

Grafs

Prob 3, examen Gener 2014 Contesta raonadament i relacionant amb la teoria de grafs vista a classe, cada una de les següents preguntes.

- (a) Quants vèrtexs té un graf 4-regular amb 10 arestes? Existeix un graf regular d'ordre 5 i mida 6?
- (b) Sigui G un graf connex simple (sense llaços) d'ordre n i G' el seu graf simple complementari. Quin seria el grau d'un node diguem-li u_1 dins G' si aquest mateix node té grau g_1 dins G ? Si sabem que G té 15 arestes i G' en té 13, quant val n ?
- (c) En una xarxa connexa de 10 ordinadors, cadascun d'ells està connectat amb almenys altres 6 ordinadors. Se sap que el nombre de connexions és múltiple de 13. Quantes connexions té la xarxa? És hamiltoniana la xarxa? Si la xarxa és euleriana, quants ordinadors connectats exactament a altres 6 ordinadors hi ha?
- (d) Sigui G un graf connex amb almenys 3 vèrtexs i amb una única aresta pont. Pot ser G eulerià? I hamiltonià? En cas afirmatiu dibuixeu el graf i, en cas contrari, expliqueu perquè no pot ser eulerià i/o hamiltonià.

Prob 4, examen Setembre 2013

Considerem el joc del N-dòmino generalitzat. En aquest joc es tenen fitxes, cadascuna de les quals està etiquetada amb dos nombres, $a, b \in \{0, \dots, N\}$, i que indicarem per $[a \bullet b]$; les fitxes es poden girar; es a dir, la fitxa $[a \bullet b]$ i la fitxa $[b \bullet a]$ són indistingibles.

- (a) Suposant que no hi ha fitxes repetides, amb quantes fitxes juguem? Una partida de dòmino és una seqüència de fitxes, $[a_1 \bullet b_1][a_2 \bullet b_2] \dots [a_k \bullet b_k]$, de manera que els nombres adjacents de fitxes diferents coincideixen, és a dir, amb $b_i = a_{i+1}$ per a tot $i = 1, \dots, k - 1$.
- (b) És possible fer una partida on s'emprin totes les fitxes del joc?