

# Μοριοδότηση 2019

Ενδεικτικές απαντήσεις και από γραπτά μαθητών

Θέμα A

A1 -  $\beta$

A2 -  $\gamma$

A3 -  $\alpha$

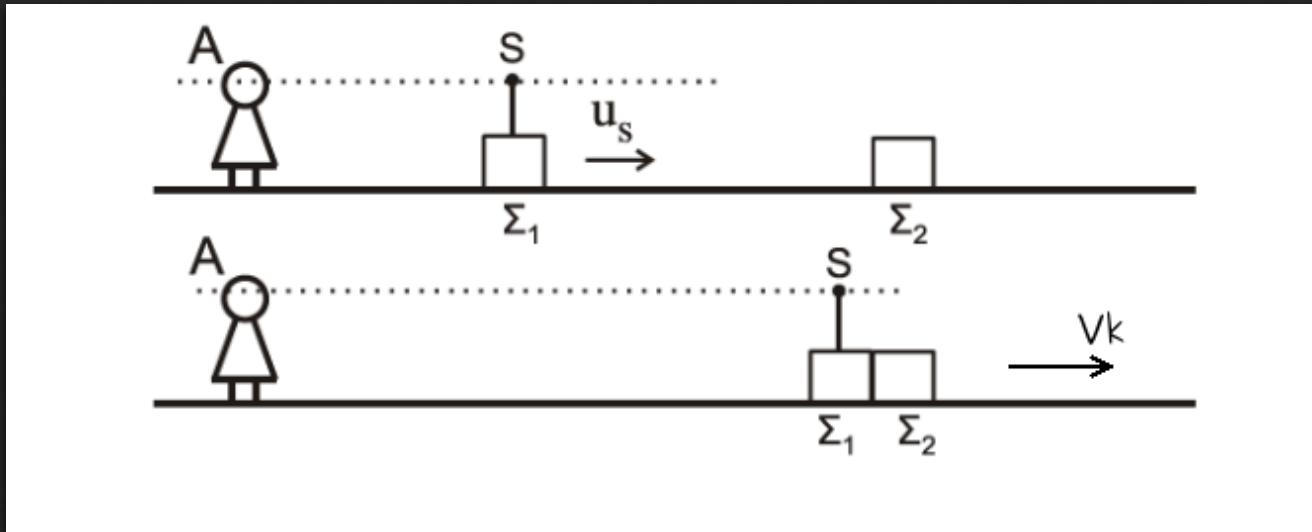
A4 -  $\gamma$

A5:  $\Lambda - \Sigma - \Lambda - \Sigma - \Sigma$

Θέμα B

B1-(ii) - 2 - 6

(2)



$$\sum \vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow \text{Α.Δ.Ο.} \quad \vec{p}_{\pi\rho\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$m \cdot u_s = (m + m) \cdot V_k \Rightarrow V_k = \frac{m \cdot u_s}{2 \cdot m} \Rightarrow V_k = \frac{u_H}{40}$$

(2)

$$f_1 = \frac{u_H}{u_H + u_s} \cdot f_s$$

(1)

$$f_2 = \frac{u_H}{u_H + V_k} \cdot f_s$$

(1)

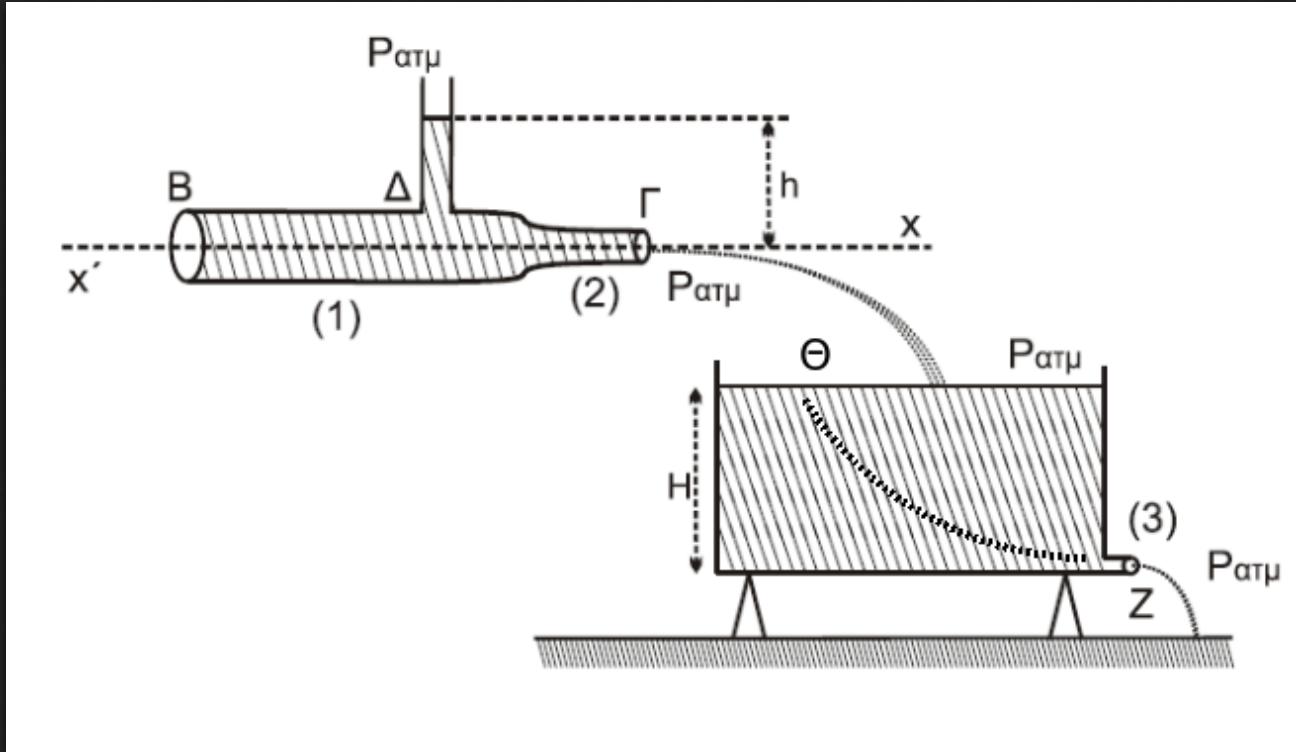
$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{u_H + V_k}{u_H + u_s} = \frac{u_H + \frac{u_H}{40}}{u_H + \frac{u_H}{20}} = \frac{\frac{41u_H}{40}}{\frac{21u_H}{20}} = \frac{41}{42}$$

(2)

άρα σωστό το *ii*

**B2 - (iii) - 2 - 6**

(2)



Όταν σταθεροποιείται το ύψος στο δοχείο

$$\Pi_2 = \Pi_3 \Rightarrow A_2 \cdot v_2 = A_3 \cdot v_3 \quad \xrightarrow{A_3 = \frac{A_2}{2}} \quad v_2 = \frac{v_3}{2}$$

(1)

Εξίσωση Bernoulli για μια ρευματική γραμμή ( $\Theta \rightarrow Z$ )

$$P_\Theta + \frac{1}{2}\rho \cdot v_\Theta^2 + \rho \cdot g \cdot H = P_Z + \frac{1}{2}\rho \cdot v_3^2 \Rightarrow P_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot H = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho \cdot v_3^2$$

$$v_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

(1)

Εξίσωση συνέχειας ( $\Delta \rightarrow \Gamma$ )

$$\Pi_1 = \Pi_2 \Rightarrow A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \xrightarrow{A_1=2A_2} v_2 = 2v_1$$

(1)

Εξίσωση Bernoulli για μια οριζόντια ρευματική γραμμή ( $\Delta \rightarrow \Gamma$ )

$$P_\Delta + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 = P_\Gamma + \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2$$

$$P_\Delta = P_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot h$$

(2)

$$P_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2 \Rightarrow g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (v_2^2 - v_1^2)$$

$$g \cdot h = \frac{3}{8} \cdot v_2^2 \xrightarrow{v_2=\frac{v_3}{2}} g \cdot h = \frac{3}{8} \cdot \frac{v_3^2}{4}$$

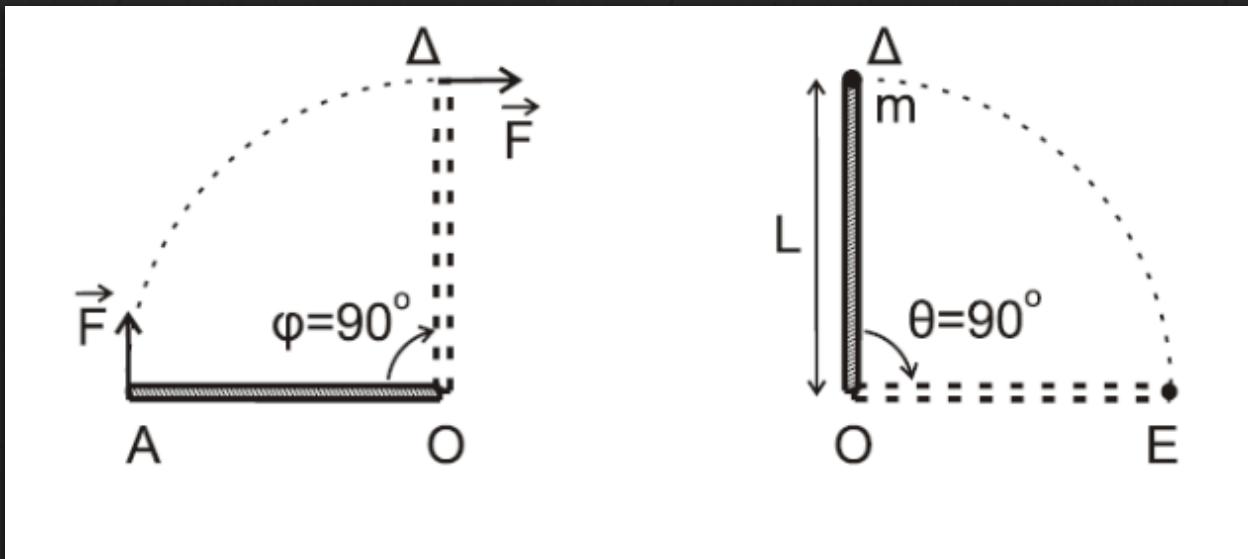
$$v_3^2 = \frac{32}{3} \cdot g \cdot h \xrightarrow{v_3=\sqrt{2 \cdot g \cdot H}} 2 \cdot g \cdot H = \frac{32}{3} \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}$$

(1)

άρα σωστό το *iii*

B3 - (ii) - 2 - 7

(2)



α) τρόπος

$$\sum \vec{\tau} = I \cdot \vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow F \cdot L = \frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{3F}{ML}$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t^2 \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t_{A\Delta} \Rightarrow t_{A\Delta} = \sqrt{\frac{\pi \cdot M \cdot L}{3F}}$$

$$\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t_{A\Delta} = \frac{3F}{ML} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot M \cdot L}{3F}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3 \cdot F \cdot \pi}{M \cdot L}} \Rightarrow \omega = 3\pi \frac{rad}{s}$$

(3)

β) τρόπος

$$\Theta MKE(A \rightarrow \Delta) \quad K_\Delta - K_A = \Sigma W_\tau \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot I_p \cdot \omega^2 - 0 = \tau_F \cdot \theta$$

$$\frac{1}{2} \cdot I_p \cdot \omega^2 = F \cdot L \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{M}{3} \cdot L^2 \cdot \omega^2 = F \cdot L \cdot \pi$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3 \cdot F \cdot \pi}{M \cdot L}} = \sqrt{9 \cdot \pi^2}$$

$$\omega = 3\pi \frac{rad}{s}$$

(3)

$$\Sigma \vec{\tau}_{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow A. \Delta. \Sigma \tau \rho_0 \Rightarrow \vec{L}_{\pi\rho\nu} = \vec{L}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \Rightarrow I_p \cdot \omega = (I_p + m \cdot L^2) \cdot \omega_k$$

$$\frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 \cdot \omega = (\frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 + m \cdot L^2) \cdot \omega_k \Rightarrow \omega = 2 \cdot \omega_k \Rightarrow \omega_k = \frac{\omega}{2}$$

(2)

Ομαλή στροφική κίνηση

$$\Delta\theta = \omega_k \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega_k} = \frac{\Delta\theta}{\frac{\omega}{2}} = \frac{2\Delta\theta}{\omega} = \frac{2 \cdot \frac{\pi}{2}}{\omega} = \frac{\pi}{\omega}$$

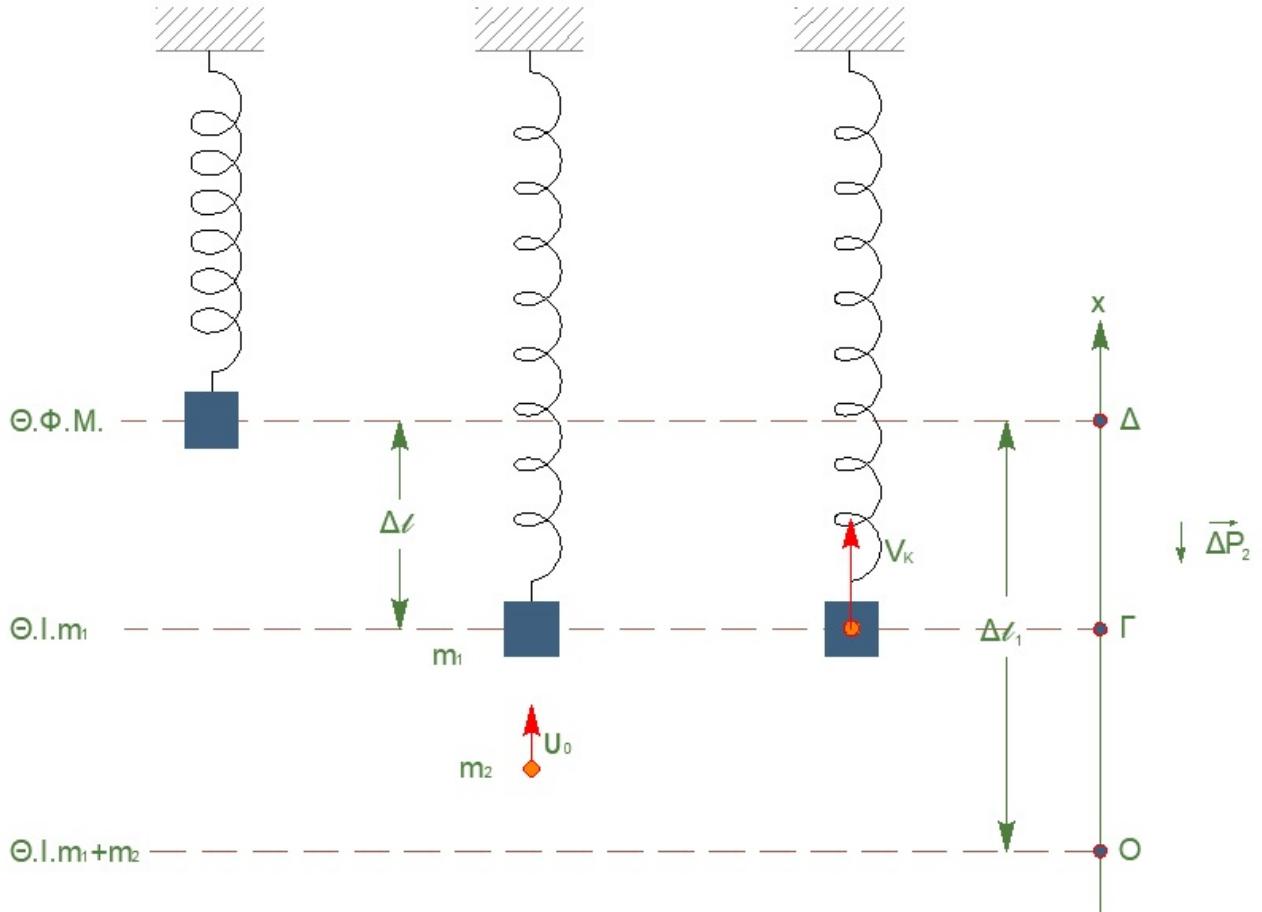
$$\Delta t = \frac{1}{3}s$$

(2)

άρα σωστό το *ii*

**Θέμα Γ**

Γ1-(6)



$$(\Theta I_{m_1}) \quad \sum \vec{F} = 0 \Rightarrow$$

$$F_{\varepsilon\lambda} = m_1 \cdot g \Rightarrow$$

$$k \cdot \Delta l = m_1 \cdot g \Rightarrow$$

$$k = \frac{m_1 \cdot g}{\Delta l} = 200 \frac{N}{m}$$

(2)

$$(\Theta I_{m_1, m_2}) \quad \sum \vec{F} = 0 \Rightarrow$$

$$F'_{\varepsilon\lambda} = (m_1 + m_2) \cdot g \Rightarrow$$

$$k \cdot \Delta l_1 = (m_1 + m_2) \cdot g \Rightarrow$$

$$\Delta l_1 = \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{k} \Rightarrow$$

$$\Delta l_1 = 0.1m$$

(2)

$$\text{Στην ακραία θέση } v_{\tau\alpha\lambda} = 0 \Rightarrow A = 0.1m$$

(2)

Γ2-(7)

$$\sum \vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow \text{Α.Δ.Ο.} \quad \vec{p}_{\pi\rho\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$m_2 \cdot u_o = (m_1 + m_2) \cdot V_k$$

(2)

$$\Delta E_{\tau\alpha\lambda}(\Gamma \rightarrow \Delta)$$

$$K_\Gamma + U_{\tau\alpha\lambda\Gamma} = K_\Delta + U_{\tau\alpha\lambda\Delta} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot V_k^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta l_1 - \Delta l)^2 = 0 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2$$

$$2V_k^2 + 200 \cdot 0.05^2 = 200 \cdot 0.01 \Rightarrow V_k^2 + 0.25 = 1 \Rightarrow V_k = \sqrt{0.75} \Rightarrow |V_k| = 0.5\sqrt{3} \frac{m}{s}, V_k > 0$$

(4)

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot u_o^2 \Rightarrow K_2 = 1.5J$$

(1)

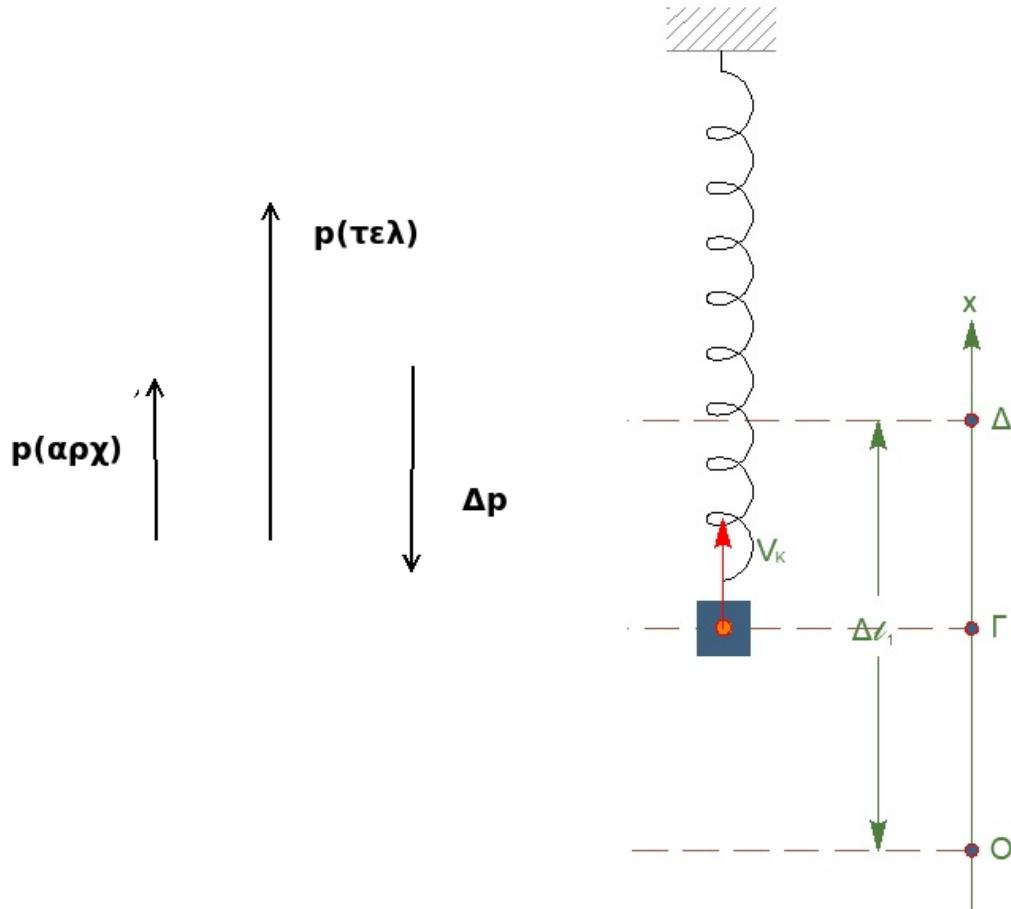
 $\Gamma 3-(6)$ 

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta p_2 = m_2 \cdot V_k - m_2 \cdot u_o \Rightarrow \Delta p_2 = 0.5\sqrt{3} - \sqrt{3} \Rightarrow \Delta p_2 = -0.5\sqrt{3}$$

(2)

$$|\Delta \vec{p}_2| = 0.5\sqrt{3} kg \cdot \frac{m}{s}$$

(2)



$$\Delta p_2 = -0.5\sqrt{3}$$

Το πρόσημο δηλώνει την κατεύθυνση του διανύσματος, (σχήμα)

(2)

Γ4-(6)

$$D = k = (m_1 + m_2) \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \omega = 10 \frac{rad}{s}$$

(2)

α) τρόπος

$$t_o = 0, \quad y = +\frac{A}{2}, \quad v > 0$$

$$y = A \cdot \eta \mu (\omega t + \varphi_o) \Rightarrow \frac{A}{2} = A \cdot \eta \mu \varphi_o$$

$$\eta \mu \varphi_o = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta \mu \varphi_o = \eta \mu \frac{\pi}{6} \Rightarrow \varphi_o = \begin{cases} 2k\pi + \frac{\pi}{6}, & k = 0 \Rightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{6} \quad \text{συν}\varphi_o > 0 \\ 2k\pi + \frac{5\pi}{6}, & k = 0 \Rightarrow \varphi_o = \frac{5\pi}{6} \quad \text{συν}\varphi_o < 0, \text{ απορρίπτεται} \end{cases}$$

(3)

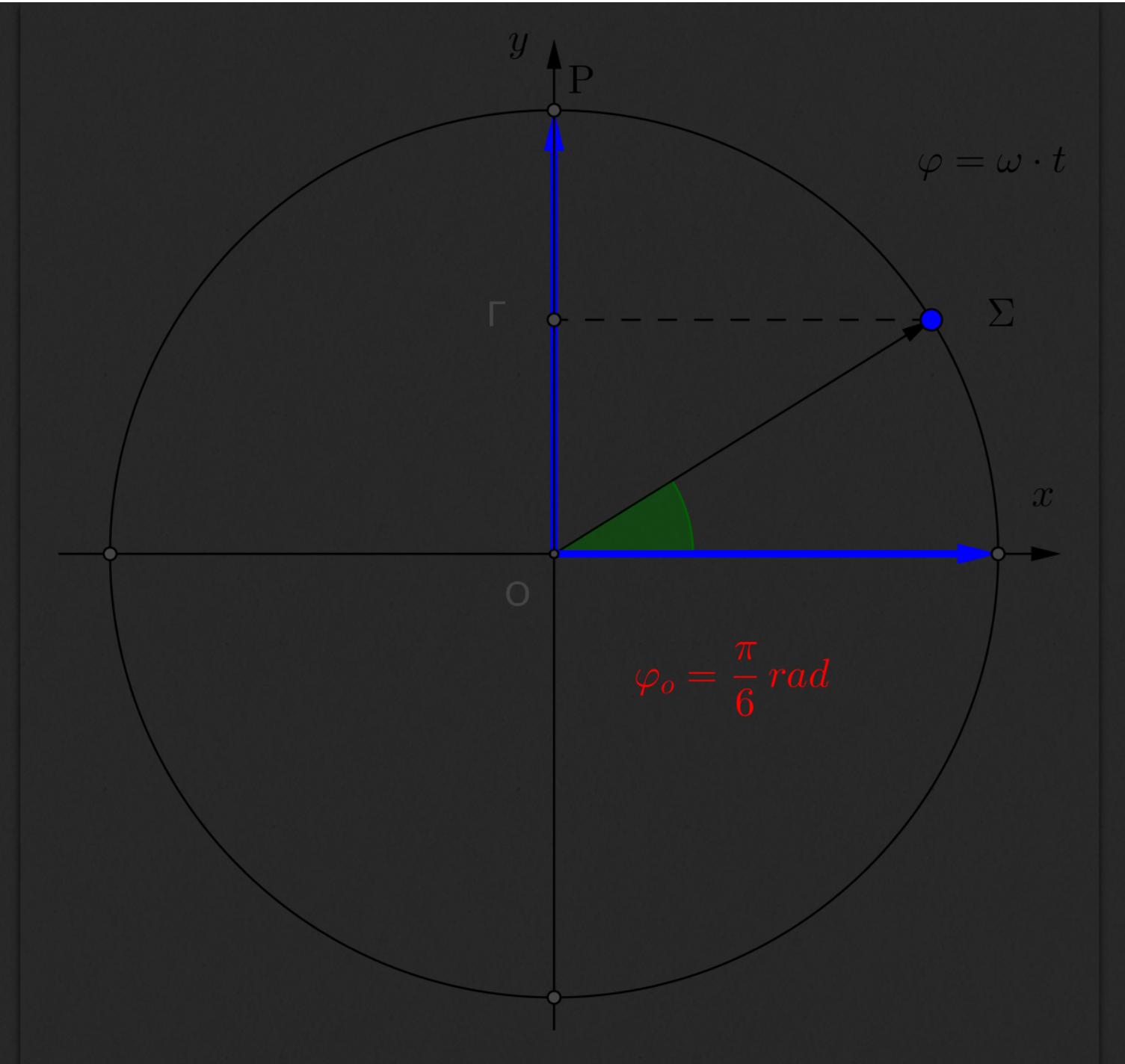
β) τρόπος

Περιστρεφόμενο διάνυσμα: Έστω  $\Sigma$  σημείο που εκτελεί O. K. K. με σταθερή  $\omega$ , σε κύκλο ακτίνας A. Η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα δίνεται από την σχέση  $\varphi = \omega \cdot \tau$

Η προβολή του σημείου στον κατακόρυφο άξονα δίνεται από την σχέση

$$x = A \eta \mu \Rightarrow x = A \cdot \eta \mu \omega t$$

άρα η προβολή του σημείου  $\Sigma$  εκτελεί A. A. T.



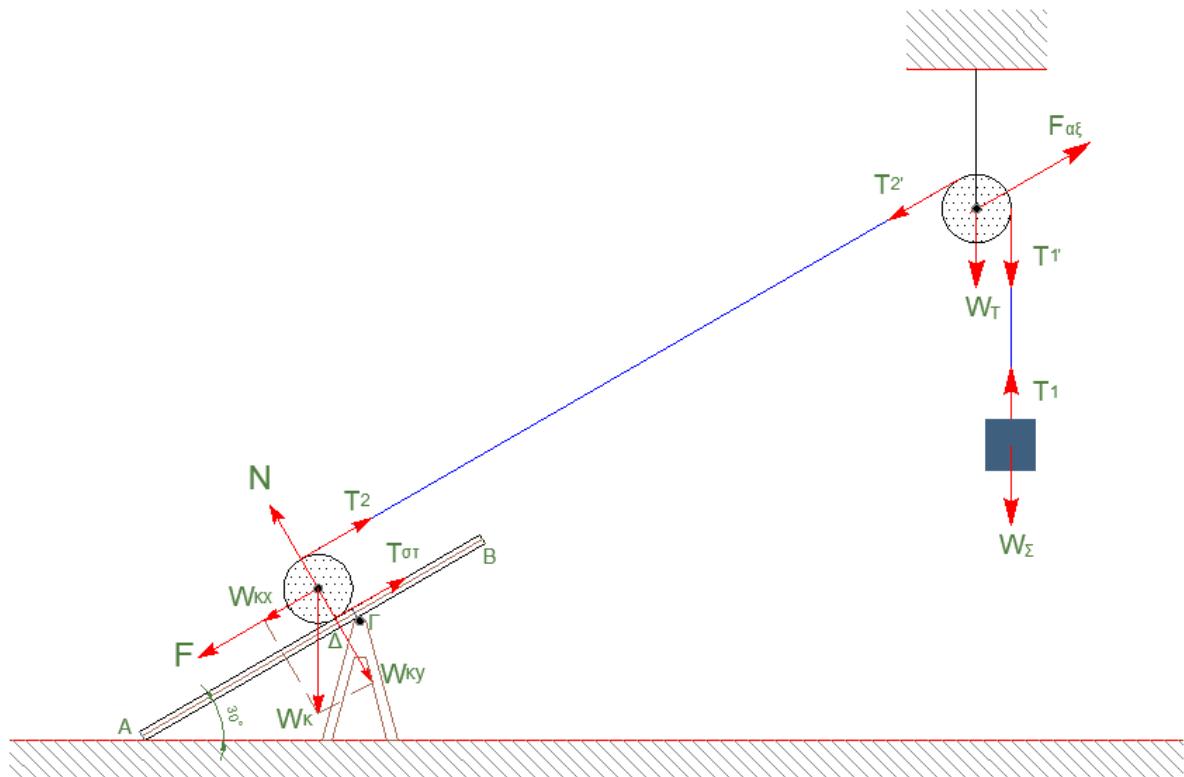
Αρχική φάση  $\varphi_o$

$$\eta\mu\varphi_o = \frac{y}{A} \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = \frac{\frac{A}{2}}{A} \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

③

$$y = 0.1 \cdot \eta\mu(10t + \frac{\pi}{6}), \quad S.I.$$

①



Δ1-(4)

$$M_{\Sigma}, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \sum \vec{F} = 0$$

$$T_1 = M_{\Sigma} \cdot g \Rightarrow T_1 = 20N$$

(1)

$$M_T, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \sum \vec{\tau} = 0$$

$$T_1 \cdot R_T = T_2 \cdot R_T \Rightarrow T_2 = 20N$$

(1)

α) τρόπος

$$M_K, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \sum \vec{\tau}_{(K)} = 0$$

$$T_2 \cdot R_K = T_{\sigma\tau} \cdot R_K \Rightarrow T_2 = T_{\sigma\tau}$$

$$M_K, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \sum \vec{F} = 0$$

$$T_2 + T_{\sigma\tau} = F + M_K \cdot g \cdot \eta \mu \varphi \Rightarrow 2T_2 = F + 10 \Rightarrow F = 30N$$

(2)

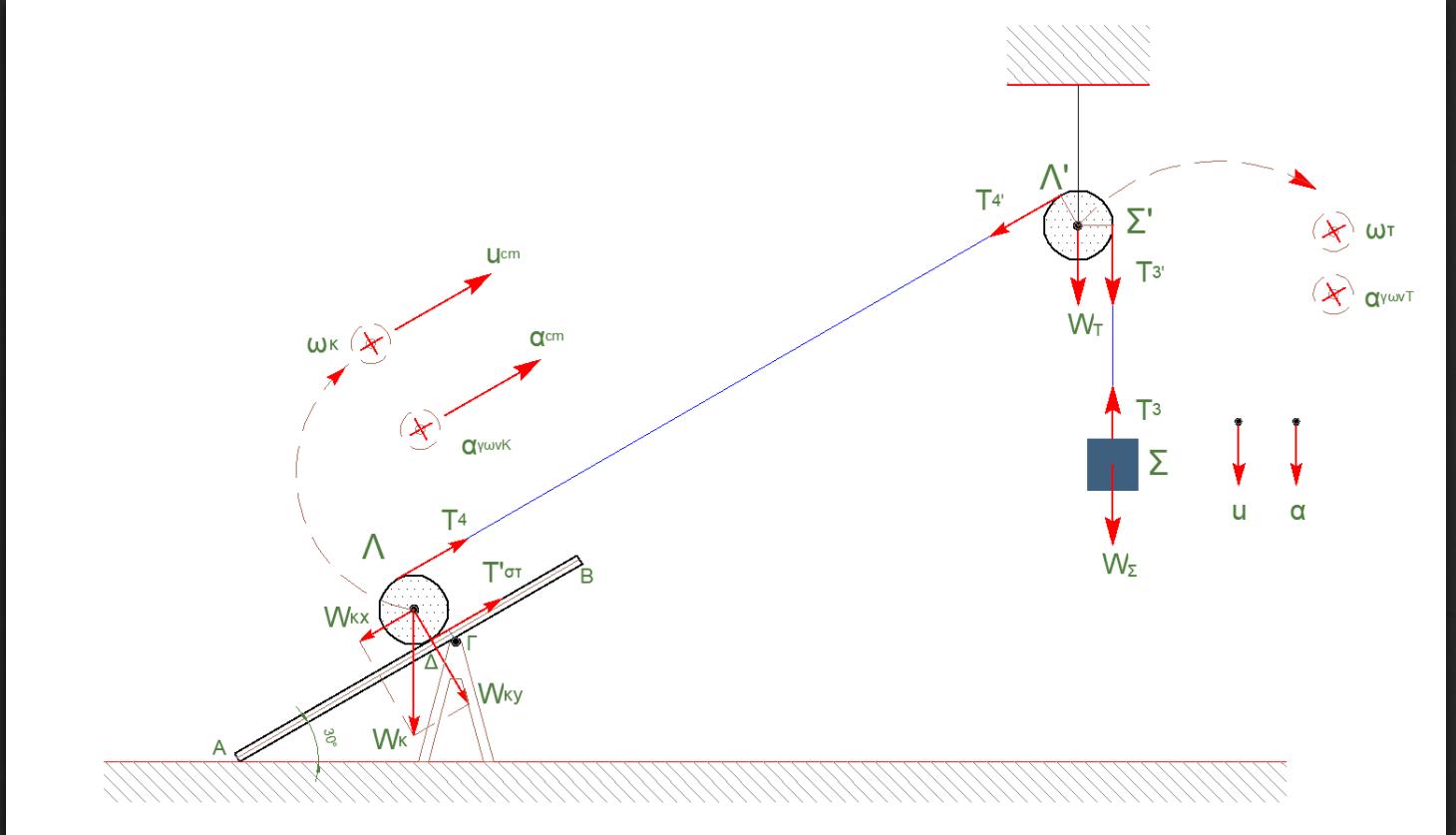
β) τρόπος

$$M_K, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \sum \vec{\tau}_{(\Delta)} = 0$$

$$T_2 \cdot 2 \cdot R_K = (F + M_K \cdot g \cdot \eta \mu \varphi) \cdot R_K \Rightarrow 40 = F + 10 \Rightarrow F = 30N$$

(2)

Δ2-(8)



νήμα κατακόρυφο αβαρές, μη εκτατό

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha'_{\Sigma} = \alpha_{\gamma\rho} = \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \cdot R_T \Rightarrow \alpha_{\Sigma} = \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \cdot R_T \quad (1)$$

(1)

νήμα πλάγιο αβαρές, μη εκτατό

$$\alpha_{\Lambda} = \alpha'_{\Lambda} = \alpha_{\gamma\rho} = \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \cdot R_T \Rightarrow \alpha_{\Lambda} = \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \cdot R_T \quad (2)$$

(1)

Κύλινδρος Κ. Χ. Ο.

$$v_A = 0 \Rightarrow v_{cm} = \omega \cdot R_K \Rightarrow \alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu_K} \cdot R_K \quad (3)$$

$$v_{\Lambda} = v_{cm} + \omega \cdot R_K \Rightarrow v_{\Lambda} = 2 \cdot v_{cm} \Rightarrow \alpha_{\Lambda} = 2 \cdot \alpha_{cm} \quad (4)$$

(1)

$$M_{\Sigma} : \quad METΑΦΟΡΙΚΗ \Rightarrow \vec{\Sigma F} = M_{\Sigma} \cdot \vec{\alpha}_{\Sigma}$$

$$M_{\Sigma} \cdot g - T_3 = M_{\Sigma} \cdot \alpha_{\Sigma} \Rightarrow 20 - T_3 = 2 \cdot \alpha_{\Sigma} \quad (5)$$

(1)

$$M_T : \quad ΣΤΡΟΦΙΚΗ \Rightarrow \vec{\Sigma \tau} = I_T \cdot \vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu_T}$$

$$T'_3 \cdot R_T - T'_4 \cdot R_T = \frac{1}{2} \cdot M_T \cdot R_T^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T_3 - T_4 = R_T \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_T} \quad (6)$$

(1)

 $\alpha) \tau\rho\pi\sigma$ 

$$M_K : \quad METAΦΟΡΙΚΗ \Rightarrow \Sigma \vec{F} = M_K \cdot \vec{\alpha}_{cm}$$

$$T_4 + T_{\sigma\tau} - M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = M_K \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow T_4 + T_{\sigma\tau} - 10 = 2 \cdot \alpha_{cm} \quad (7)$$

(1)

$$M_K : \quad \Sigma \text{TPOΦΙΚΗ} \Rightarrow \Sigma \vec{\tau} = I_K \cdot \vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu_K}$$

$$T_4 \cdot R_K - T_{\sigma\tau} \cdot R_K = \frac{1}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_K} \Rightarrow T_4 - T_{\sigma\tau} = R_K \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_K} \quad (8)$$

(1)

 $\beta) \tau\rho\pi\sigma$ 

$$I_{K(\Delta)} = I_{cm} + M_K \cdot R_K^2 \Rightarrow I_{K(\Delta)} = \frac{3}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2$$

(1)

$$M_K : \quad \Sigma \text{TPOΦΙΚΗ} \Rightarrow \Sigma \vec{\tau} = I_K \cdot \vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu_K}$$

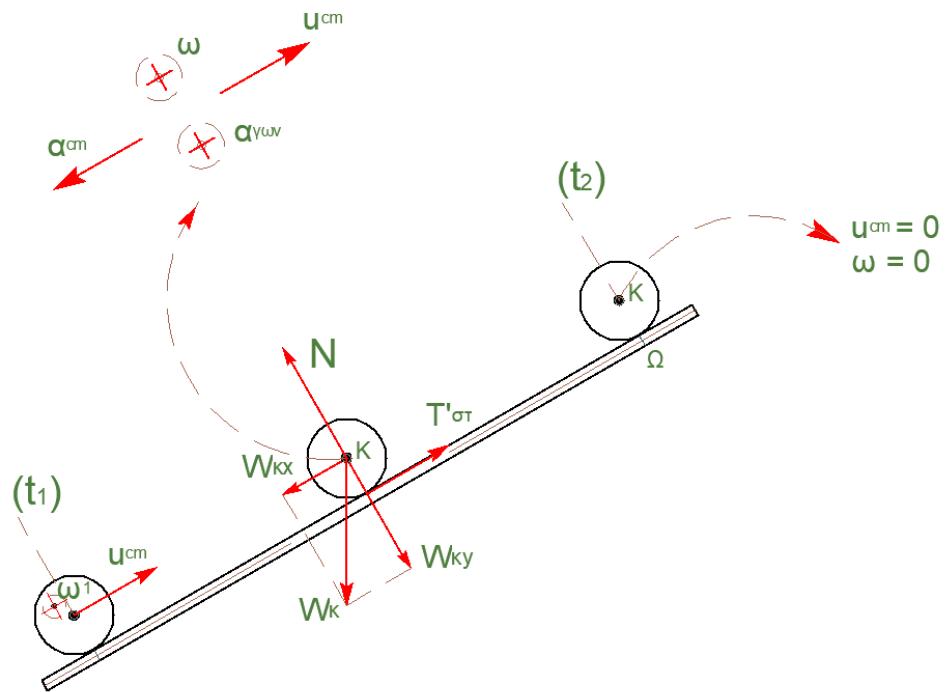
$$T_4 \cdot 2 \cdot R_K - M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \cdot R_K = \frac{1}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_\Delta} \Rightarrow 2 \cdot T_4 - 10 = 3 \cdot R_K \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_\Delta} \quad (8)$$

(1)

Λύση του συστήματος  $\alpha_\Sigma = 4 \frac{m}{s^2}$

(1)

Δ3-(6)



$$M_K : \text{ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ}, \quad 0 - t_1$$

$$v_{cm1} = \alpha_{cm} \cdot t_1 \Rightarrow v_{cm1} = 1 \frac{m}{s}$$

(1)

$$M_K : \quad \text{ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ} \Rightarrow \vec{\Sigma F} = M_K \cdot \vec{\alpha}_{cm}$$

$$M_K \cdot g \cdot \eta \mu \varphi - T_{\sigma\tau} = M_K \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow 10 - T_{\sigma\tau} = 2\alpha_{cm} \quad (1)$$

(1)

$$M_K : \quad \text{ΣΤΡΟΦΙΚΗ} \Rightarrow \vec{\Sigma \tau} = I_K \cdot \vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu_K}$$

$$T_{\sigma\tau} \cdot R_K = \frac{1}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_K} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = R_K \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_K} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \alpha_{cm} \quad (2)$$

(1)

$$(1) \wedge (2) \Rightarrow 10 - \alpha_{cm} = 2 \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{10}{3} \frac{m}{s^2}$$

(1)

$$v_{cm} = v_{cm1} - \alpha_{cm} \cdot \Delta t \Rightarrow 0 = 1 - \frac{10}{3} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = 0.3s$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t \Rightarrow t_2 = 0.8s$$

(2)

$M_K : \text{ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ}, \quad 0 - t_1$

$$x_{cm1} = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t_1^2 \Rightarrow x_{cm1} = 0.25m$$

(1)

$M_K : \text{ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ}, \quad t_1 - t_2$

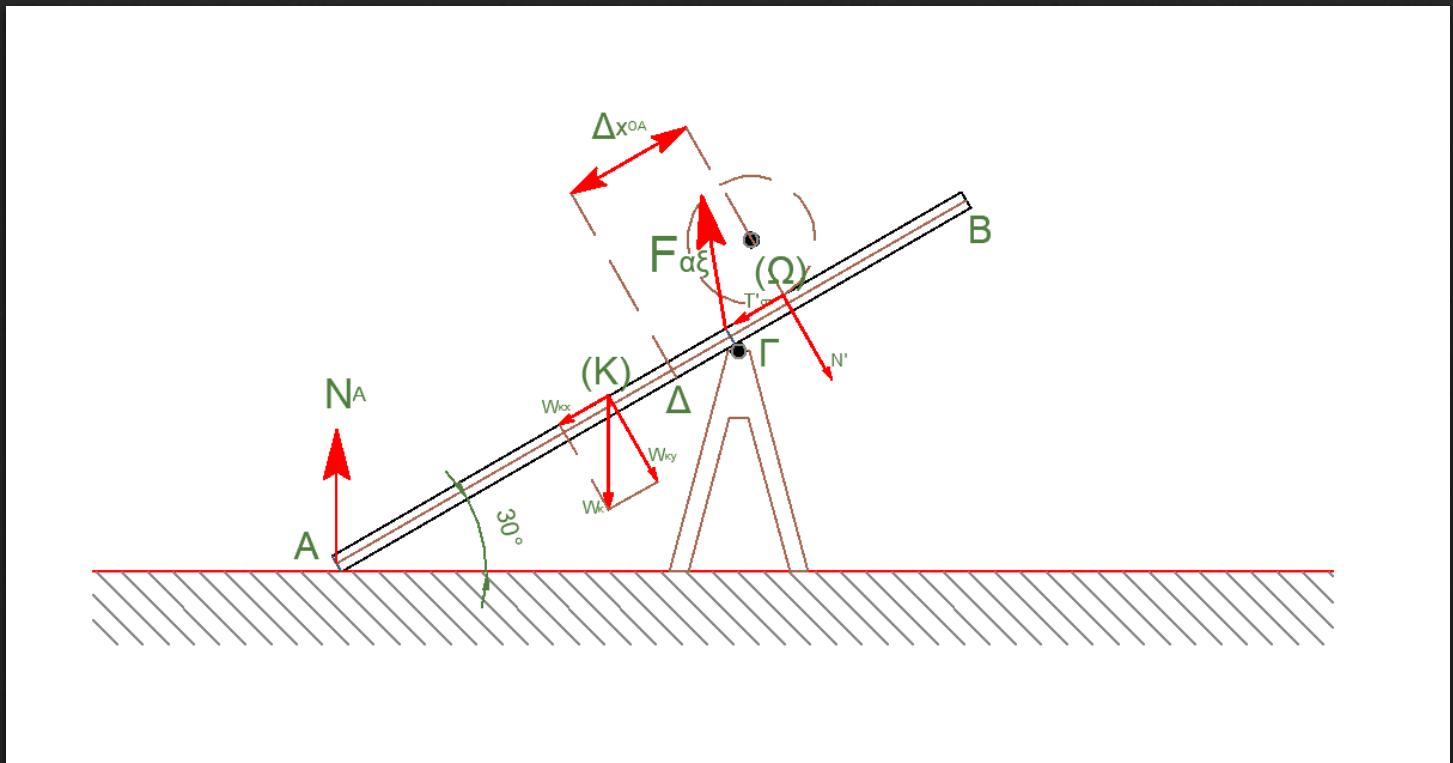
$$\Delta x_{cm} = v_{cm1} \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot \Delta t^2 \Rightarrow \Delta x_{cm} = 0.15m$$

(1)

$$x_{o\lambda} = x_{cm1} + \Delta x_{cm} \Rightarrow x_{o\lambda} = 0.4m$$

(1)

Δ5-(4)



$$(\Gamma\Delta) = 0.2m, \quad (K\Gamma) = 0.5m, \quad (\Gamma\Omega) = x_{o\lambda} - (\Gamma\Delta) \Rightarrow (\Gamma\Omega) = 0.2m$$

(1)

$$|\tau_{W_p}| = M_p \cdot g \cdot \sigma v \nu \varphi \cdot (K\Gamma) \Rightarrow |\tau_{W_p}| = 5\sqrt{3}N \cdot m$$

(1)

$$|\tau'_N| = M_k \cdot g \cdot \sigma v \nu \varphi \cdot (K\Gamma) \Rightarrow |\tau'_N| = 2\sqrt{3}N \cdot m$$

(1)

$$|\tau_{W_p}| > |\tau'_N|$$

άρα η σανίδα δεν ανατρέπεται.-

(1)

Μπορείτε να εκτυπώσετε τις λύσεις σε μορφή pdf από [εδώ](#) και τα θέματα από [εδώ](#)

← Previous Archive Next →

## 0 Σχόλια Science Technology Engineering Mathematics

Panagiotis Petridis ▾

♥ Προτείνετε

 Tweet

 Κοινοποίηση

Ταξινόμηση με βάση τα καλύτερα ▾



Ξεκινήστε την συζήτηση...

Γράψτε το πρώτο σχόλιο.

 Συνδρομή  Προσθέστε το Disqus στην ιστοσελίδα σας Προσθέστε το Disqus Προσθήκη

 Πολιτική Απορρήτου Πολιτική Απορρήτου Ιδιωτικότητα

Published

12 June 2019

Category

Άσκηση

Tags

Βαθμολογικό 8

© 2019 Panagiotis Petridis with help from [Jekyll](#) [Bootstrap](#) and [The Hooligan Theme](#)