北京工业大学 2014——2015 学年第一学期

《电磁场与电磁波》 期末考试试卷 B 卷

考试说明：考试时间：95 分钟　　考试形式（开卷/闭卷/其它）： 闭卷

适用专业： 电子信息工程、通信工程

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：＿＿＿＿＿　　**学号：**＿＿＿＿＿　　**班号：**＿＿＿＿＿

注：本试卷共 三 大题，共 十 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一答题纸和草稿纸。**请将答案统一写在试题下方或指定位置，如因答案写在其他位置而造成的成绩缺失由考生自己负责。**

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三	总成绩
满分				
得分				

得 分

一、　单选题（每题 3 分，共 15 分）

1. 下列关于梯度、散度和旋度描述中，错误的是：（ B ）

A. 梯度的旋度恒等于 0；

B. 梯度的散度恒等于 0；

C. 旋度的散度恒等于 0；

D. 常矢量的散度恒等于 0。

2. 下列电磁场边界条件中，适用于理想导体的是：（ C ）

A. $\begin{cases}\mathbf{n}\times(\mathbf{H}_1-\mathbf{H}_2)=\mathbf{J}_S\\ \mathbf{n}\times(\mathbf{E}_1-\mathbf{E}_2)=0\\ \mathbf{n}\cdot(\mathbf{B}_1-\mathbf{B}_2)=0\\ \mathbf{n}\cdot(\mathbf{D}_1-\mathbf{D}_2)=\rho_S\end{cases}$　B. $\begin{cases}\mathbf{n}\times(\mathbf{H}_1-\mathbf{H}_2)=0\\ \mathbf{n}\times(\mathbf{E}_1-\mathbf{E}_2)=0\\ \mathbf{n}\cdot(\mathbf{B}_1-\mathbf{B}_2)=0\\ \mathbf{n}\cdot(\mathbf{D}_1-\mathbf{D}_2)=0\end{cases}$　C. $\begin{cases}\mathbf{n}\times\mathbf{H}_1=\mathbf{J}_S\\ \mathbf{n}\times\mathbf{E}_1=0\\ \mathbf{n}\cdot\mathbf{B}_1=0\\ \mathbf{n}\cdot\mathbf{D}_1=\rho_S\end{cases}$

3. 下列均匀平面波中，是右旋圆极化的为：（ B ）

A. $\vec{E}=\vec{e}_x E_m \sin(\omega t-kz)+\vec{e}_y E_m \cos(\omega t-kz)$

B. $\vec{E}=\vec{e}_x E_m e^{-jkz}-\vec{e}_y jE_m e^{-jkz}$

C. $\vec{E}=\vec{e}_x E_m \sin(\omega t-kz+\frac{\pi}{4})+\vec{e}_y E_m \cos(\omega t-kz-\frac{\pi}{4})$

D. $\vec{E}=\vec{e}_x E_m \sin(\omega t-kz)+\vec{e}_y 2E_m \cos(\omega t-kz)$

4. 当电磁波以布儒斯特角入射到两种非磁性煤质分界面上时，哪个是正确的：（ A ）

A. 平行极化分量全部透射；
B. 垂直极化分量全部透射；
C. 平行极化分量全部反射；
D. 垂直极化分量全部反射。

5. 下列关于均匀波导的假设，哪个是错误的：（ D ）

A. 波导的横截面沿 z 方向是均匀的，即波导内的电场和磁场分布只与坐标 x、y 有关，与坐标 z 无关；
B. 构成波导壁的导体是理想导体；
C. 波导内填充的媒质为理想媒质，且各向同性；
D. 所讨论的区域内只有自由电荷；
E. 波导内的电磁场是时谐场。

得 分

二、 填空题（每空 1 分，共 15 分）

1、 麦克斯韦方程组的积分形式 $\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l}=\int_S(\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{S}$、

$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$、$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$、$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\int_V \rho dV$。

2、根据亥姆霍兹定理, 矢量场可以用一个 无旋 场和一个 无散 场之和来表示。

3、当物质被引入电磁场中,它们将和电磁场产生相互作用而改变其状态。从宏观效应看,物质对电磁场的响应可分为 极化 、 磁化 、 传导 三种现象。

4、能流密度矢量用以描述电磁能量的流动状况，其方向表示能量流动方向，与电

场方向、 磁场方向 垂直。

5、均匀平面波在导电媒质中传播时，电场和磁场的振幅 呈指数衰减 ，电场和磁场的相位 不同 （相同、不同）。

6、矩形波导中（a>2b），当工作波长 λ $(a<\lambda\leq 2a)$ 范围时，只能传播单一的电磁波模式模。当工作波长 λ $\lambda>2a$ 时，矩形波导中不能传播任何电磁波。

得 分

二、计算题（70 分）

基本物理公式和常数：

$$\varepsilon_0=\frac{1}{36\pi}\times10^{-9}=8.85\times10^{-12}\mathrm{F/m},\ \mu_0=4\pi\times10^{-7}\mathrm{H/m}$$

1、 （本题 10 分）

已知矢量$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{e_x}(x^2+axz)+\boldsymbol{e_y}(xy^2+by)+\boldsymbol{e_z}(z-z^2+czx-2xyz)$。

（1） 求矢量 $\boldsymbol{E}$ 的散度（4 分）。

（2） 若 $\boldsymbol{E}$ 为无源场，试确定常数 a、b 和 c 的值（6 分）。

(1) $\nabla\cdot\vec{E}=\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}$ 2 分

$=(2x+az)+(2xy+b)+(1-2z+cx-2xy)$

$=(2+c)x+(a-2)z+(1+b)$ 2 分

(2) 若 $\vec{E}$ 为无源场，则 $\nabla\cdot\vec{E}=0$，即 2 分

$(2+c)x+(a-2)z+(1+b)\equiv0$ 1 分

$\therefore\begin{cases}2+c=0\\a-2=0\\1+b=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\b=-1\\c=-2\end{cases}$ 1 分 1 分 1 分

2、 （本题 10 分）

求下列情况下的位移电流密度的大小（每小题 5 分）。

（1） 一大功率变压器在空气中的磁感应强度为：

$$\boldsymbol{B} = \mathbf{e}_y 0.8\cos(3.77\times10^2 t - 1.26\times10^{-6}x)\,T$$

（2） 一大功率电容器在填充的油中产生的电场为：

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{e}_x 0.9\cos(3.77\times10^2 t - 2.81\times10^{-6}z)\,MV/m$$

设油的相对介电常数 $\varepsilon_r = 5$

$$\boldsymbol{J}_d = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0}\nabla\times\boldsymbol{B} = \frac{1}{\mu_0}\begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & B_y & 0 \end{vmatrix} = \boldsymbol{e}_z \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial B_y}{\partial x}$$

3 分

$$= \boldsymbol{e}_z \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial}{\partial x}[0.8\cos(3.77\times10^2 t - 1.26\times10^{-6}x)]$$

$$= \boldsymbol{e}_z 0.802\sin(3.77\times10^2 t - 1.26\times10^{-6}x)\ \mathrm{A/m^2}$$

$$|\boldsymbol{J}_d| = 0.802\ \mathrm{A/m^2}$$

2 分

(2) $\vec{J}_D = \frac{\partial(\varepsilon\vec{E})}{\partial t} = -\varepsilon\times0.9\times3.77\times10^2\sin(3.77\times10^2 t - 2.81\times10^{-6}z)$ MV/M 3

3 分

$J_D = 8.85\times10^{-4}\times5\times0.9\times3.77\times10^2\times10^6 = 1.5\times10^{-2}$ A/cm^2 2

2 分

3、 （本题 10 分）

一个点电荷 q 与无限大导体平面的距离为 d，如果把它移到无穷远处，需要做多少功。

利用镜像法求解。当点电荷移动到距离导体平面为 x 的点 P(x,0,0)处，其像电荷 $q' = -q$，位于点(-x,0,0)。像电荷在点 P 处产生的电场为：

3 分

$$\vec{E}(x) = \vec{e}_x \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0(2x)^2}$$

2 分

所以将点电荷移到无穷远处时，电场做的功为：

$$W_e = \int_d^\infty qE'(x)\cdot d\boldsymbol{r} = \int_d^\infty \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0(2x)^2}dx$$ **3 分**

$$= -\frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 d}$$

外力所做的功为

$$W_o = -W_e = \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 d}$$ **2 分**

4、 （本题 8 分）

已知截面为 a×b 的矩形金属波导中电磁场的复矢量为

$$\vec{E} = -\vec{e}_y j\omega\mu\frac{a}{\pi}H_0\sin(\frac{\pi x}{a})e^{-j\beta z}$$
$$\vec{H} = [\vec{e}_x j\beta\frac{a}{\pi}H_0\sin(\frac{\pi x}{a}) + \vec{e}_z H_0\cos(\frac{\pi x}{a})]e^{-j\beta z}$$ A/m

式中 H0 、 ω、 β 、 μ 都是常数。试求：

（1）瞬时坡印廷矢量；

（2）平均坡印廷矢量。

$$\vec{E}(x,z,t) = \mathrm{Re}[\vec{E}e^{j\omega t}] = \vec{e}_y\omega\mu\frac{a}{\pi}H_0\sin(\frac{\pi x}{a})\sin(\omega t-\beta z)$$ **2 分**

$$\vec{H}(x,z,t) = \mathrm{Re}[\vec{H}e^{j\omega t}] = -\vec{e}_x\beta\frac{a}{\pi}H_0\sin(\frac{\pi x}{a})\sin(\omega t-\beta z) + \vec{e}_z H_0\cos(\frac{\pi x}{a})\cos(\omega t-\beta z)$$ **2 分**

瞬时坡印廷矢量

$$\vec{S}(x,z,t) = \vec{E}(x,z,t)\times\vec{H}(x,z,t)$$
$$= \vec{e}_x\frac{a}{4\pi}\omega\mu H_0^2\sin(\frac{2\pi x}{a})\sin(2\omega t-2\beta z) +$$
$$\vec{e}_z\omega\mu\beta(\frac{a}{\pi})^2 H_0^2\sin(\frac{\pi x}{a})\sin^2(\omega t-\beta z)$$ **2 分**

平均坡印廷矢量 $\vec{S}_{av} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[\vec{E}\times\vec{H}^*] = \vec{e}_z\frac{1}{2}\omega\mu\beta(\frac{a}{\pi})^2 H_0^2\sin^2(\frac{\pi x}{a})$ **2 分**

5、（本题 12 分）

自由空间的均匀平面波的电场表达式为：

$$E=(e_x+e_y2+e_zE_z)10\cos(\omega t+3x-y-z)V/m$$

试求：

（1）波的传播方向（3 分）；

（2）波的频率和波长（4 分）；

（3）E_z（3 分）；

（4）与 H 相伴的电场 E（2 分）；

$$\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}=k\boldsymbol{e}_n\cdot\boldsymbol{r}=-3x+y+z$$

$$\boldsymbol{k}=-\boldsymbol{e}_x3+\boldsymbol{e}_y+\boldsymbol{e}_z$$

$$k=\sqrt{3^2+1^2+1^2}\ \text{rad/m}=\sqrt{11}\ \text{rad/m}$$

2 分

波传播方向的单位矢量 $\boldsymbol{e}_n$ 为

$$\boldsymbol{e}_n=\frac{\boldsymbol{k}}{k}=\frac{-\boldsymbol{e}_x3+\boldsymbol{e}_y+\boldsymbol{e}_z}{\sqrt{11}}$$

1 分

$$\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{\sqrt{11}}\text{m}$$

2 分

波的角频率为

$$\omega=kv_p=kc=\sqrt{11}\times3\times10^8\ \text{rad/s}=9.95\times10^8\ \text{rad/s}$$

2 分

为了确定 E_{zm}，可利用均匀平面波的电场矢量垂直于波的传播方向这一性质，故有 $\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{E}_m=0$，即

$$(-\boldsymbol{e}_x3+\boldsymbol{e}_y+\boldsymbol{e}_z)\cdot(\boldsymbol{e}_x10+\boldsymbol{e}_y20+\boldsymbol{e}_z10E_{zm})=0$$

2 分

由此得

$$-30+20+10E_{zm}=0$$

$$E_{zm}=1$$

1 分

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)=\frac{1}{\eta_0}\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$$

$$=\frac{1}{120\pi}\times\frac{1}{\sqrt{11}}(-\boldsymbol{e}_x3+\boldsymbol{e}_y+\boldsymbol{e}_z)\times(\boldsymbol{e}_x+\boldsymbol{e}_y2+\boldsymbol{e}_z)\times$$

$$10\cos(9.95\times10^8t-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r})$$

2 分

$$=8\times10^{-3}(-\boldsymbol{e}_x+\boldsymbol{e}_y4-\boldsymbol{e}_z7)\cos(9.95\times10^8t+3x-y-z)\quad \text{A/m}$$

6、（本题 10 分）

设一电磁波，其电场沿 x 方向，频率为 1GHz，振幅为 100V/m，初相位为 0，垂直入射到一无损耗媒质表面，其相对介电常数为 2.1。试求：

（1） 每一区的波阻抗和相位常数（4 分）；

（2） 媒质 1 的电场 $\boldsymbol{E}_1$（z，t）（3 分）；

（3） 媒质 2 的电场 $\boldsymbol{E}_2$（z，t）（3 分）。

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi\ \Omega = 377\ \Omega$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} = 120\pi\sqrt{\frac{1}{2.1}}\ \Omega = 260\ \Omega$$

2 分

对于无损耗介质

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon} = j2\pi\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}$$

$$\gamma_1 = j2\pi f\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} \approx j20.93\ 1/\mathrm{m}$$

2 分

$$\gamma_2 = j2\pi f\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\sqrt{\mu_r\varepsilon_r} \approx j30.33\ 1/\mathrm{m}$$

（2） I 区的入射波为

$$\boldsymbol{E}_{1i}(z,t) = \boldsymbol{e}_x 100\cos(2\pi f t - \beta_1 z) = \boldsymbol{e}_x 100\cos(2\pi\times 10^9 t - 20.93z) \quad \mathrm{V/m}$$

反射波为

$$\boldsymbol{E}_{1r}(z,t) = \boldsymbol{e}_x E_{rm}\cos(\omega t + \beta_1 z) = \boldsymbol{e}_x E_{im}\cos(2\pi f t + \beta_1 z)$$

$$= \boldsymbol{e}_x \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} 100\cos(2\pi\times 10^9 t + 20.93z)$$

1 分

$$= -\boldsymbol{e}_x 18.37\cos(2\pi\times 10^9 t + 20.93z) \quad \mathrm{V/m}$$

故合成波为

$$\boldsymbol{E}_1(z,t) = \boldsymbol{E}_{1i}(z,t) + \boldsymbol{E}_{1r}(z,t)$$

$$= \boldsymbol{e}_x[100\cos(2\pi\times 10^9 t - 20.93z) - 18.37\cos(2\pi\times 10^9 t + 20.93z) \quad \mathrm{V/m}$$

2 分

Ⅱ 区只有透射波

$$\boldsymbol{E}_{2t}(z,t) = \boldsymbol{e}_x E_{tm}\cos(\omega t - \beta_2 z) = \boldsymbol{e}_x \tau E_{im}\cos(2\pi f t - \beta_2 z)$$

1 分

$$= \boldsymbol{e}_x \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} 100\cos(2\pi\times 10^9 t - 30.33z)$$

$$= \boldsymbol{e}_x 81.6\cos(2\pi\times 10^9 t - 30.33z) \quad \mathrm{V/m}$$

2 分

7、（本题 10 分）

已知矩形波导的横截面尺寸为$a \times b$，其中 b<a<2b。

（1）试写出截止频率的表达式（4 分）；

（2）假设材料用紫铜（视为理想导体），内充空气。欲设计一工作波长 λ =10cm 的矩形波导，要求 TE_{10} 的工作频率至少有 30%的安全因子，即$0.7f_{c2} \geq f \geq 1.3f_{c1}$，其中$f_{c1}$和$f_{c2}$分别为 TE_{10} 波和相邻高阶模式的截止频率表达式。试确定 a 和 b 的尺寸（6 分）。

(1) $f_c = \frac{w_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$ **4 分**

(2) $f_{c1} = f_{c10} = \frac{1}{2a}\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$ **2 分**

$f_{c2} = f_{c01} = \frac{1}{2b}\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$ **2 分**

$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{\lambda\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$

根据题意知

$\frac{1}{\lambda\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} - \frac{1}{2a\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \geq \frac{0.3}{2a\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \Rightarrow a \geq 6.5$ **1 分**

$-\frac{1}{\lambda\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} + \frac{1}{2b\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \geq \frac{0.3}{2b\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \Rightarrow b \leq 3.5$ **1 分**

草 稿 纸

姓名： ____________________ **学号：** ________________________