22. O tempo médio, por operário, para executar uma tarefa, tem sido 100 minutos, com um desvio padrão de 15 minutos. Introduziu-se uma modificação para diminuir esse tempo, e, após certo período, sorteou-se uma amostra de 16 operários, medindo-se o tempo de execução de cada um. O tempo médio da amostra foi 85 minutos, e o desvio padrão foi 12 minutos. Estes resultados trazem evidências estatísticas da melhora desejada? Em caso afirmativo, estime o novo tempo médio de execução. (Apresente as suposições teóricas usadas para resolver o problema.)

Solução: Seja X o tempo que um operário leva para terminar a tarefa dada em minutos>

De acordo com o enunciado temos X tem distribuição Normal com média $\mu=100$ e

desvio padrão $\sigma = 15$.

Após a modificação uma amostra de tamanho n=16 é retirada com

$$\bar{x} = 85$$
 e $s = 12$.

Sabemos que

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

Assim,

$$t = \frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{S} \sim t(n - 1) = t(15).$$

Queremos testar:

$$H_0: \mu = 100 \quad vs \quad H_0: \mu < 100 \quad (\text{houve melhora!!!}).$$

Se H_0 é verdade temos:

$$t = \frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{S} = 4\frac{(\bar{X} - 100)}{12} = \frac{\bar{X} - 100}{3} \sim t(15).$$

Vamos usar $\alpha = 0,05$ e usando a tabela V temos:

$$P(t(15) \le t_{tab}) = 0.05$$

$$t_{tab} = -1,753.$$

Se

$$t_{cal} \le -1,753$$

Rejeitar H_0 .

Como

$$t_{cal} = \frac{\bar{X} - 100}{3} = \frac{85 - 100}{3} = -5 < -1,753$$

devemos rejeitar H_0 .

$$\frac{\bar{X} - 100}{3} < -1,753$$

$$\bar{X} < 100 - 6,393 = 94,741$$

Como

vemos que o tempo médio diminuiu e a modificação surtiu efeito...

O nível descritivo é dado por:

$$nd = \hat{\alpha} = P(t(15) \le -5) =$$

```
> mu_0=100; n=16; xb=85; s=12; alfa=0.05
> ##H_0: mu=mu_0=100 vs H_1: mu<100
>
> t_tab=qt(0.05,15);t_tab;round(t_tab,3)
[1] -1.75305
[1] -1.753
> t_cal=sqrt(n)*(xb-mu_0)/s;t_cal
[1] -5
> t_cal < t_tab ###Não aceitar H_O.
[1] TRUE
>
> nd=pt(t_cal,15);nd
[1] 7.918476e-05
> round(nd,3)
[1] 0
> nd <alfa ###Não aceitar H_O.
[1] TRUE
```

De acordo com a amostra observada estima-se que o novo tempo médio é de 85 minutos.