CC0288 - Inferência Estatística I

Lista -Provas de Concurso 26/06/2023

Prof. Maurício Mota

1. (Mestrado-UFMG-2019-2020-Questão 13) Considere o teste de hipóteses $H_0 : p = 0,5$ contra $H_1 : p > 0,5$, onde p é a probabilidade de sair cara em um lançamento de uma moeda. Considere o critério que rejeita H_0 se a proporção de caras em 50 lançamentos da moeda for maior que $0,6$. A probabilidade do erro tipo **I** para este critério é igual a:

   a. $\Phi(2,83)$
   b. $\Phi(-2,83)$
   c. $\Phi(1,41)$
   d. $\Phi(-1,41)$

2. (Mestrado-UFMG-2018-2019-Questão 15) Considere X uma variável aleatória com distribuição de Poisson com média $\lambda > 0$. Queremos testar as hipóteses

$$H_0 : \lambda = 1 \text{ versus } H_1 : \lambda = 3.$$

   Defina $\alpha = P(\text{ Erro do tipo I })$ e $\beta = P(\text{ Erro do tipo II })$.

   Considere a seguinte região crítica para este teste:

$$RC = \{X : X > 2\}.$$

   Marque a alternativa correta.

   a. $1 - \alpha = 2,5 \times e^{-1}$, $\beta = 8,5 \times e^{-3}$
   b $1 - \alpha = 2 \times e^{-1}$, $\beta = 4 \times e^{-3}$
   c. $1 - \alpha = 4 \times e^{-1}$, $\beta = 8 \times e^{-3}$
   d. $1 - \alpha = 2 \times e^{-1}$, $\beta = 8,5 \times e^{-3}$.

3. (Mestrado-UFMG-2015-2016-Questão 2) Seja X uma variável aleatória normalmente distribuída com média μ e variância 4. Considere o teste de hipóteses $H_0 : \mu = 10$ contra $H_0 : \mu = 13$. Para uma amostra aleatória de tamanho $n = 9$ de X, considere o critério que rejeita H_0 se a média amostral é maior ou igual a 12. As probabilidades dos erros do tipo I e tipo II são dadas, respectivamente, por:

   a. 0,0013 e 0,0668 b. 0,0085 e 0,0860 c.0,0013 e 0,0860 d. 0,0085 e 0,668

4. (Mestrado-UFMG-2015-2016-Questão 3) Considere o teste de hipóteses $H_0 : p = 0,2$ contra $H_0 : p > 0,2$. Em uma amostra aleatória de 5 itens, observa-se uma proporção amostral de itens defeituosos igual a 0,4. O p-valor deste teste é igual a:

   a. 0,1357 b. 0,1665 c. 0,1841 d. 0,2641

5. (ABIN-2010-1 Q: 113 a 114)

   As distribuições das alturas de pessoas adultas de duas civilizações A e B possuem os seguintes parâmetros.

civilização	altura média μ (em cm)	desvio padrão (em cm)
A	176	10
B	180	20

   Considere que os habitantes de uma ilha possam ser descendentes das civilizações A ou B, e que se deseje testar o seguinte:

   H_0: os habitantes da ilha são descendentes da civilização A. c H_1: os habitantes da ilha são descendentes da civilização B.

   Para efetuar esse teste será retirada uma amostra aleatória simples de 100 adultos dessa ilha. A regra de decisão do teste acima será a seguinte. A hipótese nula H_0 será aceita se $\bar{x} \leq t$ e será rejeitada se $\bar{x} > t$, em $\bar{x}$ representa representa a altura média da amostra e t é um valor crítico que depende do nível de significância do teste. Com base nessas informações, e considerando, ainda, que $\Phi(1,645) = 0,95$, em que Φ representa a função de distribuição acumulada da normal padrão, julgue os itens subsecutivos.

   Q113. Na situação em que a probabilidade de se cometer o erro do tipo I seja igual à probabilidade de se cometer o erro do tipo II, é correto afirmar que $t = 177,7$.

   Q114. Para $t = 178$ cm, a probabilidade α de se cometer o erro do tipo I será menor que a probabilidade β de se cometer o erro do tipo II.

6. (Mestrado-UFMG-2013-2014-Questão 8)

   Para responder esta questão, a seguinte informação pode ser útil: Z_δ = quantil da N(0, 1) com área δ à esquerda.

$$Z_{0,99} = 2,32; Z_{0,95} = 1,64; Z_{0,90} = 1,28.$$

   $t_{\delta,\nu}$ = quantil da t-Student com ν graus de liberdade (área δ à esquerda).

$$t_{0,99;20} = 2,52; t_{0,95;20} = 1,72; t_{0,90;20} = 1,32.$$

   $\chi^2_{\delta,\nu}$ = quantil da Qui-Quadrado com ν graus de liberdade (área δ à esquerda).

   $\chi^2_{0,99;20} = 37,56$; $\chi^2_{0,95;20} = 31,41$;

   $\chi^2_{0,90;20} = 28,41$; $\chi^2_{0,01;20} = 8,26$;

   $\chi^2_{0,05;20} = 10,85$; $\chi^2_{0,10;20} = 12,44$;

   F_{δ,ν_1,ν_2} = quantil da F_{ν_1,ν_2} com área δ à esquerda .

$$F_{0,99;1,20} = 8,09; F_{0,95;1,20} = 4,35; F_{0,90;1,20} = 2,97,$$

$$F_{0,01;1,20} = 0,0001; F_{0,05;1,20} = 0,0040; F_{0,10;1,20} = 0,0162.$$

   Suponha que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente da distribuição $N(\mu, \sigma^2)$ com média μ conhecida e variância σ^2 desconhecida. Desejamos testar as hipóteses:

$$H_0 : \sigma^2 \geq 11 \;\; vs \;\; H_1 : \sigma^2 < 11.$$

Qual é o procedimento de teste uniformemente mais poderoso assumindo que $n = 20$ e $\alpha = 0,001$?

a. Rejeitar H_0 se $\sum_{i=1}^{20}(X_i - \mu)^2 < 119,35$

b. Rejeitar H_0 se $\sum_{i=1}^{20}(X_i - \mu)^2 < 90,86$

c. Rejeitar H_0 se $\sum_{i=1}^{20} X_i^2 < 9,53$

d. Rejeitar H_0 se $\sum_{i=1}^{20} X_i^2 < 10,52$.

7. (Mestrado-UFMG-2010-2011-Questão 14)

Garrafas de um refrigerante popular devem conter 300 mililitros (ml). Entretanto, a máquina de encher não tem uma precisão absoluta e ocorrem variações de uma garrafa para outra. A distribuição do conteúdo é aproximadamente normal, com desvio-padrão σ =0,50 ml, conhecido de análises anteriores. Um estudante desconfia que o conteúdo médio seja inferior aos 300 ml anunciados e mede o conteúdo de quatro garrafas, obtendo os seguintes resultados:

299,4 301,0 298,9 297,7.

Analisando os resultados obtidos pelo estudante, assinale a alternativa que apresenta corretamente as hipóteses a serem testadas de forma a garantir que o erro tipo I seja o mais grave, o valor da estatística de teste e qual a conclusão que chegaria o estudante, a um nível de significância de 1%

a.
$$H_0 : \mu \geq 300 \;\; versus \;\; H_1 : \mu < 300; \quad -1,5 \;\; ;\text{não} \;\; rejeita \;\; H_0.$$

b.
$$H_0 : \mu = 300 \;\; versus \;\; H_1 : \mu \geq 300, \quad ; -3,0 \quad ; rejeita \;\; H_0.$$

c.
$$H_0 : \mu = 300 \;\; versus \;\; H_1 : \mu \leq 300, \quad ; -1,5 \;\; ;\text{não} \;\; rejeita \;\; H_0.$$

d.
$$H_0 : \mu = 300 \;\; versus \;\; H_1 : \mu \neq 300, \quad ; -3,0 \quad ; rejeita \;\; H_0.$$

8. (Mestrado-UFMG-2007-2008-Questão 4)

Seja $X_1, X_2, \ldots, X_{25}$, uma amostra aleatória de uma distribuição normal $X_i \sim N(\mu, 4)$ e suponha que $\bar{x} = 11$. Considere o teste

$$H_0 : \mu \geq 12 \;\; vs \;\; H_1 : \mu < 12,$$

ao nível de significância $\alpha = 0,01$. Sejam as seguintes afirmativas:

(i) Não se pode rejeitar H_0 ao nível de significância dado.

(ii) A probabilidade do erro tipo II, se $\mu = 10,5$ é 0,894.

(iii) O tamanho amostral necessário para que o poder do teste seja 0,95 para o valor alternativo $\mu = 10,5$ é 44.

Escolha a alternativa correta que corresponda às respostas dos itens (i), (ii) e (iii), respectivamente.

a) Falso, Falso, Verdadeiro

b) Falso, Verdadeiro, Falso

c) Verdadeiro, Falso, Verdadeiro

d) Verdadeiro, Verdadeiro, Falso

item (Mestrado-UFMG-2007-Questão 9)

Em um estudo sobre adulteração de gasolina distribuída em Minas Gerais o sindicato dos donos de postos afirma que a porcentagem de postos em que há adulteração é p=20%. Enquanto que a fiscalização dos órgãos governamentais acha que esta porcentagem é maior. São selecionados 150 postos de gasolina na cidade de Belo Horizonte e a gasolina é examinada. Dos 150 postos 32 apresentam a gasolina adulterada.

(i) Formule o problema como um teste de hipóteses estatístico.

(ii) Determine uma região crítica para um nível de significância de 5%.

(iii) Com base na região crítica construída em (ii), qual é a sua conclusão?

(iv) Se de fato p=25% qual é a probabilidade do erro de tipo II?

Escolha a resposta correta que corresponda respectivamente aos itens (i), (ii), (iii) e (iv).

a)

$$H_0 : p = 0,20 \;\; H_1 : p < 0,20; \; RC(X) = \{x \in N| \;\; x \geq 37\}; \;\; Aceita - se \;\; H_0; \;\; 0,50.$$

b)

$$H_0 : p = 0,20 \;\; H_1 : p > 0,20; \; RC(X) = \{x \in N| \;\; x \geq 38\}; \;\; Aceita - se \;\; H_0; \;\; 0,55.$$

c)

$$H_0 : p = 0,20 \;\; H_1 : p > 0,20; \; RC(X) = \{x \in N| \;\; x \geq 38\}; \;\; Aceita - se \;\; H_0; \;\; 0,50.$$

d)

$$H_0 : p = 0,20 \;\; H_1 : p < 0,20; \; RC(X) = \{x \in N| \;\; x \geq 37\}; \;\; Aceita - se \;\; H_0; \;\; 0,55.$$

9. (Mestrado-UFMG-2009-2010-Questão 11)

Uma máquina de refrigerantes foi regulada para que o volume de refrigerante dispensado tenha distribuição aproximadamente Normal com média$\mu = 200$ mililitros e desvio padrão $\sigma = 15$ mililitros. A máquina é periodicamente testada, retirando-se uma amostra de 9 copos do refrigerante, medindo-se o volume dispensado em cada copo e verificando se a média dos conteúdos amostrados pertence ao intervalo $[191; 209]$ mililitros, situação na qual se conclui que $\mu = 200$; caso contrário, conclui-se que$\mu \neq 200$. Supõe-se que não haverá mudança no desvio padrão. Assinale a opção abaixo que é **incorreta**.

A) A probabilidade de se cometer um erro tipo I com este teste é menor que 0,05.

B) Se tiver ocorrido uma mudança para $\mu = 215$ mililitros, a probabilidade de se cometer um erro tipo II com este teste é menor que 0,15.

C) Se tiver ocorrido uma mudança para $\mu = 185$ mililitros, a probabilidade de se cometer um erro tipo II com este teste é menor que 0,15.

D) Se, neste teste, for usado o intervalo $[185; 304]$ mililitros ao invés do intervalo atual, a probabilidade de se cometer o erro tipo I do teste irá ser menor do que aquele do teste atual.

10. (Mestrado-UFMG-2009-2010-Questão 2)

Sejam $X_1, X_2, \ldots, X_n$ variáveis aleatórias independentes e normalmente distribuídas com média μ e variância σ^2 . Em relação ao seguinte teste de hipótese

$$H_0 : \mu = \mu_0 \ \ contra \ \ H_1 : \mu < \mu_0,$$

verifique se cada uma das afirmativas seguintes é verdadeira (V) ou falsa (F):

I. Se o p-valor do teste for menor que o nível de significância, α, a hipótese H_0 deve ser rejeitada.

II-Se a variância σ^2 for conhecida, a estatística do teste segue a distribuição t-Student. Caso contrário, a distribuição do teste será a normal padrão.

III- Dados os parâmetros da população: $\mu_0 = 50$ e $\sigma^2 = 900$, suponha que a média de uma amostra aleatória de tamanho 36 retirada desta população seja $\bar{X} = 47$. Neste caso, o nível de significância do teste, α, será igual a 0,2743.

IV. A função-potência para este teste de hipótese será uma função decrescente da média μ .

V. Se a hipótese alternativa fosse $Ha : \mu > \mu_0$, ainda assim a função-potência seria decrescente com a média μ .

Escolha a opção correta da sequência de "V"e "F"para as cinco afirmativas anteriores:

A) FFFFF B) VVFVV C) VVFFV D) VFVFV.