

Μοριοδότηση 2022

Ενδεικτικές απαντήσεις και από γραπτά μαθητών

Θέμα A

A1 - γ

A2 - δ

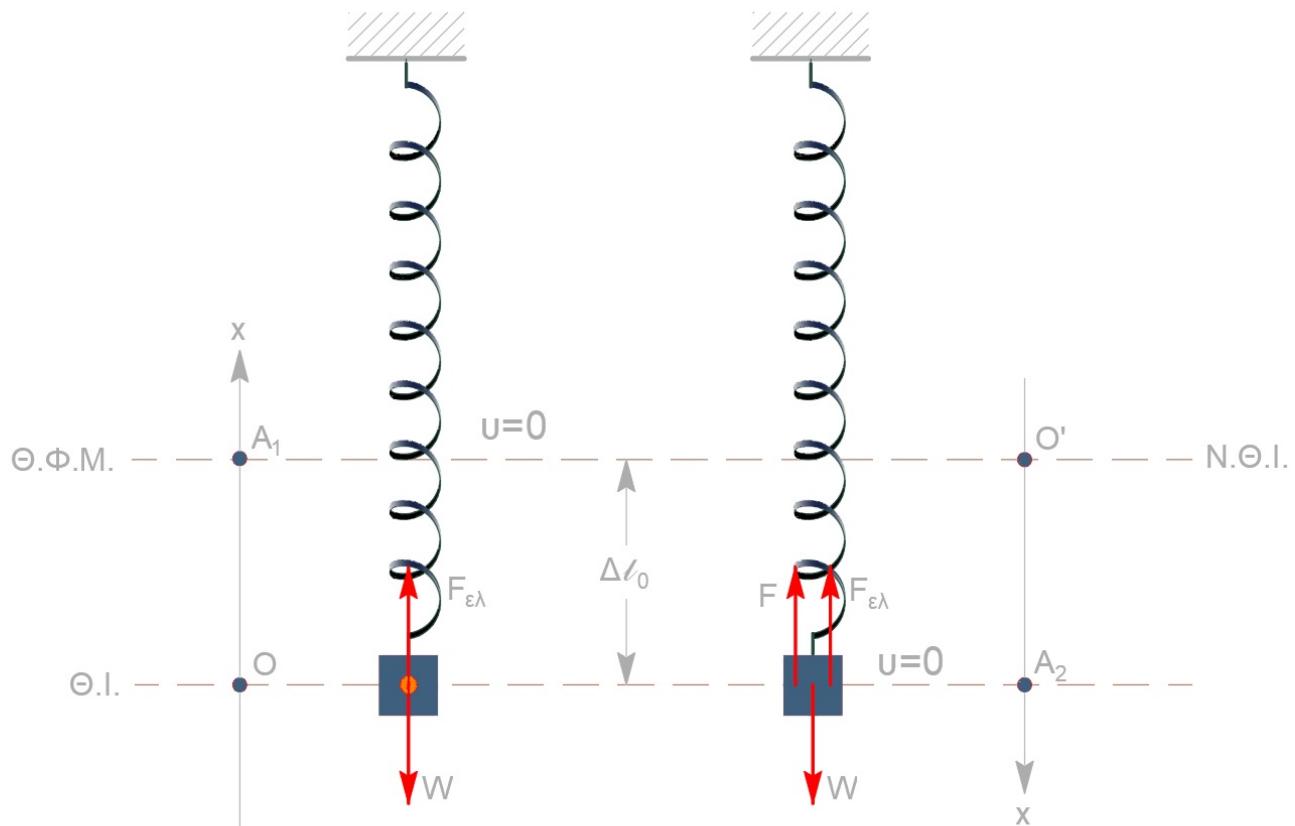
A3 - γ

A4 - β

A5: $\Lambda - \Sigma - \Lambda - \Sigma - \Sigma$

Θέμα B

B1 - (i) - 2 - 6



$k - m, \quad A.A.T. \quad \pi e i r o \mu \alpha 1$

$$\Theta. I.m: \quad \Sigma F = 0 \Rightarrow F_{el} - W = 0 \Rightarrow \Delta l_o = \frac{mg}{k}$$

$$\Theta \cdot \Phi \cdot M, \quad v = 0. \quad \dot{\alpha} \rho \alpha \quad A_1 = \Delta l_o$$

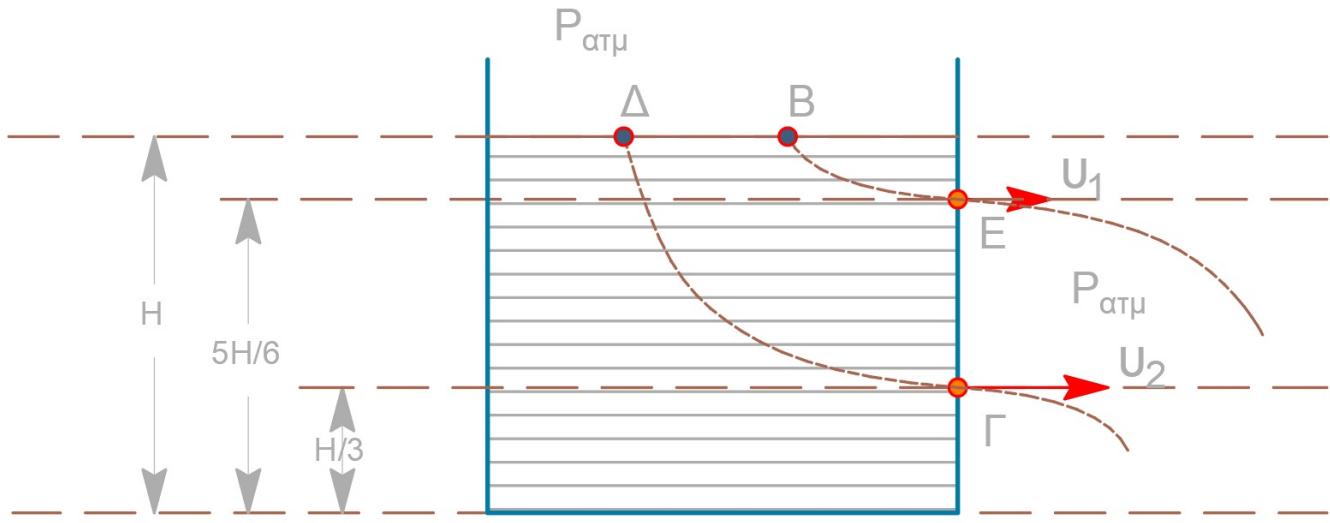
$$F = mg \quad A. A. T. \quad \pi \varepsilon i \rho \alpha \mu \alpha 2$$

$$N. \Theta. I : \Sigma F = 0 \Rightarrow W - F_{\varepsilon \lambda} - F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon \lambda} = 0 \Rightarrow \Delta l_1 = 0$$

$$\dot{\alpha} \rho \alpha \quad N. \Theta. I \equiv \Theta \cdot \Phi \cdot M \quad \dot{\alpha} \rho \alpha \quad A_2 = \Delta l_o$$

άρα σωστό το i

B2 - (ii) - 2 - 6



Bernoulli _{$B \rightarrow E$}

$$P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2} \rho_B v^2 + \rho g \frac{H}{6} = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + 0 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{gH}{3}}$$

$$A_B v_B = A v_1 \xrightarrow{A_B \gg A} v_B \ll v_1$$

παρόμοια από το Δ στο Γ

$$v_2 = \sqrt{2g \frac{2H}{3}} \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{\frac{gH}{3}}$$

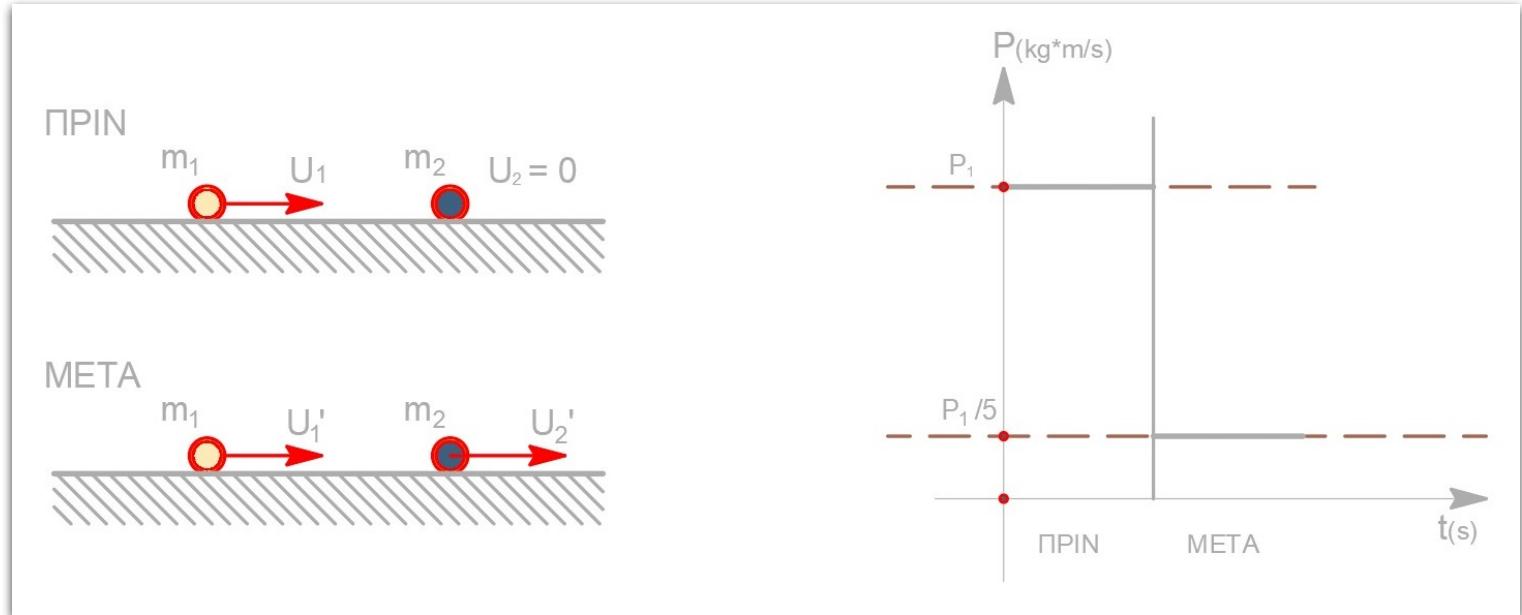
$$\text{Οπή (1) ανοικτή: } \Pi_1 = \frac{V}{\Delta t_1} \Rightarrow \Pi_1 = A \cdot \sqrt{\frac{gH}{3}}$$

$$\text{Οπή (1) και (2) ανοικτές: } \Pi_1 + \Pi_2 = \frac{V}{\Delta t_2} \Rightarrow \Pi_1 + \Pi_2 = A \cdot \sqrt{\frac{gH}{3}} + A \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{gH}{3}}$$

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{A \cdot \sqrt{\frac{gH}{3}}}{3A \cdot \sqrt{\frac{gH}{3}}} \Rightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{1}{3}$$

άρα σωστό το *ii*

B3 - (iii) - 2 - 7



α) τροπος

$$K = \frac{1}{2}mv^2, \quad p = mv, \quad K = \frac{1}{2}m \frac{p^2}{2m} \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$

$$\Delta.K.E. \quad K_1 = K'_1 + K'_2 \Rightarrow K'_2 = K_1 - K'_1$$

$$\Pi_{1 \rightarrow 2}\% = \frac{K'_2}{K_1} 100\% = \left(1 - \frac{K'_1}{K_1}\right) 100\%$$

$$K'_1 = \frac{\left(\frac{p_1}{5}\right)^2}{2m_1} \Rightarrow K'_1 = \frac{1}{25} \frac{p_1^2}{2m_1} \Rightarrow K'_1 = \frac{K_1}{25} \Rightarrow \frac{K'_1}{K_1} = \frac{1}{25}$$

$$\Pi_{1 \rightarrow 2}\% = \left(1 - \frac{K'_1}{K_1}\right) 100\% = \frac{24}{25} 100\% = 96\%$$

β) τροπος

$$p'_1 = \frac{p_1}{5} \Rightarrow m_1 v'_1 = \frac{m_1 v_1}{5} \Rightarrow v'_1 = \frac{v_1}{5}$$

Η κινητική ενέργεια που έχασε το *m₁* μεταβιβάστηκε στο *m₂*.

$$\Delta K_1^{\alpha\pi\omega\lambda\varepsilon\iota\alpha} = K_1 - K'_1 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 - \frac{1}{2}m_1 \frac{v_1^2}{25} = \frac{24}{25}K_1$$

$$\Pi_{1 \rightarrow 2} \% = \frac{\Delta K_1^{\alpha\pi\lambda\varepsilon\tau\alpha}}{K_1} 100\% = \frac{24}{25} 100\% = 96\%$$

γ) τρόπος

$$p'_1 = \frac{p_1}{5} \Rightarrow m_1 v'_1 = \frac{m_1 v_1}{5} \Rightarrow v'_1 = \frac{v_1}{5}$$

Α.Δ.Ο και Δ.Κ.Ε.

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \Rightarrow \frac{v_1}{5} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \Rightarrow 2m_1 = 3m_2$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \Rightarrow v'_2 = \frac{6}{5} v_1$$

$$\Pi_{1 \rightarrow 2} \% = \frac{K'_2}{K_1} 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_2 v'^2_2}{\frac{1}{2} m_1 v^2_1} 100\% = 96\%$$

δ) τρόπος

$$A. \Delta. O. \quad \vec{p}_{\pi\rho\nu\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \Rightarrow p_1 + 0 = \frac{p_1}{5} + p'_2 \Rightarrow p'_2 = \frac{4}{5} p_1$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2, \quad p = m v, \quad K = \frac{1}{2} m \frac{p^2}{2m} \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$

$$K'_1 = \frac{(\frac{p_1}{5})^2}{2m_1}, \quad K'_2 = \frac{(\frac{4p_1}{5})^2}{2m_2} = \frac{16p_1^2}{50m_2}$$

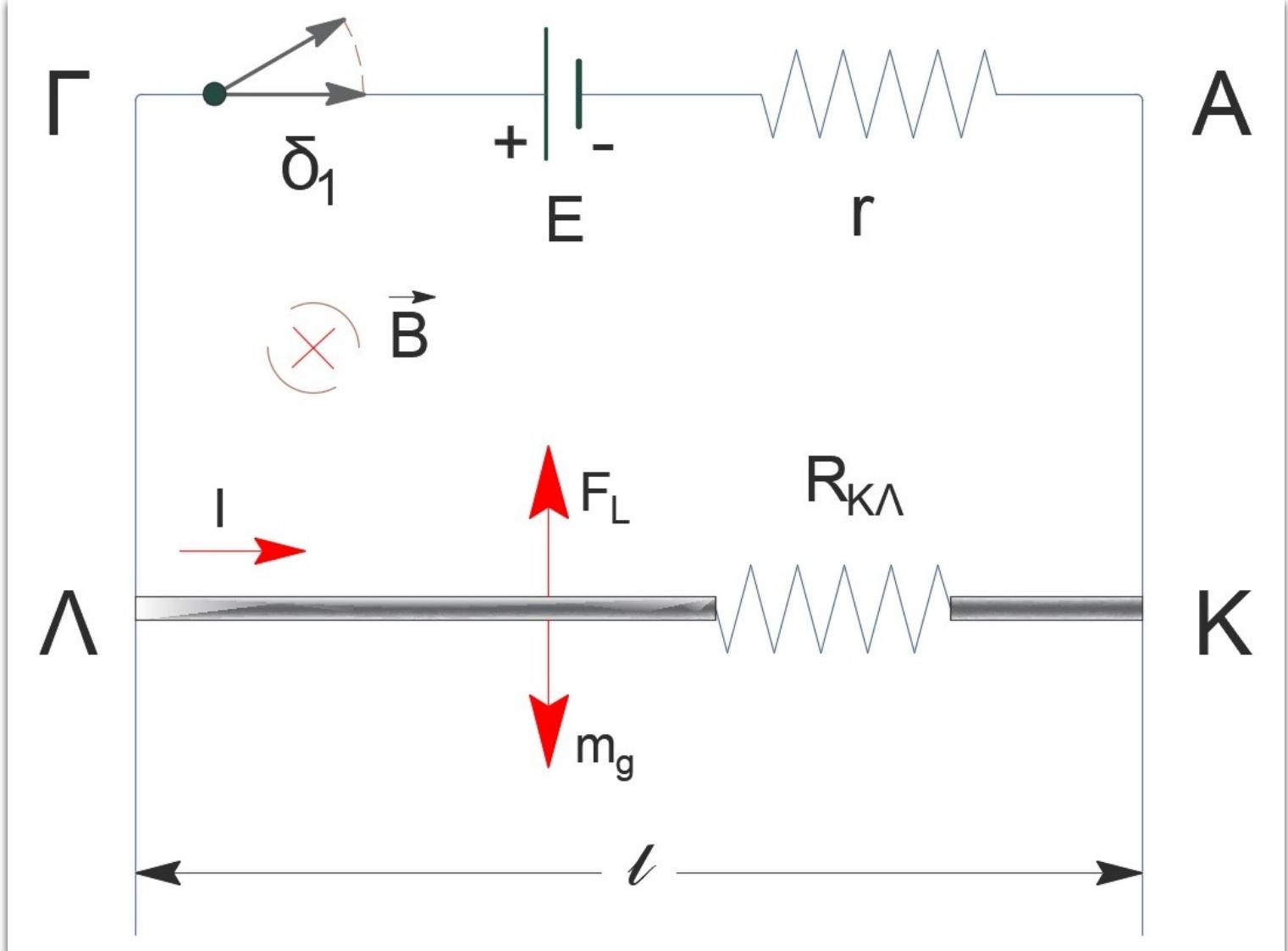
$$\Delta. K. E. \quad K_1 + 0 = K'_1 + K'_2 \Rightarrow \frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{1}{25} \cdot \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{16}{25} \cdot \frac{p_1^2}{2m_2} \Rightarrow 2m_1 = 3m_2$$

$$\Pi_{1 \rightarrow 2} \% = \frac{K'_2}{K_1} 100\% = \frac{\frac{16p_1^2}{50m_2}}{\frac{p_1^2}{2m_1}} 100\% = 96\%$$

άρα σωστό το *iii*

Θέμα Γ

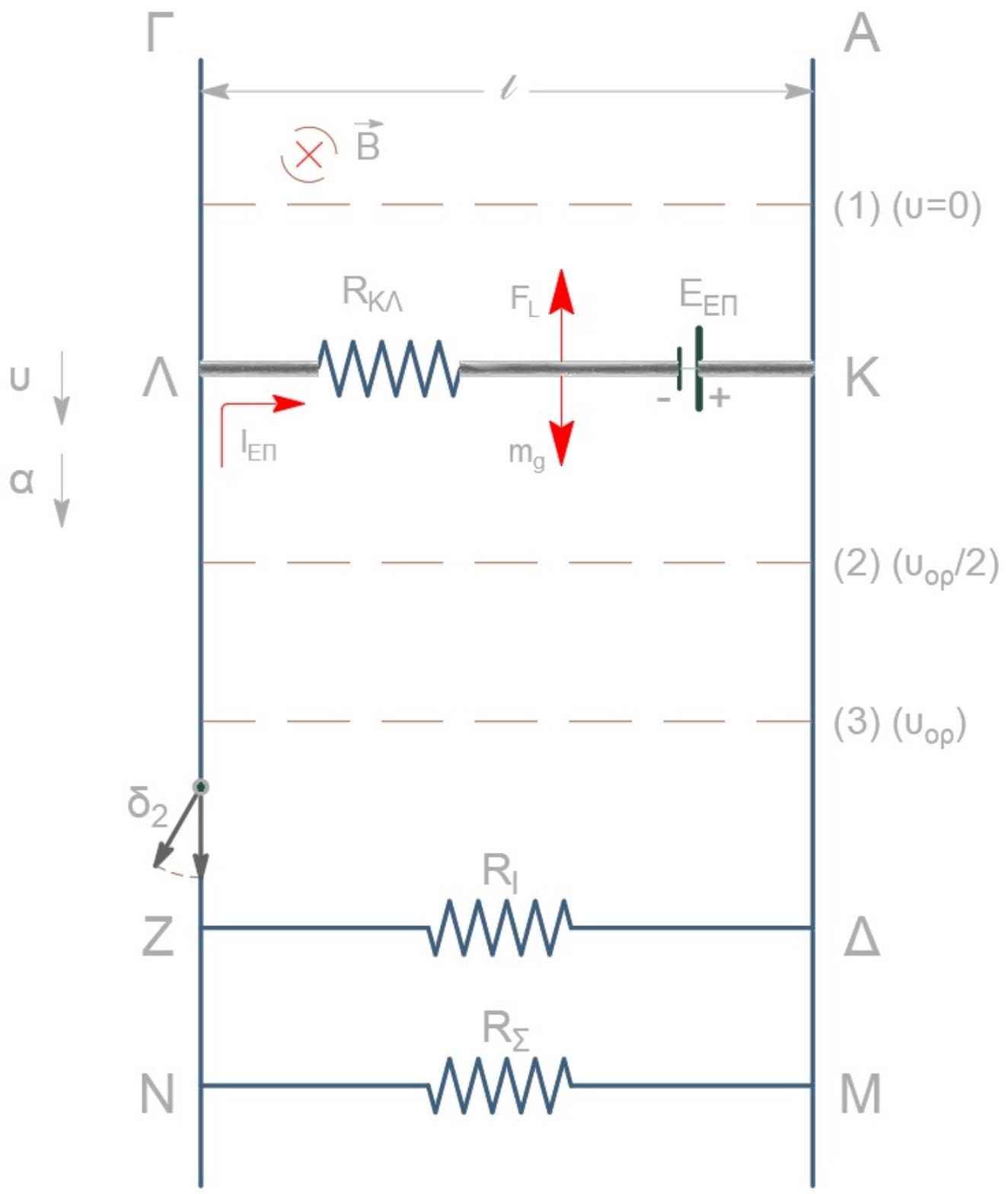
ΓΤ-(4)



$$I = \frac{E}{R_{KA} + r} \Rightarrow I = 3A$$

$$KA, \text{ισορροπία} \quad \Sigma F = 0 \Rightarrow mg - F_L = 0 \Rightarrow mg = BIl \Rightarrow B = 1T$$

Γ2-(9)



Ο αγωγός ΚΛ στη θέση (1) είναι ακίνητος. Εξαιτίας της δύναμης του βάρους κινείται κατακόρυφα κάθετα στο μαγνητικό πεδίο, άρα αυξάνεται η ταχύτητά του. Εμφανίζεται στα άκρα του αγωγού ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή $E_{επ} = Bul$ με πολικότητα, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, όπως φαίνεται στο σχήμα, οπότε το κύκλωμα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα που συνεχώς αυξάνεται. Στον αγωγό που διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα εμφανίζεται δύναμη Laplace $F_L = BI_{επ}l = \frac{BE_{επ}l}{R_{ολ}} = \frac{B^2l^2v}{R_{ολ}}$ με κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα. Το μέτρο της δύναμης Laplace αυξάνεται διότι η ταχύτητα αυξάνεται. Η συνισταμένη δύναμη (βάρος + Laplace) ελαπτώνεται οπότε η κίνηση του αγωγού είναι επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που συνεχώς ελαπτώνεται.

$$MN, \text{κανονική λειτουργία: } P_K = \frac{V_K^2}{R_\Sigma} \Rightarrow R_\Sigma = 6\Omega$$

$$\frac{1}{R_{1,\Sigma}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_\Sigma} \Rightarrow R_{1,\Sigma} = 2\Omega$$

$$E_{EP} = \left| -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = B \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot l = Bvl$$

$$\Sigma F = ma \Rightarrow mg - F_L = ma \Rightarrow mg - BI_{\varepsilon\pi}l = ma$$

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = \frac{Bvl}{R_{KA} + R_{1,\Sigma}}$$

$$mg - \frac{B^2 \cdot l^2 \cdot v}{R_{KA} + R_{1,\Sigma}} = ma \Rightarrow a = 10 - \frac{5}{6}v \quad (S.I.)$$

$$v = v_{op} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow 0 = 10 - \frac{5}{6}v_{op} \Rightarrow v_{op} = 12 \frac{m}{s}$$

Γ3-(6)

$\alpha) \underline{\tau\rho\delta\pi\circ\varsigma}$

$$KA, \quad \theta\epsilon\sigma\eta(2) \quad v = \frac{v_{op}}{2} \Rightarrow v = 6 \frac{m}{s}$$

$$a = 10 - \frac{5}{6}v \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F} \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} \Rightarrow \left| \frac{d\vec{p}}{dt} \right| = 1.5kg \frac{m}{s^2}$$

$\beta) \underline{\tau\rho\delta\pi\circ\varsigma}$

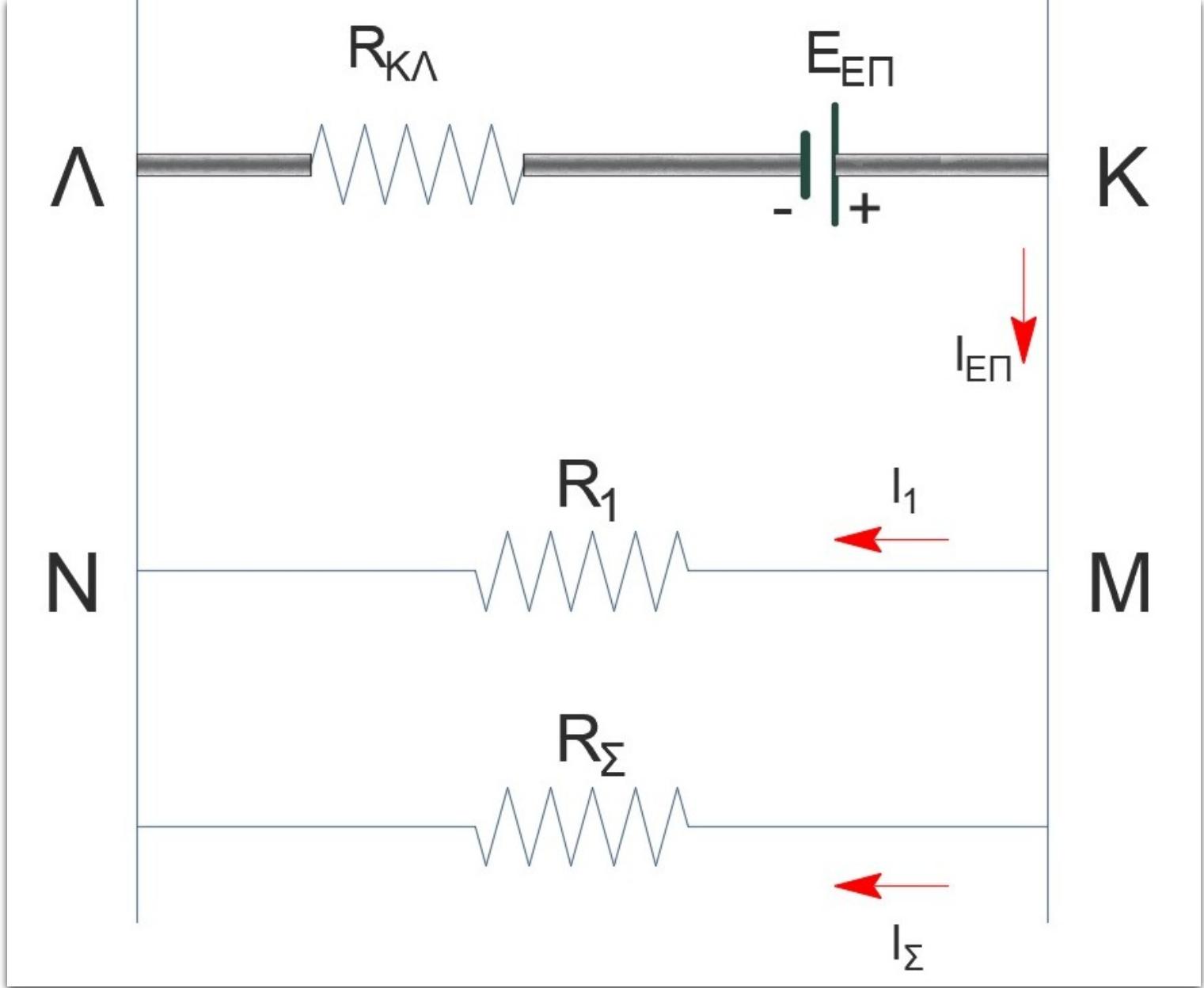
$$\text{Τη στιγμή όπου } v = \frac{v_{op}}{2} = 6m/s$$

$$I' = \frac{Bvl}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I' = \frac{Bvl}{R_{KA} + R_{1,\Sigma}} \Rightarrow I' = 1,5A$$

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = mg - F_L = mg - BI'l = 1,5kg \frac{m}{s^2}$$

$\frac{d\vec{p}}{dt}$ με φορά προς τα κάτω.

Γ4-(6)



$$E_{\varepsilon\pi} = Bv_{op}l \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 12V$$

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{KA} + R_{1,\Sigma}} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = 3A$$

α) τρόπος

$$V_{MN} = I_{\varepsilon\pi} R_{1,\Sigma} \Rightarrow V_{MN} = 6V \Rightarrow V_{MN} = V_K$$

β) τρόπος

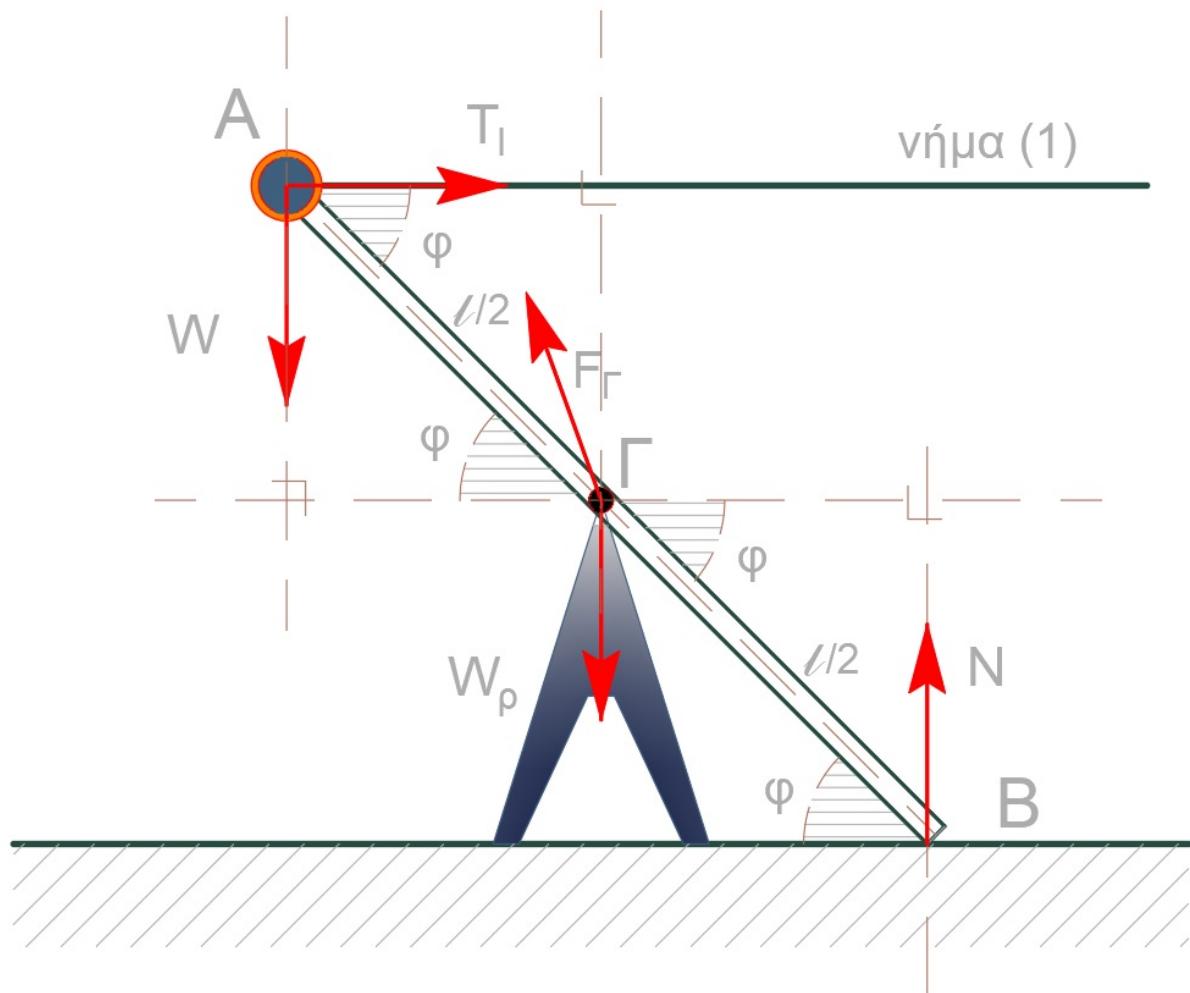
$$V_{MN} = E_{\varepsilon\pi} - I_{\varepsilon\pi} \cdot R_{KA} \Rightarrow V_{MN} = 6V$$

$$I_{\Sigma} = \frac{V_{MN}}{R_{\Sigma}} \Rightarrow I_{\Sigma} = 1A$$

$$I_K = \frac{P_K}{V_K} \Rightarrow I_K = 1A$$

άρα λειτουργεί κανονικά η συσκευή.

Δ1-(4)

α) τρόπος $M_\rho - m$ ισορροπία:

$$\sum \tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow N \cdot \frac{l}{2} \sigma v \nu \varphi + W \cdot \frac{l}{2} \sigma v \nu \varphi - T_1 \frac{l}{2} \eta \mu \varphi = 0 \Rightarrow N = 4N$$

β) τρόπος

$$\sum \tau_A = 0 \Rightarrow \tau_{F_{\Gamma_y}} + \tau_N = \tau_{F_{\Gamma_x}} + \tau_{W_\rho}$$

$$F_{\Gamma_y} \cdot \frac{l}{2} \sigma v \nu \varphi + N \cdot l \sigma v \nu \varphi = F_{\Gamma_x} \cdot \frac{l}{2} \eta \mu \varphi + W_\rho \cdot \frac{l}{2} \sigma v \nu \varphi$$

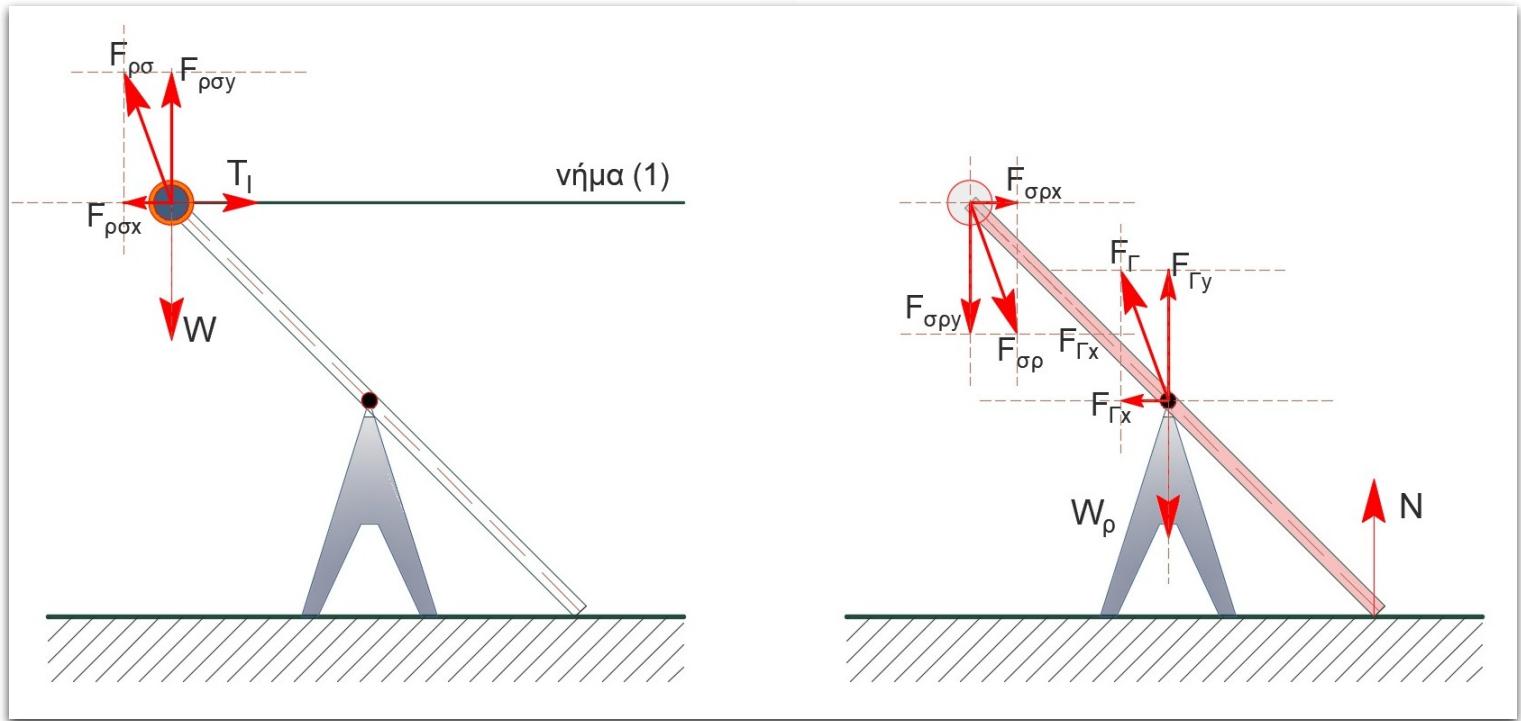
$$F_{\Gamma_y} + 2N = F_{\Gamma_x} \cdot \varepsilon \varphi \varphi + W_\rho$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{\Gamma_y} + N = W + W_\rho$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{\Gamma_x} = T_1$$

και μετά τις πράξεις $N = 14N$.

γ) τρόπος



Έστω $F_{\rho\sigma}$ η δύναμη που ασκεί η ράβδος στο σφαιρίδιο και $F_{\sigma\rho}$ η δύναμη που ασκεί το σφαιρίδιο στη ράβδο. Εξαιτίας του τρίτου νόμου του Νεύτωνα οι δυνάμεις θα έχουν ίσα μέτρα.

$$m \text{ ισορροπία} \quad \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{\rho\sigma x} = T_1 \Rightarrow F_{\rho\sigma x} = 10.5N$$

$$m \text{ ισορροπία} \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{\rho\sigma y} = W \Rightarrow F_{\rho\sigma y} = 10N$$

$$M_\rho \text{ ισορροπία} \quad \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{\sigma\rho x} = F_{\Gamma_x} \Rightarrow F_{\Gamma_x} = 10.5N$$

$$M_\rho \text{ ισορροπία} \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{\sigma\rho y} + W_\rho = F_{\Gamma_y} + N \Rightarrow N + F_{\Gamma_y} = 40$$

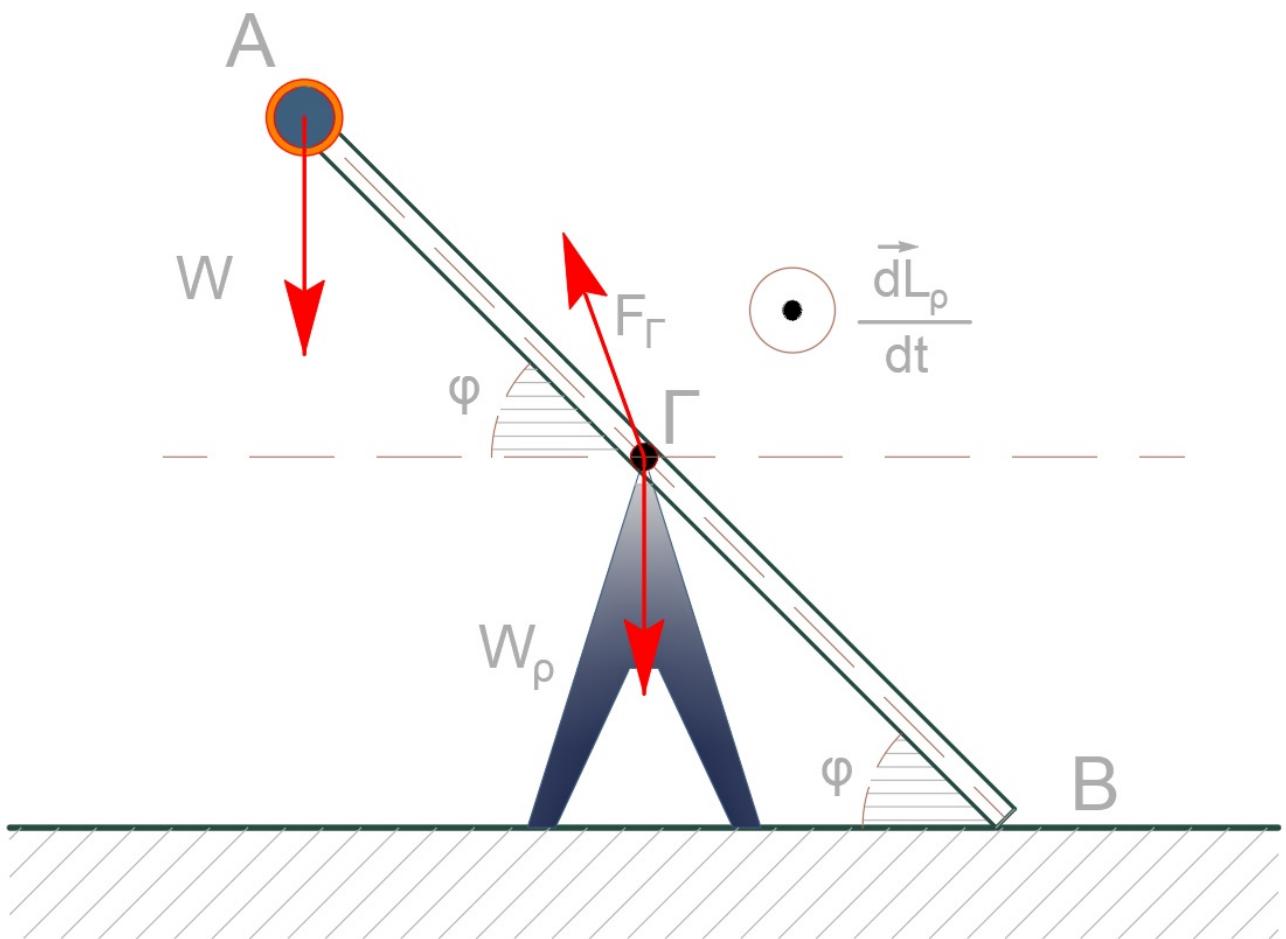
$$M_\rho \text{ ισορροπία} \quad \Sigma \tau_B = 0 \Rightarrow \tau_{F_{\sigma\rho x}} + \tau_{F_{\Gamma_y}} = \tau_{F_{\sigma\rho y}} + \tau_{F_{F_{\Gamma_x}}} + \tau_{W_\rho}$$

$$F_{\sigma\rho x} \cdot l \cdot \eta\mu\varphi + F_{\Gamma_y} \cdot \frac{l}{2} \cdot \sigma\nu\nu\varphi = F_{\sigma\rho y} \cdot l \cdot \sigma\nu\nu\varphi + F_{\Gamma_x} \cdot \frac{l}{2} \cdot \eta\mu\varphi + W_\rho \cdot \frac{l}{2} \cdot \sigma\nu\nu\varphi$$

και μετά τις πράξεις $F_{\Gamma_y} = 36N$ και $N = 14N$.

Δ2-(6)

α) τρόπος



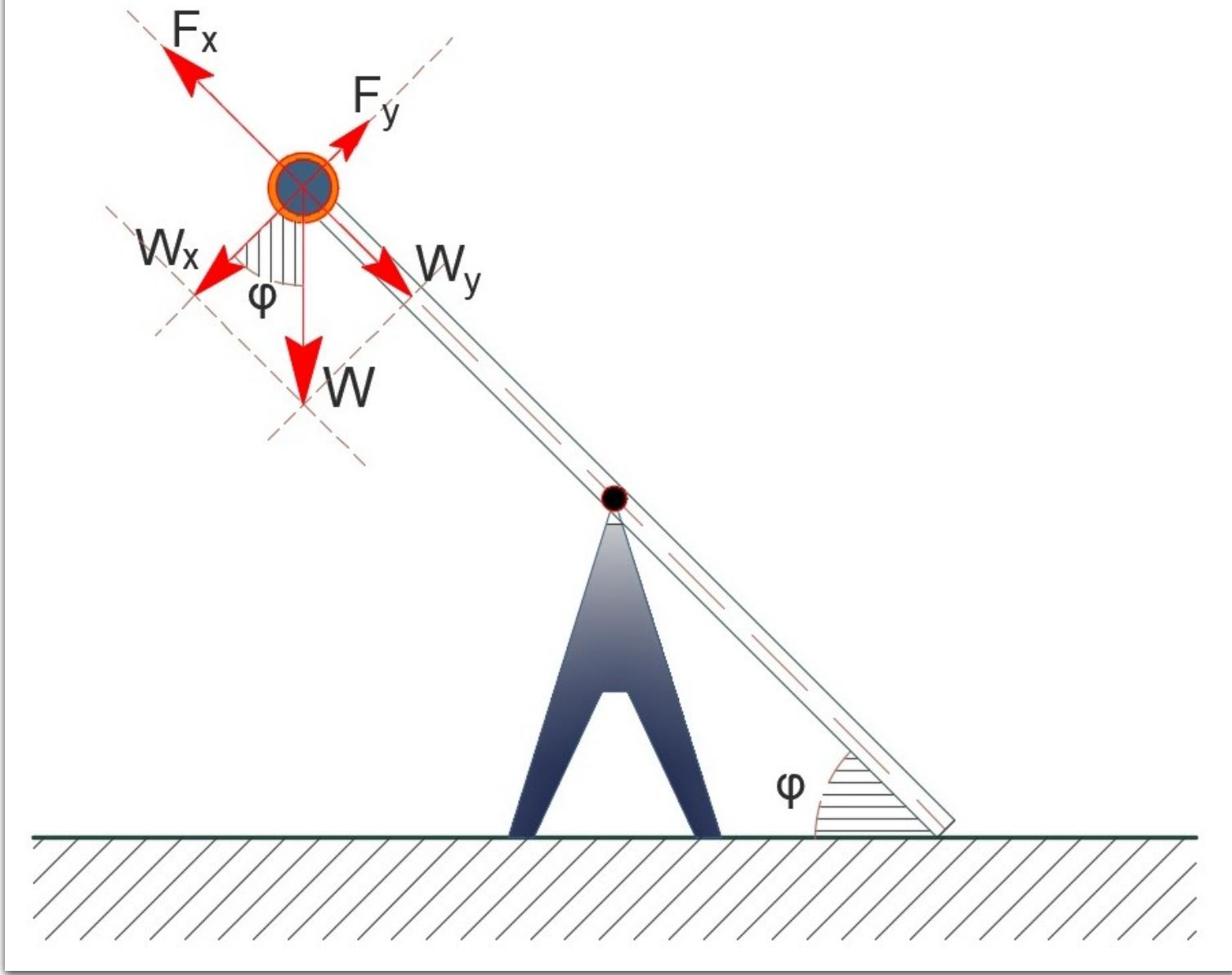
$$I_{o\lambda} = I_\rho + I_{\sigma\varphi} = \frac{1}{12} M_\rho l^2 + m \left(\frac{l}{2} \right)^2 \Rightarrow I_{o\lambda} = 2 kg \cdot m^2$$

$$m - M_\rho : \quad \Sigma \tau_{(\Gamma)} = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$$

$$W \cdot \frac{l}{2} \sigma v \nu \varphi = I_{o\lambda} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 3 \frac{rad}{s^2}$$

$$\frac{dL_\rho}{dt} = I_\rho \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} = 3 kg \cdot m^2 / s^2$$

$$\beta) \underline{\tau \rho \delta \pi o \varsigma}$$



Έστω \mathbf{F} η δύναμη που δέχεται το σφαιρίδιο από την ράβδο με συνιστώσες F_x και F_y , και \mathbf{F}' η δύναμη που ασκεί το σφαιρίδιο στην ράβδο. Ισχύει $\mathbf{F} = \mathbf{F}'$ εξαιτίας του τρίτου νόμου του Νεύτωνα.

$$m : F_{\varepsilon\pi\tau} = m \cdot \alpha_{\varepsilon\pi\tau} \Rightarrow W_x - F_y = m \cdot \alpha_{\varepsilon\pi\tau}$$

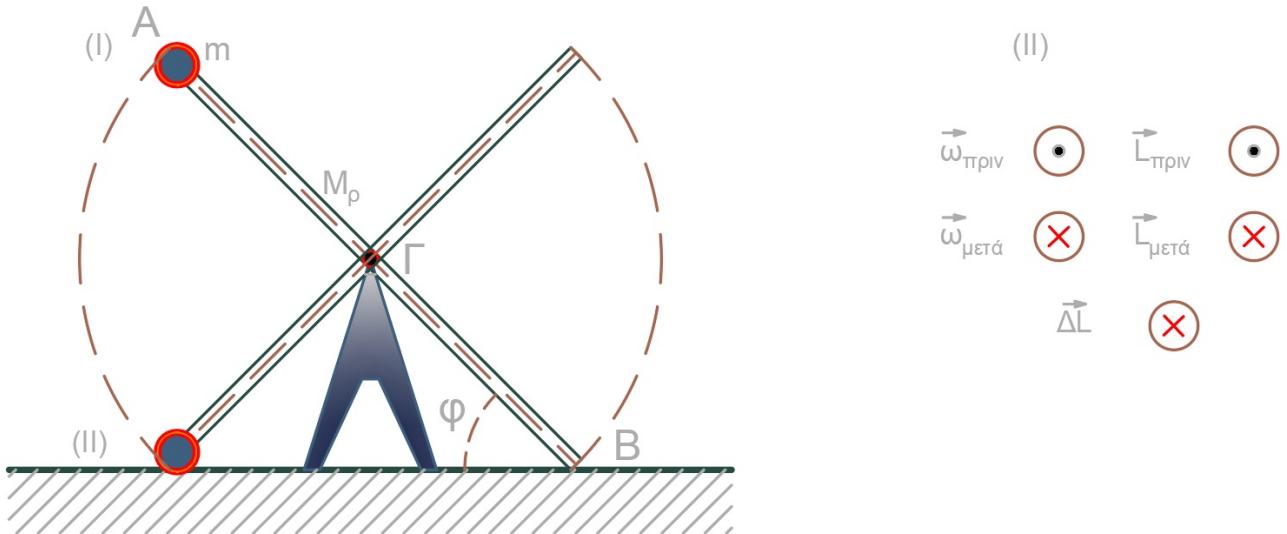
$$mg\sigma\nu\nu\varphi - F_y = m \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \frac{l}{2}$$

$$\tau_{F'_y} = \frac{dL_\rho}{dt} \Rightarrow F_y \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{12} M_\rho \cdot l^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{6F_y}{lM_\rho}$$

$$F_y = \frac{mg\sigma\nu\nu\varphi}{1 + \frac{6ml}{2M_\rho}} \Rightarrow F_y = 3N$$

$$\frac{dL_\rho}{dt} = \tau_{F_y} = F_y \cdot \frac{l}{2} \Rightarrow \frac{dL_\rho}{dt} = 3 \frac{k\text{gm}^2}{s^2}$$



$\alpha) \underline{\tau\rho\delta\pi\sigma}$

$$A. \Delta. M. E. \quad m - M_p \quad (I \rightarrow II) : E_I^{M H X} = E_{II}^{M H X}$$

$$K_I + U_I = K_{II} + U_{II} \Rightarrow 0 + mg l \eta \mu \varphi + U_{M_p}^I = \frac{1}{2} I \omega^2 + 0 + U_{M_p}^{II}$$

και μετά τις πράξεις $\omega = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$\beta) \underline{\tau\rho\delta\pi\sigma}$

$$\Theta. M. K. E. I \rightarrow II \quad K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B \Rightarrow \frac{1}{2} I_{o\lambda} \omega^2 = mg l \eta \mu \varphi \Rightarrow \omega = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

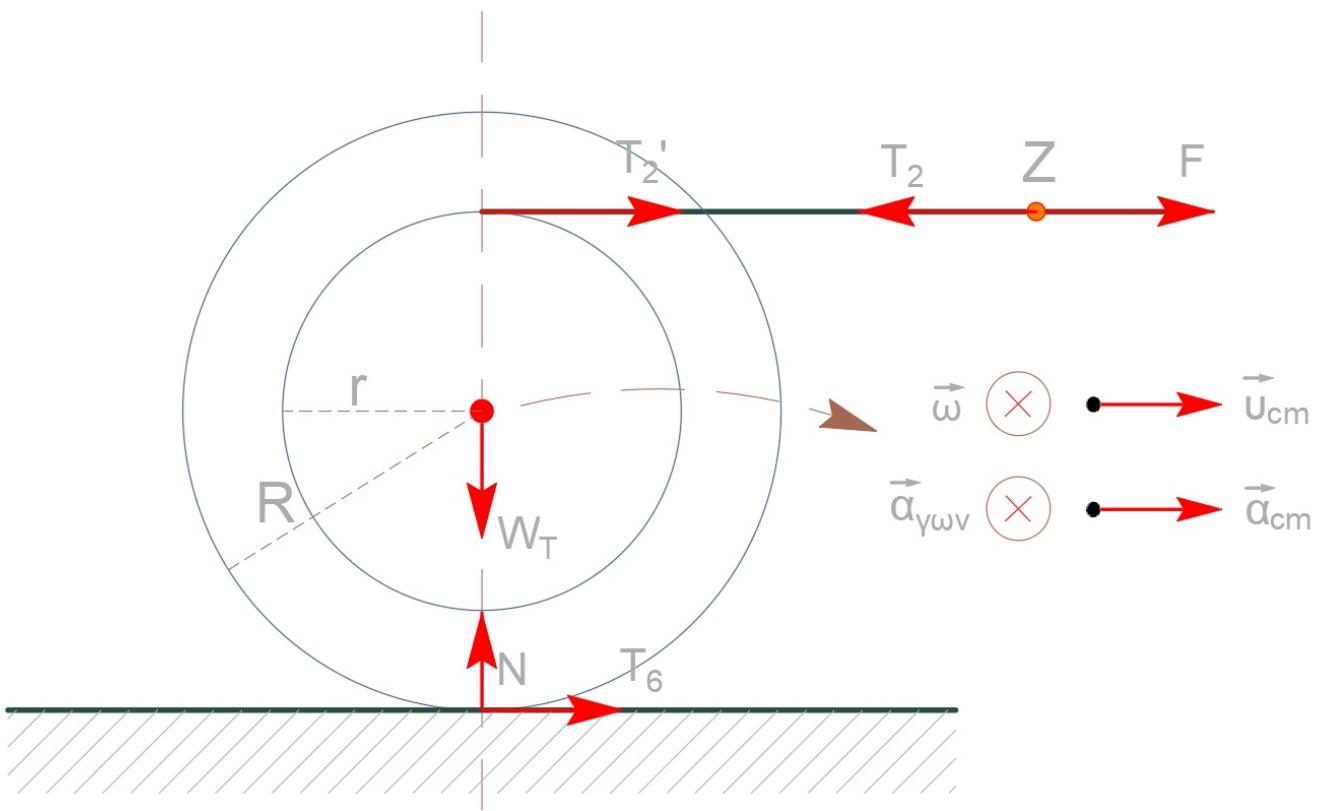
$$|\vec{L}_{\pi\rho\nu}| = I_{o\lambda} |\vec{\omega}| \Rightarrow |\vec{L}_{\pi\rho\nu}| = 8 \text{kg} \frac{m^2}{s}$$

$$|\vec{L}_{\mu\varepsilon\tau\dot{\alpha}}| = I_{o\lambda} \frac{|\vec{\omega}|}{2} \Rightarrow |\vec{L}_{\mu\varepsilon\tau\dot{\alpha}}| = 4 \text{kg} \frac{m^2}{s}$$

$$\Delta \vec{L} = \vec{L}_{\mu\varepsilon\tau\dot{\alpha}} - \vec{L}_{\pi\rho\nu} \Rightarrow |\Delta \vec{L}| = |\vec{L}_{\mu\varepsilon\tau\dot{\alpha}}| - (-|\vec{L}_{\pi\rho\nu}|) \Rightarrow |\Delta \vec{L}| = |\vec{L}_{\mu\varepsilon\tau\dot{\alpha}}| + |\vec{L}_{\pi\rho\nu}|$$

άρα το μέτρο του $\Delta \vec{L}$ είναι $|\Delta \vec{L}| = 12 \text{kg} \frac{m^2}{s}$ και η φορά φαίνεται στο σχήμα.

$\Delta 4-(4)$



α) τρόπος

Νήμα αβαρές και μη εκτατό $F = T_2 = T_2' = 12N$

M_τ μεταφορική κίνηση

$$\Sigma F = M_\tau \alpha_{cm} \Rightarrow T_2' + T_{\sigma\tau} = M_\tau \cdot \alpha_{cm}$$

$$K.X.O. \quad \Delta x_{cm} = \Delta\theta \cdot R \Rightarrow v_{cm} = \omega R \Rightarrow \alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R$$

M_τ στροφική κίνηση

$$\Sigma \tau = I_\tau \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_2' \cdot r - T_{\sigma\tau} \cdot R = I_\tau \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$$

και μετά τις πράξεις $\alpha_{cm} = 2 \frac{m}{s^2}$

β) τρόπος

Α, σημείο επαφής τροχαλίας δαπέδου

$$I_A = I_{cm} + M_\tau \cdot R^2 \Rightarrow I_A = \frac{3}{2} M_\tau \cdot R^2$$

$$\Sigma \tau_{(A)} = I_A \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow F \cdot (R + r) = \frac{3}{2} M_\tau \cdot R^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 5 \frac{\text{rad}}{s^2}$$

$$\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R^2 \Rightarrow \alpha_{cm} = 2 \frac{m}{s^2}$$

Δ5-(6)

α) τρόπος

Από $t_o = 0$ έως $t_1 = 2s$:

$$\Delta x_Z = \Delta x_{cm} + \Delta\theta \cdot r = \Delta\theta \cdot R + \Delta\theta \cdot r = \Delta\theta \cdot (R + r) = \frac{\Delta x_{cm}}{R} (R + r)$$

$$\Delta x_{cm} = \frac{1}{2} \alpha_{cm} t_1^2 \Rightarrow \Delta x_{cm} = 4m$$

$$W_F = F \cdot \Delta x_Z \cdot \sigma v \nu 0 \Rightarrow W_F = 84J$$

β) τρόπος

$$W_F^{\mu\text{εταφορική}} = F \cdot \Delta x_{cm} = F \cdot \frac{1}{2} \alpha_{cm} t_1^2 = 48J$$

$$W_{\tau_F}^{\sigma\text{τροφική}} = \tau_F \cdot \theta = F \cdot r \cdot \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} t_1^2 = 36J$$

$$W_F = W_F^{\mu\text{εταφορική}} + W_{\tau_F}^{\sigma\text{τροφική}} \Rightarrow W_F = 84J$$

γ) τρόπος

$$\Delta x_Z = \Delta x_{cm} + \Delta\theta \cdot r \Rightarrow \alpha_Z = \alpha_{cm} + \alpha_{\gamma\omega\nu} r$$

$$\alpha_Z = \alpha_{cm} + \frac{\alpha_{cm}}{R} \cdot r \Rightarrow \alpha_Z = \alpha_{cm} \left(1 + \frac{r}{R}\right) \Rightarrow \alpha_Z = \frac{7}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$W_F = F \cdot \Delta x_Z \cdot \sigma v \nu \varphi \Rightarrow W_F = 84J$$

δ) τρόπος

$$\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t_1 \Rightarrow \omega = \frac{\alpha_{cm}}{R} \cdot t_1 \Rightarrow \omega = 10 \frac{rad}{s}$$

$$v_{cm} = \omega \cdot R \Rightarrow v_{cm} = 4 \frac{m}{s}$$

$$\Theta. M. K. E. \cdot t_o \rightarrow t_1 \Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_1 - K_o = W_F$$

$$W_F = \frac{1}{2} I_{o\lambda} \omega^2 + \frac{1}{2} M_\tau v_{cm}^2 \Rightarrow W_F = 84J$$