## CC0288 - Inferência Estatística I

## Primeira Verificação de Aprendizagem - 30/09/2022.

## Prof. Maurício

1. Seja X uma variável aleatória com a seguinte f.d.p.:

$$f(x|\theta) = \frac{\theta^4}{6} x^3 e^{-\theta x}, \ x > 0, \ \theta > 0.$$

Seja  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  uma amostra aleatória de X.

- a. Identifique a variável aleatória especificando seu suporte, espaço paramétrico, sua média e variância.
- b. Mostre que que ela pertence à família exponencial.
- c. Qual a função escore e a informação de Fisher?
- d. Encontre uma estatística suficiente e completa, S, para  $\theta$ . Qual a distribuição amostral?
- e. Seja T um estimador não viciado de  $g(\theta) = \frac{4}{\theta}$ . Ache um limite inferior para a variância de T?
- f. Existe alguma função de  $\theta$  para a qual existe um estimador não viciado cuja variância coincida com o limite inferior de Cramer-Rao?
- g. Encontre a distribuição conjunta da amostra e utilize-a para encontrar uma estatística suficiente pata  $\theta$ .
- h. Ache o melhor estimador não viciado para  $g(\theta) = \frac{1}{\theta}$  baseado em S. Ele é eficiente?
- i. Qual o estimador pelo método dos momentos para  $\theta$ ?
- j. Qual o estimador pelo método da máxima verossimilhança para  $\theta$ ?
- k. Qual o estimador pelo método dos mínimos quadrados para  $\theta$ ?