

## 北京工业大学2018—2019 学年第二学期

## 《高等数学(工)—2》期末考试试卷A卷

考试说明: 考试日期: 2019年6月11日; 考试时间: 95分钟; 考试方式: 闭卷

承诺:

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》, 在考试过程中自觉遵守有关规定和纪律, 服从监考教师管理, 诚信考试, 做到不违纪、不作弊、不替考, 若有违反, 愿接受相应处分。

承诺人: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 班号: \_\_\_\_\_

.....  
.....

注: 本试卷共 三 大题, 共 6 页, 满分100分, 考试时必须使用卷后附加的统一答题纸和草稿纸。

卷面成绩汇总表 (阅卷教师填写)

题号	一	二	三	总成绩
满分	30	60	10	
得分				

得分
----

一、填空题: (本大题共 10小题, 每小题3分, 共30分)

--

1. 微分方程  $y' = 1 + x + y^2 + xy^2$  的通解为 \_\_\_\_\_.

2. 已知函数  $u = x^{\frac{y}{z}}$ , 则  $du|_{(2,1,1)} =$  \_\_\_\_\_.

3. 函数  $u = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$  在点  $M(1, 2, -2)$  处的梯度  $\text{gradu}|_M =$  \_\_\_\_\_.

—

4. 数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}$  是条件收敛、绝对收敛、还是发散? \_\_\_\_\_.

5. 函数  $f(x) = \frac{1}{1+x}$  的麦克劳林级数的第2019项为 \_\_\_\_\_.

—

6. 求曲线  $\Gamma: x=1+e^t, y=2+e^{2t}, z=3+e^{3t}$  在  $t=0$  的切线方程为\_\_\_\_\_.

7. 已知曲线  $L: y=x^2 (0 \leq x \leq \sqrt{2})$ , 则  $\int_L x ds =$  \_\_\_\_\_.

8. 已知  $D$  为  $x^2 + y^2 \leq 4$ , 则  $\iint_D (2 - \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy =$  \_\_\_\_\_.

9. 设  $f(x)$  是以  $2\pi$  为周期的函数, 其中  $f(x) = \begin{cases} -2, & -\pi < x \leq 0 \\ 2+x^2, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ ,  $S(x)$  是其傅立叶级数的和函数, 则  $S(11\pi) =$  \_\_\_\_\_.

10. 平面  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$  在第一卦限部分的面积等于\_\_\_\_\_.

## 二、计算题: (本大题共 6 小题, 每小题10分, 共60分)

得 分

11. 求旋转抛物面  $z = x^2 + y^2$  上的点到平面  $x + y - z = 2$  的最短距离.

得分

12. 计算  $I = \int_L (2xy^3 - y^2 \cos x)dx + (1 - 2y \sin x + 3x^2 y^2)dy$ , 其中  $L$  是曲线  $y = \frac{2}{\pi} x \sin x$  由点  $(0,0)$  到点  $\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$  的一段弧.

得分

13. 计算二重积分:  $\iint_D \sin \frac{\pi x}{2y} dx dy$ , 其中  $D$  是由抛物线  $y^2 = x$ , 直线  $y = 2$ , 和射线  $y = x (x \geq 1)$  所围成的平面区域.

得分

14. 计算曲面积分  $I = \iint_{\Sigma} \frac{xdydz - 2yzdzdx + (z+1)^2 dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ , 其中  $\Sigma$  为下半球

面  $z = -\sqrt{1-x^2-y^2}$  的下侧.

得分

15. 求幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)x^n$  的收敛域及和函数.

得 分

16. 求微分方程  $y'' + 2y' + y = xe^x$  的通解.

## 三、证明题:(本大题共 2 小题, 每小题5分, 共10分)

得 分

17. 设  $y = f(x + \lambda t) + g(x - \lambda t)$ , 其中  $f, g$  二次可导, 求证:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \lambda^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}.$$



得 分

18. 证明对任意正整数  $n$ , 方程  $x^n + nx - 1 = 0$  有唯一正实根  $x_n$ , 且当

常数  $\lambda > 1$  时, 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n^\lambda$  收敛.