

1 [1p] Donats els vectors $\vec{u} = (3, 0, 0)$, $\vec{v} = (0, -2, -1)$ i $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$, quina condició han de complir els escalars a i b per tal de que satisfuguin alhora:

- \vec{w} sigui ortogonal al vector $(1, 1, 1)$.
- \vec{w} sigui unitari.

2 [1p] Considerau els vectors del conjunt $C = \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$.

1. Demostrau que formen una base de \mathbb{R}^3 .
2. Trobau respecte d'aquesta base les coordenades del vector $(5, 1, -3)$.

3 [3p] Un endomorfisme f de \mathbb{R}^3 està determinat per $f(x, y, z) = (x + 3z, x - 2y, -2z)$ en la base canònica. Es demana

1. Trobar el nucli i la imatge de f . Classifiqueu el morfisme f segons els resultats obtinguts.
2. Trobar la matriu de f en aquesta base
3. Trobar la matriu de f en la base V constituïda pels vectors $v_1 = (1, 1, 1)$, $v_2 = (1, 1, 0)$, $v_3 = (1, 0, 0)$
4. L'expressió analítica de f en aquesta base V

4 [3p] Donada la matriu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 6 \\ 0 & a & 4 - a \\ 0 & a & -a \end{pmatrix}$$

1. Trobau els valors de a per els quals $\lambda = 4$ és un valor propi de A .
2. Per $a = 1$, donau si és possible una matriu P de vectors propis i la seva matriu diagonal D corresponent.
3. Per $a = 1$, calculeu A^n per a tot $n \geq 0$.

5 [2p] Donada la funció booleana $f(x, y, z) = (\bar{x}y)(x + \overline{xy\bar{z}})$

1. Donau la forma canònica disjuntiva
2. Donau la taula de veritat de la funció
3. Dibuixau el seu mapa de Carnaugh i empraueu-lo per donar-ne una simplificació.