

CC0293 - Análise Multivariada
Lista 1 - Exercícios de Álgebra Matricial
Prof. Gualberto Agamez Montalvo

1. (Exercício 2.3. do JW 6 Ed) Dadas as matrizes

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & -2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Calcular:

- (a) \mathbf{BA} ;
- (b) $\mathbf{A}^\top \mathbf{B}^\top$;
- (c) $\mathbf{C}^\top \mathbf{B}$;
- (d) $\text{tr}(\mathbf{A})$ e $\text{tr}(\mathbf{A}^\top)$;
- (e) $\det(\mathbf{A})$ e $\det(\mathbf{A}^\top)$;
- (f) \mathbf{A}^{-1} ;
- (g) $\det(\mathbf{A}^{-1})$ e $\frac{1}{\det(\mathbf{A})}$;
- (h) $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$.

2. Considere

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Verificar que

- (a) $(\mathbf{A}^\top)^\top = \mathbf{A}$;
- (b) $(\mathbf{A}^\top)^{-1} = (\mathbf{A}^{-1})^\top$.

3. (Exercício 2.6. do JW 6 Ed) Sejam

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 8 \\ 3 & 6 & -9 \end{bmatrix}$$

- (a) \mathbf{A} é simétrica?
- (b) Calcular os postos das matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{B}^\top ;
- (c) Calcular $\det(\mathbf{A} \otimes \mathbf{A})$;
- (d) Calcular $\det(\mathbf{A} \oplus \mathbf{A})$;
- (e) Calcular $\det(\mathbf{A} \oplus \mathbf{A} \oplus \mathbf{A})$;
- (f) Determinar os valores e vetores próprios de \mathbf{A} ;

(g) Mostrar por três métodos diferentes que \mathbf{A} é definida positiva;

4. Considere

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 9 \end{bmatrix}$$

É possível obter as descomposições LU, Cholesky e/ou Espectral das matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} ? Em caso da resposta ser afirmativa, obtenha.

5. Usando a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

- (a) Calcular $\mathbf{A}^\top \mathbf{A}$ e obtenha os valores e vetores próprios;
- (b) Calcular $\mathbf{A}\mathbf{A}^\top$ e obtenha os valores e vetores próprios;

6. Seja

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Encontrar

- (a) \mathbf{A}^{-1} ;
- (b) os valores e vetores próprios de \mathbf{A} ;
- (c) os valores e vetores próprios de \mathbf{A}^{-1} ;
- (d) as descomposições LU, Cholesky e/ou Espectral das matrizes \mathbf{A} e \mathbf{A}^{-1} (caso seja possível).
obtenha.