Algebra Lineal. Primer de Telemàtica. **Primer parcial - 25 d'Octubre, 2017**

1 Sigui A la matriu següent

$$A = \begin{pmatrix} 3 & a & a & a \\ a & 3 & a & a \\ a & a & 3 & a \\ a & a & a & 3 \end{pmatrix}$$

on a és un valor real.

1. (0.25p) Enunciau la condició necessària i suficient per tal que una matriu A tingui inversa.
2. (1.0p) Emprau i enunciau les propietats dels determinants que empreu per calcular el de la matriu A.
3. (0.5p) Per quins valors de a és la matriu A invertible?
4. (0.75p) Demostrau que si X és una matriu quadrada d'ordre n qualsevol , aleshores $X = Y + Z$ on $X = \frac{1}{2}(X + X^t)$ és una matriu simètrica i que $Z = \frac{1}{2}(X - X^t)$ és una matriu antisimètrica

2 (3.0p) Considerau l'espai vectorial de les matrius quadrades d'ordre 3 sobre $\mathbb{R}$ i demostrau o refutau que els següents conjunts són o no subespais vectorials seus. En el cas que siguin subespais, donau una base i la dimensió del mateix.

1. Les matrius amb coeficients enters.
2. Les matrius amb coeficients racionals.
3. Les matrius diagonals
4. Les matrius simètriques.
5. Les matrius antisimètriques.
6. Les matrius regulars (i.e. invertibles)

3 (1.5p) Calculau una base i la dimensió del subespai

$$F = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - y + z - t = 0, 2x + z + t = 0\}$$

4 (3p) Considerau els vectors de $\mathbb{R}^3$ definits per

$$u_1 = e_1 + e_2, u_2 = e_1 + e_3, u_3 = e_2 + e_3$$

on e_i representa el vector i-èssim de la base canònica.

1. (0.5p) Demostrau que els vectors $\{u_i\}$ formen una base de $\mathbb{R}^3$
2. (0.5p) Trobau les coordenades dels vector de U en la base canònica C. Indicau també la matriu de canvi de base de U a C.
3. (1.0p) Trobau les coordenades dels vector de C en la base U. Indicau també la matriu de canvi de base de C a U.
4. (1.0p) Sigui $w = (1, 2, 3)_C$, trobau les seves coordenades en la base U anterior.

Temps màxim per fer la prova: 2 hores.