

工程力学期末复习重点 (小题) *by Young*

第 0 章

- 1.力学：研究物体宏观机械运动的学科。机械运动：**运动效应，变形效应。**
- 2.工程力学任务：A.分析结构的受力状态。B.研究构件的失效或破坏规律。C.分研究物体运动的几何规律 D.研究力与运动的关系。
- 3.失效：构件在外力作用下丧失正常功能的现象称为失效。三种失效模式：**强度失效、刚度失效、稳定性失效。**

第 1 章

- 1.静力学：研究作用于物体上的力及其平衡的一般规律。
- 2.力系：是指作用于物体上的一组力。

分类：共线力系，汇交力系，平行力系，任意力系。

等效力系：如果作用在物体上的两个力系作用效果相同，则互为等效力系。
- 3.投影：在直角坐标系中：**投影的绝对值 = 分力的大小**；分力的方向与坐标轴一致时投影为正；反之，为负。
- 4.分力的方位角：力与 x 轴所夹的锐角 α ： $\tan \alpha = \left| \frac{F_y}{F_x} \right|$ 方向：由 F_x 、 F_y 符号定。
- 5.刚体：是指在力的作用下，其内部任意两点之间的距离始终保持不变。(**刚体是理想化模型，实际不存在**)
- 6.力矩：度量力使物体在平面内绕一点**转动**的效果。 $M_o(\vec{F}) = \pm F d$

方向：力使物体绕矩心作**逆时针**转动时，力矩为**正**；反之，为负

力矩等于 0 的两种情况：**(1) 力等于零。(2) 力作用线过矩心。**

力沿作用线移动时，力矩不会发生改变。力可以对任意点取矩。
- 7.力偶：由大小相等、方向相反且不共线的两个平行力组成的力系，称为力偶。(**例：不能**

单手握方向盘，不能单手攻丝)

特点：1.力偶不能合成为一个合力，也不能用一个力来平衡，**力偶只能有力偶来平衡。**

2.力偶中两个力在任一坐标轴上的投影的代数和恒为零。

3.力偶对其作用面内任一点的矩恒等于力偶矩。即：力偶对物体转动效应与矩心无关。

三要素：大小，转向，作用面。

力偶的等效：同平面内的两个力偶，如果力偶矩相等，则两力偶彼此等效。

推论1：力偶可以在**作用面内**任意转动和移动，而不影响它对刚体的作用。(只能在作用面内而不能脱离。)

推论2：只要保持力偶矩的大小和转向不变的条件下，可以同时改变力偶中力和力偶臂的大小，而不改变对刚体的作用。

8.静力学四大公理

A.力的平行四边形规则(矢量合成法则)：适用范围：**物体**。

B.二力平衡公理：适用范围：**刚体**(对刚体充分必要，对变形体不充分。)注：二力构件受力方向：**沿两受力点连线**。

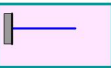
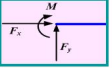
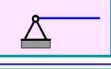
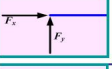

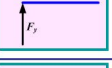
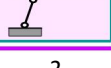
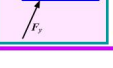
C.加减平衡力系公理：适用范围：**刚体**

D.作用和反作用公理：适用范围：**物体**特点：同时存在，大小相等，方向相反。注：作用力与反作用力分别作用在两个物体上，因此，不能相互平衡。(即：作用力反作用力不是平衡力)

衡力)

9.常见铰链约束及其性质

(大题)

支座名称	计算简图	位移性质	约束力性质	个数
固定端约束		竖向位移为零 水平位移为零 转动为零		3
固定铰支座		竖向位移为零 水平位移为零 可有转动		2
辊轴支座		竖向位移为零 可有水平位移 可有转动		1
链杆约束		沿链杆中心线 方向位移为零		1

第 4 章

1.材料力学的**任务**：a.足够的强度：构件抵抗破坏的能力 b.足够的刚度：构件抵抗变形的能力 c.足够的稳定性：构件维持其原有平衡状态的能力。

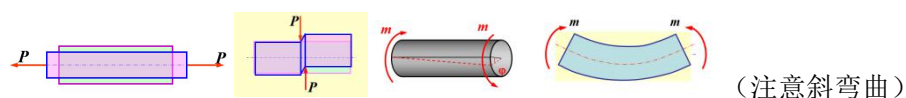
2.材料力学的**基本变形**：轴向拉压，剪切，扭转，弯曲

3.材料力学**基本假定**：a.均匀连续性假定 b.各向同性假定 c.小变形假定（弹性变形，塑性变形）

4.四种基本变形在工程背景上的应用：

轴向拉压：火车卧铺的撑杆 **剪切**：联轴器中的螺栓 **扭转**：汽车承重轴 **弯曲**：钻床摇臂

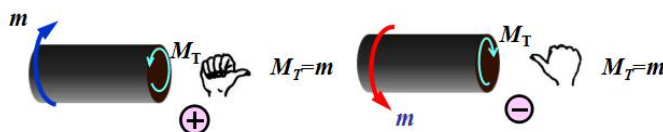
5.组合变形的判断：拉压：力沿轴向方向 剪切：两个力的间距非常小且方向相反 扭转：右手螺旋定则判断力方向沿轴向（与轴向平行） 弯曲：右手螺旋定则判断力方向与轴向垂直。



6.基本变形的方向判断：

轴向拉压：**拉力**为**正**，**压力**为**负**。

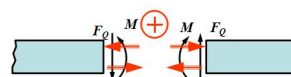
扭转：右手螺旋定则判断，拇指**背离截面**的外力偶矩为**正**，**指向截面**的外力偶矩为**负**。



剪力：使截面处的微段梁产生**左上右下错动**的剪力为**正**。

弯矩：使梁截面**上部纵向受压、下部纵向**

受拉的弯矩为**正**。



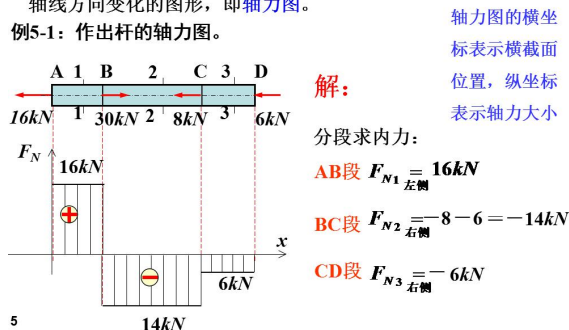
	变 形 形 态		符 号
	F_Q, M	F_Q, M 引起的变形	
剪力 F_Q			+
			-
弯矩 M			+
			-

第 5 章

1.轴力图 (大题)

为了直观表示轴力随截面位置的变化规律，画出轴力沿杆轴线方向变化的图形，即轴力图。

例5-1：作出杆的轴力图。



2.应力分析方法：

A.表面变形

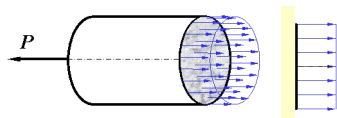


B.平面假设：假设变形前的横截面变形后仍保持为平面。

C.内部变形：设想杆由无数纵向纤维组成，各纤维伸长都相同，可知它们所受的力也相等。

D.应力分布规律：轴力在横截面上均布，各点应力相同，垂直于截面，为正应力。

3.应力分布图：



若杆轴力为 F_N ，横截面面积为

A ，则横截面上各点的应力为：

$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

4.材料力学性质实验 (必考)

1.) 实验过程：(以拉伸实验为例) 将低碳钢试件装入试验机夹头内，然后开动机器加载。

试件受到由 0 逐渐增加的拉力 P 的作用，同时发生拉伸形变。拉力 P 缓慢增加，直至试件

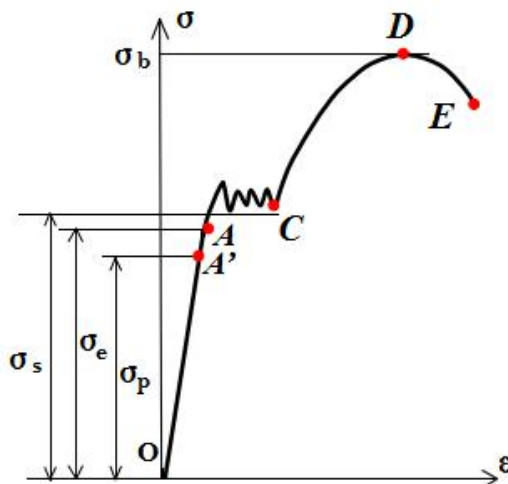
拉断。

2.) 各阶段及特点

A.弹性阶段： OA' 产生弹性变形。 OA 点弹性极限

σ_e (微弯线 AA' ，斜直线 OA')

特点：(1) 应力与应变成正比，最高点



A 的应力称为比例极限 σ_p 。

(2) 直线段斜率为材料的弹性模量 E。反映了材料抵抗弹性变形的能力。

B.屈服阶段： ABC

特点：(1) 产生屈服（流动）现象：应力几乎不变，但应变却显著增加。

(2) 产生显著的塑性变形。滑移线（与轴线约成 45° ）



(3) 屈服极限 σ_s ：材料屈服时的应力，称为屈服极限(流动极限)。衡量材料强度的重要指标。

C.强化阶段： CD

特点：(1) 强化：材料重新具有抵抗变形的能力。

(2) 绝大部分变形是塑性变形，试件的**横向尺寸明显缩小**。(塑性：材料能产生塑性变形的性质。)

(3) 强度极限(抗拉强度) σ_b 。是衡量材料的另一强度指标。

D.颈缩阶段： DE (局部变形阶段)

特点：横向尺寸急剧缩小，产生颈缩现象。

3.) 试件拉压形变面：

铸铁： 拉伸：曲线微弯，断裂时应力很小，**断口平齐**。 压缩：**断面与轴线约成 45°**

低碳钢：拉伸：有明显的塑性破坏产生的光亮倾斜面，倾斜面倾角与试样轴线近似成**杯状断口**。 压缩：试件**越压越扁**，没有强度极限 σ_b 。

4.) 材料的塑性指标：(δ 和 ψ 都表示材料拉断时其塑性变形所能达到的最大程度。其值愈大，说明材料的塑性愈好。)

延伸率： $\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \times 100\%$ (l_1 是拉断后的标距长度。)

$\delta \geq 5\%$ 的材料为塑性材料。 $\delta < 5\%$ 的材料为脆性材料。

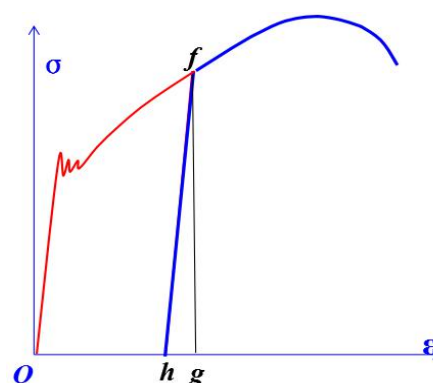
截面收缩率： $\psi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \times 100\%$ (A_1 是拉断后断口处横截面面积。)

4.) 卸载规律和冷作硬化：

卸载规律：当试件加载到强化阶段的任一点 f 后卸载，应力应变关系将沿着与弹性阶段几乎平行的直线回到 h 点。

冷作硬化：对预拉伸的试件短期内重新加载，到 f 点的应力后，才出现塑性变形。所以，这种预拉过的材料比例极限提高到 f 点，材料的强度提高，但是塑性降低。

(弹性应变 h_g ，塑性应变 Oh 。)

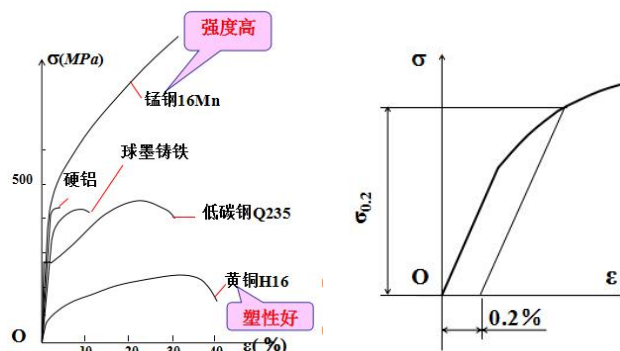


5.) 其他塑性材料的拉伸

1、都有弹性阶段， E 值接近。

2、强度、塑性有别。

3、无明显屈服阶段，取有 **0.2%** 塑性应变时的应力为屈服极限。记为 $\sigma_{0.2}$ 。



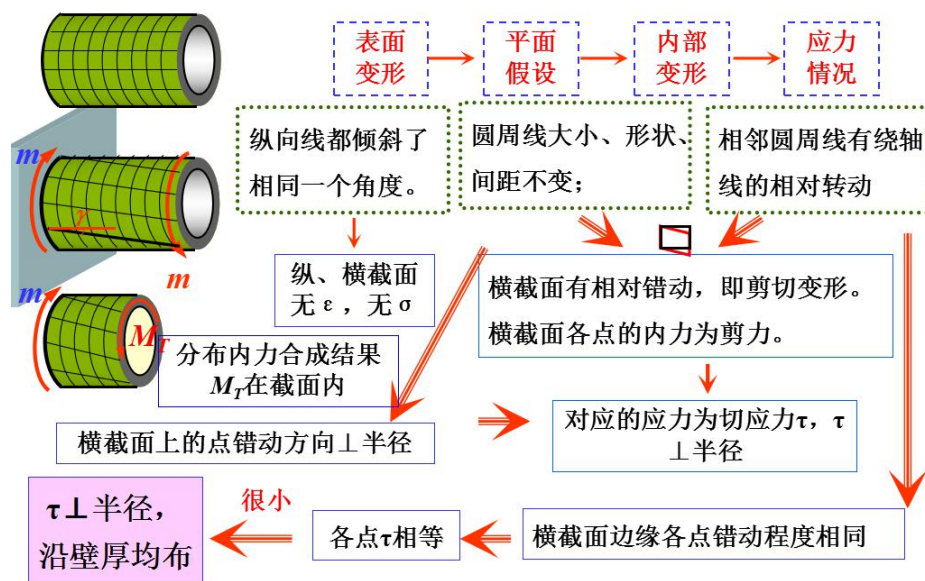
5.拉压杆的胡克定律： $\Delta l = \frac{F_N l}{EA}$ (适用于**弹性范围**内，系数 E 与材料的性质有关，称为材料的拉、压**弹性模量**。)

第 6 章

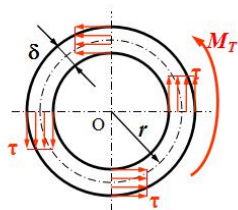
1.外力偶矩计算公式： $m = 9550 \frac{N}{n}$

2.圆轴扭转特点：**主动轮**上的力偶与轴的转动方向**一致**，**从动轮**上的力偶与轴的转动方向**相反**。

3.圆轴扭转讨论应力方法 (见下图)



4. 薄壁圆筒应力分布：



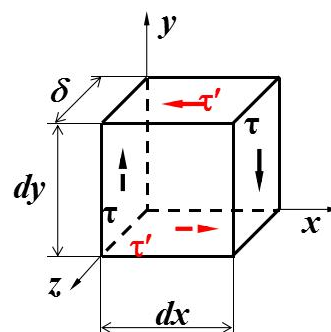
各点大小相等，沿壁厚均布，方向垂直半径。

5. 薄壁圆筒圆轴扭转公式：

$$\tau = \frac{M_T}{2\pi r^2 \delta}$$

6. 切应力互等定理：

- A. 在互相垂直截面的交线处，切应力成对出现。
- B. 切应力大小相等，垂直于交线。
- C. 切应力方向共同指向交线或背离交线。

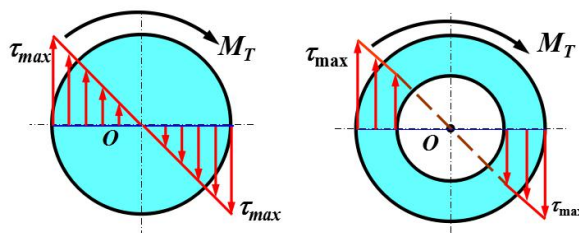


7. 剪切弹性模量计算公式：

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

8. 圆轴扭转的横截面切应力分布：

圆轴扭转时，横截面上的切应力与点到圆心距离成正比。即**原点处**切应力为**0**，**边缘**切应力**最大**；**同圆上切应力相等**；切应力**垂直**半径。



9. 实心/空心厚壁圆轴扭转横截面任意点应力：
$$\tau_{\rho} = \frac{M_T \rho}{I_P}$$

(M_T ——横截面上的扭矩。 ρ ——横截面上点到圆心的距离。 I_P ——横截面对圆心的极惯性矩。)

10. 实心/空心厚壁圆轴扭转横截面边缘各点应力
$$\tau_{\max} = \frac{M_T}{W_P}$$

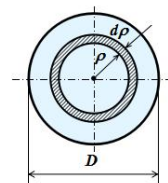
W_P 称为抗扭截面系数，单位 m^3 。
$$W_P = \frac{I_P}{D/2}$$

11. 距离为 l 的两个截面在 M_T 作用下旋转角度：
$$\varphi = \frac{M_T l}{G I_P}$$

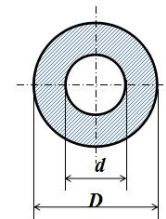
($G I_P$ 称为圆轴的抗扭刚度。反映了圆轴抵抗扭转变形的能力。)

12. 常见轴极惯性矩 I_P 和扭转截面模量 W_P (记)

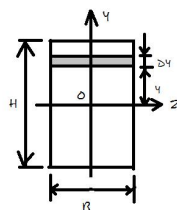
实心轴：
$$I_P = \frac{\pi D^4}{32} \quad W_P = \frac{\pi D^3}{16}$$



空心轴：
$$I_P = \frac{\pi D^4}{32} (1 - \alpha^4) \quad W_P = \frac{\pi D^3}{16} (1 - \alpha^4)$$



矩形：
$$I_y = I_z = \frac{bh^3}{12}$$



13. 工程实用中使用空心轴而不使用实心轴原因：

A. 在相同扭矩作用下，对于相同材料的轴，强度相同时，空心轴节省材料。

B. 对于相同材料的轴，横截面面积相同时，空心轴承载大。

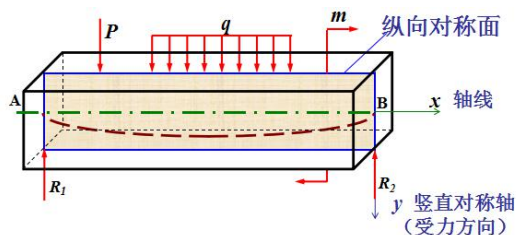
(实心圆轴中心部分的材料承载能力没有充分发挥，从理论上讲，将这部分材料移到离中心较远的位置，可以充分发挥承载能力。)

第 7 章

1. 平面弯曲的受力特点及变形特点：

受力特点：外力 (包括力偶) 位于纵向对称面内。

变形特点：梁的轴线在纵向对称面内弯成一条平面曲线。



2. 弯曲正应力

纯弯曲：横截面上**只有弯矩**而没有剪力的弯曲。

横力弯曲：横截面上**即有弯矩又有剪力**的弯曲。

3. 纯弯曲实验和假设

A. 表面变形

(2) 纵向线变成**同心圆弧**，**顶侧缩短**，**底侧伸长**。

(1) 横向线仍为直线，**相对有转动**，仍与纵向线正交，且在同一平面内。

B. 假设

(1) 平截面假设：横截面变形后**保持平面**，有**相对转动**，与梁轴线正交。

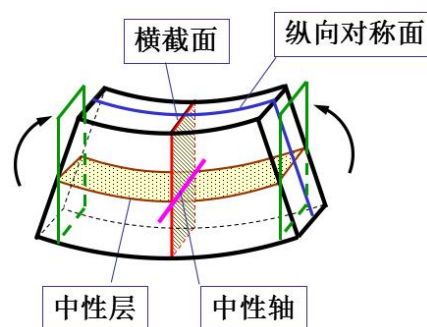
(2) 单向受力假设：纵向纤维只承受单向拉、压，相互之间**没有挤压**。

C. 内部变形

将梁视为无数平行底面的纵向纤维层(垂直纵向对称面)，则：

(a) 每层上的各条纤维**伸、缩量相等**。(同层上的纤维条受力相同)

(b) 必然有一层纤维**既不伸长，也不缩短**，称为**中性层**。**中性层与横截面的交线为中性轴**。



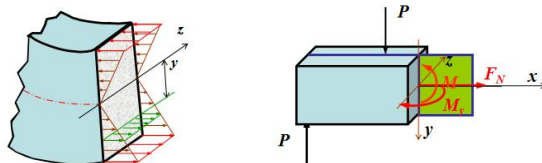
注：中性轴 z 垂直于梁的纵向对称面 (加载平面)

纯弯曲变形的特点：横截面绕中性轴产生相对转动。

4.平面弯曲时梁横截面上的正应力：
$$\sigma = \frac{My}{I_z}$$

(σ ——横截面上距中性轴为 y 的点的应力。 M ——横截面上的弯矩。 I_z ——横截面对中性轴 z 的惯性矩。)

注：绕 z 轴转动，**边缘最大**。



公式的适用范围：

A.理论和实验证明：对横力弯曲，当**梁长 l 大于 5 倍梁高**时，应用该公式计算误差很小。即

该公式可用于横力弯曲。

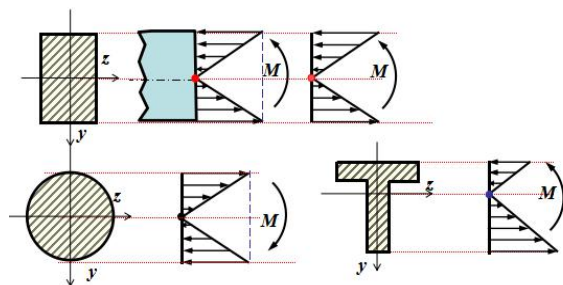
B.适用于任何有**竖向对称轴**的截面梁，外力在该对称轴与轴线所确定的纵向对称面内(平面弯曲)。

D.只适用于**平面弯曲**。 E.在**弹性范围**内应用。

F.可近似用于曲率半径比梁高大的多的曲梁，以及变截面梁。

5.弯曲正应力分布图

位于**中性轴上正应力为 0**， (M) ——上左下右 (正)， $(-M)$ ——上右下左



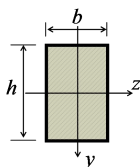
6.抗弯强度计算公式：

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma]$$

抗弯截面模量：

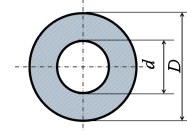
$$W_z = \frac{I_z}{y_{\max}}$$

矩形截面



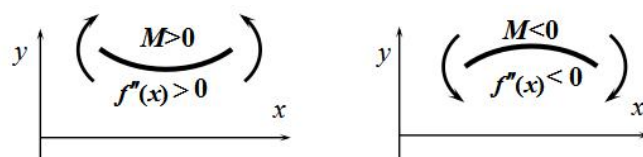
$$W_z = \frac{bh^2}{6}$$

空心圆截面



$$W_z = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \alpha^4) \quad \alpha = \frac{d}{D}$$

7. 挠曲线近似微分方程： $y'' = \pm \frac{M(x)}{EI}$ (y'' 与 M 的符号总是相同。只讨论等截面直梁)



8. 转角方程和挠度方程

转角方程： $\theta = \frac{dy}{dx} = \int \frac{M(x)}{EI} dx + C$

挠度方程： $y = \iint \frac{M(x)}{EI} dx dx + Cx + D$ (每段梁有 C、D 两个积分常数。)

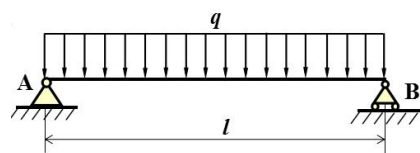
9. 边界条件 (必考)

A. 支座处：满足支座约束特点。

B. 分段处：构件不断开，材料不重叠。(连续光滑条件)

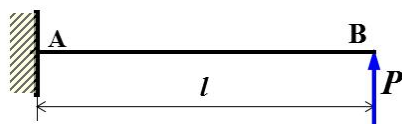
固定端： $y=0, y'=0$ ($\theta=0$) 角支座： $y=0, y' \neq 0$ ($\theta \neq 0$)

例题：



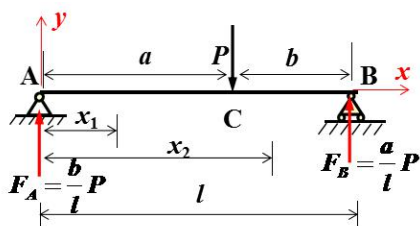
边界条件：A 点： $x=0, y(0)=0$,

B 点： $x=l, y(l)=0$



边界条件：A 点： $x=0, y(0)=0$,

$x=0, \theta(0)=y'(0)=0$



边界连续 (积分常数) 条件：

$x_1=0, y_1(0)=0, x_2=l, y_2(l)=0$,

$x_1=x_2=a, y_1(a)=y_2(a), x_1=x_2=a, \theta_1(a)=\theta_2(a)$ 。

9.工程实际中的刚度条件

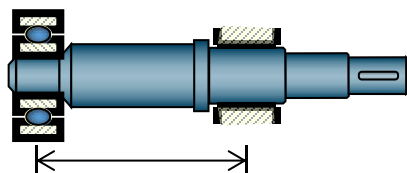
吊车梁：【 y 】 = (0.001~0.005) · l (l 为梁的跨度)

普通机床主轴：【 y 】 = (0.0001~0.0005) · l (l 为支撑的跨度)

滑动轴承处：【 θ 】 = 0.001rad

向心轴承处：【 θ 】 = 0.005rad

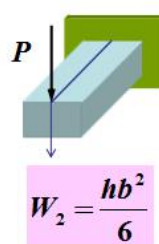
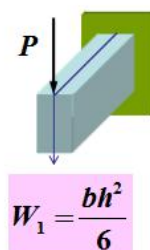
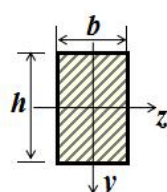
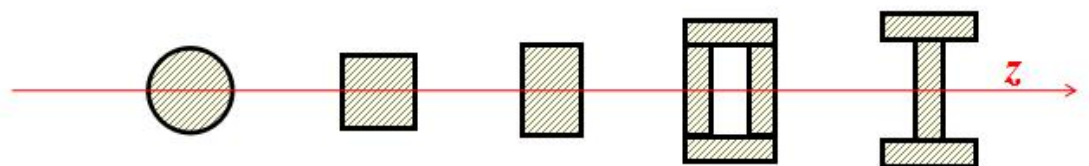
安装齿轮处：【 θ 】 = 0.001rad



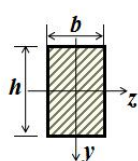
10.提高梁强度的措施 (必考)

A.选用合理的截面 (增大抗弯截面模量)

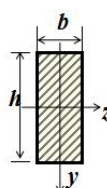
在**面积相等**(即用材相等)的情况下，尽量**增大**抗弯截面模量。(即用最少的材料获取最好的抗弯效果。)



在**满足所需弯曲截面系数**的前提下，选择适当截面，尽量**减少**面积，以达到减轻自重节约材料的目的。



$$W_z = \frac{bh^2}{6} = 0.167Ah$$



截面形状	要求的 W_z (mm^3)	所需尺寸 (mm)	截面面积 (mm^2)
	250000	$d=137$	14800
	250000	$b=72$ $h=144$	10400
	250000	20b号 $h=200$	3950

合理截面要**符合材料的力学性能**

塑性材料： $[\sigma_t] = [\sigma_c]$ 采用关于**中性轴对称**的截面

脆性材料： $[\sigma_t] < [\sigma_c]$ 采用关于**中性轴不对称**的截面

B.采用变截面梁

C.合理安排梁的受力(降低最大弯矩)

11.提高梁的弯曲刚度措施 (必考)

A.选择合理截面形状，增大惯性矩

B.改善梁的受力和支座位置

C.减小梁的长度或增加支座 (约束)

第 8 章

1.脆性材料扭转问题

粉笔扭转的断口是 45° 斜截面破坏：原因：横截面上有 τ_{\max} ，但在**斜截面破坏**。

塑性材料的杆拉伸屈服：横截面上有 τ_{\max} ，但屈服时在 45° 方向出现滑移线。

脆性材料的杆受压：在 45° 斜截面上破坏。

2.应力状态

材料的破坏面与该面上的应力密切相关，由内力的概念和拉压杆斜截面上的应力，可知：

(1) 过受力构件一点任意斜截面上一般都存在应力。

(2) 受力构件的破坏都与极值应力有关，而极值应力不一定作用在横截面上。

3.拉压杆应力公式：
$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

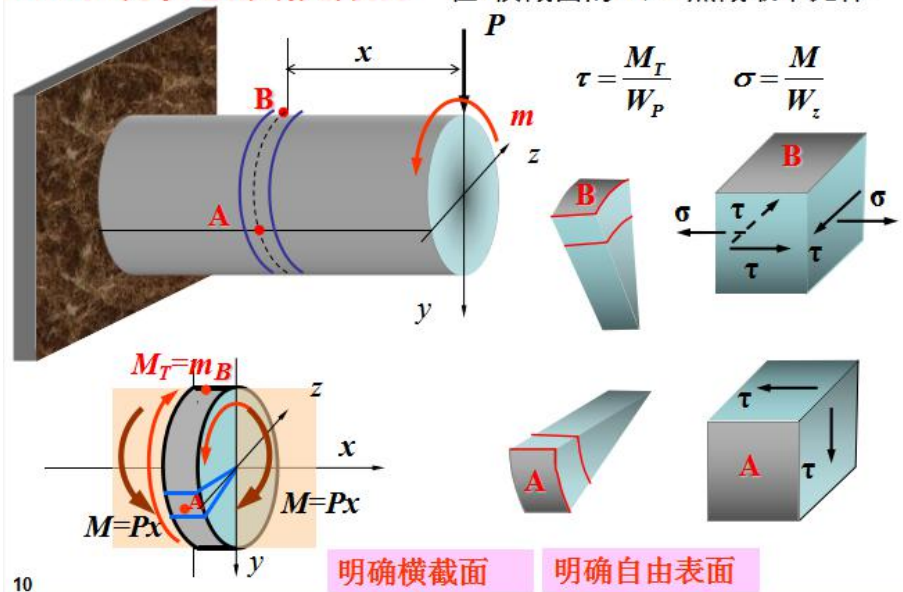
4.圆截面应力状态

$$\tau = \frac{M_T}{W_P} W_P = \frac{\pi D^3}{16}$$

$$\sigma = \frac{M}{W_z} W_P = \frac{\pi D^3}{32}$$

8.1.2 应力状态的研究方法

在x横截面的A、B点截取单元体



5. 应力状态分类

A. 三向应力状态 (不考)

B. 二向应力状态 : 有二个主应力不为零的应力状态。(平面状态)

C. 单向应力状态 : 只有一个主应力不为零的应力状态。

注 : 基本概念

A. 主单元体 : 相互垂直的各侧面上切应力为零

B. 主表面 : 切应力为零的面。

C. **主应力** : 主平面上的正应力 , 用 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 表示 , 且按代数值排列 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ 。

6. 斜截面应力公式

$$\sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_x \sin 2\alpha$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_x \cos 2\alpha$$

$$\sigma_{\alpha} + \sigma_{\alpha + \frac{\pi}{2}} = \sigma_x + \sigma_y = \text{常量}$$

(互相垂直的斜截面上正应力之和为常量。)

7.主平面方位

$$\tan 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_x}{\sigma_x - \sigma_y} \quad \text{主值: } -45^\circ \leq \alpha_0 \leq 45^\circ$$

两个互相垂直的平面上正应力有极值，即主应力。正应力的极值一个为极大，一个为极小。

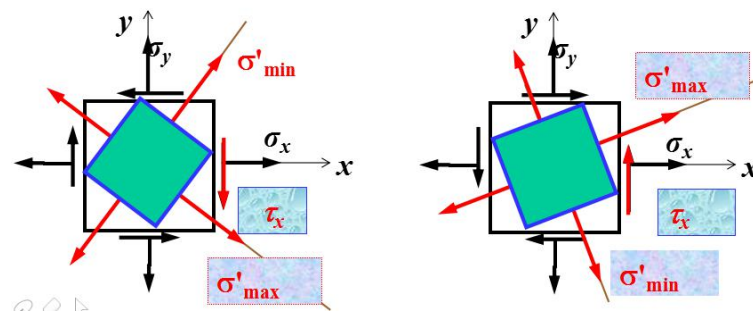
8.主应力公式

$$\left. \begin{array}{l} \sigma'_{max} \\ \sigma'_{min} \end{array} \right\} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_x^2}$$

求出主应力后，必须与已知主应力（ $\sigma=0$ ）按代数值排序，得出 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 。

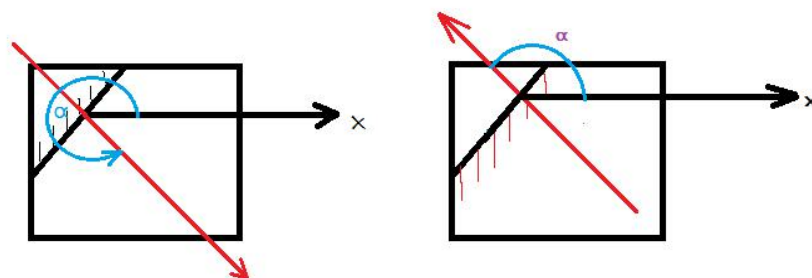
9.主应力表面方位确定

求出两个角度后，根据**切应力的方向**确定较大主应力的指向。 **τ_x 指向 σ_{max}**

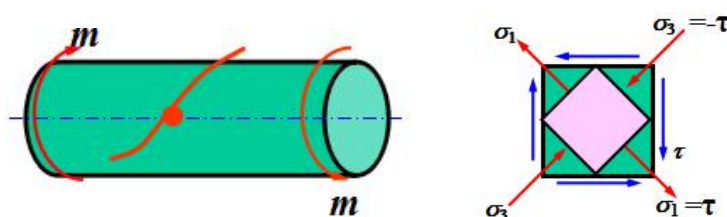


10.主应力方位角确定

由 x 轴正向指向法方向。



11.圆轴扭转



A. **纯扭转**的横截单元体是**纯剪切单元体**；该单元体状态是**二向应力状态**。

B.圆轴扭转时，除轴线上的点，其他各点为**纯剪切应力状态**，**最大拉、压应力**在与轴线成**45°斜截面上**，它们数值均等于横截面上的切应力。

C.对于**塑性材料**(如低碳钢)**抗剪能力差**，扭转破坏时，通常是横截面上的最大切应力使圆轴沿**横截面剪断**。

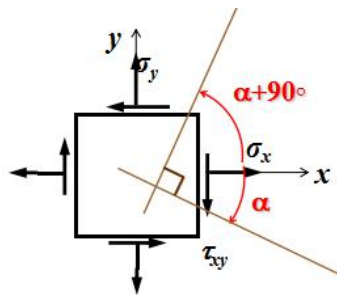
D.对于**脆性材料**(如铸铁、粉笔)**抗拉性能差**，扭转破坏时，通常沿与轴线成 45°的**螺旋面拉断**。

12.最大剪应力公式：

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

13.广义胡克定律

平面应力状态



$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu \sigma_y]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu \sigma_x]$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{E} [\sigma_\alpha - \mu \sigma_{\alpha+90^\circ}]$$

$$\varepsilon_{\alpha+90^\circ} = \frac{1}{E} [\sigma_{\alpha+90^\circ} - \mu \sigma_\alpha]$$

14.强度理论

A.第一强度理论：**最大拉应力理论** $\sigma_{r1} = \sigma_1$

B.第二强度理论：**最大伸长线应变理论** $\sigma_{r2} = \sigma_1 - \mu (\sigma_2 + \sigma_3)$

C.第三强度理论：**最大切应力理论** $\sigma_{r3} = \sigma_1 - \sigma_3$

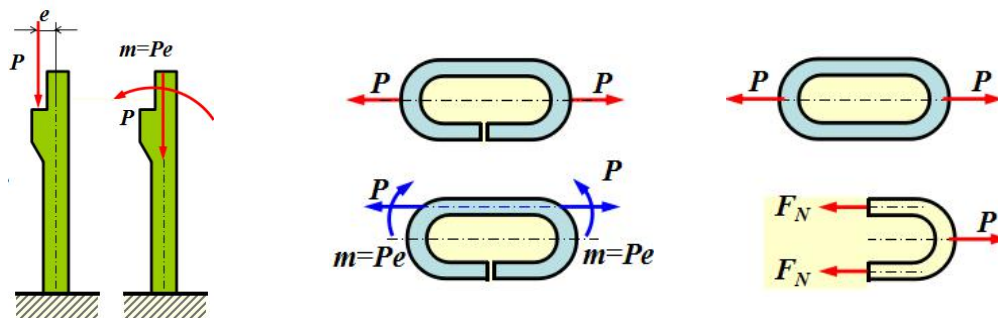
D.第四强度理论：**形状改变比能理论** $\sigma_{r4} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$

注： σ_r 为复杂应力状态下三个主应力的某种组合，称为相当应力。

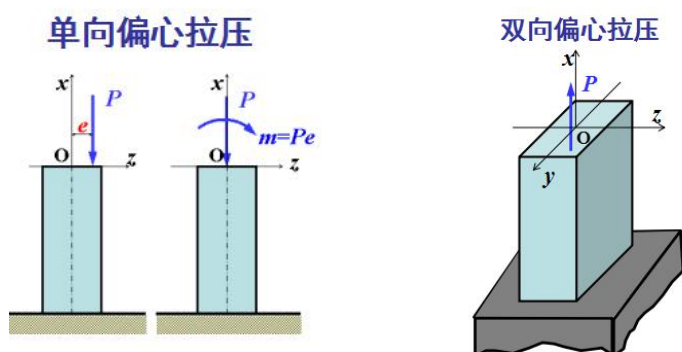
第 9 章

1.偏心拉压

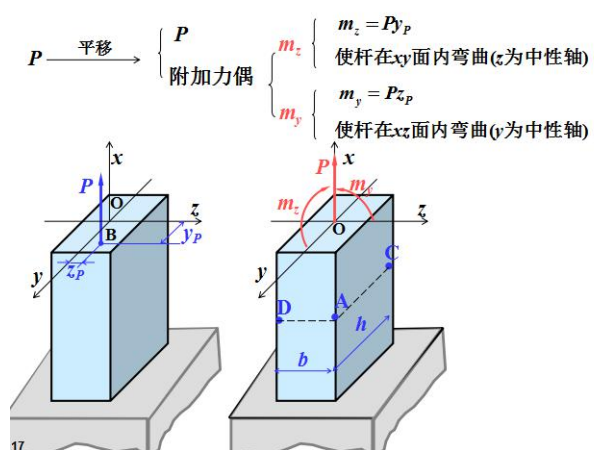
载荷**平行**于杆件轴线，但不**重合**，称为偏心拉压。



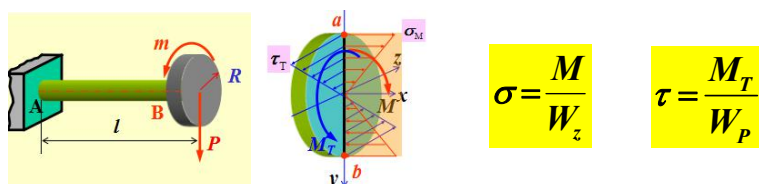
单向偏心拉压：当外力在**纵向对称面**时，杆件为单向偏心拉压。



双向偏心拉压：当外力不在纵向对称面时，杆件为双向偏心拉压。



2. 弯扭组合变形的强度计算



$$\sigma = \frac{M}{W_z}$$

$$\tau = \frac{M_T}{W_P}$$

机械中的轴一般都采用**塑性材料制成**，因此，应采用**第三或第四强度理论**进行强度计算。

平面应力状态下： $\sigma_{r3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$ $\sigma_{r4} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$

适用范围：拉（压）、扭组合；弯、扭组合；拉（压）、弯、扭组合

圆截面弯扭组合： $\sigma_{r3} = \frac{\sqrt{M^2 + M_T^2}}{W} \leq [\sigma]$ $\sigma_{r4} = \frac{\sqrt{M^2 + 0.75M_T^2}}{W} \leq [\sigma]$

适用范围：只适用于**圆截面弯扭组合**。

W 为截面的抗弯截面模量。 $W = \frac{\pi}{32} D^3 (1 - \alpha^4)$ M、MT 为危险截面的弯矩和扭矩。

第 10 章

1. 剪切（单剪、双剪）

受力特点：外力大小相等，方向相反，作用线平行且靠近。

变性特点：相邻的两部分产生**相对错动**。

剪切面：产生相对错动的面(即可能被剪断的截面)叫剪切面。

2. 挤压

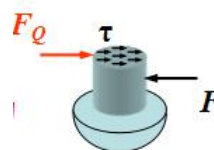
在联接件产生剪切变形的同时，联接件与被联接件在其相互接触的表面上，将发生彼此间的

承压现象。这种**局部受压**的情况称为挤压。

3. 剪切与挤压的工程实用计算

剪切：

切应力： $\tau = \frac{F_Q}{A}$ A 为剪切面面积 剪切面上内力：剪力 $F_Q = F$



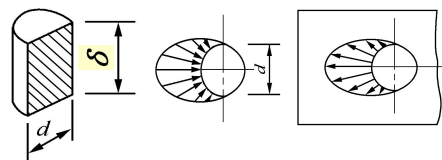
剪切强度条件： $\tau = \frac{F_Q}{A} \leq [\tau]$

挤压：

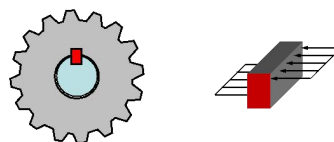
挤压应力： $\sigma_{bs} = \frac{F_C}{A_{bs}}$ A_{bs} 为挤压面积

挤压面积的计算：

(1) 接触面为**柱面**，计算挤压面为**投影面**。 $A_{bs} = d \times \delta$



(2) 接触面为平面，计算挤压面为接触面。



挤压强度条件：
$$\sigma_{bs} = \frac{F_c}{A_{bs}} \leq [\sigma_{bs}]$$

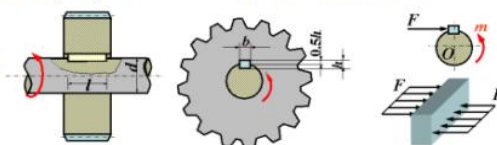
注：当两者的材料不相同时，应对其中许用挤压应力较低的构件进行挤压强度计算。

例题（填空）：例10.1 齿轮传动轴，轴的直径 $d = 50 \text{ mm}$ ，通过平键将转矩 $m = 720 \text{ N} \cdot \text{m}$ 传递给齿轮。已知平键宽 $b = 16 \text{ mm}$ ，键高 $h = 10 \text{ mm}$ ，键长 $l = 45 \text{ mm}$ ，键材料的许用应力 $[\tau] = 110 \text{ MPa}$ ，许用挤压应力 $[\sigma_{bs}] = 250 \text{ MPa}$ 。试校核平键的强度。

解：

键的受力分析与计算：

$$F_Q = F_c = F = 28.8 \text{ kN}$$



(1) 平键剪切强度校核：

$$\tau = \frac{F_Q}{A} = \frac{F}{bl} = \frac{28.8 \times 10^3}{16 \times 45} = 40 \text{ MPa} < [\tau] \quad \text{满足剪切强度条件}$$

(2) 平键挤压强度校核：

$$\sigma_{bs} = \frac{F_c}{A_{bs}} = \frac{F}{lh/2} = \frac{28.8 \times 10^3 \times 2}{45 \times 10} = 128 \text{ MPa} < [\sigma_{bs}] \quad \text{满足挤压强度条件}$$

综上，键是安全的。

第 11 章

1. 轴向拉压杆的强度失效

塑性材料 $\sigma_{lim} = \sigma_s$ ，过大塑性变形；脆性材料 $\sigma_{lim} = \sigma_b$ ，断裂

强度条件：
$$\sigma = \frac{F_N}{A} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_{lim}}{n} \quad (\text{适用拉杆、粗短压杆})$$

直杆受压变弯的现象，称为失稳。

2. 压杆的稳定性

指压杆受轴向压力后，其直线平衡状态的稳定性。（ P_{cr} 是临界载荷， $P > P_{cr}$ 压杆失效）

结论：1、临界载荷是压杆保持稳定平衡的最大力，也是使压杆失稳的最小力。

2、要保证压杆的稳定性，必须使压杆所受的轴向压力小于临界载荷。

3. 两端铰支细长压杆的临界载荷

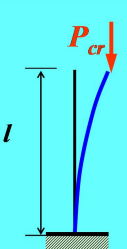
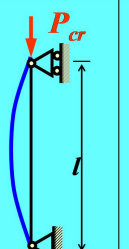
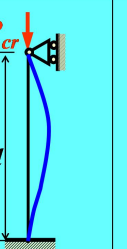
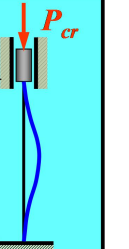


挠曲线方程： $y = A \sin \frac{n\pi}{l} x$ A 为挠曲线中点的挠度。

临界载荷： $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$

4.细长压杆的临界载荷公式 (欧拉公式)

$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}$ μ 为长度因数， μl 为相当长度。

杆端支承情况	一端固定 一端自由	两端铰支	一端铰支 一端固定	两端固定
挠曲线图形				
长度系数 μ	2	1	0.7	0.5

1、 $P_{cr} \propto EI$

2、杆端约束越强， P_{cr} 越大。

5.临界应力

临界状态时压杆横截面上的应力： $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$

6.柔度 (长细比) $\lambda = \frac{\mu l}{i}$

A.无量纲。综合反映了杆长、约束、截面形状与几何尺寸对 P_{cr} 的影响。

B.相同材料制成的压杆，稳定性取决于 λ 。 λ 大，稳定性差。

C.在不同的纵向平面内约束、惯性矩不相同，则 λ 不同，计算临界载荷 (应力) 时，取较大的 λ 值。

D.若要使压杆在不同的纵向平面内稳定性相同，应使

$$\frac{\mu_1 l}{i_1} = \frac{\mu_2 l}{i_2}$$

7.欧拉公式适用范围

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_p \quad \lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}} = \lambda_p$$

当 $\lambda > \lambda_p$ 时才可用欧拉公式计算临界载荷。

注：对于用 A3 钢 (Q235) 制成的压杆，当 $\lambda > 100$ 时才可用欧拉公式计算临界载荷。

8.弹塑性稳定

实际中的压杆， λ 往往小于 λ_p 。当 $\lambda < \lambda_p$ ， $\sigma_{cr} > \sigma_p$ ，欧拉公式不成立。材料进入弹塑性阶段，此时的稳定问题属于弹塑性稳定。

临界应力常常采用**直线公式**： $\sigma_{cr} = a - b\lambda$ （a、b为材料常数，单位MPa。）

当 $\sigma_{cr} = a - b\lambda \leq \sigma_s$ 即 $\lambda \geq \frac{a - \sigma_s}{b} = \lambda_s$ （材料常数）

当 $\lambda_s \leq \lambda \leq \lambda_p$ ，可用直线公式

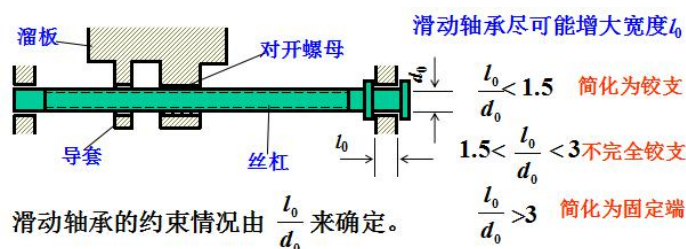
9.压杆分类

小柔度杆（粗短杆）— $\lambda < \lambda_s$ ；中柔度杆— $\lambda_s \leq \lambda \leq \lambda_p$ ；大柔度杆（细长杆）— $\lambda > \lambda_p$

10.提高压杆稳定性的措施

A.尽量减小压杆的长度

B.加强约束的牢固性



杆端约束越强， μ 值越小，临界载荷越大。

滑动轴承的约束情况由 $\frac{l_0}{d_0}$ 来确定。

C.选择合理的截面形状

（1）压杆在各纵向平面约束相同时

a、各方向惯性矩 I 相等：采用正方形、圆形截面。b、增大惯性矩 I ：采用空心截面。

（2）压杆在各纵向平面约束不同时：

采用两个主惯性矩不同的截面，如矩形、工字形等。

尽量使杆在两纵向平面内稳定性相同或接近。 $\lambda_y = \lambda_z$

D.合理选用材料

选用优质钢材对细长杆意义不大。对非细长杆，可提高临界载荷。