Problemas Tema 5: Aplicaciones lineales

EP5.1.- Estudiar las siguientes aplicaciones y comprobar que son lineales:

a) $f: R^2 \longrightarrow R$, $(x,y) \longrightarrow y$

b) $f: R^2 \longrightarrow R$, $(x,y) \longrightarrow x+y$

c) $f: R^3 \longrightarrow R$, $(x,y,z) \longrightarrow x+y$

d) $f: R^3 \longrightarrow R$, $(x,y,z) \longrightarrow x-y+z$

e) $f: R^3 \longrightarrow R^2$, $(x,y,z) \longrightarrow (x,y)$

f) $f: R^3 \longrightarrow R^2$, $(x,y,z) \longrightarrow (x+y,z)$

g) $f: R^3 \longrightarrow R^2$, $(x,y,z) \longrightarrow (x-y,y+z)$

h) $f: R^3 \longrightarrow R^2$, $(x,y,z) \longrightarrow (x+y-2z,0)$

i) $f: R^3 \longrightarrow R^2$, $(x,y,z) \longrightarrow (x+y-5,y-z)$

j) $f: R^3 \longrightarrow R^2$, $(x,y,z) \longrightarrow (2x,1)$

EP5.2.- Obtener los subespacios $Ker(f)$ e $\mathrm{Im}(f)$ de las siguientes aplicaciones lineales.

a) $f: R^2 \longrightarrow R^2 \quad f(x,y) = (2x-y, x+y)$

b) $f: R^2 \longrightarrow R^3 \quad f(x,y,z) = (x+2y+z, x+5y, z)$

c) $f: R^2 \longrightarrow R^4 \quad f(x,y) = (x,-y,x+3y,x-y)$

d) $f: R^4 \longrightarrow R^3 \quad f(x,y,z,t) = (7x+2y-z+t, y+z, -x)$

EP5.3.- Sea $f: R^3 \longrightarrow R^2$ definida por $f(e_1) = (1,1)$, $f(e_2) = (3,0)$, $f(e_3) = (4,-7)$ donde $\{e_1, e_2, e_3\}$ es la base canónica de R^3. **a)** Calcular $f(1,3,8)$ y $f(x,y,z)$ **b)** Determinar $Ker(f)$ e $\mathrm{Im}(f)$

EP5.4.- Sea $f: R^3 \longrightarrow R^2$ tal que $f(x,y,z) = (3x+2y-4z, x-5y+3z)$

a) Calcular la matriz de f respecto de las bases canónicas

b) Calcular la matriz de f respecto de las bases $B_{R^3} = \{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$ $\quad B_{R^2} = \{(1,1),(0,1)\}$

EP5.5.- Sea $f: R^3 \longrightarrow R^3$ y la matriz asociada respecto de la base canónica es $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

Determinar C asociada a f respecto de $B' = \{e_1', e_2', e_3'\}$ $\quad e_1' = (1,0,-1) \quad e_2' = (0,1,1) \quad e_3' = (1,0,1)$.

EP5.6.- Sea f el endomorfismo de R^3 definido por: $f(e_1) = -e_1 \quad f(e_2) = e_1 + e_2 + e_3 \quad f(e_3) = -e_2 - e_3$ donde $\{e_1, e_2, e_3\} = B_{R^3}$

i) Determinar la matriz de f relativa a la base B_{R^3}.

ii) Encontrar dim $Ker(f)$ y dim $\mathrm{Im}(f)$

iii) Probar que los vectores $u_1 = -e_2 \quad u_2 = e_1 + e_3 \quad u_3 = e_1$ forman base de R^3 y encontrar la matriz de f respecto de esta base

EP5.7.- Un endomorfismo f de R^3 está determinado por $f(x,y,z) = (2y+z, x-4y, 3x)$ en la base canónica. Se pide: **a)** $Ker(f)$ e $\mathrm{Im}(f)$ **b)** La matriz de f en esta base. **c)** La matriz de f en la base constituida por los vectores v1=(1,1,1), v2=(1,1,0), v3=(1,0,0) **d)** La expresión de f en la base V.

EP5.8.-Determinar la matriz del morfismo $f \; R^3 \longrightarrow R^4$ tal que $f(0,1,1) = (1,2,7,1)$, $f(1,0,3) = (-1,2,3,1)$, $f(2,-1,0) = (2,0,4,0)$. Buscar las bases de $Ker(f)$ ¿Cuales son las antiimágenes del vector (2,4,14,2)?