CC0308 - Análise de Séries Temporais
Lista de Exercícios: Modelos ARIMA
Profa. Jeniffer J. Duarte Sanchez

1. Escreva os seguintes modelos usando o operador B:

   (a) $\widetilde{Z}_t - 0,6\widetilde{Z}_{t-1} = a_t$;

   (b) $\widetilde{Z}_t = a_t + 0,8a_{t-1}$;

   (c) $\widetilde{Z}_t = 0,3\widetilde{Z}_{t-1} - 0,6\widetilde{Z}_{t-2} + a_t$;

   (d) $\widetilde{Z}_t - 0,4\widetilde{Z}_{t-1} = a_t - 0,3a_{t-1} + 0,8a_{t-2}$;

   (e) $Z_t = 1,5Z_{t-1} - 0,75Z_{t-2} + a_t + 4,0$;

   (f) $\widetilde{Z}_t = 0,3a_{t-1} + 0,6a_{t-2} + a_t$.

2. Verifique se cada um dos modelos do item anterior é: estacionário e invertível.

3. Calcule as primeiras três autocovariâncias e autocorrelações parciais para os problemas do primeiro item.

4. Escreva as equações de Yule-Walker para os modelos (a) e (e) do primeiro item; obtenha ρ_1 e ρ_2, resolvendo-as.

5. Obtenha os primeiros três pesos ψ_j e π_j para cada um dos modelos do primeiro item.

6. Considere o processo

$$Z_t\mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \cdots = \mu + \psi(B)a_t,$$

   em que $\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \cdots$. Mostre que

$$\gamma_j = \sigma_a^2 \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \psi_{i+j}$$

   com $\psi_0 = 1$ e

$$\gamma_0 = Var(Z_t) = \sigma_a^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2.$$

7. Qual a região de "admissibilidade" (estacionariedade e invertibilidade) de um processo $ARMA(1,1)$? Qual subconjunto desta região corresponde ao caso $\phi = \theta$? Qual processo resulta?

8. Considere o modelo $Z_t + bZ_{t-3} = a_t$:

   (a) obtenha uma condição de estacionariedade para Z_t;

   (b) encontre uma representação de Z_t na forma $Z_t = \varphi(B)a_t$;

   (c) obtenha a fac de Z_t.

9. Para um modelo $ARMA(p, q)$, $\pi(B)$ é como segue:

$$\pi(B) = \frac{5}{3}(1 + 0,5B + 0,5B^2 + \cdots) - \frac{2}{3}(1 + 0,2B + 0,2^2B^2 + \cdots).$$

   (a) Represente o modelo na forma

$$(1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p)\widetilde{Z}_t = (1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q)a_t$$

   encontrando p, q, e os valores dos $p + q$ parâmetros do modelo;

   (b) assuma $\sigma_a^2 = 1$ e encontre a função de autocovariância para esse processo;

   (c) encontre ρ_0, ρ_1 e ρ_2.