

Математическая логика и теория алгоритмов

Лекция 14

Продукционные нечёткие системы

Куценко Дмитрий Александрович

Белгородский государственный технологический университет
имени В. Г. Шухова

Институт информационных технологий и управляющих систем
Кафедра программного обеспечения вычислительной техники
и автоматизированных систем

31 мая 2013 г.

Введение

Основателем нечёткой логики является Л. Заде, однако не менее значимый вклад в развитие этого направления внесли и его последователи.



Эбрагим Мамдани (1942—2010) —
английский математик

В частности, в 1975 г. [Э. Мамдани](#) разработал алгоритм, основанный на нечётком логическом выводе, для управления паровым двигателем, который позволяет избежать чрезмерно большого объёма вычислений и в настоящее время является одним из наиболее распространённых в задачах нечёткого моделирования.

Алгоритм Мамдани

В алгоритме используется множество продукционных правил вида «Условие—Заключение».

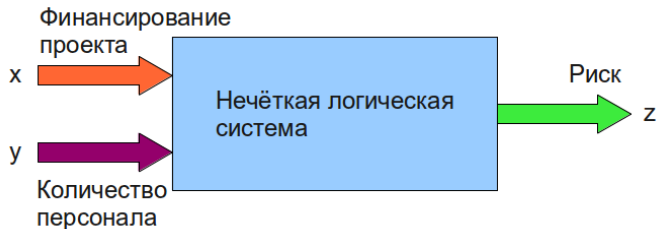
На вход алгоритму подаётся массив числовых значений, на выходе также получается массив числовых значений.

Сам алгоритм состоит из следующих шагов:

- 1 Фаззификация входов.
- 2 Агрегирование подусловий.
- 3 Активация подзаключений.
- 4 Аккумулялирования заключений.
- 5 Дефаззификация выходов.

Пример нечёткой системы

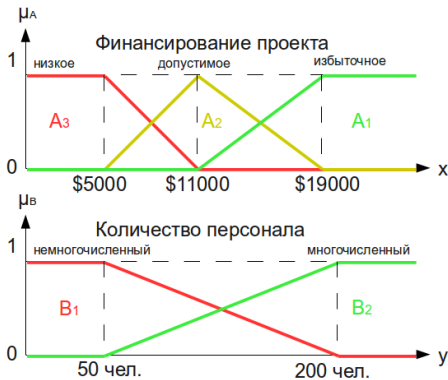
Рассмотрим систему с двумя входами x , y и одним выходом z :



Входные нечёткие лингвистические переменные:

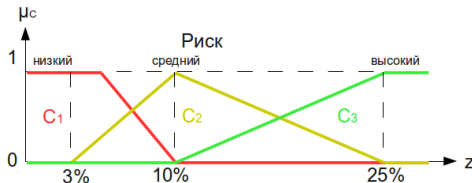
Каждому входу и выходу системы соответствуют т. н. **нечёткие лингвистические переменные**.

Входные нечёткие лингвистические переменные рассматриваемого примера имеют следующий вид:



Выходные нечёткие лингвистические переменные

Единственному выходу системы соответствует следующая нечёткая лингвистическая переменная:



Пример набора правил

Пример набора правил:

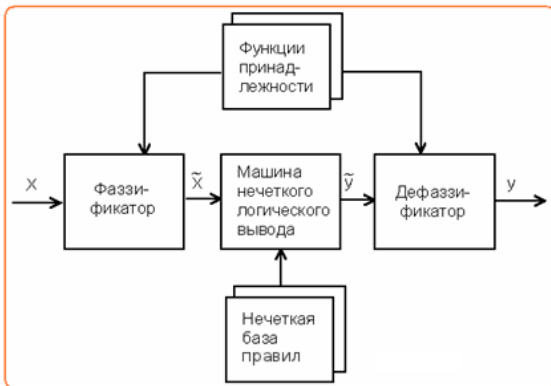
- Если **финансирование проекта** избыточное или **персонал** немногочисленный, то **риск** низкий.
- Если **финансирование проекта** допустимое и **персонал** многочисленный, то **риск** средний.
- Если **финансирование проекта** низкое, то **риск** высокий.

Их можно записать в следующем виде:

- Если x есть \tilde{A}_1 или y есть \tilde{B}_1 , то z есть \tilde{C}_1 .
- Если x есть \tilde{A}_2 и y есть \tilde{B}_2 , то z есть \tilde{C}_2 .
- Если x есть \tilde{A}_3 , то z есть \tilde{C}_3 .

Структура нечёткой логической системы

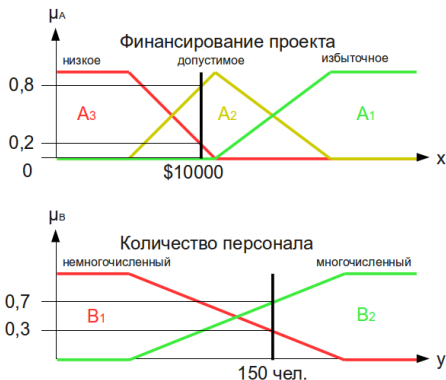
Система нечёткого логического вывода на основе алгоритма Мамдани состоит из следующих частей:



Иногда блок с функциями принадлежности называют базой данных.

Шаг 1. Фаззификация входов

Пусть на вход системы поступают значения $x' = 10000$, $y' = 150$:



Тогда значения функций принадлежности нечётких множеств входных лингвистических переменных будут следующие:

$$\mu_{\tilde{A}_1}(x') = 0, \mu_{\tilde{A}_2}(x') = 0.8, \mu_{\tilde{A}_3}(x') = 0.2, \mu_{\tilde{B}_1}(y') = 0.3, \mu_{\tilde{B}_2}(y') = 0.7.$$

Шаг 2. Агрегирование подусловий

Условия правил имеют следующий вид:

- x есть \tilde{A}_1 или y есть \tilde{B}_1 .
- x есть \tilde{A}_2 и y есть \tilde{B}_2 .
- x есть \tilde{A}_3 .

Используя в качестве конъюнкции минимум, а в качестве дизъюнкции максимум, найдём значения функций принадлежности условия каждого из правил (значения подусловий).

Шаг 2. Агрегирование подусловий (продолжение)

На шаге 1 были получены следующие значения:

$$\mu_{\tilde{A}_1}(x') = 0, \mu_{\tilde{A}_2}(x') = 0,8, \mu_{\tilde{A}_3}(x') = 0,2.$$

$$\mu_{\tilde{B}_1}(y') = 0,3, \mu_{\tilde{B}_2}(y') = 0,7.$$

Значения подусловий рассчитываются следующим образом:

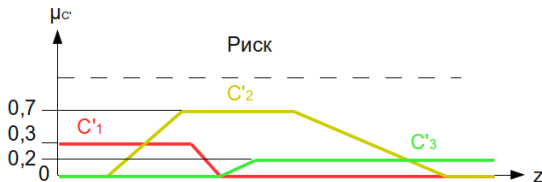
- $\mu_{\tilde{R}_1} = \max(\mu_{\tilde{A}_1}, \mu_{\tilde{B}_1}) = \max(0, 0,3) = 0,3.$
- $\mu_{\tilde{R}_2} = \min(\mu_{\tilde{A}_2}, \mu_{\tilde{B}_2}) = \min(0,8, 0,7) = 0,7.$
- $\mu_{\tilde{R}_3} = \mu_{\tilde{A}_3} = 0,2.$

Шаг 3. Активация подзаключений

На этом шаге нужно сделать так, чтобы максимальные значения функций принадлежности заключений правил были равны значениям подусловий соответствующих правил.

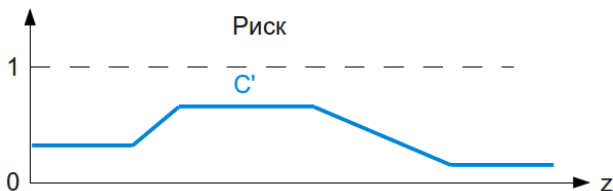
Один из способов — «срезать» нечёткие множества заключений правил:

в нашем случае $\mu_{\tilde{C}'_i}(z) = \min(\mu_{\tilde{C}_i}(z), \mu_{\tilde{R}_i}(z))$ для всех возможных значений z .



Шаг 4. Аккумуляция заключения

На этом шаге выполняется объединение (с помощью максимума) активированных нечётких множеств из предыдущего шага: $\tilde{C}' = \bigcup_i \tilde{C}'_i$.



Шаг 5. Дефаззификация выходов

На этом шаге получаем чёткое значение выхода системы путём нахождения центра тяжести фигуры, полученной на

предыдущем шаге:
$$z' = \frac{\int \mu_{\tilde{C}'}(z) \cdot z \, dz}{\int \mu_{\tilde{C}'}(z) \, dz}$$

