

Analisi Matematica – Informatica

Fac simile

Nome

Cognome

Matricola

Esercizio 1 (18 pti + Bonus (6 pti)) Rispondere alle seguenti domande.

- 1) [6 pti] Dopo aver ricordato che cos'è una relazione d'ordine e cosa sono maggioranti e minoranti di un dato insieme, definire i concetti di sup ed inf.
- 2) [6 pti] Dopo aver ricordato la definizione di insieme compatto, enunciare il Teorema di Weierstrass, illustrandone eventuali applicazioni (anche mediante esempi).
- 3) [6 pti] Enunciare il primo Teorema Fondamentale del Calcolo. Illustrare inoltre le sue principali conseguenze.

Bonus (6 pti). Dimostrare o il Teorema di Weierstrass o il primo Teorema Fondamentale del Calcolo.

Esercizio 2 (8 pti) (continuità)

Sia

$$f : [0, 1] \cup [2, 3] \longrightarrow \mathbb{R}$$

una funzione continua. Quali tra queste affermazioni sono vere?

- f non ha minimo (assoluto).
- se $f(1) = f(2)$ allora $f([0, 1] \cup [2, 3])$ è un intervallo.
- esiste il limite $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.
- f non è uniformemente continua

Motivare brevemente le risposte date.

Esercizio 3 (6 pti) Dimostrare che se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile allora

$$f \text{ è monotona} \iff \text{segn}(f') \text{ è costante.}$$