

1 (4p) Al planeta Naboo hi habiten tres espècies intel·ligents, els Gungan d'orelles llargues capitanejats per Jar Jar Binks, els Ewoks baixets que viuen en grans comunitats i els Wookies peluts capitanejats per Chewbacca.

- Sabem que els Gungan i els Wookies es reproduïen molt ràpidament, de fet cada individu de la seva espècie té 6 nous progenitors d'una generació a la següent, mentre que els Wookies només en solen tenir 5.
- D'altra banda, les tres espècies són molt combatives desde que Darth Vader va començar la guerra imperial pel territori del planeta Naboo i es troben en una guerra sense final, ja que es maten entre ells de forma simètrica: cada Gungan mata dos Ewoks i un Wookie durant la seva vida (i viceversa), mentre que els Ewoks maten als Wookies en relació 1:1.
- La primera generació d'espècies del planeta va començar amb 2 individus de cada espècie.

Anem a veure com han evolucionat les espècies desde la colonització inicial de Naboo.

1. (1p) Escriviu un sistema d'equacions lineals, en forma matricial que ens determini la població a la generació  $n$  desde la població del planeta Naboo.
2. (1p) Cercau els valors i vectors propis de la matriu de coeficients del problema.
3. (1p) Trobau la seva forma diagonal, i les dues matrius de canvi de base que ens ajudin a calcular quants individus de cada espècie té el planeta en una generació donada.
4. (1p) Calculau el nombre d'individus en la generació  $n$ -èsima.

2 (4p) Sigui  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  definida per  $f(x, y, z) = (3y - 2z, -x + 2y + 2z, y + z, x + y - 2z)$  respecte de les bases  $B_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 0, 1), (1, 1, 1), (1, 0, 0)\}$  i  $B_{\mathbb{R}^4} = \{(-2, 1, 1, -1), (1, 3, 2, 0), (0, -1, 0, 1), (0, 0, 0, 1)\}$ .

1. (0.75p) Demostreu que l'aplicació  $f$  és una aplicació lineal.
2. (0.75p) Trobau el nucli i la imatge de  $f$ . Discutiu quin tipus d'aplicació és (i.e. monomorfisme, epimorfisme, isomorfisme, automorfisme,...)
3. (0.25p) Calculau la matriu de  $f$  respecte de les bases  $B_{\mathbb{R}^3}$  i  $B_{\mathbb{R}^4}$ .
4. (0.25p) Dibuixau un diagrama que relacioni l'aplicació  $f$  respecte de les bases  $B_{\mathbb{R}^3}$  i  $B_{\mathbb{R}^4}$  amb la seva matriu equivalent respecte de les bases canòniques respectives d'ambdós espais vectorials.
5. (2.0p) Calculau la matriu de  $f$  respecte de les bases canòniques respectives.