1 Limiti per funzioni

1.1 Definizioni

Definizione 1 (Intorno di $\pm\infty$)**:**
L'intorno *di* $+\infty$ *è l'insieme:*

$$]k, +\infty[, \; k \in \mathbb{R} \tag{1}$$

L'intorno *di* $-\infty$ *è l'insieme:*

$$]-\infty, k[, \; k \in \mathbb{R} \tag{2}$$

Intendiamo che se $A \subseteq \mathbb{R}$ come i seguenti

$$\begin{aligned} supA = +\infty &\iff +\infty \in D(A) \\ infA = -\infty &\iff -\infty \in D(A) \end{aligned} \tag{3}$$

Un limite λ può essere:

$$\lambda \in \overline{R} \iff \begin{cases} \lambda \in R \\ \lambda = +\infty \\ \lambda = -\infty \end{cases} \tag{4}$$

Definizione 2:
Siano $A \subseteq \mathbb{R}, \; x_0 \in D(A), \; \lambda \in \overline{R}. \; f : A \to \mathbb{R}.$
Diremo che $f(x)$ *tende a* λ *per* x *che tende a* x_0.

$$\forall V \in \mathcal{U}_\lambda \; \exists W \in \mathcal{U}_{x_0} \; : \; f(x) \in V \; \forall x \in A \setminus \{x_0\} \cap W \tag{5}$$

La scrittura semplificata:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \lambda \tag{6}$$

Definizione 3 (Unicità del limite)**:**
Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ *e siano* $x_0 \in D(A), \; x_0 \in \overline{R}, \; f : A \to \mathbb{R}.$ *Se esistono* $\lambda, \mu \in \overline{\mathbb{R}}$ *t.c.:*

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \lambda \; \& \; \lim_{x \to x_0} f(x) = \mu \quad \iff \quad \lambda = \mu \tag{7}$$

Dimostrazione 1.