# Μοριοδότηση 2018

Ενδεικτικές απαντήσεις και από γραπτά μαθητών

Θέμα Α

**Α1** - $\gamma$

**Α2** - $\delta$

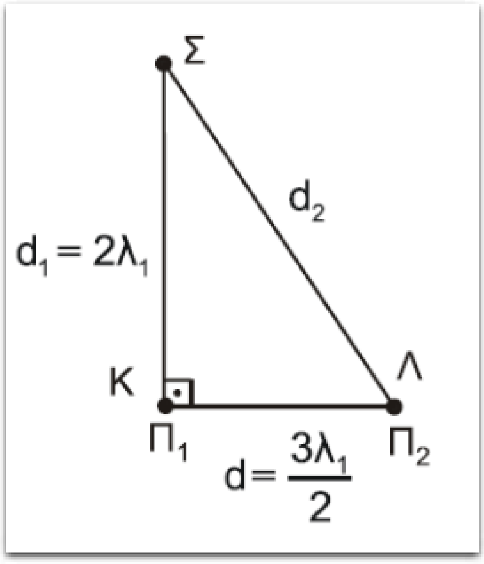
**Α3** - $\alpha$

**Α4** - $\delta$

**Α5:** $\Lambda - \Sigma - \Lambda - \Sigma - \Lambda$

Θέμα Β

**Β1**-$(i)$




$$d_2 = \sqrt{d_1^2 + d^2} = \sqrt{4 \cdot \lambda_1^2 + \frac{9}{4} \cdot \lambda_1^2} = \frac{5 \cdot \lambda_1}{2}$$

Ίδιο υλικό

$$v_\delta = \lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2 \overset{f_2 = 2 \cdot f_1}{\Longrightarrow} \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}$$

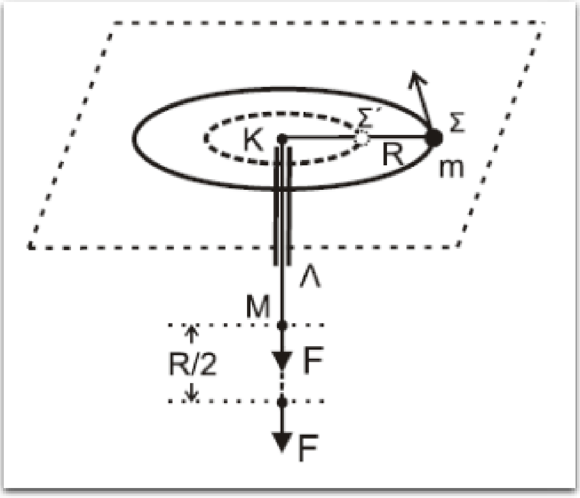
$$\alpha)\underline{\tau\rho \acute{o} \pi o\varsigma}$$

$$|A_\Sigma| = |2A \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi(d_1 - d_2)}{2\lambda_2}| = |2A \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{\pi(2\lambda_1 - \frac{5\lambda_1}{2})}{\frac{\lambda_1}{2}}| = |2A|$$

$$\beta)\underline{\tau\rho \acute{o} \pi o\varsigma}$$

$$\left.\begin{aligned} d_1 - d_2 &= 2\lambda_1 - \tfrac{5\lambda_1}{2} = -\tfrac{\lambda_1}{2} = -\lambda_2 \\ d_1 - d_2 &= N \cdot \lambda_2 \end{aligned}\right\} \mathrm{N} = -1 \quad \varepsilon\nu\acute{\iota}\sigma\chi\upsilon\sigma\eta$$

**Β2** - $(\iota\iota\iota)$




$$m: \quad \Sigma \vec{\tau_{\varepsilon\xi(\mathrm{K})}} = \vec{0} \Rightarrow \Delta\vec{L} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L_1} = \vec{L_2}$$

Η τάση του νήματος διέρχεται από τον άξονα περιστροφής

$$\alpha)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

$$\text{Άρα} \quad m \cdot \upsilon_1 \cdot R = m \cdot \upsilon_2 \cdot \frac{R}{2} \Rightarrow \upsilon_2 = 2\upsilon_1$$

$$\Theta\mathrm{MKE}_m(\Sigma \to \Sigma') \quad \mathrm{K}_{\Sigma'} - \mathrm{K}_{\Sigma} = W_F \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 = W_F$$

$$\left.\begin{aligned} W_F &= \tfrac{3}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 \\ \upsilon_1 &= \omega \cdot R \end{aligned}\right\} W_F = \frac{3}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot R^2$$

$$\beta)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

$$I_1 \cdot \omega = \mathrm{I}_2 \cdot \omega' \Rightarrow m \cdot R^2 \cdot \omega = m \cdot \frac{R^2}{4} \cdot \omega' \Rightarrow \omega' = 4\omega$$

$$\Theta\mathrm{MKE}_m(\Sigma \to \Sigma') \quad \mathrm{K}_{\Sigma'} - \mathrm{K}_{\Sigma} = W_F \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \mathrm{I}_2 \cdot \omega'^2 - \frac{1}{2} \cdot \mathrm{I}_1 \cdot \omega^2 = W_F$$

$$W_F = \frac{1}{2} m \frac{R^2}{4} 16\omega^2 - \frac{1}{2} m \cdot R^2 \omega^2 \Rightarrow W_F = \frac{3}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot R^2$$

**Β3** - $(\iota)$

Εξίσωση Bernoulli για μια ρευματική γραμμή $(\Gamma \to \Delta)$

$$P_\Gamma + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2 = P_\Delta + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Delta^2 + \rho \cdot g \cdot h$$

Εξίσωση συνέχειας $(\Gamma \to \Delta)$

$$\Pi_\Gamma = \Pi_\Delta \Rightarrow A_\Gamma \cdot \upsilon_\Gamma = A_\Delta \cdot \upsilon_\Delta \overset{A_\Gamma = 2A_\Delta}{\Longrightarrow} \upsilon_\Delta = 2\upsilon_\Gamma$$

Οριζόντια βολή $(\Delta \rightarrow K)$

$$\left.\begin{array}{l} h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ \\ 4h = \upsilon_\Delta \cdot t \end{array}\right\} 4h = \upsilon_\Delta \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow \upsilon_\Delta^2 = 8g \cdot h \overset{\upsilon_\Delta = 2\upsilon_\Gamma}{\Longrightarrow} 4\upsilon_\Gamma^2 = 8g \cdot h \Rightarrow \upsilon_\Gamma^2 = 2g \cdot h$$

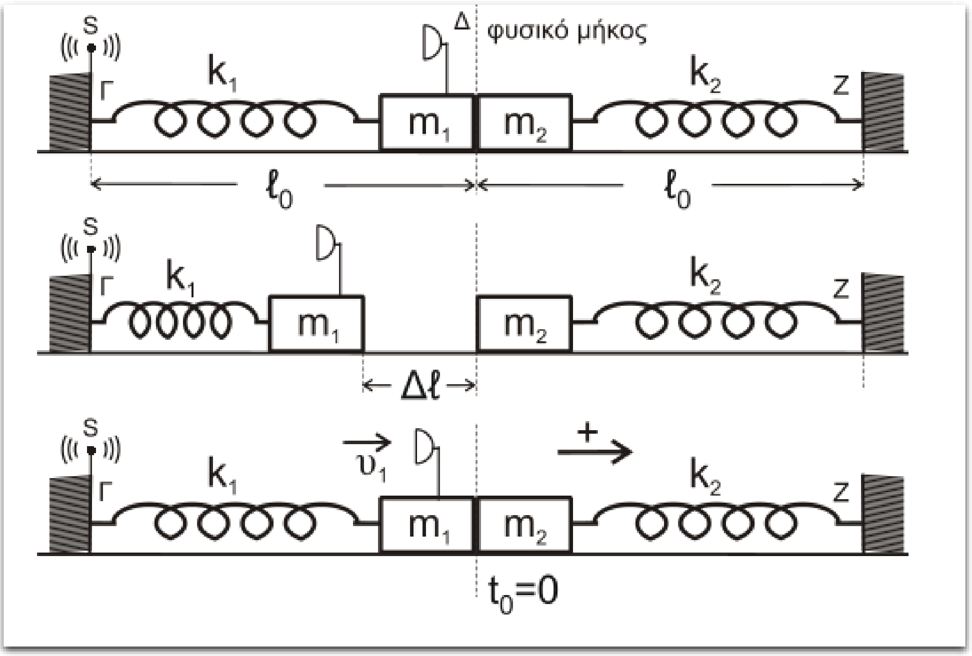
$$g \cdot h = \frac{\upsilon_\Gamma^2}{2}$$

Άρα η εξίσωση Bernoulli γράφεται

$$P_\Gamma - P_\Delta = \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Delta^2 + \rho \cdot g \cdot h - \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2 = \frac{1}{2}\rho \cdot 4\upsilon_\Gamma^2 + \rho \cdot \frac{\upsilon_\Gamma^2}{2} - \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2 = 2\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2$$

Θέμα Γ

Γ1




$$k_1 = k_2 = k$$

$$m_1 = m_2 = m$$

$$\Delta l = 0.4m = A_1$$

$$K_1 - m, \quad \mathrm{AAT}: D_1 = k_1 = m_1 \cdot \omega_1^2 \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5\frac{rad}{sec}$$

$$\upsilon_{max1} = \omega_1 \cdot A_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \Delta l = 2\frac{m}{sec}$$

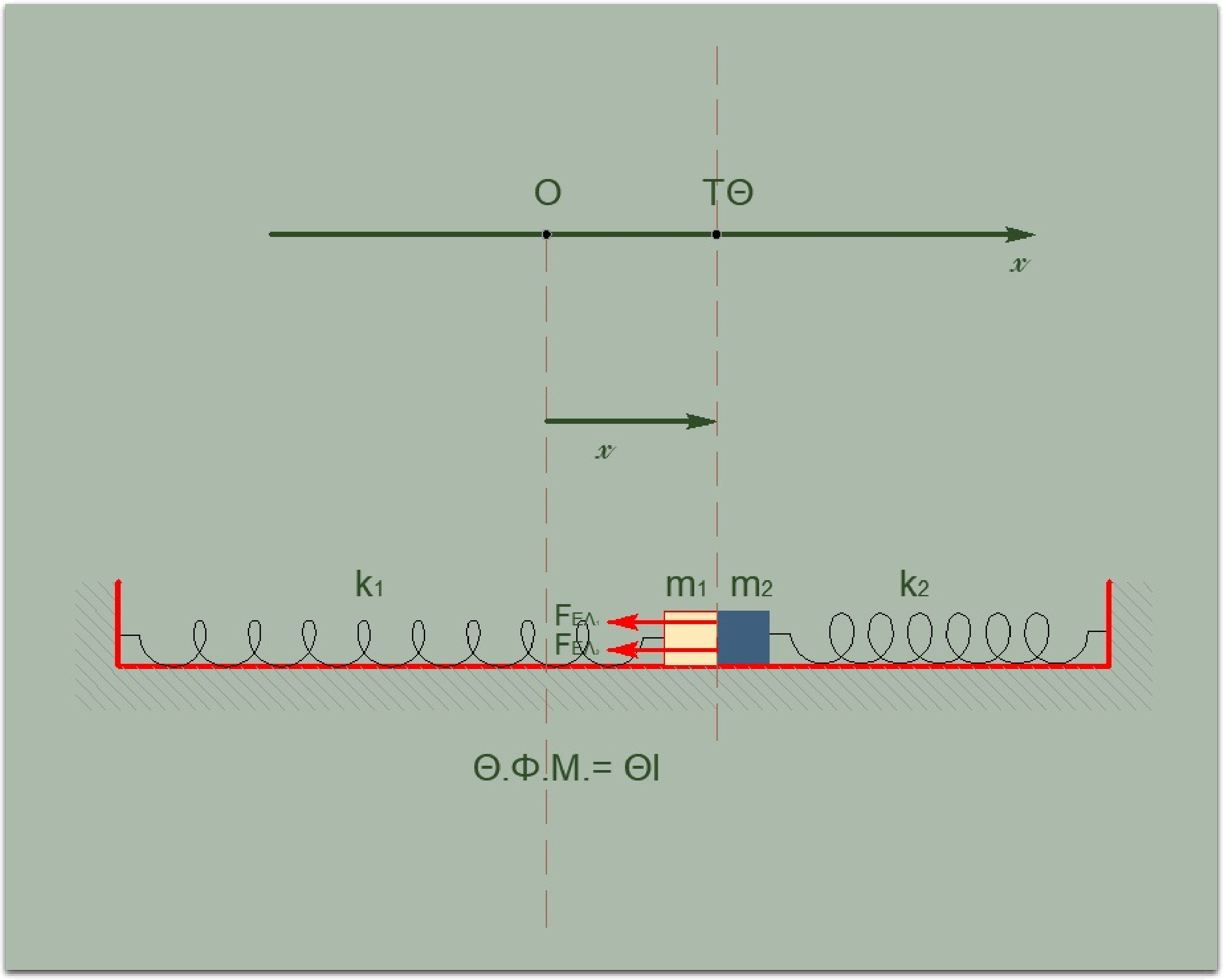
$$f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_{max1}}{\upsilon_{\eta\chi}} \cdot f_s$$

$$\mathrm{A\Delta O} \quad m_1, m_2 \quad (\Theta.\mathrm{I.}) \quad m_1 \cdot \upsilon_{max1} = (m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow V = 1\frac{m}{sec}$$

$$f_2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - V}{\upsilon_{\eta\chi}} \cdot f_s$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_{max1}}{\upsilon_{\eta\chi} - V} = \frac{338}{339}$$

**Γ2**




$$(m_1 + m_2):$$

Στη θέση Θ.Φ.Μ. $\Sigma F = 0$ άρα αυτή είναι και Θ.Ι.

$$\mathrm{T.\Theta.}: \Sigma F = -F_{\mathrm{E\Lambda}1} - F_{\mathrm{E\Lambda}2} = -k_1 \cdot x - k_2 \cdot x = -(2k)x$$

Για να εκτελεί ένα σώμα ΑΑΤ πρέπει να ισχύει

$$\Sigma F = -D \cdot x, D = 2k = (m_1 + m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2k}{2m}} = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5\frac{rad}{sec}$$

$$\mathrm{\Theta.I.}: V = \upsilon_{max} \overset{\upsilon_{max} = \omega \cdot A}{\Longrightarrow} 1 = 5 \cdot A \Rightarrow A = 0.2m$$

**Γ3**

$$\left.\begin{aligned} f_{\Delta EKTH} &= f_s \\ f_{\Delta EKTH} &= \frac{v_{\eta\chi} \pm v_{\Sigma Y \Sigma}}{v_{\eta\chi}} \cdot f_s \end{aligned}\right\} v_{\Sigma Y \Sigma} = 0$$

Για πρώτη φορά, δηλαδή ακραία θέση, οπότε

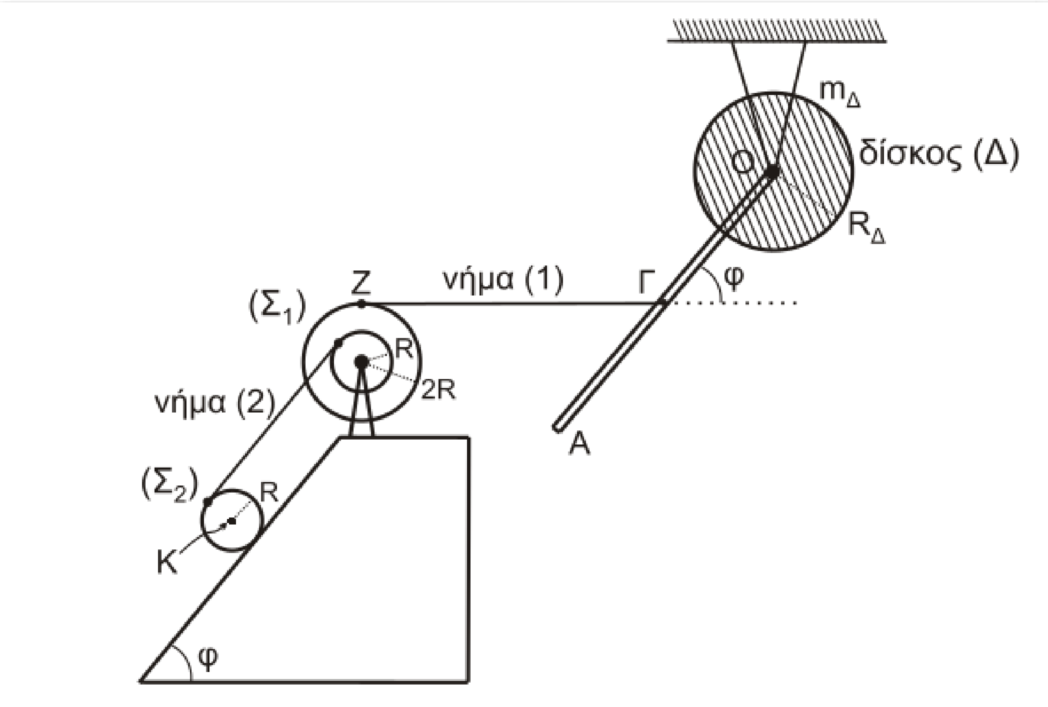
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5} sec$$

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{10} sec$$

**Γ4**

$$|\frac{dp}{dt}|_{m_1+m_2(max)} = \Sigma F_{max} = D \cdot A \overset{D=100\frac{N}{m}}{\Longrightarrow} \Sigma F_{max} = 20N, \quad \text{ή} \quad \frac{kg \cdot m}{sec^2}$$

Θέμα Δ




Ράβδος (ρ)

$$M = 8kg$$

$$l = 3m$$

Δίσκος (Δ)

$$m_\Delta = 4kg$$

$$R_\Delta = \frac{\sqrt{2}}{2} m$$

Τροχαλία (τροχ)

$$R = 0.2m$$

$$I_{\tau\rho o\chi} = 1.95 kg \cdot m^2$$

Κύλινδρος

$$m = 30kg$$

$$R = 0.2m$$

$$\eta\mu\varphi = 0.8$$

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = 0.6$$

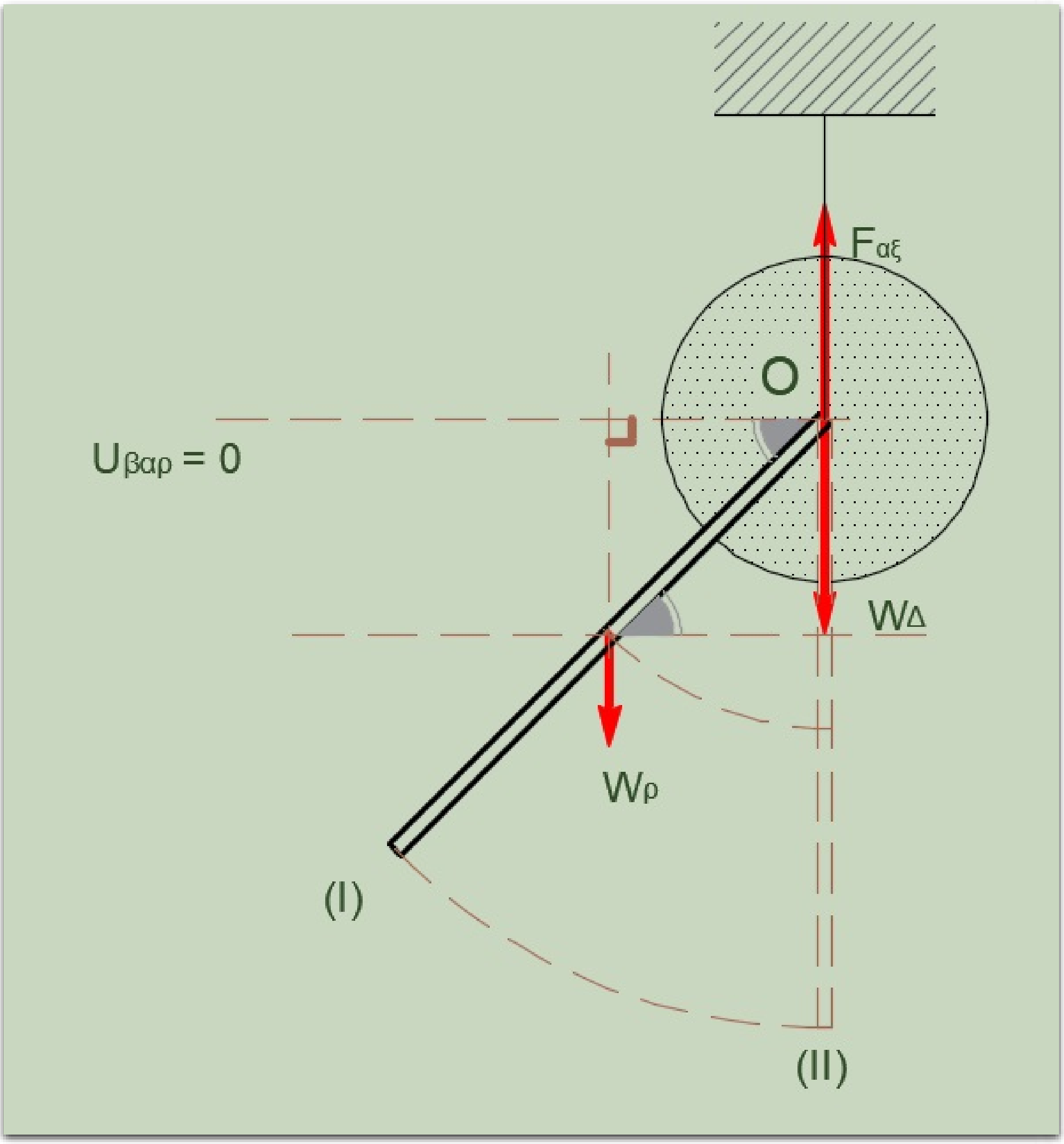
$$g = 10\frac{m}{sec^2}$$

**Δ1**

$$I_{\rho-\Delta} = (\frac{1}{12} \cdot M \cdot l^2 + M\frac{l^2}{4}) + \frac{1}{2} \cdot m_\Delta \cdot R_\Delta^2 = 25 kg \cdot m^2$$

**Δ2**

$$|\frac{dL}{dt}|_{\rho-\Delta} = \Sigma\tau_{(0)} = W_\rho \cdot \frac{l}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 72\frac{kg \cdot m^2}{sec^2} \quad ή \quad N \cdot m$$




**Δ3**

$$\alpha)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

$$\mathrm{A\Delta ME}_{\rho-\Delta}(\mathrm{I}\rightarrow II):K_I+U_1=K_{II}+U_{II}$$

$$0+(-M\cdot g\cdot\frac{l}{2}\cdot\eta\mu\varphi+U_{\beta\alpha\rho(\Delta)(\mathrm{I})})=\mathrm{K_{II}}+(-\mathrm{M}\cdot g\cdot\frac{l}{2}+U_{\beta\alpha\rho(\Delta)(II)})$$

$$K_{II}=M\cdot g\cdot\frac{l}{2}\cdot(1-\eta\mu\varphi)\Rightarrow K_{II}=24J$$

$$\beta)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας βαρύτητας το άκρο της ράβδου την στιγμή που γίνεται κατακόρυφη.

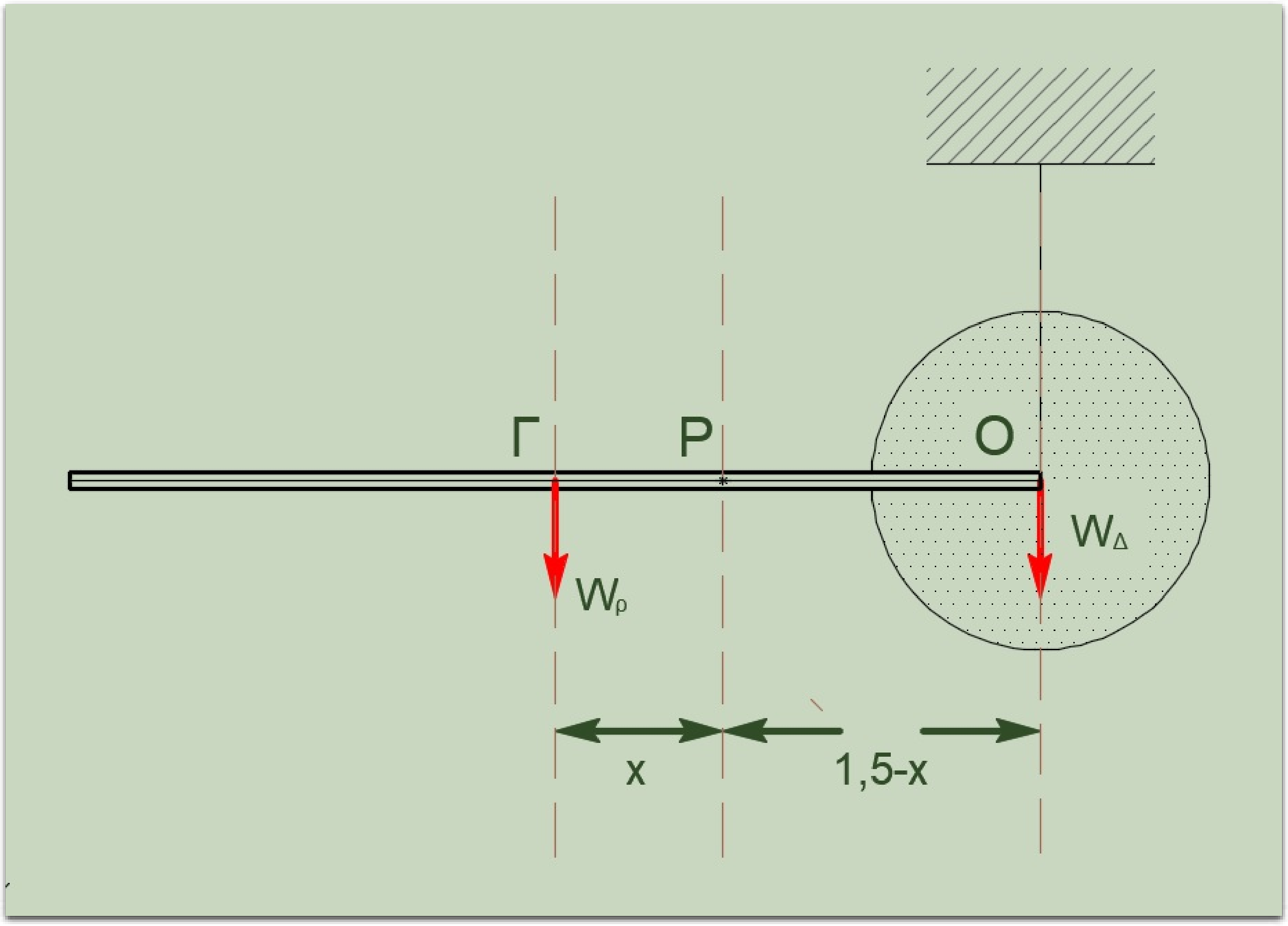
$$\mathrm{A\Delta ME}_{\rho-\Delta}(\mathrm{I}\rightarrow II):K_I+U_1=K_{II}+U_{II}$$

$$0+(M\cdot g\cdot(l-\frac{l}{2}\cdot\eta\mu\varphi)+U_{\beta\alpha\rho(\Delta)(\mathrm{I})})=\mathrm{K_{II}}+(\mathrm{M}\cdot g\cdot\frac{l}{2}+U_{\beta\alpha\rho(\Delta)(II)})$$

$$K_{II}=M\cdot g\cdot\frac{l}{2}\cdot(1-\eta\mu\varphi)\Rightarrow K_{II}=24J$$

$$\gamma)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

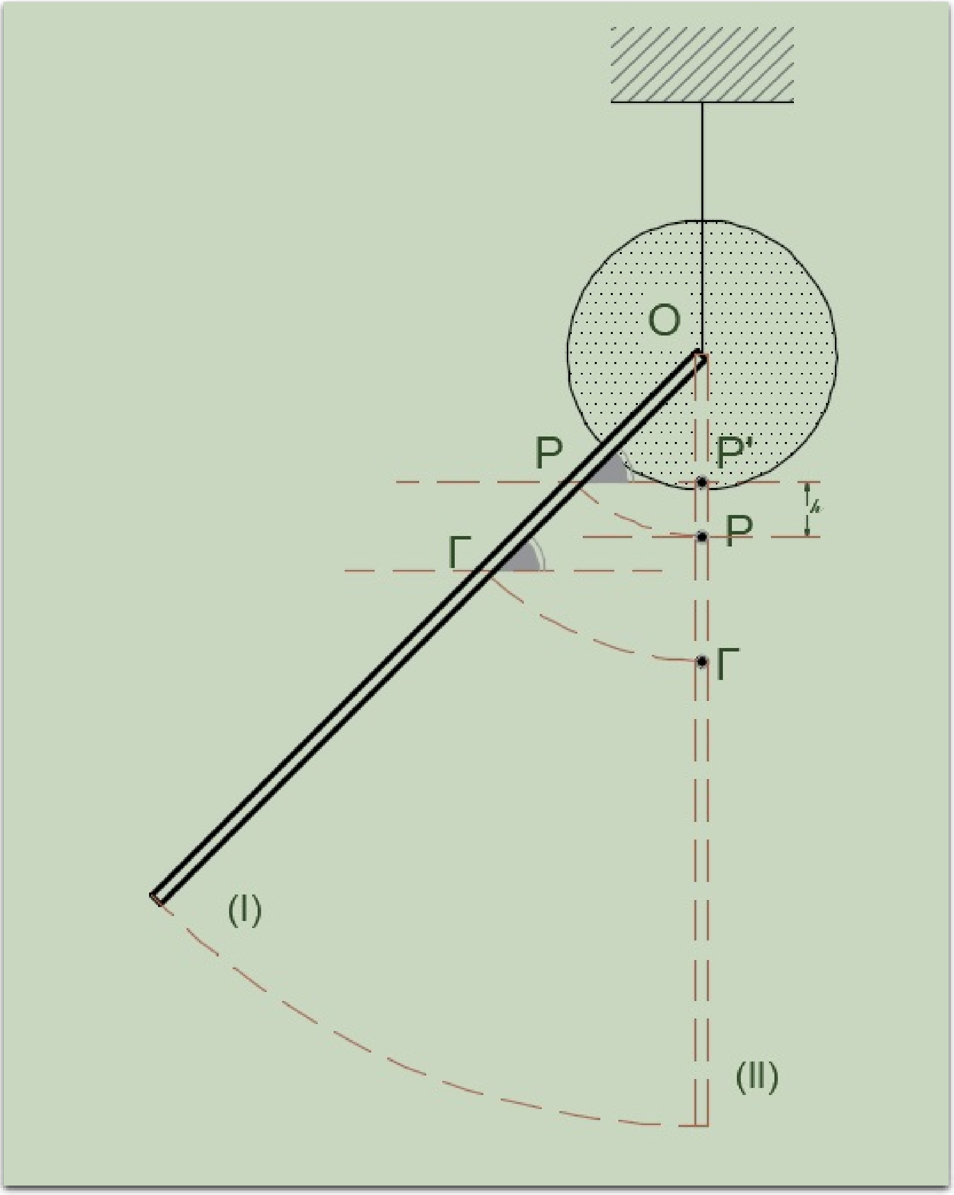
Εύρεση του κέντρου μάζας του συστήματος των δύο σωμάτων (ράβδος, δίσκος)




Έστω ότι το κέντρο μάζας $\mathrm{P}$ του συστήματος απέχει απόσταση $x$ από το μέσον $\Gamma$ της ράβδου. Είναι προφανές ότι αν το σύστημα στηριχθεί στο κέντρο μάζας $\mathrm{P}$ θα ισορροπήσει. Άρα

$$\Sigma\tau_{P} = 0 \Rightarrow \tau_{W_P} - \tau_{W_\Delta} = 0 \Rightarrow M \cdot g \cdot x = m_\Delta \cdot g(\frac{l}{2} - x)$$

$$8x = 4(1.5 - x) \Rightarrow x = 0.5m \Rightarrow \mathrm{OP} = 1m$$



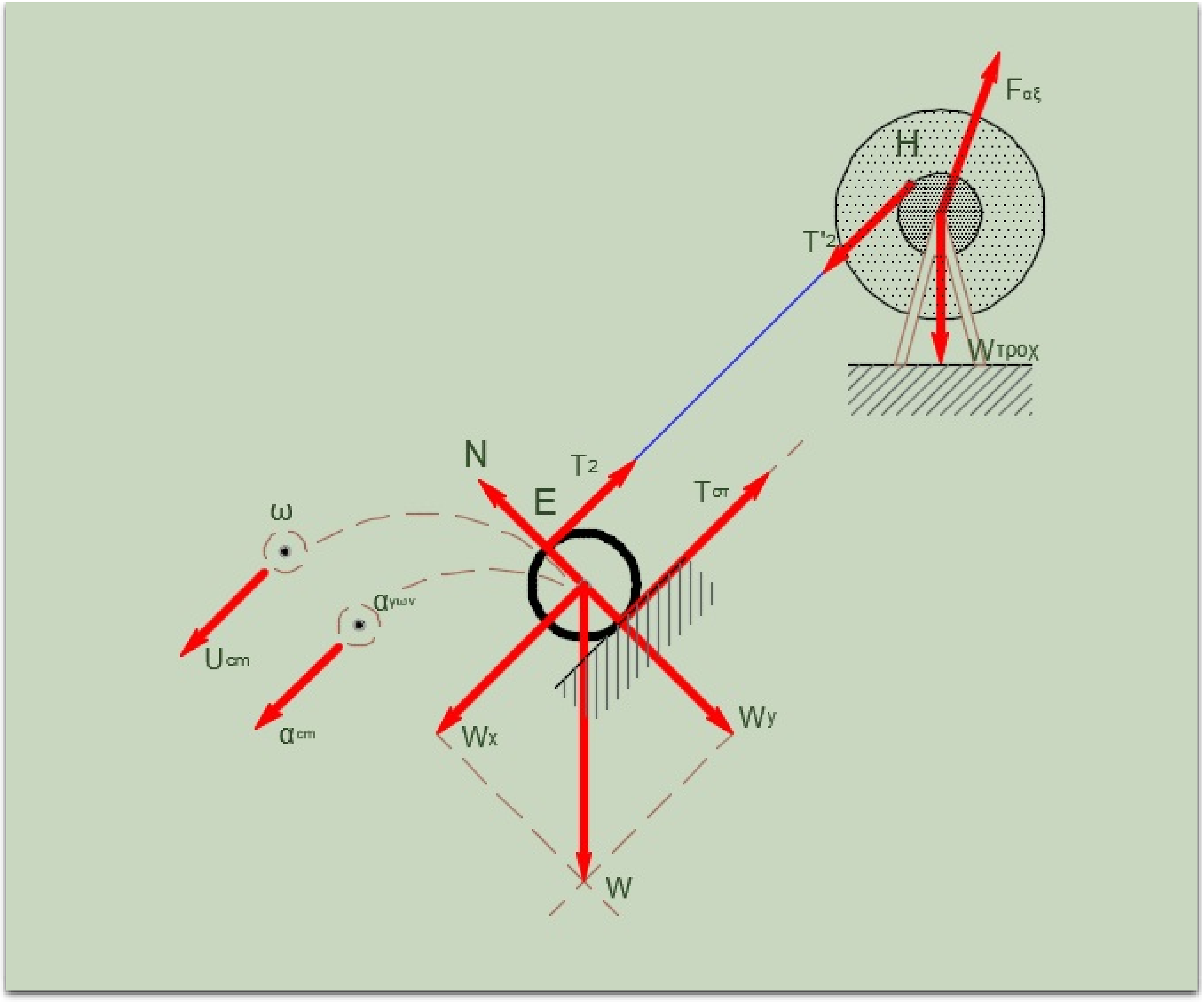

$$h = \mathrm{OP} - \mathrm{OP}' = \mathrm{OP} - \mathrm{OP} \cdot \eta\mu\varphi = \mathrm{OP} \cdot (1 - \eta\mu\varphi) = 0.2m$$

Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας βαρύτητας το κέντρο μάζας $\mathrm{P}$ του συστήματος (ράβδου, δίσκου) την στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη.

$$\mathrm{A\Delta ME}_{\rho-\Delta}(\mathrm{I} \rightarrow II) : K_I + U_1 = K_{II} + U_{II}$$

$$0 + (M + m_\Delta) \cdot g \cdot h = K_{II} \Rightarrow K_{II} = 24J$$

**Δ4**




$$\alpha)\underset{\sim\sim\sim\sim}{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

νήμα(2) αβαρές, μη εκτατό $(\mathbf{T_2} = \mathbf{T'_2})$

ΚΧΟ:

$$v_E = 2 \cdot v_{cm} = 2 \cdot \omega \cdot R \Rightarrow \alpha_E = 2 \cdot \alpha_{cm} = 2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R$$
$$v_E = v_H = \omega_{\tau\rho o\chi} \cdot R \Rightarrow \alpha_E = \alpha_{\mathrm{H}} = \alpha_{\gamma\omega\nu_{\tau\rho o\chi}} \cdot R$$

m: ΜΕΤ.

$$\Sigma F_x = m \cdot \alpha_x \Rightarrow W_x - T_{\sigma\tau} - \mathrm{T}_2 = m \cdot \alpha_{cm} \quad (1)$$

m: ΣΤΡΟΦ.

$$\Sigma\tau = \mathrm{I} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau} \cdot R - T_2 \cdot R = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \xRightarrow{\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R} T_{\sigma\tau} - \mathrm{T}_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \alpha_{cm} \quad (2)$$

$$(1)\Lambda(2) \Rightarrow W_x - 2T_2 = \frac{3}{2} \cdot m \cdot \alpha_{cm} \quad (3)$$

$$\tau\rho o\chi: \quad \Sigma\tau = \mathrm{I} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T'_2 \cdot R = 1.95 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu(\tau\rho o\chi)} \xRightarrow[(3)]{\alpha_{\gamma\omega\nu(\tau\rho o\chi)} = \frac{2\alpha_{cm}}{R}}$$

$$W_x - 2 \cdot \frac{1.95 \cdot \frac{2\alpha_{cm}}{R}}{R} = \frac{3}{2} \cdot m \cdot \alpha_{cm}$$

$$300 \cdot 0.8 - \frac{4 \cdot 1.95 \cdot \alpha_{cm}}{4 \cdot 10^{-2}} = 45 \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = 1\frac{m}{sec^2}$$

$$\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 5\frac{rad}{sec^2}$$

κύλινδρος:

$$s = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow t = 2sec$$

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow \upsilon_{cm} = 2\frac{m}{sec}$$

$$\beta)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

κύλινδρος:

$$\mathbf{\Theta MKE_{O \to S}} : K_{\tau\epsilon\lambda} - \mathrm{K}_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Rightarrow (\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \omega^2) - 0 = (\Sigma F_x) \cdot S + (\Sigma\tau) \cdot \Delta\theta$$

$$\Sigma F_x = m \cdot \alpha_{cm}$$

$$\Sigma\tau = \mathrm{I} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$$

$$\frac{3}{4} \cdot m \cdot \upsilon_{cm}^2 = m \cdot \alpha_{cm} \cdot s + \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta\theta \underset{\Delta\theta \cdot R = S}{\overset{\alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R = \alpha_{cm}}{\Longrightarrow}}$$

$$\frac{3}{4} \cdot m \cdot \upsilon_{cm}^2 = m \cdot \alpha_{cm} \cdot s + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \alpha_{cm} \cdot s \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot m \cdot \upsilon_{cm}^2 = \frac{3}{2} \cdot m \cdot \alpha_{cm} \cdot S \Rightarrow \upsilon_{cm} = 2\frac{m}{sec}$$

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow 2 = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow t = \frac{2}{\alpha_{cm}}$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot (\frac{2}{\alpha_{cm}})^2 \Rightarrow \alpha_{cm} = 1\frac{m}{s^2}$$

$$\gamma)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

Ο κύλινδρος εκτελεί σύνθετη κίνηση, μεταφορική $\Delta S_{cm}$ και στροφική $R \cdot \Delta\theta$

ΚΧΟ για τον κύλινδρο

$$\Delta S_{cm} = R \cdot \Delta\theta$$

Η στροφή της τροχαλίας κατά $\Delta\theta'$ έχει σαν αποτέλεσμα να ξετυλίγεται νήμα μήκους $R \cdot \Delta\theta'$.

$$R \cdot \Delta\theta' = \Delta S_{cm} + R \cdot \Delta\theta$$

$$R \cdot \Delta\theta' = R \cdot \Delta\theta + R \cdot \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta\acute{} = 2\Delta\theta \Rightarrow \frac{d\theta\acute{}}{dt} = 2 \cdot \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \omega\acute{} = 2 \cdot \omega$$

Για το σύστημα των σωμάτων κύλινδρος - τροχαλία.

$$\mathbf{\Theta MKE_{O \to S}} : K_{\tau\epsilon\lambda} - \mathrm{K}_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2) \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot \mathrm{I}_{\tau\rho o\chi} \cdot (2 \cdot \omega)^2 = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \cdot s$$

όπου $\omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R}$

και μετά τις πράξεις $\upsilon_{cm} = 2\frac{m}{s}$

$$v_{cm} = a_{cm} \cdot t \Rightarrow 2 = a_{cm} \cdot t \Rightarrow t = \frac{2}{a_{cm}}$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot a_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot a_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot a_{cm} \cdot (\frac{2}{a_{cm}})^2 \Rightarrow a_{cm} = 1\frac{m}{s^2}$$

Μπορείτε να εκτυπώσετε τις λύσεις σε μορφή pdf από εδώ και τα θέματα από εδώ





Published
13 June 2018

Category
Άσκηση

Tags

Βαθμολογικό 7