

COMBINATÒRIA II

1. Fa 3 setmanes va ser la festivitat de Halloween, i com que la meua parella i jo sabíem que els nens del barri vendrien a buscar caramels, en vam anar a comprar al supermercat del “Combinafour”.
 - (a) En el primer grup de nens que van venir, n’hi havia 5 que anaven disfressats de bruixa i 4 que anaven disfressats de vampir. Vam obrir una bossa que tenia 50 caramels de gust de maduixa; jo en vaig agafar 25 per repartir entre les bruixes i la meua parella va agafar els altres 25 per repartir entre els vampirs. De quantes maneres diferents vam poder repartir els caramels si cap nen disfressat de vampir se’n va anar sense?
 - (b) En el segon grup, els nens anaven sense disfressar; de fet, eren els meus 4 nebots. Vam agafar una bossa que tenia 40 caramels, repartits en 20 caramels de maduixa, 15 caramels de menta i 5 caramels de llimona. De quantes maneres vam poder repartir els caramels si cada nen havia de rebre, com a mínim, un caramel de cada gust?
 - (c) Quan els nens van marxar, ens va sobrar una bossa on hi havia caramels de 5 gustos diferents i de cada gust n’hi havia 6. Ens vam repartir els 30 caramels entre la meua parella i jo de manera que cadascun de nosaltres tingués el mateix nombre total de caramels i, com a mínim, 2 caramels de cada gust. De quantes maneres ens els vam poder repartir?
2. Un departament de la universitat ha de repartir la seva docència entre els professors de que disposa. Els professors del departament estan dividits en 3 grups, cadascun d’ells amb 7 professors.
 - (a) Per fer la repartició es crea una comissió de 3 membres, formada per un professor de cadascun dels grups. De quantes maneres diferents es pot escollir la comissió?
 - (b) Els membres de la comissió han d’assignar cadascuna de les 15 assignatures que ha d’impartir el departament a un dels 3 grups de professors, de manera que cada grup imparteixi 5 assignatures. De quantes maneres es poden assignar les assignatures?
 - (c) Un cop assignades les assignatures als grups, els membres de cadascun dels grups s’han de repartir entre ells les assignatures. Un dels grups compta amb 2 catedràtics, 4 titulars i 1 ajudant. Se sap que cada professor ha d’impartir una (i només una) assignatura,

totes les assignatures han de tenir almenys un professor assignat, els catedràtics no comparteixen les assignatures amb cap altre professor, i els ajudants no poden fer una assignatura sols. De quantes maneres pot repartir aquest grup la seva docència?

3. Al meu nebot li van regalar per reis un joc de construcció. Aquest joc conté 4 peces de color blau, 5 de color vermell i 6 de color groc, totes elles iguals de tamany i que es poden apilar una sobre l'altre per construir torres que facin servir totes les peces.

- (a) Quantes torres diferents pot fer?
- (b) Quantes torres pot fer de manera que no hi hagi dues peces vermelles consecutives?
- (c) Al meu nebot les construccions que li agraden més són les simètriques, aquelles que la seqüència de blocs és la mateixa si gira de dalt a baix la torre. Quantes en pot fer que siguin simètriques?
- (d) Suposant que les torres són reversibles (es poden girar de dalt a baix), quantes torres essencialment diferents pot fer?

Indicació: Per fixar idees, les torres

BBBBVVVVVGGGGGG i GGGGGGVVVVVBBBB

es consideren iguals (on B, V i G indiquen respectivament peces de color blau, vermell i groc).