5ª Lista de Exercícios – Cálculo II

1.Em cada um dos itens abaixo escreva os quatro primeiros elementos da sequência e verifique se ela é convergente ou divergente. Caso seja convergente, ache seu limite:

a) $\left\{\dfrac{n+1}{2n-1}\right\}$ (resp.: ½) b) $\left\{\dfrac{3-2n^2}{n^2-1}\right\}$ (resp.:-2)

c) $\left\{\dfrac{n}{n+1}sen\left(\dfrac{n\pi}{2}\right)\right\}$ (resp.:divergente) d) $\left\{\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}-n}\right\}$ (resp.:divergente)

2. Dê exemplo de duas sequências distintas e divergentes $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ tais que a sequência $\{a_n + b_n\}$ seja convergente.

3. Em cada um dos itens abaixo verifique se a sequência dada é crescente , decrescente ou não-monótona:

a) $\left\{\dfrac{3n-1}{4n+5}\right\}$ (resp.: crescente) b) $\left\{\cos\left(\dfrac{n\pi}{3}\right)\right\}$ (resp.: não-monótona)

c) $\left\{\dfrac{5^n}{1+5^{2n}}\right\}$ (resp.: decrescente)

4. Em cada um dos itens abaixo verifique se a sequência dada é limitada

a) $\left\{\dfrac{n^2+3}{n+1}\right\}$ (resp.: não limitada) b) $\left\{3-(-1)^{n-1}\right\}$ (resp.: limitada)

5. Use o fato de que toda sequência monótona e limitada é convergente, para provar que as sequências abaixo são convergentes:

a) $\left\{\dfrac{1.3.5.....(2n+1)}{2.4.6....(2n)}\right\}$ b) $\left\{\dfrac{n^2}{2^n}\right\}$ c $\left\{\dfrac{5^n}{1+5^{2n}}\right\}$

d) $\left\{k^{1/n}\right\}, k>1$ e) $\left\{\dfrac{n}{3^{n+1}}\right\}$

6.Em cada um dos itens abaixo escreva os quatro primeiros elementos da sequência das somas parciais $\{S_n\}$ e obtenha uma fórmula para S_n em termos de n. Verifique também se a série infinita é convergente ou divergente. Caso seja convergente, ache sua soma:

a) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ (resp.: $s_n = \left\{\dfrac{n}{2n+1}\right\}$; 1/2)

b) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} Ln\left(\dfrac{n}{n+1}\right)$ (resp.: s_n =-Ln(n+1) ; divergente)

c) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{2}{5^{n-1}}$ (resp.: $s_n = \dfrac{5}{2}\left(1-\dfrac{1}{5^n}\right)$; 5/2)

d) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{2^{n-1}}{3^n}$ (resp.: $s_n = 1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$; 1)

7.Em cada um dos itens abaixo encontre a série infinita que produza sequência das somas parciais dada. Verifique também se a série infinita é convergente ou divergente. Caso seja convergente, ache sua soma:

a) $\{S_n\} = \left\{\frac{2n}{3n+1}\right\}$ (resp.: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{(3n-2)(3n+1)}$; 2/3)

b) $\{S_n\} = \left\{\frac{n^2}{n+1}\right\}$ (resp.: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2+n-1}{n(n+1)}$; divergente)

8.Em cada um dos itens abaixo escreva os quatro primeiros elementos da série infinita dada e verifique também se a série infinita é convergente ou divergente. Caso seja convergente, ache sua soma:

a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+1}{3n+2}$ (resp.: divergente)

b) $\sum_{n=1}^{+\infty} Ln\left(\frac{1}{n}\right)$ (resp.: divergente)

c) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{2^n}$ (resp.: 1)

9.Verifique se cada uma das séries abaixo é convergente ou divergente:

$a)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n2^n}$ $\qquad b)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$ $\qquad c)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^n}$

$d)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{4n^3+1}$ $\qquad e)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos^2 n}{3^n}$ $\qquad f)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{(n+2)!}$

Resp.: a) conv. b) div. c) conv d) div. e) conv f) conv

10. Aplique o teste da integral para verificar se as séries abaixo são convergentes ou divergentes:

$a)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2n+1}$ $\qquad b)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(3n+5)^2}$ $\qquad c)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+2)^{3/2}}$

$d)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4}{n^2-4}$ $\qquad e)\ \sum_{n=1}^{+\infty} e^{-5n}$ $\qquad f)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n\,Ln\,n}$

Resp.: a) div. b) conv. c) conv d) conv. e) conv f) div

11.Verifique se a série alternada abaixo é convergente ou divergente

$a)\ \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n}$ $\qquad b)\ \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{3}{n^2+1}$ $\qquad c)\ \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{4}{3n-2}$

$d)\ \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} sen\frac{\pi}{n}$ $\qquad e)\ \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{Ln\,n}{n}$ $\qquad f)\ \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{e^n}{n}$

Resp.: a) conv. b) conv. c) conv d) conv. e) conv f) div

12. Verifique se cada uma das séries abaixo é absolutamente convergente, condicionalmente convergente ou divergente:

$$a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n \qquad b) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n^3} \qquad c) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n^2+1}{n^3}$$

$$d) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^n}{n!} \qquad e) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos n}{n^2} \qquad f) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1-2sen\, n}{n^3}$$

Resp.: a) abs. conv. b) div. c) cond. conv. d) abs. conv. e) abs. conv f) abs. conv

13. Resolva as equações diferenciais abaixo:
a) $y` = 3x^7 - 2x^3 + 4$
b) $y` = x^2 / y$
c) $y` = x/ (1+x^2)$
d) $y` = (3x^2 - 1)/ (3 + 2y)$
e) $xy` = (1+y)^{1/2}$
f) $y` = x^2 / (1+y^2)$
g) $y' - 2t\, y = t$
h) $x^2y' + 5xy + 3x^5 = 0$, com $x \neq 0$.
i) $y' - 3x^2y = x^2$

14. Resolva os problemas de valor inicial abaixo :
a) $y` = (1+3x^2)/(3y^2 - 6y)$; $y(0) = 1$
b) $y` = 3x^2 / (3y^2 - 4)$; $y(1)=0$
c) $y` = 2y^2 + xy^2$; $y(0)=1$
d) $y\, y' = 1$, $y(3) = -3$
e) $y`` = 2x$; $y`(0) = 1$ e $y(0) = 3$
f) $y`` = 4x^3 + 2x + 1$; $y'(1) = 5$ e $y(1) = -31/30$