

Analisi Matematica– Informatica

Foglio riassuntivo delle principali domande di teoria

Teoria elementare degli insiemi, insiemi numerici ($\mathbb{R}, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$), etc.

- Definizioni di funzione composta e di funzione inversa.
- Definizione di sup/inf e proprietà caratteristiche.
- Definizione di Completezza.
- $\sqrt{2}$ non è razionale. \mathbb{Q} non è completo.
- La formula del binomio.
- Principio di Induzione: esempi.

Numeri Complessi e preliminari di Algebra Lineare.

- Rappresentazione dei numeri complessi.
- Proprietà principali dei numeri complessi.
- Formula di De Moivre e radici n -esime.
- Nozione di spazio vettoriale Euclideo e le sue principali proprietà.

Successioni (in \mathbb{R})

- Definizione di successione convergente, divergente, limitata. Definizione di successione estratta (ossia di sottosuccessione).
- Definizione di successione monotona e teorema di esistenza del limite.
- Nozione di successione di Cauchy e conseguenze.
- Enunciati del Teorema di Bolzano-Weierstrass e del Teorema di completezza sequenziale di \mathbb{R} .
- Teorema della permanenza del segno e Teorema dei due carabinieri per successioni.
- Il numero di Nepero.
- Rappresentazione decimale: fatti principali.
- Cardinalità: definizioni ed enunciati principali.

Limiti e continuità

- Topologia di \mathbb{R} : definizioni di punto di accumulazione, di punto di aderenza e di punto interno; definizioni di derivato, chiusura ed interno; definizioni di insieme aperto e di insieme chiuso.
- Principali caratterizzazioni di interno, chiusura e derivato in termini di successioni.
- Definizione di insieme compatto e caratterizzazione dei compatti di \mathbb{R} .
- Definizione generale di limite. Vari casi.
- Funzioni continue. Definizione e principali proprietà.
- Teorema sulla relazione tra successioni e limiti.
- Teorema di Bolzano e Teorema dei valori intermedi.
- Teorema di Weierstrass.

Funzioni derivabili

- Definizione di derivata e sua caratterizzazione.
- Teorema sulla relazione fra funzioni derivabili e funzioni continue.
- Teorema di derivazione di somma, prodotto, quoziente.
- Teorema di derivazione della composizione.
- Funzioni derivabili su intervalli.
- Teoremi di Rolle e di Lagrange (o del valor medio).
- Definizione di funzione monotona e teoremi sulla monotonia.
- Massimi e minimi relativi.
- Derivabilità ed esistenza di punti di massimo e/o minimo relativo.
- Definizione di o piccolo e di O grande.
- Formula di Taylor con resti in forma di Peano e/o di Lagrange.
- Definizione di funzione convessa. Disuguaglianze geometriche.
- Convessità e derivabilità.

Integrale di Riemann

- Definizioni di scomposizione di un intervallo e di Somma superiore e di Somma Inferiore per una funzione $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$.
- Definizione di Integrale Superiore ed Integrale Inferiore.
- Definizione di Integrale per una funzione $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ limitata.
- Esempio di una funzione non integrabile secondo Riemann: la funzione di Dirichlet.
- Enunciato del Teorema di Riemann.
- Quali sono le funzioni integrabili secondo Riemann? (In altre parole, occorre enunciare le proposizioni che si conoscono che assicurano l'integrabilità secondo Riemann...).
- Proprietà dell'integrale (linearità, etc.).
- Teorema della Media Integrale.
- Primo Teorema Fondamentale del Calcolo e conseguenze.
- Secondo Teorema Fondamentale del Calcolo e conseguenze.
- Formula di Integrazione per parti e Formula di Integrazione per Sostituzione.

Integrali Generalizzati

- Definizione di integrale generalizzato per una funzione $f \in C([a, b])$ (oppure per una funzione $f \in C([a, b])$ oppure, nel caso generale, per $f \in C([a, b])$).
- Definizione di assoluta integrabilità (in senso generalizzato).
- Teorema del confronto e sue conseguenze (sugli appunti, vedere i corollari 1 e 2).
- Teorema sulla convergenza degli integrali oscillanti.
- Un esempio importante: la funzione $\int_1^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x^\alpha} dx$.

Serie Numeriche (reali)

- Definizione di Serie (cosa s'intende per "somma parziale n -esima", etc.).
- Esempi fondamentali: serie armonica, serie geometrica, serie telescopiche.
- Teorema di Cauchy.
- Nozione di assoluta convergenza.
- Enunciato del Teorema del Confronto e suoi corollari.
- Confronto con l'integrale.
- Esempio importante: la serie armonica generalizzata.
- Criterio del Rapporto e Criterio della Radice (per serie a termini positivi).
- Teorema di Leibnitz per serie oscillanti.

Equazioni Differenziali del primo ordine

- Equazioni lineari del primo ordine: definizione e metodo risolutivo.
- Equazioni a Variabili Separabili e Problema di Cauchy associato.