Universidade Federal do Ceará
Centro de Ciências
Departamento de Estatística e Matemática Aplicada

Disciplina: CC0282 - Probabilidade 1 – **Período:** 2021.2
Professor: Leandro Chaves Rêgo
Primeira Lista de Exercícios

1. Suponha que o conjunto universo é formado pelos números inteiros positivos de 1 a 10. Sejam $A = \{1, 5, 10\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ e $C = \{2, 4, 8\}$. Enumere os elementos dos seguintes conjuntos:
   (a) $A^c \cap B$.
   (b) $A^c \cup B$.
   (c) $(a^c \cap B^c)^c$.
   (d) $(A \cap (B \cap C)^c)^c$.
   (e) $(A \cap (B \cup C))^c$.

2. Dois dados de seis faces são lançados e o espaço amostral, Ω, consiste dos pares ordenados dos resultados em cada dado. Considere os conjuntos

$$A = \{w \in \Omega : \text{a soma dos pontos sobre as duas faces é um número par}\},$$

$$B = \{w \in \Omega : 1 \text{ aparece em pelo menos um dos dados}\}.$$

   Descreva os conjuntos:
   (a) $A - B$.
   (b) $B - A$.
   (c) $A \cap B^c$.

3. Sejam A, B e C eventos arbitrários. Mostre que
   (a) $A \subseteq B$ se, e somente se, $A \cap B = A$.
   (b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
   (c) Se $A \subseteq B$, então $B^c \subseteq A^c$.
   (d) $B - A = B \cap A^c$.

4. Considere uma partição $A_1, A_2, A_3, \ldots$ de um espaço amostral Ω e seja B um evento em Ω. Defina $B_i = B \cap A_i$, para $i = 1, 2, 3, \ldots$. Mostre que
   (a) $B = \cup_{i=1}^{\infty} B_i$.
   (b) $B_i \cap B_j = \emptyset$, se $i \neq j$.

5. Sabe-se que a senha pertencente a um sistema do Centro de Ciências/UFC possui 8 caracteres. Cada caracter pode ser qualquer letra (maiúsculas são diferentes de minúsculas), número ou caracter especial, somando ao todo 256 caracteres diferentes, o que corresponde aos caracteres da tabela ASCii. Com base nessas informações calcule:

   (a) Quantas senhas diferentes o sistema aceita?

   (b) Quantas senhas diferentes podemos formar começando com a letra a?

   (c) Quantas senhas diferentes contendo o número 1 podemos formar?

   (d) Quantas senhas diferentes podemos ter sem repetir nenhum caracter?

   (e) Quantas senhas diferentes sem caracteres repetidos possuem a letra B ou possuem o número 1 ou ambos?

   (f) Desafio: Quantas senhas diferentes possuem a letra L vindo antes o caracter %. Observação: vindo antes não significa imediatamente antes.

6. O código genético especifica um aminoácido através de uma sequência de três nucleotídeos. Cada nucleotídeo pode ser de um dos quatro tipos T, A, C e G, sendo permitidas repetições. Quantos aminoácidos podem ser codificados dessa maneira?

7. Em um conjunto de N itens, M estão com defeito. São tomados n itens para inspeção. Se m ou mais itens dessa amostra são defeituosos, o conjunto todo é rejeitado. Qual o número de amostras diferentes em que o conjunto todo é rejeitado?

8. Uma caixa contém etiquetas numeradas de $1, 2, \ldots, n$. Duas etiquetas são escolhidas ao acaso. Determine quantos pares de etiquetas distintos (sem levar em conta a ordem da escolha) podem ser escolhidos se:

   (a) as etiquetas forem escolhidas sem reposição,

   (b) as etiquetas forem escolhidas com reposição.

9. Dez livros são colocados aleatoriamente em uma prateleira. De quantos modos diferentes:

   (a) três particulares livros podem estar sempre juntos?

   (b) k particulares livros podem estar sempre juntos, $2 < k < 10$?

10. Determine o termo que não contém x no desenvolvimento de

$$(x^5 - \frac{2}{x^4})^9.$$

11. Quantos são os subconjuntos de $\{a_1, a_2, \ldots, a_{10}\}$, com 5 elementos, nos quais:

   (a) a_1 pertence ao subconjunto.

(b) a_1 não pertence ao subconjunto.

(c) a_1 e a_2 pertencem ao subconjunto.

(d) Exatamente um dos elementos a_1 e a_2 pertence ao subconjunto.

12. Suponha que uma roda de 5 meninos e 5 meninas é formada aleatoriamente. Quantas rodas diferentes existem de modo que não existam crianças do mesmo sexo uma ao lado da outra?

13. Determine o coeficiente do termo $x^{-1}y^2z^4$ no desenvolvimento de

$$(x^5 - \frac{2}{x^4} + yz^2)^9.$$

14. Em sala, comentamos que a fórmula de Stirling, $\sqrt{2\pi}n^{n+\frac{1}{2}}e^{-n}$, pode ser usada para aproximar $n!$. O erro relativo desta aproximação é dado por:

$$E_n = \frac{|\sqrt{2\pi}n^{n+\frac{1}{2}}e^{-n} - n!|}{n!}.$$

Informe o comando a ser utilizado no software R para calcular o valor de E_n, para $n = 10$, $n = 30$, $n = 50$ e $n = 100$.