

## 計測システム工学 第二回課題

Ec5 24 番 平田 蓮

以下のように、正規母集団から無作為に抽出した 20 個分のデータが得られているとき、以下の問いに答えよ。

3.1 4.0 2.9 3.2 5.1 3.6 4.1 3.3 4.0 4.0  
4.4 4.3 2.8 3.0 4.2 4.8 4.4 5.0 5.3 4.5

1) 母分散  $\sigma^2 = 1.0$  が既知である場合、母平均  $m$  の 95% 信頼区間を求めよ。

母標準偏差は  $\sigma = 1.0$ 、試料平均は  $\bar{x} = 4.0$

母平均の分布は正規分布である。95% の確率に対応する  $\alpha = \frac{1 - 0.95}{2} = 0.025$  について、標準正規分布のパーセント点を表から調べると、 $z(\alpha) = a(0.025) = 1.9600$  だから、母平均  $m$  の 90% 信頼区間は

$$4.0 - 1.9600 \frac{1.0}{\sqrt{20}} \leq m \leq 4.0 + 1.9600 \frac{1.0}{\sqrt{20}} \leftrightarrow 3.56 \leq m \leq 4.44$$

2) 母分散 (母標準偏差) が未知の場合、母平均  $m$  の 95% 信頼区間を求めよ。

試料不偏分散は、 $s_n^2 = \frac{(3.1 - 4.0)^2 + (4.0 - 4.0)^2 + \cdots + (4.5 - 4.0)^2}{19} = 0.58$

$\therefore$  試料標準偏差は  $s_n = 0.76$

母平均の分布は t 分布である。 $\alpha = \frac{1 - 0.95}{2} = 0.025, n = 20$  について、t 分布のパーセント点を表から調べると、 $t_{n-1}(\alpha) = t_{19}(0.025) = 2.093$  だから、母平均  $m$  の 95% 信頼区間は

$$4.0 - 2.093 \frac{0.76}{\sqrt{20}} \leq m \leq 4.0 + 2.093 \frac{0.76}{\sqrt{20}} \leftrightarrow 3.64 \leq m \leq 4.36$$

3) 母平均  $m = 3.9$  が既知である場合、母分散  $\sigma^2$  の 90% 信頼区間を求めよ。

$nS_0^2 = (3.1 - 3.9)^2 + (4.0 - 3.9)^2 + \cdots + (4.5 - 3.9)^2 = 11.2$

$\alpha = \frac{1 - 0.9}{2} = 0.05, n = 20$  に対応する  $\chi^2$  分布のパーセント点を調べると、

$\chi_n^2(\alpha) = \chi_{20}^2(0.05) = 31.41, \chi_n^2(1 - \alpha) = \chi_{20}^2(0.95) = 10.85$  だから、母分散の 90% 信頼区間は

$$\frac{11.2}{31.41} \leq \sigma^2 \leq \frac{11.2}{10.85} \leftrightarrow 0.357 \leq m \leq 1.03$$

4) 母平均が未知の場合、母分散  $\sigma^2$  の 90% 信頼区間を求めよ。

母平均が未知なので、試料平均  $\bar{x} = 4.0$  を用いて

$$nS^2 = (3.1 - 4.0)^2 + (4.0 - 4.0)^2 + \cdots + (4.5 - 4.0)^2 = 11.0$$

$$\alpha = \frac{1 - 0.9}{2} = 0.05, n - 1 = 19 \text{ に対応する } \chi^2 \text{ 分布のパーセント点を調べると、}$$

$$\chi_{n-1}^2(\alpha) = \chi_{19}^2(0.05) = 30.14, \chi_{n-1}^2(1 - \alpha) = \chi_{19}^2(0.95) = 10.12 \text{ だから、母分散の 90\% 信頼区間は}$$

$$\frac{11.2}{30.14} \leq \sigma^2 \leq \frac{11.2}{10.12} \leftrightarrow 0.372 \leq m \leq 1.11$$