S.T.E.M.

Μοριοδότηση 2017

Ενδεικτικές απαντήσεις και από γραπτά μαθητών

Θέμα Α

A1 - δ

A2 - γ

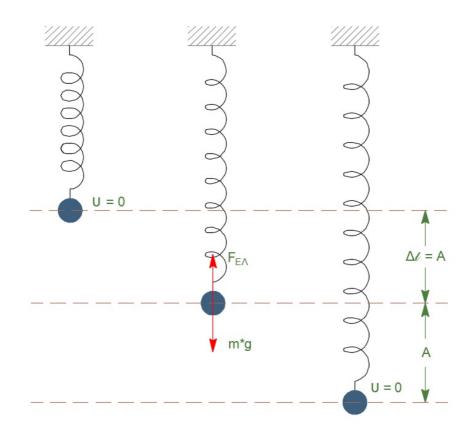
A3 - lpha

A4 - δ

A5: $\Lambda - \Sigma - \Sigma - \Sigma - \Lambda$

Θέμα Β

B1-(ii)



α) τρόπος

$$m, \alpha \alpha \tau$$
:

$$\begin{split} (\Theta \mathbf{I}) \Sigma F &= 0 \Rightarrow \\ F_{\varepsilon \lambda} - mg &= 0 \Rightarrow \\ k \Delta l &= mg \Rightarrow \\ \Delta l &= \frac{mg}{k} \end{split}$$

Επειδή στη ΘΦΜ v=0, άρα $\Delta l=A$

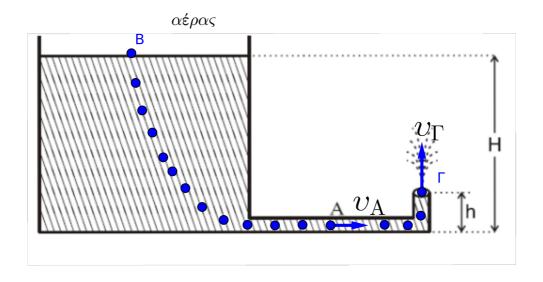
$$U_{arepsilon\lambda_{max}}=U_{arepsilon\lambda(\Gamma')}=rac{1}{2}k(2A)^2=rac{1}{2}k4A^2=2krac{m^2g^2}{k^2}=rac{2m^2g^2}{k}$$

β) τρόπος

Θ.Μ.Κ.Ε από την θέση Φυσικού Μήκους στην ακραία απομάκρυνση

$$\Delta ext{K} = \Sigma W \Rightarrow K_{ auarepsilon\lambda} - ext{K}_{lpha
ho\chi} = W_F + W_B \Rightarrow 0 - 0 = -rac{1}{2} \cdot k \cdot y^2 + m \cdot g \cdot y \Rightarrow y (m \cdot g - rac{1}{2} \cdot k \cdot y) = 0$$
 $y = rac{2 \cdot m \cdot g}{k}$
 $U_{arepsilon\lambda_{max}} = rac{1}{2} \cdot k \cdot y^2 \Rightarrow U_{arepsilon\lambda_{max}} = rac{2m^2 g^2}{k}$

B2 - (*ιιι*)



α) τρόπος

Από εξίσωση Bernoulli: $B o \Gamma$

$$egin{aligned} P_B + rac{1}{2}
ho v_{
m B}^2 +
ho g H &= P_\Gamma + rac{1}{2}
ho v_\Gamma^2 +
ho g h \overset{P_B = P_\Gamma = P_{at}}{\displaystyle igodesignedown} \
ho g 5 h &= rac{1}{2}
ho v_\Gamma^2 +
ho g h \Rightarrow v_\Gamma^2 = 8 g h \Rightarrow v_\Gamma = 2 \sqrt{2g h} \end{aligned}$$

Σύμφωνα με την εξίσωση συνέχειας, η παροχή είναι ίδια για όλα τα σημεία του σωλήνα. Άρα η παροχή στα σημεία Α και Γ είναι

$$\Pi_{
m A}=\Pi_{
m B}\Rightarrow A_Av_{
m A}={
m A}_\Gamma v_\Gamma\Rightarrow v_{
m A}=v_\Gamma=2\sqrt{2gh}$$

άρα σωστό το (iii)

β) τρόπος

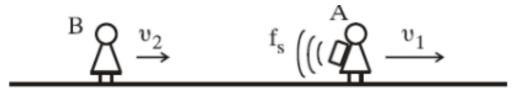
Από εξίσωση Bernoulli: $A
ightarrow \Gamma$

$$P_{
m A}+rac{1}{2}
ho v_{
m A}^2+0=P_{\Gamma}+rac{1}{2}
ho v_{\Gamma}^2+
ho gh \stackrel{P_{\Gamma}=P_{at}}{\Longrightarrow}
onumber
onumber$$

Από εξίσωση Bernoulli: $\mathrm{B} o A$

$$P_B+rac{1}{2}
ho v_{
m B}^2+
ho gH=P_A+rac{1}{2}
ho v_A^2+0 \Rightarrow P_B+rac{1}{2}
ho v_{
m B}^2+
ho g5h=P_{at}+
ho gh+rac{1}{2}
ho v_{
m A}^2 \
ho g5h=rac{1}{2}
ho v_A^2+
ho gh \Rightarrow v_A^2=8gh \Rightarrow v_A=2\sqrt{2gh}$$

άρα σωστό το (iii)



α) τρόπος

Ο παρατηρητής B πλησιάζει την πηγή A και η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή B άρα θα ισχύει

$$f_{
m B} = rac{v_{\eta\chi} + v_2}{v_{\eta\chi} + v_1} f_s = rac{v_{\eta\chi} + rac{v_{\eta\chi}}{10}}{v_{\eta\chi} + rac{v_{\eta\chi}}{5}} f_s = rac{rac{11v_{\eta\chi}}{10}}{rac{6v_{\eta\chi}}{5}} f_s = rac{11\cdot 5}{10\cdot 6} f_s = rac{11}{12} f_s$$

άρα σωστό το (ii)

β) τρόπος

Όταν ο παρατηρητής B πλησιάζει προς την πηγή φτάνουν σε αυτόν περισσότερα μέγιστα στη μονάδα του χρόνου απο όσα παράγει στον ίδιο χρόνο η πηγή. Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ο ήχος ως προς τον παρατηρητή είναι $v_{\eta\chi}+v_2$ και η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι

$$f_B = rac{v_{\eta\chi} + v_2}{v} \cdot f_s$$

Όταν η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή, η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ο ήχος ως προς τον αέρα θα είναι πάλι $v_{\eta\chi}$, αφού εξαρτάται μόνο από το μέσον διάδοσης, ενώ το μήκος κύματος που φτάνει στον παρατηρητή αυξάνεται. Ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα στην εκπομπή δύο μεγίστων είναι μία περίοδος T. Αν τη στιγμή t η πηγή εκπέμπει ένα μέγιστο, τη στιγμή $t+\Delta t$ το μέγιστο θα έχει απομακρυνθεί από τον παρατηρητή κατά λ αλλά και η πηγή θα έχει απομακρυνθεί κατά $v_1\cdot T$. Η απόσταση ανάμεσα στα δυο διαδοχικά μέγιστα είναι $\lambda+v_1\cdot T$. Αυτή την απόσταση αντιλαμβάνεται ως μήκος κύματος ο παρατηρητής. Επομένως

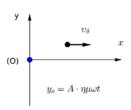
$$egin{aligned} \lambda_{
m B} &= \lambda + v_1 \cdot T \Rightarrow \lambda_{
m B} = rac{v_{\eta\chi}}{f_s} + rac{v_1}{f_s} \ f_B &= rac{v_{\eta\chi}}{\lambda_{
m B}} \Rightarrow f_B = rac{v_{\eta\chi}}{rac{v_{\eta\chi} + v_1}{f_s}} \Rightarrow f_B = rac{v_{\eta\chi}}{v_{\eta\chi} + v_1} \cdot f_s = \end{aligned}$$

Συνθέτοντας τις δύο περιπτώσεις κίνησης αφού και η πηγή και ο παρατηρητής κινούνται σε σχέση με το μέσον διάδοσης, η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι

$$f_{
m B}=rac{v_{\eta\chi}+v_2}{v_{\eta\chi}+v_1}f_s$$

Θέμα Γ

г1



$$-A
ightarrow +A:\Delta t=rac{T}{2}=0,4s\Rightarrow T=0,8s$$

σε Δt η διαταραχή διαδόθηκε σε απόσταση $\Delta x = 4cm = 0,04m$.

$$v_{\delta}=rac{\Delta x}{\Delta t}=rac{0,04}{0,4}=0,1m/s$$
 $v_{\delta}=rac{\lambda}{T}\Rightarrow\lambda=0,08m$

Το Δm εκτελεί α.α.τ.:

$$D = \Delta m \cdot \omega^2 = \Delta m \frac{4\pi^2}{T^2} = 10^{-6} \frac{4\pi^2}{0,64} = \frac{\pi^2}{16} 10^{-4} \frac{N}{m}$$
 $E_T = \frac{1}{2} D \cdot A^2 \Rightarrow 5\pi^2 10^{-7} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi^2}{16} 10^{-4} A^2$ $A^2 = 0, 16 \Rightarrow A = 0, 4m \left(\pi \lambda \acute{\alpha} au \sigma \varsigma\right)$

Г2

Η εξίσωση του κύματος είναι:

$$y_{(x,t)} = A\eta\mu\left(rac{2\pi t}{T} - rac{2\pi x}{\lambda}
ight) = 0, 4\eta\mu\left(rac{5\pi t}{2} - 25\pi x
ight) ext{ (SI)}$$

Στιγμιότυπο την $t_1=1,4s$:

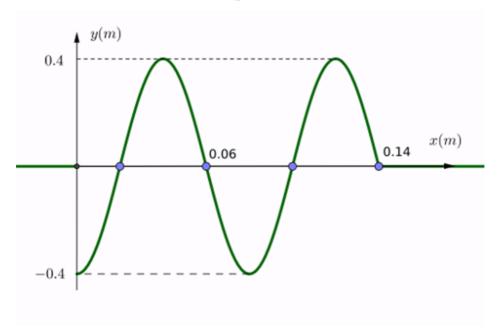
Την t_1 η διαταραχή έφτασε στη θέση

α) τρόπος

$$x_1=v_\delta t_1=0, 1\cdot 1, 4=0, 14m, N_1=rac{x_1}{\lambda}=rac{0,14}{0,08}=rac{14}{8}=rac{7}{4}$$
 μήκη κύματος

β) τρόπος

$$arphi_{t_1}=0\Rightarrowrac{5\pi\cdot 1,4}{2}-25\pi x_1=0\Rightarrow x_1=0,14m$$



$$y_{t_1} = \left\{egin{array}{ll} 0,4\eta\mu\left(3,5\pi-25\pi x
ight), & 0 \leq x \leq 0,14m \ 0, & 0,14m < x \end{array}
ight. \ x = 0, y_0 = 0, 4\eta\mu 3, 5\pi = -0, 4m$$

Г3

 $ext{A}\Delta ext{E}_{ aulpha\lambda}$ για $ext{\Delta}m$

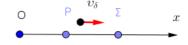
Για $y=0,2m=rac{A}{2}$

$$E_T = K + U \Rightarrow E_T = K + rac{1}{2}Dy^2 \stackrel{y = rac{A}{2}}{\Longrightarrow} E_T = K + rac{1}{2}Drac{A^2}{4} \Rightarrow E_T = K + rac{1}{4}E_T \Rightarrow K = rac{3}{4}E_T = rac{3}{4}5\pi^210^{-7} = rac{3\pi^2}{8}10^{-6}J$$

β) τρόπος

$$y = A\eta\mu\varphi = \frac{A}{2} \Rightarrow \eta\mu\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \begin{cases} 2k\pi + \frac{\pi}{6}, & k = 0, 1, 2, \dots (1) \\ 2k\pi + \frac{5\pi}{6}, & k = 0, 1, 2, \dots (2) \end{cases}$$
$$v = \omega A\sigma v\nu\varphi = \begin{cases} = \omega A\sigma v\nu \left(2k\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\omega A\sqrt{3}}{2} \\ \omega A\sigma v\nu \left(2k\pi + \frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\omega A\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$
$$K = \frac{1}{2}\Delta m \cdot v^2 = \frac{1}{2}\Delta m \left(\pm \frac{\omega A\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\Delta m \cdot \frac{\omega^2 A^2 3}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}D \cdot A^2 = \frac{3}{4}E_T$$

Г4



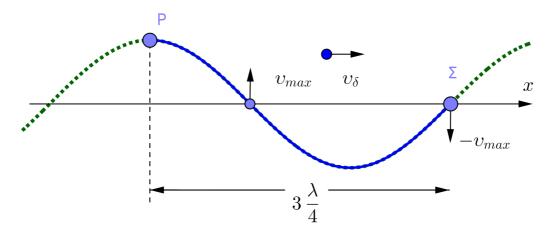
α) τρόπος

$$egin{aligned} arphi_{
m P} - arphi_{
m \Sigma} &= rac{3\pi}{2} rad, (arphi_{
m P} > arphi_{
m \Sigma}) \ \ y_{
m P} = 0, 4m = A \ \ y_{
m P} &= A\eta\muarphi_{
m P} \end{aligned} egin{aligned} \eta\muarphi_{
m P} &= 1 \implies arphi_{
m P} = 2k\pi + rac{\pi}{2}, k = 0, 1, 2, \ldots \ \ 2k\pi + rac{\pi}{2} - arphi_{
m \Sigma} &= rac{3\pi}{2} \Rightarrow arphi_{
m \Sigma} = 2k\pi - \pi \end{aligned}$$

Άρα

$$v_{\Sigma} = rac{5\pi}{2} \cdot 0, 4 \cdot \sigma v
u \left(2k\pi - \pi
ight) \Rightarrow v_{\Sigma} = -\pi rac{m}{s}$$

β) τρόπος



$$\begin{split} \varphi_{\mathrm{P}} - \varphi_{\Sigma} &= \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \\ \frac{5\pi t}{2} - 25\pi x_{\mathrm{P}} - \left(\frac{5\pi t}{2} - 25\pi x_{\Sigma}\right) &= \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x_{\Sigma} - x_{\mathrm{P}} = \frac{3}{50} \\ \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_{\mathrm{P}}}{\lambda} - \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_{\Sigma}}{\lambda}\right) &= \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x_{\Sigma} - x_{\mathrm{P}} = \frac{3\lambda}{4} \end{split} \right\}$$

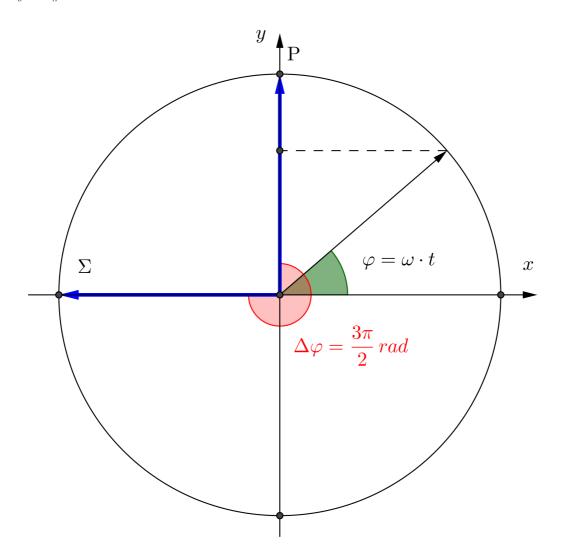
όταν $y_{
m P}=A$, $v_{\Sigma}=-\omega A=-\pirac{m}{s}$

γ) τρόπος

$$\begin{split} \varphi_{\rm P} - \varphi_{\Sigma} &= \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \varphi_{\Sigma} = \varphi_{\rm P} - \frac{3\pi}{2} \\ y_{\rm P} &= {\rm A} \cdot \eta \mu \varphi_{\rm P} \Rightarrow \eta \mu \varphi_{\rm P} = 1 \\ v_{\Sigma} &= {\rm A} \omega \sigma v v \varphi_{\Sigma} = {\rm A} \omega \sigma v v (\varphi_{\rm P} - \frac{3\pi}{2}) = -{\rm A} \omega \eta \mu \varphi_{\rm P} \Rightarrow v_{\Sigma} = -\pi \frac{m}{s} \end{split}$$

δ) τρόπος

Κάθε μέγεθος που μεταβάλλεται αρμονικά με τον χρόνο μπορεί να αναπαρασταθεί με ένα περιστρεφόμενο διάνυσμα, το οποίο περιστρέφεται σε σταθερή γωνιακή ταχύητα ω και η προβολή του στον κατακόρυφο άξονα yy' δίνεται από την σχέση $y=A\eta\mu\omega t$.

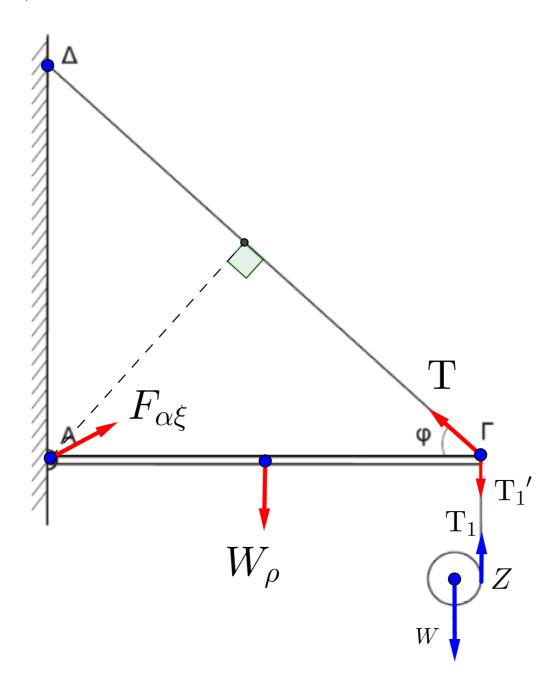


Η διαφορά φάσης των δύο περιστρεφόμενων διανυσμάτων είναι

$$\Delta arphi = rac{3\pi}{2} rad$$

από το σχήμα βγαίνει το συμπέρασμα ότι το σημείο Σ βρίσκεται στην θέση ισορροπίας του και κινείται με φορά προς τον αρνητικό ημιάξονα.

Θέμα Δ



Δ1

α) τρόπος

$$0=v_{\Gamma}=v_{Z}=v_{cm}-v_{\gamma
ho_{
m Z}}\Rightarrow v_{cm}=\omega R\Rightarrow a_{cm}=a_{\gamma\omega
u}\cdot R$$

Ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς το σημείο Z με θεώρημα Steiner

$$I_Z = I_{cm} + m \cdot R^2 \Rightarrow I_Z = rac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 + m \cdot R \Rightarrow I_Z = rac{3}{2} \cdot m \cdot R^2$$
 $\Sigma au_{
m Z} = {
m I}_{
m Z} \cdot lpha_{\gamma\omega
u} \Rightarrow m \cdot g \cdot R = rac{3}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot lpha_{\gamma\omega
u} \Rightarrow lpha_{cm} = rac{2g}{3} \Rightarrow lpha_{cm} = rac{20}{3} rac{m}{s^2}$

β) τρόπος

$$\begin{split} \Sigma F &= m \cdot a_{cm} \Rightarrow W - T_1 = m \cdot a_{cm} \\ \Sigma \tau &= I \alpha_{\gamma \omega \nu} \Rightarrow T_1 \cdot R = \frac{1}{2} m R^2 \cdot \alpha_{\gamma \omega \nu} \end{split} \right\} \\ T_1 &= \frac{m \cdot a_{cm}}{2}, W = \frac{3m \cdot a_{cm}}{2} \\ 0 &= v_{\Gamma} = v_Z = v_{cm} - v_{\gamma \rho_Z} \Rightarrow v_{cm} = \omega R \Rightarrow a_{cm} = \\ a_{\gamma} R \Rightarrow a_{cm} = \frac{2}{3} g = \frac{20}{3} \frac{m}{s^2} \end{split}$$

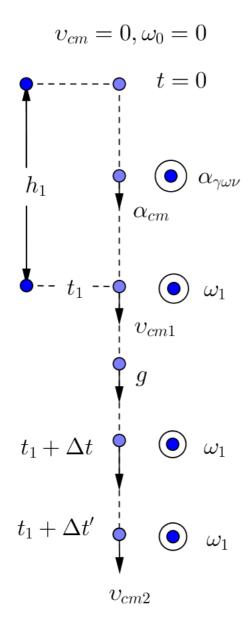
Δ2

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_1' = T_1 = \frac{2 \cdot 20}{2 \cdot 3} = \frac{20}{3} N$$

3ος Νόμος του Νεύτωνα και νήμα αβαρές μη εκτατό Για τη ράβδο που ισορροπεί

$$\Sigma_{ au_{({
m A})}} = 0 \Rightarrow w_
ho \cdot rac{l}{2} + T_1' \cdot l - T \cdot l \cdot \eta \mu arphi = 0 \Rightarrow T = rac{100}{3} N$$

Δ3



α) τρόπος

$$egin{aligned} h_1 &= rac{1}{2} a_{cm} t_1^2 \Rightarrow 0, 3 = rac{1}{2} \cdot rac{20}{3} t_1^2 \Rightarrow t_1 = 0, 3s \ a_{\gamma\omega
u} &= rac{a_{cm}}{R} = rac{200}{3} r/s^2 \ w_1 &= a_{\gamma\omega
u} t_1 = 20 r/s \ t &\to t_1 + \Delta t : \ au_{w_{cm}} &= 0 = rac{\Delta L}{\Delta t} \Rightarrow L_{t_1} = L_{t_1 + \Delta_t} \end{aligned}$$

Η μόνη δύναμη που ασκείται στο δίσκο είναι το βάρος W.

Όπου

$$L_{t_1}=I\cdot\omega_1$$
 $I=rac{1}{2}mR^2=rac{1}{2}\cdot2\cdot0, 1^2=0,01kgm^2$

Άρα

$$L_{t_1}=0,2kgrac{m^2}{s}=L_{t_1+\Delta t}$$

β) τρόπος

$$\begin{split} \Theta \text{MKE}_{(0 \to h_1)}: \\ \mu \varepsilon \tau: \frac{1}{2} m v_{cm1}^2 - 0 &= W \cdot h_1 - T_1 \cdot h_1 \\ \sigma \tau \rho: \frac{1}{2} I \omega_1^2 - 0 &= + (T_1 \cdot R) \cdot \theta_1 \\ v_{cm1} &= \omega_1 \cdot R \\ x_{cm} &= \theta \cdot R \Rightarrow h_1 = \theta_1 \cdot R \\ \frac{1}{2} m v_{cm1}^2 + \frac{1}{2} I \omega_1^2 &= mgh_1 \Rightarrow \\ \frac{1}{2} v_{cm1}^2 + \frac{1}{4} \cdot v_{cm1}^2 &= gh_1 \Rightarrow v_{cm1}^2 &= \frac{4gh_1}{3} \Rightarrow \\ v_{cm1} &= 2m/s \Rightarrow \omega_1 = 20r/s \\ \Rightarrow L_{t_1} &= I \omega_1 = 0, 2kg \frac{m^2}{s} \Rightarrow L_{t_1} = 0, 2kg \frac{m^2}{s} \end{split}$$

γ) τρόπος

Η δύναμη T_1 δε μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της, αφού κάθε στιγμή ασκείται σε διαφορετικό σημείο του δίσκου, λειτουργεί δηλαδή όπως η στατική τριβή στη Κ.Χ.Ο. Επομένως η μηχανική ενέργεια του δίσκου διατηρείται.

$$\begin{split} A\Delta \text{ME}_{(0,h_1)}: \\ K_{(0)} + U_{(0)} &= K_{(t_1)} + U_{(t_1)} \\ 0 + mgh_1 &= \left(\frac{1}{2}mv_{cm1}^2 + \frac{1}{2}I\omega_1^2\right) + 0 \\ mgh_1 &= \frac{1}{2}m\omega_1^2R^2 + \frac{1}{2}I\omega_1^2 \\ mgh_1 &= I\omega_1^2 + \frac{1}{2}I\omega_1^2 = 3 \cdot \frac{1}{2}I\omega_1^2 \\ K_{\sigma\tau\rho} &= \frac{1}{2}I\omega_1^2 \\ L &= I\omega_1 \\ mgh_1 &= 3K_{(\sigma\tau\rho)} \\ \end{pmatrix} \Rightarrow mgh_1 &= \frac{3L^2}{2I} \\ 9 \cdot 10 \cdot 0, 3 &= \frac{3L_{t_1}^2}{2 \cdot 0, 01} \Rightarrow L_{t_1} = 0, 2kg\frac{m^2}{s} \end{split}$$

Δ4

$$\begin{split} \frac{K_{\sigma\tau\rho(t_2)}}{K_{\mu\varepsilon\tau(t_2)}} &= \frac{\frac{1}{2}I\omega_2^2}{\frac{1}{2}mv_{cm_2}^2} \\ t_1 &= t_2: \\ \Sigma\tau_{cm} &= 0 \Rightarrow \omega_2 = \omega_1 = 20r/s \\ \Sigma F &= m \cdot a_{cm} \Rightarrow W = m \cdot a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = g = 10m/s^2 \\ v_{cm_2} &= v_{cm_1} + g \cdot \Delta t' = 2 + 10 \cdot 0, 1 = 3m/s \\ \frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}} &= \frac{\frac{1}{2}I\omega^2}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{\frac{1}{2}mR^2\omega_2^2}{mv_2^2} = \frac{2}{9} \\ \frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}} &= \frac{2}{9} \end{split}$$

← Previous Archive Next -

0 Comments Science Technology Engineering Mathematics



O Recommend



Ταξινόμηση με βάση τα καλύτερα



Start the discussion...

Be the first to comment

🖾 Subscribe 👂 Προσθέστε το Disqus στην ιστοσελίδα σαςAdd DisqusAdd 🔒 Ιδιωτικότητα

Published 13 June 2017 Category

Άσκηση

Tags

Βαθμολογικό ³

© 2017 Panagiotis Petridis with help from Jekyll Bootstrap and The Hooligan Theme