

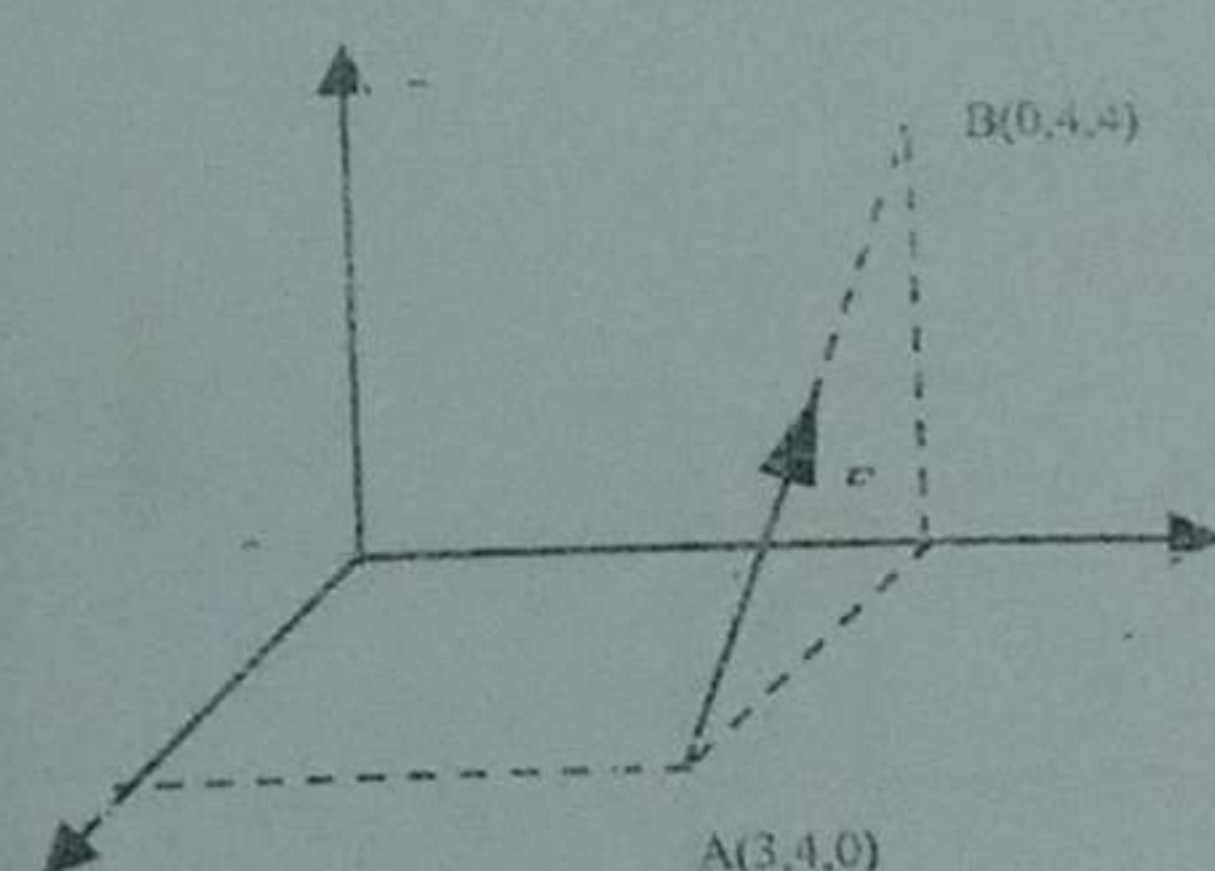
## 2013—2014 学年第 1 学期《工程力学 III》期末考试答案

### 一、判断题 (共 10 分，每小题 2 分。在括号中正确划√，错误划×)

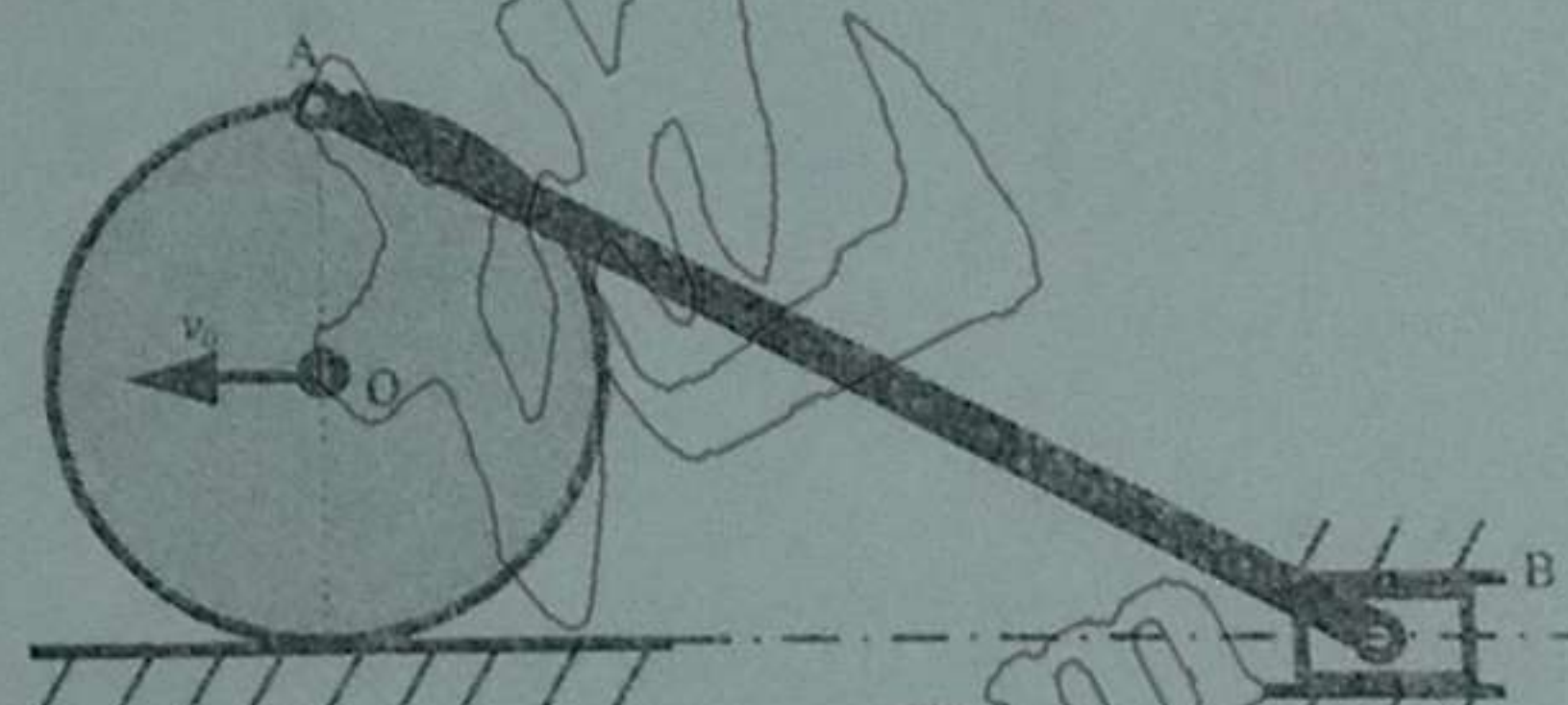
1. 若力系对任意点的矩都为 0，则该力系平衡。 (√)
2. 绕定轴  $z$  转动刚体的微分方程  $J_z \alpha = M_z$  中，若将  $z$  轴换成过质心且平行于  $z$  轴的  $z_c$  轴，仍然有：  $J_{z_c} \alpha = M_{z_c}$ 。 (√)
3. 若刚体作平行移动，则刚体的角速度和角加速度都为 0。 (√)
4.  $\sigma_{0.2}$  是指材料产生 0.2% 应变时所对应的应力。 (×)
5. 铸铁杆件扭转破坏一般也是因为最大拉应力先达到破坏极限。 (√)

### 二、选择、填空题 (共 30 分，每小题 5 分)

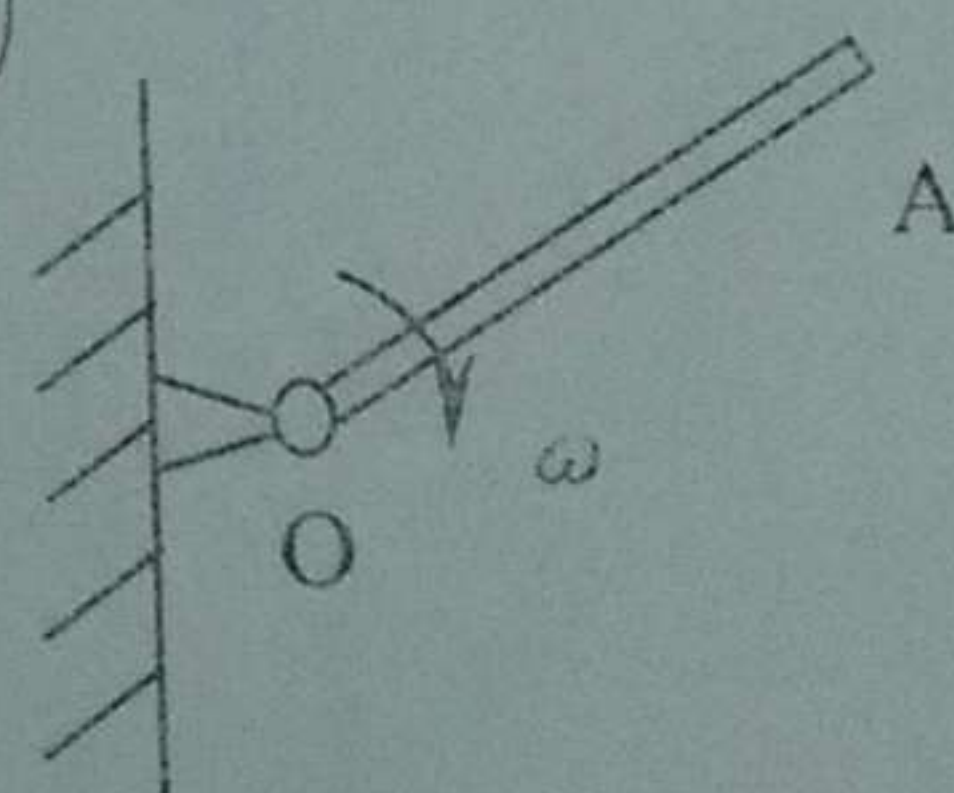
1. 力  $F$  作用线通过  $A(3,4,0)$ 、 $B(0,4,4)$  两点 (长度单位为米)，如图所示。若  $F=1\text{kN}$ ，则该力在  $y$  轴上的投影为 0，该力对  $z$  轴的矩为  $12/5$  (kN·m)。



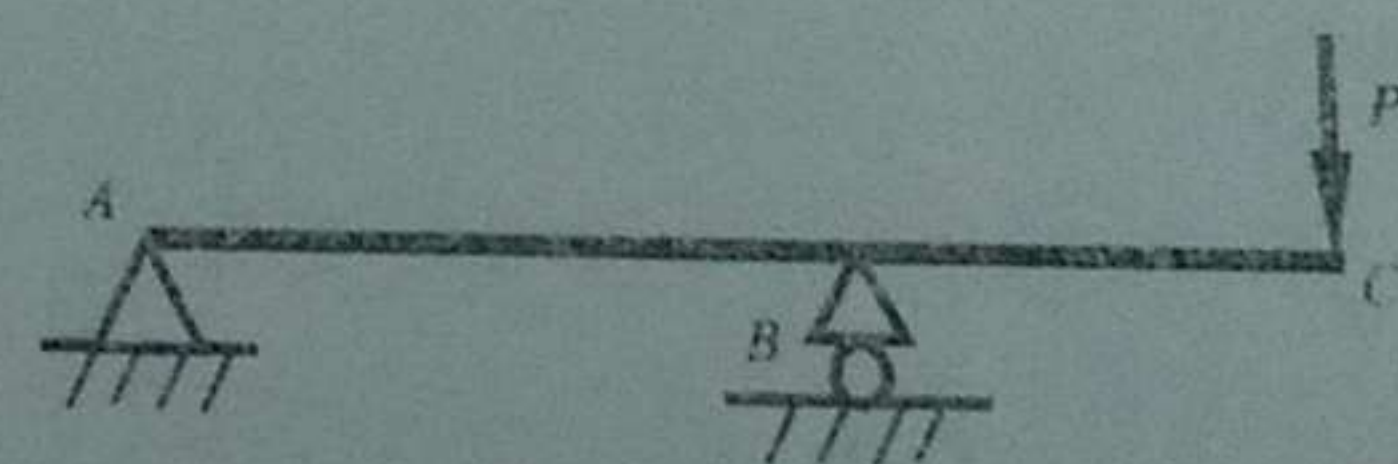
2. 轮 O 作纯滚动，轮半径为  $r$ ，轮心以速度  $v_0$  匀速向左运动，A 处为铰链连接。在图示位置时，A 点加速度大小为  $v_0^2 / r$ ，AB 杆角速度大小为 0。



3. 均质杆 OA 长度为  $L$ ，质量为  $m$ ，以匀角速度  $\omega$  绕 O 点做定轴转动。则 OA 杆的动量大小为  $m\omega L/2$ ，OA 杆的动能大小为  $\frac{1}{6}mL^2\omega^2$ 。



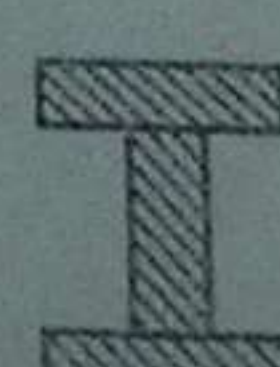
4. 梁的受力及横截面形式如图所示。材料采用低碳钢，截面的最佳形式是 (c)；材料采用铸铁，截面的最佳形式是 (e)。



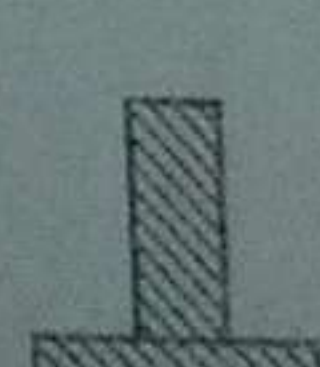
(a)



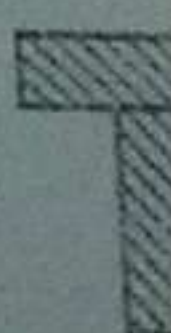
(b)



(c)



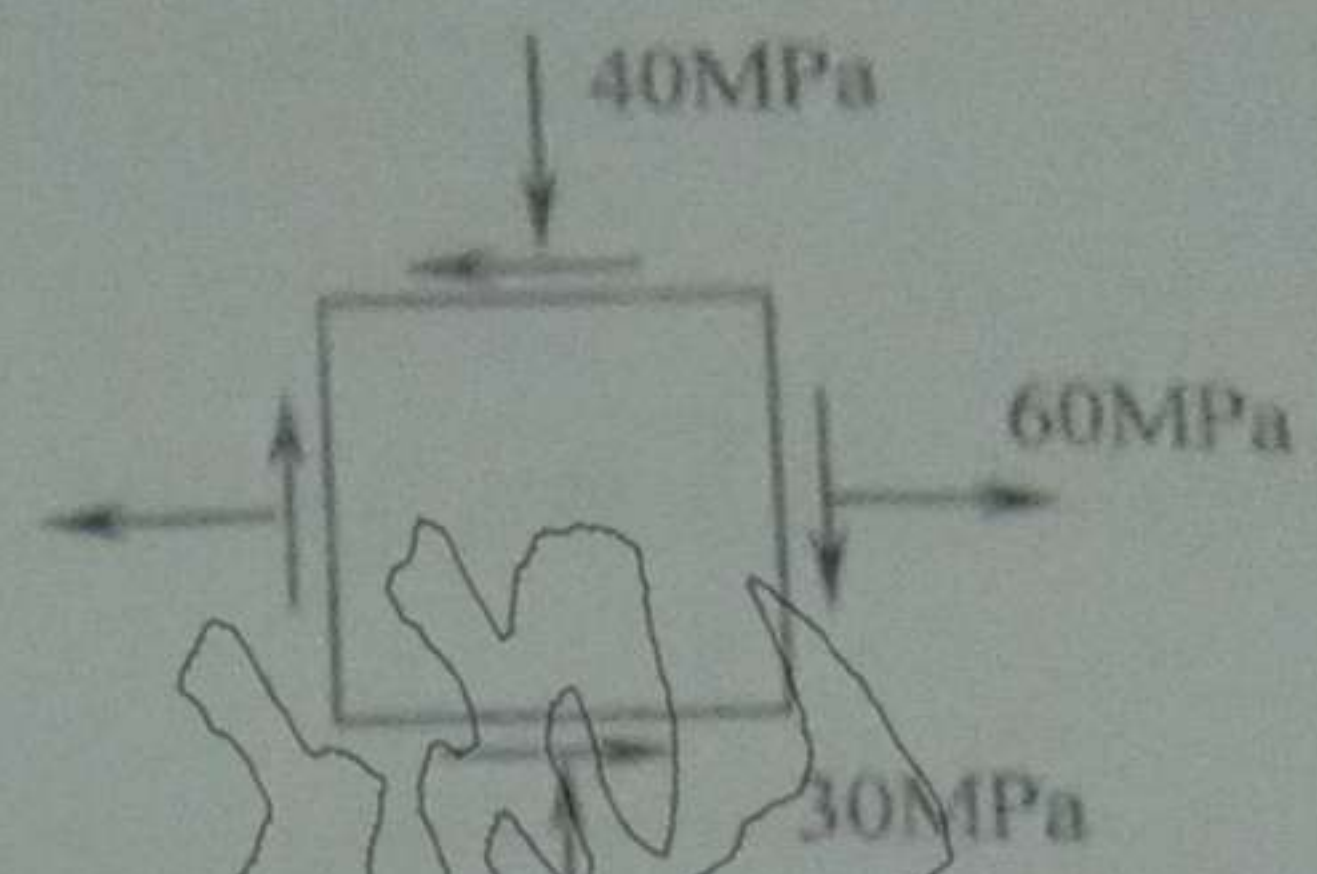
(d)





5. 单元体的应力状态如图，与  $x$  轴夹角  $30^\circ$  ( $\alpha = 30^\circ$ ) 的截面上的正应力为  $35 - 15\sqrt{3} = 9.02 \text{ MPa}$ ，单元体上的主应力为

$10 \pm 10\sqrt{34} = 68.3 \text{ MPa} \quad (-48.3 \text{ MPa})$



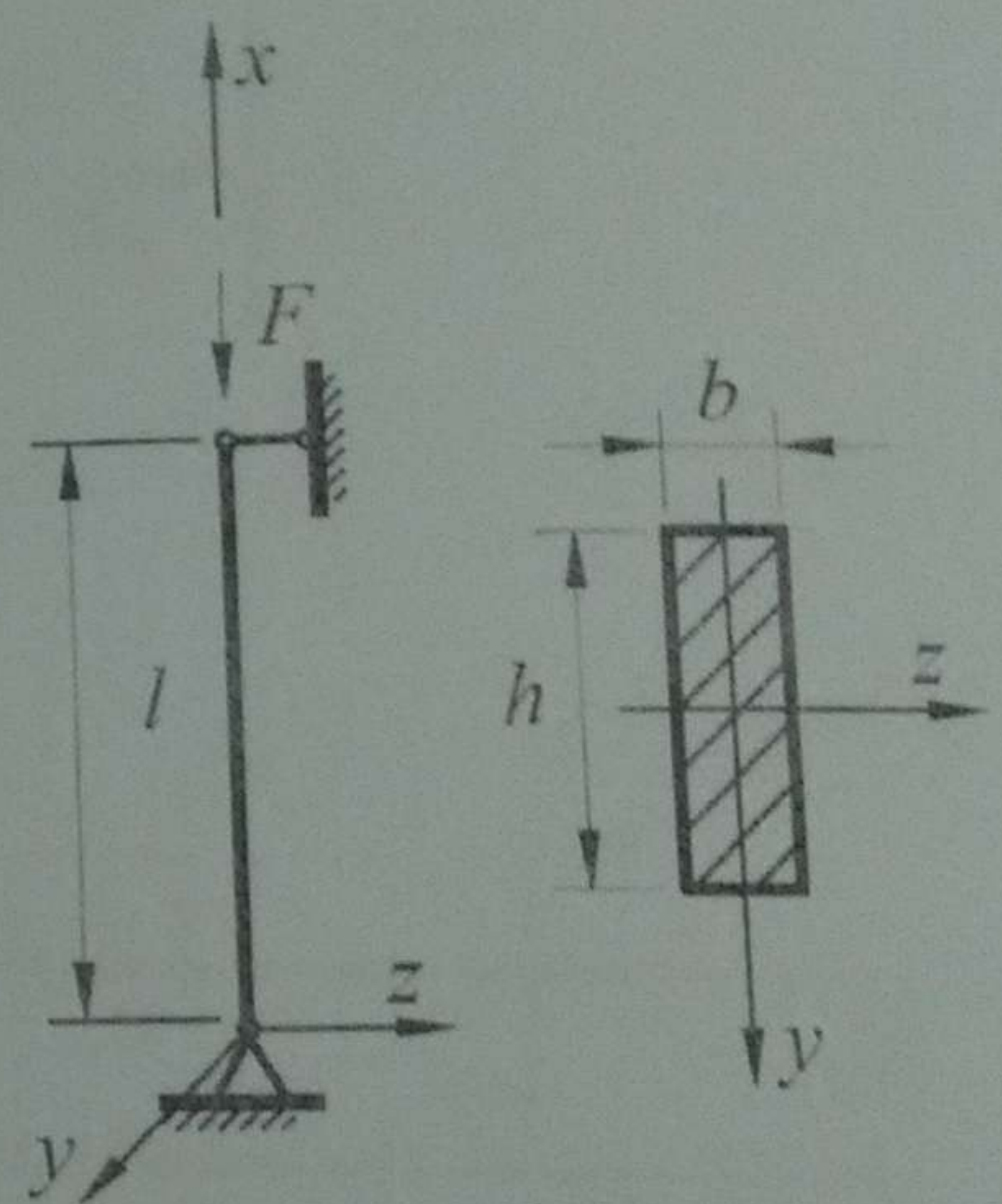
6. 两端球铰支细长压杆，材料弹性模量为  $E$ ，截面形状为矩形，并且  $b < h$ ，则杆横截面对  $z$

轴的惯性矩为  $\frac{bh^3}{12}$ 、对  $y$

轴的惯性矩为  $\frac{hb^3}{12}$ 。杆失

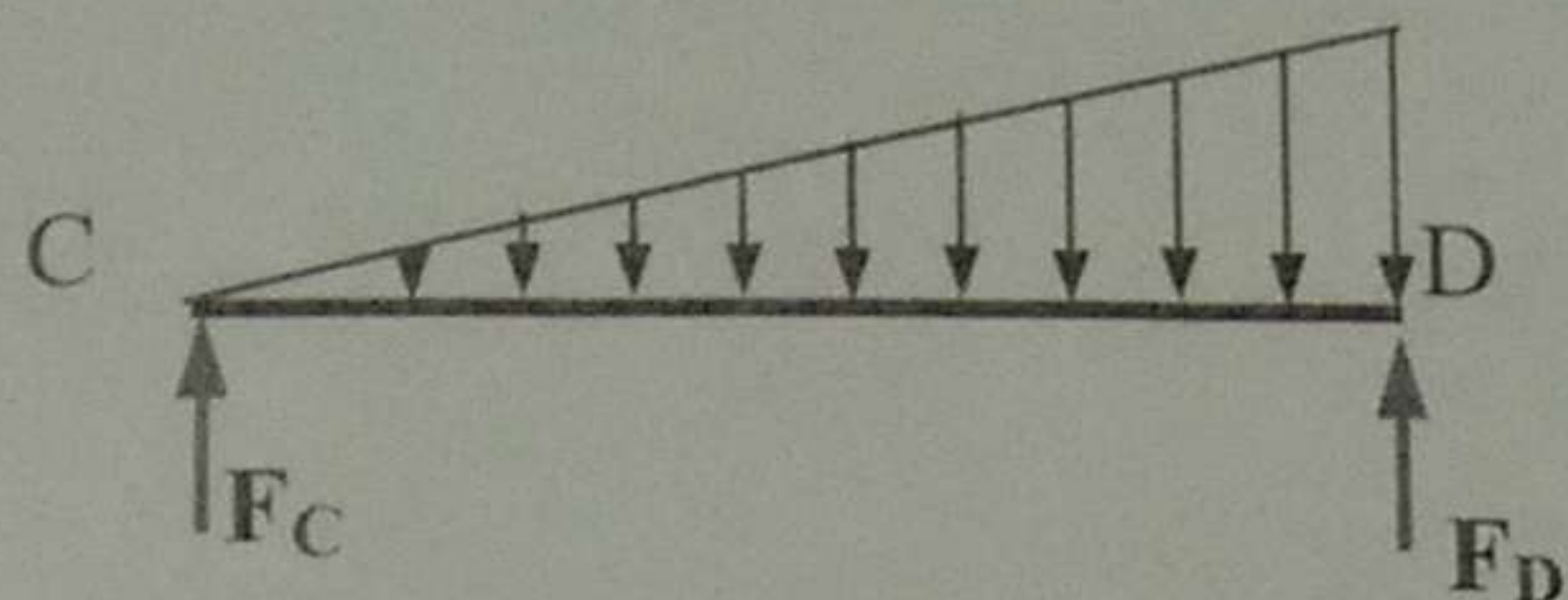
稳时的欧拉临界压力为

$$\frac{\pi^2 EI_y}{l^2} = \frac{\pi^2 Ehb^3}{12l^2}$$





三、(15 分) 直角杆 ABC 与杆 CD 在 D 点铰接，尺寸如图所示。CD 上作用分布载荷，C 端的集度为 0，D 端的集度为  $q$ ，已知  $q$ 、 $a$  及 ABC 上集中力偶  $M=qa^2$ ，求 A、D 两点的约束力。



解：取 CD 为研究对象，画受力图，由平衡：

$$\text{解得, } F_D = \frac{2}{3}qa, \quad F_C = \frac{1}{3}qa$$

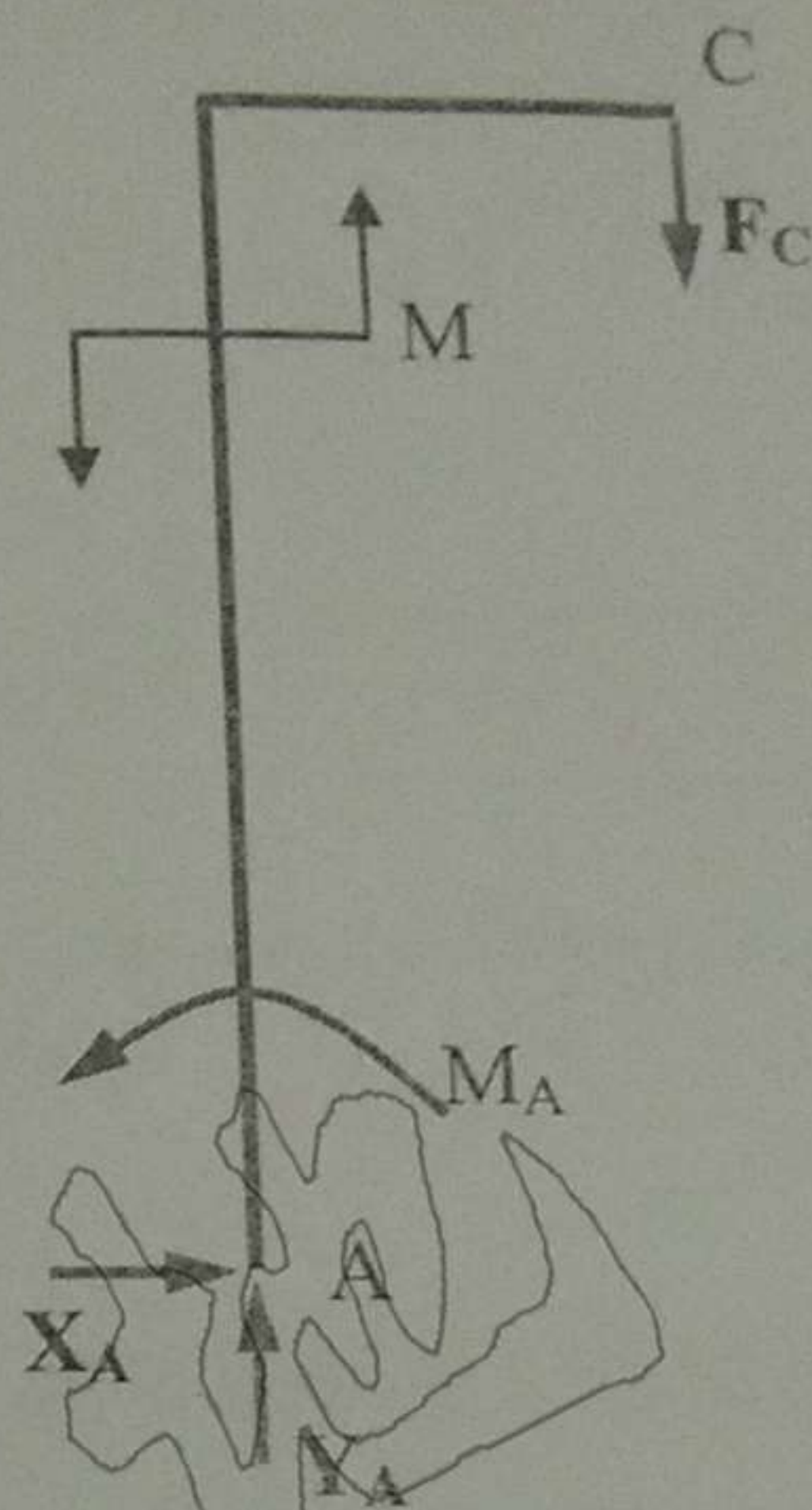
取 ABC 为研究对象，画受力图，由平衡：

$$\sum F_x = 0, \quad X_A = 0$$

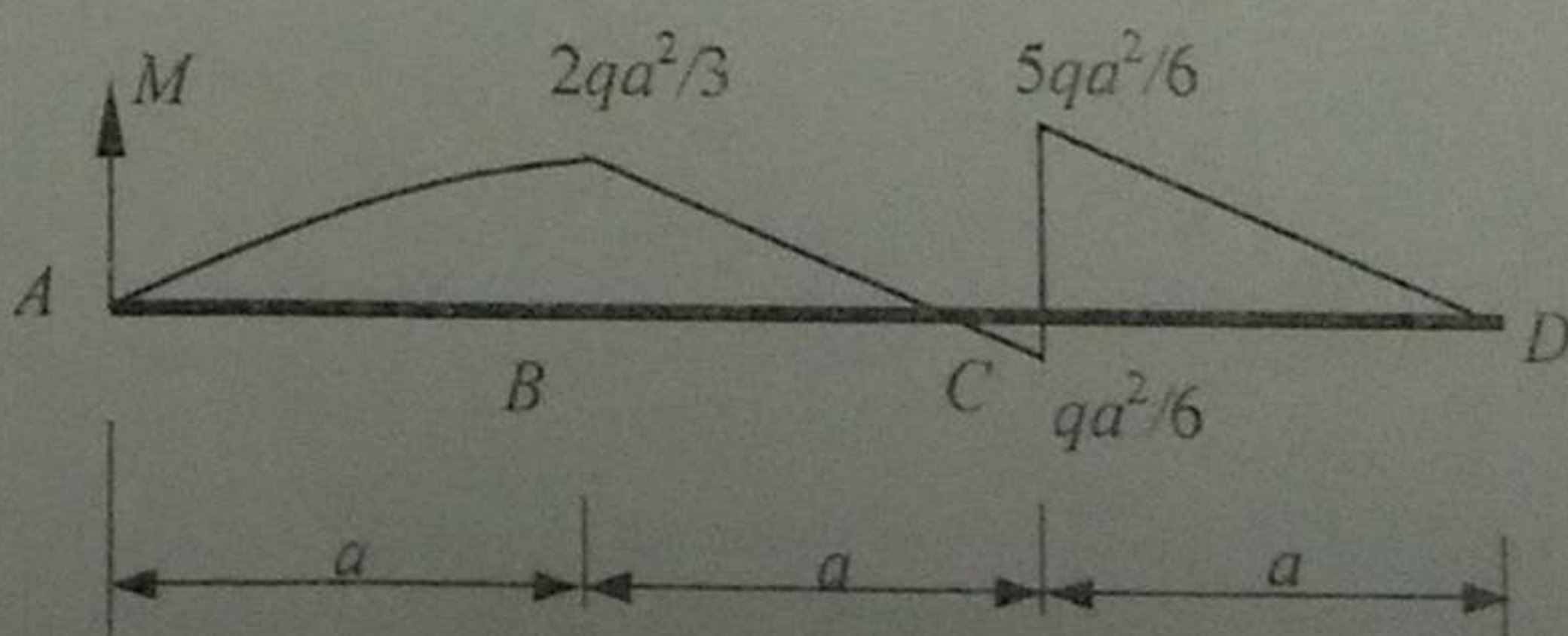
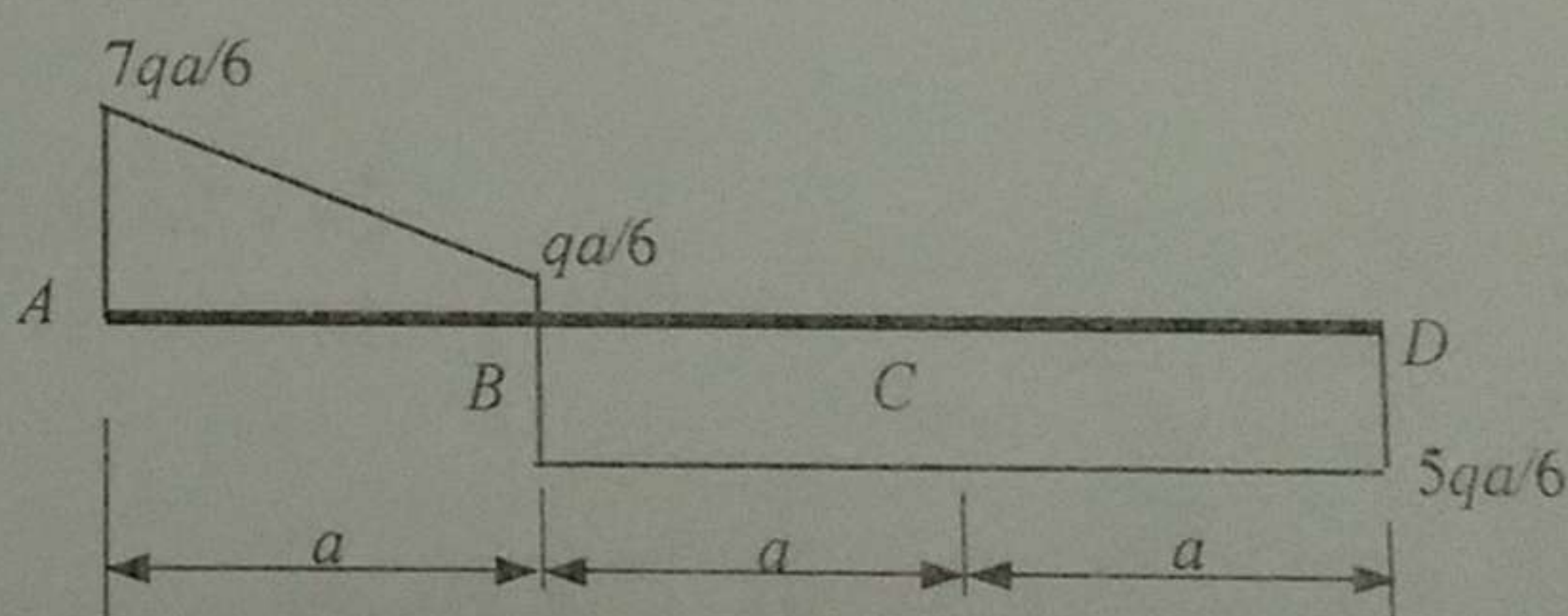
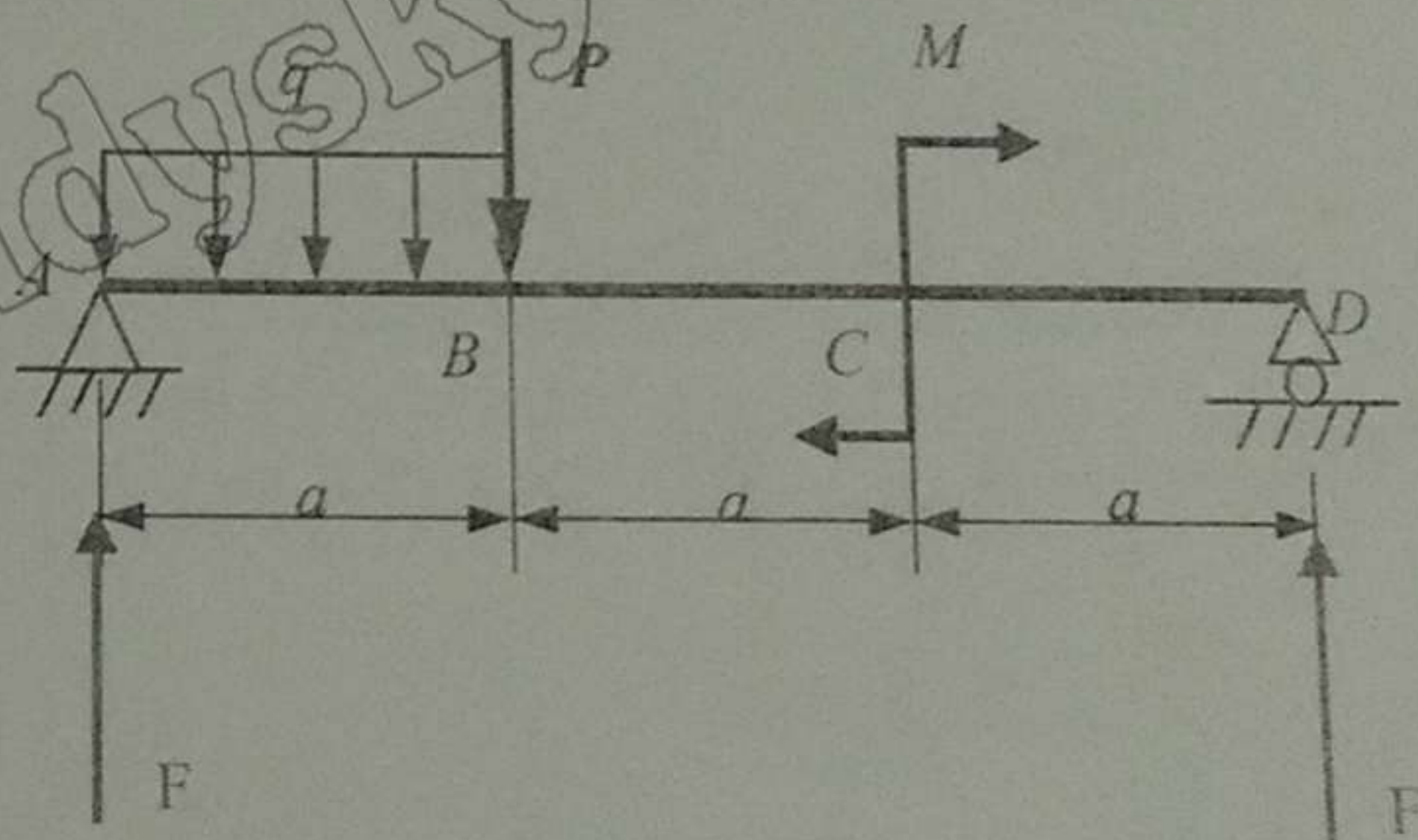
$$\sum F_y = 0, \quad X_A = \frac{1}{3}qa$$

$$\sum M_A = 0, \quad M_A + M - F_D a = 0$$

$$M_A = -\frac{2}{3}qa^2$$



四、(15 分) 简支梁的受力如图所示，已知： $q$ 、 $a$  及  $P=qa$ ， $M=qa^2$ 。试画出梁的剪力图和弯矩图。





北京工业大学 2013—2014 学年第 1 学期《工程力学 III》期末考试试卷

五、(15) 直角拐圆形部分直径  $d=30\text{mm}$ ，受力如图，要求：

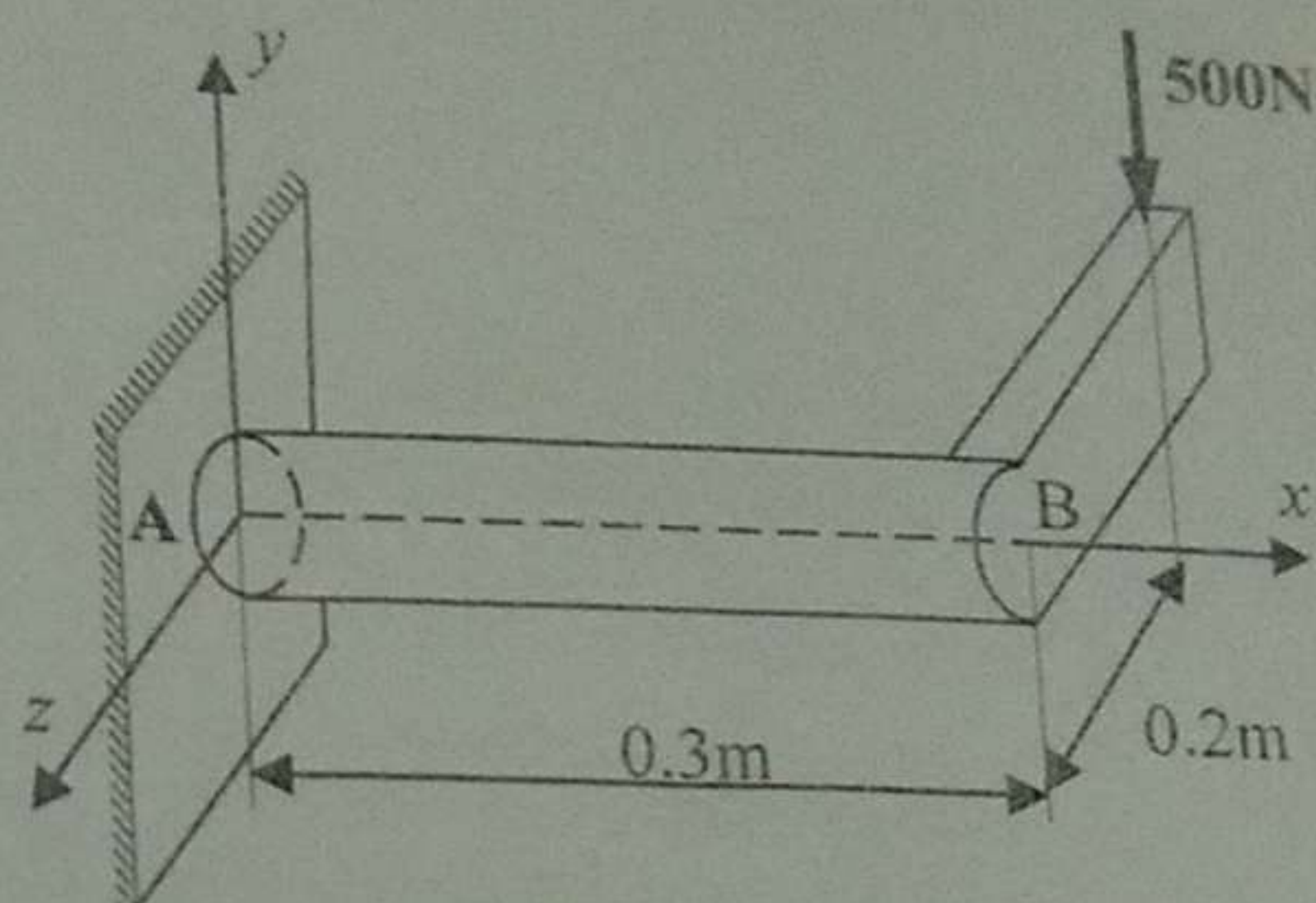
- (1) 画出 AB 段的内力图；
- (2) 画出 A 截面下部危险点单元体的应力状态图，求出其  $\sigma$ ,  $\tau$ ；
- (3) 若许用应力  $[\sigma]=80\text{MPa}$ ，用第三强度理论校核 A 截面危险点的强度。

解：

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{150}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{32 \times 150}{27\pi} = 56.6 (\text{MPa})$$

$$\tau = \frac{T}{W_T} = \frac{100}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{16 \times 100}{27\pi} = 18.86 (\text{MPa})$$

$$\sigma_{r4} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = 68.02 (\text{MPa}) < [\sigma]$$



六、(15 分)  $r=0.2\text{m}$ ,  $m=10\text{kg}$ ,  $g=10\text{m/s}^2$ ，轮可在斜面上作纯滚动。K=100N/m。弹簧伸长量为 0 时由静止释放圆轮，圆轮在重力作用下开始向下作纯滚动，运动到静平衡位置时轮心达到最大速度。求：

- (1) 刚释放瞬时圆轮受到斜面的摩擦力大小；
- (2) 轮心的最大速度值。

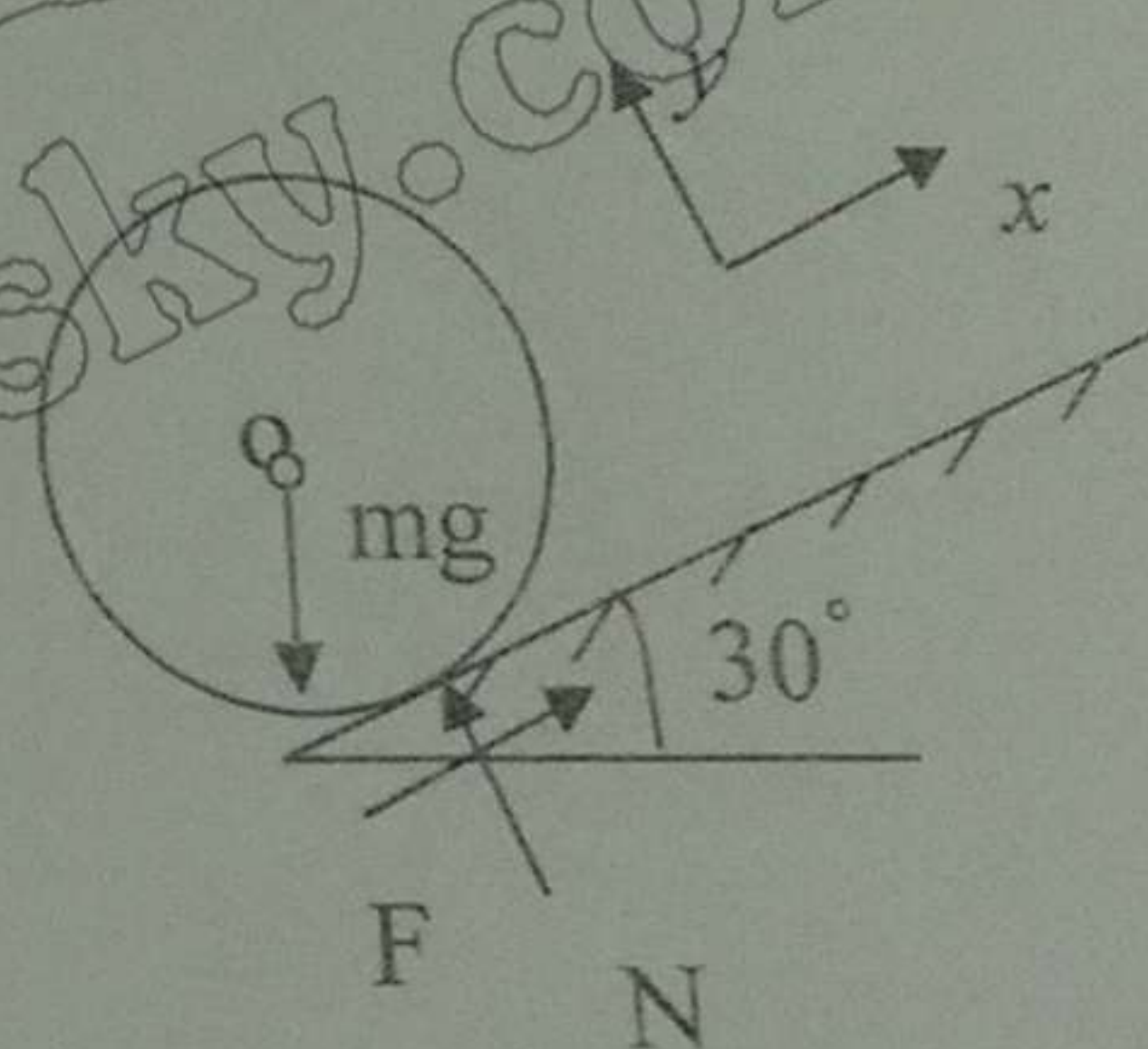
解：(1) 由刚体平面运动微分方程：

$$ma_x = mg \sin 30^\circ - F$$

$$J_o \alpha = Fr$$

$$\text{又 } r\alpha = a_x, \alpha \neq a_x/r$$

$$\text{解得 } F = \frac{50}{3} = 16.67 (\text{N})$$



(2) 机械能守恒

初始位置： $U_0=0$ ,  $T_0=0$ ；O 点向下运动  $x$  时：

$$\text{势能 } U_1 = \frac{1}{2} Kx^2 - mgx \sin 30^\circ$$

$$\text{平衡位置：} \frac{\partial U}{\partial x} = 0: Kx - mg \sin 30^\circ = 0, x = \frac{mg \sin 30^\circ}{K} = \frac{100 \times 0.5}{100} = 0.5 (\text{m})$$

$$\text{动能 } T_1 = \frac{1}{2} mv_o^2 + \frac{1}{2} J_o \omega^2 = \frac{1}{2} mv_o^2 + \frac{1}{2} \frac{mr^2}{2} \left(\frac{v_o}{r}\right)^2 = \frac{3}{4} mv_o^2$$

$$T_1 + U_1 = \frac{3}{4} mv_o^2 + \frac{1}{2} Kx^2 - mgx \sin 30^\circ = 0$$

$$v_o = \frac{\sqrt{15}}{3} = 1.29 (\text{m/s})$$