

Μοριοδότηση 2019

Ενδεικτικές απαντήσεις και από γραπτά μαθητών

Θέμα A

A1 - β

A2 - γ

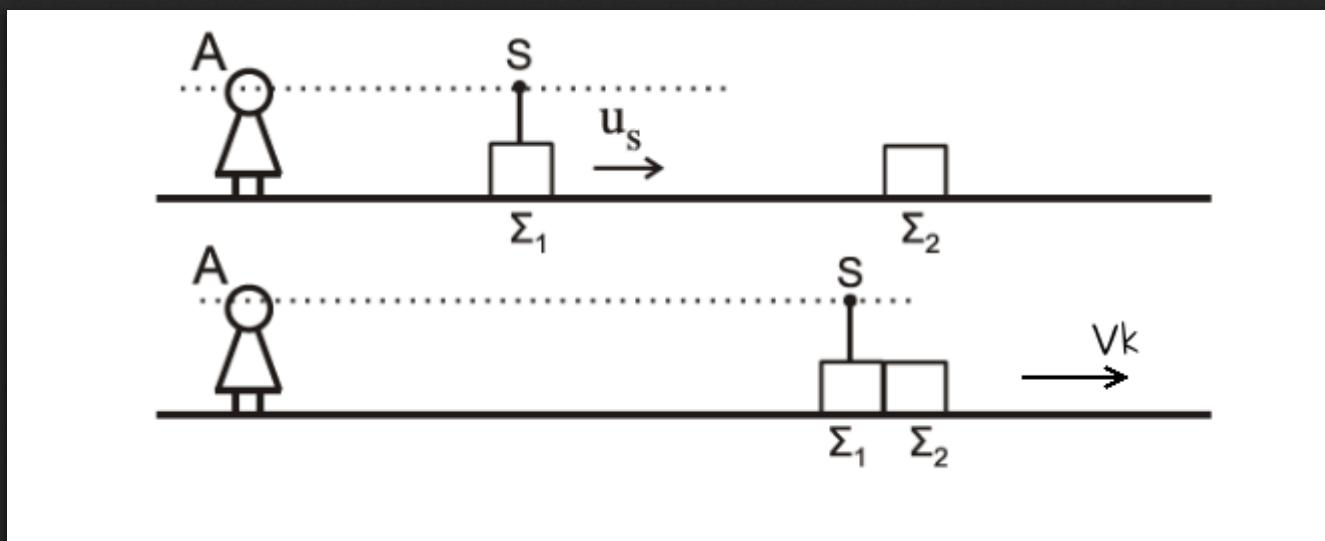
A3 - α

A4 - γ

A5: $\Lambda - \Sigma - \Lambda - \Sigma - \Sigma$

Θέμα B

B1-(ii) - 2 - 6



$$\sum \vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow \text{A. Δ. O.} \quad \vec{p}_{\pi\rho\omega} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

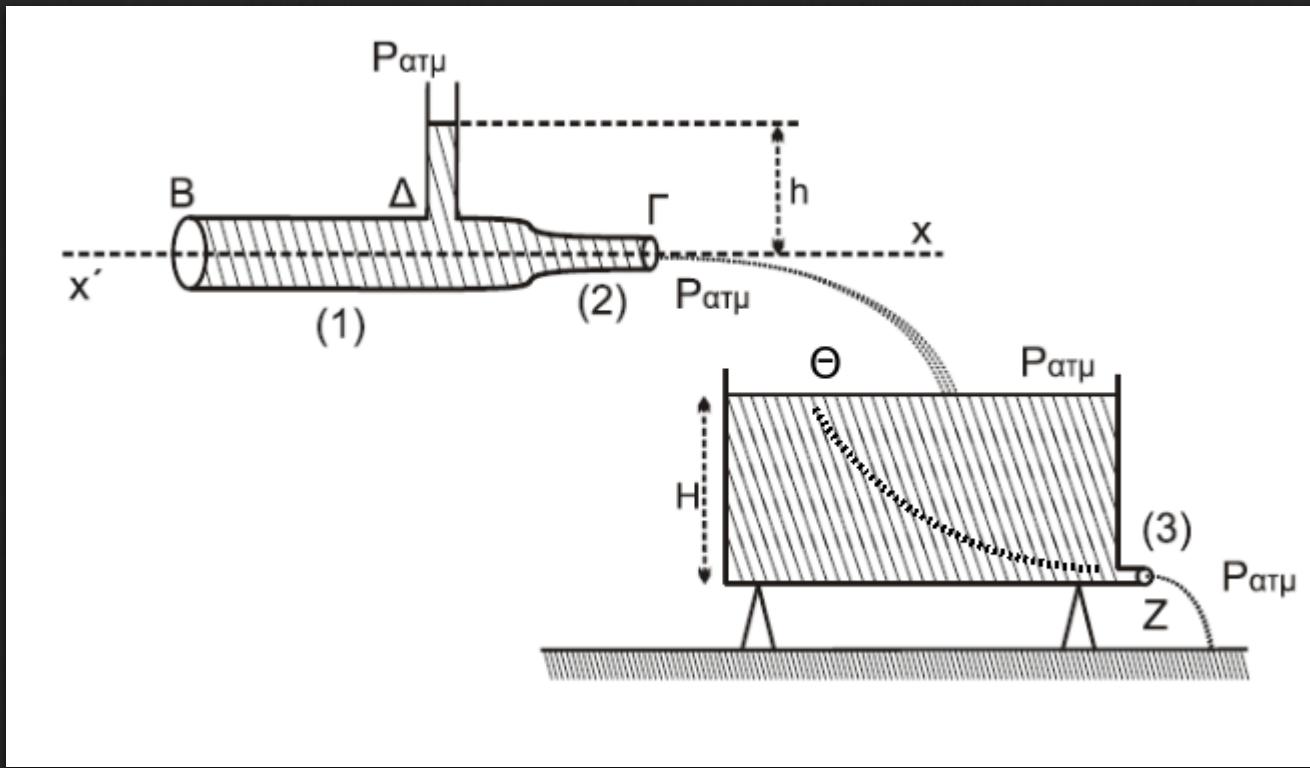
$$m \cdot u_s = (m + m) \cdot V_k \Rightarrow V_k = \frac{m \cdot u_s}{2 \cdot m} \Rightarrow V_k = \frac{u_H}{40}$$

$$f_1 = \frac{u_H}{u_H + u_s} \cdot f_s$$

$$f_2 = \frac{u_H}{u_H + V_k} \cdot f_s$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{u_H + V_k}{u_H + u_s} = \frac{u_H + \frac{u_H}{40}}{u_H + \frac{u_H}{20}} = \frac{\frac{41u_H}{40}}{\frac{21u_H}{20}} = \frac{41}{42}$$

άρα σωστό το ii



Όταν σταθεροποιείται το ύψος στο δοχείο

$$\Pi_2 = \Pi_3 \Rightarrow A_2 \cdot v_2 = A_3 \cdot v_3 \xrightarrow{A_3 = \frac{A_2}{2}} v_2 = \frac{v_3}{2}$$

Εξίσωση Bernoulli για μια ρευματική γραμμή ($\Theta \rightarrow Z$)

$$P_\Theta + \frac{1}{2}\rho \cdot v_\Theta^2 + \rho \cdot g \cdot H = P_Z + \frac{1}{2}\rho \cdot v_Z^2 \Rightarrow P_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot H = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho \cdot v_Z^2$$

$$v_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

Εξίσωση συνέχειας ($\Delta \rightarrow \Gamma$)

$$\Pi_1 = \Pi_2 \Rightarrow A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \xrightarrow{A_1 = 2A_2} v_2 = 2v_1$$

Εξίσωση Bernoulli για μια οριζόντια ρευματική γραμμή ($\Delta \rightarrow \Gamma$)

$$P_\Delta + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2$$

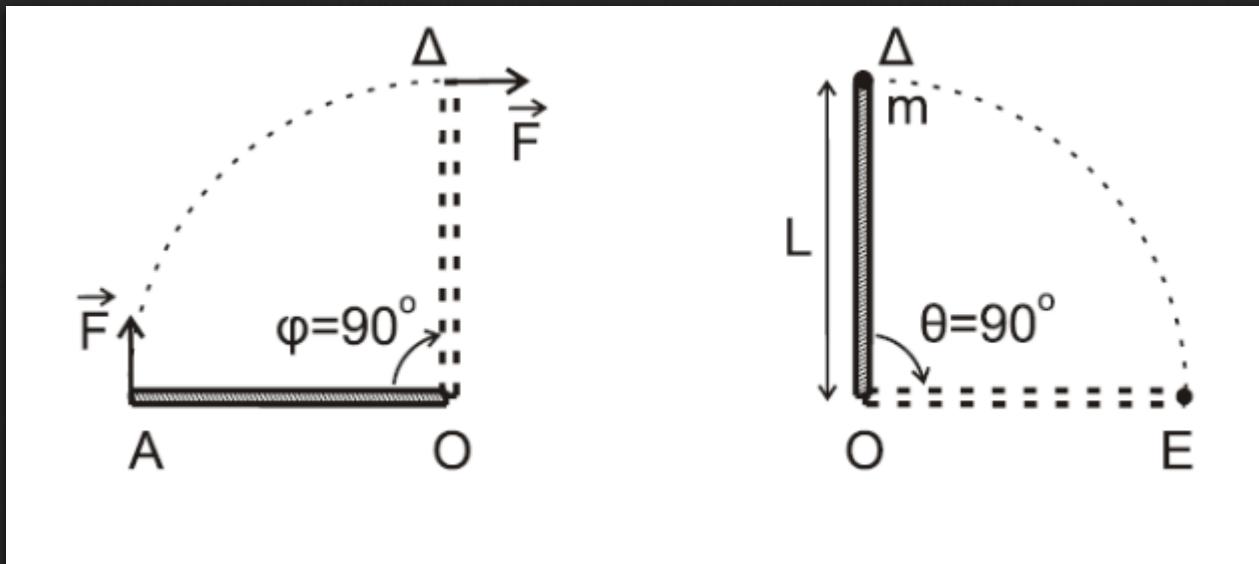
$$P_\Delta = P_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot h$$

$$P_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2 \Rightarrow g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (v_2^2 - v_1^2)$$

$$g \cdot h = \frac{3}{8} \cdot v_2^2 \xrightarrow{v_2 = \frac{v_3}{2}} g \cdot h = \frac{3}{8} \cdot \frac{v_3^2}{4}$$

$$v_3^2 = \frac{32}{3} \cdot g \cdot h \xrightarrow{v_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}} 2 \cdot g \cdot H = \frac{32}{3} \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}$$

B3 - (ii) - 2 - 7



$\alpha) \underline{\tau \rho \circ \pi o \varsigma}$

$$\sum \vec{\tau} = I \cdot \vec{\alpha}_{\gamma \omega \nu} \Rightarrow F \cdot L = \frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 \cdot \alpha_{\gamma \omega \nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma \omega \nu} = \frac{3F}{ML}$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{\gamma \omega \nu} \cdot t^2 \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{\gamma \omega \nu} \cdot t_{A\Delta} \Rightarrow t_{A\Delta} = \sqrt{\frac{\pi \cdot M \cdot L}{3F}}$$

$$\omega = \alpha_{\gamma \omega \nu} \cdot t_{A\Delta} = \frac{3F}{ML} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot M \cdot L}{3F}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3 \cdot F \cdot \pi}{M \cdot L}} \Rightarrow \omega = 3\pi \frac{rad}{s}$$

$\beta) \underline{\tau \rho \circ \pi o \varsigma}$

$$\Theta MKE(A \rightarrow \Delta) - K_\Delta - K_A = \Sigma W_\tau \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot I_p \cdot \omega^2 - 0 = \tau_F \cdot \theta$$

$$\frac{1}{2} \cdot I_p \cdot \omega^2 = F \cdot L \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{M}{3} \cdot L^2 \cdot \omega^2 = F \cdot L \cdot \pi$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3 \cdot F \cdot \pi}{M \cdot L}} = \sqrt{9 \cdot \pi^2}$$

$$\omega = 3\pi \frac{rad}{s}$$

$$\sum \vec{\tau}_{e\xi} = 0 \Rightarrow A \cdot \Delta \cdot \Sigma \tau \rho_0 \Rightarrow \vec{L}_{\pi \rho \nu} = \vec{L}_{\mu \epsilon \tau \alpha} \Rightarrow I_p \cdot \omega = (I_p + m \cdot L^2) \cdot \omega_k$$

$$\frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 \cdot \omega = (\frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 + m \cdot L^2) \cdot \omega_k \Rightarrow \omega = 2 \cdot \omega_k \Rightarrow \omega_k = \frac{\omega}{2}$$

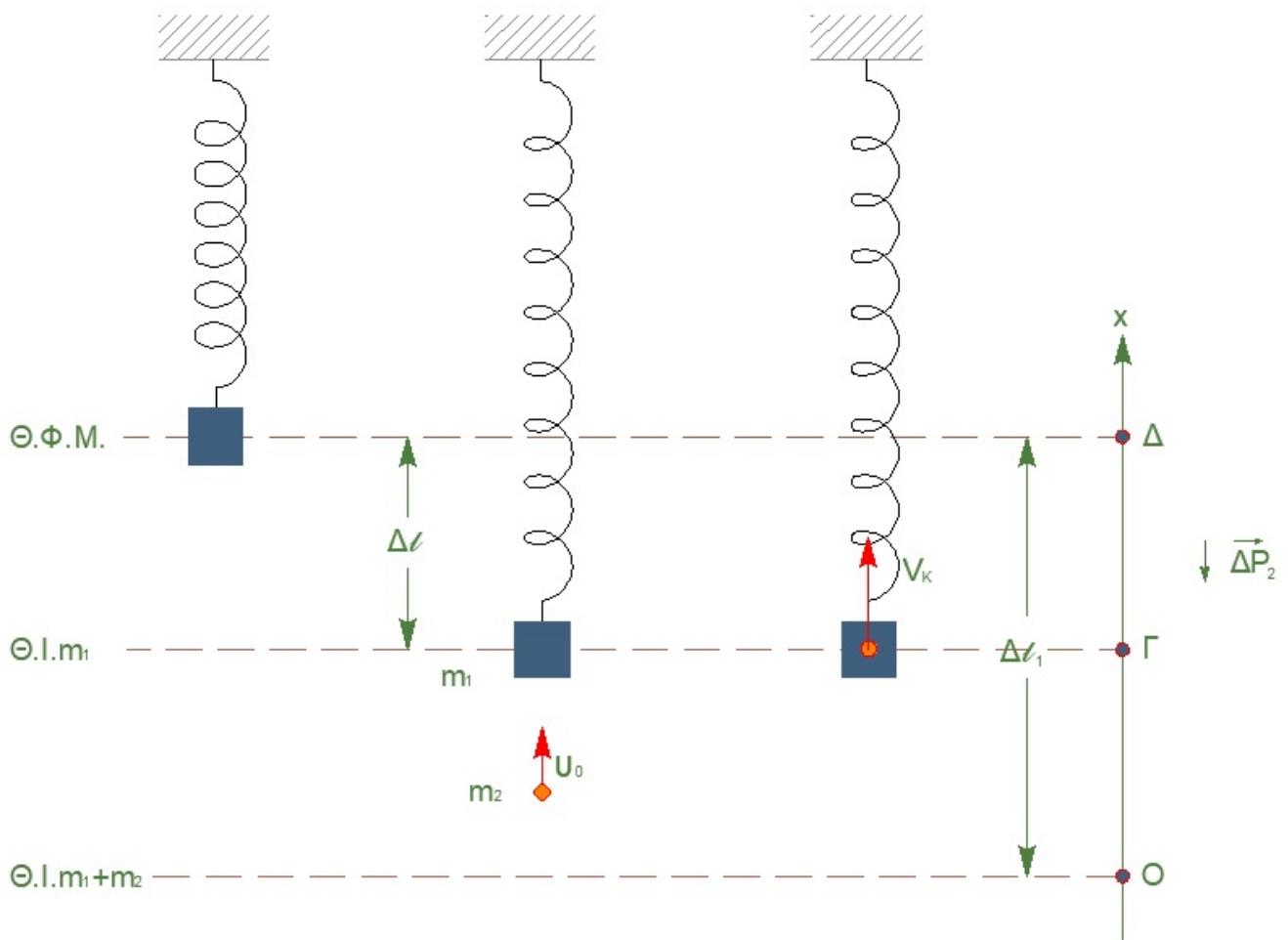
Ομαλή στροφική κίνηση

$$\Delta \theta = \omega_k \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta \theta}{\omega_k} = \frac{\Delta \theta}{\frac{\omega}{2}} = \frac{2 \Delta \theta}{\omega} = \frac{2 \cdot \frac{\pi}{2}}{\omega} = \frac{\pi}{\omega}$$

$$\Delta t = \frac{1}{3} s$$

Θέμα Γ

Γ1-(6)



$$(\Theta I_{m_1}) \quad \sum \vec{F} = 0 \Rightarrow$$

$$F_{\text{ελ}} = m_1 \cdot g \Rightarrow$$

$$k \cdot \Delta l = m_1 \cdot g \Rightarrow$$

$$k = \frac{m_1 \cdot g}{\Delta l} = 200 \frac{N}{m}$$

$$(\Theta I_{m_1, m_2}) \quad \sum \vec{F} = 0 \Rightarrow$$

$$F'_{\text{ελ}} = (m_1 + m_2) \cdot g \Rightarrow$$

$$k \cdot \Delta l_1 = (m_1 + m_2) \cdot g \Rightarrow$$

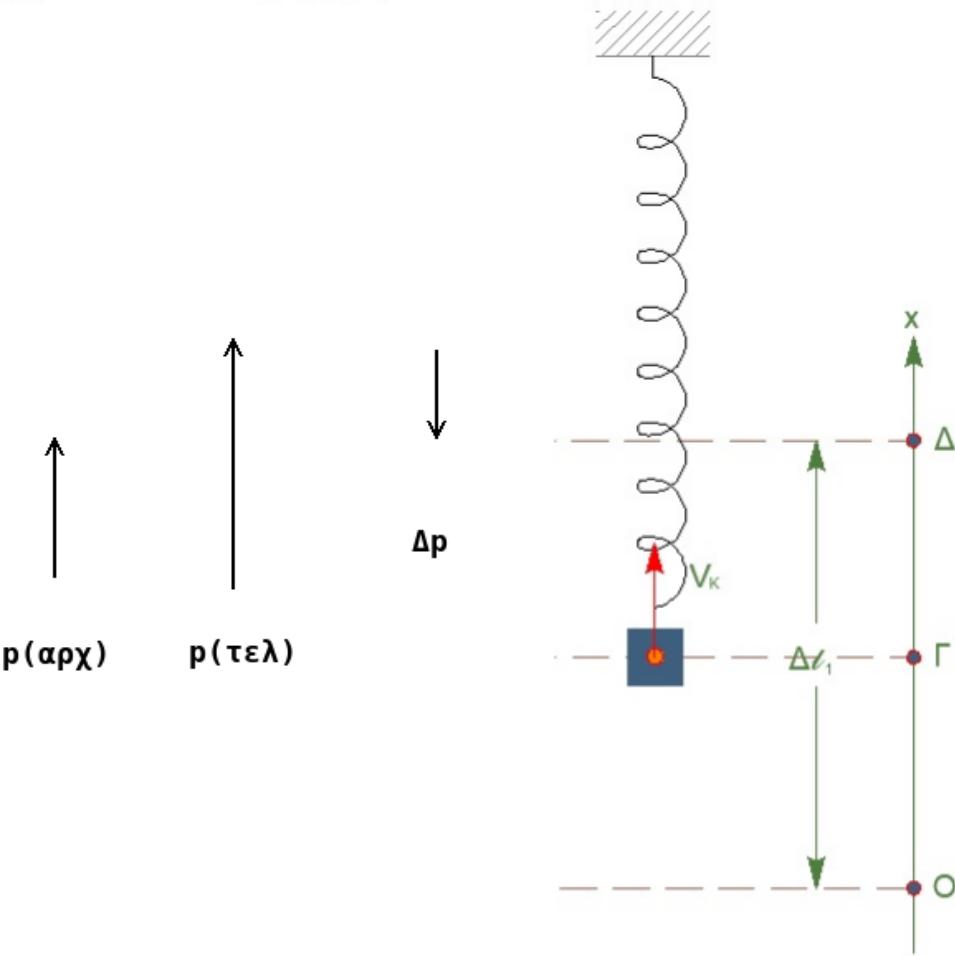
$$\Delta l_1 = \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{k} \Rightarrow$$

$$\Delta l_1 = 0.1m$$

Στην ακραία θέση $v_{\tau\alpha\lambda} = 0 \Rightarrow A = 0.1m$

Γ2-(7)

$\alpha) \underline{\tau \rho \circ \pi o \varsigma}$



$$\Delta p_2 = -0.5\sqrt{3}$$

Το πρόσημο δηλώνει την κατεύθυνση του διανύσματος. (σχήμα)

Γ4-(6)

$$D = k = (m_1 + m_2) \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

α) τρόπος

$$t_o = 0, \quad y = +\frac{A}{2}, \quad v > 0$$

$$y = A \cdot \eta \mu (\omega t + \varphi_o) \Rightarrow \frac{A}{2} = A \cdot \eta \mu \varphi_o$$

$$\eta \mu \varphi_o = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta \mu \varphi_o = \eta \mu \frac{\pi}{6} \Rightarrow \varphi_o = \begin{cases} 2k\pi + \frac{\pi}{6}, & k = 0 \Rightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{6} \quad \sigma v \nu \varphi_o > 0 \\ 2k\pi + \frac{5\pi}{6}, & k = 0 \Rightarrow \varphi_o = \frac{5\pi}{6} \quad \sigma v \nu \varphi_o < 0, \text{ απορρίπτεται} \end{cases}$$

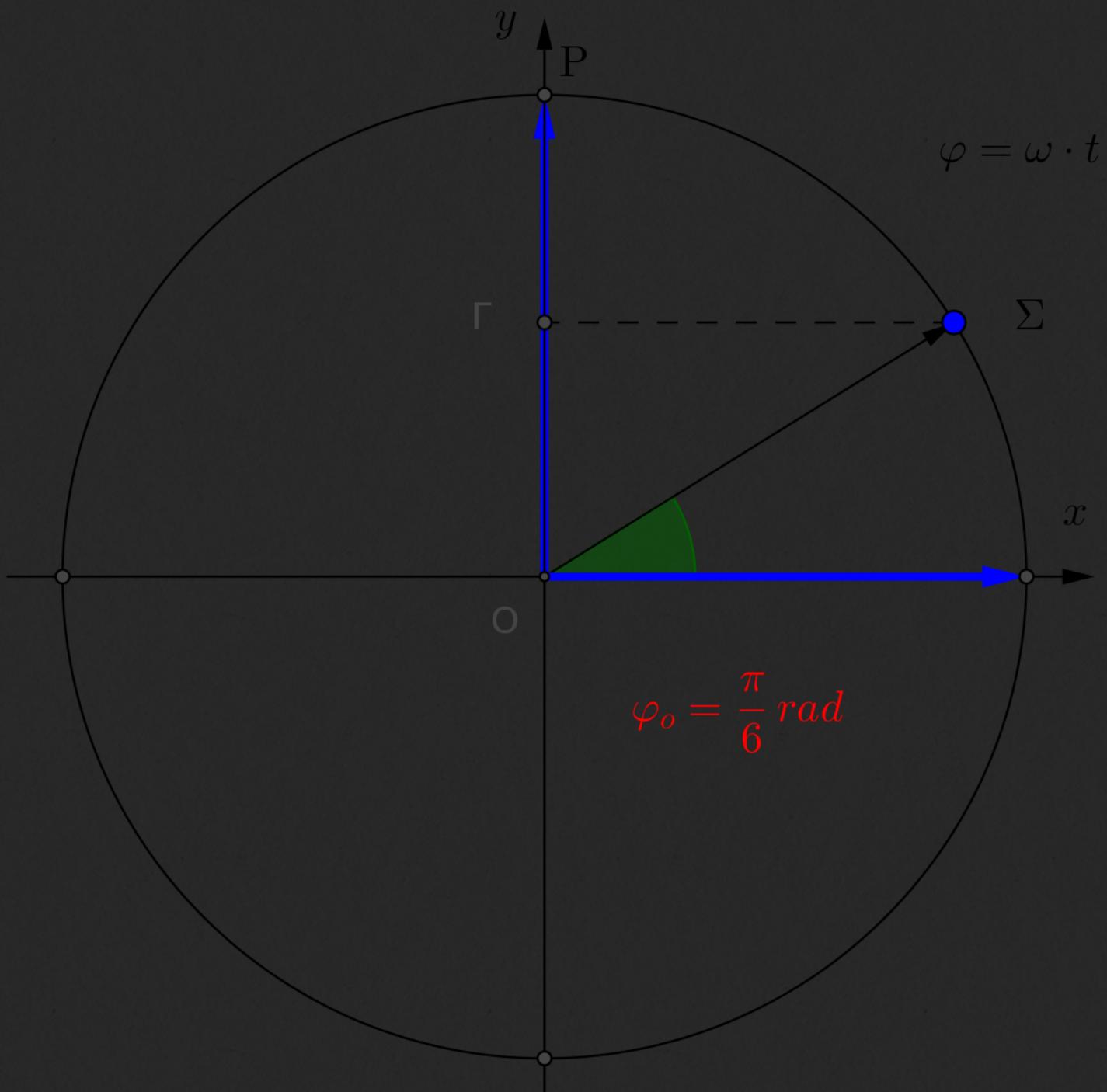
β) τρόπος

Περιστρεφόμενο διάνυσμα: Έστω Σ σημείο που εκτελεί O. K. K. με σταθερή ω , σε κύκλο ακτίνας A. Η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα δίνεται από την σχέση $\varphi = \omega \cdot \tau$

Η προβολή του σημείου στον κατακόρυφο άξονα δίνεται από την σχέση

$$x = A \eta \mu \varphi \Rightarrow x = A \cdot \eta \mu \omega t$$

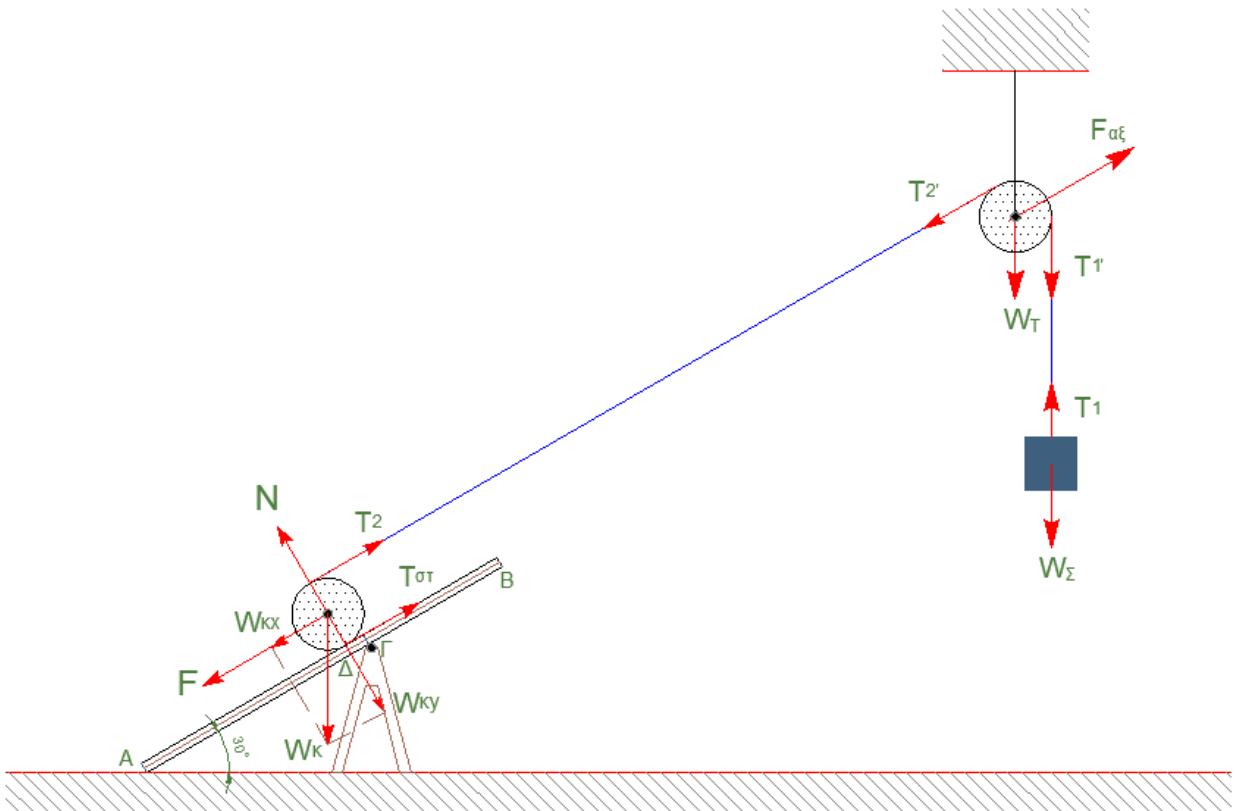
άρα η προβολή του σημείου Σ εκτελεί Α. Α. Τ.



Αρχική φάση φ_o

$$\eta \mu \varphi_o = \frac{y}{A} \Rightarrow \eta \mu \varphi_o = \frac{+\frac{A}{2}}{A} \Rightarrow \eta \mu \varphi_o = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$y = 0.1 \cdot \eta \mu (10t + \frac{\pi}{6}), \quad S.I.$$



$\Delta 1-(4)$

$$M_{\Sigma}, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = 0$$

$$T_1 = M_{\Sigma} \cdot g \Rightarrow T_1 = 20N$$

$$M_T, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \Sigma \vec{\tau} = 0$$

$$T_1 \cdot R_T = T_2 \cdot R_T \Rightarrow T_2 = 20N$$

$\alpha) \underline{\tau \rho \circ \pi \circ \varsigma}$

$$M_K, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \Sigma \vec{\tau}_{(K)} = 0$$

$$T_2 \cdot R_K = T_{\sigma\tau} \cdot R_K \Rightarrow T_2 = T_{\sigma\tau}$$

$$M_K, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = 0$$

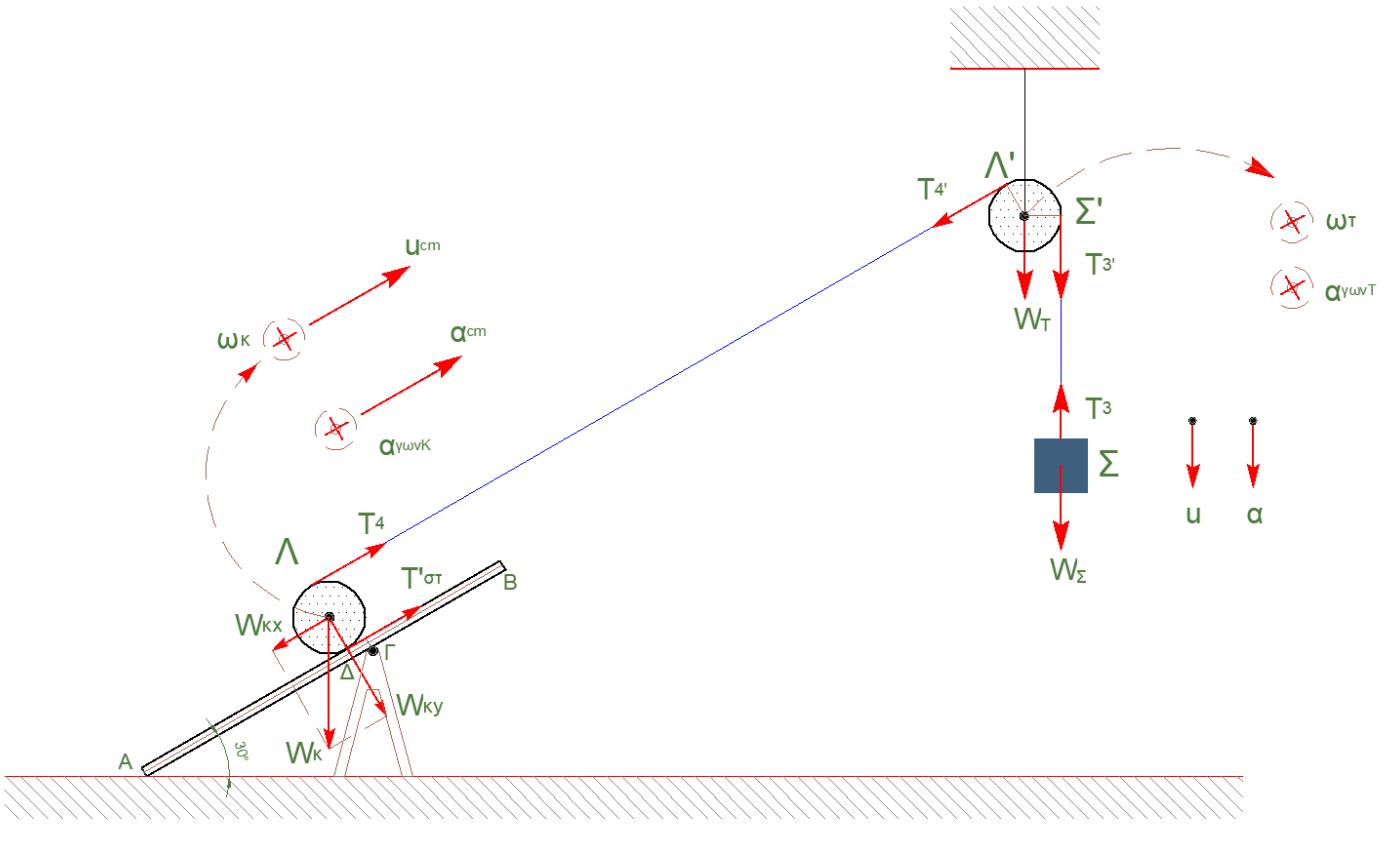
$$T_2 + T_{\sigma\tau} = F + M_K \cdot g \cdot \eta \mu \varphi \Rightarrow 2T_2 = F + 10 \Rightarrow F = 30N$$

$\beta) \underline{\tau \rho \circ \pi \circ \varsigma}$

$$M_K, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \Sigma \vec{\tau}_{(\Delta)} = 0$$

$$T_2 \cdot 2 \cdot R_K = (F + M_K \cdot g \cdot \eta \mu \varphi) \cdot R_K \Rightarrow 40 = F + 10 \Rightarrow F = 30N$$

$\Delta 2-(8)$



νήμα κατακόρυφο αβαρές, μη εκτατό

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha'_{\Sigma} = \alpha_{\gamma\rho} = \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \cdot R_T \Rightarrow \alpha_{\Sigma} = \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \cdot R_T \quad (1)$$

νήμα πλάγιο αβαρές, μη εκτατό

$$\alpha_{\Lambda} = \alpha'_{\Lambda} = \alpha_{\gamma\rho} = \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \cdot R_T \Rightarrow \alpha_{\Lambda} = \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \cdot R_T \quad (2)$$

Κύλινδρος Κ.Χ.Ο.

$$v_A = 0 \Rightarrow v_{cm} = \omega \cdot R_K \Rightarrow \alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu_K} \cdot R_K \quad (3)$$

$$v_{\Lambda} = v_{cm} + \omega \cdot R_K \Rightarrow v_{\Lambda} = 2 \cdot v_{cm} \Rightarrow \alpha_{\Lambda} = 2 \cdot \alpha_{cm} \quad (4)$$

$$M_{\Sigma} : \quad \text{ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ} \Rightarrow \vec{\Sigma F} = M_{\Sigma} \cdot \vec{\alpha}_{\Sigma}$$

$$M_{\Sigma} \cdot g - T_3 = M_{\Sigma} \cdot \alpha_{\Sigma} \Rightarrow 20 - T_3 = 2 \cdot \alpha_{\Sigma} \quad (5)$$

$$M_T : \quad \text{ΣΤΡΟΦΙΚΗ} \Rightarrow \vec{\Sigma \tau} = I_T \cdot \vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu_T}$$

$$T'_3 \cdot R_T - T'_4 \cdot R_T = \frac{1}{2} \cdot M_T \cdot R_T^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T_3 - T_4 = R_T \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \quad (6)$$

α) τρόπος

$$M_K : \quad \text{ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ} \Rightarrow \vec{\Sigma F} = M_K \cdot \vec{\alpha}_{cm}$$

$$T_4 + T_{\sigma\tau} - M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = M_K \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow T_4 + T_{\sigma\tau} - 10 = 2 \cdot \alpha_{cm} \quad (7)$$

$$M_K : \quad \text{ΣΤΡΟΦΙΚΗ} \Rightarrow \vec{\Sigma \tau} = I_K \cdot \vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu_K}$$

$$T_4 \cdot R_K - T_{\sigma\tau} \cdot R_K = \frac{1}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_K} \Rightarrow T_4 - T_{\sigma\tau} = R_K \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_K} \quad (8)$$

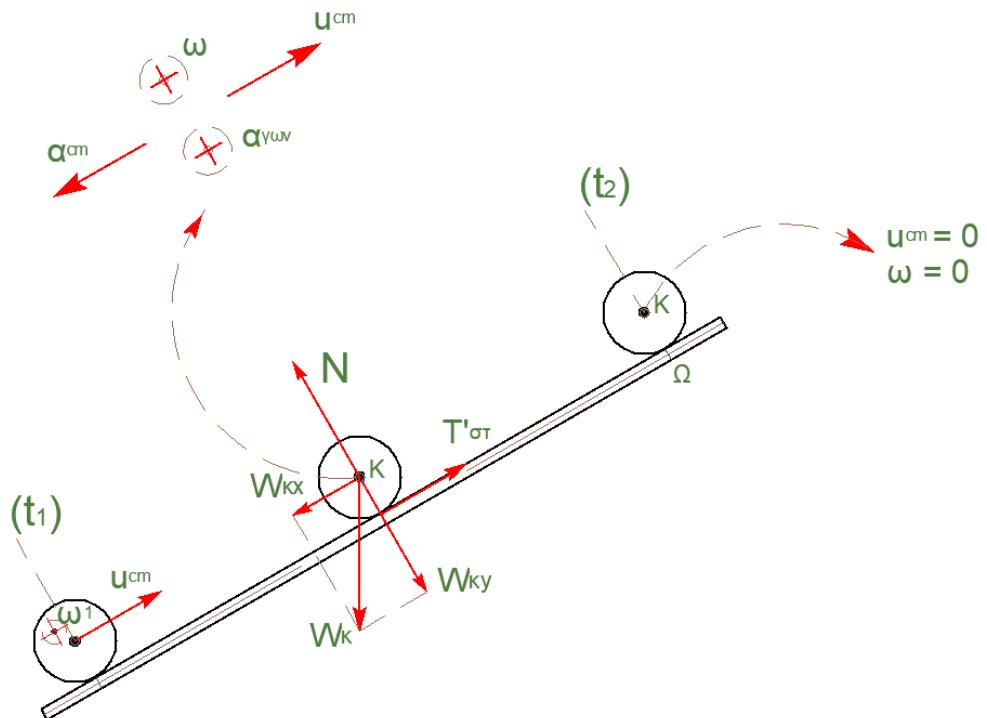
$$I_{K(\Delta)} = I_{cm} + M_K \cdot R_K^2 \Rightarrow I_{K(\Delta)} = \frac{3}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2 \quad (7)$$

$$M_K : \Sigma \text{TPOΦIKH} \Rightarrow \Sigma \vec{\tau} = I_{K_\Delta} \cdot \vec{\alpha}_{\gamma \omega \nu_\Delta}$$

$$T_4 \cdot 2 \cdot R_K - M_K \cdot g \cdot \eta \mu \varphi \cdot R_K = \frac{3}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2 \cdot \alpha_{\gamma \omega \nu_\Delta} \Rightarrow 2 \cdot T_4 - 10 = 3 \cdot R_K \cdot \alpha_{\gamma \omega \nu_\Delta} \quad (8)$$

Λύση του μη γραμμικού συστήματος των 8 εξισώσεων με τους 10 αγνώστους $\alpha_\Sigma = 4 \frac{m}{s^2}$

Δ3-(6)



$$M_K : \text{ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ}, \quad 0 - t_1$$

$$v_{cm1} = \alpha_{cm} \cdot t_1 \Rightarrow v_{cm1} = 1 \frac{m}{s}$$

$$M_K : \text{ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = M_K \cdot \vec{\alpha}_{cm}$$

$$M_K \cdot g \cdot \eta \mu \varphi - T_{\sigma\tau} = M_K \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow 10 - T_{\sigma\tau} = 2\alpha_{cm} \quad (1)$$

$$M_K : \Sigma \text{TPOΦΙΚΗ} \Rightarrow \Sigma \vec{\tau} = I_K \cdot \vec{\alpha}_{\gamma \omega \nu_K}$$

$$T_{\sigma\tau} \cdot R_K = \frac{1}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2 \cdot \alpha_{\gamma \omega \nu_K} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = R_K \cdot \alpha_{\gamma \omega \nu_K} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \alpha_{cm} \quad (2)$$

$$(1) \wedge (2) \Rightarrow 10 - \alpha_{cm} = 2 \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{10}{3} \frac{m}{s^2}$$

$$v_{cm} = v_{cm1} - \alpha_{cm} \cdot \Delta t \Rightarrow 0 = 1 - \frac{10}{3} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = 0.3s$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t \Rightarrow t_2 = 0.8s$$

Δ4-(3)

$$M_K : \text{ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ}, \quad 0 - t_1$$

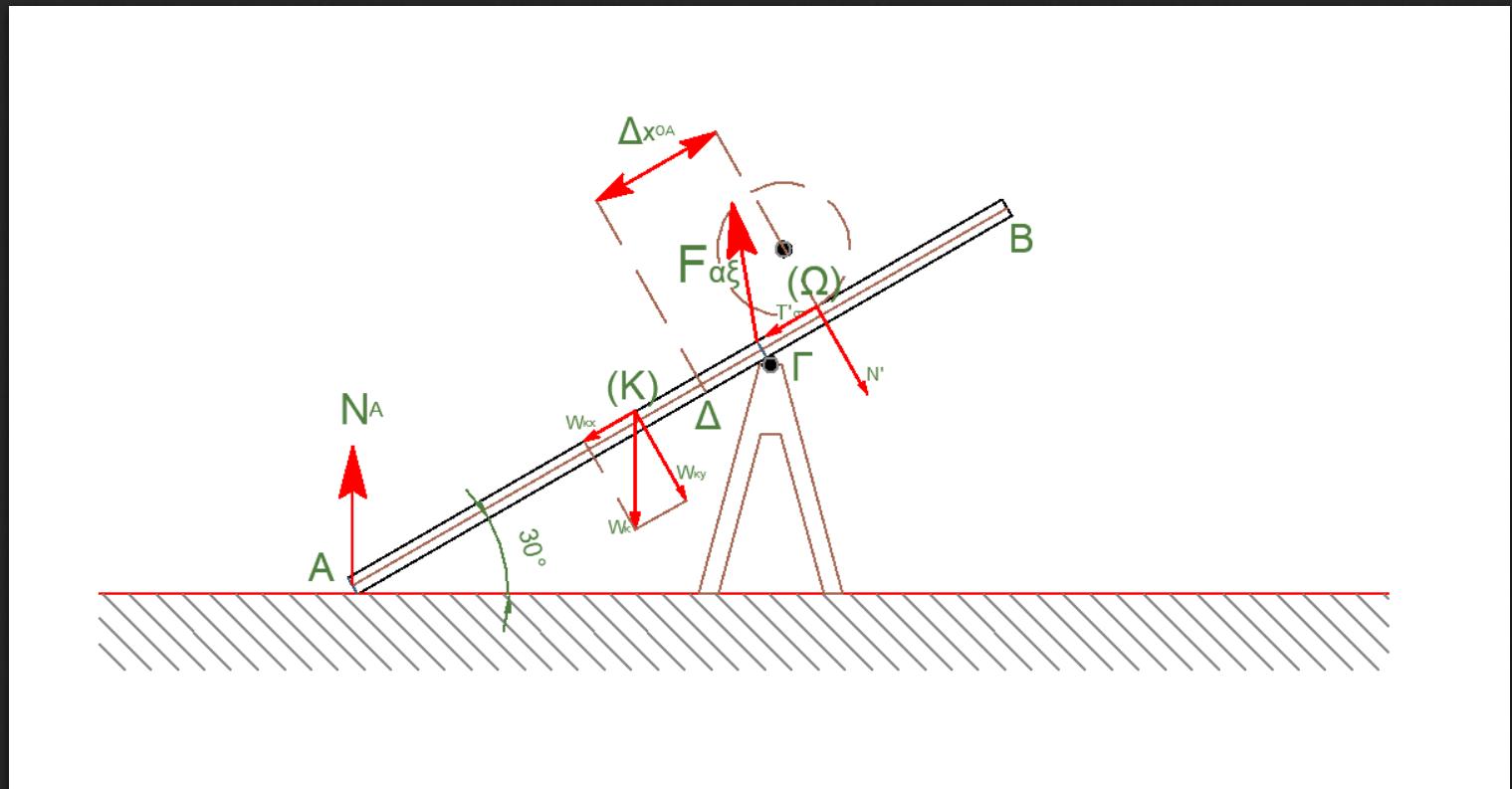
$$x_{cm1} = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t_1^2 \Rightarrow x_{cm1} = 0.25m$$

$$M_K : \text{ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ}, \quad t_1 - t_2$$

$$\Delta x_{cm} = v_{cm1} \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot \Delta t^2 \Rightarrow \Delta x_{cm} = 0.15m$$

$$x_{o\lambda} = x_{cm1} + \Delta x_{cm} \Rightarrow x_{o\lambda} = 0.4m$$

Δ5-(4)



a) τρόπος

$$(\Gamma\Delta) = 0.2m, \quad (K\Gamma) = 0.5m, \quad (\Gamma\Omega) = x_{o\lambda} - (\Gamma\Delta) \Rightarrow (\Gamma\Omega) = 0.2m$$

$$|\tau_{W_p}| = M_p \cdot g \cdot \sigma \nu \varphi \cdot (K\Gamma) \Rightarrow |\tau_{W_p}| = 5\sqrt{3}N \cdot m$$

$$|\tau'_N| = M_k \cdot g \cdot \sigma \nu \varphi \cdot (K\Gamma) \Rightarrow |\tau'_N| = 2\sqrt{3}N \cdot m$$

$$|\tau_{W_p}| > |\tau'_N|$$

άρα η σανίδα δεν ανατρέπεται.-

b) τρόπος

Την στιγμή που ανατρέπεται η σανίδα ισχύει οριακά $N_A = 0$, όπου N_A η δύναμη του δαπέδου, N' η δύναμη που ασκεί ο κύλινδρος κάθετα στην επιφάνεια της σανίδας και W_{K_y} η κάθετη συνιστώσα του βάρους της σανίδας και Ψ το σημείο στο οποίο αν τοποθετηθεί ο κύλινδρος η σανίδα οριακά θα ανατραπεί.

$$\Sigma \vec{\tau}_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow N' \cdot (\Gamma \Psi) - W_{K_y} \cdot (\text{K}\Gamma) = 0 \Rightarrow M_K \cdot g \cdot \sigma v \varphi \cdot (\Omega\Gamma) - M_p \cdot g \cdot \sigma v \varphi \cdot (\text{K}\Gamma)$$

$$2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x - 2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow x = 0.5m$$

Δηλαδή το σημείο Ψ απέχει $0.5m$ από την άρθρωση Γ και $1m$ από το άκρο B της σανίδας.

Άρα η θέση ανατροπής είναι σε $x = 0.5m$ από το σημείο Γ . Όμως το σώμα φτάνει σε απόσταση $l = 0.2m$ πάνω από το Γ . Αφού $l < x$ η σανίδα δεν ανατρέπεται.

$\gamma) \underline{\tau \rho \circ \sigma}$

Έστω τυχαία θέση του κυλίνδρου για την οποία το σημείο επαφής του κυλίνδρου με την σανίδα έχει απομάκρυνση x από την θέση Γ Η δύναμη N_A είναι από το λείο δάπεδο, και η N' είναι η αντίδραση του κυλίνδρου στην δράση N της σανίδας στον κύλινδρο. Στον κάθετο στην σανίδα άξονα Γ η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στον κύλινδρο είναι μηδέν, οπότε $\text{N}' = M_k \cdot g \cdot \sigma v \varphi$

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{\tau}_{(\Gamma)} = 0 &\Rightarrow -\tau_{\text{N}_A} \cdot (A\Gamma) \cdot \sigma v \varphi - \text{N}' \cdot x + W_p \cdot \sigma v \varphi \cdot (\text{K}\Gamma) = 0 \\ &-N_A \cdot 2.5 \frac{\sqrt{3}}{2} + 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} - 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x \\ 2.5 \cdot N_A &= 10 - 20 \cdot x \Rightarrow N_A = \frac{10 - 20 \cdot x}{2.5} \end{aligned}$$

Για να μην χάνεται η επαφή πρέπει $N_A \geq 0 \Rightarrow x \leq 0.5m$ δηλαδή για να μην ανατραπεί η ράβδος πρέπει ο κύλινδρος να φτάσει μέχρι $0,5m$ δεξιά του σημείου Γ . Ο κύλινδρος την στιγμή t_2 έχει βρεθεί στην θέση $x = \Delta_{x_{o\lambda}} - (\Delta\Gamma) = 0,2m$ οπότε η ράβδος στο δοσμένο χρονικό διάστημα δεν ανατρέπεται.

$\delta) \underline{\tau \rho \circ \sigma}$

Την στιγμή που ανατρέπεται η σανίδα ισχύει οριακά $N_A = 0$, όπου N_A η δύναμη του δαπέδου, N' η δύναμη που ασκεί ο κύλινδρος κάθετα στην επιφάνεια της σανίδας και W_{K_y} η κάθετη συνιστώσα του βάρους της σανίδας και Ψ το σημείο στο οποίο αν τοποθετηθεί ο κύλινδρος η σανίδα οριακά θα ανατραπεί.

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{\tau}_{(\Gamma)} = 0 &\Rightarrow N' \cdot (\Gamma\Psi) - W_{K_y} \cdot (\text{K}\Gamma) = 0 \Rightarrow M_K \cdot g \cdot \sigma v \varphi \cdot (\Omega\Gamma) - M_p \cdot g \cdot \sigma v \varphi \cdot (\text{K}\Gamma) \\ &2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x - 2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow x = 0.5m \end{aligned}$$

Δηλαδή το σημείο Ψ απέχει $0.5m$ από την άρθρωση Γ και $1m$ από το άκρο B της σανίδας.

Για την δύναμη N_A που ασκεί το δάπεδο στην σανίδα ισχύει η σχέση $N_A > 0$ για κάθε θέση του κυλίνδρου από την θέση Δ έως την θέση Ψ για την οποία δείξαμε ότι απέχει $0.5m$ από την άρθρωση Γ και $1m$ από το άκρο B της σανίδας.

Έστω ότι την χρονική στιγμή t_2 που ο κύλινδρος σταματά στιγμιαία, η σανίδα δεν ανατρέπεται. Θα χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο της ανάλυσης και με ισοδύναμες προτάσεις θα φτάσουμε σε κάτι που ισχύει για την συγκεκριμένη χρονική στιγμή, δηλαδή στην σχέση $N_A > 0$. Αφού η σανίδα δεν ανατρέπεται ισχύει

$$\Sigma \vec{\tau}_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow \text{N}_A \cdot (A\Gamma) \cdot \sigma v \varphi + \text{N}' \cdot (\Omega\Gamma) - W_p \cdot \sigma v \varphi \cdot (\text{K}\Gamma) = 0$$

$$N_A \cdot (A\Gamma) \cdot \sigma_{\nu\varphi} + M_K \cdot g \cdot \sigma_{\nu\varphi} \cdot (O\Gamma) - M_p \cdot g \cdot \sigma_{\nu\varphi} \cdot (K\Gamma) = 0$$

$$N_A \cdot (A\Gamma) = M_p \cdot g \cdot (K\Gamma) - M_K \cdot g \cdot (O\Gamma)$$

$$N_A = \frac{20 \cdot 0.5 - 20 \cdot 0.2}{2.5} \Rightarrow N_A = \frac{6}{2.5} \Rightarrow N_A = 2.4N$$

Άρα το δάπεδο εκείνη την χρονική στιγμή που ο κύλινδρος σταματά, είναι σε επαφή με την σανίδα αφού της ασκεί δύναμη θετική $N_A = 2.4N$

ε)τρόπος

Η "εις άτοπον απαγωγή"

Έστω ότι την χρονική στιγμή t_2 , δηλαδή την στιγμή που ο κύλινδρος στιγμιαία ισορροπεί, η ράβδος ανατρέπεται. Αυτό σημαίνει ότι η σανίδα δεν είναι σε επαφή με το δάπεδο δηλαδή ισχύει $N = 0 \Rightarrow \tau_N = 0$. Θεωρούμε θετική φορά για τις ροπές, αυτή των δεικτών του ρολογιού.

$$(A\Delta) = 0.2m, \quad (K\Gamma) = 0.5m, \quad (\Gamma\Omega) = x_{o\lambda} - (A\Delta) \Rightarrow (\Gamma\Omega) = 0.2m$$

$$\tau_{W_p} = -M_p \cdot g \cdot \sigma_{\nu\varphi} \cdot (K\Gamma) \Rightarrow \tau_{W_p} = -5\sqrt{3}N \cdot m$$

$$\tau'_N = M_k \cdot g \cdot \sigma_{\nu\varphi} \cdot (K\Gamma) \Rightarrow \tau'_N = 2\sqrt{3}N \cdot m$$

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = \tau'_N + \tau_{W_p} = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \Rightarrow \Sigma\tau_{(\Gamma)} < 0$$

Αυτό σημαίνει ότι η ράβδος θα περιστραφεί με φορά αντίθετη από αυτή την ρολογιών, δηλαδή θα ασκεί δύναμη στο δάπεδο, άρα και το δάπεδο θα ασκεί δύναμη στην ράβδο, δηλαδή $N > 0$

Άρα άτοπο. Υποθέσαμε στην αρχή ότι η σανίδα ανατρέπεται δηλαδή $N = 0$ και οδηγηθήκαμε στο ότι $N > 0$ άρα η αρχική μας υπόθεση είναι εσφαλμένη. Άρα η σανίδα δεν ανατρέπεται.

Μπορείτε να εκτυπώσετε τις λύσεις σε μορφή pdf από [εδώ](#) και τα θέματα από [εδώ](#)

← Previous

Archive

Next →