Variáveis Aleatórias Contínuas

Prof. José Roberto Silva dos Santos

Depto. de Estatística e Matemática Aplicada - UFC

Fortaleza, 19 de agosto 2022

Sumário

Exemplo

- Seja uma X v.a contínua e considere:

$$f_X(x) = \begin{cases} c(1-x^2), & \text{se } -1 < x < 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Exemplo

- Seja uma X v.a contínua e considere:

$$f_X(x) = \begin{cases} c(1-x^2), & \text{se } -1 < x < 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

(a) Determine o valor de c tal que $f_X(x)$ seja uma legítima f.d.p.

Exemplo

- Seja uma X v.a contínua e considere:

$$f_X(x) = \begin{cases} c(1-x^2), & \text{se } -1 < x < 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

(a) Determine o valor de c tal que $f_X(x)$ seja uma legítima f.d.p.

(b) Determine a função de distribuição acumulada de X.

Exemplo

Considere a seguinte f.d.p.

$$f_X(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

representando o índice de acidez (X) de um determinado produto alimentício. O produto é consumível se este índice for menor do que 2. O setor de fiscalização apreendeu 30 unidades do produto. Qual a probabilidade de que pelo menos 10% da amostra seja imprópria para consumo?

Sumário

Valor esperado de v.a's contínuas

- Definição: seja X uma v.a. contínua com densidade f_X, dizemos que X possui esperança finita se:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x| f_X(x) dx < \infty$$

Valor esperado de v.a's contínuas

- Definição: seja X uma v.a. contínua com densidade f_X, dizemos que X possui esperança finita se:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x| f_X(x) dx < \infty$$

- Nesse caso, definimos:

$$\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx$$

- Definição: seja X uma v.a. contínua com densidade f_X. A quantidade $\mathbb{E}(X^k)$ é definida como o *momento* de ordem k de X.

Valor esperado de v.a's contínuas

- Definição: seja X uma v.a. contínua com densidade f_X. A quantidade $\mathbb{E}(X^k)$ é definida como o *momento* de ordem k de X.
  - caso discreto: $\mathbb{E}(X^k) = \sum_x x^k \mathbb{P}(X = x)$

Valor esperado de v.a's contínuas

- Definição: seja X uma v.a. contínua com densidade f_X. A quantidade $\mathbb{E}(X^k)$ é definida como o *momento* de ordem k de X.
  - caso discreto: $\mathbb{E}(X^k) = \sum_x x^k \mathbb{P}(X = x)$
  - caso contínuo: $\mathbb{E}(X^k) = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f_X(x) dx$

Sumário

Variância de va's contínuas

- Definição: seja X v.a. com valor esperado $\mathbb{E}(X), \mathbb{E}(X^2) < \infty$, definimos por variância, a quantidade:

Variância de va's contínuas

- Definição: seja X v.a. com valor esperado $\mathbb{E}(X), \mathbb{E}(X^2) < \infty$, definimos por variância, a quantidade:

$$\mathrm{Var}(X) = \mathbb{E}([X - \mathbb{E}(X)]^2) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}^2(X).$$

Variância de va's contínuas

- Definição: seja X v.a. com valor esperado $\mathbb{E}(X), \mathbb{E}(X^2) < \infty$, definimos por variância, a quantidade:

$$\mathrm{Var}(X) = \mathbb{E}([X - \mathbb{E}(X)]^2) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}^2(X).$$

- E definimos como desvio padrão:

Variância de va's contínuas

- Definição: seja X v.a. com valor esperado $\mathbb{E}(X), \mathbb{E}(X^2) < \infty$, definimos por variância, a quantidade:

$$\mathrm{Var}(X) = \mathbb{E}([X - \mathbb{E}(X)]^2) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}^2(X).$$

- E definimos como desvio padrão:

$$\sigma(X) = \sqrt{\mathrm{Var}(X)}$$

Variância de va's contínuas

- Definição: seja X v.a. com valor esperado $\mathbb{E}(X), \mathbb{E}(X^2) < \infty$, definimos por variância, a quantidade:

$$\text{Var}(X) = \mathbb{E}([X - \mathbb{E}(X)]^2) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}^2(X).$$

- E definimos como desvio padrão:

$$\sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

- Note que assim como no caso discreto, ambas as quantidades oferecem medidas de dispersão da variável X em relação ao valor esperado $\mathbb{E}(X)$.

- Exemplo:

$$f_X(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 2 - x, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- Exemplo:

$$f_X(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 2 - x, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- Determine $\mathbb{E}(X)$ e $\text{Var}(X)$.