

---

# Matematika 4 — Logika pre informatikov

## 4. sada teoretických úloh

---

Čísla úloh v zátvorkách odkazujú do zbierky<sup>1</sup>, kde nájdete riešené príklady a ďalšie úlohy na precvičovanie.

<sup>1</sup> <https://fmfi-uk-1-ain-412.github.io/lpi/teoreticke-ain/zbierka.pdf>

**Cvičenie 4.1.** (2.1.5) Nech  $\mathcal{L}$  je jazyk výrokovologickej časti logiky prvého rádu.

- a) Zadefinujte funkciu  $\text{bccount} : \mathcal{E}_{\mathcal{L}} \times \{\wedge, \vee, \rightarrow\} \rightarrow \mathbb{N}$  takú, že  $\text{bccount}(A, b)$  je počet výskytov binárnej spojky  $b$  vo formule  $A$ .
- b) Zadefinujte funkciu  $\text{subfs} : \mathcal{E}_{\mathcal{L}} \rightarrow \mathcal{P}(\mathcal{E}_{\mathcal{L}})$  takú, že  $\text{subfs}(A)$  je množina všetkých podformúl formuly  $A$ .

**Cvičenie 4.2.** (2.1.6) Dokážte alebo vyvráťte: Nech  $\mathcal{L}$  je jazyk výrokovologickej časti logiky prvého rádu. Pre každú výrokovologickú formulu  $A$  v jazyku  $\mathcal{L}$  platí:

$$\text{atoms}(A) \subseteq \text{subfs}(A).$$

**Cvičenie 4.3.** (4.3.5) Nech  $X, Y$  a  $Z$  sú ľubovoľné formuly, nech  $T$  je ľubovoľná teória. Dokážte alebo vyvráťte:

- a) Ak  $T \models_p (X \rightarrow Y)$ , tak  $T \not\models_p X$  alebo  $T \models_p Y$ .
- b) Ak  $T \models_p (X \rightarrow Y)$ , tak  $T \models_p \neg X$  alebo  $T \models_p Y$ .

**Vyskúšajte si.**

- c) Ak  $\{X, Y\} \models_p Z$ , tak  $(X \rightarrow (Y \rightarrow Z))$  je tautológia.
- d) Ak  $T \models_p (X \vee Y)$ , tak  $T \models_p X$  alebo  $T \models_p Y$ .

**Cvičenie 4.4.** (4.1.1) O nasledujúcej formule nad jazykom  $\mathcal{L}$ , kde  $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \{\text{ľúbi}^2\}$  a  $\mathcal{C}_{\mathcal{L}} = \{P, L\}$  rozhodnite, či je i. tautológia, ii. splniteľná, iii. falzifikovateľná, iv. nespľniteľná. Rozhodnite o *všetkých* uvedených vlastnostiach a rozhodnutia zdôvodnite.

$$((\neg \text{ľúbi}(P, L) \rightarrow \neg \text{ľúbi}(L, P)) \wedge (\text{ľúbi}(P, L) \vee \text{ľúbi}(L, P)))$$

**Cvičenie 4.5.** (4.1.3) Nech  $\mathcal{L}$  je ľubovoľný jazyk výrokovologickej časti logiky prvého rádu a nech  $A$  a  $B$  sú ľubovoľné výrokovologické formuly jazyka  $\mathcal{L}$ .


O každej z nasledujúcich formúl v jazyku  $\mathcal{L}$  rozhodnite, či je i. tautológia, ii. splniteľná, iii. falzifikovateľná, iv. nesplniteľná. Rozhodnite o všetkých možnostiach a rozhodnutia zdôvodnite.

$$(X_1) \quad \neg(\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B))$$

**Vyskúšajte si.**

$$(X_2) \quad ((\neg A \rightarrow \neg B) \wedge (A \vee B))$$

$$(X_3) \quad \neg((\neg A \rightarrow B) \wedge \neg(A \vee B))$$

 Pripomíname, že v 3. sade teoretických úloh sa nachádza hodnotená časť, ktorej riešenie je potrebné odovzdať najneskôr **v pondelok 14. marca 2022 o 9:00** cez príslušný formulár. Niektoré úlohy sú variáciami na tie, ktoré sme riešili v tejto sade.