

## 北京工业大学“线性代数(工)”试卷样例

学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

注意：本试卷共 6 页。 考试时间 95 分钟。考试日期：2005 年 11 月 20 日

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八
得 分								

得分

## 一. 填空题 (每小题 3 分, 共 30 分) .

1. 4 阶行列式  $D = |a_{ij}|$  的展开式中, 项  $a_{21}a_{32}a_{43}a_{14}$  前面所带符号为\_\_\_\_\_2. 方程  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & x^2 \end{vmatrix} = 0$  的全部根是\_\_\_\_\_3. 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ 。则  $AA^T =$ \_\_\_\_\_4. 设  $AX = 0$  为 4 元齐次线性方程组, 且秩  $(A) = 3$ , 则此线性方程组的基础解系中解向量的个数为\_\_\_\_\_5. 设  $A$  为  $n$  阶方阵, 且  $|A| = 2$ ,  $A^*$  为  $A$  的伴随矩阵, 则  $|A^* + A^{-1}| =$ \_\_\_\_\_6. 已知齐次线性方程组  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 4 & a & 3 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  有非零解, 则  $a =$ \_\_\_\_\_7. 已知  $\alpha = (a, 1, -1)^T$  是方阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$  的属于  $\lambda = 0$  的特征向量, 则  $a =$ \_\_\_\_\_8. 二次型  $f(x_1, x_2) = (x_1, x_2) \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$  的矩阵  $A =$ \_\_\_\_\_9. 过点  $M_0(2, 3, -1)$  且垂直于平面  $3x - 4y + 5z - 7 = 0$  的直线方程为\_\_\_\_\_

10. 过三个点  $M_1(1,2,3)$ ,  $M_2(2,1,0)$ ,  $M_3(1,1,1)$  的平面方程为\_\_\_\_\_

得分

二. 单项选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)。将正确答案的字母填入括号内。

1. 设  $A, B$  均为  $n$  阶方阵, 则下列结论错误的是 【      】
  - (A)  $AB = BA$
  - (B)  $|AB| = |BA|$
  - (C)  $(AB)^T = B^T A^T$
  - (D)  $AB + A^2 = A(B + A)$
  
2. 设  $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  是 3 阶方阵, 已知齐次线性方程组  $AX = 0$  有非零解, 则 【      】
  - (A)  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性相关。
  - (B)  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关。
  - (C)  $\alpha_1$  可以由  $\alpha_2, \alpha_3$  线性表出。
  - (D)  $\alpha_1$  不可以由  $\alpha_2, \alpha_3$  线性表出。
  
3. 设向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \beta$  线性相关,  $\alpha_1, \alpha_2, \delta$  线性无关, 则 【      】
  - (A)  $\beta$  不能由  $\alpha_1, \alpha_2$  线性表出。
  - (B)  $\beta$  能由  $\alpha_1, \alpha_2$  线性表出。
  - (C)  $\delta$  能由  $\alpha_1, \alpha_2$  线性表出。
  - (D)  $\delta$  能由  $\alpha_1, \alpha_2, \beta$  线性表出。
  
4. 设  $A$  为  $n$  阶方阵, 又  $AX = 0$  是非齐次线性方程组  $AX = b$  的导出方程组, 则下列结论错误的是 【      】
  - (A) 若  $AX = 0$  只有零解, 则  $AX = b$  有唯一解。
  - (B) 若  $AX = 0$  有非零解, 则  $AX = b$  有无穷多解。
  - (C) 若  $AX = b$  有唯一解, 则  $AX = 0$  只有零解。
  - (D) 若  $AX = b$  有无穷多解, 则  $AX = 0$  有非零解。
  
5. 设  $\lambda_0$  是可逆矩阵  $A$  的一个特征值, 则 【      】
  - (A)  $\lambda_0$  可以是任意一个数。
  - (B)  $\lambda_0 > 0$ 。
  - (C)  $\lambda_0 \neq 0$ 。
  - (D)  $\lambda_0 < 0$ 。

得分

三. (10 分) 计算 4 阶行列式  $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ .

得分

四. (10 分) 设 3 阶方阵  $A, B$  满足  $AB - B - E = 0$ 。若

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \text{ 求矩阵 } B.$$

得分

五. (10 分) 设向量组  $\alpha_1 = (1, 1, -1)^T, \alpha_2 = (-1, 0, 1)^T, \alpha_3 = (2, 2, a)^T$ 。问  $a$  为何值时,

此向量组

- (1) 线性无关?                      (2) 线性相关?  
(3) 线性相关时, 求一个极大线性无关组。

得分

六. (10 分) 设线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + ax_3 = 3 \\ x_1 + ax_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$

试讨论  $a$  取何值时, 该方程组无解? 有唯一解? 有无穷多解? 在有无穷多解时, 求方程组的全部解。

得分

七 (10 分) 设 2 阶方阵  $A$  满足  $A\alpha_1 = 2\alpha_1, A\alpha_2 = \alpha_2$ 。其中  $\alpha_1 = (4, 3)^T, \alpha_2 = (5, 7)^T$ 。

- (1) 试问  $A$  能否与一个对角矩阵相似? 说明理由。
- (2) 求矩阵  $A$ 。

得分

八 (5 分) 设  $A, B$  均为  $n$  阶正交矩阵。问  $A + B, AB$  还是正交矩阵吗? 若是, 给出证明; 若不是, 请举例。