

34. Numa escola A, os alunos submetidos a um teste obtiveram média 70, com desvio padrão 10. Em outra escola B, os alunos submetidos ao mesmo teste obtiveram média 65 e desvio padrão 15. Se colhemos na escola A uma amostra de 36 alunos e na B, uma de 49 alunos, qual é a probabilidade de que a diferença entre as médias seja superior a 6 unidades?

Solução: Sejam

X = Nota do teste dos alunos da escola A.

$$\mu_1 = 70 \quad \sigma_1^2 = 100.$$

$$X \sim N(70 ; 100).$$

Uma amostra de tamanho $n = 36$ é retirada. Assim

$$\bar{X} \sim N\left(70; \frac{100}{36}\right).$$

Y = Nota do teste dos alunos da escola B.

$$\mu_2 = 65 \quad \sigma_2^2 = 225.$$

$$Y \sim N(65 ; 225).$$

Uma amostra de tamanho $m = 49$ é retirada. Assim

$$\bar{Y} \sim N\left(65; \frac{225}{49}\right).$$

Seja

$$D = \bar{X} - \bar{Y}.$$

Assim,

$$\mu_D = E(D) = \mu_1 - \mu_2 = 70 - 65 = 5.$$

$$\sigma_D^2 = \frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m} = \frac{100}{36} + \frac{225}{49} = 7,3696.$$

A questão pede

$$p = P(|D| > 6) = 1 - P(|D| \leq 6) = 1 - P(-6 \leq D \leq 6).$$

$$P(-6 \leq D \leq 6) = P\left(\frac{-6-5}{2,71}\right)$$

$$p_1 = P(D \leq 6) = P(Z \leq 0,37) = 0,5 + P(0 < Z \leq 0,37) = 0,5 + 0,14431 = 0,64431.$$

$$p_2 = P(D \leq -6) = P(Z \leq -4,05) = 0,5 - P(0 < Z \leq 4,05) = 0,5 - 0,49997 = 0,00003.$$

$$p = 1 - p_1 - p_2 = 1 - 0,64431 - 0,00003 = 0,64428.$$

```
>
> mu_1=70;mu_2=65
>
>
> mu_D=mu_1-mu_2;mu_D
[1] 5
>
> sigma2_1=100;sigma2_2=225
> n=36;m=49
>
> sigma2_D= sigma2_1/n+ sigma2_2/m;sigma2_D
[1] 7.369615
>
> sigma_D=sqrt(sigma2_D);sigma_D
[1] 2.714703
>
> ##p=P(|D| >6)=1-P(|D| <=6)=1-P(-6 <D<6)
>
> z_1=(6-mu_D)/sigma_D;z_1
[1] 0.3683644
> z_2=(-6-mu_D)/sigma_D;z_2
[1] -4.052008
>
>
> p_1=pnorm(z_1);p_1
[1] 0.6436992
> p_2=pnorm(z_2);p_2
[1] 2.538996e-05
```