Universidade Federal do Ceará
Centro de Ciências
Departamento de Estatística e Matemática Aplicada
Disciplina: CC0282 - Probabilidade 1 – **Período:** 2021.2
Professor: Leandro Chaves Rêgo
Terceira Lista de Exercícios

1. Sejam A e B dois eventos associados a um experimento. Suponha que $P(A) = 0{,}5$, $P(A \cup B) = 0{,}7$, e $P(B) = p$. Para que valor de p, os eventos A e B serão independentes?

2. Uma válvula a vácuo pode provir de três fabricantes, com probabilidades $p_1 = 0{,}2$, $p_2 = 0{,}3$ e $p_3 = 0{,}5$. As probabilidades de que durante determinado período de tempo, a válvula funcione bem são, respectivamente, 0,5; 0,1; e 0,2 para cada um dos fabricantes. Calcule a probabilidade de que uma válvula escolhida ao acaso funcione bem durante o período de tempo especificado.

3. Durante o mês de novembro a probabilidade de chuva é de $0,3$. O Fluminense ganha um jogo em um dia com chuva com a probabilidade de $0,4$; e em um dia sem chuva com a probabilidade de $0,6$. Se o Fluminense ganhou um jogo em novembro, qual a probabilidade de que choveu nesse dia?

4. Sabe-se que os eventos B_1, B_2 e B_3 são disjuntos par a par e que sua união é igual ao espaço amostral. Estes eventos têm as probabilidades $P(B_1) = 0.2$ e $P(B_2) = 0.3$. Existe um outro evento A tal que $P(A|B_1) = 0.3$, $P(A|B_2) = 0.4$ e $P(A|B_3) = 0.1$. Calcule:

   (a) $P(A)$.

   (b) $P(B_2|A)$.

5. Numa certa cidade, 75% de seus habitantes têm menos de 30 anos, enquanto os outros 25% têm mais de 30 anos. Sabendo-se que a taxa de alfabetização entre os jovens, idade < 30 anos é de 40% e entre os não jovens, idade ≥ 30 anos, é de 30%, calcule:

   (a) a probabilidade de que um habitante escolhido ao acaso seja alfabetizado;

   (b) a probabilidade de que um habitante alfabetizado ter menos de 30 anos.

6. A causa de um acidente está sendo investigada e existem quatro hipótesis possíveis: H_1, H_2, H_3 e H_4. Estatisticamente sabe-se que $P(H_1) = 0.2$, $P(H_2) = 0.4$, $P(H_3) = 0.3$ e $P(H_4) = 0.1$. Já é sabido que ocorreu o evento $A = \{\text{falha no nível do óleo}\}$. Pelas mesmas estatísticas a probabilidade condicional do evento A dadas as hipótesis H_1, H_2, H_3 e H_4 são, respectivamente, 0.9, 0, 0.2 e 0.3. Encontre as probabilidades *a posteriori* para as hipótesis.

7. Um homem dispara 12 tiros independentemente num alvo. Qual é a probabilidade de que atinja o alvo pelo menos uma vez, se tem probabilidade 9/10 de atingir o alvo em qualquer tiro?

8. Três prisioneiros são informados por seu carcereiro que um deles foi escolhido aleatoriamente para ser executado, e os outros dois serão libertados. O prisioneiro A pede ao carcereiro para lhe dizer confidencialmente qual, de seus dois companheiros de cela, será libertado, afirmando que não há qualquer problema, pois ele ja sabe que pelo menos um deles estará em liberdade. O carcereiro recusa-se a responder a pergunta, argumentando que, se A soubesse qual de seus companheiros seria libertado, então sua própria probabilidade de ser executado cresceria de 1/3 para 1/2. Que você pensa do julgamento de carcereiro?

9. Considere os eventos A, B e C. Sendo A e B independentes, A e C independentes e B e C mutuamente excludentes, mostre que A e $B \cup C$ são independentes.

10. Seja o espaço amostral $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$ onde $P(\{a, b, c\}) = \frac{1}{2}$ e $P(\{a\}) = \frac{1}{4}$.

    (a) Determine as probabilidades de todos os eventos cujas probabilidades podem ser computadas dos dados.

    (b) Compute $P(\{b, c, d\} \mid \{a, b, c\})$.

    (c) Compute $P(\{a\} \mid \{a, b, c\})$.

11. Suponha que a ocorrência ou não de chuva dependa das condições do tempo no dia imediatamente anterior. Admita que se chove hoje, choverá amanhã com probabilidade 0.7 e que se não chove hoje choverá amanhã com probabilidade 0.4. Sabendo-se que choveu hoje, calcule a probabilidade que choverá depois de amanhã.

12. Considere as seis permutações das letras a, b, c como também os *triplets* (a, a, a), (b, b, b), (c, c, c). Seja Ω consistindo dos nove *triplets*, cada um com probabilidade 1/9. Definindo os eventos

    $$A_k = \{ \text{ o } k\text{-ésimo lugar é ocupado pela letra } a \ \},$$

    para $k = 1, \cdots, 3$ mostre que eles são independentes dois a dois mas não são mutuamente independentes.

13. Uma máquina impressora pode imprimir n letras, digamos $\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_n$. Ela é acionada por impulsos elétricos, cada letra sendo produzida por um impulso diferente. Suponha que exista uma probabilidade constante p de imprimir a letra correta e também suponha independência. Um dos n impulsos, escolhido ao acaso, foi alimentado na máquina duas vezes e, em ambas, a letra α_1 foi impressa. Calcule a probabilidade de que o impulso escolhido tenha sido para imprimir α_1.

14. Estima-se que a probabilidade de que Mário seja culpado é 0.2. São chamadas duas testemunhas, Alberto e Carlos. Se Mário for realmente culpado, Alberto dirá que ele é culpado com certeza e Carlos dirá que Mário é culpado com probabilidade 0.6. Se Mário for inocente, Alberto dirá com probabilidade de 0.3 que ele é inocente e Carlos dirá certamente que ele é inocente.

(a) Qual é a probabilidade de Alberto dizer que Mário é inocente?

(b) Qual é a probabilidade de Mário ser inocente se Carlos disser que é inocente?