

Centro de Ciências

Departamento de Estatística e Matemática Aplicada

Professor: Rafael Bráz Azevedo Farias

Disciplina: Estatística Computacional

Atividade em Sala e Casa (2017.2)

1. Sejam X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória da distribuição da variável aleatória X com função densidade de probabilidade dada por

$$f(x|\theta) = \frac{1}{2}(1 + \theta x) \mathbb{1}_{[-1,1]}(x), \text{ com } \theta \in [-1, 1]. \quad (1)$$

Nossos interesses são:

- a) Apresentar o gráfico da função densidade de probabilidade para $\theta = 0,5$ e $\theta = -0,5$;
- b) Obter e apresentar o gráfico da função de distribuição acumulada de probabilidade (fda) para $\theta = 0,5$;
- c) Obter a esperança, variância, segundo e terceiro momento, ambos centrado em zero, da distribuição de probabilidade (1);
- d) Obter a função quantil e apresentar seu gráfico para $\theta = 0,5$;
- e) Escrever um algoritmo para simular valores da distribuição de probabilidade (1);
- f) Sugerir alguns estimadores do parâmetro de interesse θ . Dentre eles, o método dos momentos e o método da máxima verossimilhança;
- g) Apresentar a forma funcional de dois estimadores obtidos via o método dos momentos;
- h) Apresentar um algoritmo que retorne uma aproximação, de pelo menos 4 casa decimais, do estimador de máxima verossimilhança;
- i) Simule duas amostras, uma de tamanho $n = 50$ e outra de tamanho $n = 500$ da distribuição de probabilidade (1), com $\theta = 0,6$, e apresente os histogramas e as medidas descritivas das amostras simuladas.
- j) Para cada uma das amostras simuladas no item (i), obtenha estimativas para θ via método dos momentos e máxima verossimilhança;
- k) Qual dos métodos de estimação é o melhor na estimação de θ na distribuição de probabilidade (1)? Realize um estudo de simulação com 1000 réplicas (para cada combinação de tamanho de amostra e parâmetro), sendo os tamanhos de amostras $n = 50$ e $n = 500$ e valores de θ iguais a $-0,6$; 0 e $0,6$. Compare os métodos através do Erro Quadrático Médio (EQM) dos Estimadores (Você pode sugerir outras medidas de comparação);
- l) Apresente histogramas e outras imagens que julgue interessante dos estimadores obtidos no item (k);
- m) Apresente estimadores para a média e variância da distribuição de probabilidade (1).