

1

1. (0.5 pts) Enunciau la condició necessària i suficient per tal que una matriu tingui inversa.
2. (0.5 pts) Determinau el valor de  $a$  pel qual la matriu

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

és invertible.

3. (1 pt) Calculau la inversa per  $a = -1$ .

2 (2 pts) Calculau l'angle que formen els vectors  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  sabent que  $\|\vec{a}\| = 3$ ,  $\|\vec{b}\| = 5$  i  $\|\vec{a} + \vec{b}\| = 7$ .

3 (2.5 pts) Justifica quins dels següents conjunts de l'espai vectorial donat són subespais vectorials. D'aquells que, en efecte siguin subespais vectorials, dona una base i la dimensió dels mateixos. Justifica totes les respostes.

1. Els vectors de  $\mathbb{R}^n$  els coeficients dels quals són nombres enters (és a dir de  $\mathbb{Z}$ ).
2. Els vectors del pla  $\mathbb{R}^2$  situats sobre l'eix  $OX$ .
3. Els vectors del pla  $\mathbb{R}^2$  situats bé sobre l'eix  $OX$  o bé sobre l'eix  $OY$ .
4. Els vectors de  $\mathbb{R}^n$  tals que la seva primera i darrera coordenades són iguals.
5. Els vectors de  $\mathbb{R}^n$  tal que les seves coordenades senars són 0.
6. Els vectors de  $\mathbb{R}^n$  tal que totes les seves coordenades senars són iguals.
7. Els vectors del pla  $\mathbb{R}^2$  que tenen el seu origen i l'extrem sobre una recta qualssevol del pla.
8. Els vectors de l'espai  $\mathbb{R}^3$  els extrems dels quals no es troben sobre una recta donada.
9. Els vectors del pla amb els extrems sobre el primer quadrant.
10. Les matrius simètriques amb coeficients reals dins l'espai  $M_{n \times n}(\mathbb{R})$

4 Sigui  $E$  un  $\mathbb{R}$ -espai vectorial de dimensió 4 amb base  $B = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ . Es defineixen els vectors

$$v_1 = 2u_1 + u_2 - u_3 \quad v_2 = 2u_1 + u_3 + 2u_4 \quad v_3 = u_1 + u_2 - u_3 \quad v_4 = -u_1 + 2u_3 + 3u_4$$

1. (0.75 pt) Demostrau que  $B' = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  és una base de  $E$ .
2. (1.5 pt) Trobau les coordenades del vectors  $u_1, u_2, u_3, u_4$  en la base  $B'$ .
3. (1.25 pt) El vector  $\vec{x} \in \mathbb{R}^4$  té coordenades  $(1, 2, 0, 1)$  en la base  $B$ . Calcula'n les coordenades en la base  $B'$ .

**Temps màxim per fer la prova: 3 hores.**