TESTES DE COMPARAÇÕES MÚLTIPLAS PARA AS MÉDIAS DOS TRATAMENTOS

- Os testes de comparações múltiplas, ou testes de comparações de médias, servem como um complemento ao teste F, para detectar as médias que são estatisticamente iguais ou diferentes entre si.

- As comparações são feitas duas a duas.

- Se existirem a tratamentos, é possível realizar $C_{a,2}=a(a-2)/2$ comparações (ou testes).

1. TESTE DE TUKEY

- Desenvolvido por John Wilder Tukey e apresentado em 1949 no artigo "*Comparing individual means in the Analysis of Variance*" (Biometrics. 5 (2): 99–114p).

- Em experimentos balanceados, o teste de Tukey é um teste exato, ou seja, para o conjunto de todas as comparações de pares de médias, a taxa de erro do conjunto dos testes é exatamente igual a α (nível de significância escolhido).

- Baseia-se no valor da chamada amplitude total estudentizada (*studentized range*) e só pode ser usado para comparar contrastes entre pares de médias de tratamentos, do tipo

$$C = \mu_i - \mu_k \text{ , com } i \neq k = 1, 2, \ldots, a$$

Para testar H_0: C $= 0$ ou H_0: $\mu_i = \mu_k$ comparamos a diferença entre as médias $\hat{C} = \bar{Y}_i - \bar{Y}_k$ com a $d.m.s.$ (diferença mínima significativa), que é calculada da seguinte forma:

i) Para experimento **balanceado** (n repetições/tratamento):

$$d.m.s. = q(a, glres., \alpha)\sqrt{\frac{Q.M.Resíduo}{n}}$$

ii) Para experimento **não-balanceado** (n_i repetições/tratamento):

$$d.m.s. = q(a, glres., \alpha)\sqrt{\frac{Q.M.Resíduo}{2}\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_k}\right)}$$

sendo:

- $q(a, gl_{Res}, \alpha)$: quantil de tabela própria (ANEXO VII do livro do Montgomery) com “a” número de tratamentos ou número de níveis do fator, número de graus de liberdade do resíduo (gl_{Res}) e “α” o nível de significância.

- Se $|\hat{C}| > d.m.s.$ **rejeitamos H_0**, ao nível α de significância e concluímos que as médias dos tratamentos i e k diferem entre si.
- Se $|\hat{C}| \leq d.m.s.$ **não rejeitamos H_0**, ao nível α de significância e concluímos que as médias dos tratamentos i e k não diferem entre si.

Obs: Os resultados do teste são apresentados em uma tabela com as médias dos tratamentos seguidas por letras diferentes (ou iguais) caso as médias sejam consideradas diferentes (ou iguais).

Passos para a realização do teste:

1) Calcular todas as média e dispô-las em ordem crescente;
2) Calcular as diferenças entre todos os pares de médias;
3) Marcar com asteriscos as diferenças que forem, em valor absoluto, superiores ao valor da $d.m.s.$, ou seja, $|\hat{C}| > d.m.s.$;
4) Marcar com $n.s.$ (não-significativo) as diferenças inferiores ao $d.m.s.$;
5) Montar uma tabela com as médias seguidas por letras distintas se as médias foram consideradas diferentes e por letras iguais se elas foram consideradas iguais.

<u>Exemplo:</u> Ganhos de peso em animais (5 repetições/tratamento), com

QMRes=68,75

Ração	A	B	C	D
Média	26,0	39,0	32,0	22,0

Para $\alpha = 5\%$ tem-se:

$$d.m.s. = \ q(a, glres., \alpha)\ \sqrt{\frac{Q.M.Resíduo}{n}} = q(4, 16, 5\%)\sqrt{\frac{68{,}75}{5}} =$$

$$= 4{,}05\sqrt{\frac{68{,}75}{5}} = 15$$

Comparando as diferenças entre as médias com o $d.m.s.$ temos:

Média	26	39	32	22
Ração	A	B	C	D
B	-13 n.s.	$-$	$-$	$-$
C	-6 n.s.	7 n.s.	$-$	$-$
D	4 n.s.	17 *	10 n.s.	$-$

Montando a tabela com as médias e incluindo as letrinhas tem-se:

Ração	Ganho médio (kg)	
A	26,0	ab
B	39,0	a
C	32,0	ab
D	22,0	b

Médias seguidas por letras distintas diferem entre si pelo teste de Tukey ($\alpha = 5\%$)

Ao nível $\alpha = 5\%$, os animais que receberam a ração B tiveram ganho médio de peso superior aos que receberam a ração D.

obs: Verificar se as letras indicam <u>corretamente</u> as igualdades e diferenças significativas entre as médias.

Roteiro alternativo e mais simples para colocar as letrinhas depois das médias

1) Calcular a $d.m.s.$ (diferença mínima significativa).
2) Ordenar as médias (ordem decrescente) e colocar uma letra "a" para a primeira média (maior). Esta será a primeira média base (M1).
3) Subtrair a $d.m.s.$ da média base, obtendo o intervalo:

   [M1; (M1 – $d.m.s.$)]

   Toda média contida neste intervalo recebe a mesma letra.
   A primeira média fora do intervalo recebe uma letra diferente.

4) Mudar a base para a próxima média, M2, (sem saltar nenhuma!) e repetir o passo 3 até que a média base seja a penúltima média **ou** até que o intervalo calculado contenha a última média.

Utilizando os dados do Exemplo 2.1 e $d.m.s. = 15,0$ temos:

Ração	Média	Conclusão
B	39,0	a
C	32,0	ab
A	26,0	ab
D	22,0	b

M1=39,0 [39,0; 24,0]
M2=32,0 [32,0; 17,0]

Reorganizando os resultados temos:

Tabela. Ganho médio de peso (kg) dos animais, por tipo de ração.

Ração	Média	
A	26,0	a
B	39,0	a
C	32,0	ab
D	22,0	b

Médias seguidas por letras distintas diferem entre si pelo teste de Tukey ($\alpha = 5\%$)

Com base nesta tabela concluímos que, ao nível $\alpha = 5\%$, os animais que receberam a ração B tiveram um ganho médio de peso superior aos que receberam a ração D.

Exercício. Comparar as produções médias de leite (Efeito da administração de raízes e tubérculos como suplementação de inverno na alimentação de vacas em lactação), usando o teste de Tukey (5%), lembrando que $QMRes = 12{,}467$, $n = 6$ repetições, $gl_{Res} = 20\ gl$ e que as produções médias de leite foram:

Tratamento	Testemunha	Mandioca	Araruta	Batata doce
Média (kg)	22,2	27,8	32,2	22,8

2. TESTE DE DUNCAN

• Desenvolvido por David B. Duncan em 1955 e apresentado no artigo "Multiple range and multiple F tests". *Biometrics*. **11** (1): 1–42.

• Também só pode ser usado para comparar <u>contrastes entre pares de médias</u> de tratamentos, do tipo $C = \mu_i - \mu_k$, com $i \neq k = 1, 2, \ldots, a$

• Sua aplicação é mais trabalhosa que a do teste de Tukey, pois a estatística do teste considera o número de médias envolvidas no intervalo do contraste.

• Discrimina com mais facilidade os tratamentos, indicando resultados significativos em casos em que o teste de Tukey não mostra significância estatística.

• O teste de Duncan é conhecido na literatura como teste de amplitudes múltiplas (***multiple range test (MRT)***).

Sequência para aplicação do teste:

Passo 1. Ordenar as médias dos tratamentos em ordem decrescente, do maior para o menor valor.

Passo 2. Para testar o contraste entre a maior e a menor das médias dos tratamentos, $C = \mu_{maior} - \mu_{menor}$, que envolve k médias no intervalo, calcular D_k: amplitude total mínima significativa usando a estatística abaixo:

i) Para experimento **balanceado** (n repetições/tratamento):

$$D_k = d(k, glres., \alpha)\sqrt{\frac{Q.M.Resíduo}{n}}$$

ii) Para experimento **não-balanceado** (n_i repetições/tratamento):

$$D_k = d(k, glres., \alpha)\sqrt{\frac{Q.M.Resíduo}{2}\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_k}\right)}$$

sendo:

- $\boldsymbol{d}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{gl_{Res}}, \boldsymbol{\alpha})$: quantil de tabela própria (Tabela Duncan) com **"k" número de médias no intervalo**, número de graus de liberdade do resíduo (gl_{Res}) e "α" o nível de significância.

- Se $|\hat{C}| > D_k$ **rejeitamos H_0,** ao nível α de significância e concluímos que as médias dos tratamentos diferem entre si.
- Se $|\hat{C}| \leq D_k$ **não rejeitamos H_0**, ao nível α de significância e concluímos que as médias dos tratamentos não diferem entre si.

Obs: Os resultados do teste são apresentados em uma tabela com as médias dos tratamentos seguidas por letras diferentes (ou iguais) caso as médias sejam consideradas diferentes (ou iguais), semelhante ao teste de Tukey.

<u>Exemplo:</u> Ganhos de peso em animais (5 repetições/tratamento), com

QMRes=68,75 - Médias ordenadas:

Ração	B	C	A	D
Média	39,0	32,0	26,0	22,0

Para $\alpha = 5\%$ tem-se:

$$D_2 = d(2, 16, 5\%)\sqrt{\frac{Q.M.Resíduo}{n}} = 2{,}998\sqrt{\frac{68{,}75}{5}}=11{,}12$$

$$D_3 = d(3, 16, 5\%)\sqrt{\frac{Q.M.Resíduo}{n}} = 3{,}144\sqrt{\frac{68{,}75}{5}}=11{,}66$$

$$D_4 = d(4, 16, 5\%)\sqrt{\frac{Q.M.Resíduo}{n}} = \sqrt{\frac{68{,}75}{5}}=13{,}75$$

Resultado:

Ração	Média	
B	39,0	*a*
C	32,0	*a* *b*
A	26,0	*b*
D	22,0	*b*

3. TESTE DE DUNNET

É um teste simples, utilizado somente para comparar as médias dos tratamentos (μ_i) com a média de um tratamento padrão, muitas vezes chamado TESTEMUNHA ($\mu_{\text{TESTEMUNHA}}$) ou placebo.

Para testar H_0: $C = \mu_i - \mu_k = 0$, usamos a estatística definida por:

i) Para experimento **balanceado** (n repetições/tratamento):

$$D = d(a-1, glres., \alpha)\sqrt{\frac{2 \times Q.M.Resíduo}{n}}$$

ii) Para experimento **não-balanceado** (n_i repetições/tratamento):

$$D = d(a-1, glres., \alpha)\sqrt{Q.M.Resíduo\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{Testemunha}}\right)}$$

sendo:

- $d(a\text{-}1, gl_{Res}, \alpha)$: quantil de tabela própria (ANEXO VIII do livro do Montgomery) com "a-1" tratamentos, número de graus de liberdade do resíduo (gl_{Res}) e "α" o nível de significância.

- Se $|\hat{C}| > D$ **rejeitamos H_0,** ao nível α de significância e concluímos que a média do tratamento i e da TESTEMUNHA diferem.
- Se $|\hat{C}| \leq D$ **não rejeitamos H_0**, ao nível α de significância e concluímos que a média do tratamento i e da TESTEMUNHA não diferem .

Exercício: Suponha um experimento para avaliar o efeito da administração de raízes e tubérculos como suplementação de inverno na alimentação de vacas em lactação. Compare as médias dos tratamentos usando o teste de Dunnett (5%), sabendo que $QMRes = 12{,}467$, n= 6 repetições, $glRes = 20\ g.l.$ e que as médias amostrais foram:

Tratamento	**Testemunha**	**Mandioca**	**Araruta**	**Batata doce**
Média (kg)	22,2	27,8	32,2	22,8