北京工业大学 2016-2017 学年第二学期期末

线性代数(工) 课程试卷（A）

考试方式：闭卷　　　　　　考试时间：2017 年 6 月 30 日

学号____________　姓名____________　成绩____________

注：本试卷共 8 大题，满分 100 分.

得分登记（由阅卷教师填写）

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八
得 分								

得分

一. 填空题（每小题 3 分，共 30 分）.

1. $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$____________

2. 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 - A - 11E = 0$，则 $A-2E$ 可逆，且 $(A-2E)^{-1} =$________

3. 设 A 为 2 阶可逆方阵，A^* 为 A 的伴随矩阵，若 $|A| = 2$，则 $|A^* - 3A^{-1}| =$________

4. 设 A, B 均为 n 阶方阵，若 $AB = E$，则 $2E - BA =$________ E

5. 设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 和 β_1,β_2 满足 $\begin{cases} \alpha_1 = \beta_1 + 4\beta_2 \\ \alpha_2 = -\beta_1 + 5\beta_2 \\ \alpha_3 = 7\beta_1 - 3\beta_2 \end{cases}$，则向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$

   必线性________关。

6. 设 A 为 6 阶方阵，A^* 为 A 的伴随矩阵。若秩 $r(A) = 5$，则齐次线性方程组 $A^* X = 0$ 的基础解系中含有解向量的个数为________

7. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ a+2 & a-3 & a \\ 8 & 1 & 5 \end{pmatrix}$，$B$ 为 3 阶非零矩阵，且 $AB = 0$，则 $a =$________

8. 设 $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 2$ 是实对称矩阵 A 的特征值，$\alpha = (1, t+2, 1)^T, \beta = (-3+t, 1, 1)^T$ 是分别属于 $3, 2$ 的特征向量，则 $t =$________

9. 矩阵 $\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵是________

10. 二次型 $(x_1,x_2,x_3)\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & 5 \\ -3 & -3 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ 的正惯性指数与负惯性指数之和是________

得分

二. 单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）。将正确答案的字母填入括号内。

1. 矩阵 $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 和 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 的关系是 【　　】

(A) 既合同又相似　　(B) 合同但不相似
(C) 不合同但相似　　(D) 既不合同又不相似

2. 设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性相关，$\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5$ 线性无关，则 【　　】

(A) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_5$ 线性相关。　　(B) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_5$ 线性无关。

(C) α_1 能由 $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5$ 线性表出。　　(D) α_5 能由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性表出。

3. 设 $AX=0$ 是与 $AX=b$ 相应的齐次线性方程组（其中 A 是方阵），则下述结论中不正确的是 【　　】

(A) 若 $AX=0$ 只有零解，则 $AX=b$ 有唯一解。
(B) 若 $AX=b$ 有唯一解，则 $AX=0$ 只有零解。
(C) 若 $AX=0$ 有非零解，则 $AX=b$ 有无穷多解。
(D) 若 $AX=b$ 无解，则 $AX=0$ 有非零解。

4. 设 3 阶矩阵 A 满足 $(A^2+3A-4E)(A-8E)=0$，则 【　　】

(A) $A=E$　　(B) $A=-4E$
(C) $A=8E$　　(D) A 可相似对角化。

5. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 8 & 0 & a-1 \end{pmatrix}$ 正定，则 【　　】

(A) $a>65$.　　(B) $a<65$　　(C) $a=65$　　(D) a 的取值不确定。

得分

三.（10 分） 若齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ -x_1 + 3x_2 + px_3 = 0 \\ x_1 + 9x_2 + p^2 x_3 = 0 \end{cases}$ 有非零解，且 $p > 0$。则 $\begin{vmatrix} 1 & p \\ p & 1 \end{vmatrix} = ?$

要求写出数字结果（结果中不出现字母 p ）。

得分

四.（10 分） 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，求矩阵 B，使 $9AB = 2A + 9B$。

得分

五.（10 分） 参数 b 取何值时，线性方程组

$$\begin{cases} x_1+3x_2-x_3+5x_4=3 \\ x_2-x_3+2x_4=1 \\ 2Ț+4x_3—2z\ = b \end{cases}$$

有解？有解时，求出此方程组的通解（向量形式）。

得分

六.（10 分）在三维空间 R^3 中，已知 $\alpha=(1,-1,1),\beta=(1,1,0)$。（1）求向量 γ，使得 α,β,γ 成为 R^3 的一个基；（2）将 α,β,γ 正交化，给出 R^3 的一个正交基。

得分

= (-1, —1,0,1)’,a, = t2,£i. 0,—1)’, o, = JI, -1, 2, 0)’, œ =(-1, I, —4,0)" .

得分

八 （5分） 设 B 是 3 阶非零矩阵，它的每个行向量都是 $\begin{cases} 3x_1+2x_2+(k+1)x_3=0 \\ 2x_1-x_2+8x_3=0 \\ x_1+3x_2-5x_3=0 \end{cases}$ 的解。

证明： $|B|=0$ 。