CC0288 - Inferência Estatística I

Aula de Exercícios Intervalos de Confiança e TH - 05/06/2023.

Prof. Maurício

1. (Seção 7.3- Exercício 22.) A saída do MINITAB a seguir mostra os resultados de um teste de hipótese para a diferença $\mu_1 - \mu_2$ entre duas médias populacionais.

Two Sample T for X vs Y.

Variável	n	Mean	StDev	SE Mean
X	10	39.31	8,71	2.8
Y	10	29.12	4.79	1.5

Difference= $\mu(X) - \mu(Y)$

Estimate for difference:10.1974

95% lower bound for difference:4.6333

T-test of difference =0 vs (> 0); T-value 3.25 P-value=0.003 DF=13

a. Este é um teste unilateral ou bilateral?
b. Qual a hipótese nula?
c. H_0 pode ser rejeitada ao nível de 1%? Como você sabe?

Solução:

O problema pede para testar

A hipótese nula

$$H_0 : \mu_X - \mu_Y = 0$$

contra a hipótese alternativa

$$H_1 : \mu_X - \mu_Y > 0.$$

Temos um teste unilateral à direita.

O nível de significância do item **c** é

$$\alpha = 0,01.$$

O nível descritivo do teste ou p-valor do teste é

$$nd = 0,003.$$

Como $0,01 > 0,003$ vamos rejeitar H_0.

Agora vamos explicar detalhadamente a saída do teste

Temos duas populações normais independentes

$$X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2) \quad Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$$

Da população X temos:

$$n = 10; \bar{x} = 39,31 \quad s_1 = 8,71,$$

o erro padrão estimado de $\bar{X}$ é dado por:

$$e_1 = \frac{s_1}{\sqrt{n}} = \frac{8,71}{\sqrt{10}} = 2,8.$$

Da população Y temos:

$$m = 10; \bar{y} = 29,12 \quad s_2 = 4,79,$$

o erro padrão estimado de $\bar{Y}$ é dado por:

$$e_2 = \frac{s_2}{\sqrt{m}} = \frac{4,79}{\sqrt{10}} = 1,5.$$

Vamos estimar pontualmente

$$\Delta = \mu_1 - \mu_2.$$

A estimativa é dada por:

$$\hat{\Delta} = \bar{x} - \bar{y} = 39,31 - 29,12 = 10,19.$$

```
>
> ###Navidi -Exercício 22 da seção 7.3 =página 307.
> xb = 39.31; s1 = 8.71; n=10
> yb = 29.12; s2 = 4.79; m=10
>
> ep1 = s1 / sqrt(n);ep1;round(ep1,1)
[1] 2.754344
[1] 2.8
>
> ep2 = s2 / sqrt(m);ep2;round(ep2,1)
[1] 1.514731
[1] 1.5
>
>
> delta_est=xb-yb;delta_est
[1] 10.19
>
```

Vamos aplicar a regra prática para verificar se podemos considerar as variâncias. Pela resolução o Minitab trabalhou com variâncias distintas.

$$Teta_e st = \frac{max(s_1, s_2)}{min(s_1, s_2)} = \frac{8,71}{4,79} = 1,81 < 2.$$

```
> teta_est=max(s1,s2)/min(s1,s2);teta_est
[1] 1.818372
> teta_est=max(s1,s2)/min(s1,s2);teta_est
[1] 1.818372
> teta_est<2 #####Considerar as variancias iguais.
[1] TRUE
>
```

Vamos construir um intervalo de confiança de 90% para

$$\theta = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}.$$

Veja a saída do **R**:

```
> ###Vamos construir um IC90(teta); teta=sigma_2^2/sigma_1^2
>
>
>
> fcal = (s1/s2)^2; fcal
[1] 3.306475
> f2 = qf(0.95, n-1,m-1);f2
[1] 3.178893
> f1 = qf(0.05, n-1,m-1);f1
[1] 0.3145749
>
> ls=f2*fcal;ls
[1] 10.51093
> li=f1*fcal;li
[1] 1.040134
>
>
>
> IC90=c(li,ls);round(IC90,4)
[1]  1.0401 10.5109
>
>
> ###COMO o ponto 1 não pertence ao IC. Logo variâncias distintas.
>
>
>
>
```

Assim a estatística do teste será se H_0 é verdade:

$$t_{cal} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m}}} \sim t(r).$$

Veja a saída do **R**:

```
1] 97.6306
> den = A^2/(n-1) + B^2/(m-1);den
[1] 6.97977
> r1 = num/den;r1
[1] 13.98765
>
> r=floor(r1);r
[1] 13
> tcal = (xb-yb)/sqrt(A+B);tcal
[1] 3.241736
>
>
>
> #####nd=P(t(13)> tcal=P(T(13)> 3,25)
>
> nd=(1-pt(tcal,13));nd
[1] 0.003214846
> round(nd,3)
[1] 0.003
>
>
> #####Vamos construir o IC unilateral de 95\%
>
>
>
>
> t_1=qt(0.95,13);t_1
[1] 1.770933
>
> t_1=1.771
> limI=delta_est - t_1*sqrt(A+B);limI;round(limI,2)####pequena diferença!!!!
[1] 4.623079
[1] 4.62
>
> ##olhar as contas!!!!!
>
>
>
```

Explicamos tudo!!!!!!!!!