Exercícios da 2ª Lista

1c. Ache a equação polar a partir da equação cartesiana:

$x^2 = 6y - y^2$

Solução:

$x^2 = 6y - y^2$

$r^2 cos^2\theta = 6\, r\, sen\theta - r^2 sen^2\theta$

$r^2 cos^2\theta + r^2 sen^2\theta = 6\, r\, sen\theta$

$r^2 (cos^2\theta + sen^2\theta) = 6\, r\, sen\theta$

$r^2 = 6\, r\, sen\theta$

$r = 6\, sen\theta$

2c. Ache a equação cartesiana a partir da equação polar $r^2 = \theta$.
Solução:

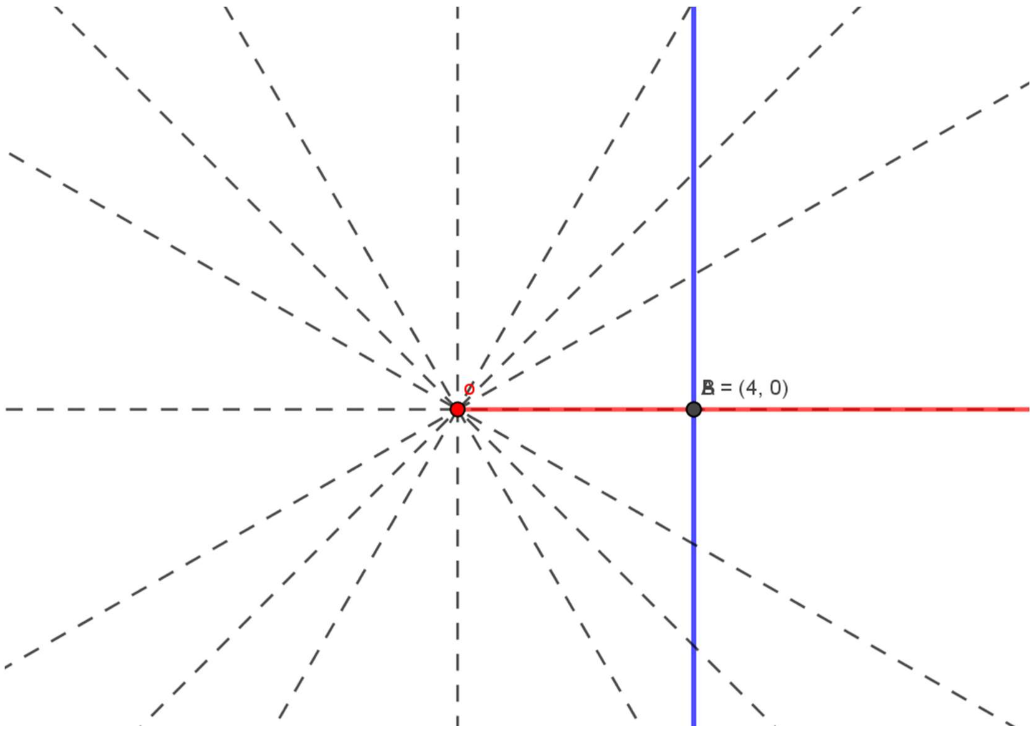
$$r^2 = \theta$$

$$x^2 + y^2 = arc\ tg\ \left(\frac{y}{x}\right)$$

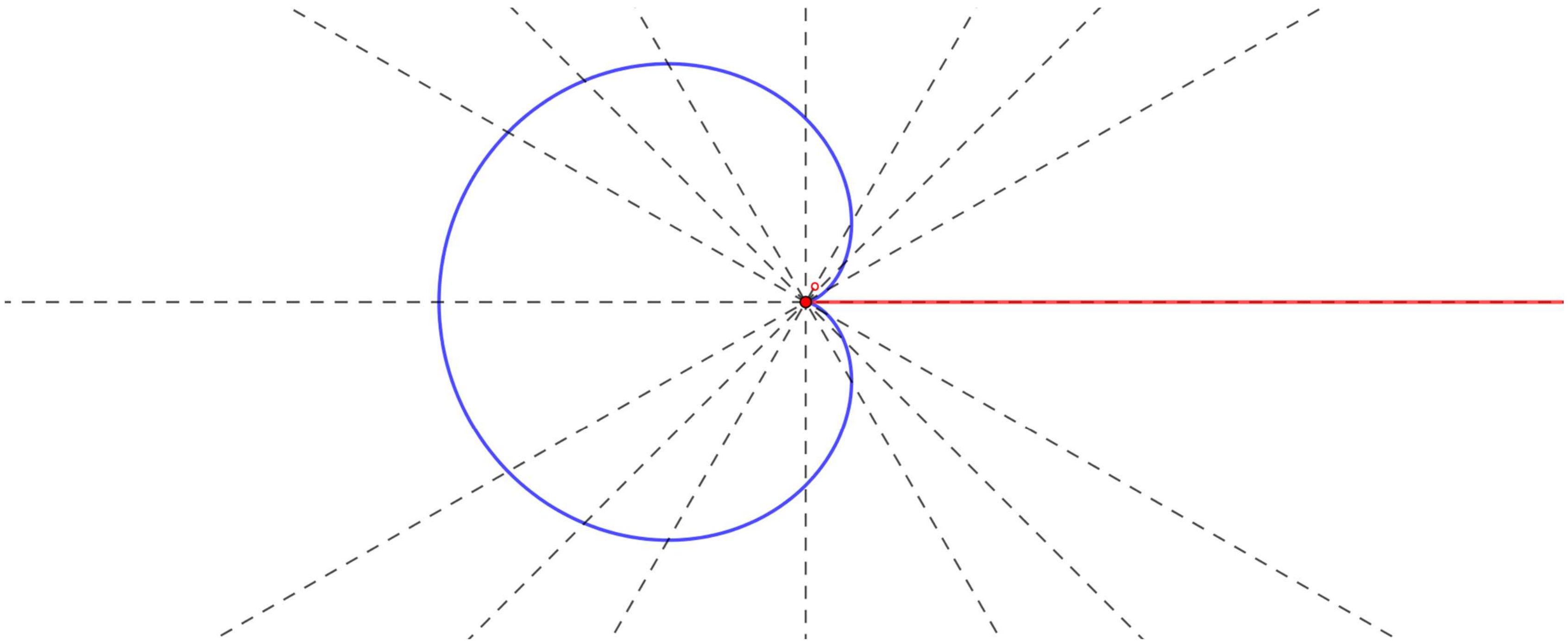
$$tg(x^2 + y^2) = \frac{y}{x}$$

$$y = x\ tg(x^2 + y^2)$$

3c. Faça um esboço do gráfico da equação $rcos\ \theta = 4$



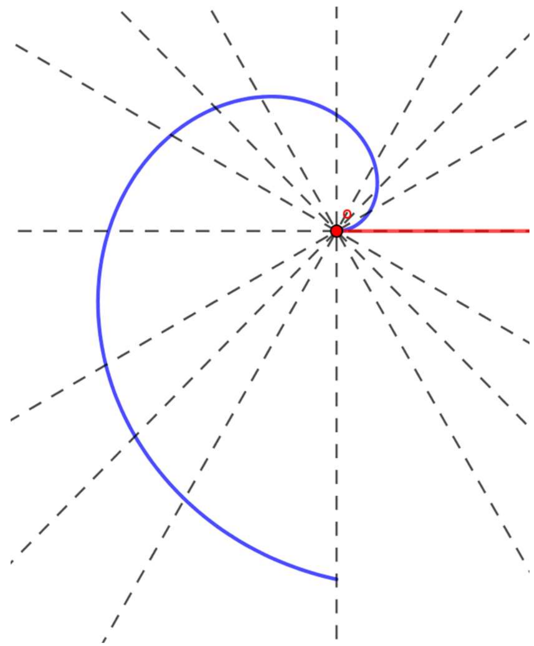
3g) Faça um esboço do gráfico da equação $r = 4 - 4cos\ \theta$



(Cardióide)

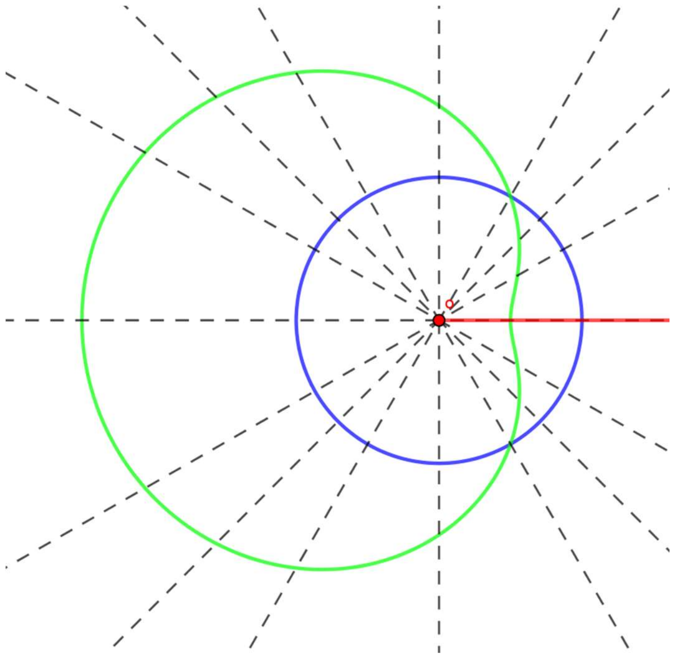
5. Ache a área da região limitada pelo gráfico da equação $r = \theta$, de $\theta = 0$ a $\theta = \frac{3\pi}{2}$.

Solução:



$$A = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \theta^2 d\theta = \left[\frac{\theta^3}{6}\right]_0^{\frac{3\pi}{2}} = \frac{1}{6}\left[\frac{3\pi}{2}\right]^3 = \frac{27\pi^3}{48} = \frac{9\pi^3}{16}$$

7.Ache a área da região limitada pelos gráficos das equações
$r = 2$ e $r = 3 - 2cos\,\theta$



Intersecções

$3 - 2cos\theta = 2$

$2cos\theta = 1$

$cos\theta = \frac{1}{2}$

$\theta = \frac{\pi}{3}$ ou $\theta = \frac{5\pi}{3}$

Então os pontos de intersrcção são $\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$ e $\left(2, \frac{5\pi}{3}\right)$

$$A = 2\left[\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{3}} (3 - 2cos\theta)^2 d\theta + \frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} 2^2 d\theta\right] =$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} (3 - 2cos\theta)^2 d\theta + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} 2^2 d\theta =$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} (9 - 12cos\theta + 4cos^2\theta)d\theta + 4\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} d\theta =$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(9 - 12cos\theta + 4\left(\frac{1 + \cos 2\theta}{2}\right)\right) d\theta + 4\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} d\theta =$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} (9 - 12cos\theta + 2(1 + \cos 2\theta))d\theta + 4\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} d\theta =$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} (11 - 12cos\theta + 2\cos 2\theta))d\theta + 4\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} d\theta =$$

$$\left[11\,\theta - 12\,sen\,\theta + sen\,2\theta\right]_0^{\frac{\pi}{3}} + \left[4\theta\right]_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} =$$

$$\frac{11\,\pi}{3} - 12\,sen\,\frac{\pi}{3} + sen\,\frac{2\pi}{3} + 4\pi - \frac{4\pi}{3} =$$

$$\frac{11\,\pi}{3} - \frac{12\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 4\pi - \frac{4\pi}{3} =$$

$$\frac{19\,\pi}{3} - \frac{11\sqrt{3}}{2}$$