

Μοριοδότηση 2019

Ενδεικτικές απαντήσεις και από γραπτά μαθητών

Θέμα A

A1 - β

A2 - γ

A3 - α

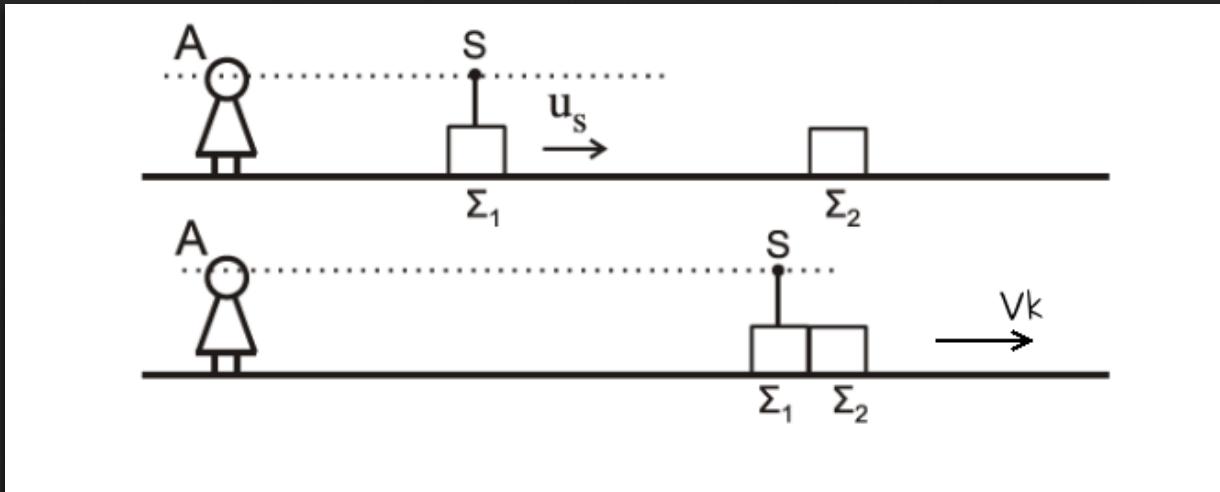
A4 - γ

A5: $\Lambda - \Sigma - \Lambda - \Sigma - \Sigma$

Θέμα B

B1-(ii) - 2 - 6

(2)



$$\sum F_{\xi} = 0 \Rightarrow \text{A.Δ.O.} \quad \vec{p}_{\pi\rho\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$m \cdot u_s = (m + m) \cdot V_k \Rightarrow V_k = \frac{m \cdot u_s}{2 \cdot m} \Rightarrow V_k = \frac{u_H}{40}$$

(2)

$$f_1 = \frac{u_H}{u_H + u_s} \cdot f_s$$

(1)

$$f_2 = \frac{u_H}{u_H + V_k} \cdot f_s$$

(1)

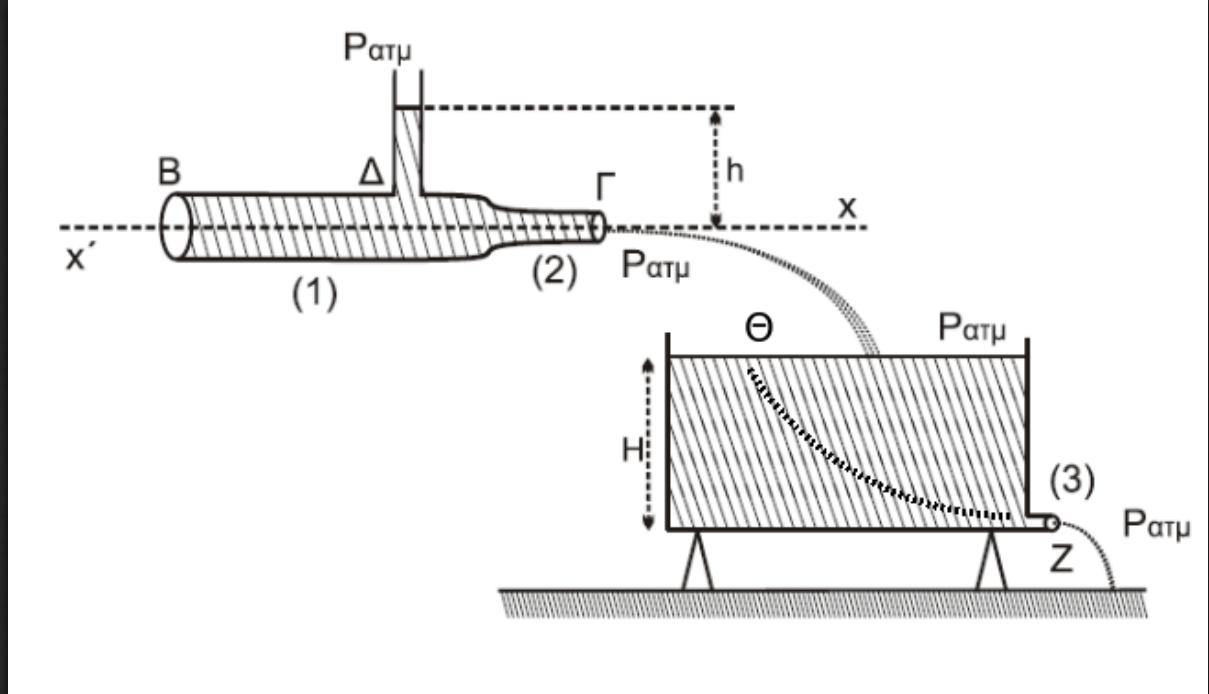
$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{u_H + V_k}{u_H + u_s} = \frac{u_H + \frac{u_H}{40}}{u_H + \frac{u_H}{20}} = \frac{\frac{41u_H}{40}}{\frac{21u_H}{20}} = \frac{41}{42}$$

(2)

άρα σωστό το *ii*

B2 - (iii) – 2 – 6

(2)



Όταν σταθεροποιείται το ύψος στο δοχείο

$$\Pi_2 = \Pi_3 \Rightarrow A_2 \cdot v_2 = A_3 \cdot v_3 \xrightarrow{A_3 = \frac{A_2^2}{v_3}} v_2 = \frac{v_3}{2}$$

(1)

Εξίσωση Bernoulli για μια ρευματική γραμμή ($\Theta \rightarrow Z$)

$$P_\Theta + \frac{1}{2}\rho \cdot v_\Theta^2 + \rho \cdot g \cdot H = P_Z + \frac{1}{2}\rho \cdot v_3^2 \Rightarrow P_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot H = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho \cdot v_3^2$$

$$v_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

(1)

Εξίσωση συνέχειας ($\Delta \rightarrow \Gamma$)

$$\Pi_1 = \Pi_2 \Rightarrow A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \xrightarrow{A_1 = 2A_2} v_2 = 2v_1$$

(1)

Εξίσωση Bernoulli για μια οριζόντια ρευματική γραμμή ($\Delta \rightarrow \Gamma$)

$$P_{\Delta} + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2$$

$$P_{\Delta} = P_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot h$$

(2)

$$P_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2 \Rightarrow g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (v_2^2 - v_1^2)$$

$$g \cdot h = \frac{3}{8} \cdot v_2^2 \xrightarrow{v_2=\frac{v_3}{2}} g \cdot h = \frac{3}{8} \cdot \frac{v_3^2}{4}$$

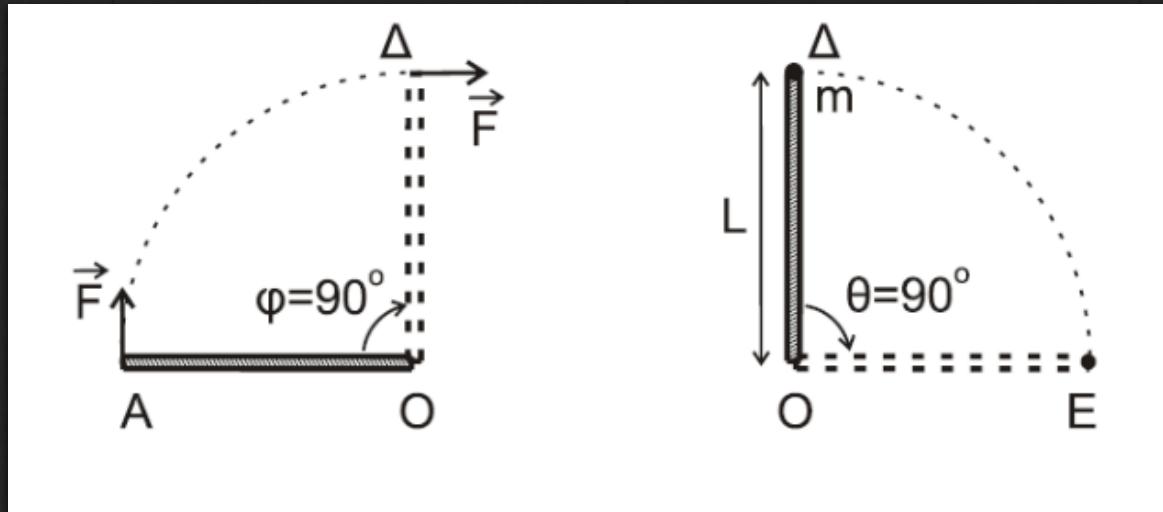
$$v_3^2 = \frac{32}{3} \cdot g \cdot h \xrightarrow{v_3=\sqrt{2 \cdot g \cdot H}} 2 \cdot g \cdot H = \frac{32}{3} \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}$$

(1)

άρα σωστό το *iii*

B3 - (ii) - 2 - 7

(2)



α) τρόπος

$$\sum \vec{\tau} = I \cdot \vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow F \cdot L = \frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{3F}{ML}$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t^2 \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t_{A\Delta} \Rightarrow t_{A\Delta} = \sqrt{\frac{\pi \cdot M \cdot L}{3F}}$$

$$\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t_{A\Delta} = \frac{3F}{ML} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot M \cdot L}{3F}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3 \cdot F \cdot \pi}{M \cdot L}} \Rightarrow \omega = 3\pi \frac{rad}{s}$$

(3)

β) τρόπος

$$\Theta MKE(A \rightarrow \Delta) - K_{\Delta} - K_A = \Sigma W_{\tau} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot I_{\rho} \cdot \omega^2 - 0 = \tau_F \cdot \theta$$

$$\frac{1}{2} \cdot I_p \cdot \omega^2 = F \cdot L \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{M}{3} \cdot L^2 \cdot \omega^2 = F \cdot L \cdot \pi$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3 \cdot F \cdot \pi}{M \cdot L}} = \sqrt{9 \cdot \pi^2}$$

$$\omega = 3\pi \frac{rad}{s}$$

(3)

$$\Sigma \vec{\tau}_{e\xi} = 0 \Rightarrow A \cdot \Delta \cdot \Sigma \tau \rho_0 \Rightarrow \vec{L}_{\pi\rho\nu} = \vec{L}_{\mu e \tau \alpha} \Rightarrow I_p \cdot \omega = (I_p + m \cdot L^2) \cdot \omega_k$$

$$\frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 \cdot \omega = (\frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 + m \cdot L^2) \cdot \omega_k \Rightarrow \omega = 2 \cdot \omega_k \Rightarrow \omega_k = \frac{\omega}{2}$$

(2)

Ομαλή στροφική κίνηση

$$\Delta \theta = \omega_k \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta \theta}{\omega_k} = \frac{\Delta \theta}{\frac{\omega}{2}} = \frac{2 \Delta \theta}{\omega} = \frac{2 \cdot \frac{\pi}{2}}{\omega} = \frac{\pi}{\omega}$$

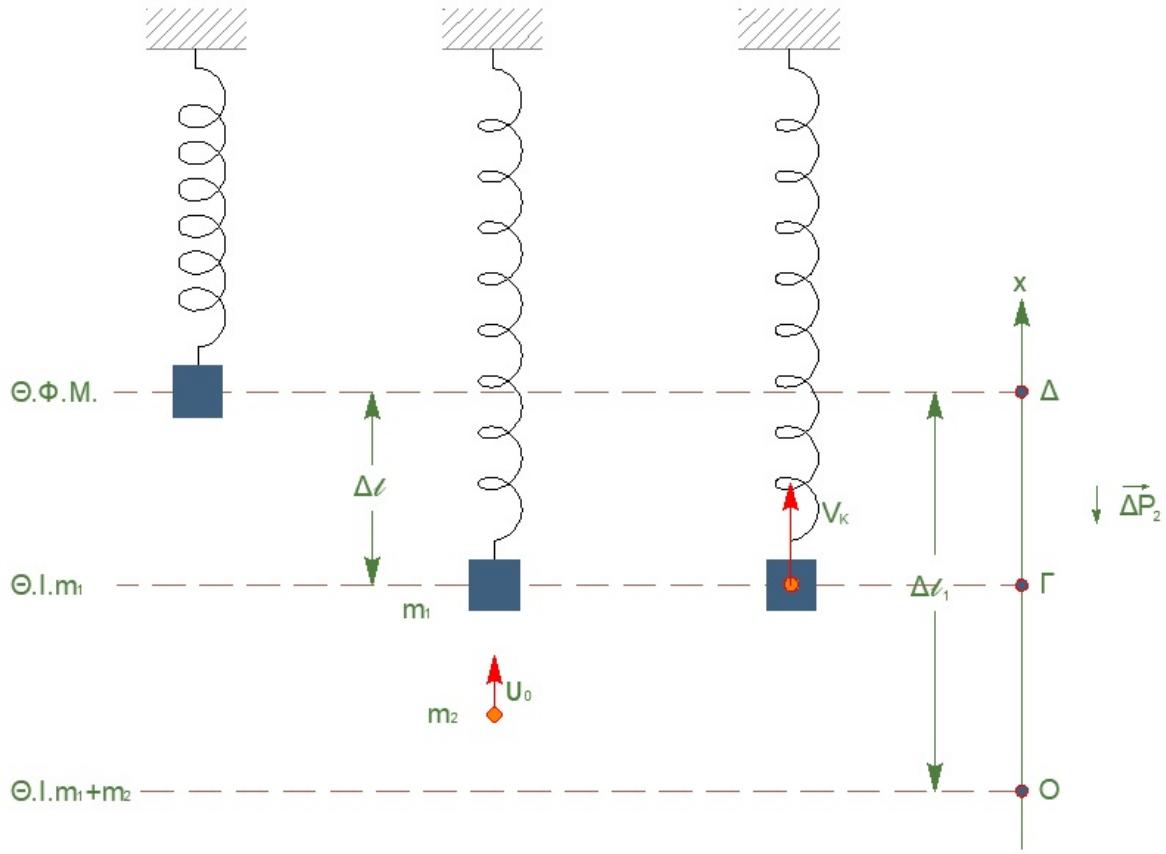
$$\Delta t = \frac{1}{3}s$$

(2)

άρα σωστό το ii

Θέμα Γ

Γ1-(6)



$$\begin{aligned}
 (\Theta I_{m_1}) - \Sigma \vec{F} &= 0 \Rightarrow \\
 F_{\varepsilon\lambda} &= m_1 \cdot g \Rightarrow \\
 k \cdot \Delta l &= m_1 \cdot g \Rightarrow \\
 k = \frac{m_1 \cdot g}{\Delta l} &= 200 \frac{N}{m}
 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}
 (\Theta I_{m_1, m_2}) - \Sigma \vec{F} &= 0 \Rightarrow \\
 F'_{\varepsilon\lambda} &= (m_1 + m_2) \cdot g \Rightarrow \\
 k \cdot \Delta l_1 &= (m_1 + m_2) \cdot g \Rightarrow \\
 \Delta l_1 &= \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{k} \Rightarrow \\
 \Delta l_1 &= 0.1m
 \end{aligned}$$

(2)

$$\Sigma \text{την ακραία θέση } v_{\tau\alpha\lambda} = 0 \Rightarrow A = 0.1m$$

(2)

Γ2-(7)

$$\begin{aligned}
 \Sigma \vec{F}_{\varepsilon\xi} &= 0 \Rightarrow A, \Delta, O, \quad \vec{p}_{\pi\rho\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \\
 m_2 \cdot u_o &= (m_1 + m_2) \cdot V_k
 \end{aligned}$$

(2)

$$\Delta E_{\tau\alpha\lambda}(\Gamma \rightarrow \Delta)$$

$$K_\Gamma + U_{\tau\alpha\lambda\Gamma} = K_\Delta + U_{\tau\alpha\lambda\Delta} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot V_k^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta l_1 - \Delta l)^2 = 0 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2$$

$$2V_k^2 + 200 \cdot 0.05^2 = 200 \cdot 0.01 \Rightarrow V_k^2 + 0.25 = 1 \Rightarrow V_k = \sqrt{0.75} \Rightarrow |V_k| = 0.5\sqrt{3} \frac{m}{s}, V_k > 0$$

(4)

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot u_o^2 \Rightarrow K_2 = 1.5J$$

(1)

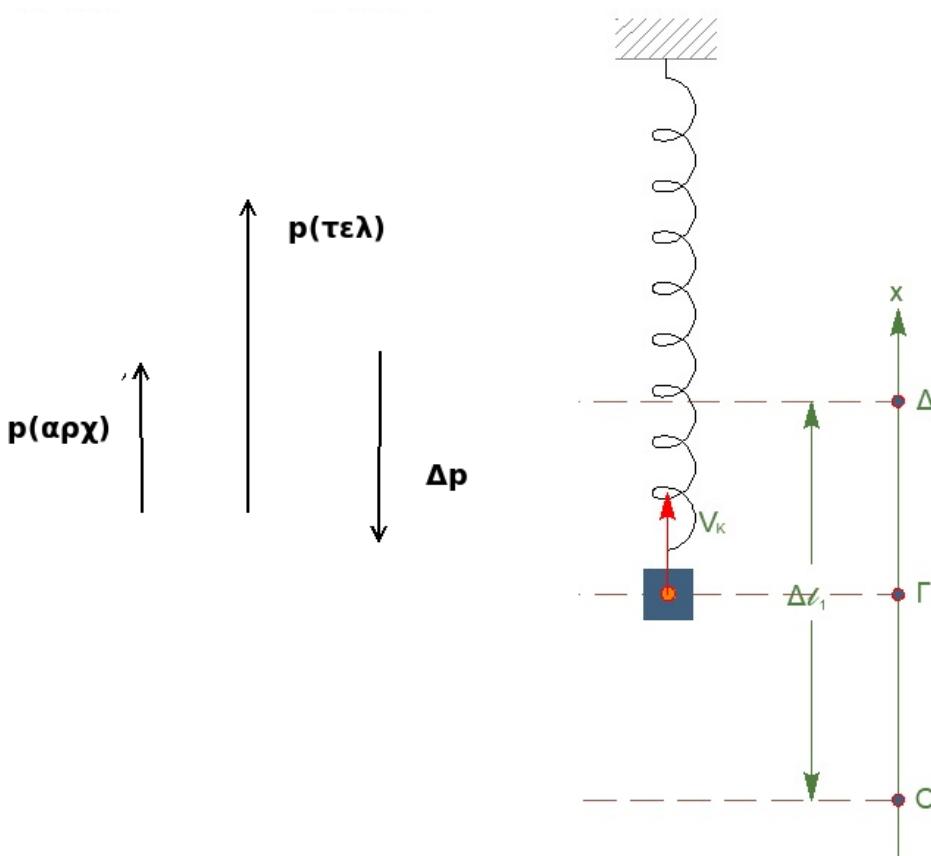
Γ3-(6)

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta p_2 = m_2 \cdot V_k - m_2 \cdot u_o \Rightarrow \Delta p_2 = 0.5\sqrt{3} - \sqrt{3} \Rightarrow \Delta p_2 = -0.5\sqrt{3}$$

(2)

$$|\Delta \vec{p}_2| = 0.5\sqrt{3} kg \cdot \frac{m}{s}$$

(2)



$$\Delta p_2 = -0.5\sqrt{3}$$

Το πρόσημο δηλώνει την κατεύθυνση του διανύσματος. (σχήμα)

(2)

Γ4-(6)

$$D = k = (m_1 + m_2) \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \omega = 10 \frac{rad}{s}$$

(2)

α) τρόπος

$$t_o = 0, \quad y = +\frac{A}{2}, \quad v > 0$$

$$y = A \cdot \eta \mu (\omega t + \varphi_o) \Rightarrow \frac{A}{2} = A \cdot \eta \mu \varphi_o$$

$$\eta \mu \varphi_o = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta \mu \varphi_o = \eta \mu \frac{\pi}{6} \Rightarrow \varphi_o = \begin{cases} 2k\pi + \frac{\pi}{6}, & k = 0 \Rightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{6} \quad \sigma v \nu \varphi_o > 0 \\ 2k\pi + \frac{5\pi}{6}, & k = 0 \Rightarrow \varphi_o = \frac{5\pi}{6} \quad \sigma v \nu \varphi_o < 0, \text{ απορρίπτεται} \end{cases}$$

(3)

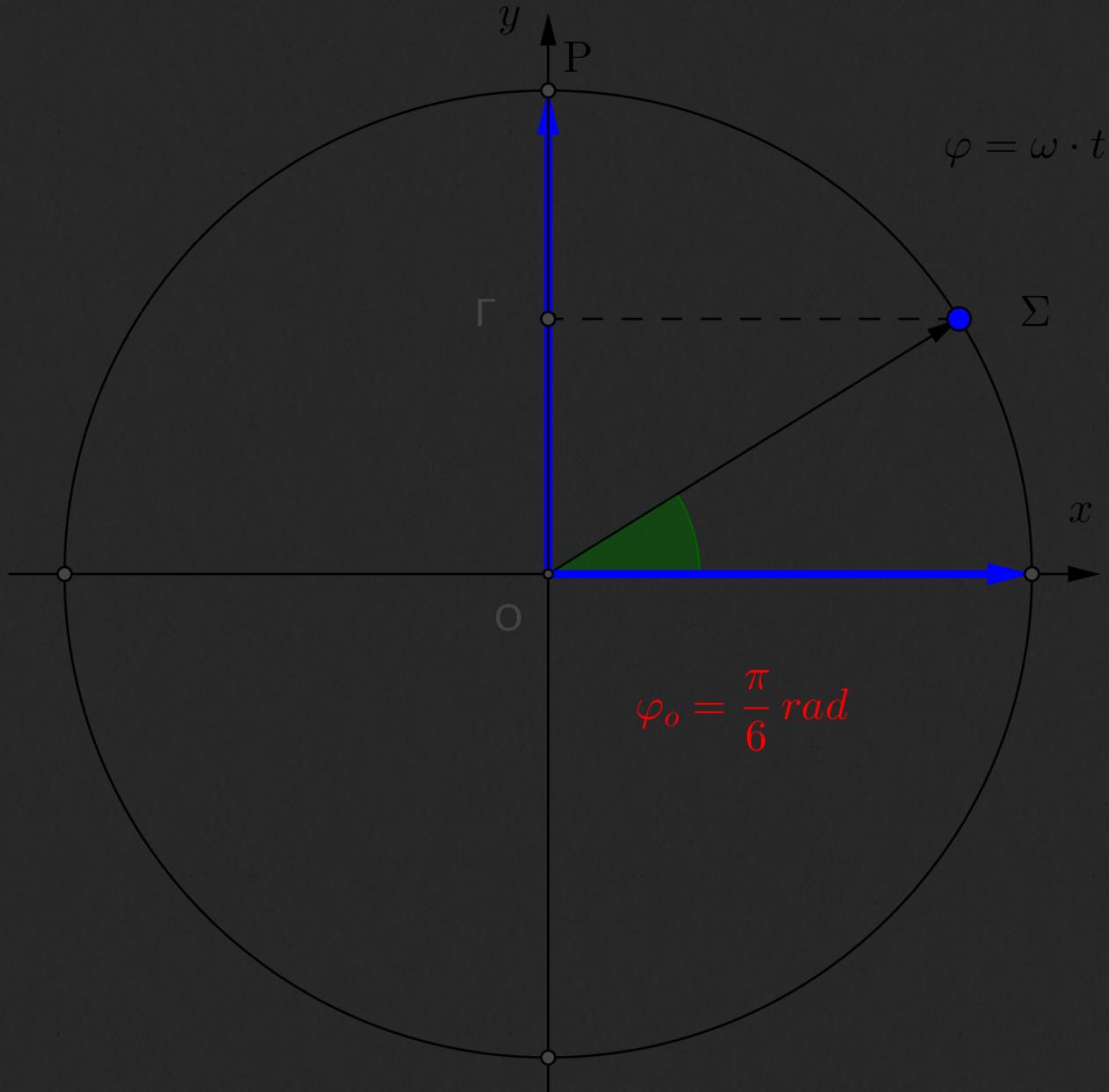
β) τρόπος

Περιστρεφόμενο διάνυσμα: Έστω Σ σημείο που εκτελεί O. K. K. με σταθερή ω , σε κύκλο ακτίνας A. Η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα δίνεται από την σχέση $\varphi = \omega \cdot t$

Η προβολή του σημείου στον κατακόρυφο άξονα δίνεται από την σχέση

$$x = A \eta \mu \varphi \Rightarrow x = A \cdot \eta \mu \omega t$$

άρα η προβολή του σημείου Σ εκτελεί A. A. T.



Αρχική φάση φ_0

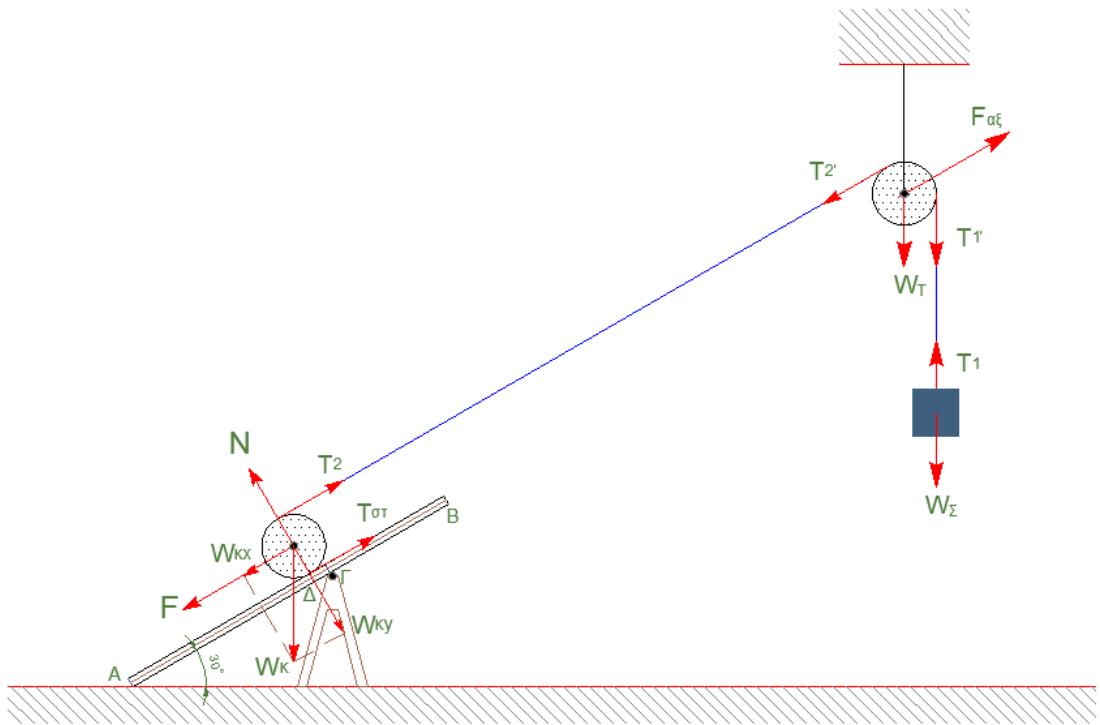
$$\eta\mu\varphi_0 = \frac{y}{A} \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{\frac{A}{2}}{A} \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

(3)

$$y = 0.1 \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{6}), \quad S.I.$$

(1)

Θέμα Δ



Δ1-(4)

$$M_{\Sigma}, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \sum \vec{F} = 0$$

$$T_1 = M_{\Sigma} \cdot g \Rightarrow T_1 = 20N$$

(1)

$$M_T, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \sum \vec{\tau} = 0$$

$$T_1 \cdot R_T = T_2 \cdot R_T \Rightarrow T_2 = 20N$$

(1)

α) τρόπος

$$M_K, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \sum \vec{\tau}_{(K)} = 0$$

$$T_2 \cdot R_K = T_{\sigma\tau} \cdot R_K \Rightarrow T_2 = T_{\sigma\tau}$$

$$M_K, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \sum \vec{F} = 0$$

$$T_2 + T_{\sigma\tau} = F + M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow 2T_2 = F + 10 \Rightarrow F = 30N$$

(2)

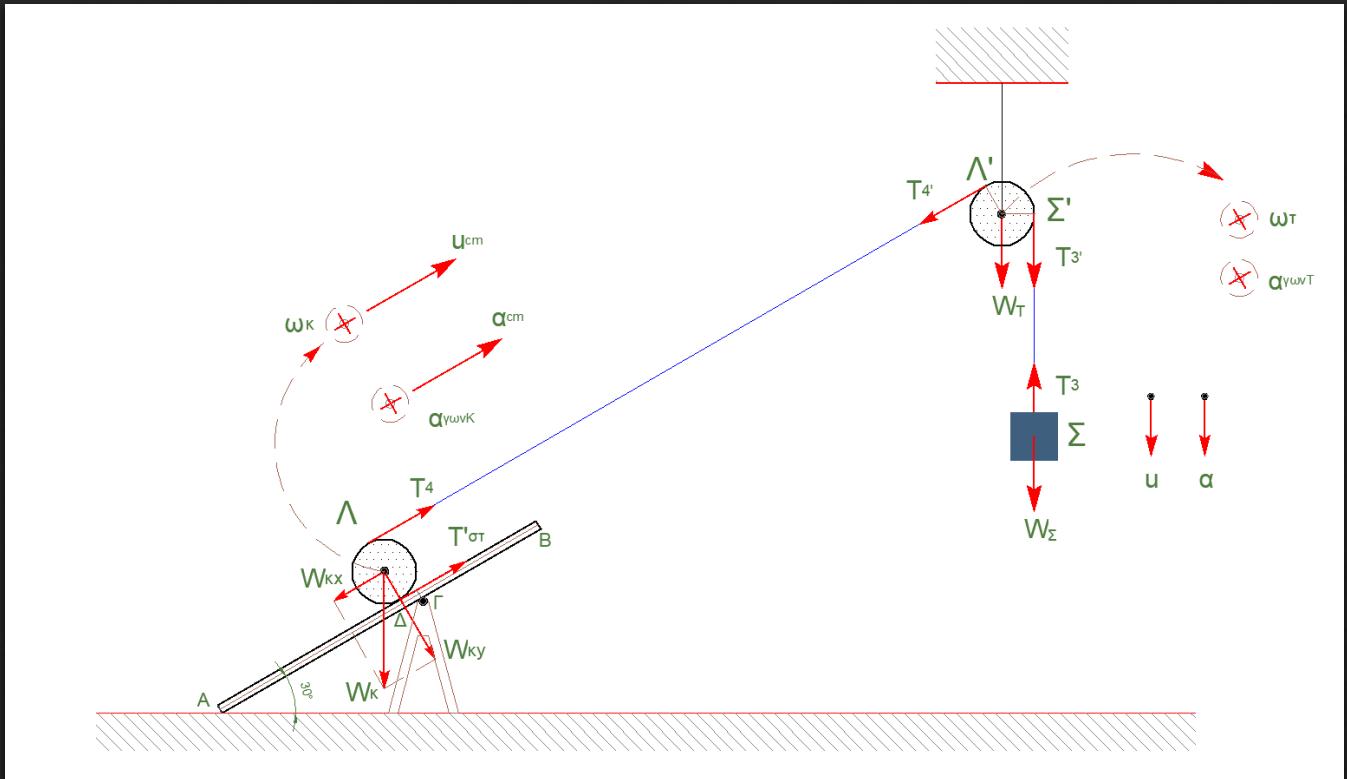
β) τρόπος

$$M_K, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \sum \vec{\tau}_{(\Delta)} = 0$$

$$T_2 \cdot 2 \cdot R_K = (F + M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi) \cdot R_K \Rightarrow 40 = F + 10 \Rightarrow F = 30N$$

(2)

Δ2-(8)



νήμα κατακόρυφο αβαρές, μη εκτατό

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha'_{\Sigma} = \alpha_{\gamma\rho} = \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \cdot R_T \Rightarrow \alpha_{\Sigma} = \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \cdot R_T \quad (1)$$

①

νήμα πλάγιο αβαρές, μη εκτατό

$$\alpha_{\Lambda} = \alpha'_{\Lambda} = \alpha_{\gamma\rho} = \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \cdot R_T \Rightarrow \alpha_{\Lambda} = \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \cdot R_T \quad (2)$$

①

Κύλινδρος Κ.Χ.Ο.

$$v_A = 0 \Rightarrow v_{cm} = \omega \cdot R_K \Rightarrow \alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu_K} \cdot R_K \quad (3)$$

$$v_{\Lambda} = v_{cm} + \omega \cdot R_K \Rightarrow v_{\Lambda} = 2 \cdot v_{cm} \Rightarrow \alpha_{\Lambda} = 2 \cdot \alpha_{cm} \quad (4)$$

①

$$M_{\Sigma} : \quad \text{ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ} \Rightarrow \vec{\Sigma F} = M_{\Sigma} \cdot \vec{\alpha}_{\Sigma}$$

$$M_{\Sigma} \cdot g - T_3 = M_{\Sigma} \cdot \alpha_{\Sigma} \Rightarrow 20 - T_3 = 2 \cdot \alpha_{\Sigma} \quad (5)$$

①

$$M_T : \quad \text{ΣΤΡΟΦΙΚΗ} \Rightarrow \vec{\Sigma \tau} = I_T \cdot \vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu_T}$$

$$T'_3 \cdot R_T - T'_4 \cdot R_T = \frac{1}{2} \cdot M_T \cdot R_T^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T_3 - T_4 = R_T \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \quad (6)$$

①

$\alpha)\tau\rho\pi\sigma$

$$M_K : \text{ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = M_K \cdot \vec{\alpha}_{cm}$$

$$T_4 + T_{\sigma\tau} - M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = M_K \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow T_4 + T_{\sigma\tau} - 10 = 2 \cdot \alpha_{cm} \quad (7)$$

(1)

$$M_K : \text{ΣΤΡΟΦΙΚΗ} \Rightarrow \Sigma \vec{\tau} = I_K \cdot \vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu_K}$$

$$T_4 \cdot R_K - T_{\sigma\tau} \cdot R_K = \frac{1}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_K} \Rightarrow T_4 - T_{\sigma\tau} = R_K \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_K} \quad (8)$$

(1)

$\beta)\tau\rho\pi\sigma$

$$I_{K(\Delta)} = I_{cm} + M_K \cdot R_K^2 \Rightarrow I_{K(\Delta)} = \frac{3}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2$$

(1)

$$M_K : \text{ΣΤΡΟΦΙΚΗ} \Rightarrow \Sigma \vec{\tau} = I_K \cdot \vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu_K}$$

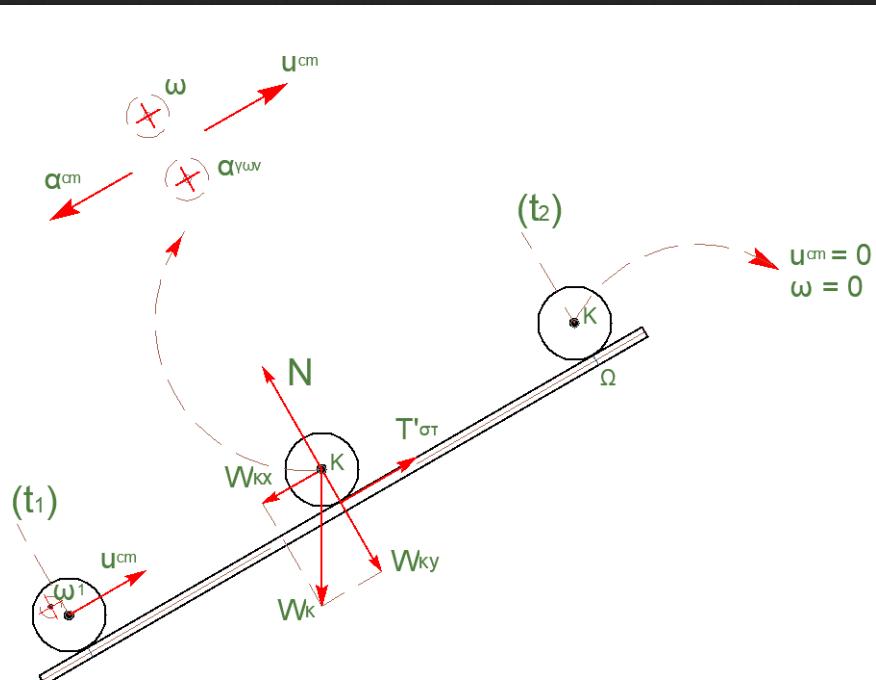
$$T_4 \cdot 2 \cdot R_K - M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \cdot R_K = \frac{1}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_\Delta} \Rightarrow 2 \cdot T_4 - 10 = 3 \cdot R_K \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_\Delta} \quad (8)$$

(1)

Λύση του συστήματος $\alpha_\Sigma = 4 \frac{m}{s^2}$

(1)

Δ3-(6)



$M_K : \text{ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ}, \quad 0 - t_1$

$$v_{cm1} = \alpha_{cm} \cdot t_1 \Rightarrow v_{cm1} = 1 \frac{m}{s}$$

(1)

$$\begin{aligned} M_K : & \text{ METAΦΟΡΙΚΗ } \Rightarrow \Sigma \vec{F} = M_K \cdot \vec{\alpha}_{cm} \\ M_K \cdot g \cdot \eta \mu \varphi - T_{\sigma\tau} &= M_K \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow 10 - T_{\sigma\tau} = 2\alpha_{cm} \quad (1) \end{aligned}$$

(1)

$$\begin{aligned} M_K : & \text{ ΣΤΡΟΦΙΚΗ } \Rightarrow \Sigma \vec{\tau} = I_K \cdot \vec{\alpha}_{\gamma \omega \nu_K} \\ T_{\sigma\tau} \cdot R_K &= \frac{1}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2 \cdot \alpha_{\gamma \omega \nu_K} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = R_K \cdot \alpha_{\gamma \omega \nu_K} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \alpha_{cm} \quad (2) \end{aligned}$$

(1)

$$(1) \Delta (2) \Rightarrow 10 - \alpha_{cm} = 2 \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{10}{3} \frac{m}{s^2}$$

(1)

$$v_{cm} = v_{cm1} - \alpha_{cm} \cdot \Delta t \Rightarrow 0 = 1 - \frac{10}{3} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = 0.3s$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t \Rightarrow t_2 = 0.8s$$

(2)

Δ4-(3)

$$M_K : \text{ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ}, \quad 0 - t_1$$

$$x_{cm1} = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t_1^2 \Rightarrow x_{cm1} = 0.25m$$

(1)

$$M_K : \text{ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ}, \quad t_1 - t_2$$

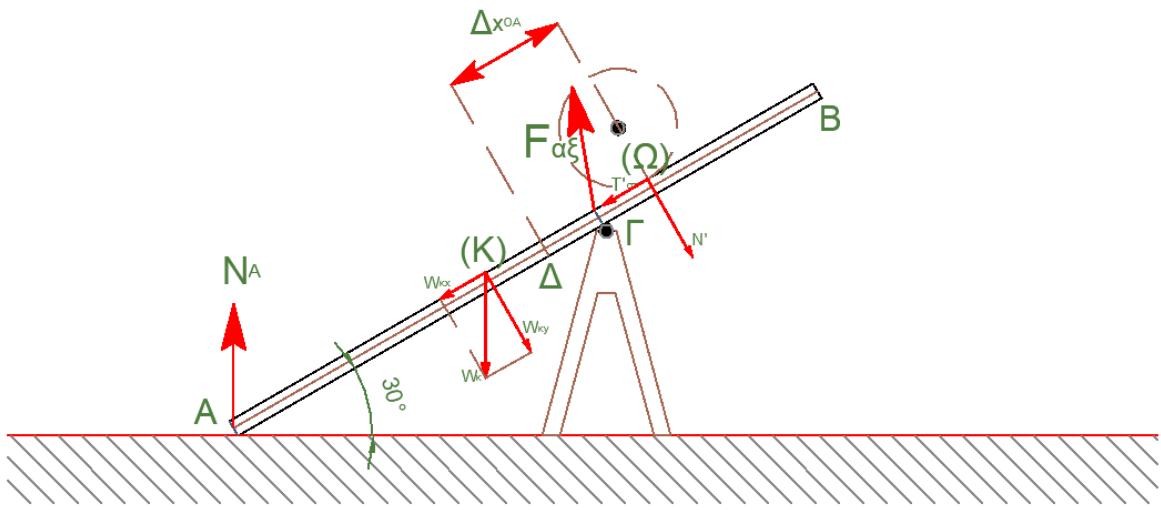
$$\Delta x_{cm} = v_{cm1} \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot \Delta t^2 \Rightarrow \Delta x_{cm} = 0.15m$$

(1)

$$x_{o\lambda} = x_{cm1} + \Delta x_{cm} \Rightarrow x_{o\lambda} = 0.4m$$

(1)

Δ5-(4)



α) τρόπος

$$(\Gamma\Delta) = 0.2m, \quad (K\Gamma) = 0.5m, \quad (\Gamma\Omega) = x_{0\lambda} - (\Gamma\Delta) \Rightarrow (\Gamma\Omega) = 0.2m$$

(1)

$$|\tau_{W_p}| = M_p \cdot g \cdot \sigma v n \varphi \cdot (K\Gamma) \Rightarrow |\tau_{W_p}| = 5\sqrt{3}N \cdot m$$

(1)

$$|\tau'_N| = M_k \cdot g \cdot \sigma v n \varphi \cdot (K\Gamma) \Rightarrow |\tau'_N| = 2\sqrt{3}N \cdot m$$

(1)

$$|\tau_{W_p}| > |\tau'_N|$$

άρα η σανίδα δεν ανατρέπεται.-

(1)

β) τρόπος

Την στιγμή που ανατρέπεται η σανίδα ισχύει οριακά $N_A = 0$, όπου N_A η δύναμη του δαπέδου, N' η δύναμη που ασκεί ο κύλινδρος κάθετα στην επιφάνεια της σανίδας και W_{K_y} η κάθετη συνιστώσα του βάρους της σανίδας.

$$\Sigma \tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow N' \cdot (\Omega\Gamma) - W_{K_y} \cdot (K\Gamma) = 0 \Rightarrow M_K \cdot g \cdot \sigma v n \varphi \cdot (\Omega\Gamma) - M_p \cdot g \cdot \sigma v n \varphi \cdot (K\Gamma)$$

$$2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x - 2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow x = 0.5m$$

(2)

Άρα η θέση ανατροπής είναι σε $x = 0.5m$ από το σημείο Γ . Όμως το σώμα φτάνει σε απόσταση $l = 0.2m$ πάνω από το Γ . Αφού $l < x$ η ράβδος δεν ανατρέπεται.

(2)