

数理工学実験レポート

常微分方程式の数値解法

実験日: 10 月 11, 17, 18, 24 日

実験場所: 工学部総合校舎 数理計算機室

情報学科 2 回生 平田 蓮 (学籍番号 1029342830)

2022 年 10 月 17 日

1 目的

多くの数理モデルには、微分方程式が現れる。この解を解析的に得ることは一般的には難しいため、数値計算でその近似解を求めるためのアルゴリズムを学習する。

2 原理

本章では、続く課題で用いるアルゴリズムについて述べる。

2.1 オイラー法

以下の関数を考える。

$$\frac{du}{dt}(t) = f(t, u(t)), \quad u(0) = u_0 \quad (1)$$

この式の両辺を t について、 $[t_a, t_b]$ の範囲で積分すると、

$$u(t_b) - u(t_a) = \int_{t_a}^{t_b} f(t, u(t)) dt$$

を得る。 $\Delta t = t_b - t_a$ とすると、範囲内の積分を幅 Δt 、高さ $f(t_a, u(t_a))$ の長方形の面積で近似でき、

$$\begin{aligned} u(t_b) - u(t_a) &\approx f(t_a, u(t_a)) \Delta t \\ \rightarrow u(t_b) &\approx u(t_a) + f(t_a, u(t_a)) \Delta t \end{aligned}$$

と書ける。ここで (a, b) を $(n, n+1)$ に置き換え、さらに $u(t_n)$ を u_n に書き換えると、

$$u_{n+1} = u_n + f(t_n, u_n) \Delta t \quad (2)$$

を得る。この式を n に対して繰り返し適用することで、式 (1) を満たす関数を数値計算することができる。

参考文献

- [1] 実験演習ワーキンググループ, “数理工学実験 2022 年度版”, 京都大学工学部情報学科数理工学コース