Na forma da F.E. de dispersão, temos que $\theta = \log \mu$, $b(\theta) = V(\mu) = e^{\theta}$, $\phi = 1$. Usando $\eta = \log \mu$, $\mu = e^{\eta}$, e assim

$$w_i = \left(\frac{\partial \mu_i}{\partial \eta_i}\right)^2 \cdot \frac{1}{V(\mu_i)} = e^{2\eta_i} \cdot \frac{1}{\mu_i} = \frac{e^{2\log \mu_i}}{\mu_i} = \frac{e^{\log \mu_i^2}}{\mu_i} = \frac{\mu_i^2}{\mu_i} = \mu_i .$$

$$\underset{\sim}{W} = \underset{\sim}{V} = \mathrm{diag}\{\mu_1, \ldots, \mu_n\} = \mathrm{diag}\{e^{\beta_1+\beta_2 X_1}, \ldots, e^{\beta_1+\beta_2 X_n}\}$$

$$\underset{\sim}{Z} = \underset{\sim}{\eta} + \underset{\sim}{W}^{-1/2} \underset{\sim}{V}^{-1/2} (\underset{\sim}{y} - \underset{\sim}{\mu})$$

$$= (\beta_1+\beta_2 X_1, \ldots, \beta_1+\beta_2 X_n)^T + \mathrm{diag}\{e^{\beta_1+\beta_2 X_1}, \ldots, e^{\beta_1+\beta_2 X_n}\}^{-1/2} \mathrm{diag}\{e^{\beta_1+\beta_2 X_1}, \ldots, e^{\beta_1+\beta_2 X_n}\}^{-1/2} \left[(y_1, \ldots, y_n)^T - (e^{\beta_1+\beta_2 X_1}, \ldots, e^{\beta_1+\beta_2 X_n})^T\right].$$

Implementando no R, temos que as 3 primeiras iterações do algoritmo resultam nas seguintes estimativas:

– Iteração 1

- $\hat{\beta}_0 = -0{,}9458014$
- $\hat{\beta}_1 = 0{,}9943552$

– Iteração 2

- $\hat{\beta}_0 = -1{,}801899$
- $\hat{\beta}_1 = 0{,}9793909$

– Iteração 3

- $\hat{\beta}_0 = -2{,}434624$
- $\hat{\beta}_1 = 0{,}9413631$

O algoritmo convergiu para os seguintes valores, a partir da 10ª iteração:

- $\hat{\beta}_0 = -0{,}9547503$
- $\hat{\beta}_1 = 0{,}4928888$

Assim, temos um modelo expresso da seguinte maneira:

$$\hat{Y}_i = e^{-0{,}9547503 + 0{,}4928888 X_i}.$$

Substituindo os valores de X_i, vemos que as estimativas para Y_i são bem próximas do observado, resultando em um baixo valor para a soma de quadrados residuais.