

CC0288 - Inferência Estatística I

TH- Primeira Lista - 26/06/2023

Prof. Maurício Mota

1. Um fabricante de inseticida afirma no rótulo da embalagem que sua eficiência é de 70% contra todos os tipos de insetos. Um agente da Secretaria de Defesa do Consumidor encomenda a um laboratório um teste de toxicidade do inseticida, e quer testar a hipótese de que a eficiência é de 70% contra a alternativa de ser menor que 70%. O laboratório informou que de 120 insetos tratados com este inseticida 32 sobreviveram. Faça o teste ao nível de 2,5% de significância? Calcule o nível descritivo do teste.
2. A proporção de mulheres que ocupam cargo administrativo nas empresas é tradicionalmente de 15%. Um levantamento efetuado entre 200 administradores revelou que 40 eram mulheres. Teste ao nível de significância de 5% a hipótese nula de que a proporção de mulheres que ocupam cargo administrativo não tenha aumentado versus a hipótese alternativa que ela tenha aumentado. Calcule o nível descritivo do teste.
3. Uma Secretaria de Estado afirma que 40% dos trabalhadores registrados mantêm convênio com empresas particulares de assistência médica. Com a finalidade de testar esta afirmação, uma amostra aleatória de 90 trabalhadores revelou 27 mantinham convênio com estas empresas. Teste a afirmação da Secretaria de Estado ao nível de significância de 5%. Calcule o nível descritivo do teste.
4. Um candidato a presidente de um grande clube de futebol garante que pelo menos a metade dos sócios do clube apoiam a sua candidatura.
 - a. Uma empresa de sondagens pretende avaliar esta pretensão do candidato em termos de um teste de hipóteses apoiado nos resultados de uma sondagem. Identifique a hipótese nula e a hipótese alternativa que acha adequadas para realizar o teste. Diga se o teste é bilateral, unilateral à esquerda ou unilateral à direita.
 - b. Qual a interpretação das expressões "rejeitar H_0 " e "não rejeitar H_0 " no contexto do problema?
 - c. Qual o significado dos erros de tipo I e II no contexto do problema?
 - d. Uma pesquisa com 950 sócios mostrou que 480 apoiam o candidato. Acha você que o resultado produzido por esta amostra de sócios é consistente com a pretensão do candidato, que envolve todos os sócios? Proceda ao teste de hipóteses com nível de significância de 2%. Obtenha o valor-p e comente a opinião do candidato à luz dos resultados: "Como o valor-p é 0,627 é muito elevado em relação aos níveis usuais de significância adotados, o que reforça amplamente a falta de evidência para rejeitar H_0 ". Ele está certo?
5. Num processo de fabricação, a probabilidade de uma peça sair defeituosa é 0,1 quando o processo está sob controle. Para testar se o processo está sob controle são inspecionadas 15 peças, escolhidas ao acaso da produção, concluindo-se que o processo está fora de controle se o número de peças defeituosas encontradas é maior do que 3.
 - a. Especifique as hipóteses a considerar para testar se o processo está sob controle.
 - b. Determine o nível de significância do teste.
 - c. Calcule a potência do teste (poder) admitindo que o processo está a produzir peças de tal maneira que 20% são defeituosas. Nestas condições, qual é a probabilidade de cometer um erro do tipo II?

- d. Qual a interpretação das expressões "rejeitar H_0 " e "não rejeitar H_0 " no contexto do problema?
- e. Qual o significado dos erros de tipo I e II no contexto do problema?
6. Um biólogo, com base em conhecimentos teóricos e práticos, afirma que a proporção (π) de forófitos sem bromélias, no estádio arbóreo pioneiro da Floresta Ombrófila, na ilha de Santa Catarina, é igual a 0,47. Em uma amostra de 35 forófitos, 24 não apresentaram bromélias. Teste a afirmação do biólogo ao nível de significância de 5%. Qual o nível descritivo do teste? Qual o tamanho do erro do tipo II se $\pi = 0,4; 0,6$? Obtenha uma estimativa intervalar para π com 95% de confiança.
7. A variável aleatória X tem f.d.p dada por $f(x|\theta) = \theta^x (1 - \theta)^{1-x} I_{\{0,1\}}(x)$. Para testar a hipótese nula $H_0 : \theta = 1/4$ contra a hipótese alternativa $H_1 : \theta < 1/4$, com base em uma amostra casual de tamanho 10, usa-se a região crítica $\sum_{i=1}^{10} X_i \leq 1$. Ache a função poder do teste para $0 < \theta \leq 1/4$.
8. Seja $X \sim B(\theta)$. Para uma amostra aleatória de tamanho 10, teste $H_0 : \theta \leq 1/2$ versus $H_1 : \theta > 1/2$. Use a região crítica $\sum_{i=1}^{10} X_i \leq 6$. Ache a função poder do teste e faça seu gráfico usando o R. Qual o tamanho do teste?
9. Seja $X \sim B(\theta)$. Para uma amostra aleatória de tamanho 10 ache o teste uniformemente mais poderoso de tamanho $\alpha = 0,0547$ para , testar $H_0 : \theta = 1/2$ versus $H_1 : \theta = 1/4$. Ache a função poder do teste.
10. Para testar a hipótese nula $H_0 : p = 1/2$ contra a hipótese alternativa $H_1 : p \neq 1/2$ uma amostra tamanho 10 de $X \sim B(p)$ é retirada e decidimos usar como região crítica $RC = \{0, 1, 2, 8, 9, 10\}$.
- a. Determine o nível de significância α .
- b. Calcule o poder do teste para $p = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$. Faça um gráfico do poder do teste.
- c. Qual o poder do teste quando $p=0,5$? comente!!!!
11. Sabe-se que a proporção de sementes de soja com danos mecânicos provocados pelo beneficiamento é $\pi = 0,18$. Suspeita-se que a máquina em uso está desregulada, provocando um aumento na proporção de sementes de soja com danos mecânicos. Foram feitas 40 observações durante um dia de trabalho e constatou-se que $\hat{p} = 0,20$.
- a. Verificar se a máquina de beneficiamento precisa ser regulada, ao nível de significância de 5%.
- b. Qual o nível descritivo exato do teste? e o aproximado?
- c. Qual o poder desse teste, baseado nas 40 observações, para detectar diferenças de pelo menos três pontos percentuais do valor da hipótese nula, isto é, a máquina se desregulou para pelo menos $\pi = 0,21 = 0,18 + 0,03$?
- d. Qual o tamanho da amostra necessário para que o teste de hipótese tenha um poder de 0,80 para detectar a diferença referida no item "c".
12. Se X é uma variável com distribuição de Bernoulli com parâmetro p e seja k um número inteiro fixado. Se n é o número de ensaios necessários para obter k sucessos, construa o teste mais poderoso para testar: $H_0 : p = p_0$ contra $H_1 : p = p_1$ a um nível de significância α .
- a. Em geral você obtém um teste de tamanho α ? Se sua resposta for positiva, justifique. se for negativa, indique como obter um teste de tamanho α .

- b. Para a hipótese $H_0 : p = p_0$, existe alguma alternativa composta para a qual se pode encontrar um teste uniformemente mais poderoso? justifique.
13. Seja X_1, X_2, \dots, X_{20} uma amostra casual tamanho $n = 20$ de uma distribuição de Poisson com média λ . Mostre que a região crítica definida por

$$\sum_{i=1}^{20} X_i \geq 5,$$

- é a região crítica de um teste uniformemente mais poderoso para testar a hipótese nula $H_0 : \lambda = 0,1$ versus a hipótese alternativa $H_1 : \lambda > 0,1$. Qual o nível de significância do teste?
14. X é uma v.a. discreta que assume os valores 0,1,2 com probabilidades $1-3p$, p , $2p$, respectivamente ($0 \leq p \leq 1/3$). Verifique se existe um teste mais poderoso de tamanho $\alpha = 0,1$ para testar a hipótese $H_0 : p = 1/4$ contra $H_1 : p = 1/5$.
15. Seja X uma variável aleatória com os valores 0,1,2,3 com probabilidades pq, p^2q, pq^2 e $1-2pq$, respectivamente, $0 < p < 1$, $q=1-p$. Encontre o teste mais poderoso para testar $H_0 : p = 1/4$ contra a alternativa $H_1 : p = 3/4$, ao nível de significância $\alpha = 17/64$. Ache o poder do teste.
16. Um pesquisador deseja realizar um experimento com o objetivo de comparar duas formas de corte: longo e curto, de enxertos de macieiras com relação à sobrevivência deles. Qual deve ser o tamanho da amostra para detectar uma diferença, caso exista, de pelo menos 10 pontos percentuais, isto é, $\delta = 0,10$, ao nível de significância $\alpha = 0,05$ e poder=0,80(isto é, $\beta = 0,20$)? De acordo com conhecimentos ele sabe que a proporção de sobrevivência com a forma de corte longo é da ordem de $\pi_{11} = 0,60$ e que, caso haja diferença entre essas proporções, a proporção de sobrevivência com a forma de corte longo é maior do que a com a forma de corte curto.
17. Um pesquisador deseja realizar um experimento com o objetivo de comparar duas cultivares de cebola: Bola precoce e Norte 14, quanto à germinação de sementes. Qual deve ser o tamanho da amostra para detectar uma diferença, caso exista, de pelo menos 5 pontos percentuais, isto é, $\delta = 0,05$, ao nível de significância $\alpha = 0,05$ e poder=0,80(isto é, $\beta = 0,20$)? De acordo com conhecimentos ele sabe que a proporção de germinação de sementes da cultivar Bola Precoce é da ordem de $\pi_{11} = 0,90$ e que, caso haja diferença entre essas proporções, qualquer uma delas pode ser superior a outra.
18. Foi conduzido um experimento com o objetivo de analisar o poder germinativo de duas cultivares de cebola: a) Bola- Precoce-Empasc 352 e b) Norte 14. Foram utilizadas para o teste de germinação, quatro repetições de 100 sementes, totalizando 400 sementes para cada cultivar. A variável de estudo é o número de sementes que germinaram. os resultados obtidos foram os seguintes:

Cultivar	Germinaram	Não germinaram	Total
Bola Precoce	392	8	400
Norte 14	381	19	400
Total	773	27	800

- Teste a hipótese de que não há diferença entre as duas cultivares quanto à germinação, ao nível de significância de 5%. Qual o nível descritivo do teste?
19. Uma convicção muito generalizada entre as pessoas é que a temperatura média do corpo humano é $37^\circ C$. Um total de 120 adultos sem problemas de saúde foram observados e registrada a temperatura de seu corpo, tendo-se obtida uma média $\bar{x} = 36,8$ e um desvio padrão $s = 0,62$. Acha que os valores de \bar{x} , s mostram que aquela convicção é correta? Proceda ao teste de hipótese usando o procedimento:

- a. Na região crítica ao nível de significância de 5%.
- b. No valor-p ou nível descritivo. Será que o nível descritivo achado tem valor muito inferior aos menores níveis de significância usados na prática (5%, 1% e 0,1%)?
20. Suponha que os dados do Exercício 3 são transformados para a escala Fahrenheit. A relação entre as escalas, Centígrado(C) e Fahrenheit(F) é $C = \frac{5(F - 32)}{9}$. Identifique as hipóteses do teste e diga quais as consequências na decisão do teste provocadas por esta mudança de escala. Comente.
21. A variável aleatória X tem f.d.p dada por $f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$, em que $\theta = 1$ ou $\theta = 2$. Para testar a hipótese nula $H_0 : \theta = 1$ contra a hipótese alternativa $H_1 : \theta = 2$, com base em uma amostra casual de tamanho 2, seja

$$C = \{(X_1, X_2) : \frac{3}{4X_1} \leq X_2\},$$

a região de rejeição. Determinar a função poder do teste. Comprove que a melhor região crítica é a do tipo apresentado.

22. Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra casual tamanho n de uma distribuição X com f.d.p dada por $f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$, em que $\theta = 1$ ou $\theta = 2$. Mostre que a melhor região crítica para testar a hipótese nula $H_0 : \theta = 1$ contra a hipótese alternativa $H_1 : \theta = 2$ é

$$C = \{(X_1, X_2, \dots, X_n) : c \geq \prod_{i=1}^n X_i\}$$

23. A variável aleatória X tem f.d.p dada por $f(x|\theta) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta} I_{(0,\infty)}(x)$. Com base em uma amostra casual de tamanho 2, determinar o teste mais poderoso para testar a hipótese nula $H_0 : \theta = 2$ contra a hipótese alternativa $H_1 : \theta = 4$, ao nível de significância de 1%. Calcular o poder do teste.
24. Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra casual tamanho n de uma distribuição normal com média μ e variância 4. Para testar a hipótese nula $H_0 : \mu = 5$ versus a hipótese alternativa $H_1 : \mu = 6$ com tamanhos de erros $\alpha = 0,01$ e $\beta = 0,05$, qual deve ser o menor valor para n ?
25. A variável aleatória X tem f.d.p dada por $f(x|\theta) = \frac{1}{\theta} I_{(0,\theta)}(x)$. Sejam $Y_1 < Y_2 < Y_3 < Y_4$ as estatísticas de ordem de uma amostra casual de tamanho 4 dessa distribuição. Para testar a hipótese nula $H_0 : \theta = 1$ contra a hipótese alternativa $H_1 : \theta \neq 1$, a região crítica adotada é:

$$Y_4 \leq \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad Y_4 \geq 1.$$

Determine $\pi(\theta)$, a função poder do teste.

26. Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra casual tamanho n de uma distribuição normal com média μ e variância σ_0^2 conhecida. Determinar o melhor teste para testar a hipótese nula $H_0 : \theta_1 = 0, \theta_2 = 1$ versus a hipótese alternativa $H_1 : \theta_1 = 1, \theta_2 = 4$ a um nível de significância α .
27. Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra casual tamanho n de uma distribuição normal com média θ_1 e variância θ_2 . Determinar o teste da razão de verossimilhança para testar a hipótese nula $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ versus a hipótese alternativa $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$ a um nível de significância α .

28. Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra casual tamanho n de uma distribuição normal com média μ e variância σ^2 conhecida. Determinar o teste da razão de verossimilhança para testar a hipótese nula $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ versus a hipótese alternativa $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$ a um nível de significância α . Uma amostra casual de tamanho 15 foi retirada dessa população e apresentou média amostral 3,2 e variância amostral 4,24. Testar $H_0 : \sigma^2 = 3$ contra $H_0 : \sigma^2 > 3$ ao nível de significância de 1%.
29. Sejam duas populações normais independentes, $X \sim N(\mu_1, 2)$ e $Y \sim N(\mu_2, 3)$. Uma amostra casual de tamanho 4 é retirada de X e uma amostra casual de tamanho 2 é retirada de Y com o objetivo de estar a hipótese nula $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ versus a hipótese alternativa $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ a um nível de significância $\alpha = 0,01$. Esboce a função poder do teste em relação a $\theta = \mu_1 - \mu_2$.
30. São aplicados testes de aprendizado aos alunos de duas classes onde foram usados métodos de ensino diferentes. os testes foram aplicados a 20 alunos da classe A e a 100 alunos da classe B. o número de pontos obtidos pela amostra da classe A foi 80 e o desvio padrão 10, e o obtido pela classe B foi 75 , com desvio padrão 12. Admitindo-se que as distribuições do número de pontos no teste são normais:
- a. teste, ao nível de significância de 10%, que as variâncias populacionais são iguais. Qual o nível descritivo do teste?;
 - b. teste, ao nível de significância de 5%, que as médias populacionais são iguais. Qual o nível descritivo do teste?
31. Para testar $H_0 : \mu = 50$ contra $H_0 : \mu > 50$, em que μ é a média de uma normal $N(\mu, 900)$. Extraída uma amostra de $n=36$ elementos da população foi obtida uma média amostral 52. Qual o nível descritivo do teste?
32. Os novos operários de uma empresa são treinados a operarem uma máquina , cujo tempo X (em horas) de aprendizado é anotado. Observou-se que X segue de perto a distribuição $N(25,100)$. Uma nova técnica de ensino, que deve melhorar o tempo de aprendizado , foi testada em 16 novos empregados , os quais apresentaram 20,5 horas com tempo médio de aprendizado. Usando o p-valor, você diria que a nova técnica é melhor que a anterior?
33. Enuncie o lema de Neyman-Pearson.
34. Descreva de maneira clara e precisa como você procederia para verificar se existe ou não um teste U.M.P. para uma hipótese composta, contra uma alternativa composta.
35. Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra casual tamanho n de uma distribuição contínua com f.d.p.

$$f(x|\theta) = e^{p(\theta)K(x)+s(x)+q(\theta)} I_{(a,b)}(x),$$

em que a e b não dependem de θ . Seja o espaço paramétrico $\Theta = \{\theta : \theta_1 \leq \theta\}$. Se $p(\theta)$ é crescente, mostre que

$$C = \{(X_1, X_2, \dots, X_n); \sum_{i=1}^n K(X_i) \geq C\},$$

é uma região crítica uniformemente mais poderosa para testar $H_0 : \theta = \theta_1$ contra $H_1 : \theta > \theta_1$

36. Suponha que X é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo $(-b, b)$. Deseja-se testar a hipótese $H_0 : b = 1$ contra a alternativa $H_1 : b > 1$ e rejeita-se H_0 se $|X| > 0,99$. Determine o tamanho do erro do tipo I desse teste e faça um gráfico de sua função poder.
37. Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra casual tamanho n de uma distribuição contínua $X \sim N(\theta, 1)$, θ desconhecido. Mostre que não existe teste uniformemente mais poderoso para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ contra $H_1 : \theta \neq \theta_0$, em que θ_0 é um real fixado.

38. Seja X com densidade $f(x|\theta) = e^{-(x-\theta)} I_{(\theta, \infty)}(x)$, θ real. Mostre que:

$$\phi(x) = \begin{cases} 1, & x \geq -\ln\alpha \\ 0, & x < -\ln\alpha \end{cases}$$

é UMP de tamanho α para testar $H_0 : \theta \leq 0$ contra $H_1 : \theta > 0$.

39. Sabe-se que $X \sim N(\theta, 1)$. Rejeite a hipótese $H_0 : \theta = 0$, se

$$\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \pm \frac{1,96}{\sqrt{n}}$$

não contem o valor zero.

- Se $n=2$, obter o gráfico da Região crítica R assim determinada e a curva de poder do teste.
 - Considere a região crítica R_1 determinada por $\bar{X} > 1,64/\sqrt{n}$. Dentre R e R_1 qual a região UMP? Se sabemos que $\theta \geq 0$, a priori, qual a região preferida?
40. Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra da densidade $f(x|\theta) = e^{-(x-\theta)} I_{(\theta, \infty)}(x)$, θ real. Para testar $H_0 : \theta \leq 1$ contra $H_1 : \theta > 1$, a região crítica adotada é

$$C = \{(X_1, X_2, \dots, X_n); \min(X_1, X_2, \dots, X_n) > c\}.$$

determinar c tal que o teste tenha nível α . Dê a função poder do teste e esboce seu gráfico para $\alpha = 0,05$ e $n=5$.

41. Uma amostra de tamanho 1 é retirada da densidade

$$f(x|\theta) = \frac{2(\theta - x)}{\theta^2} I_{(0, \theta)}.$$

Ache o teste mais poderoso para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ contra $H_1 : \theta = \theta_1$, $\theta_1 < \theta_0$.

42. Ache o teste mais poderoso de tamanho α para testar $H_0 : X \sim f_0(x)$ em que $f_0(x) = (2\pi)^{-1/2} e^{-x^2/2}$, x real, contra $H_1 : X \sim f_1(x)$ em que $f_1(x) = 2^{-1} e^{-|x|}$, x real, baseado em uma amostra de tamanho 1.

43. Uma balança para encher pacotes de sementes automaticamente está programada para produzir pacotes com peso médio de 20 kg e desvio padrão de 0,20 kg. periodicamente é feita uma inspeção para verificar se o peso médio está sob controle. Para este fim, foi selecionada uma amostra de oito pacotes de sementes, cujos resultados foram:
20,3; 19,8; 20,3; 19,7; 19,8; 19,7 19,8; 19,8.

Teste a hipótese de que a balança se desregulou e está produzindo um peso médio inferior a 20 kg usando um nível de significância de 5%. Qual o nível descritivo do teste?

44. Um agrônomo afirma que a produtividade média do feijão da safra das lavouras de agricultores familiares de um determinado ano é 800 kg/ha. Para investigar a veracidade dessa afirmação selecionou-se uma amostra de nove lavouras onde foram obtidos os seguintes valores da produtividade, em kg/ha:

767,8; 764,1; 716,8; 750,2; 756,0; 692,5; 736,1; 746,1; 731,4.

- Qual a sua conclusão ao nível de significância de 5%?
- Qual o nível descritivo do teste?

- c. Caso a afirmação do agrônomo não seja verdadeira, dê uma estimativa da média populacional, com grau de confiança de 95%.

45. Foi retirada uma amostra de 10 bezerras da raça Nelore, aos 210 dias de idade, com o objetivo de verificar se o peso médio desses animais atingiu ou não 186 kg. Os valores obtidos, em kg, foram os seguintes:

178; 199; 182; 186; 188; 191; 189; 185; 174; 158.

Teste as hipóteses $H_0 : \mu = 186$ vs $H_1 : \mu < 186$, ao nível de significância de 2,5%. Defina a variável em estudo bem como as suposições que você fez para o teste escolhido. Qual o nível descritivo do teste?

46. A área foliar média da espécie *Laguncularia rancemosa* do manguezal do bairro Santa Mônica (não poluído) é de $50,76 \text{ cm}^2$. Espera-se que a área foliar do manguezal do bairro Itacorubi seja maior devido à poluição do ambiente. Para verificar se essa afirmação é verdadeira, coletou-se uma amostra de tamanho $n = 20$ folhas, do manguezal do Itacorubi, cujos resultados foram:

39,4	39,6	39,9	45,6	45,6	46,1	46,1	50,2	50,2	51,0
51,2	54,6	54,8	54,6	55,1	55,1	55,5	56,2	66,3	66,5

- a. Esses resultados trazem evidências estatísticas de que houve aumento da área foliar? ($\alpha = 5\%$). Qual o nível descritivo do teste?
- b. Qual o poder deste teste, baseado em 20 observações, para detectar diferenças de pelo menos $2,54 \text{ cm}^2$ (5% do valor da área foliar média do manguezal do bairro Santa Mônica), do valor da hipótese nula, isto é, de que a área foliar média do manguezal do bairro Itacorubi seja pelo menos $\mu = 53,30$? Assuma que o desvio padrão é conhecido com valor igual ao desvio padrão da amostra.
- c. Qual o tamanho da amostra necessário para que o teste de hipótese tenha um poder de 0,80 para detectar a diferença referida no item "b".
- d. Repita o exercício considerando o desvio padrão populacional desconhecido.
47. Fez-se um estudo com o objetivo de conhecer melhor a biologia e a distribuição de fêmeas de *Macrobrachium potituna* na Ilha de Santa Catarina, comparando-se dois locais em condições ambientais diferentes. Para isso, coletaram-se duas amostras, uma no córrego do Chico em Ratonas (A) e a outra no poço do Córrego Grande (B). Os resultados de comprimento total, em mm, de fêmeas ovígeras, foram:

Local	Amostra	Média	Desvio padrão
Córrego do Chico	30	32,25	3,26
Poço do córrego	30	20,32	4,02

- a. Você diria que a diferença de comprimentos médios nos dois locais é estatisticamente significativa? use $\alpha = 5\%$
- b. Qual o nível descritivo do teste?
- c. Determinar o intervalo de confiança de 99% para a verdadeira média de comprimento total para cada um dos locais. Interpretar.
48. Um agricultor que planta árvores frutíferas deseja testar um novo tipo de inseticida, que o fabricante garante reduzir os prejuízos causados por certo tipo de inseto. Para verificar essa afirmação do fabricante, o agricultor pulveriza 200 árvores com o produto novo e 200 árvores com o produto que normalmente usa, obtendo os resultados:

Estatísticas	Inseticida novo	Inseticida padrão
Produção média (kg/planta)	240	227
Variância	980	820

Esses dados indicam evidência suficiente de que o inseticida novo é melhor do que o padrão (normalmente usado)?

49. Deseja-se testar a hipótese de a possibilidade da quantidade média de proteínas totais no plasma, depois de determinada operação em portadores de esquistossoma mansônica, ser diferente da quantidade média antes da operação. Foi utilizada uma amostra de 17 pacientes, cujos resultados foram:

Paciente	Antes	Depois	Paciente	Antes	Depois
1	6,9	6,9	10	8,6	7,8
2	7,8	8,6	11	7,7	7,6
3	6,6	8,7	12	7,9	7,8
4	5,9	7,3	13	8,7	8,1
5	7,8	7,8	14	5,8	6,8
6	6,4	8,2	15	9,2	8,3
7	8,8	9,3	16	9,3	10,2
8	7,3	7,3	17	8,9	9,1
9	8,0	7,6			

faça o teste de hipótese e conclua. Qual o nível descritivo ou valor-p do teste?

50. Para verificar a efetividade de um novo tratamento contra infestação de pulgões que atacam as folhas das plantas, em 100 plantas atacadas e tratadas com o novo inseticida, foram encontradas nove com pulgões, depois de uma semana de tratamento. Desejamos saber se os resultados observados justificam a afirmação de que menos de 15% da população de plantas tratadas terão infestação de pulgões. Utilize um nível de significância de 5%. Calcule o valor p e interprete.

51. Queremos comparar dois métodos de poda em plantas de erva-mate, denominados de "A" e "B". Vamos considerar que dispomos de 40 árvores de erva-mate numa mata nativa. Considere duas maneiras no planejamento deste experimento:

1. sorteamos 20 árvores aleatoriamente para receber o método "A", e as restantes receberão o método "B". Após, medimos a produção de massa verde de todas as árvores.
2. medimos, inicialmente, os diâmetros dos caules das 40 árvores. Em seguida numeramos as árvores, em ordem crescente de seus diâmetros, de 1 até 40. Consideramos os 20 pares formados: (1;2), (3;4), ..., (39;40), e de cada par sorteamos uma árvore para receber o método "A"; a outra árvore do par recebe o método "B". Obtemos, assim, duas amostras de 20 árvores cada. Após, medimos a produção de massa verde de todas as árvores.

- a. Qual o teste estatístico de hipóteses em cada caso?
- b. Qual dos dois procedimentos você prefere? Por quê?

52. A diferença de variabilidades entre duas populações $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ e $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ pode ser apreciada construindo um intervalo de confiança para a razão das verdadeiras variâncias $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ com base em amostras das duas populações que sejam independentes. Determine um intervalo de confiança a 95%, considerando os seguintes dados e que as populações sejam normais. Obtenha inicialmente o IC teoricamente e depois numericamente.

$$n_1 = 10, \quad \bar{x}_1 = 15,27, \quad s_1^2 = 1,64 \text{ e } n_2 = 6, \quad \bar{x}_2 = 5,38, \quad s_2^2 = 1,864$$

53. De uma variável aleatória uniforme com valores no intervalo $(0, \theta)$ é extraída uma única observação com vista a testar
- $H_0 : \theta = 1/2$ contra $H_0 : \theta > 1/2$. Sabendo que o critério de decisão consiste em rejeitar H_0 se o valor observado exceder 0,499, determine: O nível de significância e a probabilidade de ser cometido um erro de segunda espécie, admitindo que H_0 é falsa e que o verdadeiro valor de θ é 0,6. Esboce o gráfico da função potência. Responda às questões anteriores usando duas novas regras de decisão:
- rejeitar H_0 se o valor observado exceder 0,5;
 - rejeitar H_0 se o valor observado exceder 0,25.
- Compare as três situações que analisou e diga o que se pode concluir.
54. Uma população X tem distribuição normal $X \sim N(\mu, 4)$. A fim de proceder do teste de hipótese $H_0 : \mu = 1$ versus $H_0 : \mu \neq 1$ ao nível de significância α , é extraída uma amostra da população, (x_1, x_2, \dots, x_n) , e usa-se a seguinte regra:
- rejeitar H_0 se $\bar{x} > 1 + c$ ou $\bar{x} < 1 - c$, onde \bar{x} é a média dos valores da amostra observados.
- Determine o valor de c em função da dimensão da amostra e do nível de significância. Especifique a região de rejeição para o caso em que $n=64$ e $\alpha = 5\%$.
 - Determine a função potência do teste. Faça um estudo desta função e esboce o seu gráfico.
55. Um fabricante de latas para a conserva de ameixas vai proceder a um ajustamento do equipamento que produz as latas se o valor médio do peso for maior ou igual ao peso da quantidade máxima de ameixas que é conveniente colocar na lata e que é de 450 gramas. Para decidir sobre o que vai de fato fazer, o fabricante obteve uma amostra de 15 latas retiradas ao acaso do estoque produzido, pesou as latas e obteve um média de peso igual a 442,35 gramas e um desvio padrão amostral 23,2 gramas. Sabe-se ainda, da história do processo e de testes efetuados, que o verdadeiro desvio padrão do peso é 14,5 gramas.
- Especifique as hipóteses que interessa considerar para conduzir um teste com vista a encontrar a decisão que o fabricante deve tomar.
 - Proceda ao teste de hipóteses que formulou considerando dois níveis de significância (5%, 1%) e as suposições julgadas convenientes.
 - Qual seria a decisão do teste admitindo que o verdadeiro desvio padrão é desconhecido?
 - Suponha que a amostra de 15 latas conduz a uma média \bar{x} e um desvio padrão $s = 14,5$, isto é, a um desvio padrão coincidente com o verdadeiro valor de σ . O que se pode concluir neste caso? Comente.
 - Acha que os dados evidenciam uma alteração no valor histórico de σ ? Use o valor-p.
56. Um fabricante de relógios deseja conhecer a variabilidade de seu produto. Para isso registrou os desvios de 20 relógios em segundos, relativamente a um relógio de alta precisão, ocorridos ao fim de um mês e obteve $\bar{x} = 1,5$ e $s = 2,3$. Com base na longa experiência com os relógios desta marca o fabricante acredita que o verdadeiro desvio padrão é no máximo 2 segundos. Acha que o fabricante está correto? Admita suposições que considere adequadas para uma resposta à questão.
57. Para comparar duas marcas de baterias para relógios de pulsos, B_1 e B_2 , há interesse em comparar seus tempos de vida, X_1 e X_2 , medidos em dias. A observação de várias baterias produziu os seguintes dados:

bateria	número de unidades	média	desvio padrão
B_1	$n_1 = 79$	$\bar{x}_1 = 348,5$	$s_1 = 30,2$
B_2	$n_2 = 83$	$\bar{x}_2 = 402,3$	$s_2 = 70,4$

Responda às questões seguintes usando um nível de significância de 5% e assumindo que as populações são normais.

- Acha que se pode aceitar a hipótese das variâncias dos tempos de vida serem iguais?
- Teste a hipótese de igualdade das verdadeiras médias dos tempos de vida.

58. Uma equipe de médicos pretende mostrar que um medicamento é eficaz no tratamento de uma certa doença. Para isso organizou um ensaio clínico em que 78 doentes receberam o medicamento e 72 doentes receberam um placebo, em tudo igual ao medicamento mas sem o efeito farmacológico. os médicos esperam então provar que a resposta do medicamento é pelo menos igual à do placebo com base nos seguintes resultados dos respectivos efeitos medidos em unidades adequadas.

efeitos	medicamento	placebo
média	131	111
desvio padrão	49,2	32,1

- Indique as hipóteses H_0 e H_1 adequadas para realizar este teste.
- Indique a estatística do teste e a região crítica para $\alpha = 5\%$ e diga o que se pode concluir. Calcule o p-valor e comente.

59. Um fabricante de esferas para rolamentos desenvolveu um novo método de produção, mais barato. Entretanto, ele desconfia que os novos lotes apresentam variabilidade diferente daqueles produzidos pelo método antigo (com relação ao diâmetro das esferas). Para cada método ele selecionou aleatoriamente 15 esferas que forneceram os seguintes diâmetros (em mm)

29,9	30,1	29,8	30,3
29,8	29,9	29,8	29,9
29,8	30,0	30,4	29,7
29,7	30,0	29,8	30,3
29,9	29,6	30,5	30,4
29,8	30,4	29,6	29,1
29,9	29,9	29,3	30,0
29,9		29,4	

- Faça os gráficos box-plot. Eles sugerem variabilidade diferentes entre os dois métodos ?
- As variáveis X e Y têm distribuição normal? Faça os gráficos adequados.
- Execute o teste conveniente.

60. Um estudo envolve a avaliação de um novo sistema operacional de computador, desenvolvido para crianças com idades entre 8 e 12 anos. Afirma-se que o novo sistema é mais rápido do que o atual, líder de mercado. Para testar esta afirmação, foram selecionados em uma mesma escola dois grupos com 15 crianças cada. As crianças, sem conhecimento prévio relacionado ao de computadores, utilizaram máquinas de mesma configuração para realizar uma certa tarefa, que teve seu tempo anotado(em minutos). O primeiro grupo, denotado Grupo A, trabalhou com o sistema operacional convencional ao passo que o segundo grupo, Grupo B, desenvolveu atividades no novo sistema. Ao final do experimento todas as 30 crianças haviam realizado a tarefa. Nesse experimento, os dois grupos selecionados consistem de 15 crianças diferentes e, portanto, pode-se assumir que os dois grupos constituem duas amostras independentes.

Os dados obtidos foram:

Grupo A	182	185	193	175	184	192	175	173	186	178	162	179	164	182	186
Grupo B	92	76	76	90	97	90	86	93	100	115	85	80	90	86	94

- Faça os gráficos box-plot. Eles sugerem que o Grupo B tende a realizar a tarefa num tempo inferior àquele observado no Grupo A?
- Estude a normalidade das duas populações.
- Tire conclusões.