CC0308 - Análise de Séries Temporais
Lista de Exercícios: Modelos ARIMA
Profa. Jeniffer J. Duarte Sanchez

1. Escreva cada um dos modelos abaixo nas formas: (a) de equação de diferença; (b) de choque aleatório; (c) invertida.

   (i) $Z_t = (1 + 0,3B)a_t$;
   (ii) $(1 - 0,5B)\Delta Z_t = a_t$;
   (iii) $(1 + 0,3B)\Delta Z_t = (1 - 0,6B)a_t$;
   (iv) $\Delta^2 Z_t = (1 - 0,3B + 0,8B^2)a_t$.

2. Considere o modelo $\Delta Z_t = (1 - \theta B)a_t$, este modelo é chamado de modelo integrado de médias móveis, $IMA(1,1)$,

$$Z_t = Z_{t-1} + a_t - \theta a_{t-1}.$$

   Mostre que este modelo pode ser escrito na forma auto-regressiva

$$Z_t = \lambda Z_{t-1} + \lambda(1-\lambda)Z_{t-2} + \lambda(1-\lambda)^2 Z_{t-3} + \cdots + a_t,$$

   em que $\lambda = 1 - \theta$.

3. Considere o modelo

$$Z_t = \sum_{j=0}^{m} \beta_j t^j + \frac{\theta B}{\phi(B)\Delta^d} a_t.$$

   Prove que se, $m > d$

   (a) tomando-se d diferenças, obtemos um modelo não-estacionário, com uma tendência polinomial de grau $m - d = h$;
   (b) tomando-se m diferenças obteremos um processo estacionário, não-invertível.

4. Verifique se os modelos seguintes são estacionários e/ou invertíveis. Caso o modelo seja não-estacionário, poderíamos transformá-lo utilizando diferenças adequadas?

   (a) $(1 - 1,5B + 0,5B^2)(1 - B)Z_t = (1 - 0,3B)a_t$;
   (b) $(1 - 2B + B^2)Z_t = (1 + 1,1B)a_t$;
   (c) $(1 + 4/3B + 4/9B^2)Z_t = (1 - 0,4B)^2 a_t$.

5. Sejam X_t e Y_t dois processos que seguem os modelos

$$X_t = 1,5X_{t-1} - 0,5X_{t-2} + a_t,$$
$$Y_t = 0,5Y_{t-1} + e_t - 0,8e_{t-1},$$

respectivamente. Além disso, e_t e a_t são dois ruídos brancos independentes.

(a) Que modelo segue o processo $Z_t = X_t + Y_t$? Equacione os parâmetros de Z_t em função dos parâmetros X_t e Y_t.

(b) Z_t é um processo estacionário?