

1 (3p) Considera la següent matriu:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

1. (1p) Què ha de verificar el paràmetre $a \in \mathbb{R}$ per tal que la matriu A sigui diagonalitzable sobre els reals?
2. (1p) Quan ho sigui, trobau la seva forma diagonal, una matriu de canvi de base.
3. (1p) Calculau A^n per a qualssevol nombre n natural.

2 (4p) Sigui $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definida per $f(x, y, z) = (3x + 2y - 4z, x - 5y + 3z)$

1. (1p) Demostrau que l'aplicació f és lineal.
2. (1p) Trobau el nucli i la imatge de f . Discutiu quin tipus d'aplicació és (i.e. monomorfisme, epimorfisme, isomorfisme, automorfisme,...)
3. (0.5p) Calculau la matriu de f respecte de les bases canòniques respectives.
4. (1.5p) Calculau la matriu de f respecte de les bases $B_{\mathbb{R}^3} = \{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$ i $B_{\mathbb{R}^2} = \{(1, 1), (0, 1)\}$.

Heu d'entregar aquest exercici com a tard el día del Segon Parcial (19 de Desembre de 2015).