Ciência dos Dados

Teorema de Bayes

Magalhães e Lima, Capítulo2

Objetivos de Aprendizagem

Os alunos devem ser capazes de:

- Entender conceitos básicos sobre Independência de eventos
- Entender conceitos básicos sobre o Teorema de Bayes

Acompanhe, previamente, o PLANO DE AULA no BLACKBOARD!

Novos passos...

Coleta de dados

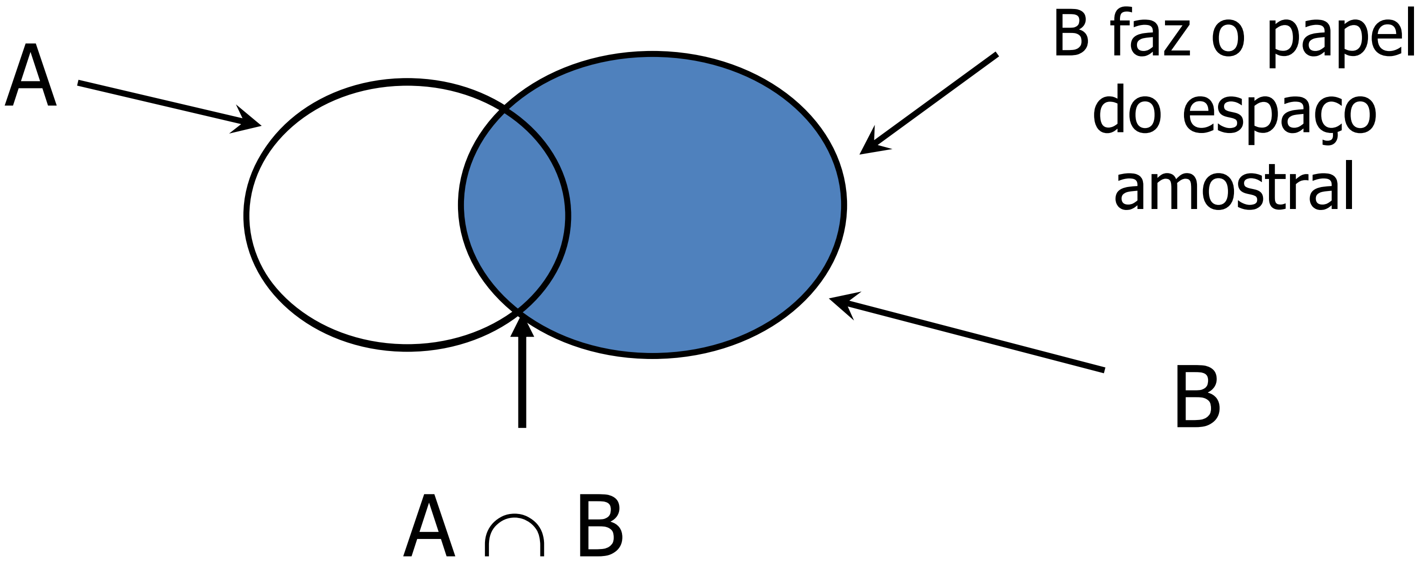
Análise Exploratória

Probabilidades

- Resultados básicos
- Probabilidade Condicional
  - Teorema de Bayes
- Independência

Variáveis Aleatórias

Relembrando:
Probabilidade Condicional



$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Probabilidade Condicional

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow \boxed{P(A \cap B) = P(B)P(A|B)}$$

ou

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \rightarrow \boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B|A)}$$

Independência

Se o fato de ter conhecimento sobre um evento A **não altera** a expectativa sobre a probabilidade de um evento B, então os eventos A e B são **independentes**.

$$\mathbf{P(A \cap B)} = \boldsymbol{P(A)P(B)}$$

Eventos Independentes

Dois eventos A e B quaisquer contidos ao mesmo espaço amostral são independentes quando

$$\mathbf{P(A \,|\, B) = \mathit{P}(\mathit{A})} \quad \textbf{ou} \quad \mathbf{P(B \,|\, A) = P(B)}$$

$$\mathrm{P(A \,|\, B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow \mathrm{P(A \cap B) = P(A \,|\, B)P(B)}$$

$$\text{A e B independentes} \Rightarrow \mathrm{P(A \cap B) = P(A)P(B)}$$

Independência

Atenção:

não confundir com eventos **disjuntos**.

$$\mathbf{P(A \cap B) = 0}$$

Insper

Exemplo: Gostar de assistir filmes x Gênero.

A preferência por assistir filmes depende de gênero?

Frequências Relativas

	Gênero		
Assiste Filmes?	Masculino	Feminino	Total
Sim	42%	18%	60%
Não	28%	12%	40%
Total	70%	30%	100%

S: gosta de assistir filmes
H: homem M: mulher

Entre os homens, qual a probabilidade de gostar de assistir filmes? E entre as mulheres?

$$P(S|H) = \frac{P(S \cap H)}{P(H)} = \frac{0,42}{0,70} = 0,60$$

$$P(S|M) = \frac{P(S \cap M)}{P(M)} = \frac{0,18}{0,30} = 0,60$$

Notamos que

P(S| H) = P(S) e P(S| M) = P(S)

Logo, a preferência por assistir filmes independe do gênero.

Teorema de Bayes

Sabemos que :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow \; P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$$

Assim,

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}}$$

Exemplo 2

Uma empresa vem sofrendo ataques de hackers. Para proteger seus sistemas, ela instala três dispositivos de proteção. Eles funcionam de modo independente e cada um deles é eficaz em 95% dos ataques. Qual a probabilidade de proteção se

a) for necessário que todos funcionem para haver proteção?

b) bastar que apenas um funcione para haver proteção?

Exemplo 2 (cont.)

P_i: proteção do *i-ésimo* dispositivo, i = 1, 2, 3.

$$P(P_1) = P(P_2) = P(P_3) = 0{,}95$$

a) $P(\text{proteção}) =$

$$= P(P_1 \cap P_2 \cap P_3) =$$

$$= P(P_1)\, P(P_2)\, P(P_3) =$$

$$= 0{,}95 \times 0{,}95 \times 0{,}95 = 0{,}857$$

Exercício 1

Em uma região, 3 indústrias dividem o mercado de celulares. A empresa A vende o dobro que a empresa B. A empresa A vende a mesma quantidade de celulares que C. De todos os celulares vendidos, 10% dos celulares foram comercializados pela empresa A e são pós-pagos. Sabe-se que 15% dos celulares comercializados pela empresa B são pós-pagos. Além disso, sabe-se que do total de celulares pós-pagos 25% foram comercializados pela empresa C.

a) Qual é a probabilidade de um celular não ter sido comercializado por C?

Resposta: 3/5

b) Se for escolhido um celular ao acaso, qual é a probabilidade de ser pós-pago?

Resposta: 0,173

c) Qual é a probabilidade de um celular ser pós-pago e não ser da indústria B?

Resposta: 0,143

Resolução de Exercícios

?? minutos:

Fazer os exercícios...

Resolução de Exercícios

10 minutos:

Problema de Monty Hall

15 minutos:

Simular o notebook

10 minutos:

Conclusão

Preparo para próxima aula

Os alunos devem se preparar com:

1. Leitura prévia necessária: Magalhães e Lima (7ª. Edição): Seção 3.1 e Definição 4.2 (pág. 110) e Definição 4.5 (pág. 121).
2. Python.