04. Se, ao lançarmos três vezes uma moeda, aparecerem 3 coroas, decidimos rejeitar a hipótese de que a moeda é **honesta**. Quais as probabilidades de erro de tipo I e erro de tipo II, se $p = 2/3$?

Solução: Seja X representando o lançamento de uma moeda com

$$P(X=1) = P(coroa) = p \qquad P(X=0) = P(cara) = 1-p.$$

Para testar se a moeda é honesta vamos formular as hipóteses:

$$H_0 : p = \frac{1}{2}, \text{ moeda honesta,}$$

que é uma hipótese **simples** pois é completamente especificada.
versus

$$H_1 : p \neq \frac{1}{2}, \text{ moeda viciada,}$$

que é uma hipótese **composta** pois não sabemos o valor exato de p .

Os 3 lançamentos da moeda representam um amostra aleatória de tamanho 3 e seja

$$S = \text{ O número de coroas nos 3 lançamentos.}$$

De acordo com enunciado temos a seguinte regra de decisão:
Vamos rejeitar H_0 se ocorrerem 3 coroas ou nenhuma cara. Assim

$$RC = \{3\}.$$

Vamos aceitar H_0 se ocorrerem pelo menos uma coroa $S \geq 2$. Assim

$$RA = \{0, 1, 2\}.$$

Note que:

$$RC \cap RA = \emptyset \quad e \quad RC \cup RA = \{0,1,2,3\} \text{ espaço amostral.}$$

A distribuição amostral de S é dada por:

$$P(S=s) = \binom{3}{s} p^s (1-p)^{3-s} \;\; I_{\{0,1,2,3\}}(s).$$

Se H_0 é verdade $p = \frac{1}{2}$ temos

$$P(S=s|H_0 \;\; verdade) = \frac{\binom{3}{s}}{8} I_{\{0,1,2,3\}}(s).$$

Cometemos um erro do tipo I quando rejeitamos H_0 sendo ela verdadeira.
O tamanho do erro do tipo I é representado pela letra grega α. Assim

$$\alpha = P(Rejeitar H_0 \,|H_0 \;\; verdade) = P\left(S = 3 \mid p = \frac{1}{2}\right) = \frac{\binom{3}{3}}{8} = \frac{1}{8} = 0,125.$$

Cometemos um erro do tipo II quando aceitamos H_0 sendo ela falsa.

O tamanho do erro do tipo II é representado pela letra grega β. Assim

$$\beta = P(Aceitar H_0 \,|H_0 \quad falsa) = P\left(S \leq 2 \mid p = \frac{2}{3}\right) = 1 - \binom{3}{3}; (\frac{1}{3})^3 = 1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27} = 0,7037.$$

```
>
> ####P=p(coroa)
> n=3;p=1/2
>
>
> ###Tamanho do erro do tipo I
>
>
> ##Se S=3 rejeitar H_0
>
> alfa=dbinom(0,n,p);alfa
[1] 0.125
> ## Se S<=2 aceitar H_0  P(S<=2)=1-P(S=3)
> p=2/3
>
> beta=1-dbinom(3,n,p);beta
[1] 0.7037037
> round(beta,4)
[1] 0.7037
>
```