

# Variáveis Aleatórias Contínuas

Prof. José Roberto Silva dos Santos

Depto. de Estatística e Matemática Aplicada - UFC

Fortaleza, 26 de agosto 2022

## 1 Mais Medidas Resumo para v.a's

## 1 Mais Medidas Resumo para v.a's

### Definição

Seja  $X$  uma v.a com f.d.a  $F$ . A mediana ( $M_d$ ) de  $X$  é por definição qualquer número  $x_{0,5}$  que satisfaça a desigualdade:

$$\mathbb{P}(X \leq x_{0,5}) \geq \frac{1}{2} \text{ e } \mathbb{P}(X \geq x_{0,5}) \geq \frac{1}{2}, \quad (1)$$

em particular  $x_{0,5}$  pode ser o valor médio dos valores de  $X$  que satisfazem (1).

Note que, para v.a's contínuas com densidade de probabilidade  $f$ , a mediana satisfaz

$$\mathbb{P}(X \leq x_{0,5}) = \int_{-\infty}^{x_{0,5}} f(x)dx = F(x_{0,5}) = \frac{1}{2}.$$

### Definição

Para determinar qualquer quantil devemos ter

$$\mathbb{P}(X \leq x_q) = F(x_q) = q$$

para algum  $q \in [0, 1]$ .

### Definição

A moda de uma v.a  $X$  é o valor  $x$  em que a sua função de probabilidade (no caso discreto) ou a sua densidade de probabilidade (no caso contínuo) toma o valor máximo. Simbolicamente temos,

$$Mo = \arg \max_x p(x) \text{ ou } Mo = \arg \max_x f(x)$$

# Mais Medidas Resumo para v.a's

## Exemplos

- Considere a v.a  $X$  com a seguinte densidade:

$$f(x) = 2 \exp(-2x) \text{ para todo } x \geq 0$$

- Considere a v.a  $X$  com a seguinte densidade:

$$f(x) = 2 \exp(-2x) \text{ para todo } x \geq 0$$

Temos que a f.d.a de  $X$  é dada por

$$F(x) = \int_0^{\infty} 2 \exp(-2u) du = -\exp(-2u)]_0^{\infty} = 1 - \exp(-2x).$$

para todo  $x \geq 0$  e 0 caso contrário.



- Assim a mediana de  $X$  é o valor  $x_{0,5}$  que satisfaz a equação

$$F(x_{0,5}) = 0,5 \Leftrightarrow 1 - \exp(-2x_{0,5}) = 0,5 \Leftrightarrow x_{0,5} = 0,5 \ln(2).$$

Portanto,

$$M_d(X) = 0,5 \ln(2).$$

Não é difícil ver que,

$$Mo(X) = \arg \max_x f(x) = 0.$$

- Seja uma  $X$  v.a contínua e considere:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1 - x^2), & \text{se } -1 < x < 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- Seja uma  $X$  v.a contínua e considere:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1 - x^2), & \text{se } -1 < x < 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine a mediana de  $X$ .

- Seja uma  $X$  v.a contínua e considere:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1 - x^2), & \text{se } -1 < x < 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine a mediana de  $X$ .
- (b) Determine a moda de  $X$ .

- Seja uma  $X$  v.a contínua e considere:

$$f_X(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 2 - x, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine a mediana de  $X$ .
- (b) Determine a moda de  $X$ .