8. No **Problema 4**, teste a hipótese de que as médias dos comprimentos do produto produzido pelas duas fábricas são iguais.

   O exercício 4 nos diz que:

   Deseja-se comparar a qualidade de um produto produzido por duas fábricas. Essa qualidade será definida pela uniformidade com que o produto é produzido em cada fábrica. Tomaram-se duas amostras, uma de cada fábrica, medindo-se o comprimento dos produtos (o resumo dos resultados está no quadro abaixo). A qualidade das duas fábricas é a mesma? Caso a sua resposta seja negativa, dê um intervalo de confiança para indicar a intensidade dessa desigualdade.

Estatística	Fábrica A	Fábrica B
Amostra	21	17
Média	21,15	21,12
Variância	0,0412	0,1734

Solução: Sejam X o comprimento do produto da fábrica A:

$$X \sim N(\mu_A, \sigma_A^2)$$

e

Y o comprimento do produto da fábrica B:

$$Y \sim N(\mu_B, \sigma_B^2)$$

Já vimos que as variâncias são distintas então vamos usar:

Queremos testar:

$$H_0 : \mu_A = \mu_B$$
$$H_1 : \mu_A \neq \mu_B.$$

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{S_1^2/n + S_2^2/m}} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{A + B}}$$

A $v.a.$ T aproxima-se de uma distribuição t de Student, com o número de graus de liberdade dado aproximadamente por:

$$v = \frac{(A+B)^2}{A^2/(n-1) + B^2/(m-1)}.$$

na qual

$$A = s_1^2/n, \quad B = s_2^2/m.$$

Fazendo $n = 21$ e $m = 17$

$$A = s_1^2/n = \frac{0,0412}{21} = 0,0019$$

$$B = s_2^2/m = \frac{0,1734}{17} = 0,0102$$

Assim

$$(A + B) = 0,0121619 \quad , \quad (A + B)^2 = 0,0001479119.$$

O número de graus de liberdade é:

$$r = \frac{(A + B)^2}{A^2/(n-1) + B^2/(m-1)}.$$

O denominador de r vale;

$$den_{gl} = A^2/(n-1) + B^2/(m-1) = 6,69495410^{-6}.$$

Assim

$$r = 22,09$$

$$r = 22.$$

$$t_{tab} = P(t(22) \leq 0,975) = 2,074.$$

A nossa regra de decisão fica:

Se

$$|t_{cal}| > 2,074$$

rejeitar H_0. caso contrário não rejeitar.

$$t_{cal} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{A + B}} = \frac{21,15 - 21,12}{0,01216} = 0,272.$$

Como

$$|t_{cal}| = 0,272 < t_{tab}| = 2,074,$$

não rejeitamos H_0.

O nível descritivo do teste é:

$$\hat{\alpha} = P(|t(22) > 0,272) = 0,788.$$

```
> n=21;m=17
> xb=21.15;yb=21.12
> s2_1=0.0412;s2_2=0.1734
>
> A=s2_1/n;A;B=s2_2/m;B
[1] 0.001961905
[1] 0.0102
>
```

```
> aux=A+B;aux
[1] 0.0121619
> num_gl=(A+B)^2;num_gl
[1] 0.0001479119
> den=A^2/(n-1)+ B^2/(m-1);den
[1] 6.694954e-06
>
> r=num/den;r;floor(r)
[1] 22.09305
[1] 22
>
> r=round(r,0);r;
[1] 22
>
> num_T=xb-yb;num_T
[1] 0.03
> den_T=sqrt(aux);den_T
[1] 0.110281
>
> t_cal=num_T/den_T;t_cal
[1] 0.2720323
>
> alfa=0.05
> t_tab=qt(0.975,22);t_tab;round(t_tab,3)
[1] 2.073873
[1] 2.074
>
>
> p_1=pt(t_cal,22);p_1;1-p_1
[1] 0.6059331
[1] 0.3940669
> nd=2*min(p_1,1-p_1);nd
[1] 0.7881339
> alfa<nd
[1] TRUE
>
> abs(t_cal)> abs(t_tab)
[1] FALSE
>
```

A estatística a ser usada é (13.13), com

$$r = (182, 66)/(2, 11 + 3, 43) = 32, 9,$$

logo tomamos $r = 33$.

Com α = 0,05, obtemos da Tabela V que RA =]-2,0345; 2,0345[. Com os dados da Tabela 2, temos

$$t_0 = (-13, 8)/3, 68 = -3, 75.$$

Como $t_0 \in$ RC, rejeitamos H_0, ou seja, há evidências de que os dois tipos de vigas têm resistências médias diferentes.

Vamos testar a igualdade das variâncias:

$$H_0 : \sigma_A^2 = \sigma_B^2$$

versus

$$H_0 : \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$$

Vamos utilizar um nível de significância de 10%.

Vamos utilizar

$$F = \frac{\frac{S_A^2}{\sigma_A^2}}{\frac{S_B^2}{\sigma_B^2}} \sim F(n_A - 1, n_B - 1).$$

Se H_0 é verdade temos:

$$F = \frac{S_A^2}{S_B^2} \sim F(20, 16).$$

Assim,

$$P(F(20,16) < f_1) = 0,05$$

$$P\left(F(16,20) > 1/f_1\right) = 0,05$$

Pela tabela temos:

$$\frac{1}{f_1} = 2,18.$$

$$f_1 = 0,33.$$

$$P\left(F(20,16) > f_2\right) = 0,05$$

Pela tabela temos:

$$f_2 = 2,20$$

```
> f_2=qf(0.95,20,16);f_2;round(f_2,2)
[1] 2.27557
[1] 2.28
>
> f_1=qf(0.05,20,16);f_1;round(f_1,2)
[1] 0.457879
[1] 0.46
>
```

```
> qf(0.95,16,20)
[1] 2.183983
>
> 1/qf(0.95,16,20)
[1] 0.457879
>
```

A regra de decisão fica:

Se

$$f_1 = 0,46 \leq f_{cal} \leq f_2 = 2,28$$

não rejeitar H_0. caso contrário rejeitar.

$$F_{cal} = \frac{s_A^2}{s_b^2} = \frac{0,1734}{0,0412} = 0,39.$$

Como

$$0,39 > 0,33$$

há evidências que as variâncias dos salários das duas fábricas são iguais.

O nível descritivo é dado por:

$$\hat{\alpha} = P(F(9,10) \leq 0,39) = 0,08 > 0,05.$$

```
f_cal=1/2.56;f_cal
[1] 0.390625
> f_1=qf(0.05,9,14);f_1
[1] 0.3305269
>
> qf(0.95,14,9)
[1] 3.025473
> 1/qf(0.95,14,9)
[1] 0.3305269
>
> nd=pf(1/2.56,9,14);nd
[1] 0.07989172
> f_cal <f_1
[1] FALSE
> alfa=0.05
> nd<alfa
[1] FALSE
>
```

Sabemos que

$$P(f_1 \leq F(20,17) \leq f_2) = 0,90.$$

$$P\left(f_1 \leq \frac{S_A^2}{S_B^2}\frac{\sigma_B^2}{\sigma_A^2} \leq f_2\right) = 0,90.$$

$$P\left(f_1\ \frac{S_B^2}{S_A^2} \leq \frac{\sigma_B^2}{\sigma_A^2} \leq f_2\ \frac{S_B^2}{S_A^2}\right) = 0,90.$$

Assim,

$$w = \frac{S_B^2}{S_A^2} = 0,2376.$$

$$L_i = f_1\ w = 0,1088.$$

$$L_2 = f_2\ w = 0,5407.$$

Assim

$$IC\left(\frac{\sigma_B^2}{\sigma_A^2}, 90\%\right) = [0,11; 0,54].$$

Note que o **1** não pertence ao intervalo de confiança. Lodo as variâncias são distintas.

```
>
> #####seja  teta=sigma2B/sigma2A
>
> ##IC(teta,90)
>
>
> w=s2B/s2A;w
[1] 0.2376009
> Ls=f_2*w;Ls
[1] 0.5406774
>
> Li=f_1*w;Li
[1] 0.1087925
>
>
> IC90=c(Li,Ls);IC90;round(IC90,2)
[1] 0.1087925 0.5406774
[1] 0.11 0.54
>
>
> 1>Ls ###Logo variâncias distintas!!!
[1] TRUE
>
```