

Universidade Federal do Ceará  
Centro de Ciências

**Departamento de Estatística e Matemática Aplicada**

**Disciplina:** CC0282 - Probabilidade 1 – **Período:** 2021.2

**Professor:** Leandro Chaves Rêgo

**Terceira Prova**

Data: 09/02/2022

1. Determine qual a distribuição, identificando os parâmetros, da variável aleatória em cada uma das situações a seguir:
  - (a) **(0,25 ponto)** O número de pessoas com olhos azuis em um grupo de 10 pessoas sorteadas sem reposição de uma sala de 30 pessoas na qual 5 tem olhos azuis.
  - (b) **(0,25 ponto)** O número de pios de pássaros que se pode ouvir em um dia se o número médio de pios por hora for 15.
  - (c) **(0,25 ponto)** O número de cada uma das 3 espécies de flores presentes em uma coleção de 120 flores, se as flores são retiradas com reposição de uma plantação que tem a mesma quantidade de flores de cada uma dessas 3 espécies.
  - (d) **(0,25 ponto)** O número de lançamentos de dois dados que resultam em um total que seja um número primo se os dados forem lançados 50 vezes.
2. Suponha que  $X$  e  $Y$  são duas variáveis aleatórias independentes com função geradora de momentos conjunta dada por:

$$M_{X,Y}(t_1, t_2) = \frac{1}{(1 - 3t_1)^2(1 - 5t_2)^2},$$

para  $t_1 < 1/3$  e  $t_2 < 1/5$ .

Determine:

- (a) **(1,0 ponto)**  $E(X)$ .
- (b) **(1,5 ponto)**  $E(X + Y)^2$ .

3. Suponha que uma companhia de seguro de vida tem 10.000 clientes e que a cada ano existe uma probabilidade igual a 0,002 de cada um dos clientes dessa empresa morrer. Suponha que a empresa cobra uma taxa de R\$  $x$  de cada segurado para garantir que o segurado viverá por mais um ano. Se o segurado morrer, o valor da indenização que a empresa deve pagar a família do segurado um valor fixo igual a R\$ 100.000.
- (a) **(1,5 ponto)** Considere neste item que a empresa cobra a taxa de  $x = R\$200$ . Determine a probabilidade da empresa ter prejuízo em um dado ano?
  - (b) **(0,5 ponto)** Qual o comando do R você usaria para encontrar a resposta do item (a)?
  - (c) **(1,0 ponto)** Considere agora que a empresa quer que a probabilidade dela ter prejuízo em um dado ano seja menor ou igual a 0,05. Qual deve ser o menor valor da taxa que ela deve cobrar dos segurados para ter este desejo garantido? (Resolva utilizando o R ou indicando qual o comando você usaria no R para determinar este valor)
  - (d) **(1,5 ponto)** Considere neste item que o valor da indenização por morte de um segurado segue uma distribuição Zeta com média R\$ 100.000 e que as indenizações de clientes diferentes são independentes e independentes do número de mortes ocorrido no ano. Qual o menor valor da taxa  $x$  que a empresa deve cobrar para que o seu lucro médio não seja negativo?
4. Em uma partida de tênis, em cada *game* um mesmo jogador realiza todos os saques. Por simplicidade, assuma que ganha o *game* o jogador que fizer 4 pontos primeiro no *game*. Suponha que um dado jogador quando acerta o saque no primeiro serviço ganha o ponto no *game* em 80% das vezes, mas quando acerta o saque somente no segundo serviço ganha o ponto no *game* em 60% das vezes. Além disso, quando o jogador erra os dois serviços, ele perde o ponto com probabilidade 1. Suponha ainda que este jogador acerta o saque no primeira serviço 50% das vezes e erra os dois serviços 10% das vezes. Determine:
- (a) **(1,0 ponto)** a probabilidade deste jogador ganhar um ponto qualquer em um *game* em que ele saca.
  - (b) **(1,0 ponto)** a probabilidade deste jogador ganhar um *game* em que ele saca.
  - (c) **(1,0 ponto)** o número médio de pontos que são disputados em um *game* no qual este jogador saca.

*BOA PROVA e BOAS FÉRIAS!*