Distribuição Log-Normal

Antônio Arthur Silva de Lima
Francisco Gustavo Braga Batista

Probabilidade II

5 de dezembro de 2022

Sumário

Aplicações

- A distribuição *Log-normal* é usalmente associada à ocorrência de fenômenos raros, tais como a magnitude de terremotos, teores de ouro em uma mina, cheias de rios, dentre outros;

Aplicações

- A distribuição *Log-normal* é usalmente associada à ocorrência de fenômenos raros, tais como a magnitude de terremotos, teores de ouro em uma mina, cheias de rios, dentre outros;
- Também é aplicada na área de finanças para análises de preços de ações;

Aplicações

- A distribuição *Log-normal* é usalmente associada à ocorrência de fenômenos raros, tais como a magnitude de terremotos, teores de ouro em uma mina, cheias de rios, dentre outros;
- Também é aplicada na área de finanças para análises de preços de ações;
- E na química, para modelar a distribuição do tamanho de partículas e massas molares.

Definições

A distribuição *Log-normal* é obtida a partir da exponencial de uma distribuição normal Y. Ou seja, $Y = \ln X$ segue distribuição $N(\mu, \sigma^2)$.

Definição 1

Seja X uma v.a contínua nos reais positivos. Dizemos que X possui distribuição *Log-normal* com parâmetros μ e σ^2 se tem f.d.p definida como:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(ln\ x - \mu)^2}{\sigma^2}) \right] \quad \forall x \in (0, \infty)$$

Notação: $X \sim Lognormal(\mu, \sigma^2)$

Definições

Definição 2

A função de distribuição acumulada de uma *Log-normal* é dada por:

$$\Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right),$$

também possuindo resultados tabelados pela normal padrão.

Propriedades

Seja X uma v.a com distribuição *Log-normal*. Então:

Propriedades

Seja X uma v.a com distribuição *Log-normal*. Então:

- $E(X) = \exp(\mu + \frac{\sigma^2}{2})$;

Propriedades

Seja X uma v.a com distribuição *Log-normal*. Então:

- $E(X) = \exp(\mu + \frac{\sigma^2}{2})$;
- $Var(X) = [\exp(\sigma^2) - 1] \exp(2\mu + \sigma^2)$;

Propriedades

Seja X uma v.a com distribuição *Log-normal*. Então:

- $E(X) = \exp(\mu + \frac{\sigma^2}{2})$;
- $Var(X) = [\exp(\sigma^2) - 1] \exp(2\mu + \sigma^2)$;
- $q_x(\alpha) = e^{\mu + \sigma q_\Phi(\alpha)}$, onde $q_\Phi(\alpha)$ é o quantil da normal padrão;

Propriedades

Seja X uma v.a com distribuição *Log-normal*. Então:

- $E(X) = \exp(\mu + \frac{\sigma^2}{2})$;
- $Var(X) = [\exp(\sigma^2) - 1] \exp(2\mu + \sigma^2)$;
- $q_x(\alpha) = e^{\mu + \sigma q_\Phi(\alpha)}$, onde $q_\Phi(\alpha)$ é o quantil da normal padrão;
- $\nexists\ M_x(t)$.

Propriedades

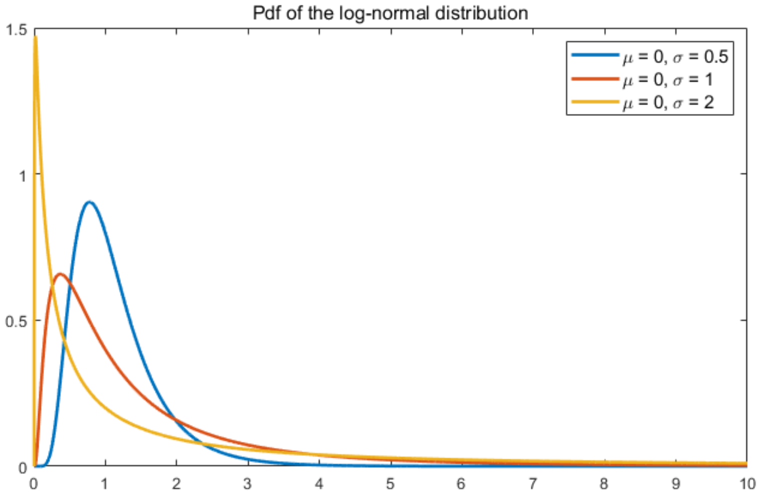

Figura: Gráfico da *Log-normal*

Exercício

- A duração do atendimento em minutos de cada cliente no caixa de um supermercado tem distribuição Log-normal com parâmetro de locação $\theta = 1.5$ e parâmetro de dispersão $\omega = 0.5$.

Exercício

- A duração do atendimento em minutos de cada cliente no caixa de um supermercado tem distribuição Log-normal com parâmetro de locação $\theta = 1.5$ e parâmetro de dispersão $\omega = 0.5$.

  (a) Qual a média e variância da duração dos atendimentos?

Exercício

- A duração do atendimento em minutos de cada cliente no caixa de um supermercado tem distribuição Log-normal com parâmetro de locação $\theta = 1.5$ e parâmetro de dispersão $\omega = 0.5$.

  (a) Qual a média e variância da duração dos atendimentos?
  (b) Qual a probabilidade de um atendimento durar menos de 5 minutos?

Referências

D. G. Krige.
A statistical approach to some mine valuation and allied problems on the Witwatersrand: By DG Krige.
PhD thesis, University of the Witwatersrand, 1951.

M. Taboga.
Log-normal distribution — properties and proofs.
https://www.statlect.com/probability-distributions/log-normal-distribution, 2022.
[Online; accessed on 03-December-2022].

Wikipedia.
Log-normal distribution — Wikipedia, the free encyclopedia.
http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Log-normal%20distribution&oldid=1122393729, 2022.
[Online; accessed on 03-December-2022].

Obrigado!