

4
北京工业大学 2014-2015 学年第一学期期末

数理统计与随机过程(研) 课程试卷

学号_____ 姓名_____ 成绩_____

注意：试卷共七道大题，请写明详细解题过程。数据最后结果保留 3 位小数。

考试方式：半开卷，考试时**只允许看教材**《概率论与数理统计》浙江大学 盛
骤等编第三版（或第四版）高等教育出版社，不能携带和查阅任何其他书
籍、纸张、资料等。考试时**允许使用计算器**。

考试时间 120 分钟。考试日期：2014 年 12 月 29 日

一、(10 分) 某种零件的重量 X (单位：千克) 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，今抽取容量为 16 的样本，由观测值得： $\bar{x} = 4.856, S^2 = 0.04$ 。取显著性水平为 $\alpha = 0.05$ ，检验

(1) $H_0: \mu \leq 5, H_1: \mu > 5$

(2) $H_0: \sigma^2 = 0.04, H_1: \sigma^2 \neq 0.04$

二、(15 分) 一批灯泡中取 300 只作寿命试验, 其结果如下:

寿命 t (小时)	<100	$[100, 200)$	$[200, 300)$	≥ 300
灯泡数	121	78	43	58

在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 试检验假设

H_0 : 灯泡寿命服从指数分布

$$f(x) = \begin{cases} 0.005e^{-0.005x}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

$$P_{2|2} = \sum_{i=0}^2 P_{i|0} P_{ij}(2)$$

$$= P_{0|0} P_{02}(2) + P_{1|0} P_{12}(2) + P_{2|0} P_{22}(2)$$

三、(15 分) 以 x 和 Y 分别表示人的脚长 (英寸) 与手长 (英寸), 以下数据给出了 6 名女子的脚的长度 x 与手的长度 Y 的样本值:

x	9	8.5	9.5	10	9.25	9
Y	6.5	6.25	6.5	7	7	6.75

- (1) 求 Y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$;
- (2) 对回归方程进行显著性检验 (取 $\alpha = 0.10$);
- (3) 求 b 的置信水平为 0.90 的置信区间。

四、(15 分) 某家电制造公司准备购进一批 5 号电池，现有 A, B, C 三个电池生产企业愿意供货，为比较它们生产的电池质量，从每个企业随机抽取 5 只电池，经试验测得其寿命（单位：小时）数据如下：

企业	电池寿命				
A	50	50	43	40	39
B	32	28	30	34	26
C	45	42	38	48	40

- (1) 各个企业的电池寿命有无显著性差异？（显著性水平 $\alpha = 0.05$ ）
- (2) 如果各个企业的电池寿命有显著性差异，求 A、B 企业均值差 $\mu_A - \mu_B$ 的置信水平为 95% 的置信区间。

五、(15分) 设 $\{N(t), t \geq 0\}$ 是强度为 λ 的 Poisson 过程, $\forall s, t > 0$, 试求

(1) $E[N(s)N(t)]$;

(2) $P\{N(t+s) = j \mid N(s) = i\}$;

(3) $P\{N(s) = i \mid N(t+s) = j\}$.

六、(15分) 设 $\{X_n, n \geq 0\}$ 为时齐马氏链, 状态空间 $I = \{1, 2, 3\}$, 一步转移概率矩阵为

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

初始分布 $P(X_0 = 1) = P(X_0 = 2) = P(X_0 = 3) = \frac{1}{3}$,

- (1) 求 $P(X_0 = 1, X_2 = 2, X_3 = 3)$ 的值;
- (2) 求 $P(X_2 = 2, X_1 \neq 2 | X_0 = 3)$ 的值;
- (3) 判断 $\{X_n, n \geq 0\}$ 是否为遍历的, 请说明理由; 若是遍历的, 求其平稳分布。

- 七、(15 分) 设 $X(t) = \sin \Theta t$ ，其中 Θ 服从 $(0, 2\pi)$ 上的均匀分布。
证明 $\{X(t), t=1, 2, \dots\}$ 为宽平稳序列。

