24 Uma empresa deseja estudar a produtividade de seus trabalhadores. Para isso, sorteou seis operários, e contou o número de peças produzidas durante uma semana sem intervalo e uma semana com intervalo.

Os resultados sugerem se há ou não melhora na produtividade? Caso haja melhora, qual deve ser o acréscimo médio de produção para todos os trabalhadores da fábrica?

| Operário | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sem Intervalo | 23 | 35 | 29 | 33 | 43 | 32 |
| Com Intervalo | 28 | 38 | 29 | 37 | 42 | 30 |

**Solução:** Sejam $X$ a produção do operário com intervalo de 10 minutos

e $Y$ a produção do operário sem o intervalo de 10 minutos.

Note que as duas populações são dependentes.

Suponha que

$$(X, Y) \sim N_2\left(\mu_1, \mu_2\, \rho, \sigma_1^2, \sigma_2^2\right).$$

$$X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2) \qquad Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$$

$$D = X - Y \sim N(\mu_D = \mu_1 - \mu_2, \sigma_D^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2.)$$

$$H_0 : \mu_D = \mu_1 - \mu_2 = 0 \ \ vs \quad \mu_D = \mu_1 - \mu_2 \neq 0.$$

Vamos usar $\alpha = 5\%$.

| Operário | Y-Sem Intervalo | X- Com Intervalo | D=X-Y | $D^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 23 | 28 | 5 | 25 |
| 2 | 35 | 38 | 3 | 9 |
| 3 | 29 | 29 | 0 | 0 |
| 4 | 33 | 37 | 4 | 16 |
| 5 | 43 | 42 | -1 | 1 |
| 6 | 32 | 30 | -2 | 4 |

```
>
> X=c(28,38,29,37,42,30)
> SX=sum(X)
>
> Y=c(23,35,29,33,43,32)
> D=X-Y
> SY=sum(Y)
> D2=D^2
> operario=1:6
> tab=cbind(operario,Y,X,D,D2)
> tab
operario  Y  X  D D2
[1,]        1 23 28  5 25
[2,]        2 35 38  3  9
```

```
[3,]         3 29 29  0  0
[4,]         4 33 37  4 16
[5,]         5 43 42 -1  1
[6,]         6 32 30 -2  4
> SD=sum(D);SD
[1] 9
> SD2=sum(D2);SD2
[1] 55
> n=length(D);n
[1] 6
>
>
> S2_D=(SD2-SD^2/n)/(n-1);S2_D
[1] 8.3
> s_D=sqrt(S2_D);s_D
[1] 2.880972
>
> Xb=SX/n;Yb=SY/n;Xb;Yb
[1] 34
[1] 32.5
>
> delta_est=Xb-Yb;delta_est
[1] 1.5
> t_cal=sqrt(n)*( delta_est-0)/s_D;t_cal
[1] 1.275345
>
> pt(t_cal,n-1);1-pt(t_cal,n-1)
[1] 0.870886
[1] 0.129114
>
> nd=2*(1-pt(t_cal,n-1));nd
[1] 0.258228
>
> t.test(X,Y,paired=T)

Paired t-test

data:  X and Y
t = 1.2753, df = 5, p-value = 0.2582
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
-1.523395  4.523395
sample estimates:
mean of the differences
1.5

>



=c(23,35,29,33,43,32)
> Y=c(28,38,29,37,42,30)
```

```
> n=length(Y);n
[1] 6
> cov(X,Y);cor(X,Y)
[1] 34.4
[1] 0.9010671
>
> cor.test(X,Y)

Pearson's product-moment correlation

data:  X and Y
t = 4.1555, df = 4, p-value = 0.0142
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
95 percent confidence interval:
0.3330712 0.9892317
sample estimates:
cor
0.9010671

> SXY=sum(X*Y);SXY
[1] 6802
> SX=sum(X);SX
[1] 195
> SY=sum(Y);SY
[1] 204
>
> (SXY-SX*SY/n)/(n-1)
[1] 34.4
>
>
> cov(X,Y)/(sd(X)*sd(Y))
[1] 0.9010671
>
```

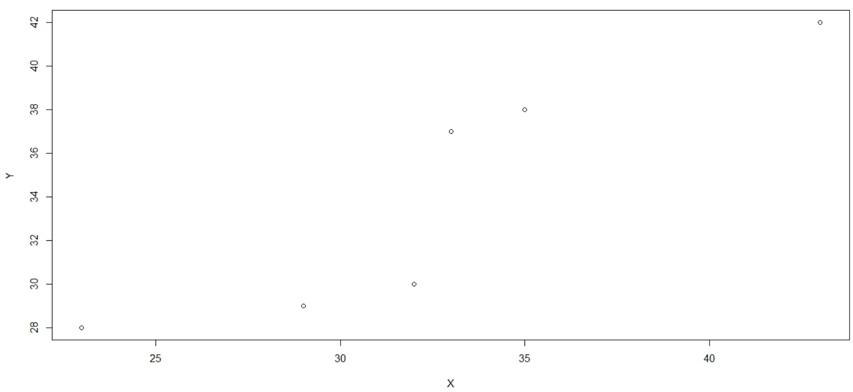


Figura 1: