Ejercicios

Inducción

Curso Álgebra Lineal

Pregunta 1

Demostrar por inducción que si $x \in \mathbb{R}, x > 0$ y $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, entonces

$$(1+x)^n > 1 + nx$$

Pregunta 2

Demostrar por inducción que la suma de los n primeros números naturales es

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

Es decir, que

$$1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Pregunta 3

Demostrar por inducción que

$$1^{2} + 2^{2} + 3^{2} + \dots + n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Pregunta 4

Determinar si la suma de 3 enteros consecutivos es siempre divisible por 6

Pregunta 5

Probar que si

$$x_1 = 0; \quad x_2 = 1, \quad x_n = 2x_{n-2} - x_{n-1}$$

entonces el término general de esta sucesión vale

$$x_n = \frac{2 + (-2)^n}{6}$$
 $n = 1, 2, \dots$

Pregunta 6

Sean $a_1, a_2, \ldots, a_n \in (-1, 0]$. Probar que

$$(1+a_1)(1+a_2)\dots(1+a_n) \ge 1+a_1+a_2+\dots+a_n$$