• TRABALHO • DIVERGENTE E ROTACIONAL •

(01) Em cada caso, dado o campo vetorial $F(x,y,z)$, encontre: $\operatorname{div} F$ e $\operatorname{rot} F$;

(a) $F(x,y,z) = xy^2z^2 i + x^2yz^2 j + x^2y^2z k$; (b) $F(x,y,z) = e^x i + e^y j + e^z k$;

(c) $F(x,y,z) = z\cos y\, i + x\cos z\, j + y\cos x\, k$; (d) $F(x,y,z) = y\ln x\, i + z\ln y\, j + x\ln z\, k$;

(02) Identifique, na questão anterior, cada campo vetorial $F(x,y,z)$ que seja: (i) incompressível; (ii) irrotacional;

(03) Sejam $f(x)$, $g(y)$ e $h(z)$ funções diferenciáveis. Mostre que o campo vetorial espacial $F(x,y,z) = f(x) i + g(y) j + h(z) k$, é irrotacional;

(04) Sejam $f(y,z)$, $g(x,z)$ e $h(x,y)$ funções reais diferenciáveis. Mostre que o campo vetorial espacial $F(x,y,z) = f(y,z) i + g(x,z) j + h(x,y) k$, é incompressível;

(05) Para provar que não existe um campo vetorial:

$F(x,y,z) = M(x,y,z) i + N(x,y,z) j + R(x,y,z) k$; cujas componentes: $M(x,y,z)$; $N(x,y,z)$; e $R(x,y,z)$; satisfazem às hipóteses do Teorema de Clairaut; e tendo como Rotacional: $\operatorname{rot} F = x i + y j + z k$; use o •LEMA • 2• do tutorial;

(06) Para provar que não existe uma função real $g(x,y,z)$, satisfazendo às hipóteses do Teorema de Clairaut, e tendo como gradiente:

$\nabla g = (x^2 - y) i + (y^2 - z) j + (z^2 - x) k$; use o •LEMA • 1• do tutorial;

(07) Use o campo vetorial $F(x,y,z) = x i + y j - 2z k$, para mostrar que é falsa a afirmação: "se $\operatorname{div} F = 0$ e $\operatorname{rot} F = 0$, então $F = 0$";

Questão (01) • valor: 4 pontos;

Demais questões • valor: 1 ponto para cada;

Horário e data de entrega: 08 às 10 horas; 28/11/2022;