DIMOSTRAZIONE 1 (Il limite se esiste è unico).

$$\lim_{x \to \infty} a_n = l \quad \land \quad \lim_{x \to \infty} a_n = m \quad \iff \quad l = m \tag{1}$$

## Esempio 1.

Poniamo per assurdo che  $l \neq m$  Fissiamo  $\epsilon > 0$ 

$$\underbrace{|a_n - l| < \frac{\epsilon}{2}}_{n > \overline{n_1}} & \underbrace{|a_n - m| < \frac{\epsilon}{2}}_{n > \overline{n_2}}$$

$$(2)$$

Ricordiamo che  $|a_n - m| = |m - a_n|$ 

$$| -\alpha_n - l - -\alpha_n + m | |a_n - l| + |m - a_n| < \frac{\epsilon}{2} + \frac{\epsilon}{2} = \epsilon$$
 (3)

 $\parallel$ 

$$|m-l| < \epsilon \implies |m-l| = 0$$
 (4)

Ma questo è assurdo perchè:  $\epsilon>0, \forall \epsilon\in\mathbb{R}$ 

$$m = l (5)$$