

北京工业大学 2019-2020 学年第一学期

“高等数学(工)-1”课程期末试卷(A)

学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

注：本试卷共 6 页，17 道题。 满分 100 分。 考试方式：闭卷。  
考试时间 95 分钟。 考试日期：

题 号	一	二	三	四	成绩	
分 数	20	20	36	24	核分	
得 分					复查	

得分	评卷人

一. 单项选择题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- (1) 设  $\alpha(x) = 2x - x^2, \beta(x) = x^2 - x^3$ ，当  $x \rightarrow 0$  时 【 】  
(A)  $\alpha(x)$  是比  $\beta(x)$  高阶的无穷小 (B)  $\alpha(x)$  是比  $\beta(x)$  低阶的无穷小  
(C)  $\alpha(x)$  与  $\beta(x)$  是同阶但不等价的无穷小 (D)  $\alpha(x)$  与  $\beta(x)$  是等价无穷小

- (2) 设  $f(x) = x \sin x + \cos x$ ，下列命题中正确的是 【 】  
(A)  $f(0)$  是极小值， $f(\frac{\pi}{2})$  是极大值 (B)  $f(0)$  是极大值， $f(\frac{\pi}{2})$  是极小值  
(C)  $f(0)$  是极大值， $f(\frac{\pi}{2})$  也是极大值 (D)  $f(0)$  是极小值， $f(\frac{\pi}{2})$  也是极小值

- (3)  $f(x) = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x-1}}}$  的间断点为 【 】  
(A) 第一类跳跃间断点 (B) 第一类可去间断点  
(C) 第二类无穷间断点 (D) 第二类震荡间断点

- (4) 下列结论中正确的是 【 】  
(A)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$  与  $\int_0^1 \frac{dx}{x}$  都收敛 (B)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$  与  $\int_0^1 \frac{dx}{x}$  都发散  
(C)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$  发散， $\int_0^1 \frac{dx}{x}$  收敛 (D)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$  收敛， $\int_0^1 \frac{dx}{x}$  发散

- (5)  $\int d \int df(x) =$  【 】  
(A)  $f(x)$  (B)  $f'(x)$  (C)  $f(x) + C$  (D)  $f'(x) + C$

高数(工) —1 期末考试试卷(A) 第 1 页 共 6 页

得分	评卷人

二. 填空题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。把答案填在题中的横线上。结果必须化简。

- (6) 设  $y = y(x)$  是由方程  $x^2 - xy + e^x = 1$  所确定，则  $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} =$  \_\_\_\_\_， $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=0} =$  \_\_\_\_\_。

- (7)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} (e^{t^2} - 1) dt}{x^6} =$  \_\_\_\_\_。

- (8) 设  $y = (1 + \sin x)^x$ ，则  $dy \Big|_{x=\frac{\pi}{2}} =$  \_\_\_\_\_。

- (9) 曲线  $\begin{cases} x = te^t, \\ y = 2t - t^2, \end{cases}$  在  $t = 0$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_，且  $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{t=0} =$  \_\_\_\_\_。

- (10) 若点 (1,3) 为曲线  $y = ax^3 + bx^2$  的拐点，则  $a =$  \_\_\_\_\_， $b =$  \_\_\_\_\_。

三. 解答题：本大题共 4 小题，每小题 9 分，共 36 分。解答应写出主要过程或演算步骤

得分	评卷人

- (11) 设  $f(x)$  可导且  $f'(x) > 0, f(a) \neq 0$ ，求极限  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(f(a + \frac{1}{n})\right)^n}{f(a)}$ 。

高数(工) —1 期末考试试卷(A) 第 2 页 共 6 页

得分	评卷人

- (12) 求  $\int \frac{\arctan \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} dx$ 。

得分	评卷人

- (13) 设  $f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{x^2} & x \neq 0, \\ 0 & x = 0. \end{cases}$   
1) 求  $f'(x)$ ； 2) 讨论  $f'(x)$  在  $x = 0$  处的连续性。

得分	评卷人

- (14) 设  $0 < a < 2$ ，又设由曲线  $y = x^2 (0 \leq x \leq a)$  与直线  $y = 2x$  及直线  $x = a$  所围成的平面图形为  $D$ 。

高数(工) —1 期末考试试卷(A) 第 3 页 共 6 页

- 1) 求  $a$  的适当值，使平面图形  $D$  的面积等于  $\frac{2}{3}a^2$ ；  
2) 对于上述  $a$  的值，求  $D$  绕  $x$  轴旋转所得的旋转体体积。

四. 证明题：本大题共 3 小题，其中 (15)、(16) 题各 9 分，(17) 题 6 分，共 24 分。解答应写出完整过程或演算步骤。

高数(工) —1 期末考试试卷(A) 第 4 页 共 6 页

得分	评卷人

- (15) 设  $I_n = \int_1^e x^2 (\ln x)^n dx, n = 1, 2, 3, \dots$ 。求证： $I_{n+1} = \frac{e^3}{3} - \frac{n+1}{3} I_n$ 。

得分	评卷人

- (16) 证明不等式  $2x \arctan x \geq \ln(1 + x^2)$ 。

得分	评卷人

- (17) 证明不等式  $2x \arctan x \geq \ln(1 + x^2)$ 。

高数(工) —1 期末考试试卷(A) 第 5 页 共 6 页

得分	评卷人

- (17) 设  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续，在  $(0,1)$  内可导，且  $f(1) = 2 \int_0^1 xf(x) dx$ 。  
试证：存在  $\xi \in (0,1)$ ，使得  $f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$ 。

高数(工) —1 期末考试试卷(A) 第 6 页 共 6 页