10. Uma pessoa gaba-se de adivinhar qual será o resultado do lance de uma moeda, mas é preciso que os presentes não o perturbem com pensamentos duvidosos. Para testar tal capacidade, lançou-se uma moeda perfeita 6 vezes, e o adivinhador acertou 5. Qual seria sua conclusão?

Solução: Seja $X = 1$ se acerta o lance da moeda e $X = 0$ se erra o lance.

Seja p a probabilidade dele acertar o lance:

$$X \sim Ber(p).$$

O problema pede para testar:

$$H_0 : p \leq \frac{1}{2} \quad vs \quad H_1 : p > \frac{1}{2},$$

que é equivalente a:

$$H_0 : p = \frac{1}{2} \quad vs \quad H_1 : p > \frac{1}{2}.$$

Seja S o número de acertos em n lances da moeda.

Assim

$$S \sim Bin(n, p).$$

Se H_0 é verdade temos $p = \frac{1}{2}$ e como $n = 6$ temos:

$$P(S = s) = \frac{\binom{6}{s}}{64} \; I_{\{0,1,2,3,4,5,6\}} \; (s).$$

O nível descritivo será:

$$\hat{\alpha} = P(S \geq 5 \; |p = 0,5) = P(S = 5) + P(S = 6) = \frac{7}{64} = 0,11.$$

A regra de decisão fica:

Seja α o nível de significância do teste:

Se $\alpha \leq 0,11$ não rejeitar H_0.

Se $\alpha > 0,11$ rejeitar H_0.

Utilizando $\alpha = 0,05$ concluímos que ele não tem tal capacidade.

```
>
> s=0:6;s
[1] 0 1 2 3 4 5 6
>
> ps=dbinom(s,6,1/2);ps
[1] 0.015625 0.093750 0.234375 0.312500 0.234375 0.093750 0.015625
>
> require(MASS)
> fractions(ps)
[1]  1/64  3/32 15/64  5/16 15/64  3/32  1/64
>
```

```
> nd=1-pbinom(4,6,1/2);nd
[1] 0.109375
>
> round(nd,2);
[1] 0.11
>
round(nd,4);
[1] 0.1094

 binom.test(5,6,alternative="greater")

Exact binomial test

data:  5 and 6
number of successes = 5, number of trials = 6, p-value = 0.1094
alternative hypothesis: true probability of success is greater than 0.5
95 percent confidence interval:
0.4181966 1.0000000
sample estimates:
probability of success
0.8333333
```