Ex 2m – lista 3

Verifique se a integral imprópria $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}}\,dx$ converge ou diverge ; no caso de convergência, ache seu valor.

Solução:

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}}\,dx = \lim_{t\to 1^-} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{1-x}}\,dx = \lim_{t\to 1^-} \left[-2\sqrt{1-x}\right]_0^t =$$
$$\lim_{t\to 1^-} \left[-2\sqrt{1-t}+2\right] = 2$$

Ex 1e – Lista 2

Ache a equação polar a partir da equação cartesiana

$x^3 + y^3 - 3axy = 0$.

Solução:

$$x^3 + y^3 - 3axy = 0$$

$$r^3cos^3\theta + r^3sen^3\theta - 3ar\cos\theta\, r\ sen\ \theta = 0$$

$$r^3cos^3\theta + r^3sen^3\theta - 3ar^2\cos\theta\ \ sen\ \theta = 0$$

$$r(cos^3\theta + sen^3\theta) = 3a\cos\theta\ \ sen\ \theta$$

$$r = \frac{3a\cos\theta\ \ sen\ \theta}{cos^3\theta+sen^3\theta}$$

$$r = \frac{3a.2\ sen\ \theta\ \ \cos\theta}{2(cos^3\theta+sen^3\theta)}$$

$$r = \frac{3asen\ 2\theta}{2(cos^3\theta+sen^3\theta)}$$

Ex 2e - Lista 2

Ache a equação cartesiana a partir da equação polar $r = \frac{6}{2-3sen\theta}$

Solução:

$$r = \frac{6}{2 - 3sen\theta}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \frac{6}{2 - \frac{3y}{\sqrt{x^2 + y^2}}}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \frac{6}{\frac{2\sqrt{x^2 + y^2} - 3y}{\sqrt{x^2 + y^2}}}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \frac{6\sqrt{x^2 + y^2}}{2\sqrt{x^2 + y^2} - 3y}$$

$$1 = \frac{6}{2\sqrt{x^2 + y^2} - 3y}$$

$$2\sqrt{x^2 + y^2} - 3y = 6$$

$$2\sqrt{x^2 + y^2} = 3y + 6$$

$$4x^2 + 4y^2 = 9y^2 + 36y + 36$$

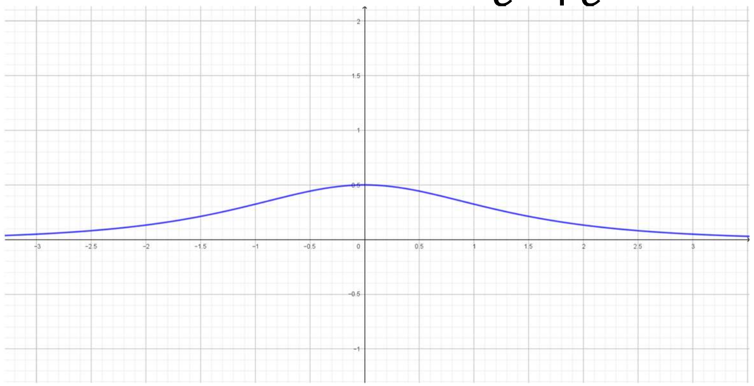
$$4x^2 - 5y^2 - 36y - 36 = 0$$

Ex5 – Lista 3

Verifique se e possível atribuir um número finito para representar a área limitada pela curva $y = \frac{1}{e^x+e^{-x}}$ e pelo eixo x. Caso seja possível determine-o.

Solução:

O gráfico de $y = \frac{1}{e^x+e^{-x}}$



Então devemos verificar se a integral imprópria $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{e^x+e^{-x}} dx$ coverge.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{e^{x}+e^{-x}} dx = \lim_{a\to-\infty} \int_{a}^{0} \frac{1}{e^{x}+e^{-x}} dx + \lim_{b\to+\infty} \int_{0}^{b} \frac{1}{e^{x}+e^{-x}} dx =$$

$$\lim_{a\to-\infty} \int_{a}^{0} \frac{e^{x}}{e^{2x}+1} dx + \lim_{b\to+\infty} \int_{0}^{b} \frac{e^{x}}{e^{2x}+1} dx =$$

$$\lim_{a\to-\infty} [arc\ tge^{0} - arc\ tge^{a}] + \lim_{b\to+\infty} [arc\ tg\ e^{b} - arc\ tge^{0}] =$$

$$\lim_{a\to-\infty} \left[\frac{\pi}{4} - arc\ tge^{a}\right] + \lim_{b\to+\infty} \left[arc\ tg\ e^{b} - \frac{\pi}{4}\right] =$$

$$\frac{\pi}{4} - 0 + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

Então atribuímos à área o valor $\frac{\pi}{2}$

Ex3 – Lista 4

Estime o erro que se comete quando cos(x) é substituído por

$1 - \frac{1}{2}x^2$, se $|x| < 0{,}1$

Solução:

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2 + \frac{f'''(x)}{6}\mathrm{x}^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(c)}{n!}x^{n-1} + \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}x^{n+1}$$

Para $f(x) = \cos x$ e $a = 0$

Temos $f'(x) = -sen\, x$, $f''(x) = -\cos x$, $f'''(x) = senx$ e

$f^{(4)}(x) = \cos x, \ldots$

$P_0(x) = f(0) = cos0 = 1$

$P_1(x) = f(0) + f'(0)x = \cos 0 - sen0\, x = 1 + 0 = 1$

$$P_2(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2 =$$

$$\cos 0 - sen0\, x - \frac{\cos 0}{2}x^2 = 1 + 0 - \frac{1}{2}x^2 = 1 - \frac{1}{2}x^2$$

$$P_3(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2 + \frac{f'''(x)}{6}\mathrm{x}^3 = 1 + 0 - \frac{x^2}{2} + 0 =$$

$$= 1 - \frac{1}{2}x^2$$

$$\text{Erro} = \frac{\cos c}{24}x^4 \leq \frac{1}{24}(0{,}1)^4 \approx 0{,}0000041 < 0.000005$$