11. O consumidor de um certo produto acusou o fabricante, dizendo que mais de 20% das unidades fabricadas apresentam defeito. Para confirmar sua acusação, ele usou uma amostra de tamanho 50, em que 27% das peças eram defeituosas. Mostre como o fabricante poderia refutar a acusação. Utilize um nível de significância de 10%.

**Solução:** Seja $X = 1$ se o produto apresenta defeito $X = 0$ caso contrário.

Seja $p$ a probabilidade do produto ser defeituoso:

$$X \sim Ber(p).$$

O problema pede para testar:

$$H_0 : p \leq 0,20 \quad vs \quad H_1 : p > 0,20,$$

que é equivalente a:

$$H_0 : p = 0,20 \quad vs \quad H_1 : p > 0,20.$$

Seja $S$ o número de produtos com defeitos em $n = 50$ produtos analisados.

Assim

$$S \sim Bin(n, p).$$

Se $H_0$ é verdade temos $p = 0,20$ e como $n = 50$ temos:

$$P(S = s) = \binom{50}{s} \, 0,2^s \, 0,8^{50-s} \; I_{\{0,1,2,\ldots,49,50\}} \, (s).$$

Foi observado na amostra

$$s_o = 50 \times 0,27 = 13,5.$$

O nível descritivo será:

$$\hat{\alpha} = P(S \geq 14 \, | p = 0,2) = 1 - P(S \leq 13 \mid p = 0,2).$$

$$\hat{\alpha} = 1 - \sum_{s=0}^{13} \binom{50}{s} \, 0,2^s \, 0,8^{50-s} = 0,11$$

```
> n=50;p=0.2
> aux=pbinom(13,50,0.2);aux
[1] 0.8894135
> nde=1-aux;nde
[1] 0.1105865
> nde=1-aux;nde;round(nde,2)
[1] 0.1105865
[1] 0.11
```

Como

$$\hat{\alpha} = 0,11 > 0,10 = \alpha,$$

não podemos rejeitar $H_0$.

Vamos aproximar para a normal:

Se $H_0$ é verdade temos:

$$\mu = E(X) = n * p = 50 \times 0,20 = 10.$$

$$\sigma^2 = V(X) = n * p * q = E(X) \times q = 10 \times 0,8 = 8.$$

Seja $nda$ o nível descritivo aproximado será:

$$P\left(\hat{p} \geq 0,27\right) = P\left(\frac{S}{50} \geq 0,27\right) = P(S \geq 13,5) \approx P(Z \geq \frac{13,5 - 10}{\sqrt{8}}) = 0,108.$$

```
> n=50;p=0.2
> mu=n*p;mu
[1] 10
> sigma2=n*p*(1-p);sigma2
[1] 8
> sigma=sqrt(sigma2);sigma
[1] 2.828427
>

> z_cal=(13.5-10)/sqrt(8);z_cal;round(z_cal,2)
[1] 1.237437
[1] 1.24
> pnorm(z_cal)
[1] 0.8920375
> nda=1-pnorm(z_cal);nda
[1] 0.1079625
[1] 0.11
```

**Obs:** Note $s = 13,5$ não é um valor inteiro e assim vamos considerar $s = 14$

Vamos utilizar o binom.test:

```
Exact binomial test

data:  14 and 50
number of successes = 14, number of trials = 50, p-value = 0.1106
alternative hypothesis: true probability of success is greater than 0.2
90 percent confidence interval:
0.1968692 1.0000000
sample estimates:
probability of success
0.28
```

Vamos utilizar o prop.test com fator de correção:

```
 1-sample proportions test with continuity correction

data:  14 out of 50, null probability 0.2
X-squared = 1.5312, df = 1, p-value = 0.108
alternative hypothesis: true p is greater than 0.2
90 percent confidence interval:
0.1978046 1.0000000
sample estimates:
p
0.28
```

Vamos utilizar o prop.test sem fator de correção:

```
 1-sample proportions test without continuity correction

data:  14 out of 50, null probability 0.2
X-squared = 2, df = 1, p-value = 0.07865
alternative hypothesis: true p is greater than 0.2
90 percent confidence interval:
0.20662 1.00000
sample estimates:
p
0.28
```