

CC0288 - Inferência Estatística I

Segunda Chamada da Primeira Verificação de Aprendizagem - 19/10/2022.

Prof. Maurício

1. (Valor 1,5 pontos) Suponha que 200 observações independentes X_1, X_2, \dots, X_{200} sejam obtidas de variável aleatória X com

$$E(X) = \mu \quad e \quad V(X) = \sigma^2.$$

Sabe-se que

$$\sum_{i=1}^{200} x_i = 300 \quad e \quad \sum_{i=1}^{200} x_i^2 = 3754.$$

Usando esses valores calcule uma estimativa:

- a. não tendenciosa de μ .
 - b. não tendenciosa de σ^2 .
 - c. tendenciosa de σ .
2. (Valor 7,5 pontos) Seja X uma variável aleatória com a seguinte f.d.p.:

$$f(x|\theta) = (1 + \theta) x^\theta, \quad 0 < x < 1, \quad \theta > -1.$$

Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de X .

- a. Identifique a variável aleatória especificando seu suporte, espaço paramétrico, sua média e variância.
- b. Mostre que ela pertence à família exponencial.
- c. Qual a função escore e a informação de Fisher?
- d. Encontre uma estatística suficiente e completa, S , para θ .
- e. Seja T um estimador não viciado de $g(\theta) = \frac{\theta+1}{\theta+2}$. Ache um limite inferior para a variância de T .
- f. Mostre que

$$T = -\frac{\sum_{i=1}^n \log(X_i)}{n}$$

é o estimador não viciado de variância mínima de $g(\theta) = \frac{1}{\theta+1}$.

- g. Qual o estimador pelo método dos momentos para θ ?

Uma amostra aleatória de tamanho $n = 6$ forneceu:

$$x_1 = 0,3; x_2 = 0,8; x_3 = 0,27; x_4 = 0,35; x_5 = 0,62; x_6 = 0,55.$$

Calcule a estimativa de θ por este método.

- h. Qual o estimador pelo método de máxima verossimilhança para θ ?

Calcule a estimativa de θ por este método usando a amostra do item g.

3. (Valor 1 ponto) Seja $X \sim U[-\theta, \theta]$, $\theta > 0$.

Determine o estimador de máxima verossimilhança para θ baseado em uma amostra aleatória X_1, X_2, \dots, X_n de X .

4. (Valor 1 ponto) Sejam Y_1, Y_2, \dots, Y_n variáveis aleatórias independentes com

$$Y_i \sim N(\beta x_i^2, \sigma^2), i = 1, 2, \dots, n.$$

com x_i conhecidos.

Qual o estimador de mínimos quadrados de β ?