవంద రచయితలు, కళాకారులు ఉన్నారు. తమ అభివ్యక్తాంతరము కచ్చిత పుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతికర్తకుల యెక్కువగా రాసిన దుర్బలమైన దుర్బలమవుతున్నది. బీదత్వం మాత్రమే సమాఖ్యకు మంచి దాని తెలుసు. బీద, బిచ్చు వచ్చినప్పుడు బాధలు, కేటలం బీద నైతికతకరకావాలని, రాసిన బీద ఎప్పుడువచ్చినా: సృజనకారి వ్యక్తికరదాకు స్వేచ్ఛ ఇవ్వని సమాఖ్యకు బాధపడ్డ బాధపడ్డ వ్యక్తికరీ సమాఖ్యకు సంస్కృతికర్తల బీదల తీర్మానాలు మన బీద గ్రహించాలి. ఈ రకపున ప్రభుత్వంలో బీద ఎవరిని ఇదర్బాదు సాక్షుకులయ్యాకారీ స్వచ్ఛందంగా కనిపిస్తాడు. మనవాడు రాయని శాస్త్రం బీదను, ప్రభుత్వం ది సాక్షుకు బీదను, కనిపిస్తాని విజ్ఞుకు బీదను, మనశ్శు మన మిశ్చుకుకుంటూ అబద్ధాలు చరిత్రలు రాసుకున్నాంకని మనజ్ఞుకు మన సమాఖ్యకు సంస్కృతికర్తలను బాధపడేవని, మన సోదశ్యం కేటలం మన ప్రజాస్వామ్యపు బాధలువారి కావాలివచ్చేదని బీద బాధించి బీద గ్రహించాలి. సంస్కృతికర్తలయ్యావారి పరిరక్షణ మనసులో బీద చేస్తున్న అభిమతావాల కేటలం బీద స్వాధీన రాజకీయ ప్రయాణాలూ కోవేమి.

ఈ రకపున స్వచ్ఛందంగా మనదేశ చరిత్రలో కొత్త కాదు. కాలం సదానంగా అయినా మన, సమిష్టిపాతకానా నిజాన్ని తెలిపేకీర్తనం. చరిత్రలో ఇంతుకు ముందు ఇదెవరైనా ఎవరికో అర్థమైనా మనదేశ బీదల బీద పంపుతుంది. రక్షణ కోసం స్వాతంత్ర్యంజ్ఞుకు జ్ఞుకుం చేసిని మనకు ఆ రెండో అర్థం కాదు. కాదు కాదుబీదల బ్రాహ్మణ అభివృద్ధి, అలంకరిత అభివృద్ధిపై ఎవరికో తల భగ్గించాలి మన స్వేచ్ఛని స్వచ్ఛందంగా ప్రభుత్వం ప్రభుత్వం ప్రభుత్వం మనం చేయగలగాం చేయగలగాం.

Chathura Regular 9/10.8

ఒక సమాజపు జైన్యత్వం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. బీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం డెర్బాగ్గం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ జింటలన్నామన్న సెంసేషన్ రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ జతస్సాన్నితనం కప్పి వుప్పుచునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్తకుల డెర్బాగ్గం రాసురాను దుర్బరమవుతున్నది. బీరికి మాత్రమే సమాజపు మంచి చెడు తెలుసు, బీరు ఎప్పుడున్నవో విలువలు, కేవలం బీరే నైతికరద్ధాధికారులు, బీరిని బీరే ఎన్నుకుంటారు. స్వజనకూ అభిప్రాయే వ్యక్తీకరణకూ స్వేచ్ఛ ఇవ్వని సమాజమూ విమర్శను తీసుకోలేని సంస్కృతి పతనానికి దారి తీస్తాయని బీరు గ్రహించారు. ఈ రకమైన ప్రవర్తనలో బీరు ఎవరిని ఆదర్శంగా తీసుకుంటున్నారో స్పష్టంగానే కనిపిస్తుంది. మనవారు రాయని శాస్త్రం లేదని, ప్రపంచంని సత్వం లేదని, కనిపెట్టని విజ్ఞానం లేదని, మనల్ని మనం మత్సరపెట్టుకుంటూ అబద్ధాలు చరిత్రలు రాసుకున్నంత మాత్రాన మన సమాజం, సంస్కృతి (Society & Culture) ఉన్నతమైనవి అయిపోవని, మన జైన్యత్వం కేవలం మన ప్రజాస్వామ్యపు విలువలని కాపాడుకోవడం లోనే ఉందని బీరు గ్రహించారు. సంస్కృతినాంప్రదాయాల పరిరక్షణ మునుగులో బీరు చేస్తున్న అసూయజ్వాల కేవలం బీరి స్వార్థ రాజకీయ ప్రయోజనాల కోసమే. ఈ రకమైన నిర్బంధాలు మానవ చరిత్రలో కొత్త కాదు. కాలం నిదానంగా అయినా సరే, నిష్పక్షపాతంగానే నిజాన్ని వెలికితీస్తుంది. చరిత్రలో ఇంతకు ముందు ఇదేవిధంగా ఎందరో ఉగ్రవాదులను పంపిన దారినే బీరికి పంపుతుంది. రక్షణ కోసం స్వాతంత్ర్యాన్ని, జ్యోగం చేసిన మనిషి ఆ రెంటికీ అడ్డును కాదని బెంజమిన్ ఫ్రాంక్లిన్ అన్నట్లు. ఇలాంటి ప్రత్యకాలత ఎదురైనప్పుడల్లా ఎవరికో తల ఒగ్గుకుండా మన స్వేచ్ఛను నిర్బంధంగా ప్రకటించుకుంటూ వుండడమే మనం చేయగలిగిందే.

Chathura Regular 12/14.4

ఒక సమాజపు ఔన్నత్యం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. వీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం దౌర్భాగ్యం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ తింటున్నాయన్న నెపంతో రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ ఆత్మన్యూనతను కప్పి వుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్షకుల దౌర్జన్యం రానురాను దుర్భరమవుతున్నది. వీరికి మాత్రమే సమాజపు మంచి చెడు తెలుసు, వీరిని వీరే ఎన్నుకుంటారు. సృజనకూ అభిప్రాయ వ్యక్తికరణకూ స్వేచ్ఛ ఇవ్వని సమాజమూ విమర్శను తీసుకోలేని సంస్కృతి పతనానికి దారి తీస్తాయని వీరు గ్రహించరు. ఈ రకమైన ప్రవర్తనలో వీరు ఎవరిని ఆదర్శంగా తీసుకుంటున్నారో స్పష్టంగానే కనిపిస్తుంది. మనవారు రాయని శాస్త్రం లేదని, ప్రవచించని సత్యం లేదని, కనిపెట్టని విజ్ఞానం లేదని, మనల్ని మనం మళ్ళిపెట్టుకుంటూ అబద్ధాల చరిత్రలు రాసుకున్నంత మాత్రాన మన సమాజం, సంస్కృతి (Society & Culture) ఉన్నతమైనవి అయిపోవని, మన ఔన్నత్యం కేవలం మన ప్రజాస్వామ్యపు విలువలని కాపాడుకోవడం లోనే ఉందని వీరు గ్రహించరు.

Chathura Regular 16/19.2

ఒక సమాజపు ఔన్నత్యం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. వీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం దౌర్భాగ్యం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ తింటున్నాయన్న నెపంతో రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ ఆత్మన్యూనతను కప్పి వుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్షకుల దౌర్జన్యం రాసురానూ దుర్బరమవుతున్నది. వీరికి మాత్రమే సమాజపు మంచి చెడూ తెలుసు, వీరు ఒప్పుకున్నవే విలువలు, కేవలం వీరే నైతికధర్మాధికారులు, వీరిని వీరే ఎన్నుకుంటారు. సృజనకూ అభిప్రాయ వ్యక్తికరణకూ స్వచ్ఛ ఇవ్వని సమాజమూ విమర్శను తీసుకోలేని సంస్కృతి పతనానికే దారి తీస్తోయిన వీరు గ్రహించరు. ఈ రకమైన ప్రవర్తనలో వీరు ఎవరిని అదర్శంగా తీసుకుంటున్నారో స్పష్టంగానే కనిపిస్తుంది. మనవారు రాయని శాస్త్రం లేదని, ప్రవచించని సత్యం లేదని, కనిపెట్టని విజ్ఞానం లేదని, మనల్ని మనం మభ్యపెట్టుకుంటూ అబద్ధాల చరిత్రలు రాసుకున్నంత మాత్రానీ మన సమాజం, సంస్కృతి (Society & Culture) ఉన్నతమైనవి అయిపోవని, మన ఔన్నత్యం కేవలం మన ప్రజాస్వామ్యపు విలువలని కాపాడుకోవడం లోనే ఉందని వీరు గ్రహించరు. సంస్కృతిసాంప్రదాయాల పరిరక్షణ ముసుగులో వీరు చేస్తున్న అఘాయిత్యాలు కేవలం వీరి స్వాధీన రాజకీయ ప్రయోజనాల కోసమే.

Chathura Regular 18/21.6

ఒక సమాజపు జైన్యత్వం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. వీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం దౌర్భాగ్యం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ తింటున్నాయన్న నెపంతో రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ ఆత్మన్యూనతను కప్పి వుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్షకుల దౌర్జన్యం రానురానూ దుర్బరమవుతున్నది.

Chathura Regular 24/28.8

పరిమిత స్థాయి పెంచే వ్యూహం అనడం లో సందేహం లేదు. ఎన్నో చక్కని విషయాలను పంచుకొన్నందుకు రచయిత అభినందనీయులు. అంతే గాక: 'Bounded gop problem'ని తెలుగులో ఏమంటే స్వయంబోధకంగా ఉంటుందా నేనూ సంపాదకుడూ తర్జనభర్జనలు పడ్డాం. చివరికి సీమితపాత సమస్య అని అన్వయించుకుని సమాధానపడ్డాం. ఇంతకంటే మంచి మాట ఉంటే చెప్పమని పాఠకులని కోరుతున్నాం.' అని ఒక శాస్త్రీయ దృక్పథం కనబరిచినందుకు కూడా. 'సీమితపాత సమస్య' అన్న పదబంధం అర్థబోధలో కొత్త సమస్యను సృష్టిస్తుంది. మనకు గణితం లో , ఇదివరకే అనుపాతాలు (proportions) ఉన్నాయి . మామూలు వాడుకలో (పాతము అంటే పడిపోవటానికి సంబంధించిన అర్థంలో) జలపాతం, రక్తపాతం అన్న పదబంధాలు ఉన్నాయి. ఈ గణిత సందర్భంలో పాతం పాసగడం లేదు, ఎడం/విరామం అన్న పదాలు మెరుగు అలాగే సీమిత అన్న పదం కూడా ముక్కస్య ముక్క అనువాదమే , భావానుగుణంగా నియమిత అని వ్యవహరించడం మేలు. ఆ ప్రకారం 'The Bounded Gop Problem 'ని' నియమిత విరామ సమస్య 'గా వాడుక చేయవచ్చు.

రూంగ్ ఉపాచయం

'ఒక ప్రధాన సంఖ్యకి, దాని తరువాత కనిపించే ప్రధాన సంఖ్యకి మధ్య వచ్చే పాతము పరిబద్ధమైనది లేదా 'సీమితము' (bounded) అని అన్నారు. అంటే, ఎంత దూరం వెళ్లినా ఆ ఖాళీ విలువ ఒక అవధి దాటకుండా పరిమితంగానే ఉంటుంది కాని ఎప్పటికీ అనంతం కాదు. ఇంకా నిర్దిష్టంగా చెప్పాలంటే, ఆ పాతపు విలువ 70,000,000 దాటదు'

అదే పంపిణీ మీద ఈ వాక్యాన్ని తిరగరాస్తే -

'ఒక ప్రధాన సంఖ్యకి, దాని తరువాత కనిపించే ప్రధాన సంఖ్యకి మధ్య వచ్చే విరామం నియమితం ' (bounded) అని అన్నారు. అంటే, ఎంత దూరం వెళ్లినా ఆ ఖాళీ విలువ ఒక అవధి దాటకుండా పరిమితంగానే ఉంటుంది కాని ఎప్పటికీ అనంతం కాదు. ఇంకా నిర్దిష్టంగా చెప్పాలంటే, ఆ విరామం విలువ 70,000,000 దాటదు.

మరి కొన్ని చిల్లర విషయాలు:

1. sexy prime numbers : ఆరు ప్రధాన సంఖ్యలుగా అనువదించుకోవచ్చు. Latin లాటిన్ లో ఆరును sex అంటారు దాని మీద శ్లేష వేసి పుట్టించిన పదం ఇది. పోతే, తెలుగులో ఆరుకు సంఖ్యా పరం కాని అర్థాలున్నాయి : అలరారు, ఇంపారు, ఒప్పారు ఆరుకు శృంగార పరమైన అర్థం కూడా ఉన్నది , కాబట్టి ఆరు ప్రధాన సంఖ్యలు అనడం సులువు ; దీనికి బహువచన రూపం సాధించడం కూడా సులువు : ఆర్లు అంటే సరి. లైంగికాలు అనడం బాగాలేదు (రా. రా అనువాద సమస్యల్లో దీన్ని గూర్చి పెద్ద చర్చ ఉంది)

2. కలిక (palindrome) ప్రధాన సంఖ్యకి ఒక ఉదాహరణ 700666007. ఇది ఎటు నుండి చదివినా ప్రధాన సంఖ్యే!
మన వికటకవిని మరచిపోవద్దు ; సరదాగా లకోలకోల ప్రధాన సంఖ్యలు అంటే ఎలా ఉంటుంది ?? జంబీరజీజం , లకోలకోల లాంటి పదాలతో ఒక పద్యం ఉంది తః తః గానికి గుర్తుండవచ్చు . లేదా వీటిని వికట ప్రధాన సంఖ్యలు అనవచ్చు.

3. ఒక ప్రధాన సంఖ్యలో అంకెలని ఒకటి, ఒకటి మినహాయించుకుంటూ పోతూన్నప్పుడు మిగిలినది ప్రధాన సంఖ్యే అయితే దానిని మినహాయించు (deletable) ప్రధాన సంఖ్య అంటారు. ఉదా: 1987. ఎడమ పక్క నుండి వరుసగా 1, 9, 8 మినహాయించగా మిగిలిన 987, 87, 7 ప్రధాన సంఖ్యలు. కానీ, 87 (29×3) ప్రధాన సంఖ్య కాదు కదా , కావున 1997 సరైన సంఖ్య

ఆశ్చర్యం గొలిపే విషయం, గతంలో ఈ గణితవేత్త మీద వచ్చిన ఒక అద్భుత వ్యాసంలో ఇదే తప్పు కనిపించింది నాకు:

"A prime from which you can remove numbers and still have a prime is a deletable prime, such as 1987,"

ఒక ఇరవై ఏళ్ళ క్రిందట ఈనాడులో సైన్స్ కాలం కోసం వారిచ్చిన ఐదేళ్ళ ఏత్రకనుంచి ఒక వ్యాసం అనువాదం చేసి తప్పులు దద్దమని చిత్తు ప్రతి పట్టుకొచ్చాడు ఒక స్నేహితుడు .ఇలకోడి అనే పురుగు శృంగార జీవితానికి ప్రధాన సంఖ్యలతో ముడిపడి ఉంది అన్న విషయాన్ని చర్చిస్తుంది ఆ వ్యాసం:(ఇటీవల న్యూయార్క్ లో ఈ విషయం మీద మంచి వ్యాసం వచ్చింది)

తప్పు మీద తప్పు చేస్తూ పోయిన లక్షన్న గారు గుణకారఫలం అనడం విచిత్రంగా తోచింది: (లబ్ధం అంటే సరిపోదా ?? భాగఫలం అని వినడమే గాని ఈ పదబంధం నేను వినలేదు బహుశ పారు చదువుకునే రోజుల్లో ఉండి ఉంటుంది.)

"పైన ఉదాహరించిన సంఖ్య 175,828,273 ప్రధాన సంఖ్యలయిన 17,179 X 10,247 గుణకారఫలం." "ఈ విషయాన్ని వెలికితెచ్చి, ప్రాథమికసంఖ్యల ఉపయోగాన్ని ప్రపంచానికి చాటి చెప్పిన వాళ్ళు ముగ్గురు అమెరికన్లు.ఆ ముగ్గురు, MIT లో కంప్యూటర్ సైన్స్ విభాగంలో పరిశోధకులయిన Ronald Rivest, Adi Shamir, Leonard Adleman."

లక్షన్న గారు ఈ చర్చలో పై ముగ్గురిని ఉదహరించి గొప్ప మేలు చేశారు, వీరి పేరు మీద ఉన్నదే అందరికీ తెలిసిన RSA అన్న algorithm: "RSA is an algorithm used by modern computers to encrypt and decrypt messages. It is an asymmetric cryptographic algorithm. Asymmetric means that there are two different keys. This is also called public key cryptography, because one of them can be given to everyone. The other key must be kept private."

గొప్ప వ్యాసం రాసిన రచయితకు, ప్రచురించిన సంపాదకులకు, అభిప్రాయాలు ఒసగిన పాఠకులకు తిరుగుబాటు లకోలకోల ప్రధాన సంఖ్య కనిపించు గావుత అని ఫలప్రతి చెప్పుకొంటూ, సందు చూసుకొని నియమితంగా విరమిస్తాను.

స్థూలంగా చూడగానే కనిపించిన పాఠపాటు '1987', నంబర్ లైన్ గురించి రాసినది పాఠపాటీ. నంబర్ లైన్ ని ఋణ సంఖ్యల వైపు గూడా పొడిగించాలి, ప్రైం నంబర్లను నిర్వచించిన పదప 'ఉదాహరణ' అని చెప్తుంటా అనంతం వరకూ పొడిగించటం సబబు కాదు. రచయితా పేర్కొన్న నాల్గవ మూలం లో ఉన్న ఉదాహరణ ను అనుసరించే రచయిత తన ఉదాహరణని కూర్చారనిపిస్తుంది అయితే మూలం లో అనంతం వరకూ పొడిగించకపోవటాన్ని చూడవచ్చు. తదుపరి వాక్యం 'అదే విధంగా 3 చేత, 4 చేత, 5 చేత, ... భాగించబడేవి ఏవీ ప్రధాన సంఖ్యలు కాజాలవు'. కంటిలో నలుసు లాంటిది. పైవి పాఠపాట్లయితే 'అదే విధంగా 'పనికొచ్చే లక్షణాలు' లేని ఒక గణితశాస్త్ర విభాగం ఉంది. దానిని శుద్ధ గణితం (pure mathematics) అంటారు.' అన్నది తొందరపాటు. "ప్రూఫ్ మాథమాటిక్స్ ఇజ్ అ బ్రాంచ్ అఫ్ అప్లైడ్ మాథమాటిక్స్" అన్న తన స్నేహితుడు ప్రఖ్యాత అప్లైడ్ మాథమాటిషియన్ జో కెల్లర్ ను ఉట్టంకించి, పీటర్ లాన్స్ , "Which is true if you think a bit about it." అన్నాడు. [నోటిస్ అఫ్ అమెరికన్ మాథమాటికల్ సొసైటీ- ఫిబ్రవరి 2006 పేజీ 225.]

పైన చెప్పిన విషయాలకన్నాపెద్ద పాఠపాటుగా నాకనిపిస్తున్నది, "మీ కథానాయకుడి పేరు యాటాంగ్ జాంగ్ (Yitang Zhang) 1955లో పుట్టాడు. చైనాలో ఉన్నత పాఠశాలలో ఉన్నప్పుడు లెక్కల పరీక్షని కాపీకొట్టి పేసయ్యాను, అని చెప్పుకున్నాడు." అన్న ఉదంతం. కారణం "He did not attend middle school or high school, and instead taught himself mathematics from books that he had collected from a local high school prior to the revolution." అని Institute of Advanced Studies చెబుతున్నది.

ఇది ఇలా ఉండగా రచయిత ప్రస్తావించిన నాల్గవ వ్యాసం ఉపోద్ఘాతంలో ఉన్న "I don't see what difference it can make now to reveal that I passed high-school math only because I cheated. I could add and subtract and multiply and divide, but I entered the wilderness

when words became equations and x's and y's. On test days, I sat next to Bob Isner or Bruce Gelfand or Ted Chapman or Donny Chamberlain—smart boys whose handwriting I could read—and divided my attention between his desk and the teacher's eyes. Having skipped me, the talent for math concentrated extravagantly in one of my nieces, Amie Wilkinson, a professor at the University of Chicago. From Amie I first heard about Yitang Zhang, " ఈ మాటలు ఆ వ్యాస రచయిత తనగురించి చెప్పుకున్నవిగా ఉన్నాయి.

వాసుదేవరావుగారి అభిప్రాయంతో నేను ఏకీభవిస్తాను. ఇలాంటి వ్యాసాలలో భాషాంతరీకరణ గురించిన చర్చ అసలు విషయాన్ని దాని తప్పించినదే అవుతుంది. కానీ యీ భాషాంతరీకరణకి ఒక పద్ధతి అంటూ పర్పడేదాకా/పర్పరచుకొనే దాకా బహుశా అలాంటి చర్చ తప్పదు! ఇలాంటి పాపులర్ వ్యాసాలు (ఈమాటలో లెక్కల గురించిన వ్యాసాలు పాపులర్ వ్యాసాలు లెక్కలోకి వస్తాయని అనుకొంటాను) పాఠకులకి ఎంత సులువుగా అర్థమయితే అంత బాగుంటాయి. దానికి ఇంగ్లీషులోని పడికట్టు పదాలని డు,ము,వు,లు చేర్చి తెలుగులోకి తెచ్చుకోడం ఒక పరిష్కారమయితే అదే తక్షణకర్తవ్యం! బహుశా అలా చేస్తే ఎక్కువ తర్జనభర్జనలు పడే అవసరం కూడా ఉండదు. అసలు డు,ము,వు,లు చేర్చకుండా (అసలు అన్యదేశ్యాలు తెలుగులోకి వచ్చేప్పుడు హలండాలు ఉకారాండాలుగా మారడం తప్ప వేరే ప్రత్యయాలేమీ రావు) ఉన్నవున్నట్లుగా కూడా వాడుకోవచ్చు - హోల్ నెంబర్లు, ప్రైమ్ నెంబర్లు, పెర్ఫెక్ట్ నెంబర్లు - ఇలా. "least upper bound" వంటి పదబంధాల విషయంలో, తెలుగులో అర్థం మాత్రమే వివరించి ఇంగ్లీషు పదబంధాలని అలాగే ఉంచేయాలి.

ఇవి తెలుగు వాక్యాలలో ఒదిగిపోతాయో, పంటికింద రాళ్ళలా అడ్డు తగులుతాయో అనేది కొన్ని వ్యాసాల తర్వాత పాఠకులే తేలుస్తారు.

—

'ఒక ప్రధాన సంఖ్యకి, దాని తరువాత కనిపించే ప్రధాన సంఖ్యకి మధ్య వచ్చే పాతము పరిబద్ధమైనది లేదా 'సీమితము' (bounded) అని అన్నాడు. అంటే, ఎంత దూరం వెళ్లినా ఆ ఖాళీ విలువ ఒక అవధి దాటకుండా పరిమితంగానే ఉంటుంది కాని ఎప్పటికీ అనంతం కాదు.

—

దీన్ని కొంచెం వివరించాల్సిన అవసరం ఉందని నాకనిపించింది.

లెక్కలలో "bounded", "having limit" అనే రెండు పదాలు సమానార్థకాలు కావని తెలియకపోతే, ఇక్కడ చెపుతున్న విషయాన్ని తప్పుగా అర్థం చేసుకొనే అవకాశం ఉంది.

"ఎంత పెద్ద ప్రైమ్ నెంబర్ల జంటను తీసుకొన్నా, వాటి మధ్య దూరం ఒక అవధిని దాటదు" అంటే $\lim_{n \rightarrow \infty} \{p(n+1) - p(n)\} < N$ అని అర్థం వస్తుంది. ఇది తప్పు. ప్రైమ్ జంటల మధ్య దూరం అనంతంగా పెరుగుతునే పోతుంది! అంచేత జాంగ్ నిరూపించింది అది కాదు.

ఒక కచ్చితమైన దూరాన్ని (అవధి) తీసుకొంటే, సంఖ్యలను ఎంత పెంచుకొంటూ పోయినా, తమ మధ్య దూరం ఆ అవధిని మించకుండా ఉండే ప్రైమ్ జంటలు దొరుకుతాయో లేదా అన్నది ఇక్కడి ప్రశ్న. దొరుకుతాయి అన్నది జాంగ్ నిరూపించారు. అది 70,000,000 కన్నా తక్కువని కూడా నిరూపితమైంది. ఆ తర్వాత A 16 కన్నా తక్కువ అని కూడా నిరూపించారు! అంటే ఎంత పెద్ద సంఖ్య తీసుకొన్నా, ఆ సంఖ్య కన్నా పైన్ - "16 కన్నా తక్కువ దూరం ఉన్న" ప్రైమ్ జంటలు మనకి దొరుకుతాయి. బహుశా ఈ విషయం వ్యాసంలో స్పష్టంగానే ఉండి ఉండవచ్చు, అయినా నా అవగాహనకోసం మళ్ళీ ఇక్కడ నా మాటల్లో చెప్పానంతే!

దేశ భాషలందు తెలుగు లెస్స Appaji Ambarisha

ల ల ఇ ఈ ఉ ఊ య యా

౧ ౨ ఎ ఏ ఐ ఒ ఓ ఔ అం

అః క ఖ గ ఘ జ చ ఛ జ

ఝ ఞ ట ఠ డ ఢ ణ త థ

ద న ప ఫ బ భ మ య ర

ల ల ళ ల వ నె ష స హ క్ష

1234567890

ఒక సమాజపు ఔన్నత్యం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక, వీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం దౌర్భాగ్యం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ తింటున్నాయన్న నెపంతో రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ ఆత్మన్యూనతను కప్పి పుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్షకుల దౌర్జన్యం రానురానూ దుర్బరమవుతున్నది. వీరికి మాత్రమే సమాజపు మంచి చెడూ తెలుసు, వీరు ఒప్పుకున్నవే విలువలు, కేవలం వీరే నైతిక ధర్మాధికారులు, వీరిని వీరే ఎన్నుకుంటారు. సృజనకూ అభిప్రాయ వ్యక్తికరణకూ స్వేచ్ఛ ఇవ్వని సమాజమూ విమర్శను తీసుకోలేని సంస్కృతి పతనానికే దారి తీస్తాయని వీరు గ్రహించరు. ఈ రకమైన ప్రవర్తనలో వీరు ఎవరిని ఆదర్శంగా తీసుకుంటున్నారో స్పష్టంగానే కనిపిస్తుంది. మనవారు రాయని శాస్త్రం లేదని, ప్రవచించని సత్యం లేదని, కనిపెట్టని విజ్ఞానం లేదని, మనల్ని మనం మభ్యపెట్టుకుంటూ అబద్ధాల చరిత్రలు రాసుకున్నంత మాత్రాన మన సమాజం, సంస్కృతి ఉన్నతమైనవి అయిపోవని, మన ఔన్నత్యం కేవలం మన ప్రజాస్వామ్యపు విలువలని కాపాడుకోవడం లోనే ఉందని వీరు గ్రహించరు. సంస్కృతీసాంప్రదాయాల పరిరక్షణ ముసుగులో వీరు చేస్తున్న అఘాయిత్యాలు కేవలం వీరి స్వార్థ రాజకీయ ప్రయోజనాల కోసమే. ఈ రకమైన నిర్బంధాలు మానవ చరిత్రలో కొత్త కాదు. కాలం నిదానంగా అయినా సరే, నిష్పక్షపాతంగానే నిజాన్ని వెలికితీస్తుంది. చరిత్రలో ఇంతకు ముందు ఇదేవిధంగా ఎందరో ఉగ్రవాదులను పంపిన దానినే వీరిని పంపుతుంది. రక్షణ కోసం

ಸೌತ್ವಂತ್ರ್ಯಾಸ್ತಿ ತ್ಯಾಗಂ ಚೆಸಿನ್ ಮನಷಿ ಆ ರೆಂಬಿಕೆ ಅರ್ಹುಡು ಕಾಡನಿ ಬೆಂಜಮಿನ್ ಫ್ರಾಂಕ್ಲಿನ್ ಅನ್ಕುಟ್ಟು,
ತಾಲಾಂಬಿ ಪ್ರತಿಕೂಲತೆ ಎದುರೇನ್ಪುಡಲ್ಲಾ ಎವರಿಕೆ ತಲ ಒಗ್ಗುಂಡಾ ಮನ ಸ್ವೆಚ್ಚುನು ನಿರ್ಭಯಂಗಾ
ಪ್ರಕಟಿಂಚುಕುಂಟಾ ವುಂಡಡಮೆ ಮನಂ ಚೆಯಗಲಿಗಂದಿ ಚೆಯಾಳ್ಕುಂದಿ.

ఒక సమాజపు ఔన్నత్యం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. వీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం దౌర్భాగ్యం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ తింటున్నాయన్న నెపంతో రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ ఆత్మన్యూనతను కప్పి పుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్తకుల దౌర్జన్యం రానురానూ దుర్భరమవుతున్నది. వీరికి మాత్రమే సమాజపు మంచి చెడూ తెలుసు, వీరు ఒప్పుకున్నవే విలువలు, కేవలం వీరే నైతికధర్మాధికారులు, వీరిని వీరే ఎన్నుకుంటారు. సృజనకూ అభిప్రాయ వ్యక్తీకరణకూ స్వేచ్ఛ ఇవ్వని సమాజమూ విమర్శను తీసుకోలేని సంస్కృతి పతనానికి దారి తీస్తాయని వీరు గ్రహించరు. ఈ రకమైన ప్రవర్తనలో వీరు ఎవరిని ఆదర్శంగా తీసుకుంటున్నారో స్పష్టంగానే కనిపిస్తుంది. మనవారు రాయని శాస్త్రం లేదని, ప్రవచించని సత్యం లేదని, కనిపెట్టని విజ్ఞానం లేదని, మనల్ని మనం మభ్యపెట్టుకుంటూ అబద్ధాల చరిత్రలు రాసుకున్నంత మాత్రాన మన సమాజం, సంస్కృతి (Society & Culture) ఉన్నతమైనవి అయిపోవని, మన ఔన్నత్యం కేవలం మన ప్రజాస్వామ్యపు విలువలని కాపాడుకోవడం లోనే ఉందనీ వీరు గ్రహించరు. సంస్కృతిసాంప్రదాయాల పరిరక్షణ ముసుగులో వీరు చేస్తున్న అపూయిత్యాలు కేవలం వీరి స్వార్థ రాజకీయ ప్రయోజనాల కోసమే.

Chathura Light 18/21.6

ఒక సమాజపు ఔన్నత్యం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. వీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం దౌర్భాగ్యం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ తింటున్నాయన్న నెపంతో రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ ఆత్మన్యూనతను కప్పి పుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్తకుల దౌర్జన్యం రానురానూ దుర్భరమవుతున్నది.

Chathura Light 24/28.8

పత్తిక స్థాయి పెంచే వ్యాసం అనడం లో సందేహం లేదు. ఎన్నో చక్కని విషయాలను పంచుకొన్నందుకు రచయిత అభినందనీయులు. అంతే గాక: 'Bounded gop problem'ని తెలుగులో ఏమంటే స్వయంబోధకంగా ఉంటుందా నేనూ సంపాదకుడూ తర్జనభర్తనలు పడ్డాం. చివరికి సీమితపాత సమస్య అని అన్వయించుకుని సమాధానపడ్డాం. ఇంతకంటే మంచి మాట ఉంటే చెప్పమని పాఠకులని కోరుతున్నాం.' అని ఒక శాస్త్రీయ దృక్పథం కనబరిచినందుకు కూడా. 'సీమితపాత సమస్య' అన్న పదబంధం అర్థబోధలో కొత్త సమస్యను సృష్టిస్తుంది. మనకు గణితం లో , ఇదివరకే అనుపాతాలు (proportions) ఉన్నాయి . మామూలు వాడుకలో (పాతము అంటే పడిపోవటానికి సంబంధించిన అర్థంలో) జలపాతం, రక్తపాతం అన్న పదబంధాలు ఉన్నాయి. ఈ గణిత సందర్భంలో పాతం పాసగడం లేదు, ఎడం/విరామం అన్న పదాలు మెరుగు అలాగే సీమిత అన్న పదం కూడా ముక్కస్య ముక్క అనువాదమే , భావానుగుణంగా నియమిత అని వ్యవహరించడం మేలు. ఆ ప్రకారం 'The Bounded Gop Problem 'ని' నియమిత విరామ సమస్య 'గా వాడుక చేయవచ్చు.

రూంగ్ ఉవాచః

'ఒక ప్రధాన సంఖ్యకి, దాని తరువాత కనిపించే ప్రధాన సంఖ్యకి మధ్య వచ్చే పాతము పరిబద్ధమైనది లేదా 'సీమితము' (bounded) అని అన్నారు. అంటే, ఎంత దూరం వెళ్లినా ఆ ఖాళీ విలువ ఒక అవధి దాటకుండా పరిమితంగానే ఉంటుంది కాని ఎప్పటికీ అనంతం కాదు. ఇంకా నిర్దిష్టంగా చెప్పాలంటే, ఆ పాతపు విలువ 70,000,000 దాటదు'

అదే పంపిణీ మీద ఈ వాక్యాన్ని తిరగరాస్తే -

'ఒక ప్రధాన సంఖ్యకి, దాని తరువాత కనిపించే ప్రధాన సంఖ్యకి మధ్య వచ్చే విరామం నియమితం ' (bounded) అని అన్నారు. అంటే, ఎంత దూరం వెళ్లినా ఆ ఖాళీ విలువ ఒక అవధి దాటకుండా పరిమితంగానే ఉంటుంది కాని ఎప్పటికీ అనంతం కాదు. ఇంకా నిర్దిష్టంగా చెప్పాలంటే, ఆ విరామం విలువ

70,000,000 చాటడు.

మరి కొన్ని చిల్లర విషయాలు:

1. sexy prime numbers : ఆరు ప్రధాన సంఖ్యలుగా అనువదించుకోవచ్చు. Latin లాటిన్ లో ఆరును sex అంటారు దాని మీద శ్లేష వేసి పుట్టించిన పదం ఇది. పోతే, తెలుగులో ఆరుకు సంఖ్యా పరం కాని అర్థాలున్నాయి : అలరారు, ఇంపారు, ఒప్పారు ఆరుకు శృంగార పరమైన అర్థం కూడా ఉన్నది , కాబట్టి ఆరు ప్రధాన సంఖ్యలు అనడం సులువు ; దీనికి బహువచన రూపం సాధించడం కూడా సులువు : ఆర్లు అంటే సరి. లైంగికాలు అనడం బాగాలేదు (రా. రా అనుపాద సమస్యల్లో దీన్ని గూర్చి పెద్ద చర్చ ఉంది)

2. కబక (palindrome) ప్రధాన సంఖ్యకి ఒక ఉదాహరణ 700666007. ఇది ఎటు నుండి చదివినా ప్రధాన సంఖ్యే!

మన ఐకటకవిని మరచిపోవద్దు ; సరదాగా లకోలకోల ప్రధాన సంఖ్యలు అంటే ఎలా ఉంటుంది ?? జంబీరబీజం , లకోలకోల లాంటి పదాలతో ఒక పద్యం ఉంది తా: తా: గారికి గుర్తుండవచ్చు . లేదా వీటిని ఐకట ప్రధాన సంఖ్యలు అనవచ్చు.

3. ఒక ప్రధాన సంఖ్యలో అంకెలని ఒకటి, ఒకటి మినహాయించుకుంటూ పోతూన్నప్పుడు మిగిలినది ప్రధాన సంఖ్యే అయితే దానిని మినహాయంపు (deletable) ప్రధాన సంఖ్య అంటారు. ఉదా: 1987. ఎడమ పక్క నుండి వరుసగా 1, 9, 8 మినహాయించగా మిగిలిన 987, 87, 7 ప్రధాన సంఖ్యలు. కానీ, 87 (29×3) ప్రధాన సంఖ్య కాదు కదా , కావున 1997 సరైన సంఖ్య

ఆశ్చర్యం గొలిపే విషయం, గతం లో ఈ గణితవేత్త మీద వచ్చిన ఒక అద్భుత వ్యాసంలో ఇదే తప్పు కనిపించింది నాకు:

"A prime from which you can remove numbers and still have a prime is a deletable prime, such as 1987."

ఒక ఇరవై ఏళ్ళ క్రిందట ఈనాడులో సైన్సు కాలం కోసం వారిచ్చిన ఐదేళ్ళ పత్రికనుంచి ఒక వ్యాసం అనువాదం చేసి తప్పులు దద్దరిమి చిత్తు ప్రతి పట్టుకొచ్చాడు ఒక స్నేహితుడు .ఇలకోడి అనే పురుగు శృంగార జీవజానికి ప్రధాన సంఖ్యలతో ముడిపడి ఉంది అన్న విషయాన్ని చర్చిస్తుంది ఆ వ్యాసం:(ఇటీవల న్యూయార్క్ లో ఈ విషయం మీద మంచి వ్యాసం వచ్చింది)

తప్పు మీద తప్పు చేస్తూ పోయిన లక్షన్న గారు గుణకారఫలం అనడం విచిత్రంగా తోచింది: (లబ్ధం అంటే సరిపోదా ?? భాగఫలం అని వినడమే గాని ఈ పదబంధం నేను వినలేదు బహుశ పాదు చదువుకునే రోజుల్లో ఉండి ఉంటుంది.)

"పైని ఉదాహరించిన సంఖ్య 175,828,273 ప్రధాన సంఖ్యలయిన 17,179 X 10,247 గుణకారఫలం." "ఈ విషయాన్ని వెలికితెచ్చి, ప్రాథమికసంఖ్యల ఉపయోగాన్ని ప్రపంచానికి చాటి చెప్పిన వాళ్ళు ముగ్గురు అమెరికన్లు.ఆ ముగ్గురు, MIT లో కంప్యూటర్ సైన్సు విభాగంలో పరిశోధకులయిన Ronald Rivest, Adi Shamir, Leonard Adleman."

లక్షన్న గారు ఈ చర్చలో పై ముగ్గురిని ఉదహరించి గొప్ప మేలు చేశారు, వీరి పేరు మీద ఉన్నదే అందరికీ తెలిసిన RSA అన్న algorithm: "RSA is an algorithm used by modern computers to encrypt and decrypt messages. It is an asymmetric cryptographic algorithm. Asymmetric means that there are two different keys. This is also called public key cryptography, because one of them can be given to everyone. The other key must be kept private."

గొప్ప వ్యాసం రాసిన రచయితకు, ప్రచురించిన సంపాదకులకు, అభిప్రాయాలు ఒసగిన పాఠకులకు ఊహించుకోవలసిన అకోలకోల ప్రధాన సంఖ్య కనిపించు

గావుత అని పలుకుతూ చెప్పుకొంటూ, సందు చూసుకొని నియమితంగా విరమిస్తాను.

స్థూలంగా చూడగానే కనిపించిన పాఠపాటు '1987', నంబర్ టైన్ గురించి రాసినది పాఠపాటి. నంబర్ టైన్ ని ఋణ సంఖ్యల వైపు గూడా పొడిగించాలి. ప్రైం నంబర్లను నిర్వచించిన పేదప 'ఉదాహరణ' అని చెప్తున్నా అనంతం వరకూ పొడిగించటం సబబు కాదు. రచయితా పేర్కొన్న నాల్గవ మూలం లో ఉన్న ఉదాహరణ ను అనుసరించే రచయిత తన ఉదాహరణని కూర్చునిపిస్తుంది అయితే మూలం లో అనంతం వరకూ పొడిగించకపోవటాన్ని చూడవచ్చు. తదుపరి వాక్యం , 'అదే విధంగా 3 చేత, 4 చేత, 5 చేత, ... భాగించబడేవి ఏదీ ప్రధాన సంఖ్యలు కాజాలవు'. కంటిలో నలుసు లాంటిది. పైకి పాఠపాట్లయితే, ఇదే విధంగా 'పనికొచ్చే లక్షణాలు' లేని ఒక గణితశాస్త్ర విభాగం ఉంది. దానిని నుద్ద గణితం (pure mathematics) అంటారు.' అన్నది తొందరపాటు. "పూర్వ మాధమాటిక్స్ ఇజ్ అ బ్రాంచ్ అఫ్ అప్లైడ్ మాధమాటిక్స్" అన్న తన స్నేహితుడు ప్రఖ్యాత అప్లైడ్ మాధమాటిషియన్ జో కెల్లర్ ను ఉట్టంకించి, పీటర్ లాన్స్ , "Which is true if you think a bit about it." అన్నాడు. [నోటిస్ అఫ్ అమెరికన్ మాధమాటికల్ సొసైటీ- ఫిబ్రవరి 2006 పేజీ 225.]

పైన్ చెప్పిన విషయాలకన్నా పెద్ద పాఠపాటుగా నాకనిపిస్తున్నది, "మన కథానాయకుడి పేరు యితాంగ్ జాంగ్ (Yitang Zhang) 1955లో పుట్టాడు. చైనాలో ఉన్నత పాఠశాలలో ఉన్నప్పుడు లెక్కల పరీక్షని కాపీకొట్టి పేసయాను, అని చెప్పుకున్నాడు." అన్న ఉదంతం. కారణం "He did not attend middle school or high school, and instead taught himself mathematics from books that he had collected from a local high school prior to the revolution." అని Institute of Advanced Studies చెబుతున్నది.

ఇది ఇలా ఉండగా రచయిత ప్రస్తావించిన నాల్గవ వ్యాసం ఉపాధ్యక్షత్వంలో ఉన్న, "I don't see what difference it can make now to reveal that I passed high-school math only because I cheated. I could add and subtract and multiply and divide, but I entered the wilderness when words became equations and x's and y's. On test days, I sat next to Bob Isner or Bruce Gelfand or Ted Chapman or Donny Chamberlain—smart boys whose handwriting I could read—and divided my attention between his desk and the teacher's eyes. Having skipped me, the talent for math concentrated extravagantly in one of my nieces, Amie Wilkinson, a professor at the University of Chicago. From Amie I first heard about Yitang Zhang, " ఈ మాటలు ఆ వ్యాస రచయిత తనగురించి చెప్పుకున్నట్లుగా ఉన్నాయి.

వాసుదేవరావుగారి అభిప్రాయంతో నేను ఏకీభవిస్తాను. ఇలాంటి వ్యాసాలలో భాషాంతరీకరణ గురించిన చర్చ అసలు విషయాన్ని దాటి తప్పించినదే అవుతుంది. కానీ యీ భాషాంతరీకరణకి ఒక పద్ధతి అంటూ ఏర్పడేదాకా/ఏర్పరచుకొనే దాకా బహుశా అలాంటి చర్చ తప్పదు! ఇలాంటి పాపులర్ వ్యాసాలు (ఈమాటలో లెక్కల గురించిన వ్యాసాలు పాపులర్ వ్యాసాల లెక్కలోకి వస్తాయని అనుకొంటాను) పాఠకులకి ఎంత సులువుగా అర్థమయితే అంత బాగుంటాయి. దానికి ఇంగ్లీషులోని పడికట్టు పదాలని డు, ము, వు, లు చేర్చి తెలుగులోకి తెచ్చుకోడం ఒక పరిష్కారమయితే అదే తక్షణకర్తవ్యం! బహుశా అలా చేస్తే ఎక్కువ తీర్మానబర్తనలు పడే అవసరం కూడా ఉండదు. అసలు డు, ము, వు, లు చేర్చకుండా (అసలు అన్వయేశాలు తెలుగులోకి వచ్చేప్పుడు హలంతులు ఉకారాంతులుగా మారడం తప్ప వేరే ప్రత్యయాలేమీ రావు) ఉన్నవున్నట్లుగా కూడా వాడుకోవచ్చు - హోల్ నెంబర్లు, ప్రైమ్ నెంబర్లు, పెర్మిట్టెడ్ నెంబర్లు - ఇలా. "least upper bound" వంటి పదబంధాల విషయంలో, తెలుగులో అర్థం మాత్రమే వివరించి ఇంగ్లీషు పదబంధాలని అలాగే ఉంచేయాలి.

ఇవి తెలుగు వాక్యాలలో ఒదిగిపోతాయో, పంటికింద రాళ్ళలా అడ్డు తగులుతాయో అనేది కొన్ని వ్యాసాల తర్వాత పాఠకులే తేలుస్తారు.

-
'ఒక ప్రధాన సంఖ్యకి, దాని తరువాత కనిపించే ప్రధాన సంఖ్యకి మధ్య వచ్చే పాతము పరిబద్ధమైనది లేదా 'సీమితము' (bounded) అని అన్నాడు. అంటే, ఎంత దూరం వెళ్ళినా ఆ ఖాళీ విలువ ఒక అవధి దాటకుండా పరిమితంగానే ఉంటుంది కాని ఎప్పటికీ అనంతం కాదు.

-

దీన్ని కొంచెం వివరించాల్సిన అవసరం ఉందని నాకనిపించింది.

లెక్కలలో "bounded", "having limit" అనే రెండు పదాలు సమానార్థకాలు కావని తెలియకపోతే, ఇక్కడ చెపుతున్న విషయాన్ని తప్పుగా అర్థం చేసుకొనే అవకాశం ఉంది.

"ఎంత పెద్ద ప్రైమ్ నెంబర్ల జంటను తీసుకొన్నా, వాటి మధ్య దూరం ఒక అవధిని దాటదు" అంటే $\lim_{n \rightarrow \infty} \{ p(n+1) - p(n) \} < N$ అని అర్థం వస్తుంది. ఇది తప్పు. ప్రైమ్ జంటల మధ్య దూరం అనంతంగా పెరుగుతునే పోతుంది! అంచేత జాంగ్ నిరూపించింది అది కాదు.

ఒక కచ్చితమైన దూరాన్ని (అవధి) తీసుకొంటే, సంఖ్యలను ఎంత పెంచుకొంటూ పోయినా, తమ మధ్య దూరం ఆ అవధిని మించకుండా ఉండే ప్రైమ్ జంటలు దొరుకుతాయా లేదా అన్నది ఇక్కడి ప్రశ్న. దొరుకుతాయి అన్నది జాంగ్ నిరూపించారు. అది 70,000,000 కన్నా తక్కువని కూడా నిరూపితమైంది. ఆ తర్వాత A 16 కన్నా తక్కువ అని కూడా నిరూపించారు! అంటే ఎంత పెద్ద సంఖ్య తీసుకొన్నా, ఆ సంఖ్య కన్నా పైన - "16 కన్నా తక్కువ దూరం ఉన్న" ప్రైమ్ జంటలు మనకి దొరుకుతాయి. బహుశా ఈ విషయం వ్యాసంలో స్పష్టంగానే ఉండి ఉండవచ్చు, అయినా నా అవగాహనకోసం మళ్ళీ ఇక్కడ నా మాటల్లో చెప్పానంతే!

దేశ భాషలందు తెలుగు లెస్స Appaji Ambarisha

ల ల ఇ ఈ ఉ ఊ య యా

౧ ౨ ఎ ఏ ఐ ఒ ఓ ఔ అం

అః క ఖ గ ఘ ఙ చ ఛ జ

ఝ ఞ ట ఠ డ ఢ ణ త థ

ద న ప ఫ బ భ మ య ర

ల ల ళ ల వ న వ న హ క్ష

1234567890

ఒక సమాజపు ఔన్నత్యం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. వీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం దొర్బాగ్గం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ తింటున్నాయన్న నెపంతో రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ ఆత్మన్యూనతను కప్పి పుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్షకుల దొర్జన్యం రానురానూ దుర్బరమవుతున్నది. వీరికి మాత్రమే సమాజపు మంచి చెడూ తెలుసు, వీరు ఒప్పుకున్నవే ఐలువలు, కేవలం వీరే నైతిక ధర్మాధికారులు, వీరిని వీరే ఎన్నుకుంటారు. సృజనకూ అభిప్రాయ వ్యక్తికరణకూ స్వేచ్ఛ ఇవ్వని సమాజమూ ఐమర్లను తీసుకోలేని సంస్కృతి పతనానికే దారి తీస్తాయని వీరు గ్రహించరు. ఈ రకమైన ప్రవర్తనలో వీరు ఎవరిని ఆదర్శంగా తీసుకుంటున్నారో స్పష్టంగానే కనిపిస్తుంది. మనవారు రాయని శాస్త్రం లేదని, ప్రవచించని సత్యం లేదని, కనిపెట్టని విజ్ఞానం లేదని, మనల్ని మనం మభ్యపెట్టుకుంటూ అబద్ధాల చరిత్రలు రాసుకున్నంత మాత్రాన మన సమాజం, సంస్కృతి ఉన్నతమైనవి అయిపోవని, మన ఔన్నత్యం కేవలం మన ప్రజాస్వామ్యపు ఐలువలని కాపాడుకోవడం లోనే ఉందని వీరు గ్రహించరు. సంస్కృతిసాంప్రదాయాల పరిరక్షణ ముసుగులో వీరు చేస్తున్న అపూయిత్యాలు కేవలం వీరి స్వార్థ రాజకీయ ప్రయోజనాల కోసమే. ఈ రకమైన నిర్బంధాలు మానవ చరిత్రలో కొత్త కాదు. కాలం నిదానంగా అయినా సరే, నిష్పక్షపాతంగానే నిజాన్ని వెలికితీస్తుంది. చరిత్రలో ఇంతకు ముందు ఇదేవిధంగా ఎందరో ఉగ్రవాదులను పంపిన దానినే వీరిని పంపుతుంది. రక్షణ కోసం

ಸ್ಯಾತ್ಮಂತ್ರ್ಯಾಸ್ಕಿ ತ್ಯಾಗಂ ಚೆಸಿನ್ ಮನಷಿ ಆ ರೆಂಬಿಕೆ ಅರ್ಹುಡು ಕಾಡಸ ಬೆಂಜಮಿನ್ ಫ್ರಾಂಕ್ಲಿನ್ ಅನ್ಕುಟ್ಟು,
ತಾಲಾಂಬಿ ಪ್ರತಿಕೂಲತ್ ಎದುರೈನ್ಪ್ಪುಡಲ್ಲಾ ಎವರಿಕೆ ತಲ ಒಗ್ಗುಂಡಾ ಮನ್ ಸ್ವೆಚ್ಚುನ್ ಸರ್ದಯಂಗಾ
ಪ್ರಕಟಿಂಚುಕುಂಬಾ ಪುಂಡಡಮೆ ಮನಂ ಚೆಯಗಲಗಂದಿ ಚೆಯಾಳ್ಪಂದಿ.

[illegible]

Chathura Thin 9/10.8

ఒక సమాజపు హక్కునకు, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. బీదరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకు తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చువలసి రావడం దొర్తాగ్నం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ తింటున్నాయన్న సెంసే రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ అత్యున్నానంతను కప్పి వుప్పుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్తకుల దొర్తనకు రానురాను దుర్బరమవుతున్నది. బీదరి మాత్రమే సమాజపు మంచి చెడు తెలుసు. బీద రిప్పుకున్నవే నిలువలు, కేవలం బీద నితకరదృఢకారులు, బీదరి బీద ఎప్పుంటుంది. స్త్రీలనకూ అబిప్రామే వ్యక్తికరగాకా స్వేచ్ఛ ఇవ్వని సమాజమూ విమర్శను తీసుకోవలసి సంస్కృతి పక్షనానికే దాద తీస్తాయని బీద ర్త్రహించు. ఈ రకమైన ప్రవర్తనలో బీద ఎవరినా ఆదర్శంగా తీసుకుంటున్నారో స్పష్టంగానే కనిపిస్తుంది. మనవారు రాయని శాస్త్రం లేదని, ప్రపంచవని సత్వం లేదని, కనిపిస్తుని విజ్ఞానం లేదని, మనల్ని, మనం మేల్పెట్టుకుంటుంటా అబద్ధాలు చరిత్రలు రాసుకున్నంత మాత్రాన మన సమాజం, సంస్కృతి (Society & Culture) ఉన్నతమని అయిపోవలసి, మన హక్కునకు కేవలం మన ప్రజాస్వామ్యపు నిలువలని కాపాడుకోవడం లోనే ఉందని బీద ర్త్రహించు. సంస్కృతినింప్రదాయాల పరిరక్షణ ముసుగులో బీద చేస్తున్న అమాయకత్వం కేవలం బీద స్వార్థ రాజకీయ ప్రయోజనాల కోసమే. ఈ రకమైన నిర్బంధాలు మానవ చరిత్రలో కొత్త కాదు. ఇలాం నిదానంగా అయినా సరే, నిర్బంధపాతంగానే నిజాన్ని వెలికితీస్తుంది. చరిత్రలో ఉండకు ముందు ఉదేహిదంగా ఎందరో ఉన్నవారులను పంపిన దానినే బీదరి పంపుతుంది. రక్షణ కోసం స్వాతంత్ర్యం, త్యాగం చేసిన మనిషి ఆ రెండో అర్థం కాదని విరజిల్లి ప్రాంగ్లెస్ అన్నట్లు. ఇలాంటి ప్రతకాలత ఎదురైనప్పుడు అవలె తల ఒడ్డుకుంటా మన స్వేచ్ఛను నిర్బంధంగా ప్రకటించుకుంటా వుండడమే మనం చేయగలగానని.

Chathura Thin 12/14.4

ఒక సమాజపు ఔన్నత్యం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. వీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం దొర్బాగ్గం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ తింటున్నాయన్న నెపంతో రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ ఆత్మన్యూనతను కప్పి వుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్షకుల దొర్బాగ్గం రానురాను దుర్భరమవుతున్నది. వీరికి మాత్రమే సమాజపు మంచి చెడు తెలుసు, వీరిని వీరే ఎన్నుకుంటారు. సృజనకూ అభిప్రాయ వ్యక్తికరణకూ స్వేచ్ఛ ఇవ్వని సమాజమూ ఐమర్లను తీసుకోలేని సంస్కృతి పతనానికి దారి తీస్తోయిన వీరు గ్రహించరు. ఈ రకమైన ప్రవర్తనలో వీరు ఎవరిని ఆదర్శంగా తీసుకుంటున్నారో స్పష్టంగానే కనిపిస్తుంది. మనవారు రాయని శాస్త్రం లేదని, ప్రవచించని సత్యం లేదని, కనిపెట్టని విజ్ఞానం లేదని, మనల్ని మనం మభ్యపెట్టుకుంటూ అబద్ధాలు చరిత్రలు రాసుకున్నంత మాత్రాన మన సమాజం, సంస్కృతి (Society & Culture) ఉన్నతమైనవి అయిపోవని, మన ఔన్నత్యం కేవలం మన ప్రజాస్వామ్యపు విలువలని కాపాడుకోవడం లోనే ఉందనీ వీరు గ్రహించరు.

Chathura Thin 16/19.2

ఒక సమాజపు ఔన్నత్యం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. వీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. ఇప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం దొర్లాగ్స్. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ తింటున్నాయన్న నెపంతో రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ ఆత్మన్యూనతను కప్పి వుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్షకుల దొర్లాగ్స్ రానురానూ దుర్భరమవుతున్నది. వీరికి మాత్రమే సమాజపు మంచి చెడు తెలుసు, వీరు ఒప్పుకున్నవే ఐలువలు, కేవలం వీరే నైతికధర్మానికారులు, వీరిని వీరే ఎన్నుకుంటారు. సృజనకూ అభిప్రాయ వ్యక్తికరణకూ స్వేచ్ఛ ఇవ్వని సమాజమూ ఐమర్లను తీసుకోలేని సంస్కృతి పక్షనానకే దారి తీస్తాయని వీరు గ్రహించరు. ఈ రకమైన ప్రవర్తనలో వీరు ఎవరిని ఆదర్శంగా తీసుకుంటున్నారో స్పష్టంగానే కనిపిస్తుంది. మనవారు రాయని శాస్త్రం లేదని, ప్రవచించని సత్యం లేదని, కనిపెట్టని విజ్ఞానం లేదని, మనల్ని మనం మభ్యపెట్టుకుంటూ అబద్ధాల చరిత్రలు రాసుకున్నంత మాత్రాన మన సమాజం, సంస్కృతి (Society & Culture) ఉన్నతమైనవి అయిపోవని, మన ఔన్నత్యం కేవలం మన ప్రజాస్వామ్యపు ఐలువలని కాపాడుకోవడం లోనే ఉందని వీరు గ్రహించరు. సంస్కృతిసాంప్రదాయాల పరిరక్షణ ముసుగులో వీరు చేస్తున్న అపరాధాలు కేవలం వీరి స్వార్థ రాజకీయ ప్రయోజనాల కోసమే.

Chathura Thin 18/21.6

ఒక సమాజపు ఔన్నత్యం, ఆ సమాజం తన స్త్రీలు, పిల్లలు, వృద్ధులతో ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అన్న అంశంపై ఆధారపడి వుంటుందని వాడుక. వీరితో మనం ప్రస్తుతం ఎలా ప్రవర్తిస్తున్నామో మనకూ తెలుసు. కాప్పుడు ఈ జాబితాలో మనదేశపు రచయితలనూ కళాకారులనూ చేర్చవలసి రావడం దౌర్భాగ్యం. సంస్కృతి పేరుతో స్త్రీల పైన, మనోభావాలు దెబ్బ తింటున్నాయన్న నెపంతో రచయితలు, కళాకారుల పైన, తమ ఆత్మీయత్వంతో కప్పి వుచ్చుకునేందుకు ఈ సంస్కృతిరక్షకుల దౌర్జన్యం రానురానూ దుర్బరమవుతున్నది.

Chathura Thin 24/28.8

ఏతిక స్థాయి పెంచే వ్యాసం అనడం లో సందేహం లేదు. ఎన్నో చక్కని విషయాలను పంచుకొన్నందుకు రచయిత అభినందనీయులు. అంతే గాక: 'Bounded gop problemని తెలుగులో ఏమంటే స్వయంబోధకంగా ఉంటుందా నేనూ సంపాదకుడూ తీర్చినట్లైతేనే పడ్డాయి. చివరికి సీమితపాత సమస్య అని అన్వయించుకుని సమాధానపడ్డాయి. ఇంతకంటే మంచి మాట ఉంటే చెప్పమని పాఠకులని కోరుతున్నాం.' అని ఒక శాస్త్రీయ దృక్పథం కనబరిచినందుకు కూడా. 'సీమితపాత సమస్య' అన్న పదబంధం అర్థబోధలో కొత్త సమస్యను సృష్టిస్తుంది. మనకు గణితం లో , అదివరకే అనుపాతాలు (proportions) ఉన్నాయి . మామూలు వాడుకలో (పాతము అంటే పడిపోవటానికి సంబంధించిన అర్థంలో) జలపాతం, రక్తపాతం అన్న పదబంధాలు ఉన్నాయి. ఈ గణిత సందర్భంలో పాతం పాసుగడం లేదు, ఎడం/ఐరామం అన్న పదాలు మెరుగు అలాగే సీమిత అన్న పదం కూడా ముక్కస్య ముక్క అనువాదమే , భావానుగుణంగా నియమిత అని వ్యవహరించడం మేలు. ఆ ప్రకారం 'The Bounded Gop Problem 'ని' నియమిత ఐరామ సమస్య 'గా వాడుక చేయవచ్చు.

రూంగ్ ఉపాదేశ

'ఒక ప్రధాన సంఖ్యకి, దాని తరువాత కనిపించే ప్రధాన సంఖ్యకి మధ్య వచ్చే పాతము పరిబద్ధమైనది లేదా 'సీమితము' (bounded) అని అన్నారు. అంటే, ఎంత దూరం వెళ్లినా ఆ ఖాళీ ఐలువ ఒక అవధి దాటకుండా పరిమితంగానే ఉంటుంది కాని ఎప్పటికీ అనంతం కాదు. ఇంకా నిర్దిష్టంగా చెప్పాలంటే, ఆ పాతపు ఐలువ 70,000,000 దాటదు'

అదే పంపిణీ మీద ఈ వాక్యాన్ని ఆరగరాస్తే -

'ఒక ప్రధాన సంఖ్యకి, దాని తరువాత కనిపించే ప్రధాన సంఖ్యకి మధ్య వచ్చే ఐరామం నియమితం ' (bounded) అని అన్నారు. అంటే, ఎంత దూరం వెళ్లినా ఆ ఖాళీ ఐలువ ఒక అవధి దాటకుండా పరిమితంగానే ఉంటుంది కాని ఎప్పటికీ అనంతం కాదు. ఇంకా నిర్దిష్టంగా చెప్పాలంటే, ఆ ఐరామం ఐలువ 70,000,000 దాటదు.

మరి కొన్ని బిల్లర విషయాలు:

1. sexy prime numbers : ఆరు ప్రధాన సంఖ్యలుగా అనువదించుకోవచ్చు. Lotin లాటిన్ లో ఆరును sex అంటారు దాని మీద శ్లేష వేసి పుట్టించిన పదం ఇది. పోతే, తెలుగులో ఆరుకు సంఖ్యా పరం కాని అర్థాలున్నాయి : అలరారు, ఇంపారు, ఒప్పారు ఆరుకు శృంగార పరమైన అర్థం కూడా ఉన్నది , కాబట్టి ఆరు ప్రధాన సంఖ్యలు అనడం సులువు ; దీనికి బహువచన రూపం సాధించడం కూడా సులువు : ఆర్లు అంటే సరి. లైంగికాలు అనడం బాగాలేదు (రా. రా అనువాద సమస్యల్లో దీన్ని గూర్చి పెద్ద చర్చ ఉంది)

2. కబక (palindrome) ప్రధాన సంఖ్యకి ఒక ఉదాహరణ 700666007. ఇది ఎటు నుండి చదివినా ప్రధాన సంఖ్యే!

మన ఐకటకవిని మరచిపోవద్దు ; సరదాగా లకోలకోల ప్రధాన సంఖ్యలు అంటే ఎలా ఉంటుంది ?? జంబీరజంబి , లకోలకోల లాంటి పదాలతో ఒక పద్యం ఉంది తో తో గానికి గుర్తుండవచ్చు . లేదా వీటిని ఐకట ప్రధాన సంఖ్యలు అనవచ్చు.

3. ఒక ప్రధాన సంఖ్యలో అంకెలని ఒకటి, ఒకటి మినహాయించుకుంటూ పోతూన్నప్పుడు మిగిలినది ప్రధాన సంఖ్యే అయితే దానిని మినహాయించు (deletable) ప్రధాన సంఖ్య అంటారు. ఉదా: 1987. ఎడమ పక్క నుండి వరుసగా 1, 9, 8 మినహాయించగా మిగిలిన 987, 87, 7 ప్రధాన సంఖ్యలు. కానీ, 87 (29×3) ప్రధాన సంఖ్య కాదు కదా , కావున 1997 సరైన సంఖ్య

ఆశ్చర్యం గొలిపే విషయం, గతం లో ఈ గణితవేత్త మీద వచ్చిన ఒక అద్భుత వ్యాసంలో ఇదే తప్పు కనిపించింది నాకు:

"A prime from which you can remove numbers and still have a prime is a deletable prime, such as 1987."

ఒక ఇరవై ఏళ్ళ క్రిందట ఈనాడులో సైన్స్ కాలం కోసం వారిచ్చిన ఐదేళ్ళ ఏతకనుంచి ఒక వ్యాసం అనువాదం చేసి తప్పులు దద్దమని చిత్తు ప్రతి పట్టుకొచ్చాడు ఒక స్వహితుడు. ఇలకోడి అనే పురుగు శృంగార జీవితానికి ప్రధాన సంఖ్యలతో ముడిపడి ఉంది అన్న విషయాన్ని చర్చిస్తుంది ఆ వ్యాసం: (ఇటీవల న్యూయార్కు లో ఈ విషయం మీద మంచి వ్యాసం వచ్చింది)

తప్పు మీద తప్పు చేస్తూ పోయిన లక్షన్న గారు గుణకారపలం అనడం విచిత్రంగా తోచింది: (లబ్ధం అంటే సరిపోదా ?? భాగపలం అని వినడమే గాని ఈ పదబంధం నేను వినలేదు బహుశ వారు చదువుకునే రోజుల్లో ఉండి ఉంటుంది.)

“పైన ఉదాహరించిన సంఖ్య 175,828,273 ప్రధాన సంఖ్యలయిన 17,179 X 10,247 గుణకారపలం.” “ఈ విషయాన్ని వెలికితెచ్చి, ప్రాథమికసంఖ్యల ఉపయోగాన్ని ప్రపంచానికి చాటి చెప్పిన వాళ్ళు ముగ్గురు అమెరికన్లు. ఆ ముగ్గురు, MIT లో కంప్యూటర్ సైన్స్ విభాగంలో పరిశోధకులయిన Ronold Rivest, Adi Shamir, Leonard Adleman.”

లక్షన్న గారు ఈ చర్చలో పై ముగ్గురిని ఉదాహరించి గొప్ప మేలు చేశారు, వీరి పేరు మీద ఉన్నదే అందరికీ తెలిసిన RSA అన్న algorithm: “RSA is an algorithm used by modern computers to encrypt and decrypt messages. It is an asymmetric cryptographic algorithm. Asymmetric means that there are two different keys. This is also called public key cryptography, because one of them can be given to everyone. The other key must be kept private.”

గొప్ప వ్యాసం రాసిన రచయితకు, ప్రచురించిన సంపాదకులకు, అభిప్రాయాలు ఒసగిన పాఠకులకు జమంగిలమంత లకోలకోల ప్రధాన సంఖ్య కనిపించు గావుత అని పలుప్రతి చెప్పుకొంటూ, సందు చూసుకొని నియమితంగా విరమిస్తాను.

స్థూలంగా చూడగానే కనిపించిన పాఠపాఠ ‘1987’ నంబర్ టైన్ గురించి రాసినది పాఠపాఠ. నంబర్ టైన్ ని ఋణ సంఖ్యల వైపు గూడా పొడిగించావి. ప్రైం నంబర్లను నిర్వచించిన పేదప ‘ఉదాహరణ’ అని చెప్పతూ అనంతం వరకూ పొడిగించటం సబబు కాదు. రచయితా పేర్కొన్న నాల్గవ మూలం లో ఉన్న ఉదాహరణ ను అనుసరించే రచయిత తన ఉదాహరణని కూర్చునిపిస్తుంది అయితే మూలం లో అనంతం వరకూ పొడిగించకపోవటాన్ని చూడవచ్చు. తదుపరి వాక్యం , అదే విధంగా 3 చేత, 4 చేత, 5 చేత, ... భాగించబడేవి ఏవీ ప్రధాన సంఖ్యలు కాజాలవు’. కంటిలో నలుసు లాంటిది. పైవి పాఠపాఠయితే, ఇదే విధంగా ‘పనికొచ్చే లక్షణాలు’ లేని ఒక గణితశాస్త్ర విభాగం ఉంది. దానిని శుద్ధ గణితం (pure mathematics) అంటారు. అన్నది తొందరపాటు. “ప్రూడ్ మాథమాటిక్స్ ఇజ్ అ బ్రాంచ్ అఫ్ అప్లైడ్ మాథమాటిక్స్” అన్న తన స్వహితుడు ప్రఖ్యాత అప్లైడ్ మాథమాటిషియన్ జో కెల్లర్ ను ఉద్బంకించి, పీటర్ లాక్స్ , “Which is true if you think a bit about it.” అన్నాడు. [నోటిసీస్ అఫ్ అమెరికన్ మాథమాటికల్ సొసైటీ- ఫిబ్రవరి 2006 పేజీ 225.]

పైన చెప్పిన విషయాలకన్నాపెద్ద పాఠపాఠగా నాకనిపిస్తున్నది, “మీ కథానాయకుడి పేరు యితంగ్ జాంగ్ (Yitong Zhong) 1955లో పుట్టాడు. చైనాలో ఉన్నత పాఠశాలలో ఉన్నప్పుడు లెక్కల పరీక్షని కాపీకొట్టి పేసయ్యాను, అని చెప్పుకున్నాడు.” అన్న ఉదంతం. కారణం “He did not attend middle school or high school, and instead taught himself mathematics from books that he had collected from a local high school prior to the revolution.” అని Institute of Advanced Studies చెబుతున్నది.

ఇది ఇలా ఉండగా రచయిత ప్రస్తావించిన నాల్గవ వ్యాసం ఉపాధ్యక్షంలో ఉన్న “I don’t see what difference it can make now to reveal that I passed high-school math only because I cheated. I could add and subtract and multiply and divide, but I entered the wilderness

when words became equations and x's and y's. On test days, I sat next to Bob Isner or Bruce Gelfand or Ted Chapman or Donny Chamberlain—smart boys whose handwriting I could read—and divided my attention between his desk and the teacher's eyes. Having skipped me, the talent for math concentrated extravagantly in one of my nieces, Amie Wilkinson, a professor at the University of Chicago. From Amie I first heard about Yitang Zhang, " ఈ మాటలు ఆ వ్యాస రచయిత తనగురించి చెప్పుకున్నట్లుగా ఉన్నాయి.

వాసుదేవరావుగారి అభిప్రాయంతో నేను ఏకీభవిస్తాను. అలాంటి వ్యాసాలలో భాషాంతరీకరణ గురించిన చర్చ అసలు విషయాన్ని దాటి తప్పించినదే అవుతుంది. కానీ యీ భాషాంతరీకరణకి ఒక పద్ధతి అంటూ ఏర్పడేదాకా/ఏర్పరచుకొనే దాకా బహుశా అలాంటి చర్చ తప్పదు!

అలాంటి పాపులర్ వ్యాసాలు (ఈమాటలో లెక్కల గురించిన వ్యాసాలు పాపులర్ వ్యాసాల లెక్కలోకి వస్తాయని అనుకొంటాను) పాఠకులకి ఎంత సులువుగా అర్థమయితే అంత బాగుంటాయి. దానికి ఇంగ్లీషులోని పడికట్టు పదాలని డు,ము,వు,లు చేర్చి తెలుగులోకి తెచ్చుకోవడం ఒక పరిష్కారమయితే అదే తక్షణకర్తవ్యం! బహుశా అలా చేస్తే ఎక్కువ తర్జునభర్తనలు పడే అవసరం కూడా ఉండదు. అసలు డు,ము,వు,లు చేర్చకుండా (అసలు అన్యదేశ్యాలు తెలుగులోకి వచ్చేప్పుడు హలండాలు ఉకారాండాలుగా మారడం తప్ప వేరే ప్రత్యయాలేమీ రావు) ఉన్నవున్నట్లుగా కూడా వాడుకోవచ్చు - హోల్ నెంబర్లు, ప్రైమ్ నెంబర్లు, పెర్మిట్ నెంబర్లు - అలా. "least upper bound" వంటి పదబంధాల విషయంలో, తెలుగులో అర్థం మాత్రమే వివరించి ఇంగ్లీషు పదబంధాలని అలాగే ఉంచేయాలి.

ఇవి తెలుగు వాక్యాలలో ఒదిగిపోతాయో, వంటికింద రాళ్ళలా అడ్డు తగులుతాయో అనేది కొన్ని వ్యాసాల తర్వాత పాఠకులే తేలుస్తారు.

—

'ఒక ప్రధాన సంఖ్యకి, దాని తరువాత కనిపించే ప్రధాన సంఖ్యకి మధ్య వచ్చే పాతము పరిబద్ధమైనది లేదా 'సీమితము' (bounded) అని అన్నారు. అంటే, ఎంత దూరం వెళ్లినా ఆ ఖాళీ విలువ ఒక అవధి దాటకుండా పరిమితంగానే ఉంటుంది కాని ఎప్పటికీ అనంతం కాదు.

—

దీన్ని కొంచెం వివరించాల్సిన అవసరం ఉందని నాకనిపించింది.

లెక్కలలో "bounded", "having limit" అనే రెండు పదాలు సమానార్థకాలు కావని తెలియకపోతే, ఇక్కడ చెబుతున్న విషయాన్ని తప్పుగా అర్థం చేసుకొనే అవకాశం ఉంది.

"ఎంత పెద్ద ప్రైమ్ నెంబర్ల జంటను తీసుకొన్నా వాటి మధ్య దూరం ఒక అవధిని దాటదు" అంటే $\lim_{n \rightarrow \infty} (p(n+1) - p(n)) < N$ అని అర్థం వస్తుంది. ఇది తప్పు. ప్రైమ్ జంటల మధ్య దూరం అనంతంగా పెరుగుతునే పోతుంది! అంచేత జాంగ్ నిరూపించింది అది కాదు.

ఒక కచ్చితమైన దూరాన్ని (అవధి) తీసుకొంటే, సంఖ్యలను ఎంత పెంచుకొంటూ పోయినా, తమ మధ్య దూరం ఆ అవధిని మించకుండా ఉండే ప్రైమ్ జంటలు దొరుకుతాయో లేదా అన్నది ఇక్కడి ప్రశ్న. దొరుకుతాయి అన్నది జాంగ్ నిరూపించారు. అది 70,000,000 కన్నా తక్కువని కూడా నిరూపితమైంది. ఆ తర్వాత A 16 కన్నా తక్కువ అని కూడా నిరూపించారు! అంటే ఎంత పెద్ద సంఖ్య తీసుకొన్నా ఆ సంఖ్య కన్నా పైన్ - "16 కన్నా తక్కువ దూరం ఉన్న" ప్రైమ్ జంటలు మనకి దొరుకుతాయి. బహుశా ఈ విషయం వ్యాసంలో స్పష్టంగానే ఉండి ఉండవచ్చు, అయినా నా అవగాహనకోసం మళ్ళీ ఇక్కడ నా మాటల్లో చెప్పానంతే!