

北京工业大学 2014-2015 学年第二学期
《高等数学(工)-II》期末考试试卷 A 卷

考试说明：

考试方式：闭卷。考试时间 95 分钟。考试日期：2015 年 6 月 23 日。

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：_____ **学号：**_____ **班号：**_____

.....
注：本试卷共 三 大题，共 6 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷 面 成 绩 汇 总 表 (阅卷教师填写)

题号	一	二	三	总成绩
满分	40	50	10	
得分				

得 分	评阅人

一、填空题（本大题共 10 道小题，每题 4 分，共 40 分）

1. 微分方程 $(x^2 + 1)dy + 2xydx = 0$ 的通解为_____.
 2. 由方程 $x^3 + y^3 - yz = 1$ 所确定的函数 $z = z(x, y)$ 在 (1,1,1) 点的全微分 $dz =$ _____.
 3. 数项级数 $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{k + \ln n}{n^2}$ (k 为常数) 的敛散性是_____
- （若收敛，需指出是绝对收敛还是条件收敛）

4. 函数 $f(x) = \frac{1}{4-x^2}$ 的麦克劳林级数为_____.
5. 设 L 是区域 $|x|+|y| \leq 1$ 的边界, 则曲线积分 $\oint_L \frac{ds}{|x|+|y|} =$ _____.
6. 设曲线 L 是平面上任意一条封闭曲线, 若 $\oint_L ydx - axdy \equiv 0$, 则常数 a 的值为 _____.
7. 设曲面 $\Sigma: z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ($0 \leq z \leq 1$), 则曲面积分 $\iint_{\Sigma} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dS =$ _____.
8. 曲面 $2xy - e^z + z = 3$ 的在点 $(2,1,0)$ 处的切平面方程为_____.
9. 设 $f(x)$ 是以 2π 为周期的函数, 且 $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x \leq 0; \\ 2x-1, & 0 < x \leq \pi; \end{cases}$ $S(x)$ 是 $f(x)$ 的傅立叶级数的和函数, 则 $S(5\pi) =$ _____.
10. 设空间区域 Ω 由曲面 $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ 与平面 $z = 0$ 围成, 其体积为_____.

二、计算题 (本大题共 5 道小题, 每题 10 分, 共 50 分)

得 分	评阅人

11. 求函数 $f(x, y) = 2xy + x^2 + 2y^2 - 1$ 的极值。

设 $z = f(e^x, x - y)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$.

解:

得 分	评阅人

12. 计算曲线积分

$$I = \int_L (2xe^y + 1)dx + x^2(e^y + 1)dy$$

其中 L 为沿着 $x^2 + y^2 = 4$ 上从点 $A(2,0)$ 到点 $B(-2,0)$ 的上半圆弧.

解:

得分	评阅人

13. 计算曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} ydydz - 2xdzdx + z^2dxdy$, 其中 Σ 是锥

面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与平面 $z = 2$ 之间部分的下侧.

解:

得分	评阅人

14. 求微分方程 $y'' - 5y' + 6y = xe^{2x}$ 的通解.

得分	评阅人

15. 求: (1) 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} x^n$ 的收敛域及和函数.

(2) 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1) \cdot 2^n}$ 的和.

解:

三、证明题 (本大题共 2 道小题, 每题 5 分, 共 10 分)

得分	评阅人

16. 设 $u(x, y) = f(x + 2y) + \int_0^{x-2y} g(t)dt$, 其中 f 和 g 二阶可导,

试证明: $4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

得分	评阅人

17. 已知函数 $y = y(x)$ 满足等式 $y' = x + y$, 且 $y(0) = 1$,

试讨论级数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[y\left(\frac{1}{n}\right) - 1 - \frac{1}{n} \right]$$

的收敛性。