

**TRẠI HÈ HÙNG VƯƠNG**  
**LẦN THỨ XIX-PHÚ THỌ-2025**



**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**KỲ THI OLYMPIC TRẠI HÈ HÙNG VƯƠNG**

**MÔN: TIN HỌC - LỚP 11**

**Thời gian làm bài: 180 phút** (không kể thời gian giao đề)

**Ngày thi: 06 tháng 8 năm 2025**

**Đề thi gồm 03 trang.**

## TỔNG QUAN ĐỀ THI

Tên bài	Tên file mã nguồn	Tên file input	Tên file output	Điểm
Bảng số	TABLE.*	TABLE.INP	TABLE.OUT	100
Đếm đoạn con	COUNT.*	COUNT.INP	COUNT.OUT	100
Tô màu đồ thị	COLOR.*	COLOR.INP	COLOR.OUT	100

**Chú ý:** Thí sinh tạo thư mục với tên thư mục là số báo danh của mình, sau đó copy 3 file mã nguồn chương trình của mình vào thư mục đó để nộp cho Giám thị coi thi. Dấu \* thay thế cho **cpp**, **pas**, **py** tương ứng thí sinh sử dụng ngôn ngữ lập trình **C++**, **PASCAL** hoặc **PYTHON**.

### Câu 1: Bảng số

Cho một bảng hình chữ nhật  $a$  gồm  $m$  hàng và  $n$  cột. Các hàng được đánh số từ 1 đến  $m$  từ trên xuống dưới, các cột được đánh số từ 1 đến  $n$  từ trái sang phải. Ô giao nhau giữa hàng  $i$  với cột  $j$  gọi là ô  $(i, j)$  có ghi một giá trị nguyên dương  $a_{ij}$ .

**Yêu cầu:** Hãy tìm một hình chữ nhật con của bảng  $a$  thỏa mãn các điều kiện sau:

- Các số ghi trong hình chữ nhật được chọn phải hoàn toàn phân biệt (không có số nào xuất hiện nhiều hơn một lần);
- Hình chữ nhật con được chọn phải có diện tích (số hàng  $\times$  số cột) lớn nhất có thể.

**Dữ liệu vào:** Từ tệp văn bản **TABLE.INP** có cấu trúc như sau:

- Dòng 1 chứa hai số nguyên dương  $m, n$  ( $m, n \leq 400$ );
- Dòng thứ  $i$  trong  $m$  dòng tiếp theo chứa  $n$  số nguyên dương  $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$ .

Các số đều có giá trị không vượt quá  $10^6$ .

**Dữ liệu ra:** Ghi ra tệp văn bản **TABLE.OUT** một số nguyên duy nhất là diện tích hình chữ nhật con được chọn.

**Ví dụ:**

<b>TABLE.INP</b>	<b>TABLE.OUT</b>	<b>Giải thích</b>											
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>2</td><td>6</td><td>1</td></tr> </table>	3	3	1	3	1	4	5	6	2	6	1	6	Hình chữ nhật gồm các số được tô đậm trong input. Hình chữ nhật có góc trái trên là ô (1,1) và góc phải dưới là ô (3,2).
3	3												
1	3	1											
4	5	6											
2	6	1											

**Ràng buộc:**

- Subtask 1 (30% số điểm):  $m, n \leq 20$ ;  $a_{ij} \leq 10^4$ ;
- Subtask 2 (30% số điểm):  $20 < m, n \leq 100$ ;  $a_{ij} \leq 10^4$ ;
- Subtask 3 (40% số điểm):  $100 < m, n \leq 400$ .

## Câu 2: Đếm đoạn con

Cho dãy gồm  $n$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq n; i = 1, 2, \dots, n$ ). Một **đoạn con tốt** gồm các phần tử liên tiếp của dãy sao cho:

- Ít nhất 1 số xuất hiện đúng một lần;
- Ít nhất 1 số xuất hiện đúng hai lần;
- ...
- Ít nhất 1 số xuất hiện đúng  $k$  lần.

Hai đoạn con được gọi là khác nhau nếu tồn tại chỉ số đầu hoặc cuối của đoạn khác nhau.

Hãy đếm số đoạn con tốt của dãy đã cho.

**Dữ liệu vào:** Từ tệp văn bản **COUNT.INP** có cấu trúc như sau:

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương  $n, k$  ( $n \leq 10^5; k \leq 4$ );
- Dòng thứ hai gồm  $n$  số nguyên dương  $a_i$  ( $1 \leq a_i \leq n$ ) là giá trị của các phần tử của dãy  $a$ .

**Dữ liệu ra:** Ghi ra tệp văn bản **COUNT.OUT** một số nguyên là số lượng đoạn con tốt thỏa mãn yêu cầu của đề bài.

**Ví dụ:**

COUNT.INP	COUNT.OUT	Giải thích
3 1 1 2 1	6	Có 6 đoạn con tốt thỏa mãn là: [1]; [2]; [1]; [1,2]; [2,1]; [1,2,1].
6 3 6 5 6 4 5 5	1	Chỉ có 1 đoạn con tốt duy nhất gồm toàn bộ các số là: [6,5,6,4,5,5]
6 2 5 4 5 2 6 5	5	Có 5 đoạn con tốt là: [5,4,5]; [5,4,5,2]; [5,4,5,2,6]; [4,5,2,6,5]; [5,2,6,5]

**Ràng buộc:**

- Subtask 1 (30% số điểm):  $n \leq 1000$ ;
- Subtask 2 (20% số điểm):  $1 \leq a_i \leq k, \forall i = 1, 2, \dots, n$ ;
- Subtask 3 (30% số điểm):  $k = 1$ ;
- Subtask 4 (20% số điểm): Không có ràng buộc gì thêm.

## Câu 3: Tô màu đồ thị

Cho một đồ thị dạng cây có  $n$  đỉnh,  $n - 1$  cạnh, các đỉnh được đánh số từ 1 đến  $n$ , mỗi đỉnh đều đã được tô màu đen hoặc trắng.

Một đường đi  $P$  gọi là tốt nếu ta thu được cây chỉ gồm đỉnh trắng sau khi áp dụng quy trình tô màu dưới đây trên đồ thị ban đầu:

- Đi dọc theo  $P$ , mỗi lần đi qua một đỉnh  $u$  thì màu của  $u$  sẽ bị thay đổi (đen thành trắng, trắng thành đen).

Hãy xác định số đỉnh ít nhất có thể của một đường đi tốt. Chú ý một đỉnh có thể đi lại nhiều lần và ban đầu luôn có ít nhất một đỉnh màu đen.

**Dữ liệu vào:** Từ tệp văn bản **COLOR.INP** có cấu trúc như sau:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên  $n$  ( $2 \leq n \leq 5 \cdot 10^5$ ) là số đỉnh của đồ thị;
- Dòng thứ hai chứa một xâu gồm  $n$  ký tự '0' hoặc '1'. Nếu ký tự thứ  $i$  bằng '0', thì ban đầu đỉnh  $i$  có màu đen, nếu bằng '1' thì nó màu trắng;
- Dòng thứ  $i$  trong  $n - 1$  dòng tiếp theo chứa hai số nguyên  $u_i$  và  $v_i$  ( $1 \leq u_i, v_i \leq n$ ) mô tả cạnh nối hai đỉnh  $u_i, v_i$ .

**Dữ liệu ra:** Ghi ra tệp **COLOR.OUT** một số nguyên là số đỉnh tối thiểu của một đường đi tốt.

**Ví dụ:**

COLOR.INP	COLOR.OUT	MÌNH HỌA
3 010 1 2 2 3	4	
5 01100 1 2 1 5 2 3 2 4	5	

**Giải thích ví dụ:** Trong ví dụ đầu tiên, một trong những đường đi tối ưu là:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2$ . Quá trình tô diễn ra như sau: xuất phát từ đỉnh 1, đổi màu đỉnh 1 từ đen thành trắng. Đến đỉnh 2, đổi màu từ trắng thành đen. Đến đỉnh 3 đổi màu đen thành trắng. Quay lại đỉnh 2, đổi màu đen thành trắng. Như vậy ta thu được cây chỉ gồm các đỉnh trắng.

Trong ví dụ thứ hai, một trong những đường đi tối ưu là:  $5 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 2$ .

**Ràng buộc:**

- Subtask 1 (27% số điểm):  $2 \leq n \leq 100$ ;
- Subtask 2 (20% số điểm): Mỗi đỉnh có bậc không quá 2;
- Subtask 3 (28% số điểm): Tất cả đỉnh đều tô màu đen từ đầu;
- Subtask 4 (25% số điểm): Không có ràng buộc thêm.

-----HẾT-----

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu, Giám thị không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....