

# Μοριοδότηση 2020

Ενδεικτικές απαντήσεις και από γραπτά μαθητών

**Θέμα Α**

A1 -  $\gamma$

A2 -  $\alpha$

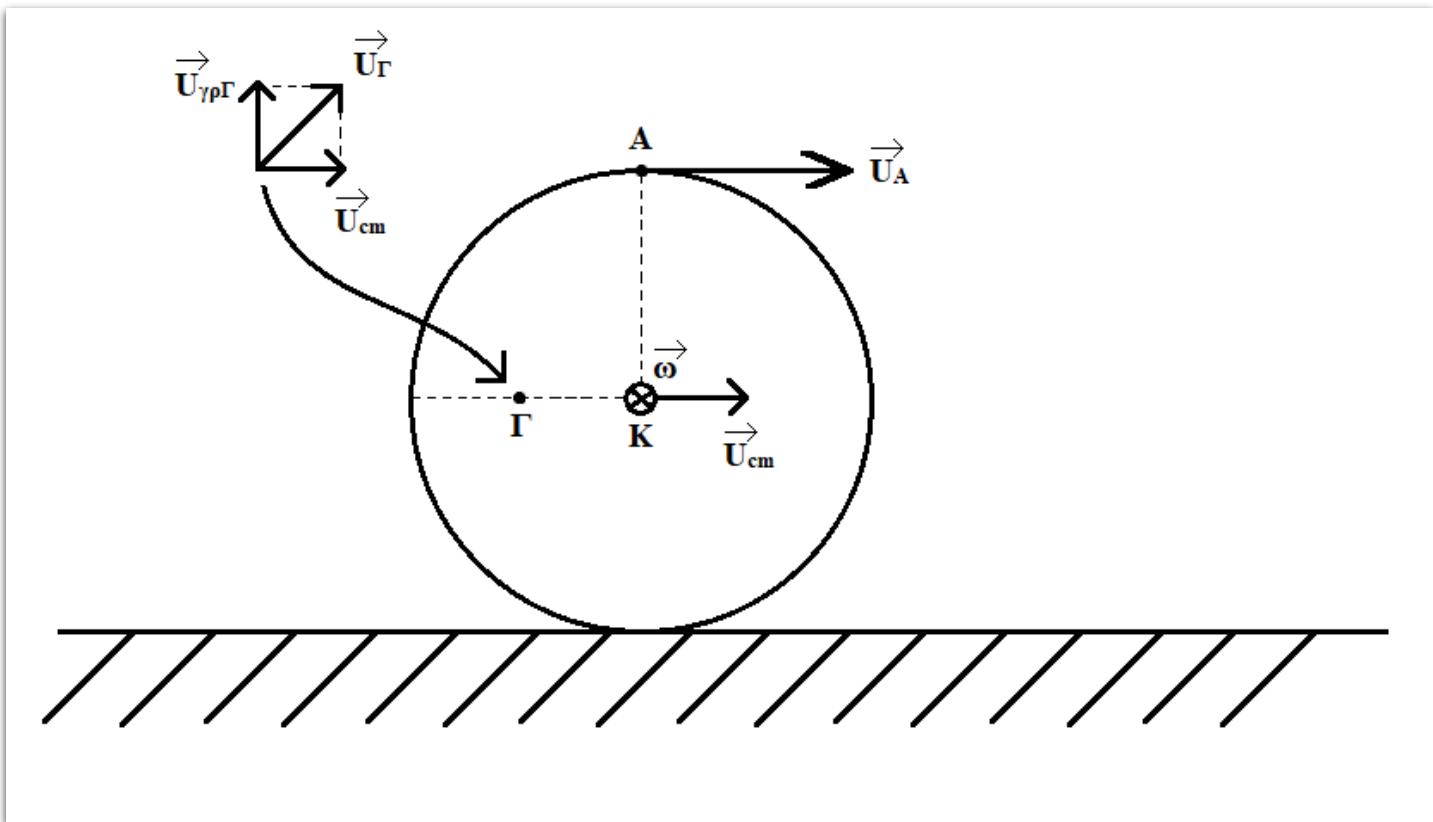
A3 -  $\gamma$

A4 -  $\delta$

A5:  $\Sigma - \Lambda - \Sigma - \Sigma - \Lambda$

**Θέμα Β**

B1-(iii) - 2 - 6



α) τρόπος

$$K.X.O. \quad v_{cm} = \omega \cdot R$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\gamma\rho A} \Rightarrow v_A = v_{cm} + v_{\gamma\rho A} = \omega \cdot R + \omega \cdot R = 2 \cdot \omega \cdot R$$

$$\vec{v}_\Gamma = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\gamma\rho \Gamma} \Rightarrow v_\Gamma = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{\gamma\rho \Gamma}^2} = \sqrt{\omega^2 \cdot R^2 + \frac{\omega^2 \cdot R^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \omega \cdot R$$

$$\frac{v_\Gamma}{v_A} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

β) τρόπος

Έστω  $\Sigma$  το σημείο επαφής του τροχού με το οριζόντιο επίπεδο. Το σημείο  $\Sigma$  περιστρέφεται γύρω από το σημείο  $O$  με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  και το  $O$  περιστρέφεται γύρω από το σημείο  $\Sigma$  με την ίδια γωνιακή ταχύτητα. Δηλαδή θεωρούμε το σημείο  $\Sigma$  ως στιγμιαίο άξονα περιστροφής. Μπορούμε δηλαδή να θεωρήσουμε ότι για μικρή χρονική διάρκεια το σημείο  $\Sigma$  παραμένει ακίνητο και γύρω από αυτό περιστρέφεται ο τροχός, χωρίς να μεταφέρεται, αφού η στιγμιαία ταχύτητα του άξονα είναι μηδενική. Αυτό σημαίνει ότι ο τροχός δεν κάνει σύνθετη κίνηση αλλά για μικρή χρονική διάρκεια έχουμε μια στροφική κίνηση γύρω από νοητό άξονα που διέρχεται από το σημείο  $\Sigma$ .

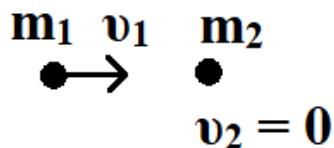
$$v_A = \omega \cdot (\Sigma A) = \omega \cdot 2 \cdot R$$

$$v_\Gamma = \omega \cdot (\Sigma \Gamma) = \omega \cdot \sqrt{(\Sigma O)^2 + (O\Gamma)^2} = \omega \cdot \sqrt{R^2 + \frac{R^2}{4}} = R \frac{\sqrt{5}}{4}$$

$$\frac{v_\Gamma}{v_A} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

άρα σωστό το  $iii$

B2 - (ii) - 2 - 6



$$\text{Α. Δ. Ο. και } \Delta. \text{ K. E. } v'_2 = \frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$\alpha) \underline{\text{τρόπος}}$

$$\Pi_1(\%) = \frac{K'_2}{K_1} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi_1(\%) = \frac{\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v'_2^2}{\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2} \cdot 100\% = \frac{4 \cdot m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot 100\%$$

$\beta) \underline{\text{τρόπος}}$

$$\Delta. \text{ K. E. } K_1 + 0 = K'_1 + K'_2 \Rightarrow K_1 - K'_1 = K'_2$$

$$\text{Α. Δ. Ο. και } \Delta. \text{ K. E. } v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$$\Pi_1(\%) = \frac{K_1 - K'_1}{K_1} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi_1(\%) = \frac{\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v'_1^2}{\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2} \cdot 100\%$$

$$\Pi_1(\%) = \frac{(m_1 + m_2)^2 - (m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2} = \frac{4 \cdot m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot 100\%$$

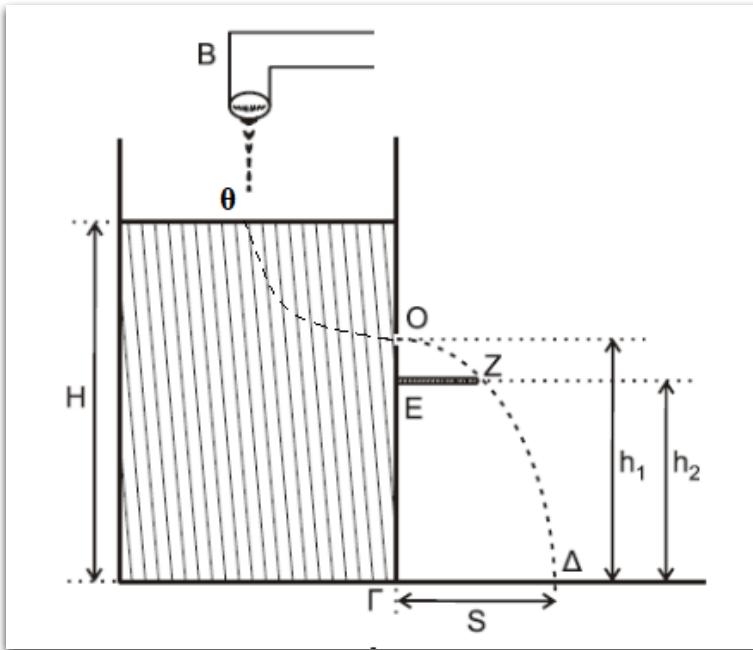
Ομοίως

$$v'_1 = \frac{2 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_2$$

$$\Pi_2(\%) = \frac{K'_1}{K_2} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi_2(\%) = \frac{4 \cdot m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot 100\%$$

Άρα  $\Pi_1(\%) = \Pi_2(\%)$

B3 - (i) - 2 - 7



$$\Pi_B = \Pi_O \text{ διότι } H = \sigma v_0 \theta.$$

Εξίσωση Bernoulli ( $\Theta \rightarrow O$ )

$$P_\Theta + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_\Theta^2 + \rho \cdot g \cdot (H - h_1) = P_O + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_O^2 + 0$$

$$P_\Theta = P_O = P_{\text{atm}} \quad v_\Theta = 0 \quad \Rightarrow v_O = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - h_1)}$$

$\alpha) \underline{\tau\rho\circ\pi o\varsigma}$

( $O \rightarrow \Delta$ ):

$$\text{αξονας } x \quad s = v_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v_0}$$

$$\text{αξονας } y \quad h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow h_1 = \frac{g \cdot s^2}{2 \cdot v_0^2}$$

( $O \rightarrow Z$ ):

$$\text{αξονας } x \quad \frac{s}{2} = v_0 \cdot t' \Rightarrow t' = \frac{s}{2 \cdot v_0}$$

$$\text{αξονας } y \quad h_1 - h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t'^2 \Rightarrow h_1 - h_2 = \frac{g \cdot s^2}{82 \cdot v_0^2}$$

$$h_1 - h_2 = \frac{h_1}{4} \Rightarrow h_2 = \frac{3 \cdot h_1}{4} \Rightarrow h_1 = \frac{7}{8} \cdot H$$

$$\Pi_O = A \cdot v_0 \Rightarrow \Pi_B = A \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \frac{H}{8}} \Rightarrow \Pi_B = \frac{A}{2} \cdot \sqrt{g \cdot H}$$

$\beta) \underline{\tau\rho\circ\pi o\varsigma}$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - h_1)} < \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

Άρα θα πρέπει η ζητούμενη παροχή ως γινόμενο εμβαδού διατομής και ταχύτητας να είναι:

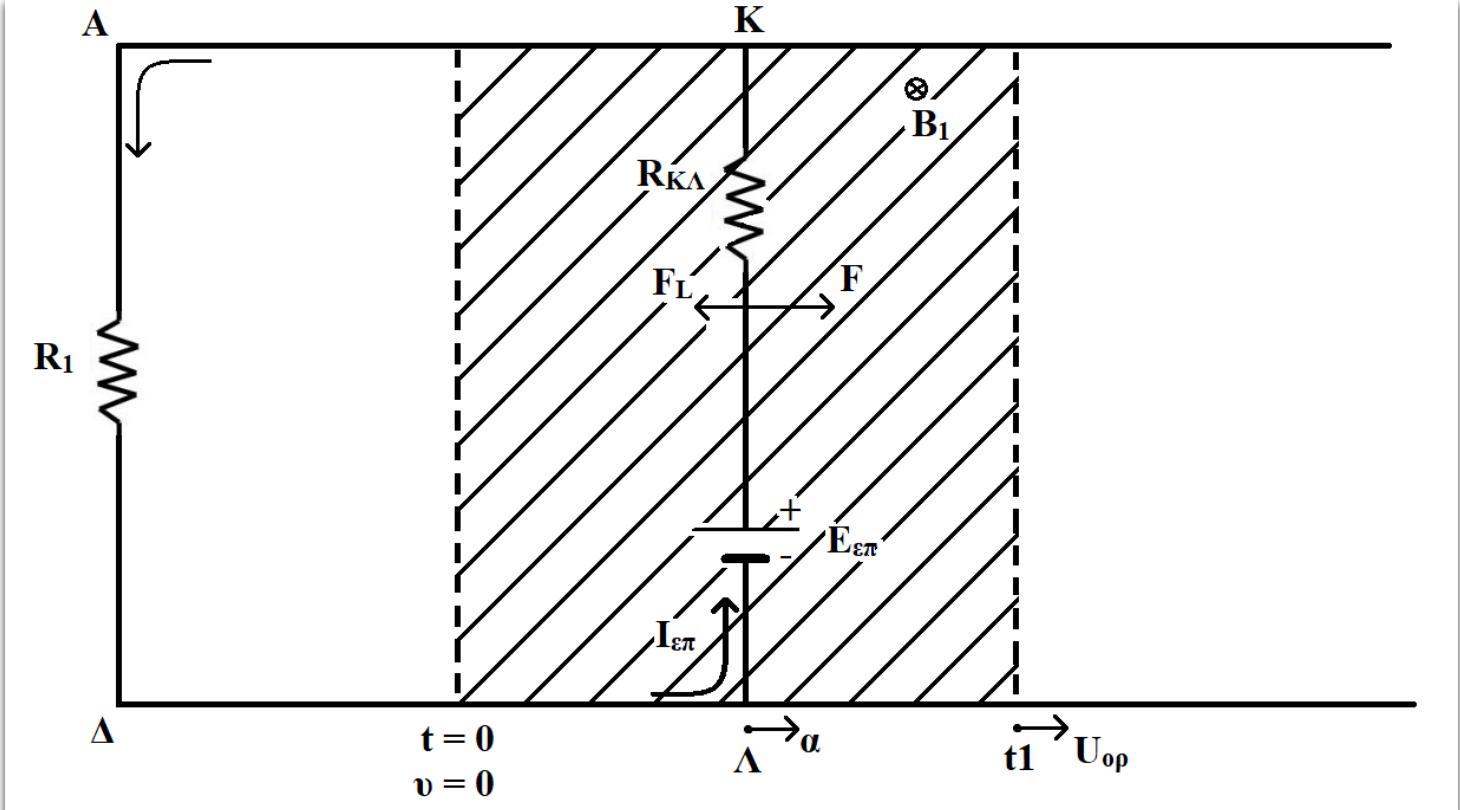
$$\Pi < A \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

Η επιλογές ii) και iii) απορρίπτονται αφού είναι μεγαλύτερες ή ίσες με την προηγούμενη τιμή.

άρα σωστό το i

Θέμα Γ

Γ1-(6)



$0 - t_1 :$

$$E_{\varepsilon\pi} = \left| -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = \left| -\frac{B \cdot \Delta x \cdot l}{\Delta t} \right| = B \cdot v \cdot l$$

ΦΑΚΛΔΑ αυξάνεται  $B_{\text{ΕΙΙ}}$  ανπροπο  $B$

Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz το επαγωγικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο που αντιτίθεται στην αιτία δημιουργίας του. Οπότε η ένταση του επαγωγικού ρεύματος έχει φορά αντίθετη της φοράς των δεικτών ρολογιού. Η επαγωγική τάση φαίνεται στο σχήμα.

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I_{E_{\varepsilon\pi}} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_{K\Lambda}}$$

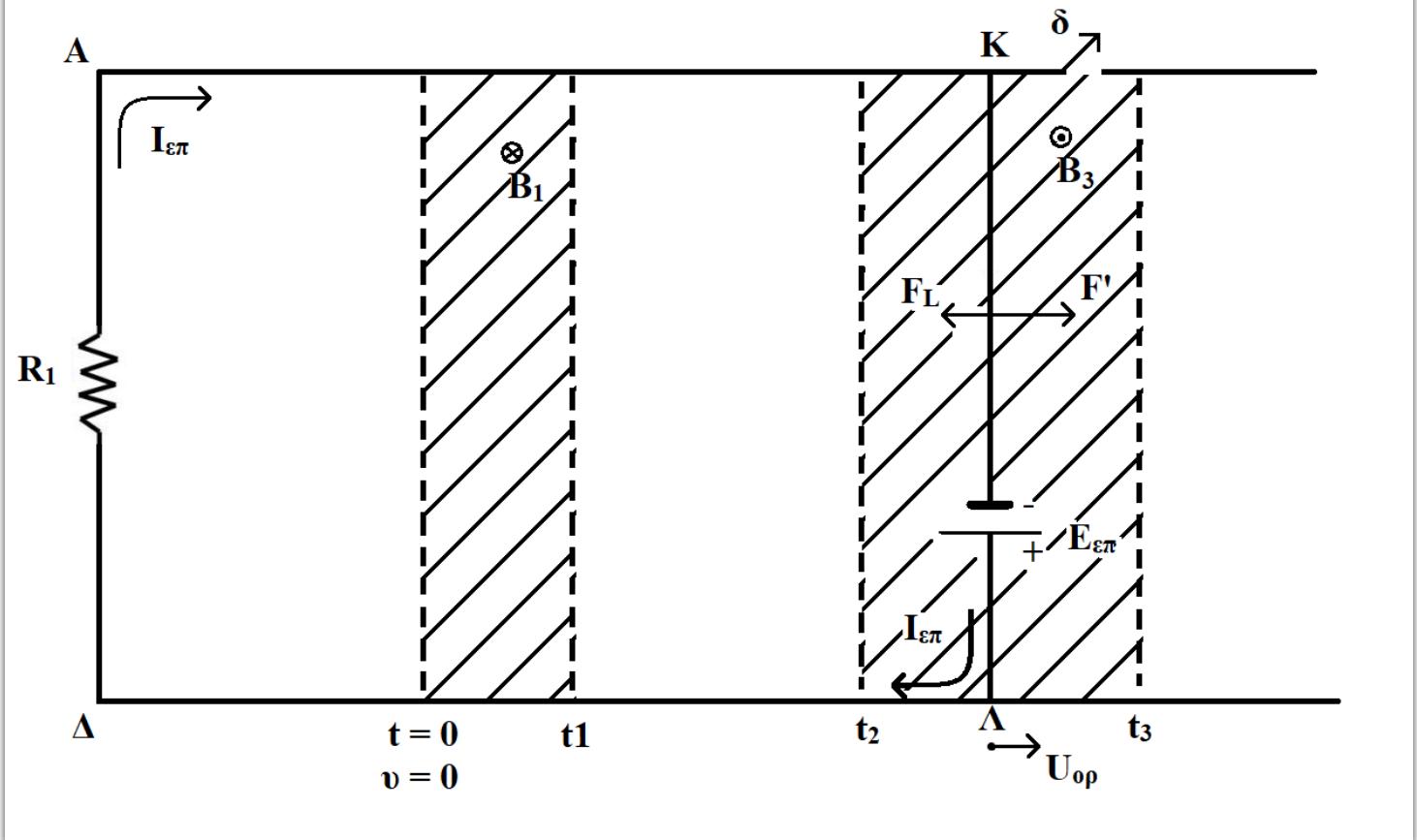
$$F_L = B \cdot I_{E_{\varepsilon\pi}} \cdot l \Rightarrow F_L = B^2 \cdot l^2 \cdot \frac{v}{R_1 + R_{K\Lambda}}$$

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow F - F_L = m \cdot \alpha \Rightarrow F - B^2 \cdot l^2 \cdot \frac{v}{R_1 + R_{K\Lambda}} = m\alpha$$

Ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με μειούμενη επιπάχυνση. Η ταχύτητα αυξάνεται, άρα η δύναμη Laplace αυξάνεται, άρα η συνισταμένη δύναμη μειώνεται άρα η επιπάχυνση μειώνεται. Μέχρι:

$$\alpha = 0 \Rightarrow \Sigma F = 0 \Rightarrow B^2 \cdot l^2 \cdot \frac{v_{op}}{R_1 + R_{K\Lambda}} = F \Rightarrow v_{op} = \frac{F \cdot (R_1 + R_{K\Lambda})}{B^2 \cdot l^2} \Rightarrow v_{op} = 4 \frac{m}{s}$$

Γ2-(6)



$$E_{\epsilon\pi} = B_3 \cdot v_{op} \cdot l \Rightarrow E_{\epsilon\pi} = 4 \text{ Volt}$$

$$I_{\epsilon\pi} = \frac{E_{\epsilon\pi}}{R_1 + R_{KA}} \Rightarrow I_{\epsilon\pi} = 0.8 \text{ A} \Rightarrow F_L = B_3 \cdot I_{\epsilon\pi} \cdot l = 0.8 \text{ N}$$

$$v_{op} = 4 \frac{m}{s} = \sigma r \alpha \theta. \Rightarrow \Sigma F = 0 \Rightarrow F' - F_L = 0 \Rightarrow F' = F_L \Rightarrow F' = 0.8 \text{ N}$$

Γ3-(6)

$\alpha) \underline{\tau\rho\delta\pi\circ\varsigma}$

$$I'_{\epsilon\pi} = \frac{q_{\epsilon\pi}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{q_{\epsilon\pi}}{I'_{\epsilon\pi}} \Rightarrow \Delta t = 0.25 \text{ s}$$

$\beta) \underline{\tau\rho\delta\pi\circ\varsigma}$

$$q_{\epsilon\pi} = \frac{\Delta\Phi}{R_{o\lambda}} \Rightarrow \Delta\Phi = q_{\epsilon\pi} \cdot (R_1 + R_{KA}) \Rightarrow B_3 \cdot \Delta x \cdot l = q_{\epsilon\pi} \cdot (R_1 + R_{KA})$$

$$B_3 \cdot v_{op} \cdot \Delta t \cdot l = q_{\epsilon\pi} \cdot (R_1 + R_{KA}) \Rightarrow \Delta t = \frac{q_{\epsilon\pi} \cdot (R_1 + R_{KA})}{B_3 \cdot v_{op} \cdot l} \Rightarrow \Delta t = 0.25 \text{ s}$$

$$Q = I'^2_{\epsilon\pi} \cdot (R_1 + R_{KA}) \cdot \Delta t \Rightarrow Q = 0.8 \text{ Joule}$$

$\gamma) \underline{\tau\rho\delta\pi\circ\varsigma}$

$$q_{\epsilon\pi} = \frac{\Delta\Phi}{R_{o\lambda}} \Rightarrow \Delta\Phi = q_{\epsilon\pi} \cdot (R_1 + R_{KA}) \Rightarrow B_3 \cdot \Delta x \cdot l = q_{\epsilon\pi} \cdot (R_1 + R_{KA})$$

$$\Delta x = \frac{q_{\epsilon\pi} \cdot (R_1 + R_{KA})}{B_3 \cdot l}$$

$$\Theta \text{MKE}_{(t_1 \rightarrow t_2)} \quad \Delta K = \Sigma W$$

$$K_{t_3} - K_{t_2} = W'_F + W_{F_L} \Rightarrow 0 = W_{F'} + W_{F_L} \Rightarrow W_{F'} = W_{F_L} = F_L \cdot \Delta x$$

$$W_{F_L} = B_3 \cdot I_{\varepsilon\pi} \cdot l \cdot \frac{q_{\varepsilon\pi} \cdot (R_1 + R_{K\Lambda})}{B_3 \cdot l} \Rightarrow W_{F'} = 0.8 \text{ Joule}$$

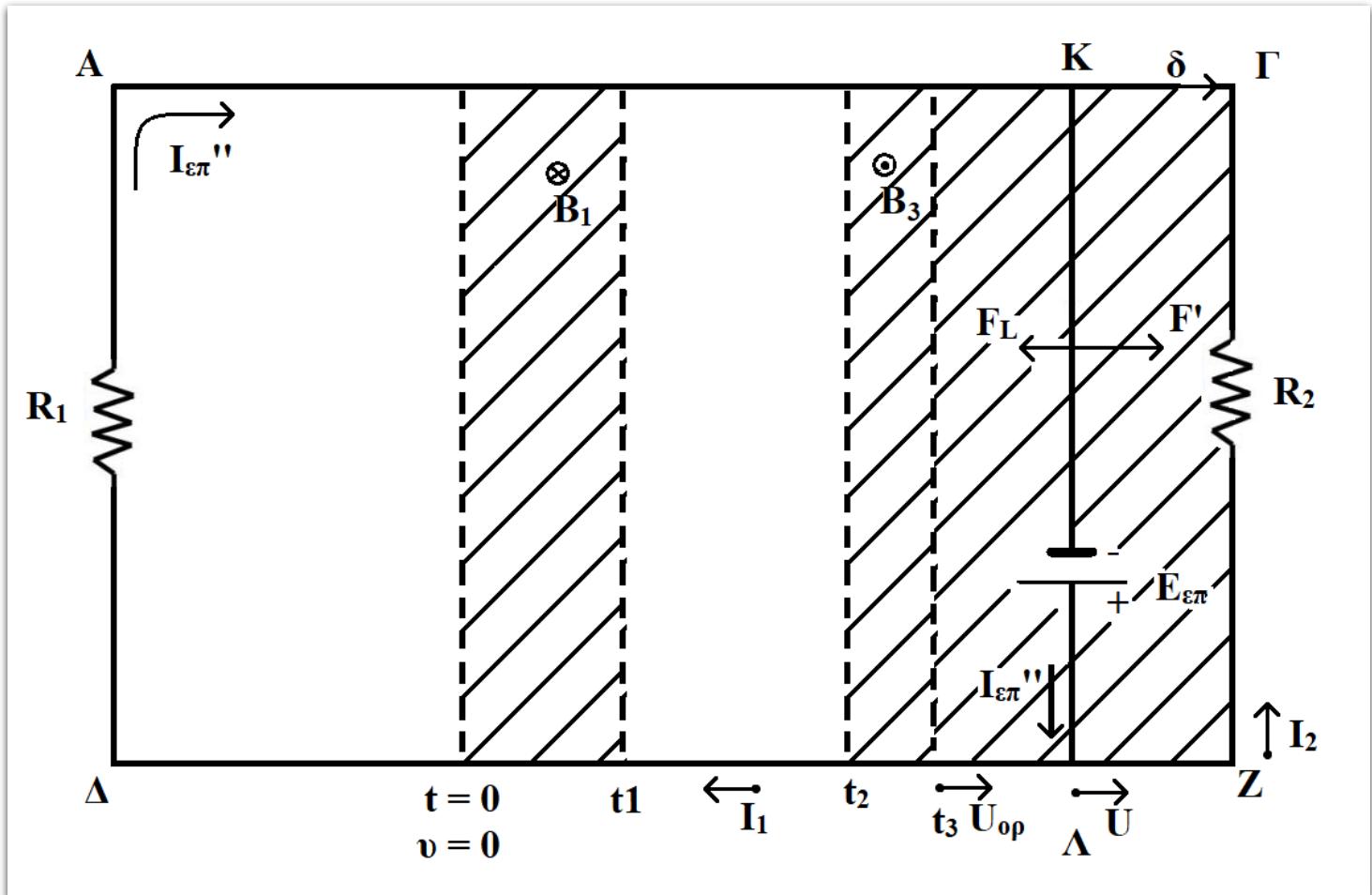
$$Q = |W_{F'}| \Rightarrow Q = 0.8 \text{ Joule}$$

$\delta) \underline{\tau\rho\delta\pi\sigma\zeta}$

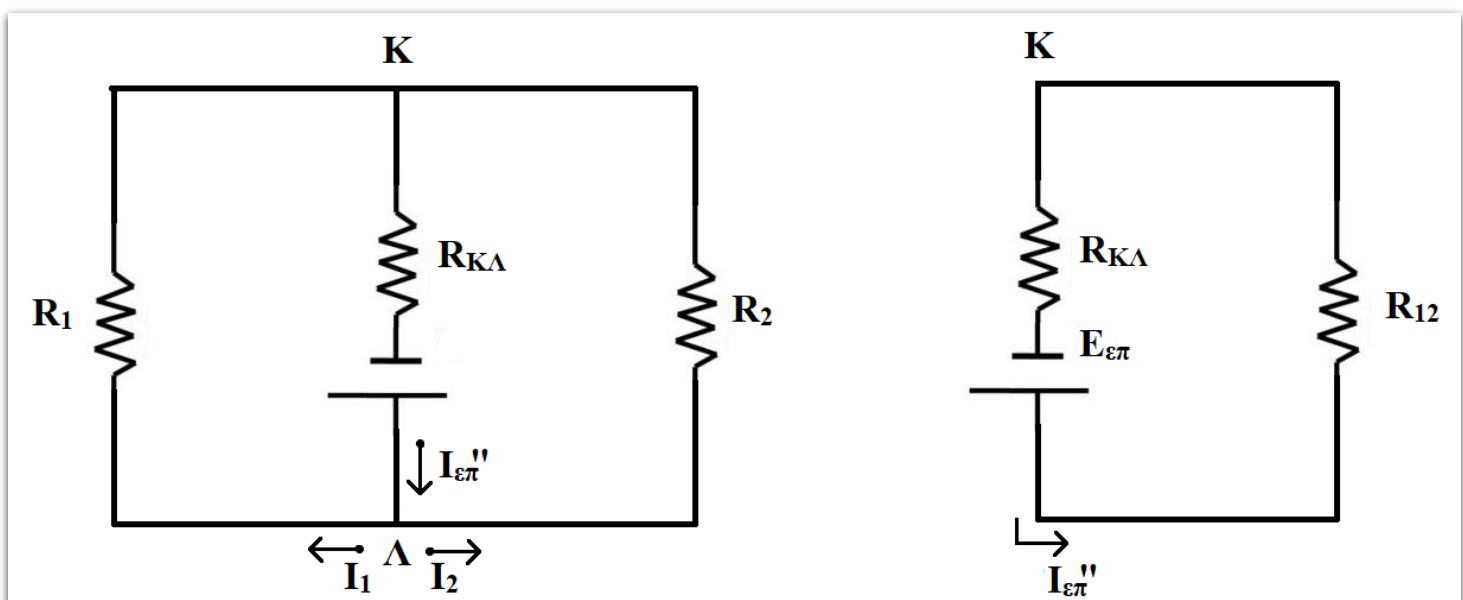
$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{dW_{\pi\eta\gamma\zeta}}{dq}$$

$$Q = W_{\pi\eta\gamma\zeta} = \Sigma(dW_{\pi\eta\gamma\zeta}) = \Sigma E_{\varepsilon\pi} \cdot dq = E_{\varepsilon\pi} \cdot \Sigma dq = E_{\varepsilon\pi} \cdot q_{\varepsilon\pi} = 0.8 \text{ Joule}$$

Γ4-(7)



$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{12} = 1\Omega$$



$$I''_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I''_{\varepsilon\pi} = \frac{B \cdot l \cdot v}{R_{12} + R_{KL}} \Rightarrow F_L = \frac{B_3^2 \cdot l^2 \cdot v}{R_{12} + R_{KL}}$$

την χρονική σπιγμή  $t_3^+$ :

$$v_{op} = 4 \frac{m}{s} \quad F_{L3} = 1N > F' = 0.8N$$

άρα η ταχύτητα μικραίνει, η δύναμη Laplace μικραίνει έως ότου

$$F' - F_L = 0 \Rightarrow v = v'_{op} \Rightarrow F' = \frac{B_3^2 \cdot l^2 \cdot v'_{op}}{R_{12} + R_{KL}} \Rightarrow v'_{op} = 3.2 \frac{m}{s}$$

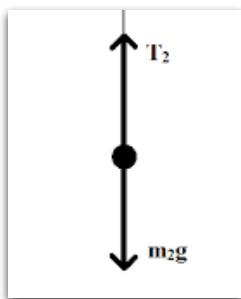
$$V_{KL} = I''_{\varepsilon\pi} \cdot R_{12} = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow |V_{KL}| = 0.8V$$

$$I_1 = \frac{V_{KL}}{R_1} \Rightarrow I_1 = 0.4A$$

$$I_2 = \frac{V_{KL}}{R_2} \Rightarrow I_2 = 0.4A$$

Θέμα 4

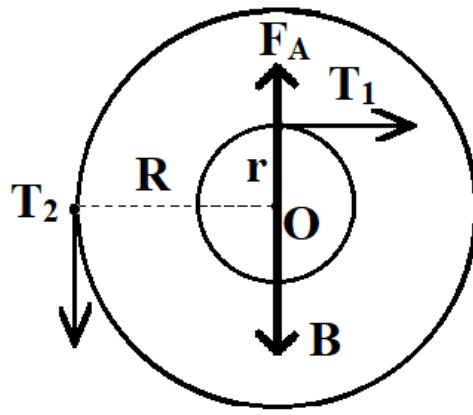
Δ1-(6)



$$m_2, \quad \text{ισορροπία,} \Rightarrow \sum \vec{F} = 0$$

$$T_2 = m_2 \cdot g \Rightarrow T_2 = 30N$$

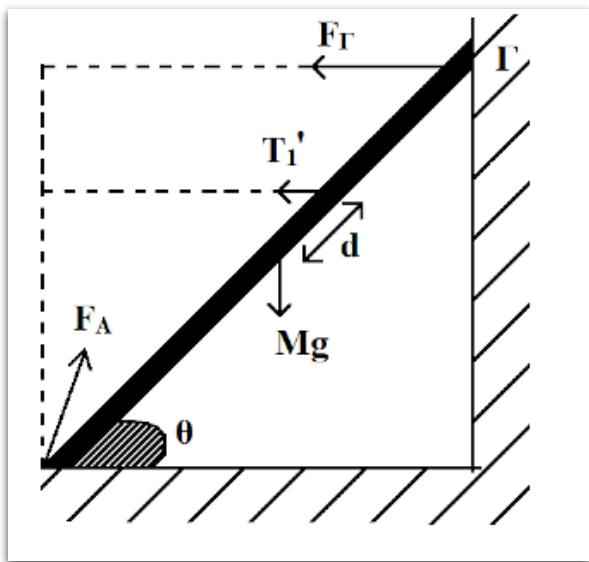
νήμα (2) αβαρές, μη εκτατό  $T'_2 = T_2$



κύλινδρος, ισορροπία,  $\Rightarrow \sum \vec{\tau} = 0$

$$T_1 \cdot r - T_2 \cdot R = 0 \Rightarrow T_1 = 2 \cdot T_2 = 60\text{N}$$

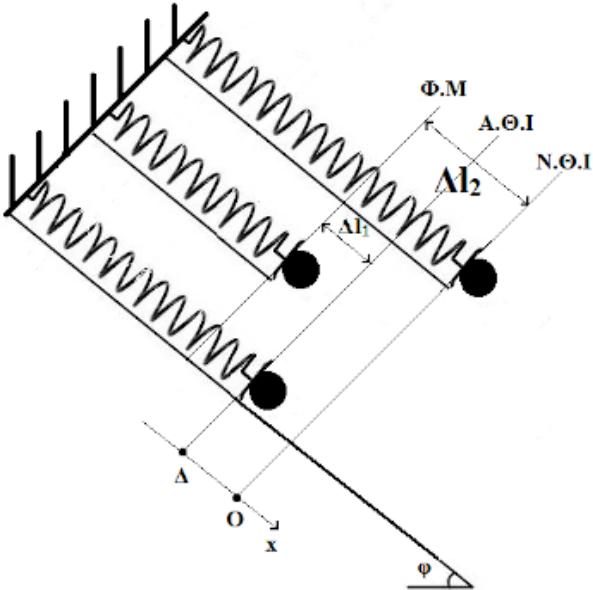
νήμα (1) αβαρές, μη εκτατό  $T'_1 = T_1$



ράβδος, ισορροπία,  $\Rightarrow \sum \vec{\tau}_{(A)} = 0$

$$\tau_B - \tau_{T_1} - \tau_{F_G} = 0 \Rightarrow M \cdot g \frac{l}{2} \cdot \sigma \nu \theta - T_1 \cdot \left(\frac{l}{2} + d\right) \cdot \eta \mu \theta - F_G \cdot l \cdot \eta \mu \theta = 0 \Rightarrow F_G = 10\text{N}$$

Δ2-(4)



Αρχική θέση ισορροπίας

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda 1} = m_1 \cdot g \cdot \eta \mu \varphi \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{m_1 \cdot g \cdot \eta \mu \varphi}{k} \Rightarrow \Delta l_1 = 0.05m$$

Νέα θέση ισορροπίας

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda 2} = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot \eta \mu \varphi \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{(m_1 + m_2) \cdot g \cdot \eta \mu \varphi}{k} \Rightarrow \Delta l_2 = 0.2m$$

Αρχή Διατήρησης Ενέργειας Ταλάντωσης (I  $\rightarrow$  II)

$$K_I + U_I = U_{max} \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot V_K^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta l_2 - \Delta l_1)^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 \Rightarrow A = 0.3m$$

$\Delta 3-(6)$

$$D = k = (m_1 + m_2) \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \omega = 5 \frac{rad}{s}$$

$$t = 0, \quad x_\Delta = -(O\Delta) = -(\Delta l_2 - \Delta l_1) = -0.15m, \quad v_\Delta = V_k > 0$$

$\alpha) \underline{\text{τρόπος}}$

$$x = A \cdot \eta \mu (\omega t + \varphi_o) \stackrel{t=0}{\Rightarrow} -0.15 = 0.3 \cdot \eta \mu \varphi_o \Rightarrow \eta \mu \varphi_o = -\frac{1}{2} \Rightarrow \eta \mu \varphi_o = \eta \mu \left( \frac{7\pi}{6} \right)$$

$$\varphi_o = \begin{cases} 2k\pi + \frac{7\pi}{6}, & k=0 \Rightarrow \varphi_o = \frac{7\pi}{6} \quad v = v_m \cdot \sigma v \frac{7\pi}{6} < 0, \text{ απορρίπτεται} \\ 2k\pi + \pi - \frac{7\pi}{6}, & k=1 \Rightarrow \varphi_o = \frac{11\pi}{6} \quad v = v_m \cdot \sigma v \frac{11\pi}{6} > 0 \end{cases}$$

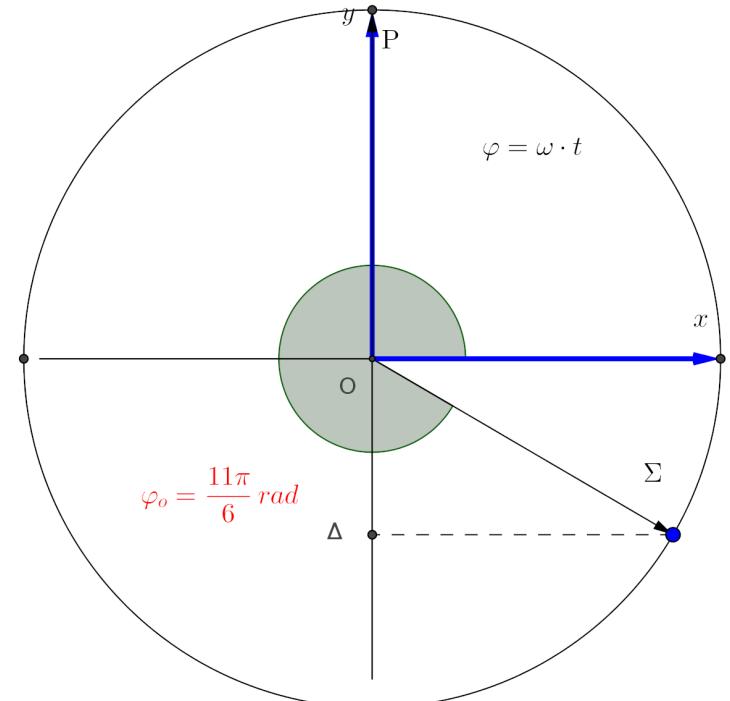
$\beta) \underline{\text{τρόπος}}$

Περιστρεφόμενο διάνυσμα: Έστω  $\Sigma$  σημείο που εκτελεί Ο.Κ.Κ. με σταθερή  $\omega$ , σε κύκλο ακτίνας  $A$ . Η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα δίνεται από την σχέση  $\varphi = \omega \cdot t$

Η προβολή του σημείου στον κατακόρυφο άξονα δίνεται από την σχέση

$$x = A \eta \mu \varphi \Rightarrow x = A \cdot \eta \mu \omega t$$

άρα η προβολή του σημείου  $\Sigma$  εκτελεί Α.Α.Τ.

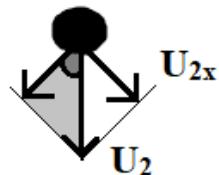


$$\Delta\varphi = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{11\pi}{6} \text{ rad}$$

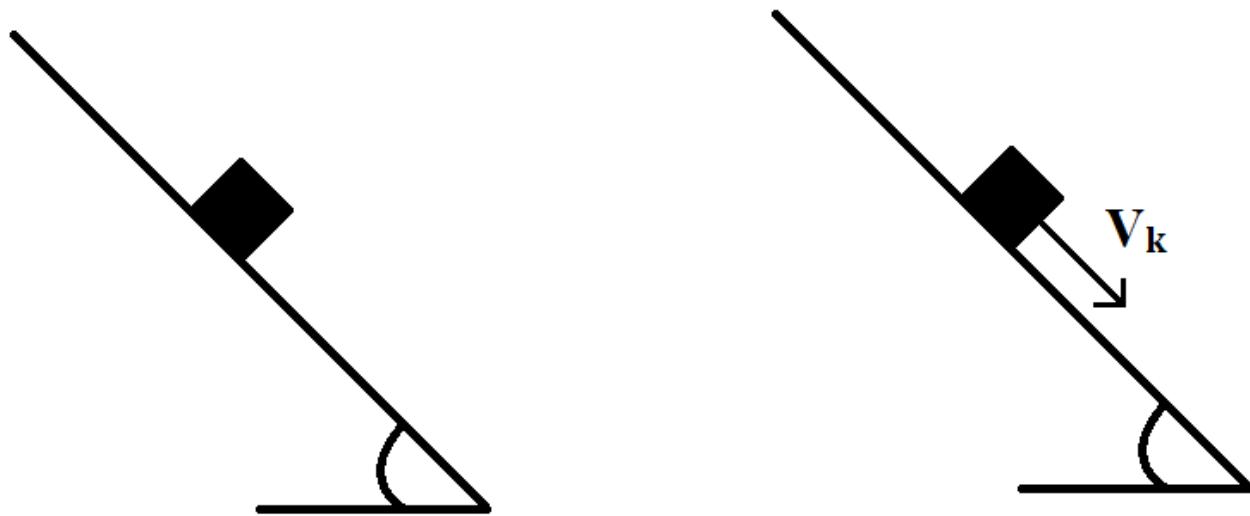
$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_o) \Rightarrow x = 0.3 \cdot \eta\mu(5t + \frac{11\pi}{6}) \quad S.I.$$

Δ4-(5)

Πρίν



Μετά



$$v_{2x} = v_2 \cdot \eta\mu\varphi$$

$$\Sigma \vec{F}_{\xi\xi}^x = 0 \Rightarrow A \cdot \Delta \cdot O_{(x)} P_{\pi\rho\nu}^x = P_{\mu\varepsilon\tau\alpha}^x \Rightarrow m_2 \cdot v_{2x} = (m_1 + m_2) \cdot V_k \Rightarrow v_2 = \frac{(m_1 + m_2) \cdot V_k}{m_2 \cdot \eta\mu\varphi} \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

$$v_2 = g \cdot t \Rightarrow t = \frac{v_2}{g}$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow h = 0.6m$$

Δ5-(4)

όταν  $x = +A$

$$|F_{EI}| = D \cdot A \Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = 30N$$

$$\Delta l = \Delta l_2 + A \Rightarrow |F_{\varepsilon\lambda}| = k \cdot \Delta l \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 50N$$

$$\frac{|F_{\varepsilon\lambda}|}{|F_{\varepsilon\pi}|} = \frac{5}{3}$$

Μπορείτε να εκτυπώσετε τις λύσεις σε μορφή pdf από εδώ και τα θέματα από εδώ

← Previous Archive Next →

0 Σχόλια Science Technology Engineering Mathematics Πολιτική Απορρήτου 1 Σύνδεση

Προτείνετε

Tweet

Κοινοποίηση

Ταξινόμηση με βάση τα καλύτερα



ΞΕΚΙΝΗΣΤΕ ΤΗΝ ΣΥΖΗΤΗΣΗ...

ΣΥΝΔΕΘΕΙΤΕ ΜΕ

Η ΕΓΓΡΑΦΕΙΤΕ ΜΕ TO DISQUS ?

Όνομα

Γράψτε το πρώτο σχόλιο.

Συνδρομή Προσθέστε το Disqus στην ιστοσελίδα σας Προσθέστε το Disqus Προσθήκη

Μην πουλάτε τα δεδομένα μου

Published  
22 June 2020

Category  
Άσκηση

Tags

Βαθμολογικό <sup>14</sup>

© 2020 Panagiotis Petridis with help from Jekyll Bootstrap and The Hooligan Theme