回主目錄

Box-Cox 轉換半對數特徵房價模型實證研究

王恭棋
中央大學產業經濟研究所碩士
百達全球物業顧問有限公司副總
yelw1030@hotmail.com

摘要

本文的目的在於探討有關特徵房價模型之函數型態不確定問題，以中古屋交易資料，進行有關半對數函數與非線性 Box-Cox 轉換函數的實證研究。結果發現在基本模型下，桃竹地區實證資料有顯著的非線性關係存在；當考量區域與型態下的模型實證結果，得到 Box-Cox 轉換函數之轉換係數 θ，並未出現顯著異於零的結果，顯示房價函數可以轉換為半對數的特徵房價模型。進一步分析發現，當「市鎮別」及「房屋種類」課題的虛擬變數同時存在於模型中時，將使特徵房價模型由非線性關係轉換為半對數的線性模型。

關鍵字：特徵價格法、半對數模型、Box-Cox 轉換函數

An empirical study of Box-Cox transform semi-log hedonic housing price model

Wang, Kung Chi
Master degree of graduate institution of IE, NCU.
Protech global realty consulting Co., Ltd.

Abstract

The purpose of this article is to discuss the uncertainty of functional specification problems of hedonic housing price model. By using of housing transaction data, we study about the function of semi-log and nonlinear Box-Cox transformation to find some empirical evidences between them. The result shows that a nonlinear relationship is significant in the basic hedonic housing price model. Then, in the topic model, the index coefficient θ of Box-Cox transformation is insignificant. It means that the housing price model can transform to a semi-log form. After adding topical variables step by step, we find the model will transform to semi-log from nonlinear relationship, when both “township” and “type of house” dummy variables exist simultaneously in the model.

Keywords：hedonic price approach, semi-log, Box-Cox transformation

壹、緒論

一、動機與目的

許多利用特徵價格法理論建立房價模型的研究，提到可採用水準的(level-level)、半對數的(log-level)、雙邊對數(log-log)或反半對數(level-log)等的型態，因爲具備線性分析的優點，在與房價有關的研究中，也多直接選擇雙邊對數或半對數的模型進行分析，並未事先確定模型的函數型態。但是，由於未必所有的房屋特徵屬性均呈現線性的關係特質，有些可能是截斷的(truncate)、不連續性(discrete)的或有分類的(categorical)資料特質，另有些則可能是質性的(qualitative)二元變數資料。所以，資料若未經過適當處理，模型便有可能違反線性迴歸的假設，導致房價函數出現非線性的變動關係，也是使得房價估計產生誤差的原因。即使所建立的特徵房價模型，已經過加權最小平方法(WLS)修正異質性(Wooldridge，2003)，仍可能因模型變數選擇不同，而改變其線性與非線性的關係。

由Box and Cox(1964)提出的非線性轉換函數，爲特徵房價函數型態不確定的選擇問題，提出了解決的方法。由於國內應用此方法的研究相對不足，因此，本文的動機便是希望應用Box-Cox轉換函數於實際的交易資料中，以瞭解房價函數的線性與非線性關係。目的在希望藉由實證結果，取得支持採用對數函數的特徵房價模型的證據，以合理化許多半對數特徵房價模型在實務方面的應用。

二、研究方法與架構

本文的研究方法，主要是將蒐集自桃竹地區房仲業者的中古屋交易資料進行分析，應用 Box-Cox 轉換函數於特徵房價模型中，以瞭解房價函數的半對數線性與非線性的轉換關係，同時比較不同的特徵房價模型經過函數轉換後的情形。爲簡化分析的過程，本文僅就應變數部分進行函數轉換的工作。方法簡述之如下：

第一、將所蒐集到的中古屋交易資料，整理爲可供迴歸分析的數值化資料，並預測所有自變數係數符號的方向。

第二、經由介紹特徵價格法的源起及基礎理論，進而探討線性與非線性回歸方程式的應用，並從國外文獻中瞭解特徵價格法近期研究的發展情形。

第三、依據理論建構基本的與課題的特徵房價模型兩種，並分別再建立半對數線性的及非線性的 Box-Cox 轉換函數模型，以供比較分析。

第四、利用統計軟體估計房價模型的迴歸係數，並解釋實證結果的意義以爲後續研究之參考。

本文的架構如下，除緒論外，第二節爲文獻探討與回顧，第三節爲資料與變數整理，第四節爲半對數與 Box-Cox 特徵房價理論模型之建構，第五節爲實證分析與結果說明，最後爲結論與建議。

貳、文獻探討與回顧

一、特徵價格理論沿革

傳統消費者需求理論認為，消費者獲得來自於商品消費之最大效用滿足，決定該商品的價格與數量之關係。而消費者對單一商品的效用，是來自於商品本身。此種論述係假設商品品質是均一的，且其所生之效用有連續性的基礎下，所建立的消費者需求理論。然而，同質性商品也有可能因品牌、包裝、產地等，使消費者產生特殊的偏好而出現異質性。況且，市場中本有許多異質性商品存在。所以，近代經濟學的消費者需求理論認為，商品係多種特徵屬性的組合，這些屬性組合乃是決定影響該商品需求價格的重要因素。此概念係Becker(1965)、Muth(1966)以及Lancaster(1966)等人引申自傳統的消費者效用理論基礎，所發展出之「特徵消費理論(hedonic consumption theory)」。渠等認為商品需求價格的決定，乃是消費者對組成商品各種特徵因素需求的邊際效用之總合。

按Lancaster(1966)等人認為，消費者購買商品所獲得的效用，並非直接來自該商品本身，而是來自於組成該商品所有的各項特徵因素。其後，Rosen(1974)又將Lancaster(1966)等人的特徵消費理論，與Alonso(1964)的競價(bit price)及競租(bit rent)理論的概念結合，擴充到異質性產品上，建立了均衡的市場供需模型，成為後來建構完整供需理論架構的特徵價格法之濫觴。並由此理論基礎發展出各種探討異質性商品價格形成的方法，稱之為「特徵價格法(hedonic price approach)」。

二、特徵價格理論文獻回顧

由於房地產的異質性對房地產價格的影響十分廣泛，故許多房地產相關研究，多會選擇採用特徵價格法。Ridker 和 Henning(1967)兩位，則是首先利用特徵價格法作房地產有關的研究者，他們以空氣污染與土地財產價值間的迴歸關係，提供了在兩者之間的一個實證模型。又，國內學者如張金鶚、范垂爐(1991)等則藉由探討住宅特徵屬性，研究住宅的真實價格；張金鶚(1995)、楊宗憲(1995)等則在住宅的特徵基礎上，建立標準住宅的特徵屬性，並編製住宅價格指數。

於特徵價格模型的函數形式選擇方面，經常被採用的是水準的(level-level)或半對數(log-level)的函數形式，如，洪得洋、林祖嘉(1999)即以水準的特徵價格模型，用於研究台北市捷運系統與道路寬度對房價的影響；王恭棋(2006)則利用大量的中古屋交易資料，建立半對數的特徵房價模型，對桃竹地區主要市鎮進行課題之比較分析，並編製市鎮區域的房價指數。另有更多的研究亦採用半對數的特徵房價模型，如，Nelson(1978)，Blackley, Follain, and Lee(1986)，Thibodeaus(1989)，Lin(1993)，林祖嘉(1992)，張金鶚、范垂爐(1993)，黃名義、張金鶚(1999)等。又，李馨蘋、劉代洋(1999)則將半對數與雙對數模型，用於租賃市場的住宅租金價格影響因素之研究。亦有少數採用 Box-Cox 轉換函數者，如黃啓福(1983)以限制條件下的 Box-Cox 轉換的函數型態，建立住宅的特徵價格方程式及屬性需求函數；林素菁(2002)雖認可以 Box and Cox(1964)的轉換函數來選取適當的函數形式，或是以 Dubin and Sung(1990)的 non-nested test 來選取較為適合的模型，但仍選取房價的自然對數，建立半對數的隨機效果模型(random effect model)，來

檢定特徵性係數不一致的問題。魏村瑞(2003)即直接以 Box-Cox 轉換函數來決定模型變數之型態，並作爲工業環境風險與道路寬度對房價影響研究之用。李家豪(2004)亦藉由統計軟體之助，以 Box-Cox 轉換函數來選擇最適的函數型態，作爲洪災對房價影響研究之用。

近年來國外與特徵房價相關的研究益趨多樣。如，Wallace(1996)強調實證的重要性，除了透過理論探討及實證估計價格指數，並利用非參數(non-parametric)的計量經濟學技術，建構 Fisher's 理想型指數。又，Bowen, Mikelbank and Prestegaard(2001)等，則將特徵房價模型應用於空間相關的方析方面，分別將水準的及半對數函數型態，設計爲空間之典型的迴歸模型及自我迴歸(Autoregressive)模型。結果發現空間的典型迴歸模型無法檢證出明確的空間描述關係，亦即無實質跡證顯示錯誤的空間模型描述；然而，空間的自我迴歸模型在診斷檢驗上，則發現在較正確的空間特徵模型描述下與忽略空間模型下，都會出現一些十分明確的不同結果。提醒在應用特徵房價模型時，於決定模型合適與否的標準程序中，應包括空間之明確性的診斷部分。

近期 Capozza, Israelsen 及 Thomson(2005) 等人，則將特徵房價應用在有關組建屋(manufactured home)鑑價的應用方面，則是企圖脫出不動產領域外，將特徵房價模型引用至組建屋之動產質押方面的研究。他們取得以組建屋動產質押方式之貸款資料，利用包含空間自相關(spatial autocorrelation)的簡單特徵模型，探討組建屋在銷售價格(selling price)、帳面價值(book value)及適當價值(fitted value)之間的關聯性評價。其所取得的結論是，當界定原始取得與修復取回的組建屋之間的銷售價格差異時，發現兩者有住屋特徵的及非典型性的系統性變動，而瞭解到房屋在原始建造和翻修取得兩者的銷售價格，會影響借用人的不履行責任。

三、非線性特徵價格概念

於非線性的特徵價格概念方面，按Rosen(1974)的看法認爲，典型的特徵價格函數既非需求也不是供給函數，而是透過供需二者的函數所發展出的聯合包絡函數(joint-envelope function)。亦即反應市場供給及需求影響的「減化式」(reduced-form)。然而，經過供給與需求作用後的房價，所導出的特徵價格函數「減化式」，尚非是最好的結果，仍應思考結合房屋的生產者及購買者間，形成相互限制的最適化問題。Rosen(1974)表示只要生產者(銷售者)的特徵邊際成本增加，且包裹中的屬性有分別計價的限制時，特徵價格函數更可能是非線性的。非線性的特徵限制，意指相對的特徵屬性價格並非是固定的，而是唯一決定於每一買方及賣方在特徵共同面上的位置。

而Wallace(1996)則以特徵前緣(hedonic frontier)的概念，說明房屋此一異質性商品與房價之間的非線性關係。Wallace(1996)將房屋視爲由基地面積、衛浴數、公共服務設施、座落位置等特徵及其他有關的要素所組成的商品，將房價模型定義爲 j 種特徵及n個產品的特徵價格函數，數學關係式表示之如下：

$$P = h(x) \tag{1}$$

其中，P是由n個單元的房價向量，而x是描述房屋特徵的 $j \times n$ 的矩陣。

又，房屋市場是市場參與的決策行爲，也是房屋特徵的需要與供給間相關的行爲，且房屋應與其特徵組合綁在一起交易。爲簡化消費與生產的關係，家計單位對房屋消費的效用函數表示如下：

$$U = U(u(x),c) \tag{2}$$

以U爲消費者的效用，$u(\cdot)$爲含房屋特徵的函數，且c表示其它同質性消費商品；又假設房屋爲以特徵x、資本K、勞動L及建材M等的集成，其生產函數可表示爲：

$$t(x, K, L, M) = 0 \tag{3}$$

$t(\cdot)$即是生產轉換函數式。

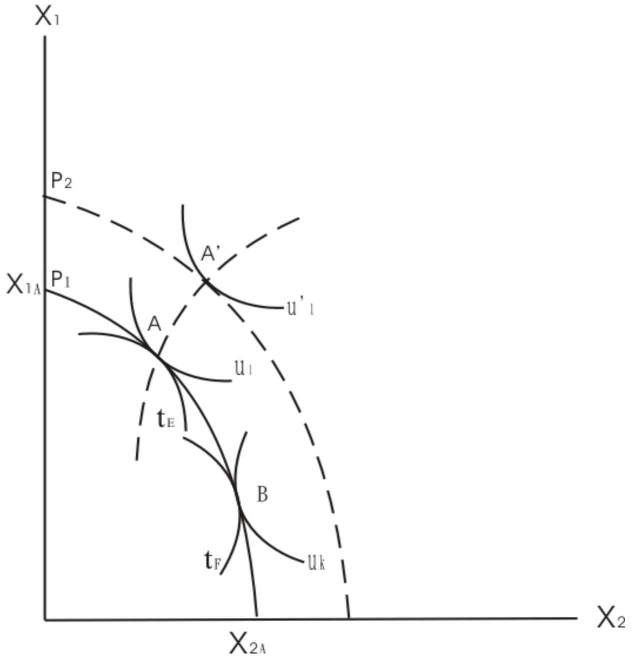

圖1　特徵價格前緣

所以，要達成房屋交易的目的，房價必需同時滿足(1)、(2)及(3)三式的某一解。圖1表現出此一非線性關係的產生，假設一定期間內，$P_1=h(x_1,x_2)$及$P_2=h(x_1,x_2)$爲以x_1及x_2等兩種特徵因素，如基地面積與房間數，所表示的二種非線性房屋特徵價格弧線，弧線上爲所銷售房屋類型之所有可能的x_1及x_2組合。在$P_1(P_2)$弧線之上，任何已知一點的斜率，定義了在該點上固定特徵因素時，消費者的邊際採購成本。又圖中t_E及t_F爲房屋的生產提供者；消費者l 及k 在消費相同或不同水準房屋特徵時所獲得的效用，以u_l(或u'_l)及u_k來表示。Rosen(1974)及Wallace(1996)均認爲，在有許多買方及賣方的市場中，特徵價格弧線會在買賣雙方的討價還價中，將循著(1)、(2)及(3)式所繪成的三條曲線共切點的軌跡而走，如圖1中的AA'所連成特徵價格曲線。

圖1所探討的是房屋的價格與各種房屋屬性間，可能是非線性的特徵價格關係之一，且即使以任何具代表性的消費群來對任一房屋商品估價，也仍然會產生相當大的差距，而且，待評估

的房屋屬性其數量愈大，估計誤差亦將愈大。以基地面積及建築面積來看，每增加一單位的面積，其對房價的影響效果是遞增的，但消費者受預算限制，面積增加固爲所期望的，但面積的增加，將可能影響消費者對其他有利的房屋屬性數量的減少，因此影響房價的變化並不是線性連續的遞增或遞減結果，而是有上凹、下凹或其它的結果發生，故可瞭解基地或建築面積與房價可能存在非線性的關係。圖1中A到A’點的價格線，可能是由左下往右上的直線或是曲線，而此交易價格線亦可能有翻轉的結果，形成冪次方的非線性結果或是其他不同的函數型態。

所以，若直觀地決定使用水準(level-level)、半對數(log-level)或雙對數(log-log)等線性型式的迴歸方程式，則可能對價格的估算產生相當大的誤差，因此，在房價的研究中仍有必要進一步檢驗非線性的特徵價格函數。

四、Box-Cox轉換函數理論

由Box及Cox(1964)所提出的轉換函數理論，用於探討非線性特徵價格函數時，一般的表示方式如(4)式或(5)式：

$$y(\theta)=\beta' x(\lambda) + \gamma' z + \varepsilon \tag{4}$$

$$T(Y, \theta) = X'\beta + \mu \tag{5}$$

茲以(5)式說明之。(5)式中的 T 是一嚴格的正函數、Y 是被觀察的應變數、X 則是包含截距項之被觀察自變數的特徵組合、β 則表示配適於 X 之固定參數，μ 則是獨立於 X 之不可觀察隨機變數。爲確定(5)式是由 X 及 μ 所決定的唯一函數，必須假設轉換函數 T 是一嚴格正函數，則 Box-Cox 轉換函數的條件式如下：

$$T(Y,\ \theta)= \begin{cases} \dfrac{y^{\theta}-1}{\theta} & \text{，若 } \theta \neq 0 , y>0 \\ Log\, y & \text{，若 } \theta=0 , y>0 \end{cases} \tag{6}$$

應用於特徵價格模型時，可將Box-Cox轉換式分別對應變數及自變數作(6)式的轉換，若方程式等號右邊的某個或多個變數存在非線性關係時，則(6)式的Box-Cox特徵方程式可表示爲：

$$\frac{y^{\theta}-1}{\theta}=\sum\beta*(\frac{x^{\lambda}-1}{\lambda})+\sum\gamma*Z+\varepsilon \tag{7}$$

其中，β(含截距)和γ爲一般係數，$Z = (z_1,z_2,..., z_n)$代表房屋其他特徵屬性，ε爲殘差項。當，$y>0$，$x>0$時，

$$\text{若 } \theta \neq 0，Y=y(\theta)=\frac{y^{\theta}-1}{\theta}；\text{若 } \theta=0，Y=y(\theta)= Log\, y；$$

$$\text{若 } \lambda \neq 0，X=x(\lambda)=\frac{x^{\lambda}-1}{\lambda}；\text{若 } \lambda=0，X=x(\lambda)= Log\, x；$$

此爲完整的雙邊Box-Cox特徵房價模型，其中，特徵方程式左右兩邊的轉換係數θ及λ，均可以設定爲0，1，-1或沒有限制，也可以設$\lambda=\theta$，並且不限制其數值，使Box-Cox模型在應用時相

當有彈性。當然，(7)式為完整的Box-Cox模型函數型態，但本文為簡化分析過程，並未針對自變數X的部份作非線性轉換的研究。

不過，在無法確定函數的型態之時，直接設定轉換參數θ及λ的值，似乎仍有主觀決定函數型態的問題，所以應透過先期檢定轉換係數的顯著程度，來確定最後的函數型態。然而，θ和λ的轉換系數無法以最小平方法(OLS)估計來獲得，所以需先確定轉換係數後，才能以最小平方法決定β(含截距)和γ等一般係數，而得到完整的函數模型。

Box and Cox(1964)建議θ及λ可在殘差項ε為常態分配的假設下，採用最大概似估計(MLE)的程序，來獲得轉換係數的值。目前統計軟體如Limdep，已內建Box-Cox的非線性迴歸功能，可直接估計出適當的轉換係數作為各種研究之用。但受到實際變數資料取得的限制，並非所有型式的函數均可以成功轉換。如Limdep統計軟體對於變數資料欄位的內容可能含有非正值(non-positive)或零的情形，將使計算出現錯誤的訊息。因此以「0」及「1」等二元型態顯示的虛擬變數即無法以Box-Cox轉換。所以，不論是採用線性的特徵價格函數或是非線性的Box-Cox特徵價格轉換函數，仍需就研究目的設計，以取得所要的資料種類及內容而定，並視其在各種模型中能否有最佳的配適度表現，來決定應採用何種模型。

參、資料整理與變數決定

本文資料取自桃園市永誠不動產估價師事務所之市調資料，及桃園市、中壢市、新竹市及竹北市等四個市鎮房仲業者的交易資料，資料期間自 1995 年一月至 2005 年十二月底為止，計 11,088 筆。由於資料跨十一年期間，故房價資料均有以民國 90 年為基期之消費者物價指數予以平減。

一、變數名稱定義

在檢視所取得的房屋交易資料並經整理後，依資料的內容、性質及研究目的所需，建立有關的變數如下：

(一)土地面積(LAND)：依習慣土地面積以「坪」為計算單位。

(二)建物面積(BULT)：亦以資料原有的「坪」為計算單位。

(三)房間數(ROOM)：為房屋特徵因素，以「房」為計算單位。

(四)廳堂數(HALL)：客、飯廳等，以「廳」為計算單位。

(五)衛浴數(TOILT)：衛生設備與浴室為一體，以「衛」為計算單位。

(六)屋齡(HAGE)：屋齡以年為單位，不滿一年以經過月數佔 12 個月的比率計算。

(七)樓層(FLOR)：交易房屋所在層樓，透天厝及別墅以一樓計算。

(八)樓高(HIGT)：房屋所在之總樓層高度，透天厝及別墅以其最高樓計算。

(九)車位數(GARAGE)：車位以「個」為單位，其值為≧0 之整數。

(十)RHL 交互變數：基於消費者預算限制及個別消費者偏好的影響，個別消費者能力所能購得的建物面積有限下，對於房屋組成的重要特徵：房間數(ROOM)、廳堂數(HALL)及衛浴數(TOIL)，在特徵屬性的數量上有競合情況，故建立房廳衛數量的交互項變數。

(十一)FLHI 交互變數：所在樓層的價格受到總樓層高度的影響，故建立此交互項變數。

(十二)$HIGT^2$ 二次變數：樓層高度對房價的影響，習慣認為一樓房價應較同棟一般樓層為高，且民間習俗對四樓有負面偏好，其房價的認知較低，因此建立樓高二次項變數以確認之。

(十三)$HAGE^2$ 二次變數：因建築物折舊的因素，一般認為屋齡愈高房價相對較低，但論者則以加強維護可延長房屋使用壽命增加房屋價值，因此屋齡可能非如一般認同的與房價成線性反向關係，故建立屋齡的二次項以為分析之用。

(十四)市鎮別(CDxx)：按郵遞區號判別房屋所在的市鎮都市區：以 CD00 表位於新竹市、CD02 表位於竹北市、CD20 表位於中壢市、CD30 表位於桃園市。資料標記為「1」者即為座落於各該市區的房屋，否則為「0」，屬虛擬變數。

(十五)房屋種類(TPx)：將住宅用的房屋種類分為 TP1(別墅)、TP2(透天厝)、TP3(公寓)、TP4(電梯大廈)及 TP5(套房)。資料標記為「1」者即為屬該房屋種類，否則為「0」，為虛擬變數。

(十六)特殊樓層：將一般認為房價相對於普通樓層(OF)為高或低的頂樓(TOP)、一樓(F1)及四樓(F4)等分別建立新的虛擬變數以供研究之用。

二、變數預期符號

迴歸模型各項目變數之意義及系數預期符號，彙整列示如下表：

表 1　模型變數意義及預期符號表現

變數項目		意　義	預期表現符號
應變數	HPRICE	水準的房價觀察值，以 LPRICE 表示對數房價	＋
自變數	LAND	土地持分面積(坪)	＋
	BULT	建物面積(坪)	＋
	ROOM	房間數(房)	＋
	HALL	廳堂數(廳)	＋
	TOILT	衛浴數(衛)	＋
	HAGE	屋齡(年)	－
	FLOR	樓層(層)	＋
	HIGT	樓高(樓)	＋／－
	GARAGE	車位個數	＋／－
	RHL	房廳衛交互項	＋／－

變數項目		意　　　義	預期表現符號
	FLHI	樓層樓高交互項	＋
	HAGE2	屋齡之二次項	＋／－
	HIGT2	樓高之二次項	＋／－
	TOP	是否爲頂樓之虛擬變數 Yes 則 TOP=1，else 則 TOP=0	＋
	F4	是否爲第 4 樓之虛擬變數 Yes 則 F4=1，else 則 F4=0	－
	F1	是否爲第 1 樓之虛擬變數 Yes 則 F1=1，else 則 F1=0	＋
	TPx	房屋類別的虛擬變數，相對於所選擇的對照種類,預期符號表現可爲＋或－(下標 x 爲 1,2,3,4,5 共五組)	＋／－
	CDxx	房屋所在市鎮的虛擬變數，相對於所選擇的對照市鎮區，預期符號表現可爲＋或－(下標 x 爲 00,02,20,30 共四組)	＋／－

肆、半對數與 Box-Cox 特徵房價理論模型之建構

一、半對數特徵房價模型

首先從資料變數項目中，選擇房屋基本特徵項目，包括：土地面積、建物面積、房、廳、衛、樓層、樓高、屋齡，並整理部分交互項和二次項變數，建立半對數特徵房價基本模型如下：

$$LPRICE = \alpha_0 + \alpha_i \sum_{i=1}^{n} X_i + \upsilon \tag{8}$$

$$\begin{aligned} Log(HPRICE) = {} & \alpha_0 + \alpha_1 LAND + \alpha_2 BULT + \alpha_3 ROOM + \alpha_4 HALL + \alpha_5 TOILT + \\ & \alpha_6 HAGE + \alpha_7 FLOR + \alpha_8 HIGT + \alpha_9 GARAGE + \alpha_{10} HIGT^2 + \\ & \alpha_{11} FLHI + \alpha_{12} RHL + \alpha_{13} HAGE^2 + \upsilon \end{aligned}$$

其中，$i=1\sim13$；α 爲各對自變數項目的迴歸係數；X 爲基本分析模型所定義之各主要特徵變數；υ 爲殘差項並符合常態下期望值爲零的假設。另按研究目的建立半對數特徵房價之課題模型如下：

$$LPRICE = \alpha_0 + \alpha_i \sum_{i=1}^{n} X_i + \beta_j \sum_{j=1}^{m} D_j + v \tag{9}$$

$$\begin{aligned} Log(HPRICE) = {} & \alpha_0 + \alpha_1 LAND + \alpha_2 BULT + \alpha_3 ROOM + \alpha_4 HALL + \alpha_5 TOILT + \\ & \alpha_6 HAGE + \alpha_7 FLOR + \alpha_8 HIGT + \alpha_9 GARAGE + \alpha_{10} HIGT^2 + \\ & \alpha_{11} FLHI + \alpha_{12} RHL + \alpha_{13} HAGE^2 + \beta_1 CD02 + \beta_2 CD20 + \beta_3 CD30 + \\ & \beta_4 TOP + \beta_5 F1 + \beta_6 F4 + \beta_7 TP1 + \beta_8 TP2 + \beta_9 TP3 + \beta_{10} TP4 + v \end{aligned}$$

其中，$i=1\sim13$；$j=1\sim10$；α 及 β 爲各對自變數項目的迴歸係數；X 爲基本分析模型所定義之之各主要特徵變數；D 爲事先定義的虛擬(二元)變數、v 爲殘差項並符合常態下期望值爲零的假設。虛擬自變數(dummy variables)係爲研究目的，以模型中該同一分類變數未顯示項爲比較基準。

二、Box-Cox 特徵房價模型

爲了瞭解非線性房價關係對模型有無較好的解釋程度，且爲了方便與半對數線性模型做比較，故非線性的 Box-Cox 模型，僅針對應變數(dependent variable)爲函數型式之轉換，且以水準的(level)房價進行轉換分析。其基本模型如下：

$$Y(\theta) = \alpha_0 + \alpha_i \sum_{i=1}^{n} X_i + \mu \tag{10}$$

$$\begin{aligned} HPRICE(\theta) = a_0 &+ \alpha_1 LAND + \alpha_2 BULT + \alpha_3 ROOM + \alpha_4 HALL + \alpha_5 TOILT + \alpha_6 HAGE + \\ &\alpha_7 FLOR + \alpha_8 HIGT + \alpha_9 GARAGE + \alpha_{10} HIGT^2 + \alpha_{11} FLHI + \alpha_{12} RHL + \\ &\alpha_{13} HAGE^2 \end{aligned}$$

當考量區域與房屋型態下的課題模型如下：

$$Y(\theta) = \alpha_0 + \alpha_i \sum_{i=1}^{n} X_i + \beta_j \sum_{j=1}^{m} D_j + \varepsilon \tag{11}$$

$$\begin{aligned} HPRICE(\theta) = a_0 &+ \alpha_1 LAND + \alpha_2 BULT + \alpha_3 ROOM + \alpha_4 HALL + \alpha_5 TOILT + \alpha_6 HAGE + \\ &\alpha_7 FLOR + \alpha_8 HIGT + \alpha_9 GARAGE + \alpha_{10} HIGT^2 + \alpha_{11} FLHI + \alpha_{12} RHL + \alpha_{13} \\ &HAGE^2 + \beta_1 CD02 + \beta_2 CD20 + \beta_3 CD30 + \beta_4 TOP + \beta_5 F1 + \beta_6 F4 + \beta_7 TP1 + \\ &\beta_8 TP2 + \beta_9 TP3 + \beta_{10} TP4 + \varepsilon \end{aligned}$$

其中，θ 爲轉換係數且 ε 符合常態下期望值等於零的假設，其餘定義同(8)及(9)式。

(10)及(11)式中 $Y(\theta)$或 $HPRICE(\theta)$表示所有房屋交易個案總價之組成函數，其值恆大於零，且爲了與半對數線性模型進行比較，故在 Box-Cox 轉換函數中，確定指數係數 θ 的值是否明顯異於零，則可以進行如下的函數轉換：

當 $\theta = 0$ 時，則 $HPRICE(\theta)$趨近於 $Log(HPRICE)=LPRICE$

當 $\theta \neq 0$ 時，則 $HPRICE(\theta) = (HPRICE^{\theta}-1) / \theta$

當 $\theta = 0$ 時，轉換模型其實便具有半對數模型的型態，所以其迴歸係數即可依照半對數房價模型關係來說明自變數影響房價的效果。在半對數模型下，迴歸方程式右側自變數的迴歸係數，即爲自變數影響房價變化的百分比。亦即，因爲對數函數係以 100 爲底，則當半對數模型爲 $\ln y = \beta x$ 時，$\partial \ln y / \partial x = \beta$ ， 故半對數模型的自變數 x 一單位(微小)的變動，使 y 變動的百分比爲 $\beta \cdot 100\%$，此即水準 y 的邊際效果(marginal effect)。故在半對數線性模型下，可直接觀察自變數影響房價變動的關係。

至於在非線性的 Box-Cox 轉換函數的情況下，要瞭解非線性指數函數的房價於受到自變數

變動的影響時，其在水準下的房價變動，其計算過程較爲繁複。所幸，透過統計軟體可以很快計算出非線性 Box-Cox 模型的邊際效果與彈性關係。

假設 Box-Cox 模型轉換後的非線性指數關係爲 $y^{\theta}=\beta x^{\lambda}$ 時，透過統計軟體計算邊際效果爲：

$$\partial y/\partial x=(y/x)\cdot(\partial \ln y/\partial \ln x)=\beta\cdot(x^{\lambda-1}/y^{\theta-1})$$

即，任何 x 自變數一單位的(微小)變動，導致應變數 y 變動的效果。

而其彈性 e 則爲：

$$\partial \ln y/\partial \ln x=\beta\cdot(x^{\lambda}/y^{\theta})$$

因本研究並未考慮對自變數 X 作非線性函數轉換，亦即假設 $\lambda=1$，故上列彈性即爲：

$$\partial \ln y/\partial \ln x=\beta\cdot(x/y^{\theta})$$

彈性係用以衡量房價變動的敏感性，彈性的大小表示敏感性的大小。當彈性爲 1 時即爲固定彈性關係，彈性小於 1 時表示相對無彈性，而彈性爲 0 時表示無彈性變動關係，若彈性爲負值則表示自變數與應變數有相反的變動關係。本研究將利用 Limdep 統計軟體直接計算非線性 Box-Cox 所有自變數的彈性值。另半對數模型各自變數 X 之彈性，係各自變數之平均值乘以其迴歸係數估計值所計算之點彈性。

伍、實證分析與結果說明

一、基本模型比較

基本模型的實證迴歸結果如表 2，除樓層別與車位數的估計係數符號與預期不同外，大多數自變數符號均符合預期。樓層別與樓高雖同爲負向，但模型中另有樓層別與樓高之交互項及樓高的二次項，結果均爲正向顯著，表示兩者互爲影響，且樓高隨高度增加有先下後上的變化，符合一樓相對價高、四樓價低，至五樓以上則相對較四樓爲高的市場習慣，故於半對數的基本模型中，整體影響尚稱合理。又，車位數爲負向不顯著與預期不符，推測桃竹地區停車問題並非影響房價的重要因素，或許與整體都市化相對不深有關。

表 2　基本模型比較表

型	半對數模型			BOX-COX 模型		
應變數	LPRICE			HPRICE		
應變數 樣本數	11088			11088		
應變數 平均值	15.0387			4,092,781		
應變數 標準差	0.6050			2,872,455		
應變數 θ				0.1487	14.3130**(t-ratio)	
應變數 σ^2				12.8780	3.2110	
型	半對數模型			BOX-COX 模型		
模型配適度	Adj-R^2= 0.58242					
自變數	Coefficient	t-ratio	Elasticity	Coefficient	t-ratio	Elasticity
Constant	14.783304	219.401**	N/A	54.153912	9.651**	N/A
AND	4.67E-03	2.292**	0.0752	4.74E-02	5.752**	0.4285
BULT	1.33E-02	10.125**	0.5437	0.127884	6.271**	0.0060
ROOM	4.32E-02	5.503**	0.1434	0.407121	5.748**	0.0414
HALL	6.33E-02	5.597**	0.1202	0.414759	5.099**	0.0107
TOILT	2.66E-03	0.275	0.0055	4.86E-02	1.429	0.0062
FLOR	-4.29E-02	-7.212**	-0.1824	-0.383947	-5.739**	0.0008
HIGT	-4.90E-02	-5.800**	-0.3394	-0.469440	-5.964**	-0.0129
HAGE	-4.60E-02	-12.745**	-0.5556	-0.434032	-6.141**	-0.0257
GARAGE	-1.44E-04	-1.329	-9.7E-06	-1.01E-03	-0.485	-0.0415
HIGT2	1.10E-03	2.539**	0.0772	1.07E-02	5.222**	0.0000
FLHI	2.77E-03	5.882**	0.1137	2.50E-02	5.685**	0.0059
RHL	1.18E-03	1.525	0.0190	1.26E-02	3.972**	0.0081
HAGE2	1.20E-03	10.491**	0.2348	1.13E-02	6.076**	0.0016

1.” ** ”表 5%顯著水準；” * ”表 10%顯著水準。

2.半對數模型的彈性係以全部資料各變數的平均值乘上模型係數計算而得；經由統計軟體計算邊際效果功能得到Box-Cox 模型各自變數的彈性。

又，Box-Cox 基本模型的結果大致與半對數模型相同，唯其 t-ratio 相對較半對數模型爲高，顯示 Box-Cox 模型對房價的解釋能力應相對較好，其結果顯示轉換函數之指數係數 θ 值顯著異於零，因此推測房價函數有非線性的關係。

二、課題模型比較

表 3　課題模型比較表

模　型	半對數模型			BOX-COX 模型		
應變數	LPRICE			HPRICE		
應變數 樣本數	11,088			11,088		
應變數 平均值	15.0387			4,092,781		
應變數 標準差	0.6498			2,872,455		
θ				1.00E-06	0.0000(t-ratio)	
σ^2				0.1169	3.283	
模型配適度	Adj-R^2=0.6799					
模　型	半對數模型			BOX-COX 模型		
自變數	Coefficient	t-ratio	Elasticity	Coefficient	t-ratio	Elasticity
Constant	13.961963	353.345**	N/A	13.961963	14.025**	N/A
LAND	1.87E-03	1.953*	0.030141	1.87E-03	4.354**	0.0301
BULT	1.11E-02	11.268**	0.452314	1.11E-02	6.35**	0.4522
ROOM	2.97E-02	5.037**	0.098798	2.97E-02	5.429**	0.0988
HALL	2.22E-02	2.633**	0.042190	2.22E-02	3.304**	0.0422
TOILT	2.47E-03	0.346	0.005107	2.47E-03	0.778	0.0051
FLOR	-2.22E-02	-5.316**	-0.094190	-2.22E-02	-4.169**	-0.0942
HIGT	1.37E-02	2.95**	0.094809	1.37E-02	3.472**	0.0948
HAGE	-3.03E-02	-10.139**	-0.365873	-3.03E-02	-5.919**	-0.3658
GARAGE	6.35E-05	1.297	0.000004	6.35E-05	0.32	0.0000
HIGT2	-3.27E-04	-1.69*	-0.022868	-3.27E-04	-2.425**	-0.0229
FLHI	9.82E-04	3.872**	0.040325	9.82E-04	3.393**	0.0403
RHL	9.42E-04	1.672*	0.015125	9.42E-04	3.402**	0.0151
HAGE2	8.03E-04	8.347**	0.157107	8.03E-04	5.854**	0.1571
CD02	-3.77E-02	-2.937**	-0.003019	-3.77E-02	-2.59**	-0.003
CD20	-0.226994	-24.969**	-0.057076	-0.226994	-6.424**	-0.0571
CD30	-0.102647	-10.659**	-0.026560	-0.102647	-5.734**	-0.0266
TP1	0.9791861	20.078**	0.167083	0.9791861	6.715**	0.167
TP2	0.9810206	21.558**	0.173324	0.9810206	6.713**	0.1733
TP3	0.4752427	13.594**	0.067463	0.4752427	6.679**	0.0674
TP4	0.6127147	20.497**	0.291714	0.6127147	6.88**	0.2916
TOP	4.52E-02	3.896**	0.013882	4.52E-02	3.426**	0.0139
F1	1.90E-02	1.445	0.003936	1.90E-02	1.502	0.0039
F4	-5.12E-02	-5.377**	-0.007046	-5.12E-02	-4.049**	-0.007

1.” ** ”表 5%顯著水準；” * ”表 10%顯著水準。

2.半對數模型的彈性係以全部資料各變數的平均值乘上模型係數計算而得；經由統計軟體計算邊際效果功能得到Box-Cox 模型各自變數的彈性。

表 3 為課題的特徵房價實證模型，大多數的係數均達到 5%的顯著程度，其中原本在基本模型中不顯著的房廳衛交互項，也由不顯著變為 10%的顯著。表示半對數模型加入課題以後對房價的解釋力增加，雖然樓高的 t-ratio 降低到 10%顯著程度，可能是因為加入特殊樓層的課題造成；課題的 Box-Cox 模型結果，較之半對數的結果，原本 10%顯著程度的部分均已增強到 5%，而原本不顯著的部分雖有增進，但仍舊不顯著。

課題的特徵房價模型顯示，桃竹地區四個主要市鎮的房價相對關係，以新竹市為比較基礎時，房價以新竹市最高；中壢市房價最低，較新竹市低 22.7%；其次為桃園市較新竹市低 10.26%；竹北市較新竹市僅低約 0.4%。又，就房屋種類來看，以套房為比較基礎，則別墅及透天厝均相對較套房高，依序分別差約 97.9%和 98.1%；而公寓與套房價差約較套房高 47.5%及 61.3%。最後，於特殊樓層的部分，為與一般樓層比較，則頂樓房價相對較高 0.45%、四樓房價相對較低約 0.51%，而一樓價高雖不顯著，但價格仍相對高約 0.19%。

三、進一步探討函數轉換原因

最後，原本在基本模型中有顯著的非線性關係，但於 Box-Cox 的課題模型中，因轉換函數 θ 指數轉變為不顯著，使課題的房價模型自非線性關係轉換為線性的半對數模型之結果，也就是說，在加入課題後 Box-Cox 模型轉換為半對數模型，且其係數及彈性也完全相同。因這種變化，可以確定是受到所加入之課題因素的影響。為瞭解市鎮別、房屋種類及特殊樓層三類變數中，何者之影響所產生的，乃進一步以逐次加入三種課題之組合於模型中，並進行迴歸分析取得如表 4 中的 8 種情況的 θ 值，發現當「市鎮別」變數與「房屋種類」變數同時存在於模型中時，將影響 Box-Cox 特徵房價模型自非線性關係，變為線性的半對數函數關係。

表 4　Box-Cox 課題模型之函數轉換結果

列	市鎮別	特殊樓層	房屋種類	θ	t-ratio
1	X	X	X	0.1487	14.3130**
2	X	○	X	0.1380	13.453**
3	X	X	○	0.1000	9.748**
4	○	X	X	0.1147	11.120**
5	○	○	X	0.1230	12.117**
6	X	○	○	0.0913	8.895**
7	○	X	○	1.00E-06	0.000
8	○	○	○	1.00E-06	0.000

1.”X”表不含該類變數項，本表的第 1 行即基本分析模型；第 8 行即完整課題分析模型實證結果。
2.” ** ”為 5%顯著水準；” * ”為 10%顯著水準。

陸、結論與建議

本文以房屋此一異質性商品爲研究對象，取得桃竹地區中古屋市場的交易資料爲例，設計並建立了以OLS迴歸的半對數線性模型，及以MLE估計非線性的Box-Cox 轉換函數模型兩種比較，同時，依據研究目的，將模型按解釋變數分爲基本模型及課題模型兩類，對實證資料進行迴歸分析後，得到以下的結論：

一、結論

(一)桃竹地區的中古屋房價函數存在非線性之關係

在對數線性與非線性的房價關係方面，表2的基本分析模型，以最大概似估計(MLE)對實證資料所作的Box-Cox 函數轉換，得到的θ 轉換係數均顯著異於零的結果，亦即證明房價的形成有非線性的關係。

(二)適當的課題變數可使房價函數轉換為線性的半對數模型

於課題的特徵房價模型之轉換與比較研究中，發現「市鎮別」與「房屋種類」同時存在於模型中時，將使得基本的Box-Cox函數轉換型態爲對數線性關係，亦即存在趨近於對數的房價函數的特性，故於某些特定的條件限制下，亦即在某些特定的特徵變數存在時，採用半對數特徵房價模型有其合理性。

二、問題與建議

(一)自變數部分的 Box-Cox 轉換函數之探討

應用特徵房價與 Box-Cox 轉換函數研究，對瞭解影響房價的因素十分有幫助，本文經實證資料迴歸分析後發現，房價不但有同質性商品常見的線性關係，也有異質性商品的非線性關係存在，其主要的差別在於變數的選擇。由於 Box-Cox 轉換函數具相當的靈活性，而本文因受研究目的及方法所限，並未針對自變數部分進行 Box-Cox 轉換函數之研究。因此，未來對於相關的研究於資源許可時，建議亦可以針對自變數進行部分的或完整的 Box-Cox 轉換函數關係之研究。

(二)應用非參數技術於特徵價格法之研究

由於影響房價的特徵屬性甚多，實務上無法取得全部的特徵因素供更精確的房價估計，將使得模型描述不完全，因而使房價的估計產生偏誤。對於 OLS 估計的線性偏誤問題，雖可經由加權最小平方法(WLS)予以修正，但對於部分自變數遺漏導致的估計偏誤，或是自變數本身之非線性問題，建議亦可利用非參數(non-parametric)計量經濟技術，建立半參數(semi-parametric)的特徵房價模型，以爲後續相關之研究。

參考文獻

一、中文部分

1. 王恭棋(2006)，”房價指數模型建構之研究—以桃竹地區市鎮交易資料為例”，中央大學產業經濟研究所碩士論文。
2. 李馨蘋，劉代洋(1999)，”租賃住宅市場租金之影響因素”，中華管理評論，Nov.2, No.1.
3. 李家豪(2004)，”洪災對住宅價格之影響：特徵價格法之應用”，台北大學都市計劃研究所碩士論文。
4. 林祖嘉(1992)，“台灣地區房租與房價關係之研究”，台灣銀行季刊，第四十三卷，第一期，第 279-312 頁。
5. 林素菁(2002)，”台灣地區特徵性房價函數估計係數不一致性問題之探討”，中華民國住宅學會第十一屆年會論文集。
6. 洪得洋、林祖嘉(1999)，”台北捷運系統與道路寬度對房屋價格影響之研究”，中華民國住宅學會第八屆年會論文集。
7. 黃啓福(1983)，“住宅屬性需求之研究---松山大安古亭為例”，中興大學都市計劃研究所碩士論文。
8. 黃名義、張金鶚(1999)，”台北市辦公室市場租金之研究”，中華民國住宅學會第八屆年會論文集。
9. 張金鶚、范垂爐(1991)，"房地產真實交易價格之研究"，政治大學地政系。
10. 張金鶚(1995)，”台灣地區住宅價格指數之研究”，中華民國住宅學會。
11. 楊宗憲(1995)，“住宅價格指數之研究”，政治大學地政研究所碩士論文。
12. 魏村瑞(2003)，“工業區環境風險認知與住宅價格分析—特徵價格法之應用”，中華大學建築與都市計畫學系研究所碩士論文。

二、西文部分

1. Alnoso, William(1964), Location and Land Use, Cambridge, Mass. Harvard University Press.
2. Becker G.(1965), A theory of the allocation of time, Economic Journal, 75, 493-517.
3. Blackley, D.M. and Follain, J.R. and Lee, H.(1986), “An Evaluation of Hedonic Price Indexes for Thiry – four Large SMSAs,” AREUEA, 14, 179-205.
4. Bowen, W.M., B.A. Mikelbank and B.M. Prestegaard (2001), Theoretical and empirical considerations regarding space in hedonic housing price model application, Growth and Change, 32(4), 466-490.
5. Box, G.E.P. and D.R. Cox(1964), An analysis of transformations, Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 26, 211-243.
6. Capozza, D.R., R.D. Israelsen and T.A. Thomson(2005), Appraisal, agency and typicality: evidence from manufactured homes, Real Estate Economics, 33(3), 509-537.
7. Lancaster, K.(1966), A new approach to consumer theory, Journal of Political Economics, 74, 132-157.
8. Lin, C.C.(1993), “The Relationship between Rents and Prices of Owner-Occupied Housing in

Taiwan,” Journal of Real Estate Finance and Economics,” 6, 25-54.
9. Muth,R.(1969), Cities and housing, Cambridge: Harvard University Press.
10. Nelson, J.P.(1978), “Residential Choice, Hedonic Price, and the Demand for Urban Air Quality,” Journal of Urban Economics, 5, 357-369.
11. Ridker, R.G. and J.A. Henning(1967), The determinants of residential property values with special reference to air pollution, Review of Economics and Statistics, 49(2): 246-257.
12. Rosen, S.(1974), Hedonic prices and implicit markets: product differentiation in pure competition, Journal of Political Economy, 82(1): 34-55.
13. Rosen, S.,(1979), Wages-based indexes of urban quality of life, in Current issues in urban economics, Edited by P. Mieszkowski and M. Straszheim. Baltimore:John Hopkins University Press.
14. Thibodeau, T.G.(1989), “Housing Price Indexes from the 1974-1983 SIMSA Annual Housing Surveys,” AREUEA, 1(1).
15. Wallace, N.E. (1996), Hedonic-based price indexes for housing: theory, estimation, and index construction, Economic Review, Federal Reseve Bank of San Francisco, 34-48.
16. Wooldridge, J.M. (2003), Introductory econometrics: A modern approach. 2nd edition,Thomson Learning, South-Western.