

- data.mat ve dato2.mat dosyalarında bazı x girdileri ve onlara karşılık gelen y çıktıları bulunmaktadır.

## part A (30 points)

girdi: x: ölçülen örneklem girdileri

y: x değerine karşılık gelen çıktı değerleri

d: polinomun derecesi

çıkış: coef1: hesaplanan 1. polinomun katsayıları

coef2: hesaplanan 2. polinomun katsayıları

- x, y verileri 2 tane d. dereceden polinomdan üretilmiştir. Bazı noktalar 1. polinoma, diğerleri 2. polinoma aittir. Bizim amacımız veriye en uygun d. dereceden polinom ikilisini bulmaktır.

$$c_1 x^d + c_2 x^{d-1} + \dots + c_d x + c_{d+1}$$

$$e_1 x^d + e_2 x^{d-2} + \dots + e_d x + e_{d+1}$$

- Bir polinom alırsanız şöyle gözlerdik.

$$\begin{bmatrix} a_1^d & \dots & a_1 & 1 \\ \vdots & & & \\ a_i^d & \dots & a_i & 1 \\ \vdots & & & \\ a_n^d & \dots & a_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_{d+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_i \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

A                      x                      b

x least squares app. ile bulunur.

- Şimdi 2 polinom olduğundan bu portta şu şekilde gözeceğiz. 2

$$m \begin{bmatrix} a_i^d & \dots & a_i & 1 & a_i^d & \dots & a_i & 1 \\ & & A & & A & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_{d+1} \\ e_1 \\ \vdots \\ e_{d+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

$B$   $x$   $b$

$Bx=b$  least squares app. ile çözülür. Çözülürken inv. kullanmayın,  
kullanın çünkü B'nin dependent sütunları var.

$$x = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_{d+1} \\ e_1 \\ \vdots \\ e_{d+1} \end{bmatrix}$$

→ coef1  
→ coef2

- görsel için A ve coef1'i kullanarak  
o1'i, A ve coef2'yi kullanarak  
o2'yi bulmalısınız.

test

data verileri için d=3 çözümü  
data2 " " d=5 "

portA-data-d3.txt  
portA-data-d3.jpg' de görülebilir.  
portA-data2-d5.jpg de " .  
portA-data2-d5.txt

## part B (60 points)

girdi:  $x$ : ölçülen örneklem girdileri  
 $y$ :  $x$  değerine karşılık gelen çıktı değerleri  
 $d$ : polinomların derecesi  
epoch: tekrar sayısı

çıktı:  $\text{coef1}$ : hesaplanan 1. polinomun nihai katsayıları  
 $\text{coef2}$ : 2. polinomun nihai katsayıları

- part A da  $(a_i, b_i)$  çiftleri iki polinomla birden ifade edilme seçilmiştir. Aslında her  $(a_i, b_i)$  çifti polinomlardan birine aittir. Bu yüzden algoritma iyi sonuçlar vermemiştir. Eğer hangi verinin hangi polinoma ait olduğunu bilseydik, şöyle çözebilirdik:

$$\begin{bmatrix} a_1^d & \dots & a_i & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & a_i^d & \dots & a_i & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_{d+1} \\ e_1 \\ \vdots \\ e_{d+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

1. polinoma ait nokteler      2. polinoma ait nokteler

- Bu partta problemi şu şekilde çözeceğiz:

Her veriyi rastgele (eşit ihtimalla) 1. polinoma veya 2. polinoma

atacağız. Sonrasında arka raftaki  $Ax=b$  problemini oluşturacağız

Örneğin, veriler  $(0, 10), (2, 20), (3, 30), (4, 40), (5, 50)$  olsun.

Rastgele atama sonucu 1, 2, 4. veriler 2. polinoma ait, diğerleri

1. polinoma ait gilemez olsun. 0 zaman,  $d=3$  için,

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ 27 & 9 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 64 & 16 & 4 & 1 \\ 125 & 25 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \\ 50 \end{bmatrix}$$

- Üstteki problem önceki partteki gibi çözümler  $\text{coef}_1, \text{coef}_2, a_1, a_2$  bulunabilir ama sonuç rastgele olduğundan iyi bir polinom bulunacağının garantisi yok.

- Bu yüzden üstteki işlemi epoch kere tekrar edip en iyi sonucu alacağız. Bunun için sonuçları karşılaştırmak için bir hata fonksiyonu tanımlamalıyız. Bu partta hata fonksiyonumuz şöyle olacak.

$$MSE_{\text{new}} = \frac{1}{m} \sum \left[ \min \{ (y - a_1), (y - a_2) \} \right]^2$$

Yani her nokta için error ana gelen olan polinoma uzaklık kadardır diye düşünüp yeni  $MSE'$ 'yi hesaplayarak toplam hata bulunacak. Sizden epoch sonrastan en düşük  $MSE_{\text{new}}$ 'e sahip olanı sizdirmeniz beklenmektedir.

test

5

data verilerinden  $d=3$  epoch=100 parametreleri ile rastgele elde edilen  
2 sonuç  $\text{partB-data-d3-epoch100-1}$  'de görülebilir.  
-2

data2 verilerinden  $d=5$  epoch=1000 parametreleri ile rastgele elde  
edilen 2 sonuç  $\text{partB-data2-d5-epoch1000-1}$  'de görülebilir.  
-2