Математическая логика и теория алгоритмов
Лекция 6
Автоматическое доказательство теорем

Куценко Дмитрий Александрович

Белгородский государственный технологический университет
имени В. Г. Шухова

Институт информационных технологий и управляющих систем

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники
и автоматизированных систем

15 марта 2013 г.

Автоматическое доказательство теорем

Доказательство теорем, реализуемое программно, называется автоматическим доказательством теорем.

Автоматическое доказательство теорем

Доказательство теорем, реализуемое программно, называется автоматическим доказательством теорем.

Процесс доказательства основывается на логике высказываний и логике предикатов.

Автоматическое доказательство теорем

Доказательство теорем, реализуемое программно, называется автоматическим доказательством теорем.

Процесс доказательства основывается на логике высказываний и логике предикатов.

В настоящее время автоматическое доказательство теорем применяется в системах искусственного интеллекта, а также в промышленности при разработке и верификации интегральных схем.

Постановка задачи

Алгоритм, который проверяет отношение

$$\mathfrak{A}_1, \dots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}$$

для формулы $\mathfrak{B}$ относительно формул $\mathfrak{A}_1, \dots, \mathfrak{A}_n$, называется алгоритмом автоматического доказательства теорем (ААДТ).

Постановка задачи

Алгоритм, который проверяет отношение

$$\mathfrak{A}_1, \dots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}$$

для формулы $\mathfrak{B}$ относительно формул $\mathfrak{A}_1, \dots, \mathfrak{A}_n$, называется алгоритмом автоматического доказательства теорем (ААДТ).

В общем случае ААДТ невозможен, т. е. не существует алгоритма, который для любых $\mathfrak{A}_1, \dots, \mathfrak{A}_n$, $\mathfrak{B}$ выдавал бы ответ «Да», если $\mathfrak{A}_1, \dots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}$, и «Нет» в противном случае.

Постановка задачи

Алгоритм, который проверяет отношение

$$\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}$$

для формулы $\mathfrak{B}$ относительно формул $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$, называется алгоритмом автоматического доказательства теорем (ААДТ).

В общем случае ААДТ невозможен, т. е. не существует алгоритма, который для любых $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$, $\mathfrak{B}$ выдавал бы ответ «Да», если $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}$, и «Нет» в противном случае.

Для некоторых простых формальных теорий и некоторых простых классов формул ААДТ известны.

Постановка задачи

Алгоритм, который проверяет отношение

$$\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}$$

для формулы $\mathfrak{B}$ относительно формул $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$, называется алгоритмом автоматического доказательства теорем (ААДТ).

В общем случае ААДТ невозможен, т. е. не существует алгоритма, который для любых $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$, $\mathfrak{B}$ выдавал бы ответ «Да», если $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}$, и «Нет» в противном случае.

Для некоторых простых формальных теорий и некоторых простых классов формул ААДТ известны.

Пример

Доказательство с помощью таблиц истинности в логике высказываний является ААДТ.

Доказательство «от противного»

В основе многих ААДТ лежит идея доказательства «от противного».

Доказательство «от противного»

В основе многих ААДТ лежит идея доказательства «от противного».

Теорема

Если $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n, \overline{\mathfrak{B}} \vdash 0$, то $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}$.

Доказательство «от противного»

В основе многих ААДТ лежит идея доказательства «от противного».

Теорема

Если $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n, \overline{\mathfrak{B}} \vdash 0$, то $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}$.

Доказательство

$$\begin{aligned}
\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n, \overline{\mathfrak{B}} \vdash 0 &\equiv \mathfrak{A}_1 \mathbin{\&} \ldots \mathbin{\&} \mathfrak{A}_n \mathbin{\&} \overline{\mathfrak{B}} \to 0 \equiv \\
&\equiv \overline{\mathfrak{A}_1 \mathbin{\&} \ldots \mathbin{\&} \mathfrak{A}_n \mathbin{\&} \overline{\mathfrak{B}}} \vee 0 \equiv \\
&\equiv \overline{\mathfrak{A}_1 \mathbin{\&} \ldots \mathbin{\&} \mathfrak{A}_n \mathbin{\&} \overline{\mathfrak{B}}} \equiv \\
&\equiv \overline{\mathfrak{A}_1 \mathbin{\&} \ldots \mathbin{\&} \mathfrak{A}_n} \vee \mathfrak{B} \equiv \\
&\equiv \mathfrak{A}_1 \mathbin{\&} \ldots \mathbin{\&} \mathfrak{A}_n \to \mathfrak{B} \equiv \\
&\equiv \mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}.
\end{aligned}$$

Метод резолюций для логики высказываний

Пусть дана формула логики высказываний $\mathfrak{A}$.
Общезначимость формулы $\mathfrak{A}$ можно проверить с помощью метода резолюций, предложенного А. Робинсоном в 1965 г.

Метод резолюций является ААДТ, основанным на доказательстве «от противного», т. е. вместо доказательства $\vdash \mathfrak{A}$ доказывается, что формула $\overline{\mathfrak{A}}$ является противоречием.

Джон Алан Ро́бинсон (род. в 1930 г.) — американский математик и информатик

Метод резолюций для логики высказываний (продолжение)

Для доказательства $\vdash \mathfrak{A}$ сначала формируют отрицание $\overline{\mathfrak{A}}$.

Метод резолюций для логики высказываний (продолжение)

Для доказательства $\vdash \mathfrak{A}$ сначала формируют отрицание $\overline{\mathfrak{A}}$.

Формулу $\overline{\mathfrak{A}}$ приводят к КНФ, т. е.

$$\overline{\mathfrak{A}} = \mathfrak{D}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \mathfrak{D}_p,$$

где $\mathfrak{D}_1, \ldots, \mathfrak{D}_p$ — дизъюнкции конечного числа пропозициональных переменных или их отрицаний.

Метод резолюций для логики высказываний (продолжение)

Для доказательства $\vdash \mathfrak{A}$ сначала формируют отрицание $\overline{\mathfrak{A}}$.

Формулу $\overline{\mathfrak{A}}$ приводят к КНФ, т. е.

$$\overline{\mathfrak{A}} = \mathfrak{D}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \mathfrak{D}_p,$$

где $\mathfrak{D}_1, \ldots, \mathfrak{D}_p$ — дизъюнкции конечного числа пропозициональных переменных или их отрицаний.

Из них формируется множество дизъюнктов $\mathscr{K}$:

$$\mathscr{K} = \{\mathfrak{D}_1, \ldots, \mathfrak{D}_p\}.$$

Метод резолюций для логики высказываний (продолжение)

Находят два дизъюнкта этого множества $\mathfrak{D}_i$ и $\mathfrak{D}_j$, содержащие пропозициональные переменные с противоположными знаками,— контрарные литералы (к примеру X и $\overline{X}$):

$$\mathfrak{D}_i = \mathfrak{A} \vee X, \quad \mathfrak{D}_j = \mathfrak{B} \vee \overline{X}$$

Метод резолюций для логики высказываний (продолжение)

Находят два дизъюнкта этого множества $\mathfrak{D}_i$ и $\mathfrak{D}_j$, содержащие пропозициональные переменные с противоположными знаками,— контрарные литералы (к примеру X и $\overline{X}$):

$$\mathfrak{D}_i = \mathfrak{A} \vee X, \quad \mathfrak{D}_j = \mathfrak{B} \vee \overline{X}$$

При этом $\mathfrak{D}_i$ и $\mathfrak{D}_j$ формируют третий дизъюнкт — резольвенту $\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}$, в которой исключены контрарные литералы:

$$\frac{\mathfrak{A} \vee X,\ \mathfrak{B} \vee \overline{X}}{\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}} (\mathrm{R}).$$

Метод резолюций для логики высказываний (продолжение)

Находят два дизъюнкта этого множества $\mathfrak{D}_i$ и $\mathfrak{D}_j$, содержащие пропозициональные переменные с противоположными знаками,— контрарные литералы (к примеру X и $\overline{X}$):

$$\mathfrak{D}_i = \mathfrak{A} \vee X, \quad \mathfrak{D}_j = \mathfrak{B} \vee \overline{X}$$

При этом $\mathfrak{D}_i$ и $\mathfrak{D}_j$ формируют третий дизъюнкт — резольвенту $\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}$, в которой исключены контрарные литералы:

$$\frac{\mathfrak{A} \vee X, \ \mathfrak{B} \vee \overline{X}}{\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}} (\mathrm{R}).$$

В частности, если $\mathfrak{D}_i = X$ и $\mathfrak{D}_j = \overline{X}$, то резольвента для них — это дизъюнкт, равный 0, т. к. $X \mathbin{\&} \overline{X} \equiv 0$.

Метод резолюций для логики высказываний (продолжение)

Находят два дизъюнкта этого множества $\mathfrak{D}_i$ и $\mathfrak{D}_j$, содержащие пропозициональные переменные с противоположными знаками,— контрарные литералы (к примеру X и $\overline{X}$):

$$\mathfrak{D}_i = \mathfrak{A} \vee X, \quad \mathfrak{D}_j = \mathfrak{B} \vee \overline{X}$$

При этом $\mathfrak{D}_i$ и $\mathfrak{D}_j$ формируют третий дизъюнкт — резольвенту $\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}$, в которой исключены контрарные литералы:

$$\frac{\mathfrak{A} \vee X, \ \mathfrak{B} \vee \overline{X}}{\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}} (\mathrm{R}).$$

В частности, если $\mathfrak{D}_i = X$ и $\mathfrak{D}_j = \overline{X}$, то резольвента для них — это дизъюнкт, равный 0, т. к. $X \,\&\, \overline{X} \equiv 0$.
Его называют пустым дизъюнктом или пустой резольвентой и обозначают знаком «$\square$».

Метод резолюций для логики высказываний (продолжение)

Полученная резольвента $\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}$ является логическим следствием дизъюнктов $\mathfrak{D}_i = \mathfrak{A} \vee X$ и $\mathfrak{D}_j = \mathfrak{B} \vee \overline{X}$, т. е.

$$\mathfrak{D}_i, \mathfrak{D}_j \vdash (\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}).$$

Метод резолюций для логики высказываний (продолжение)

Полученная резольвента $\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}$ является логическим следствием дизъюнктов $\mathfrak{D}_i = \mathfrak{A} \vee X$ и $\mathfrak{D}_j = \mathfrak{B} \vee \overline{X}$, т. е.

$$\mathfrak{D}_i, \mathfrak{D}_j \vdash (\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}).$$

Полученная резольвента $\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}$ добавляется в множество дизъюнктов $\mathscr{K}$.

Метод резолюций для логики высказываний (продолжение)

Полученная резольвента $\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}$ является логическим следствием дизъюнктов $\mathfrak{D}_i = \mathfrak{A} \vee X$ и $\mathfrak{D}_j = \mathfrak{B} \vee \overline{X}$, т. е.

$$\mathfrak{D}_i, \mathfrak{D}_j \vdash (\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}).$$

Полученная резольвента $\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}$ добавляется в множество дизъюнктов $\mathscr{K}$.

Неоднократно применяя правило получения резольвент (принцип резолюции) к множеству дизъюнктов, стремятся получить пустую резольвенту $\square$.

Метод резолюций для логики высказываний (продолжение)

Полученная резольвента $\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}$ является логическим следствием дизъюнктов $\mathfrak{D}_i = \mathfrak{A} \vee X$ и $\mathfrak{D}_j = \mathfrak{B} \vee \overline{X}$, т. е.

$$\mathfrak{D}_i, \mathfrak{D}_j \vdash (\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}).$$

Полученная резольвента $\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}$ добавляется в множество дизъюнктов $\mathscr{K}$.

Неоднократно применяя правило получения резольвент (принцип резолюции) к множеству дизъюнктов, стремятся получить пустую резольвенту $\square$.

Наличие $\square$ свидетельствует о том, что $\overline{\mathfrak{A}}$ противоречива, т. к. если $\overline{\mathfrak{A}} \vdash 0$, то $\vdash \mathfrak{A}$.

Алгоритм метода резолюций для логики высказываний

1. Взять отрицание формулы $\mathfrak{A}$, т. е. $\overline{\mathfrak{A}}$.

Алгоритм метода резолюций для логики высказываний

1. Взять отрицание формулы $\mathfrak{A}$, т. е. $\overline{\mathfrak{A}}$.
2. Привести формулу $\overline{\mathfrak{A}}$ к КНФ.

Алгоритм метода резолюций для логики высказываний

1. Взять отрицание формулы $\mathfrak{A}$, т. е. $\overline{\mathfrak{A}}$.
2. Привести формулу $\overline{\mathfrak{A}}$ к КНФ.
3. Выписать множество её дизъюнктов $\mathscr{K} = \{\mathfrak{D}_1, \ldots, \mathfrak{D}_p\}$.

Алгоритм метода резолюций для логики высказываний

1. Взять отрицание формулы $\mathfrak{A}$, т. е. $\overline{\mathfrak{A}}$.
2. Привести формулу $\overline{\mathfrak{A}}$ к КНФ.
3. Выписать множество её дизъюнктов $\mathscr{K} = \{\mathfrak{D}_1, \ldots, \mathfrak{D}_p\}$.
4. Выполнить анализ пар множества $\mathscr{K}$ по правилу: если существуют дизъюнкты $\mathfrak{D}_i$ и $\mathfrak{D}_j$, один из которых ($\mathfrak{D}_i$) содержит некоторый литерал X, а другой ($\mathfrak{D}_j$) — контрарный литерал $\overline{X}$, то нужно соединить эту пару с помощью дизъюнкции $(\mathfrak{D}_i \vee \mathfrak{D}_j)$ и сформировать новый дизъюнкт — резольвенту, исключив из неё контрарные литералы X и $\overline{X}$.

Алгоритм метода резолюций для логики высказываний

1. Взять отрицание формулы $\mathfrak{A}$, т. е. $\overline{\mathfrak{A}}$.
2. Привести формулу $\overline{\mathfrak{A}}$ к КНФ.
3. Выписать множество её дизъюнктов $\mathscr{K} = \{\mathfrak{D}_1, \ldots, \mathfrak{D}_p\}$.
4. Выполнить анализ пар множества $\mathscr{K}$ по правилу: если существуют дизъюнкты $\mathfrak{D}_i$ и $\mathfrak{D}_j$, один из которых ($\mathfrak{D}_i$) содержит некоторый литерал X, а другой ($\mathfrak{D}_j$) — контрарный литерал $\overline{X}$, то нужно соединить эту пару с помощью дизъюнкции $(\mathfrak{D}_i \vee \mathfrak{D}_j)$ и сформировать новый дизъюнкт — резольвенту, исключив из неё контрарные литералы X и $\overline{X}$.
5. Если в результате соединения дизъюнктов будет получена пустая резольвента $\square$, то результат достигнут (доказательство подтвердило противоречие), в противном случае включить резольвенту в множество дизъюнктов $\mathscr{K}$ и перейти к шагу 4.

Результаты алгоритма

При реализации указанного алгоритма возможны три случая:

Результаты алгоритма

При реализации указанного алгоритма возможны три случая:

1. Среди текущего множества дизъюнктов нет резольвируемых. Это означает, что формула $\mathfrak{A}$ не является общезначимой.

Результаты алгоритма

При реализации указанного алгоритма возможны три случая:

1. Среди текущего множества дизъюнктов нет резольвируемых. Это означает, что формула $\mathfrak{A}$ не является общезначимой.
2. На каком-то шаге получается пустая резольвента. Формула $\mathfrak{A}$ общезначима.

Результаты алгоритма

При реализации указанного алгоритма возможны три случая:

1. Среди текущего множества дизъюнктов нет резольвируемых. Это означает, что формула $\mathfrak{A}$ не является общезначимой.
2. На каком-то шаге получается пустая резольвента. Формула $\mathfrak{A}$ общезначима.
3. Процесс не останавливается, т. е. множество дизъюнктов пополняется всё новыми резольвентами, среди которых нет пустых. В таком случае нельзя ничего сказать об общезначимости формулы $\mathfrak{A}$.

Доказательство логического следствия

Метод резолюций годен и для доказательства того, что формула $\mathfrak{B}$ является логическим следствием формул $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$, поскольку

$$\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B} \;\equiv\; \vdash \mathfrak{A}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \mathfrak{A}_n \to \mathfrak{B}.$$

Доказательство логического следствия

Метод резолюций годен и для доказательства того, что формула $\mathfrak{B}$ является логическим следствием формул $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$, поскольку

$$\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B} \;\equiv\; \vdash \mathfrak{A}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \mathfrak{A}_n \to \mathfrak{B}.$$

Для того чтобы применить метод резолюций для данного случая, предварительно нужно воспользоваться равенством

$$\mathfrak{A}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \mathfrak{A}_n \to \mathfrak{B} \;\equiv\; \overline{\mathfrak{A}_1 \,\&\ldots\&\, \mathfrak{A}_n \,\&\, \overline{\mathfrak{B}}}.$$

Доказательство логического следствия

Метод резолюций годен и для доказательства того, что формула $\mathfrak{B}$ является логическим следствием формул $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$, поскольку

$$\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B} \ \equiv \ \vdash \mathfrak{A}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \mathfrak{A}_n \to \mathfrak{B}.$$

Для того чтобы применить метод резолюций для данного случая, предварительно нужно воспользоваться равенством

$$\mathfrak{A}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \mathfrak{A}_n \to \mathfrak{B} \ \equiv \ \overline{\mathfrak{A}_1 \,\&\ldots\&\, \mathfrak{A}_n \,\&\, \overline{\mathfrak{B}}}.$$

Формула $\mathfrak{C} = \overline{\mathfrak{A}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \mathfrak{A}_n \,\&\, \overline{\mathfrak{B}}}$ будет общезначимой, если формула $\overline{\mathfrak{C}} = \mathfrak{A}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \mathfrak{A}_n \,\&\, \overline{\mathfrak{B}}$ является противоречием.

Доказательство логического следствия

Метод резолюций годен и для доказательства того, что формула $\mathfrak{B}$ является логическим следствием формул $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$, поскольку

$$\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B} \ \equiv \ \vdash \mathfrak{A}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \mathfrak{A}_n \to \mathfrak{B}.$$

Для того чтобы применить метод резолюций для данного случая, предварительно нужно воспользоваться равенством

$$\mathfrak{A}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \mathfrak{A}_n \to \mathfrak{B} \ \equiv \ \overline{\mathfrak{A}_1 \,\&\ldots\&\, \mathfrak{A}_n \,\&\, \overline{\mathfrak{B}}}.$$

Формула $\mathfrak{C} = \overline{\mathfrak{A}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \mathfrak{A}_n \,\&\, \overline{\mathfrak{B}}}$ будет общезначимой, если формула $\overline{\mathfrak{C}} = \mathfrak{A}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \mathfrak{A}_n \,\&\, \overline{\mathfrak{B}}$ является противоречием.

После этого можно применить алгоритм метода резолюций для формулы $\mathfrak{C}$.

Пример

Доказать с помощью метода резолюций, что формула $\overline{B}$ является логическим следствием формул $\overline{A \,\&\, B}$ и A.

Пример

Доказать с помощью метода резолюций, что формула $\overline{B}$ является логическим следствием формул $\overline{A \,\&\, B}$ и A.

Доказательство

Чтобы формула $\overline{B}$ была логическим следствием формул $\overline{A \,\&\, B}$ и A, должно выполняться равенство

$$\overline{A \,\&\, B} \,\&\, A \to \overline{B} \equiv 1.$$

Пример

Доказать с помощью метода резолюций, что формула $\overline{B}$ является логическим следствием формул $\overline{A \,\&\, B}$ и A.

Доказательство

Чтобы формула $\overline{B}$ была логическим следствием формул $\overline{A \,\&\, B}$ и A, должно выполняться равенство

$$\overline{A \,\&\, B} \,\&\, A \to \overline{B} \equiv 1.$$

Поскольку метод резолюций устанавливает тождественную ложность формул, задачу необходимо переформулировать в виде противоречия.

Пример

Доказать с помощью метода резолюций, что формула $\overline{B}$ является логическим следствием формул $\overline{A \,\&\, B}$ и A.

Доказательство

Чтобы формула $\overline{B}$ была логическим следствием формул $\overline{A \,\&\, B}$ и A, должно выполняться равенство

$$\overline{A \,\&\, B} \,\&\, A \to \overline{B} \equiv 1.$$

Поскольку метод резолюций устанавливает тождественную ложность формул, задачу необходимо переформулировать в виде противоречия.

Эквивалентными преобразованиями равенство можно привести к виду $\overline{A \,\&\, B} \,\&\, A \,\&\, B \equiv 0$, пригодному для применения метода резолюций.

Пример

Доказать с помощью метода резолюций, что формула $\overline{B}$ является логическим следствием формул $\overline{A \,\&\, B}$ и A.

Доказательство

Чтобы формула $\overline{B}$ была логическим следствием формул $\overline{A \,\&\, B}$ и A, должно выполняться равенство

$$\overline{A \,\&\, B} \,\&\, A \to \overline{B} \equiv 1.$$

Поскольку метод резолюций устанавливает тождественную ложность формул, задачу необходимо переформулировать в виде противоречия.

Эквивалентными преобразованиями равенство можно привести к виду $\overline{A \,\&\, B} \,\&\, A \,\&\, B \equiv 0$, пригодному для применения метода резолюций.

КНФ полученной формулы будет иметь вид:

$$(\overline{A} \vee \overline{B}) \,\&\, A \,\&\, B.$$

Пример (продолжение)

Доказательство (продолжение)

Выпишем набор дизъюнктов:

$$\mathscr{K} = \{\mathfrak{D}_1 = \overline{A} \vee \overline{B}; \quad \mathfrak{D}_2 = A; \quad \mathfrak{D}_3 = B\}.$$

Пример (продолжение)

Доказательство (продолжение)

Выпишем набор дизъюнктов:

$$\mathscr{K} = \{\mathfrak{D}_1 = \overline{A} \vee \overline{B}; \quad \mathfrak{D}_2 = A; \quad \mathfrak{D}_3 = B\}.$$

Получим новые дизъюнкты:

Пример (продолжение)

Доказательство (продолжение)

Выпишем набор дизъюнктов:

$$\mathscr{K} = \{\mathfrak{D}_1 = \overline{A} \vee \overline{B}; \quad \mathfrak{D}_2 = A; \quad \mathfrak{D}_3 = B\}.$$

Получим новые дизъюнкты:

- $\mathfrak{D}_4 = \overline{B}$ — получен с помощью принципа резолюции для $\mathfrak{D}_1$ и $\mathfrak{D}_2$;

Пример (продолжение)

Доказательство (продолжение)

Выпишем набор дизъюнктов:

$$\mathscr{K} = \{\mathfrak{D}_1 = \overline{A} \vee \overline{B}; \quad \mathfrak{D}_2 = A; \quad \mathfrak{D}_3 = B\}.$$

Получим новые дизъюнкты:

- $\mathfrak{D}_4 = \overline{B}$ — получен с помощью принципа резолюции для $\mathfrak{D}_1$ и $\mathfrak{D}_2$;
- $\mathfrak{D}_5 = \square$ — получен с помощью принципа резолюции для $\mathfrak{D}_3$ и $\mathfrak{D}_4$.

Пример (продолжение)

Доказательство (продолжение)

Выпишем набор дизъюнктов:

$$\mathscr{K} = \{\mathfrak{D}_1 = \overline{A} \vee \overline{B}; \quad \mathfrak{D}_2 = A; \quad \mathfrak{D}_3 = B\}.$$

Получим новые дизъюнкты:

- $\mathfrak{D}_4 = \overline{B}$ — получен с помощью принципа резолюции для $\mathfrak{D}_1$ и $\mathfrak{D}_2$;
- $\mathfrak{D}_5 = \square$ — получен с помощью принципа резолюции для $\mathfrak{D}_3$ и $\mathfrak{D}_4$.

В итоге мы получили пустой дизъюнкт.

Пример (продолжение)

Доказательство (продолжение)

Выпишем набор дизъюнктов:

$$\mathscr{K} = \{\mathfrak{D}_1 = \overline{A} \vee \overline{B}; \quad \mathfrak{D}_2 = A; \quad \mathfrak{D}_3 = B\}.$$

Получим новые дизъюнкты:

- $\mathfrak{D}_4 = \overline{B}$ — получен с помощью принципа резолюции для $\mathfrak{D}_1$ и $\mathfrak{D}_2$;
- $\mathfrak{D}_5 = \square$ — получен с помощью принципа резолюции для $\mathfrak{D}_3$ и $\mathfrak{D}_4$.

В итоге мы получили пустой дизъюнкт.

Следовательно, равенство $\overline{A \,\&\, B} \,\&\, A \,\&\, B \equiv 0$ является верным, а значит, верным также является равенство $\overline{A \,\&\, B} \,\&\, A \to \overline{B} \equiv 1$.

Пример (продолжение)

Доказательство (продолжение)

Выпишем набор дизъюнктов:

$$\mathscr{K} = \{\mathfrak{D}_1 = \overline{A} \vee \overline{B};\quad \mathfrak{D}_2 = A;\quad \mathfrak{D}_3 = B\}.$$

Получим новые дизъюнкты:

- $\mathfrak{D}_4 = \overline{B}$ — получен с помощью принципа резолюции для $\mathfrak{D}_1$ и $\mathfrak{D}_2$;
- $\mathfrak{D}_5 = \square$ — получен с помощью принципа резолюции для $\mathfrak{D}_3$ и $\mathfrak{D}_4$.

В итоге мы получили пустой дизъюнкт.

Следовательно, равенство $\overline{A \,\&\, B} \,\&\, A \,\&\, B \equiv 0$ является верным, а значит, верным также является равенство $\overline{A \,\&\, B} \,\&\, A \to \overline{B} \equiv 1$.

Это, в свою очередь, означает, что исходное утверждение «формула $\overline{B}$ является логическим следствием формул $\overline{A \,\&\, B}$ и A» верно, что и требовалось доказать.

Метод резолюций в логике предикатов. Терминология

Введём рекурсивное определение терма логики предикатов:

Метод резолюций в логике предикатов. Терминология

Введём рекурсивное определение терма логики предикатов:

1. Любая предметная переменная x является термом.

Метод резолюций в логике предикатов. Терминология

Введём рекурсивное определение терма логики предикатов:

1. Любая предметная переменная x является термом.
2. Любая предметная константа a является термом.

Метод резолюций в логике предикатов. Терминология

Введём рекурсивное определение терма логики предикатов:

1. Любая предметная переменная x является термом.
2. Любая предметная константа a является термом.
3. Если f — n-местный функциональный символ, а $t_1, \ldots, t_n$ — термы, то $f(t_1, \ldots, t_n)$ является термом.

Метод резолюций в логике предикатов. Терминология

Введём рекурсивное определение терма логики предикатов:

1. Любая предметная переменная x является термом.
2. Любая предметная константа a является термом.
3. Если f — n-местный функциональный символ, а $t_1, \ldots, t_n$ — термы, то $f(t_1, \ldots, t_n)$ является термом.
4. Других термов не существует.

Метод резолюций в логике предикатов. Терминология

Введём рекурсивное определение терма логики предикатов:

1. Любая предметная переменная x является термом.
2. Любая предметная константа a является термом.
3. Если f — n-местный функциональный символ, а $t_1, \ldots, t_n$ — термы, то $f(t_1, \ldots, t_n)$ является термом.
4. Других термов не существует.

Примеры термов

Метод резолюций в логике предикатов. Терминология

Введём рекурсивное определение терма логики предикатов:

1. Любая предметная переменная x является термом.
2. Любая предметная константа a является термом.
3. Если f — n-местный функциональный символ, а $t_1, \ldots, t_n$ — термы, то $f(t_1, \ldots, t_n)$ является термом.
4. Других термов не существует.

Примеры термов

$f(b, x, g(x, y))$, $f(b, b, b)$, b, x, $g\Big(b, f(x, y, g(x, y))\Big)$,
где f — трёхместный, g — двухместный функциональные символы, x, y — предметные переменные,
b — предметная константа.

Терминология (продолжение)

Далее также будем использовать следующие термины.

Терминология (продолжение)

Далее также будем использовать следующие термины.

Если P — n-местный предикатный символ и $t_1, \ldots, t_n$ — термы, то $P(t_1, \ldots, t_n)$ — атом.

Терминология (продолжение)

Далее также будем использовать следующие термины.

Если P — n-местный предикатный символ и $t_1, \ldots, t_n$ — термы, то $P(t_1, \ldots, t_n)$ — атом.

Литера — это атом или отрицание атома.

Терминология (продолжение)

Далее также будем использовать следующие термины.

Если P — n-местный предикатный символ и $t_1, \ldots, t_n$ — термы, то $P(t_1, \ldots, t_n)$ — атом.

Литера — это атом или отрицание атома.

Дизъюнкт — это дизъюнкция литер.

Терминология (продолжение)

Далее также будем использовать следующие термины.

Если P — n-местный предикатный символ и $t_1, \ldots, t_n$ — термы, то $P(t_1, \ldots, t_n)$ — атом.

Литера — это атом или отрицание атома.

Дизъюнкт — это дизъюнкция литер.

n-литерный дизъюнкт — это дизъюнкт, содержащий n литер.

Терминология (продолжение)

Далее также будем использовать следующие термины.

Если P — n-местный предикатный символ и $t_1, \ldots, t_n$ — термы, то $P(t_1, \ldots, t_n)$ — атом.

Литера — это атом или отрицание атома.

Дизъюнкт — это дизъюнкция литер.

n-литерный дизъюнкт — это дизъюнкт, содержащий n литер.

Однолитерный дизъюнкт — дизъюнкт, состоящий из одной литеры.

Терминология (продолжение)

Далее также будем использовать следующие термины.

Если P — n-местный предикатный символ и $t_1, \dots, t_n$ — термы, то $P(t_1, \dots, t_n)$ — атом.

Литера — это атом или отрицание атома.

Дизъюнкт — это дизъюнкция литер.

n-литерный дизъюнкт — это дизъюнкт, содержащий n литер.

Однолитерный дизъюнкт — дизъюнкт, состоящий из одной литеры.

Дизъюнкт, не содержащий литер, называется пустым дизъюнктом (обозначается $\square$).

Терминология (продолжение)

Далее также будем использовать следующие термины.

Если P — n-местный предикатный символ и $t_1, \ldots, t_n$ — термы, то $P(t_1, \ldots, t_n)$ — атом.

Литера — это атом или отрицание атома.

Дизъюнкт — это дизъюнкция литер.

n-литерный дизъюнкт — это дизъюнкт, содержащий n литер.

Однолитерный дизъюнкт — дизъюнкт, состоящий из одной литеры.

Дизъюнкт, не содержащий литер, называется пустым дизъюнктом (обозначается $\square$).

Под выражением будем понимать терм, множество термов, множество атомов, литеру, дизъюнкт, множество дизъюнктов.

Подстановки

Подстановка — конечное множество $\{t_1/v_1, \ldots, t_n/v_n\}$, где каждая v_i — предметная переменная, каждый t_i — терм, а запись t_i/v_i означает, что переменная v_i заменяется термом t_i, причём t_i отличается от v_i, а среди $v_1, \ldots, v_n$ нет одинаковых переменных.

Подстановки

Подстановка — конечное множество $\{t_1/v_1, \dots, t_n/v_n\}$, где каждая v_i — предметная переменная, каждый t_i — терм, а запись t_i/v_i означает, что переменная v_i заменяется термом t_i, причём t_i отличается от v_i, а среди $v_1, \dots, v_n$ нет одинаковых переменных.

Подстановки будем обозначать строчными греческими буквами $\alpha, \dots, \omega$.

Подстановки

Подстановка — конечное множество $\{t_1/v_1, \ldots, t_n/v_n\}$, где каждая v_i — предметная переменная, каждый t_i — терм, а запись t_i/v_i означает, что переменная v_i заменяется термом t_i, причём t_i отличается от v_i, а среди $v_1, \ldots, v_n$ нет одинаковых переменных.

Подстановки будем обозначать строчными греческими буквами $\alpha, \ldots, \omega$.

Подстановка, не содержащая элементов, называется пустой и обозначается символом ε.

Подстановки

Подстановка — конечное множество $\{t_1/v_1, \ldots, t_n/v_n\}$, где каждая v_i — предметная переменная, каждый t_i — терм, а запись t_i/v_i означает, что переменная v_i заменяется термом t_i, причём t_i отличается от v_i, а среди $v_1, \ldots, v_n$ нет одинаковых переменных.

Подстановки будем обозначать строчными греческими буквами $\alpha, \ldots, \omega$.

Подстановка, не содержащая элементов, называется пустой и обозначается символом ε.

Пример

Подстановки

Подстановка — конечное множество $\{t_1/v_1, \ldots, t_n/v_n\}$, где каждая v_i — предметная переменная, каждый t_i — терм, а запись t_i/v_i означает, что переменная v_i заменяется термом t_i, причём t_i отличается от v_i, а среди $v_1, \ldots, v_n$ нет одинаковых переменных.

Подстановки будем обозначать строчными греческими буквами $\alpha, \ldots, \omega$.

Подстановка, не содержащая элементов, называется пустой и обозначается символом ε.

Пример

Следующие множества являются подстановками:

$$\theta = \{f(z)/x,\ y/z\}, \quad \sigma = \{a/x,\ g(y)/y,\ f\big(g(b)\big)/z\}, \quad \varepsilon = \{\}.$$

Примеры

Пусть $\theta = \{t_1/v_1, \dots, t_n/v_n\}$ — подстановка, $\mathfrak{E}$ — выражение.

Примеры

Пусть $\theta = \{t_1/v_1, \dots, t_n/v_n\}$ — подстановка, $\mathfrak{E}$ — выражение. Выражение $\mathfrak{E}^\theta$ называется **примером** $\mathfrak{E}$, если $\mathfrak{E}^\theta$ получено из $\mathfrak{E}$ путём замены одновременно всех вхождений переменных $v_1, \dots, v_n$ на термы $t_1, \dots, t_n$ соответственно.

Примеры

Пусть $\theta = \{t_1/v_1, \dots, t_n/v_n\}$ — подстановка, $\mathfrak{E}$ — выражение. Выражение $\mathfrak{E}^\theta$ называется **примером** $\mathfrak{E}$, если $\mathfrak{E}^\theta$ получено из $\mathfrak{E}$ путём замены одновременно всех вхождений переменных $v_1, \dots, v_n$ на термы $t_1, \dots, t_n$ соответственно.

Пример

Примеры

Пусть $\theta = \{t_1/v_1, \dots, t_n/v_n\}$ — подстановка, $\mathfrak{E}$ — выражение. Выражение $\mathfrak{E}^\theta$ называется **примером** $\mathfrak{E}$, если $\mathfrak{E}^\theta$ получено из $\mathfrak{E}$ путём замены одновременно всех вхождений переменных $v_1, \dots, v_n$ на термы $t_1, \dots, t_n$ соответственно.

Пример

Пусть $\theta = \{a/x,\ \ f(b)/y,\ \ c/z\}$, $\mathfrak{E} = P(x, y, z)$.

Примеры

Пусть $\theta = \{t_1/v_1, \dots, t_n/v_n\}$ — подстановка, $\mathfrak{E}$ — выражение. Выражение $\mathfrak{E}^\theta$ называется **примером** $\mathfrak{E}$, если $\mathfrak{E}^\theta$ получено из $\mathfrak{E}$ путём замены одновременно всех вхождений переменных $v_1, \dots, v_n$ на термы $t_1, \dots, t_n$ соответственно.

Пример

Пусть $\theta = \{a/x,\ \ f(b)/y,\ \ c/z\}$, $\mathfrak{E} = P(x, y, z)$.
Тогда $\mathfrak{E}^\theta = P\big(a, f(b), c\big)$.

Композиция подстановок

Пусть $\theta = \{t_1/x_1, \dots, t_n/x_n\}$ и $\lambda = \{u_1/y_1, \dots, u_m/y_m\}$ — две подстановки.

Композиция подстановок

Пусть $\theta = \{t_1/x_1, \dots, t_n/x_n\}$ и $\lambda = \{u_1/y_1, \dots, u_m/y_m\}$ — две подстановки.

Композицией θ и λ называют подстановку $\theta \circ \lambda$, которая получается из множества

$$\{t_1^\lambda/x_1, \dots, t_n^\lambda/x_n,\ u_1/y_1, \dots, u_m/y_m\}$$

вычёркиванием всех элементов t_j^λ/x_j, для которых $t_j^\lambda = x_j$, а также всех элементов u_i/y_i, таких, что $y_i \in \{x_1, \dots, x_n\}$.

Композиция подстановок

Пусть $\theta = \{t_1/x_1, \dots, t_n/x_n\}$ и $\lambda = \{u_1/y_1, \dots, u_m/y_m\}$ — две подстановки.

Композицией θ и λ называют подстановку $\theta \circ \lambda$, которая получается из множества

$$\{t_1^{\lambda}/x_1, \dots, t_n^{\lambda}/x_n,\ \ u_1/y_1, \dots, u_m/y_m\}$$

вычёркиванием всех элементов t_j^{λ}/x_j, для которых $t_j^{\lambda} = x_j$, а также всех элементов u_i/y_i, таких, что $y_i \in \{x_1, \dots, x_n\}$.

Композиция подстановок ассоциативна:

$$(\theta \circ \lambda) \circ \mu = \theta \circ (\lambda \circ \mu).$$

Композиция подстановок

Пусть $\theta = \{t_1/x_1, \ldots, t_n/x_n\}$ и $\lambda = \{u_1/y_1, \ldots, u_m/y_m\}$ — две подстановки.
Композицией θ и λ называют подстановку $\theta \circ \lambda$, которая получается из множества

$$\{t_1^\lambda/x_1, \ldots, t_n^\lambda/x_n,\ \ u_1/y_1, \ldots, u_m/y_m\}$$

вычёркиванием всех элементов t_j^λ/x_j, для которых $t_j^\lambda = x_j$, а также всех элементов u_i/y_i, таких, что $y_i \in \{x_1, \ldots, x_n\}$.
Композиция подстановок ассоциативна:

$$(\theta \circ \lambda) \circ \mu = \theta \circ (\lambda \circ \mu).$$

Пустая подстановка обладает следующим свойством:

$$\varepsilon \circ \theta = \theta \circ \varepsilon = \theta.$$

Пример нахождения композиции подстановок

Пусть даны подстановки

$$\theta = \{t_1/x_1,\ t_2/x_2\} = \{f(y)/x,\ z/y\},$$
$$\lambda = \{u_1/y_1,\ u_2/y_2,\ u_3/y_3\} = \{a/x,\ b/y,\ y/z\}.$$

Пример нахождения композиции подстановок

Пусть даны подстановки

$$\theta = \{t_1/x_1,\ t_2/x_2\} = \{f(y)/x,\ z/y\},$$
$$\lambda = \{u_1/y_1,\ u_2/y_2,\ u_3/y_3\} = \{a/x,\ b/y,\ y/z\}.$$

Тогда их композиция образуется из множества

$$\begin{array}{ccccccc} & \{t_1^\lambda/x_1, & t_2^\lambda/x_2, & u_1/y_1, & u_2/y_2, & u_3/y_3\} & = \\ = & \{f(b)/x, & y/y, & a/x, & b/y, & y/z\}. & \end{array}$$

Пример нахождения композиции подстановок

Пусть даны подстановки

$$\theta = \{t_1/x_1,\ t_2/x_2\} = \{f(y)/x,\ z/y\},$$
$$\lambda = \{u_1/y_1,\ u_2/y_2,\ u_3/y_3\} = \{a/x,\ b/y,\ y/z\}.$$

Тогда их композиция образуется из множества

$$\begin{array}{ccccccc} & \{t_1^\lambda/x_1, & t_2^\lambda/x_2, & u_1/y_1, & u_2/y_2, & u_3/y_3\} & = \\ = & \{f(b)/x, & y/y, & a/x, & b/y, & y/z\}. & \end{array}$$

Вычёркиваем $t_2^\lambda/x_2 = y/y$, т. к. $t_2^\lambda = x_2$.

Пример нахождения композиции подстановок

Пусть даны подстановки

$$\theta = \{t_1/x_1,\ t_2/x_2\} = \{f(y)/x,\ z/y\},$$
$$\lambda = \{u_1/y_1,\ u_2/y_2,\ u_3/y_3\} = \{a/x,\ b/y,\ y/z\}.$$

Тогда их композиция образуется из множества

$$\begin{aligned} &\{t_1^\lambda/x_1,\quad t_2^\lambda/x_2,\quad u_1/y_1,\quad u_2/y_2,\quad u_3/y_3\} = \\ = &\{f(b)/x,\quad y/y,\quad a/x,\quad b/y,\quad y/z\}. \end{aligned}$$

Вычёркиваем $t_2^\lambda/x_2 = y/y$, т. к. $t_2^\lambda = x_2$.

Вычёркиваем $u_1/y_1 = a/x$ и $u_2/y_2 = b/y$,
т. к. y_1 и y_2 содержатся среди $\{x_1, x_2\} = \{x, y\}$.

Пример нахождения композиции подстановок

Пусть даны подстановки

$$\theta = \{t_1/x_1,\ t_2/x_2\} = \{f(y)/x,\ z/y\},$$
$$\lambda = \{u_1/y_1,\ u_2/y_2,\ u_3/y_3\} = \{a/x,\ b/y,\ y/z\}.$$

Тогда их композиция образуется из множества

$$\begin{aligned} &\{t_1^\lambda/x_1,\quad t_2^\lambda/x_2,\quad u_1/y_1,\quad u_2/y_2,\quad u_3/y_3\} = \\ = &\{f(b)/x,\quad y/y,\quad a/x,\quad b/y,\quad y/z\}. \end{aligned}$$

Вычёркиваем $t_2^\lambda/x_2 = y/y$, т. к. $t_2^\lambda = x_2$.

Вычёркиваем $u_1/y_1 = a/x$ и $u_2/y_2 = b/y$,
т. к. y_1 и y_2 содержатся среди $\{x_1, x_2\} = \{x, y\}$.

В итоге получаем $\theta \circ \lambda = \{f(b)/x,\ y/z\}$.

Унификация

Подстановка θ называется унификатором для множества выражений $\{\mathfrak{E}_1, \mathfrak{E}_2, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$ тогда и только тогда, когда

$$\mathfrak{E}_1^\theta = \mathfrak{E}_2^\theta = \ldots = \mathfrak{E}_k^\theta.$$

Унификация

Подстановка θ называется унификатором для множества выражений $\{\mathfrak{E}_1, \mathfrak{E}_2, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$ тогда и только тогда, когда

$$\mathfrak{E}_1^\theta = \mathfrak{E}_2^\theta = \ldots = \mathfrak{E}_k^\theta.$$

Говорят, что множество выражений унифицируемо, если для него существует унификатор.

Унификация

Подстановка θ называется унификатором для множества выражений $\{\mathfrak{E}_1, \mathfrak{E}_2, \dots, \mathfrak{E}_k\}$ тогда и только тогда, когда

$$\mathfrak{E}_1^\theta = \mathfrak{E}_2^\theta = \dots = \mathfrak{E}_k^\theta.$$

Говорят, что множество выражений унифицируемо, если для него существует унификатор.

Пример

Множество $\{P(a, y),\ P\big(x, f(b)\big)\}$ унифицируемо, так подстановка $\theta = \{a/x,\ f(b)/y\}$ является его унификатором.

Наиболее общий унификатор

Унификатор σ для множества выражений будет наиболее общим унификатором тогда и только тогда, когда для каждого унификатора θ для этого множества существует такая подстановка λ, что $\theta = \sigma \circ \lambda$.

Наиболее общий унификатор

Унификатор σ для множества выражений будет наиболее общим унификатором тогда и только тогда, когда для каждого унификатора θ для этого множества существует такая подстановка λ, что $\theta = \sigma \circ \lambda$.

Для поиска наиболее общего унификатора для конечного унифицируемого множества непустых выражений разработан алгоритм унификации.

Идея алгоритма унификации

Рассмотрим выражения $P(a)$ и $P(x)$.

Идея алгоритма унификации

Рассмотрим выражения $P(a)$ и $P(x)$.

Они не тождественны, т. к. в $P(a)$ встречается константа a, а в $P(x)$ на её месте — переменная x.

Идея алгоритма унификации

Рассмотрим выражения $P(a)$ и $P(x)$.

Они не тождественны, т. к. в $P(a)$ встречается константа a, а в $P(x)$ на её месте — переменная x.

Найдём рассогласование, а затем исключим его.

Идея алгоритма унификации

Рассмотрим выражения $P(a)$ и $P(x)$.

Они не тождественны, т. к. в $P(a)$ встречается константа a, а в $P(x)$ на её месте — переменная x.

Найдём рассогласование, а затем исключим его.

В данном случае рассогласование будет $\{a, x\}$.

Идея алгоритма унификации

Рассмотрим выражения $P(a)$ и $P(x)$.

Они не тождественны, т. к. в $P(a)$ встречается константа a, а в $P(x)$ на её месте — переменная x.

Найдём рассогласование, а затем исключим его.

В данном случае рассогласование будет $\{a, x\}$.

Т. к. x — переменная, а a — константа, то можно заменить x на a и рассогласование будет устранено.

Множество рассогласований

Рассмотрим сначала процедуру нахождения множества рассогласований $\mathscr{D}$ непустого множества выражений $\mathscr{W} = \{\mathfrak{E}_1, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$.

Множество рассогласований

Рассмотрим сначала процедуру нахождения множества рассогласований $\mathscr{D}$ непустого множества выражений $\mathscr{W} = \{\mathfrak{E}_1, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$.

1. Пусть сначала $\mathscr{D} = \varnothing$.

Множество рассогласований

Рассмотрим сначала процедуру нахождения множества рассогласований $\mathscr{D}$ непустого множества выражений $\mathscr{W} = \{\mathfrak{E}_1, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$.

1. Пусть сначала $\mathscr{D} = \varnothing$.
2. Найти первую слева позицию, на которой не для всех выражений из $\mathscr{W}$ стои́т один и тот же символ.

Множество рассогласований

Рассмотрим сначала процедуру нахождения множества рассогласований $\mathscr{D}$ непустого множества выражений $\mathscr{W} = \{\mathfrak{E}_1, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$.

1. Пусть сначала $\mathscr{D} = \varnothing$.
2. Найти первую слева позицию, на которой не для всех выражений из $\mathscr{W}$ сто́ит один и тот же символ.
3. Для каждого $\mathfrak{E}_i \in \mathscr{W}$: добавить в $\mathscr{D}$ подвыражение из $\mathfrak{E}_i$, которое начинается с символа, занимающего найденную позицию.

Множество рассогласований

Рассмотрим сначала процедуру нахождения множества рассогласований $\mathscr{D}$ непустого множества выражений $\mathscr{W} = \{\mathfrak{E}_1, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$.

1. Пусть сначала $\mathscr{D} = \varnothing$.
2. Найти первую слева позицию, на которой не для всех выражений из $\mathscr{W}$ стои́т один и тот же символ.
3. Для каждого $\mathfrak{E}_i \in \mathscr{W}$: добавить в $\mathscr{D}$ подвыражение из $\mathfrak{E}_i$, которое начинается с символа, занимающего найденную позицию.

Пример

Множество рассогласований

Рассмотрим сначала процедуру нахождения множества рассогласований $\mathscr{D}$ непустого множества выражений $\mathscr{W} = \{\mathfrak{E}_1, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$.

1. Пусть сначала $\mathscr{D} = \varnothing$.
2. Найти первую слева позицию, на которой не для всех выражений из $\mathscr{W}$ стои́т один и тот же символ.
3. Для каждого $\mathfrak{E}_i \in \mathscr{W}$: добавить в $\mathscr{D}$ подвыражение из $\mathfrak{E}_i$, которое начинается с символа, занимающего найденную позицию.

Пример

Для $\mathscr{W} = \Big\{P(x, f(y, z), a),\ P(x, a, y),\ P\Big(x, g\Big(h(k(x))\Big), f(a, x)\Big)\Big\}$ первая позиция, на которой не все выражения состоят из одинаковых символов — пятая.

Множество рассогласований

Рассмотрим сначала процедуру нахождения множества рассогласований $\mathscr{D}$ непустого множества выражений $\mathscr{W} = \{\mathfrak{E}_1, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$.

1. Пусть сначала $\mathscr{D} = \varnothing$.
2. Найти первую слева позицию, на которой не для всех выражений из $\mathscr{W}$ стои́т один и тот же символ.
3. Для каждого $\mathfrak{E}_i \in \mathscr{W}$: добавить в $\mathscr{D}$ подвыражение из $\mathfrak{E}_i$, которое начинается с символа, занимающего найденную позицию.

Пример

Для $\mathscr{W} = \Big\{P(x, f(y,z), a),\ P(x, a, y),\ P\Big(x, g\Big(h(k(x))\Big), f(a,x)\Big)\Big\}$ первая позиция, на которой не все выражения состоят из одинаковых символов — пятая.
Находим множество рассогласований: $\mathscr{D} = \Big\{f(y,z),\ a,\ g\Big(h(k(x))\Big)\Big\}$.

Алгоритм унификации

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

Алгоритм унификации

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

1. Пусть сначала $k = 0$, $\mathscr{W}_k = \mathscr{W}$, $\sigma_k = \varepsilon$.

Алгоритм унификации

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

1. Пусть сначала $k = 0$, $\mathscr{W}_k = \mathscr{W}$, $\sigma_k = \varepsilon$.
2. Если $\mathscr{W}_k$ — единичный дизъюнкт, то выдать σ_k — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$ и остановиться.

Алгоритм унификации

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

1. Пусть сначала $k = 0$, $\mathscr{W}_k = \mathscr{W}$, $\sigma_k = \varepsilon$.
2. Если $\mathscr{W}_k$ — единичный дизъюнкт, то выдать σ_k — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$ и остановиться.
   Иначе найти множество $\mathscr{D}_k$ рассогласований для $\mathscr{W}_k$.

Алгоритм унификации

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

1. Пусть сначала $k = 0$, $\mathscr{W}_k = \mathscr{W}$, $\sigma_k = \varepsilon$.
2. Если $\mathscr{W}_k$ — единичный дизъюнкт, то выдать σ_k — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$ и остановиться.
   Иначе найти множество $\mathscr{D}_k$ рассогласований для $\mathscr{W}_k$.
3. Если существуют такие элементы (термы) $v_k, t_k \in \mathscr{D}_k$, что v_k — переменная, не входящая в t_k, то найти $\lambda_k = \{t_k/v_k\}$ и перейти к шагу 4.

Алгоритм унификации

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

1. Пусть сначала $k = 0$, $\mathscr{W}_k = \mathscr{W}$, $\sigma_k = \varepsilon$.
2. Если $\mathscr{W}_k$ — единичный дизъюнкт, то выдать σ_k — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$ и остановиться.
   Иначе найти множество $\mathscr{D}_k$ рассогласований для $\mathscr{W}_k$.
3. Если существуют такие элементы (термы) $v_k, t_k \in \mathscr{D}_k$, что v_k — переменная, не входящая в t_k, то найти $\lambda_k = \{t_k/v_k\}$ и перейти к шагу 4.
   Иначе выдать, что $\mathscr{W}$ неунифицируемо и остановиться.

Алгоритм унификации

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

1. Пусть сначала $k = 0$, $\mathscr{W}_k = \mathscr{W}$, $\sigma_k = \varepsilon$.
2. Если $\mathscr{W}_k$ — единичный дизъюнкт, то выдать σ_k — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$ и остановиться.
   Иначе найти множество $\mathscr{D}_k$ рассогласований для $\mathscr{W}_k$.
3. Если существуют такие элементы (термы) $v_k, t_k \in \mathscr{D}_k$, что v_k — переменная, не входящая в t_k, то найти $\lambda_k = \{t_k/v_k\}$ и перейти к шагу 4.
   Иначе выдать, что $\mathscr{W}$ неунифицируемо и остановиться.
4. Пусть $\sigma_{k+1} = \sigma_k \circ \lambda_k$, $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}_k^{\lambda_k}$
   (Заметим, что $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}^{\sigma_{k+1}}$).

Алгоритм унификации

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

1. Пусть сначала $k = 0$, $\mathscr{W}_k = \mathscr{W}$, $\sigma_k = \varepsilon$.
2. Если $\mathscr{W}_k$ — единичный дизъюнкт, то выдать σ_k — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$ и остановиться.
   Иначе найти множество $\mathscr{D}_k$ рассогласований для $\mathscr{W}_k$.
3. Если существуют такие элементы (термы) $v_k, t_k \in \mathscr{D}_k$, что v_k — переменная, не входящая в t_k, то найти $\lambda_k = \{t_k/v_k\}$ и перейти к шагу 4.
   Иначе выдать, что $\mathscr{W}$ неунифицируемо и остановиться.
4. Пусть $\sigma_{k+1} = \sigma_k \circ \lambda_k$, $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}_k^{\lambda_k}$
   (Заметим, что $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}^{\sigma_{k+1}}$).
5. Присвоить $k := k + 1$ и перейти к шагу 2.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \left\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \right\}.$$

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \left\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \right\}.$$

Решение

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\quad \mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\quad \mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big)\Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = z$, которая не встречается в $t_0 = a$.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big)\Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = z$, которая не встречается в $t_0 = a$.

   Находим $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{a/z\}$.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big)\Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\quad \mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = z$, которая не встречается в $t_0 = a$.

   Находим $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{a/z\}$.
4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{a/z\} = \{a/z\}$,

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\quad \mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = z$, которая не встречается в $t_0 = a$.

   Находим $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{a/z\}$.
4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{a/z\} = \{a/z\}$,

$$\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}^{\{a/z\}} =$$

$$= \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big) \Big\}.$$

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\; P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = z$, которая не встречается в $t_0 = a$.

   Находим $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{a/z\}$.
4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{a/z\} = \{a/z\}$,

$$\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\; P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}^{\{a/z\}} =$$
$$= \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\; P\big(a, f(a), f(u)\big) \Big\}.$$

5. Присваиваем $k := 1$, переходим на шаг 2 алгоритма.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.

7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.

7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.

   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.

7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.

   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.

8. Пусть $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \lambda_1 = \{a/z\} \circ \{f(a)/x\} = \{a/z,\ f(a)/x\}$,

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.
   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.
7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.
   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.
8. Пусть $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \lambda_1 = \{a/z\} \circ \{f(a)/x\} = \{a/z,\ f(a)/x\}$,
   $$\mathscr{W}_2 = \mathscr{W}_1^{\lambda_1} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{f(a)/x\}} =$$
   $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}.$$

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.
   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.
7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.
   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.
8. Пусть $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \lambda_1 = \{a/z\} \circ \{f(a)/x\} = \{a/z,\ f(a)/x\}$,
   $$\mathscr{W}_2 = \mathscr{W}_1^{\lambda_1} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{f(a)/x\}} = \\ = \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}.$$
9. Присваиваем $k := 2$, переходим на шаг 2 алгоритма.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.
   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.
7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.
   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.
8. Пусть $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \lambda_1 = \{a/z\} \circ \{f(a)/x\} = \{a/z,\ f(a)/x\}$,
   $$\mathscr{W}_2 = \mathscr{W}_1^{\lambda_1} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{f(a)/x\}} =$$
   $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}.$$
9. Присваиваем $k := 2$, переходим на шаг 2 алгоритма.
10. Т. к. $\mathscr{W}_2$ — не единичный дизъюнкт, то σ_2 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.

7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.

   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.

8. Пусть $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \lambda_1 = \{a/z\} \circ \{f(a)/x\} = \{a/z,\ f(a)/x\}$,

   $$\mathscr{W}_2 = \mathscr{W}_1^{\lambda_1} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{f(a)/x\}} =$$
   $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}.$$

9. Присваиваем $k := 2$, переходим на шаг 2 алгоритма.

10. Т. к. $\mathscr{W}_2$ — не единичный дизъюнкт, то σ_2 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

    Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_2 = \{g(y), u\}$.

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

11. В $\mathscr{D}_2$ существует переменная $v_2 = u$, которая не встречается в $t_2 = g(y)$.

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

11. В $\mathscr{D}_2$ существует переменная $v_2 = u$, которая не встречается в $t_2 = g(y)$.
    Находим $\lambda_2 = \{t_2/v_2\} = \{g(y)/u\}$.

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

11. В $\mathscr{D}_2$ существует переменная $v_2 = u$, которая не встречается в $t_2 = g(y)$.
    Находим $\lambda_2 = \{t_2/v_2\} = \{g(y)/u\}$.
12. Пусть
    $\sigma_3 = \sigma_2 \circ \lambda_2 = \{a/z,\ f(a)/x\} \circ \{g(y)/u\} = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$,

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

11. В $\mathscr{D}_2$ существует переменная $v_2 = u$, которая не встречается в $t_2 = g(y)$.
    Находим $\lambda_2 = \{t_2/v_2\} = \{g(y)/u\}$.
12. Пусть
    $\sigma_3 = \sigma_2 \circ \lambda_2 = \{a/z,\ f(a)/x\} \circ \{g(y)/u\} = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$,
    $$\mathscr{W}_3 = \mathscr{W}_2^{\lambda_2} = \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{g(y)/u\}} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\}.$$

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

11. В $\mathscr{D}_2$ существует переменная $v_2 = u$, которая не встречается в $t_2 = g(y)$.
    Находим $\lambda_2 = \{t_2/v_2\} = \{g(y)/u\}$.
12. Пусть
    $\sigma_3 = \sigma_2 \circ \lambda_2 = \{a/z,\ f(a)/x\} \circ \{g(y)/u\} = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$,
    $$\mathscr{W}_3 = \mathscr{W}_2^{\lambda_2} = \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{g(y)/u\}} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\}.$$
13. Присваиваем $k := 3$, переходим на шаг 2 алгоритма.

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

11. В $\mathscr{D}_2$ существует переменная $v_2 = u$, которая не встречается в $t_2 = g(y)$.
Находим $\lambda_2 = \{t_2/v_2\} = \{g(y)/u\}$.
12. Пусть
$\sigma_3 = \sigma_2 \circ \lambda_2 = \{a/z,\ f(a)/x\} \circ \{g(y)/u\} = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$,
$$\mathscr{W}_3 = \mathscr{W}_2^{\lambda_2} = \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{g(y)/u\}} =$$
$$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\} =$$
$$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\}.$$
13. Присваиваем $k := 3$, переходим на шаг 2 алгоритма.
14. Т. к. $\mathscr{W}_3$ — единичный дизъюнкт, то $\sigma_3 = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$.

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

11. В $\mathscr{D}_2$ существует переменная $v_2 = u$, которая не встречается в $t_2 = g(y)$.
    Находим $\lambda_2 = \{t_2/v_2\} = \{g(y)/u\}$.
12. Пусть
    $\sigma_3 = \sigma_2 \circ \lambda_2 = \{a/z,\ f(a)/x\} \circ \{g(y)/u\} = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$,
    $$\mathscr{W}_3 = \mathscr{W}_2^{\lambda_2} = \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{g(y)/u\}} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\}.$$
13. Присваиваем $k := 3$, переходим на шаг 2 алгоритма.
14. Т. к. $\mathscr{W}_3$ — единичный дизъюнкт, то $\sigma_3 = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$.

Ответ: $\{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big)\Big\}$

Унификация выражений

Рассмотрим ещё один пример поиска наиболее общего унификатора.

Пример

Определить, унифицируемо ли множество выражений

$$\mathscr{W} = \{Q(f(a), g(x)),\ Q(y, y)\}.$$

Унификация выражений

Рассмотрим ещё один пример поиска наиболее общего унификатора.

Пример

Определить, унифицируемо ли множество выражений

$$\mathscr{W} = \{Q(f(a), g(x)),\ Q(y, y)\}\,.$$

1. Положим $\sigma_0 = \varepsilon$ и $\mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.

Унификация выражений

Рассмотрим ещё один пример поиска наиболее общего унификатора.

Пример

Определить, унифицируемо ли множество выражений

$$\mathscr{W} = \{Q(f(a), g(x)),\ Q(y, y)\}\,.$$

1. Положим $\sigma_0 = \varepsilon$ и $\mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $|\mathscr{W}_0| \neq 1$, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$. Поэтому находим множество несогласованности $\mathscr{D}_0 = \{f(a),\ y\}$.

Унификация выражений

Рассмотрим ещё один пример поиска наиболее общего унификатора.

Пример

Определить, унифицируемо ли множество выражений

$$\mathscr{W} = \{Q(f(a), g(x)),\ Q(y, y)\}.$$

1. Положим $\sigma_0 = \varepsilon$ и $\mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $|\mathscr{W}_0| \neq 1$, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$. Поэтому находим множество несогласованности $\mathscr{D}_0 = \{f(a),\ y\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = y$, которая не встречается в $t_0 = f(a)$. Пусть $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{f(a)/y\}$.

Унификация выражений

Пример (продолжение)

4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{f(a)/y\} = \{f(a)/y\}$,

$$\begin{aligned}\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} &= \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(y, y\big)\big\}^{\{f(a)/y\}} = \\ &= \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(f(a), f(a)\big)\big\}.\end{aligned}$$

Унификация выражений

Пример (продолжение)

4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{f(a)/y\} = \{f(a)/y\}$,

$$\begin{aligned}\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} &= \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(y, y\big)\big\}^{\{f(a)/y\}} = \\ &= \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(f(a), f(a)\big)\big\}.\end{aligned}$$

5. Т. к. $|\mathscr{W}_1| \neq 1$, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$. Поэтому находим множество несогласованности $\mathscr{D}_1 = \{g(x),\ f(a)\}$.

Унификация выражений

Пример (продолжение)

4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{f(a)/y\} = \{f(a)/y\}$,

$$\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} = \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(y, y\big)\big\}^{\{f(a)/y\}} = \\ = \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(f(a), f(a)\big)\big\}.$$

5. Т. к. $|\mathscr{W}_1| \neq 1$, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$. Поэтому находим множество несогласованности $\mathscr{D}_1 = \{g(x),\ f(a)\}$.
6. В $\mathscr{D}_1$ нет элемента, который был бы переменной. Следовательно, $\mathscr{W}$ неунифицируемо.

Унификация выражений

Пример (продолжение)

4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{f(a)/y\} = \{f(a)/y\}$,

$$\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} = \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(y, y\big)\big\}^{\{f(a)/y\}} = \\ = \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(f(a), f(a)\big)\big\}.$$

5. Т. к. $|\mathscr{W}_1| \neq 1$, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$. Поэтому находим множество несогласованности $\mathscr{D}_1 = \{g(x),\ f(a)\}$.
6. В $\mathscr{D}_1$ нет элемента, который был бы переменной. Следовательно, $\mathscr{W}$ неунифицируемо.

Итак, множество выражений $\mathscr{W} = \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(y, y\big)\big\}$ неунифицируемо.

Конечность алгоритма унификации

Алгоритм унификации всегда завершает работу для любого конечного непустого множества выражений, так как иначе породилась бы бесконечная последовательность $\mathscr{W}^{\sigma_0}, \mathscr{W}^{\sigma_1}, \mathscr{W}^{\sigma_2}, \ldots$ конечных непустых множеств, обладающая тем свойством, что каждое последующее множество содержит на одну переменную меньше, чем предыдущее (а именно, $\mathscr{W}^{\sigma_k}$ содержит v_k, а $\mathscr{W}^{\sigma_{k+1}}$ её уже не содержит).

Конечность алгоритма унификации

Алгоритм унификации всегда завершает работу для любого конечного непустого множества выражений, так как иначе породилась бы бесконечная последовательность $\mathscr{W}^{\sigma_0}, \mathscr{W}^{\sigma_1}, \mathscr{W}^{\sigma_2}, \ldots$ конечных непустых множеств, обладающая тем свойством, что каждое последующее множество содержит на одну переменную меньше, чем предыдущее (а именно, $\mathscr{W}^{\sigma_k}$ содержит v_k, а $\mathscr{W}^{\sigma_{k+1}}$ её уже не содержит).

Но это невозможно, т. к. $\mathscr{W}$ содержит только конечное число различных переменных.

Склейки

Если две или более литер (с одинаковым знаком) дизъюнкта $\mathfrak{C}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то $\mathfrak{C}^{\sigma}$ называется склейкой $\mathfrak{C}$.

Склейки

Если две или более литер (с одинаковым знаком) дизъюнкта $\mathfrak{C}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то $\mathfrak{C}^{\sigma}$ называется склейкой $\mathfrak{C}$.

Если склейка $\mathfrak{C}^{\sigma}$ — единичный дизъюнкт, то она называется единичной склейкой.

Склейки

Если две или более литер (с одинаковым знаком) дизъюнкта $\mathfrak{C}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то $\mathfrak{C}^\sigma$ называется склейкой $\mathfrak{C}$.

Если склейка $\mathfrak{C}^\sigma$ — единичный дизъюнкт, то она называется единичной склейкой.

Пример

Пусть $\mathfrak{C} = P(x) \vee P(f(y)) \vee \overline{Q(x)}$.

Склейки

Если две или более литер (с одинаковым знаком) дизъюнкта $\mathfrak{C}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то $\mathfrak{C}^\sigma$ называется склейкой $\mathfrak{C}$.

Если склейка $\mathfrak{C}^\sigma$ — единичный дизъюнкт, то она называется единичной склейкой.

Пример

Пусть $\mathfrak{C} = P(x) \vee P\big(f(y)\big) \vee \overline{Q(x)}$.
Тогда литеры $P(x)$ и $P\big(f(y)\big)$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{f(y)/x\}$.

Склейки

Если две или более литер (с одинаковым знаком) дизъюнкта $\mathfrak{C}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то $\mathfrak{C}^\sigma$ называется склейкой $\mathfrak{C}$.

Если склейка $\mathfrak{C}^\sigma$ — единичный дизъюнкт, то она называется единичной склейкой.

Пример

Пусть $\mathfrak{C} = P(x) \vee P\big(f(y)\big) \vee \overline{Q(x)}$.
Тогда литеры $P(x)$ и $P\big(f(y)\big)$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{f(y)/x\}$.
Следовательно, $\mathfrak{C}^\sigma = P\big(f(y)\big) \vee \overline{Q\big(f(y)\big)}$ есть склейка $\mathfrak{C}$.

Резольвенты

Пусть $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ — два дизъюнкта (называемые дизъюнктами-посылками), которые не имеют никаких общих переменных.

Резольвенты

Пусть $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ — два дизъюнкта (называемые дизъюнктами-посылками), которые не имеют никаких общих переменных.

Дизъюнкты $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_1$ рассмотрим как множества литер (поэтому над ними можно выполнять такие операции, как вычитание «$\setminus$» и объединение «$\cup$» множеств).

Резольвенты

Пусть $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ — два дизъюнкта (называемые дизъюнктами-посылками), которые не имеют никаких общих переменных.

Дизъюнкты $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_1$ рассмотрим как множества литер (поэтому над ними можно выполнять такие операции, как вычитание «$\setminus$» и объединение «$\cup$» множеств).

Пусть $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ — две литеры в $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ соответственно (т. е. $\mathfrak{L}_1 \in \mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{L}_2 \in \mathfrak{C}_2$).

Резольвенты

Пусть $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ — два дизъюнкта (называемые дизъюнктами-посылками), которые не имеют никаких общих переменных.

Дизъюнкты $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_1$ рассмотрим как множества литер (поэтому над ними можно выполнять такие операции, как вычитание «$\setminus$» и объединение «$\cup$» множеств).

Пусть $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ — две литеры в $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ соответственно (т. е. $\mathfrak{L}_1 \in \mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{L}_2 \in \mathfrak{C}_2$).

Если $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то дизъюнкт

$$(\mathfrak{C}_1^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_1^\sigma\}) \cup (\mathfrak{C}_2^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_2^\sigma\})$$

называется (бинарной) резольвентой $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Резольвенты

Пусть $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ — два дизъюнкта (называемые дизъюнктами-посылками), которые не имеют никаких общих переменных.

Дизъюнкты $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_1$ рассмотрим как множества литер (поэтому над ними можно выполнять такие операции, как вычитание «$\setminus$» и объединение «$\cup$» множеств).

Пусть $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ — две литеры в $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ соответственно (т. е. $\mathfrak{L}_1 \in \mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{L}_2 \in \mathfrak{C}_2$).

Если $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то дизъюнкт

$$(\mathfrak{C}_1^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_1^\sigma\}) \cup (\mathfrak{C}_2^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_2^\sigma\})$$

называется (бинарной) резольвентой $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Литеры $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ называются отрезаемыми литерами.

Пример нахождения бинарной резольвенты

Пример

Найдём бинарную резольвенту дизъюнктов

$$\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee Q(x), \quad \mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(x).$$

Пример нахождения бинарной резольвенты

Пример

Найдём бинарную резольвенту дизъюнктов

$$\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee Q(x), \quad \mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(x).$$

Т. к. переменная x входит и в $\mathfrak{C}_1$, и в $\mathfrak{C}_2$, то мы заменим переменную x на y в $\mathfrak{C}_2$, т. е. $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(y)$.

Пример нахождения бинарной резольвенты

Пример

Найдём бинарную резольвенту дизъюнктов

$$\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee Q(x), \quad \mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(x).$$

Т. к. переменная x входит и в $\mathfrak{C}_1$, и в $\mathfrak{C}_2$, то мы заменим переменную x на y в $\mathfrak{C}_2$, т. е. $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(y)$.
Выбираем литеры $\mathfrak{L}_1 = P(x)$ и $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(a)}$.

Пример нахождения бинарной резольвенты

Пример

Найдём бинарную резольвенту дизъюнктов

$$\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee Q(x), \quad \mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(x).$$

Т. к. переменная x входит и в $\mathfrak{C}_1$, и в $\mathfrak{C}_2$, то мы заменим переменную x на y в $\mathfrak{C}_2$, т. е. $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(y)$.
Выбираем литеры $\mathfrak{L}_1 = P(x)$ и $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(a)}$.
Т. к. $\overline{\mathfrak{L}_2} = P(a)$, то $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{a/x\}$.

Пример нахождения бинарной резольвенты

Пример

Найдём бинарную резольвенту дизъюнктов

$$\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee Q(x), \quad \mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(x).$$

Т. к. переменная x входит и в $\mathfrak{C}_1$, и в $\mathfrak{C}_2$, то мы заменим переменную x на y в $\mathfrak{C}_2$, т. е. $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(y)$.
Выбираем литеры $\mathfrak{L}_1 = P(x)$ и $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(a)}$.
Т. к. $\overline{\mathfrak{L}_2} = P(a)$, то $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{a/x\}$.
Следовательно,

$$(\mathfrak{C}_1^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_1^\sigma\}) \cup (\mathfrak{C}_2^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_2^\sigma\}) =$$
$$= (\{P(a), Q(a)\} \setminus \{P(a)\}) \cup (\{\overline{P(a)}, R(y)\} \setminus \{\overline{P(a)}\}) =$$
$$= \{Q(a)\} \cup \{R(y)\} = \{Q(a), R(y)\} = Q(a) \vee R(y).$$

Пример нахождения бинарной резольвенты

Пример

Найдём бинарную резольвенту дизъюнктов

$$\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee Q(x), \quad \mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(x).$$

Т. к. переменная x входит и в $\mathfrak{C}_1$, и в $\mathfrak{C}_2$, то мы заменим переменную x на y в $\mathfrak{C}_2$, т. е. $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(y)$.
Выбираем литеры $\mathfrak{L}_1 = P(x)$ и $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(a)}$.
Т. к. $\overline{\mathfrak{L}_2} = P(a)$, то $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{a/x\}$.
Следовательно,

$$\begin{aligned}
&(\mathfrak{C}_1^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_1^\sigma\}) \cup (\mathfrak{C}_2^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_2^\sigma\}) = \\
&\qquad = (\{P(a), Q(a)\} \setminus \{P(a)\}) \cup (\{\overline{P(a)}, R(y)\} \setminus \{\overline{P(a)}\}) = \\
&\qquad\qquad = \{Q(a)\} \cup \{R(y)\} = \{Q(a), R(y)\} = Q(a) \vee R(y).
\end{aligned}$$

Таким образом, $Q(a) \vee R(y)$ — бинарная резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, а $P(x)$ и $\overline{P(a)}$ — отрезаемые литеры.

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;
3. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_2$ и склейки $\mathfrak{C}_1$;

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;
3. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_2$ и склейки $\mathfrak{C}_1$;
4. бинарная резольвента склейки $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$.

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;
3. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_2$ и склейки $\mathfrak{C}_1$;
4. бинарная резольвента склейки $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$.

Пример

Пусть $\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee P\big(f(y)\big) \vee R\big(g(y)\big)$ и $\mathfrak{C}_2 = \overline{P\Big(f\big(g(a)\big)\Big)} \vee Q(b)$.

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;
3. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_2$ и склейки $\mathfrak{C}_1$;
4. бинарная резольвента склейки $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$.

Пример

Пусть $\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee P\big(f(y)\big) \vee R\big(g(y)\big)$ и $\mathfrak{C}_2 = \overline{P\Big(f\big(g(a)\big)\Big)} \vee Q(b)$.
Склейкой $\mathfrak{C}_1$ является $\mathfrak{C}_1' = P\big(f(y)\big) \vee R\big(g(y)\big)$.

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;
3. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_2$ и склейки $\mathfrak{C}_1$;
4. бинарная резольвента склейки $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$.

Пример

Пусть $\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee P\big(f(y)\big) \vee R\big(g(y)\big)$ и $\mathfrak{C}_2 = \overline{P\Big(f\big(g(a)\big)\Big)} \vee Q(b)$.
Склейкой $\mathfrak{C}_1$ является $\mathfrak{C}_1' = P\big(f(y)\big) \vee R\big(g(y)\big)$.
Бинарной резольвентой $\mathfrak{C}_1'$ и $\mathfrak{C}_2$ является $R\Big(g\big(g(a)\big)\Big) \vee Q(b)$.

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;
3. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_2$ и склейки $\mathfrak{C}_1$;
4. бинарная резольвента склейки $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$.

Пример

Пусть $\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee P(f(y)) \vee R(g(y))$ и $\mathfrak{C}_2 = \overline{P\Big(f(g(a))\Big)} \vee Q(b)$.
Склейкой $\mathfrak{C}_1$ является $\mathfrak{C}'_1 = P(f(y)) \vee R(g(y))$.
Бинарной резольвентой $\mathfrak{C}'_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является $R\Big(g(g(a))\Big) \vee Q(b)$.

Следовательно, $R\Big(g(g(a))\Big) \vee Q(b)$ есть резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Клазуальная форма и сведение к предложениям

Клазуальной формой называется такая сколемовская нормальная форма, матрица которой имеет вид КНФ.

Клазуальная форма и сведение к предложениям

Клазуальной формой называется такая сколемовская нормальная форма, матрица которой имеет вид КНФ.

Любая сколемовская нормальная форма допускает эквивалентную ей клазуальную форму.

Клазуальная форма и сведение к предложениям

Клазуальной формой называется такая сколемовская нормальная форма, матрица которой имеет вид КНФ.

Любая сколемовская нормальная форма допускает эквивалентную ей клазуальную форму.

Если в клазуальной форме элиминировать (отбросить) оставшиеся кванторы всеобщности, а вместо знаков & поставить запятые (элиминировать конъюнкции), то получится множество предложений.

Пример

Найти множество предложений для формулы

$$\mathfrak{A} = \forall x \forall y \Big(P(x, y) \;\&\; \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big).$$

Пример

Найти множество предложений для формулы

$$\mathfrak{A} = \forall x \forall y \Big(P(x, y) \,\&\, \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big).$$

Решение

Пример

Найти множество предложений для формулы

$$\mathfrak{A} = \forall x \forall y \Big(P(x, y) \,\&\, \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big).$$

Решение

Т.к. $\mathfrak{A}$ находится в сколемовской нормальной форме, приведём её матрицу к КНФ.

Пример

Найти множество предложений для формулы

$$\mathfrak{A} = \forall x \forall y \Big(P(x,y) \mathbin{\&} \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big).$$

Решение

Т.к. $\mathfrak{A}$ находится в сколемовской нормальной форме, приведём её матрицу к КНФ.

$$\forall x \forall y \Big(P(x,y) \mathbin{\&} \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big) \equiv$$

$$\equiv \forall x \forall y \Big(\big(P(x,y) \vee R(a)\big) \mathbin{\&} \big(\overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a)\big) \Big).$$

Пример

Найти множество предложений для формулы

$$\mathfrak{A} = \forall x \forall y \Big(P(x,y) \,\&\, \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big).$$

Решение

Т.к. $\mathfrak{A}$ находится в сколемовской нормальной форме, приведём её матрицу к КНФ.

$$\forall x \forall y \Big(P(x,y) \,\&\, \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big) \equiv$$
$$\equiv \forall x \forall y \Big(\big(P(x,y) \vee R(a)\big) \,\&\, \Big(\overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a)\Big) \Big).$$

Элиминировав кванторы и конъюнкции, получим искомое множество предложений:

$$\Big\{ P(x,y) \vee R(a),\ \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big\}.$$

Алгоритм метода резолюций в логике предикатов

Исходным данным для него является множество дизъюнктов $\mathscr{K}$, противоречивость которого нужно доказать.

Алгоритм метода резолюций в логике предикатов

Исходным данным для него является множество дизъюнктов $\mathscr{K}$, противоречивость которого нужно доказать.

1. Если в $\mathscr{K}$ есть пустой дизъюнкт, то выдать «$\mathscr{K}$ противоречиво» и завершить работу. В противном случае перейти к шагу 2.

Алгоритм метода резолюций в логике предикатов

Исходным данным для него является множество дизъюнктов $\mathscr{K}$, противоречивость которого нужно доказать.

1. Если в $\mathscr{K}$ есть пустой дизъюнкт, то выдать «$\mathscr{K}$ противоречиво» и завершить работу. В противном случае перейти к шагу 2.
2. Найти в $\mathscr{K}$ такие дизъюнкты или склейки дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, которые содержат унифицируемые литеры $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ соответственно. Если таких дизъюнктов нет, то выдать «$\mathscr{K}$ непротиворечиво» и завершить работу. В противном случае перейти к шагу 3.

Алгоритм метода резолюций в логике предикатов

Исходным данным для него является множество дизъюнктов $\mathscr{K}$, противоречивость которого нужно доказать.

1. Если в $\mathscr{K}$ есть пустой дизъюнкт, то выдать «$\mathscr{K}$ противоречиво» и завершить работу. В противном случае перейти к шагу 2.
2. Найти в $\mathscr{K}$ такие дизъюнкты или склейки дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, которые содержат унифицируемые литеры $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ соответственно. Если таких дизъюнктов нет, то выдать «$\mathscr{K}$ непротиворечиво» и завершить работу. В противном случае перейти к шагу 3.
3. Вычислить резольвенту $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, добавить её в $\mathscr{K}$ и возвратиться к шагу 1.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов

$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$

Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов

$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$

Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

1. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = S(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{S(y)} \vee P(y)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = S(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{S(y)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/y\}$.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов

$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$

Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

1. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = S(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{S(y)} \vee P(y)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = S(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{S(y)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/y\}$.
2. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $P(b)$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов

$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$

Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

1. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = S(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{S(y)} \vee P(y)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = S(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{S(y)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/y\}$.
2. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $P(b)$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
3. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = P(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = P(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(z)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/z\}$.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов

$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$

Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

1. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = S(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{S(y)} \vee P(y)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = S(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{S(y)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/y\}$.
2. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $P(b)$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
3. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = P(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = P(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(z)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/z\}$.
4. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\overline{Q(a,b)}$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов

$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$

Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

1. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = S(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{S(y)} \vee P(y)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = S(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{S(y)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/y\}$.
2. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $P(b)$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
3. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = P(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = P(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(z)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/z\}$.
4. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\overline{Q(a,b)}$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
5. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = \overline{Q(a,b)}$, $\mathfrak{C}_2 = Q(a,b)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = Q(a,b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{Q(a,b)}$, наиболее общий унификатор — ε.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов

$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$

Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

1. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\Box$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = S(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{S(y)} \vee P(y)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = S(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{S(y)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/y\}$.
2. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $P(b)$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
3. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\Box$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = P(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = P(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(z)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/z\}$.
4. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\overline{Q(a,b)}$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
5. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\Box$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = \overline{Q(a,b)}$, $\mathfrak{C}_2 = Q(a,b)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = Q(a,b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{Q(a,b)}$, наиболее общий унификатор — ε.
6. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\Box$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов
$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$
Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

1. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = S(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{S(y)} \vee P(y)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = S(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{S(y)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/y\}$.
2. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $P(b)$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
3. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = P(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = P(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(z)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/z\}$.
4. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\overline{Q(a,b)}$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
5. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = \overline{Q(a,b)}$, $\mathfrak{C}_2 = Q(a,b)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = Q(a,b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{Q(a,b)}$, наиболее общий унификатор — ε.
6. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\square$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
7. Так как в $\mathscr{K}$ есть $\square$, то $\mathscr{K}$ противоречиво, что и требовалось доказать.

Дерево вывода

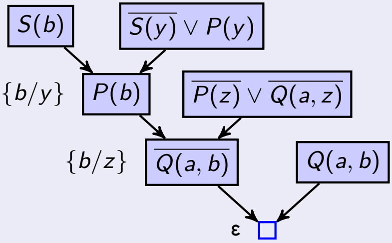
Вывод пустого дизъюнкта может быть наглядно представлен с помощью дерева вывода, вершинами которого являются или исходные дизъюнкты, или резольвенты, а корнем — пустой дизъюнкт.

Дерево вывода

Вывод пустого дизъюнкта может быть наглядно представлен с помощью дерева вывода, вершинами которого являются или исходные дизъюнкты, или резольвенты, а корнем — пустой дизъюнкт.

Пример

Дерево вывода для предыдущего примера:



Рядом с резольвентами указан наиболее общий унификатор их дизъюнктов-посылок.

Стратегии метода резолюций

При автоматическом доказательстве теорем методом резолюций бо́льшая часть вычислений приходится на поиск дизъюнктов-посылок.

Стратегии метода резолюций

При автоматическом доказательстве теорем методом резолюций бóльшая часть вычислений приходится на поиск дизъюнктов-посылок.

Реализация процедуры выбора дизъюнктов-посылок из множества дизъюнктов называется стратегией метода резолюций.

Стратегии метода резолюций

При автоматическом доказательстве теорем методом резолюций бóльшая часть вычислений приходится на поиск дизъюнктов-посылок.

Реализация процедуры выбора дизъюнктов-посылок из множества дизъюнктов называется стратегией метода резолюций.

Стратегии можно разделить на два класса:

Стратегии метода резолюций

При автоматическом доказательстве теорем методом резолюций бóльшая часть вычислений приходится на поиск дизъюнктов-посылок.

Реализация процедуры выбора дизъюнктов-посылок из множества дизъюнктов называется стратегией метода резолюций.

Стратегии можно разделить на два класса:

1. полные стратегии — гарантируют нахождение доказательства теоремы, если оно существует (являются полнопереборными);

Стратегии метода резолюций

При автоматическом доказательстве теорем методом резолюций бóльшая часть вычислений приходится на поиск дизъюнктов-посылок.

Реализация процедуры выбора дизъюнктов-посылок из множества дизъюнктов называется стратегией метода резолюций.

Стратегии можно разделить на два класса:

1. полные стратегии — гарантируют нахождение доказательства теоремы, если оно существует (являются полнопереборными);
2. неполные стратегии — могут в некоторых случаях не находить доказательства, но они работают быстрее.

Стратегии метода резолюций

При автоматическом доказательстве теорем методом резолюций бóльшая часть вычислений приходится на поиск дизъюнктов-посылок.

Реализация процедуры выбора дизъюнктов-посылок из множества дизъюнктов называется стратегией метода резолюций.

Стратегии можно разделить на два класса:

1. полные стратегии — гарантируют нахождение доказательства теоремы, если оно существует (являются полнопереборными);
2. неполные стратегии — могут в некоторых случаях не находить доказательства, но они работают быстрее.

Рассмотрим полные стратегии.

Стратегия насыщения уровня

Пусть $\mathscr{K}$ — исходное множество дизъюнктов.

Стратегия насыщения уровня

Пусть $\mathscr{K}$ — исходное множество дизъюнктов.

Обозначим $R_0(\mathscr{K})$ само множество дизъюнктов и назовём его *уровнем нулевого порядка*.

Стратегия насыщения уровня

Пусть $\mathscr{K}$ — исходное множество дизъюнктов.

Обозначим $R_0(\mathscr{K})$ само множество дизъюнктов и назовём его уровнем нулевого порядка.

Уровень первого порядка $R_1(\mathscr{K})$ — объединение $\mathscr{K}$ с множеством всех резольвент, непосредственно порождённых от дизъюнктов $\mathscr{K}$.

Стратегия насыщения уровня

Пусть $\mathscr{K}$ — исходное множество дизъюнктов.

Обозначим $R_0(\mathscr{K})$ само множество дизъюнктов и назовём его уровнем нулевого порядка.

Уровень первого порядка $R_1(\mathscr{K})$ — объединение $\mathscr{K}$ с множеством всех резольвент, непосредственно порождённых от дизъюнктов $\mathscr{K}$.

Тогда уровень n-го порядка $R_n(\mathscr{K})$ состоит из объединения множества $R_{n-1}(\mathscr{K})$ и множества резольвент, порождённых из $R_{n-1}(\mathscr{K})$.

Стратегия насыщения уровня

Пусть $\mathscr{K}$ — исходное множество дизъюнктов.

Обозначим $R_0(\mathscr{K})$ само множество дизъюнктов и назовём его уровнем нулевого порядка.

Уровень первого порядка $R_1(\mathscr{K})$ — объединение $\mathscr{K}$ с множеством всех резольвент, непосредственно порождённых от дизъюнктов $\mathscr{K}$.

Тогда уровень n-го порядка $R_n(\mathscr{K})$ состоит из объединения множества $R_{n-1}(\mathscr{K})$ и множества резольвент, порождённых из $R_{n-1}(\mathscr{K})$.

Значение n назовём уровнем (или глубиной) опровержения.

Стратегия насыщения уровня

Пусть $\mathscr{K}$ — исходное множество дизъюнктов.

Обозначим $R_0(\mathscr{K})$ само множество дизъюнктов и назовём его уровнем нулевого порядка.

Уровень первого порядка $R_1(\mathscr{K})$ — объединение $\mathscr{K}$ с множеством всех резольвент, непосредственно порождённых от дизъюнктов $\mathscr{K}$.

Тогда уровень n-го порядка $R_n(\mathscr{K})$ состоит из объединения множества $R_{n-1}(\mathscr{K})$ и множества резольвент, порождённых из $R_{n-1}(\mathscr{K})$.

Значение n назовём уровнем (или глубиной) опровержения.

Стратегия насыщения уровня предполагает последовательное порождение всех резольвент уровня 1-го порядка, затем уровня 2-го порядка и т. д. до получения пустого дизъюнкта.

Стратегия насыщения уровня

Пусть $\mathscr{K}$ — исходное множество дизъюнктов.

Обозначим $R_0(\mathscr{K})$ само множество дизъюнктов и назовём его уровнем нулевого порядка.

Уровень первого порядка $R_1(\mathscr{K})$ — объединение $\mathscr{K}$ с множеством всех резольвент, непосредственно порождённых от дизъюнктов $\mathscr{K}$.

Тогда уровень n-го порядка $R_n(\mathscr{K})$ состоит из объединения множества $R_{n-1}(\mathscr{K})$ и множества резольвент, порождённых из $R_{n-1}(\mathscr{K})$.

Значение n назовём уровнем (или глубиной) опровержения.

Стратегия насыщения уровня предполагает последовательное порождение всех резольвент уровня 1-го порядка, затем уровня 2-го порядка и т. д. до получения пустого дизъюнкта.

Таким образом, данная стратегия является стратегией поиска в ширину.

Линейная стратегия

Если резольвента, полученная на i-ом шаге вывода ($i > 0$), всегда имеет в качестве одного из своих родительских дизъюнктов (называемого левым) дизъюнкт, полученный на $(i-1)$-ом шаге вывода, то такая стратегия называется линейной.

Линейная стратегия

Если резольвента, полученная на i-ом шаге вывода ($i > 0$), всегда имеет в качестве одного из своих родительских дизъюнктов (называемого левым) дизъюнкт, полученный на $(i-1)$-ом шаге вывода, то такая стратегия называется линейной.

Данная стратегия является стратегией поиска в глубину.

Стратегия предпочтения одночленам

Резольвентой двух однолитерных дизъюнктов может быть только пустой дизъюнкт. Верно и обратное утверждение.

Стратегия предпочтения одночленам

Резольвентой двух однолитерных дизъюнктов может быть только пустой дизъюнкт. Верно и обратное утверждение. Значит, для наискорейшего достижения результатов необходимо обрабатывать в первую очередь короткие дизъюнкты.

Стратегия предпочтения одночленам

Резольвентой двух однолитерных дизъюнктов может быть только пустой дизъюнкт. Верно и обратное утверждение. Значит, для наискорейшего достижения результатов необходимо обрабатывать в первую очередь короткие дизъюнкты.

В стратегии предпочтения одночленам перебор дизъюнктов-посылок выполняется в порядке возрастания их длины.

Стратегия предпочтения одночленам

Резольвентой двух однолитерных дизъюнктов может быть только пустой дизъюнкт. Верно и обратное утверждение. Значит, для наискорейшего достижения результатов необходимо обрабатывать в первую очередь короткие дизъюнкты.

В стратегии предпочтения одночленам перебор дизъюнктов-посылок выполняется в порядке возрастания их длины. Вначале делается попытка построить резольвенты между одночленами, т. е. дизъюнктами, содержащими единственную литеру.

Стратегия предпочтения одночленам

Резольвентой двух однолитерных дизъюнктов может быть только пустой дизъюнкт. Верно и обратное утверждение. Значит, для наискорейшего достижения результатов необходимо обрабатывать в первую очередь короткие дизъюнкты.

В стратегии предпочтения одночленам перебор дизъюнктов-посылок выполняется в порядке возрастания их длины.

Вначале делается попытка построить резольвенты между одночленами, т. е. дизъюнктами, содержащими единственную литеру.

Если это удаётся, то сразу получается опровержение.

Стратегия предпочтения одночленам

Резольвентой двух однолитерных дизъюнктов может быть только пустой дизъюнкт. Верно и обратное утверждение. Значит, для наискорейшего достижения результатов необходимо обрабатывать в первую очередь короткие дизъюнкты.

В стратегии предпочтения одночленам перебор дизъюнктов-посылок выполняется в порядке возрастания их длины.

Вначале делается попытка построить резольвенты между одночленами, т. е. дизъюнктами, содержащими единственную литеру.

Если это удаётся, то сразу получается опровержение.

В противном случае ищутся резольвенты для пар ⟨одночлен-двучлен⟩, затем ⟨двучлен-двучлен⟩ и т. д.

Стратегия предпочтения одночленам

Резольвентой двух однолитерных дизъюнктов может быть только пустой дизъюнкт. Верно и обратное утверждение. Значит, для наискорейшего достижения результатов необходимо обрабатывать в первую очередь короткие дизъюнкты.

В стратегии предпочтения одночленам перебор дизъюнктов-посылок выполняется в порядке возрастания их длины.

Вначале делается попытка построить резольвенты между одночленами, т. е. дизъюнктами, содержащими единственную литеру.

Если это удаётся, то сразу получается опровержение.

В противном случае ищутся резольвенты для пар $\langle$одночлен-двучлен$\rangle$, затем $\langle$двучлен-двучлен$\rangle$ и т. д.

Перебор пар дизъюнктов в данной стратегии должен выполняться таким образом, чтобы сумма длин родительских дизъюнктов в процессе перебора не убывала.