

Μοριοδότηση 2018

Ενδεικτικές απαντήσεις και από γραπτά μαθητών

Θέμα Α

A1-γ

A2-δ

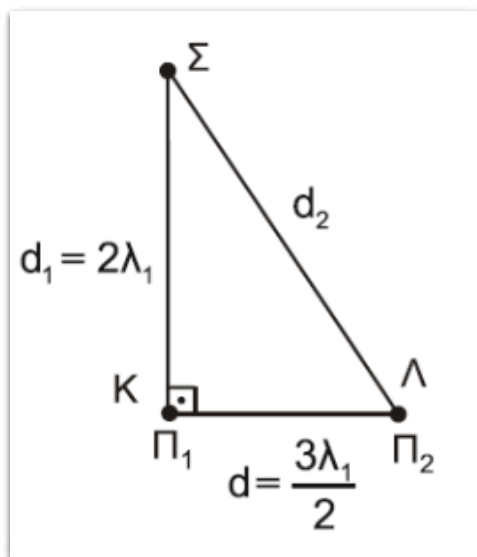
A3-α

A4-δ

A5: $\Lambda - \Sigma - \Lambda - \Sigma - \Lambda$

Θέμα Β

B1-(i)



$$d_2 = \sqrt{d_1^2 + d^2} = \sqrt{4 \cdot \lambda_1^2 + \frac{9}{4} \cdot \lambda_1^2} = \frac{5 \cdot \lambda_1}{2}$$

Ίδιο υλικό

$$v_2 = \lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2 \xrightarrow{f_2 = 2f_1} \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}$$

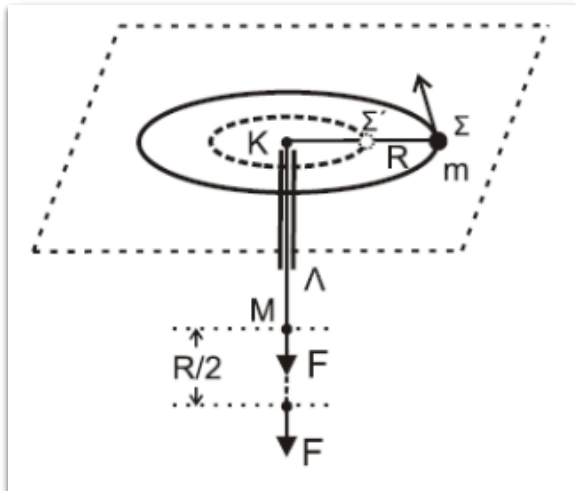
α) τρόπος

$$|A_\Sigma| = \left| 2A \cdot \sin \frac{2\pi(d_1 - d_2)}{2\lambda_2} \right| = \left| 2A \cdot \sin \frac{\pi(2\lambda_1 - \frac{5\lambda_1}{2})}{\frac{\lambda_1}{2}} \right| = |2A|$$

β) τρόπος

$$\left. \begin{aligned} d_1 - d_2 &= 2\lambda_1 - \frac{5\lambda_1}{2} = -\frac{\lambda_1}{2} = -\lambda_2 \\ d_1 - d_2 &= N \cdot \lambda_2 \end{aligned} \right\} N = -1 \quad \text{επίσχυση}$$

B2 - (ιιι)



$$m: \quad \Sigma \tau_{\epsilon(\kappa)} = \vec{0} \Rightarrow \Delta \vec{L} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L}_1 = \vec{L}_2$$

Η τάση του νήματος διέρχεται από τον άξονα περιστροφής

α) τρόπος

$$\text{Αρα } m \cdot v_1 \cdot R = m \cdot v_2 \cdot \frac{R}{2} \Rightarrow v_2 = 2v_1$$

$$\text{ΘΜΚΕ}_m(\Sigma \rightarrow \Sigma') \quad K_{\Sigma'} - K_{\Sigma} = W_F \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = W_F$$

$$\left. \begin{aligned} W_F &= \frac{3}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \\ v_1 &= \omega \cdot R \end{aligned} \right\} W_F = \frac{3}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot R^2$$

β) τρόπος

$$I_1 \cdot \omega = I_2 \cdot \omega' \Rightarrow m \cdot R^2 \cdot \omega = m \cdot \frac{R^2}{4} \cdot \omega' \Rightarrow \omega' = 4\omega$$

$$\text{ΘΜΚΕ}_m(\Sigma \rightarrow \Sigma') \quad K_{\Sigma'} - K_{\Sigma} = W_F \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \omega'^2 - \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \omega^2 = W_F$$

$$W_F = \frac{1}{2} m \frac{R^2}{4} 16\omega^2 - \frac{1}{2} m \cdot R^2 \omega^2 \Rightarrow W_F = \frac{3}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot R^2$$

B3 - (ι)

Εξίσωση Bernoulli για μια ρευσματική γραμμή ($\Gamma \rightarrow \Delta$)

$$P_{\Gamma} + \frac{1}{2} \rho \cdot v_{\Gamma}^2 = P_{\Delta} + \frac{1}{2} \rho \cdot v_{\Delta}^2 + \rho \cdot g \cdot h$$

Εξίσωση συνέχειας ($\Gamma \rightarrow \Delta$)

$$\Pi_{\Gamma} = \Pi_{\Delta} \Rightarrow A_{\Gamma} \cdot v_{\Gamma} = A_{\Delta} \cdot v_{\Delta} \xrightarrow{A_{\Gamma}=2A_{\Delta}} v_{\Delta} = 2v_{\Gamma}$$

Οριζόντια βολή ($\Delta \rightarrow K$)

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ 4h &= v_{\Delta} \cdot t \end{aligned} \right\} 4h = v_{\Delta} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow v_{\Delta}^2 = 8g \cdot h \xrightarrow{v_{\Delta}=2v_{\Gamma}} 4v_{\Gamma}^2 = 8g \cdot h \Rightarrow v_{\Gamma}^2 = 2g \cdot h$$

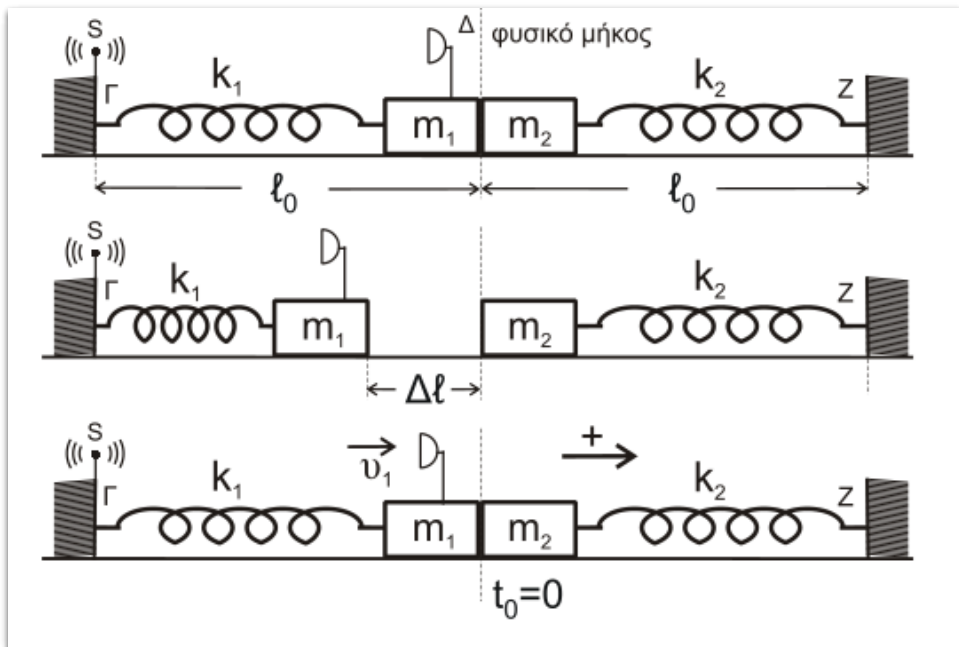
$$g \cdot h = \frac{v_{\Gamma}^2}{2}$$

Άρα η εξίσωση Bernoulli γράφεται

$$P_{\Gamma} - P_{\Delta} = \frac{1}{2} \rho \cdot v_{\Delta}^2 + \rho \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \rho \cdot v_{\Gamma}^2 = \frac{1}{2} \rho \cdot 4v_{\Gamma}^2 + \rho \cdot \frac{v_{\Gamma}^2}{2} - \frac{1}{2} \rho \cdot v_{\Gamma}^2 = 2\rho \cdot v_{\Gamma}^2$$

Θέμα 7

π



$$k_1 = k_2 = k$$

$$m_1 = m_2 = m$$

$$\Delta l = 0.4m = A_1$$

$$K_1 - m_1 \quad \text{AAT : } D_1 = k_1 = m_1 \cdot \omega_1^2 \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$v_{\max 1} = \omega_1 \cdot A_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \Delta l = 2 \frac{m}{\text{sec}}$$

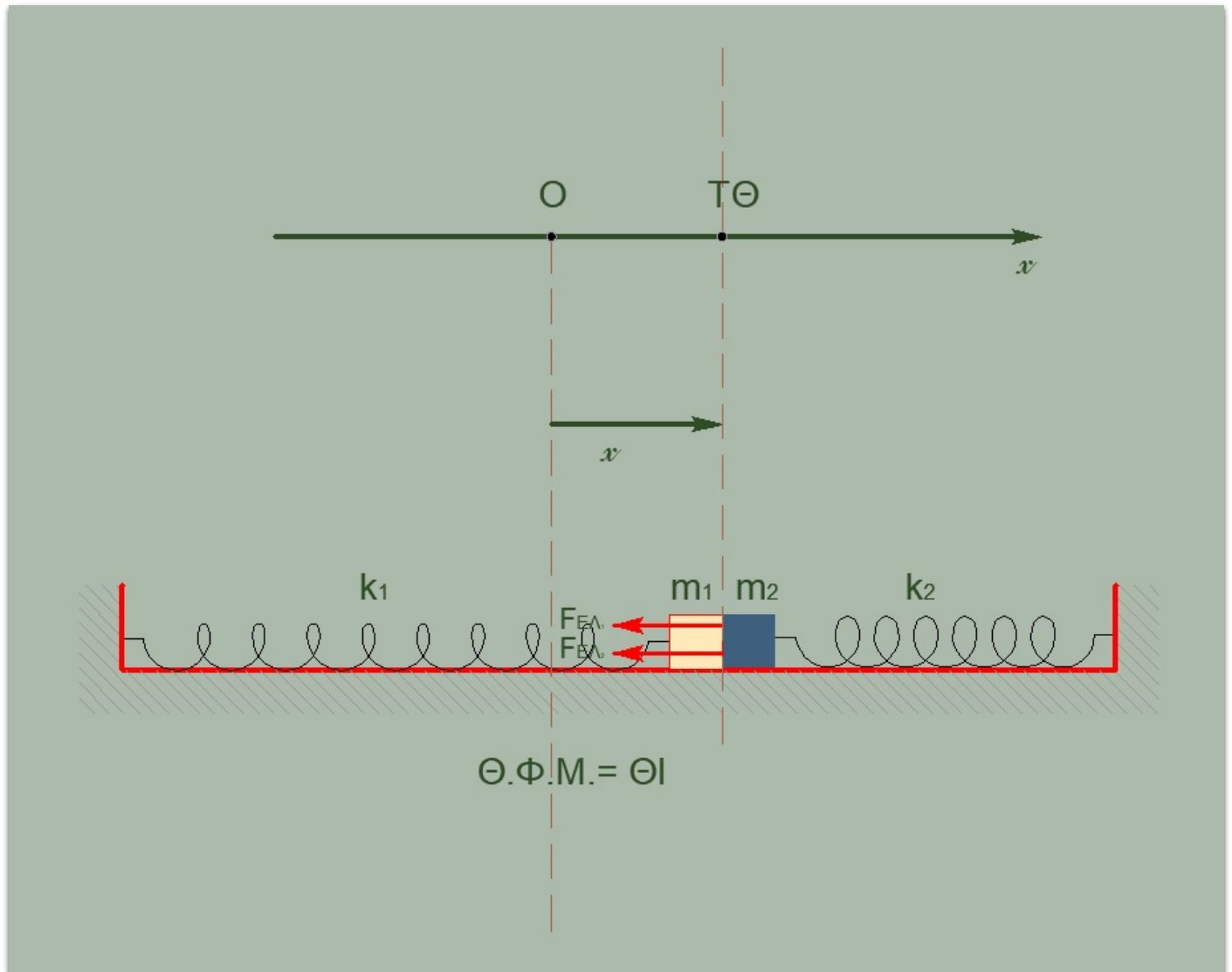
$$f_1 = \frac{v_{\eta\chi} - v_{\max 1}}{v_{\eta\chi}} \cdot f_s$$

$$\text{ΑΔΟ } m_1, m_2 \quad (\Theta. I.) \quad m_1 \cdot v_{\max 1} = (m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow V = 1 \frac{m}{\text{sec}}$$

$$f_2 = \frac{v_{\eta X} - V}{v_{\eta X}} \cdot f_s$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{v_{\eta X} - v_{max1}}{v_{\eta X} - V} = \frac{338}{339}$$

Γ2



$$(m_1 + m_2) :$$

Στη θέση Θ.Φ.Μ. $\Sigma F = 0$ άρα αυτή είναι και Θ.Ι.

$$Τ. Θ. : \Sigma F = -F_{EA1} - F_{EA2} = -k_1 \cdot x - k_2 \cdot x = -(2k)x$$

Για να εκτελεί ένα σώμα ΑΑΤ πρέπει να ισχύει

$$\Sigma F = -D \cdot x, D = 2k = (m_1 + m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2k}{2m}} = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5 \frac{rad}{sec}$$

$$Θ.Ι. : V = v_{max} \xrightarrow{v_{max} = \omega \cdot A} 1 = 5 \cdot A \Rightarrow A = 0.2m$$

Γ3

$$\left. \begin{aligned} f_{\Delta\epsilon\kappa\tau\eta} &= f_s \\ f_{\Delta\epsilon\kappa\tau\eta} &= \frac{v_{\eta\kappa} + v_{\epsilon\kappa\tau\eta}}{v_{\eta\kappa}} \cdot f_s \end{aligned} \right\} v_{\epsilon\kappa\tau\eta} = 0$$

Για πρώτη φορά, δηλαδή ακραία θέση, οπότε

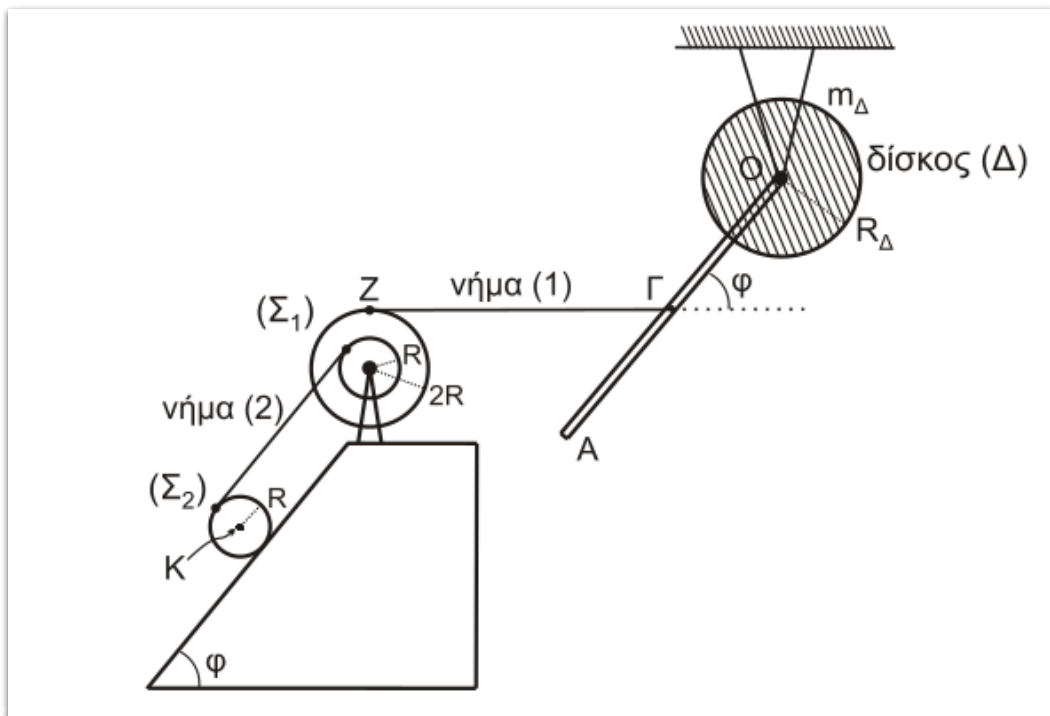
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5} \text{ sec}$$

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{10} \text{ sec}$$

Γ4

$$\left| \frac{dp}{dt} \right|_{m_1+m_2(max)} = \Sigma F_{max} = D \cdot A \stackrel{D=100 \frac{N}{m}}{\implies} \Sigma F_{max} = 20N, \quad \text{ή} \quad \frac{kg \cdot m}{sec^2}$$

Θέμα Δ



Ράβδος (ρ)

$$M = 8kg$$

$$l = 3m$$

Δίσκος (Δ)

$$m_{\Delta} = 4kg$$

$$R_{\Delta} = \frac{\sqrt{2}}{2} m$$

Τροχαλία (τροχ)

$$R = 0.2m$$

$$I_{\rho O \chi} = 1.95 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Κύλινδρος

$$m = 30 \text{ kg}$$

$$R = 0.2 \text{ m}$$

$$\eta \mu \varphi = 0.8$$

$$\sigma \nu \kappa \varphi = 0.6$$

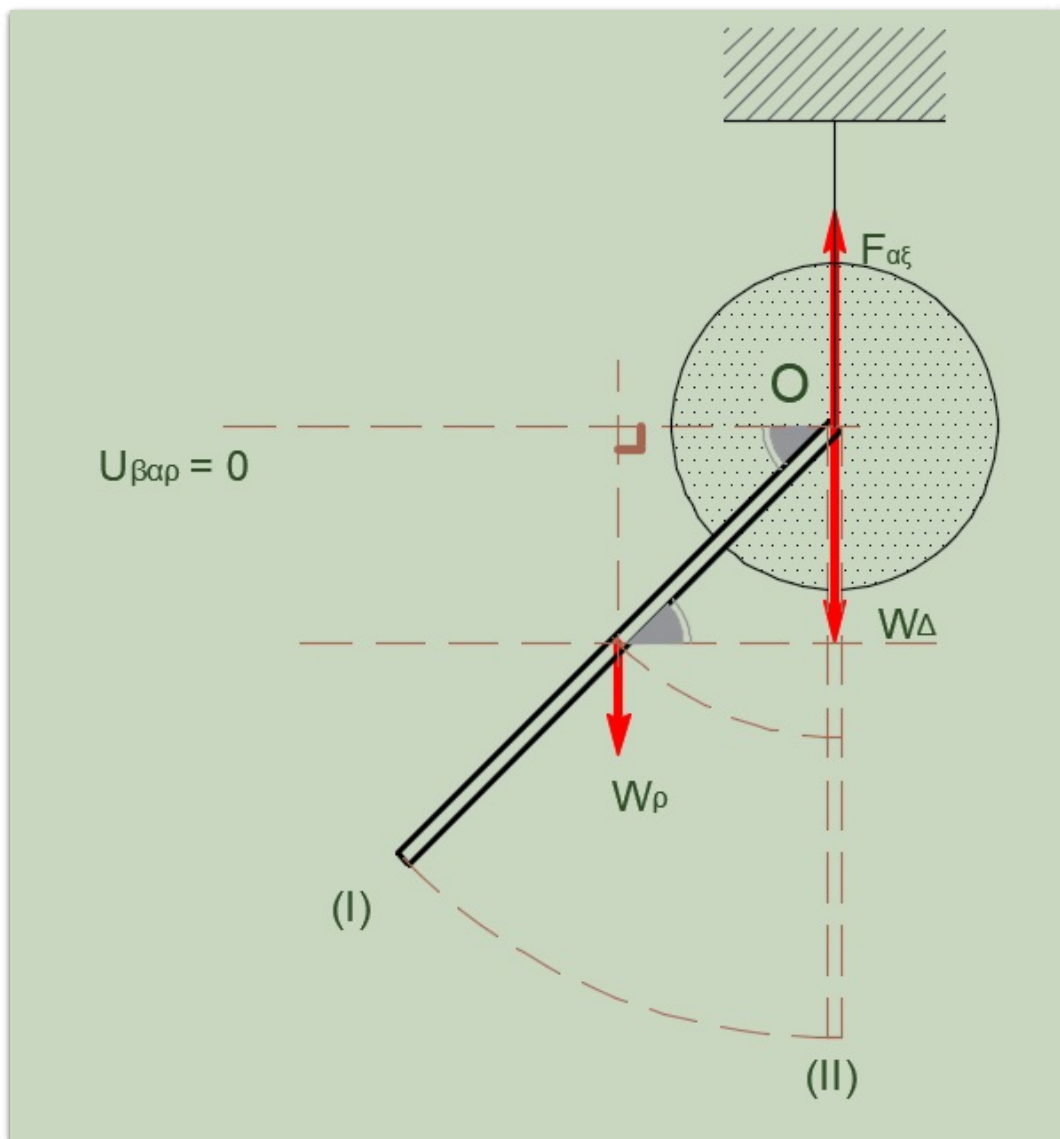
$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

Δ1

$$I_{\rho-\Delta} = \left(\frac{1}{12} \cdot M \cdot l^2 + M \frac{l^2}{4} \right) + \frac{1}{2} \cdot m_{\Delta} \cdot R_{\Delta}^2 = 25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Δ2

$$\left| \frac{dL}{dt} \right|_{\rho-\Delta} = \Sigma \tau_{(0)} = W_{\rho} \cdot \frac{l}{2} \cdot \sigma \nu \kappa \varphi = 72 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{sec}^2} \quad \text{ή} \quad \text{N} \cdot \text{m}$$



Δ3

α)τρόπος

$$\text{ΑΔΜΕ}_{\rho-\Delta}(I \rightarrow II) : K_I + U_I = K_{II} + U_{II}$$

$$0 + \left(-M \cdot g \cdot \frac{l}{2} \cdot \eta \mu \varphi + U_{\beta \alpha \theta(\Delta)(II)}\right) = K_{II} + \left(-M \cdot g \cdot \frac{l}{2} + U_{\beta \alpha \theta(\Delta)(II)}\right)$$

$$K_{II} = M \cdot g \cdot \frac{l}{2} \cdot (1 - \eta \mu \varphi) \Rightarrow K_{II} = 24J$$

β)τρόπος

Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας βαρύτητας το άκρο της ράβδου την στιγμή που γίνεται κατακόρυφη.

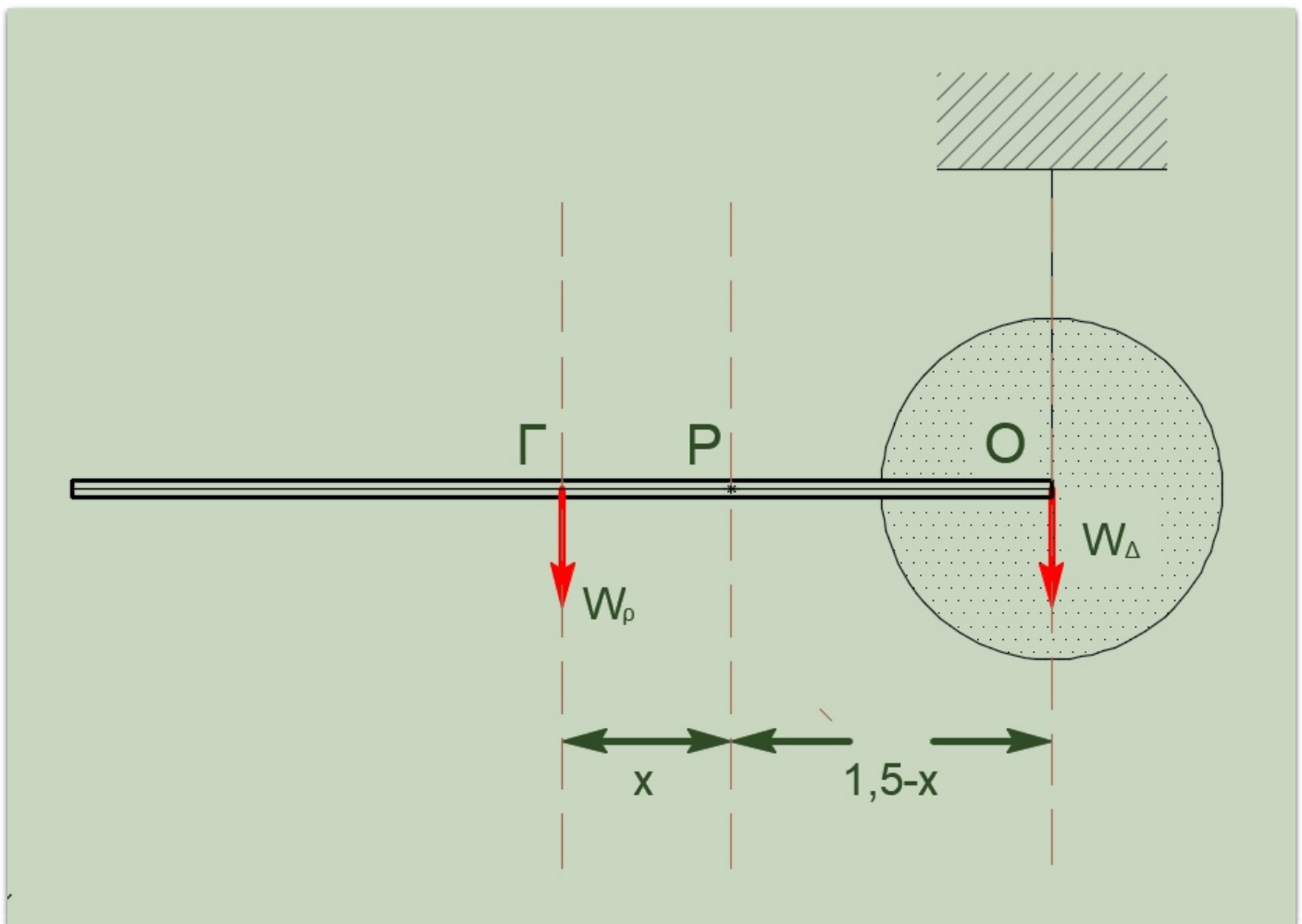
$$\text{ΑΔΜΕ}_{\rho-\Delta}(I \rightarrow II) : K_I + U_I = K_{II} + U_{II}$$

$$0 + \left(M \cdot g \cdot \left(l - \frac{l}{2} \cdot \eta \mu \varphi\right) + U_{\beta \alpha \theta(\Delta)(II)}\right) = K_{II} + \left(M \cdot g \cdot \frac{l}{2} + U_{\beta \alpha \theta(\Delta)(II)}\right)$$

$$K_{II} = M \cdot g \cdot \frac{l}{2} \cdot (1 - \eta \mu \varphi) \Rightarrow K_{II} = 24J$$

γ)τρόπος

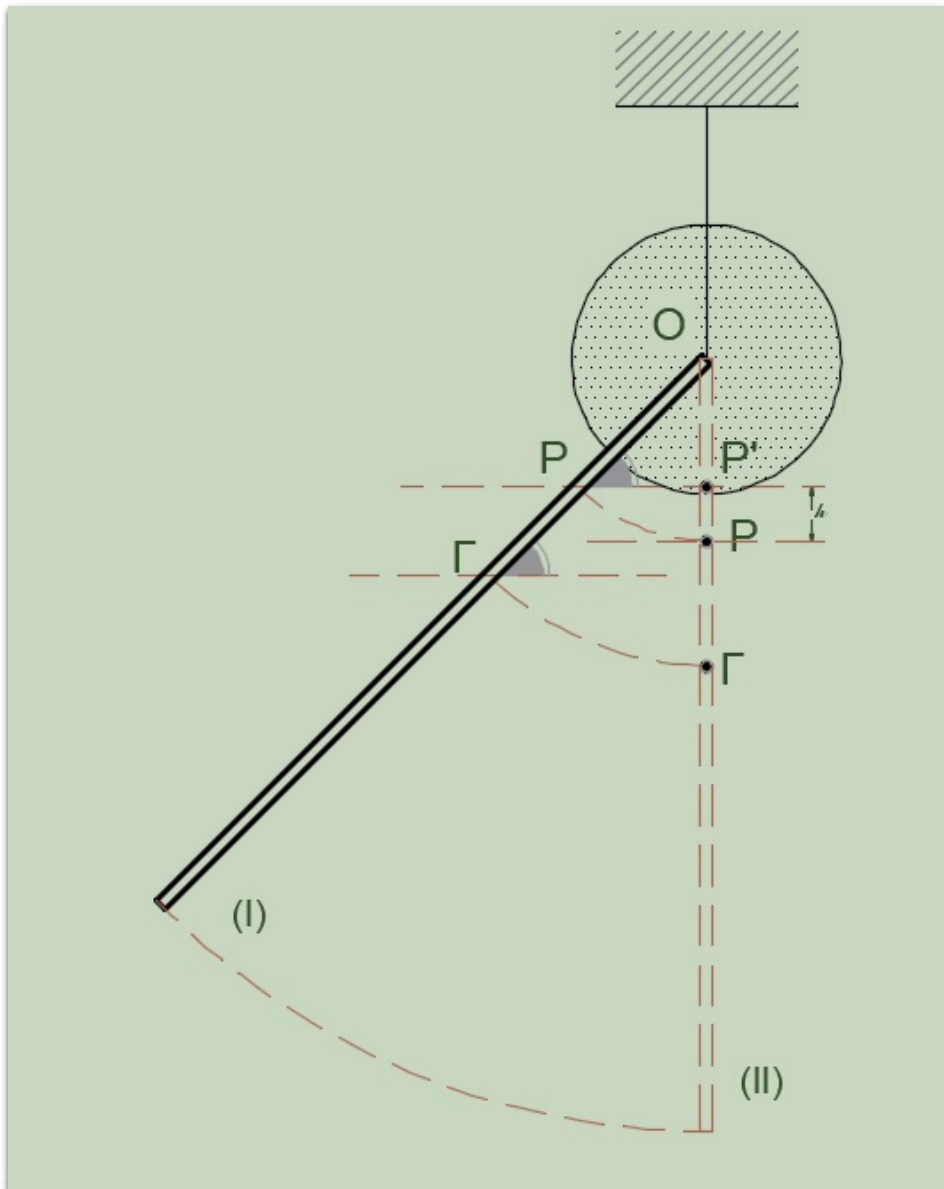
Εύρεση του κέντρου μάζας του συστήματος των δύο σωμάτων (ράβδος, δίσκος)



Έστω ότι το κέντρο μάζας **P** του συστήματος απέχει απόσταση **x** από το μέσον **Γ** της ράβδου. Είναι προφανές ότι αν το σύστημα στηριχθεί στο κέντρο μάζας **P** θα ισορροπήσει. Άρα

$$\Sigma \tau_P = 0 \Rightarrow \tau_{W_P} - \tau_{W_\Delta} = 0 \Rightarrow M \cdot g \cdot x = m_\Delta \cdot g \left(\frac{l}{2} - x \right)$$

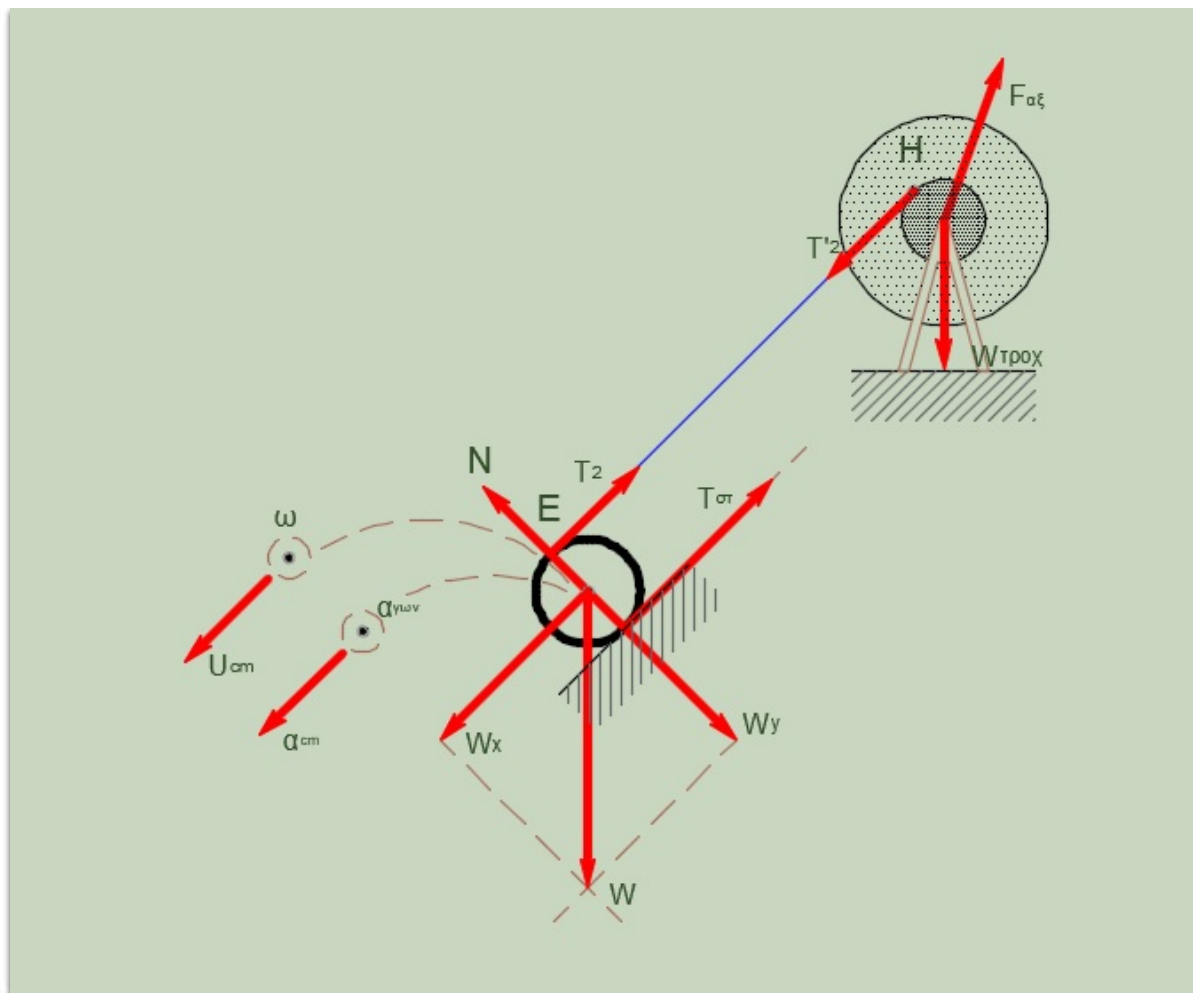
$$8x = 4(1.5 - x) \Rightarrow x = 0.5m \Rightarrow \mathbf{OP = 1m}$$



$$h = OP - OP' = OP - OP \cdot \eta\mu\varphi = OP \cdot (1 - \eta\mu\varphi) = 0.2m$$

$$\mathbf{A\Delta ME_{P-\Delta}(I \rightarrow II) : K_I + U_I = K_{II} + U_{II}}$$

$$0 + (M + m_\Delta) \cdot g \cdot h = K_{II} \Rightarrow \mathbf{K_{II} = 24J}$$



α) τρόπος

νήμα(2) αβαρές, μη εκτατό ($T_2 = T'_2$)

ΚΧΟ:

$$v_E = 2 \cdot v_{cm} = 2 \cdot \omega \cdot R \Rightarrow a_E = 2 \cdot a_{cm} = 2 \cdot a_{\gamma\omega R}$$

$$v_E = v_H = \omega_{\text{τροχ}} \cdot R \Rightarrow a_E = a_H = a_{\gamma\omega R \text{ τροχ}} \cdot R$$

mx MET.

$$\Sigma F_x = m \cdot a_x \Rightarrow W_x - T_{\sigma\tau} - T_2 = m \cdot a_{cm} \quad (1)$$

mx ΣΤΡΟΦ.

$$\Sigma \tau = I \cdot a_{\gamma\omega R} \Rightarrow T_{\sigma\tau} \cdot R - T_2 \cdot R = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot a_{\gamma\omega R} \xRightarrow{a_{cm} = a_{\gamma\omega R} \cdot R} T_{\sigma\tau} - T_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot a_{cm} \quad (2)$$

$$(1) \wedge (2) \Rightarrow W_x - 2T_2 = \frac{3}{2} \cdot m \cdot a_{cm} \quad (3)$$

$$\text{τροχ} : \Sigma \tau = I \cdot a_{\gamma\omega R} \Rightarrow T'_2 \cdot R = 1.95 \cdot a_{\gamma\omega R (\text{τροχ})} \xRightarrow{a_{\gamma\omega R (\text{τροχ})} = \frac{2a_{cm}}{R}} \quad (3)$$

$$W_x - 2 \cdot \frac{1.95 \cdot \frac{2a_{cm}}{R}}{R} = \frac{3}{2} \cdot m \cdot a_{cm}$$

$$300 \cdot 0.8 - \frac{4 \cdot 1.95 \cdot \alpha_{cm}}{4 \cdot 10^{-2}} = 45 \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = 1 \frac{m}{sec^2}$$

$$\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 5 \frac{rad}{sec^2}$$

κύλινδρος:

$$s = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow t = 2sec$$

$$v_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow v_{cm} = 2 \frac{m}{sec}$$

β)τρόπος

κύλινδρος:

$$\Theta MKE_{O \rightarrow S} : K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Rightarrow \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \omega^2 \right) - 0 = (\Sigma F_x) \cdot S + (\Sigma \tau) \cdot \Delta\theta$$

$$\Sigma F_x = m \cdot \alpha_{cm}$$

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$$

$$\frac{3}{4} \cdot m \cdot v_{cm}^2 = m \cdot \alpha_{cm} \cdot s + \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta \cdot R=S]{\alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R=\alpha_{cm}}$$

$$\frac{3}{4} \cdot m \cdot v_{cm}^2 = m \cdot \alpha_{cm} \cdot s + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \alpha_{cm} \cdot s \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot m \cdot v_{cm}^2 = \frac{3}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot S \Rightarrow v_{cm} = 2 \frac{m}{sec}$$

$$v_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow 2 = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow t = \frac{2}{\alpha_{cm}}$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot \left(\frac{2}{\alpha_{cm}} \right)^2 \Rightarrow \alpha_{cm} = 1 \frac{m}{s^2}$$

γ)τρόπος

Ο κύλινδρος εκτελεί σύνθετη κίνηση, μεταφορική ΔS_{cm} και στροφική $R \cdot \Delta\theta$

ΚΧΟ για τον κύλινδρο

$$\Delta S_{cm} = R \cdot \Delta\theta$$

Η στροφή της τροχαλίας κατά $\Delta\theta'$ έχει σαν αποτέλεσμα να ξετυλίγεται νήμα μήκους $R \cdot \Delta\theta'$.

$$R \cdot \Delta\theta' = \Delta S_{cm} + R \cdot \Delta\theta$$

$$R \cdot \Delta\theta' = R \cdot \Delta\theta + R \cdot \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta' = 2\Delta\theta \Rightarrow \frac{d\theta'}{dt} = 2 \cdot \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \omega' = 2 \cdot \omega$$

Για το σύστημα των σωμάτων κύλινδρος - τροχαλία.

$$\Theta MKE_{O \rightarrow S} : K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \right) \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot I_{\tau\rho\alpha\chi} \cdot (2 \cdot \omega)^2 = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \cdot s$$

όπου $\omega = \frac{v_{cm}}{R}$

και μετά τις πράξεις $v_{cm} = 2 \frac{m}{s}$

$$v_{cm} = a_{cm} \cdot t \Rightarrow 2 = a_{cm} \cdot t \Rightarrow t = \frac{2}{a_{cm}}$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot a_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot a_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot a_{cm} \cdot \left(\frac{2}{a_{cm}}\right)^2 \Rightarrow a_{cm} = 1 \frac{m}{s^2}$$

Μπορείτε να εκτυπώσετε τις λύσεις σε μορφή pdf από [εδώ](#) και τα θέματα από [εδώ](#)

[← Previous](#) [Archive](#) [Next →](#)

0 Σχόλια Science Technology Engineering Mathematics

 Σύνδεση

 Προτείνετε  Κοινοποίηση

Ταξινόμηση με βάση τα καλύτερα



Ξεκινήστε την συζήτηση...

ΣΥΝΔΕΘΕΙΤΕ ΜΕ

Ή ΣΥΝΔΕΘΕΙΤΕ ΜΕ ΤΟ DISQUS ?

Όνομα

Γράψτε το πρώτο σχόλιο.

 Συνδρομή  Προσθέστε το Disqus στην ιστοσελίδα σας [Προσθέστε το Disqus](#) [Προσθήκη](#)

Published
13 June 2018

Category
Άσκηση

Tags

Βαθμολογικά 

© 2018 Panagiotis Petridis with help from [Jekyll Bootstrap](#) and [The Hooligan Theme](#)