# 北京工业大学 2019——2020 学年第 1 学期

# 《随机信号分析》 考试试卷 B 卷

**考试说明：考试时间：95 分钟　　考试形式（开卷/闭卷/其它）： 闭卷**

**适用专业：电子信息工程、通信工程**

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，确保整个考试过程均在摄像头可视范围之内且监控不中断，不对试题进行截屏、拍照等，不通过手机、QQ 等各种手段向他人寻求答案；若有违反，愿接受相应的处分。

**阅读完毕后请将以下文字誊抄在答题纸首页，并做好答题准备。**

**本人已认真阅读以上要求，知晓相关规定并遵守执行，若有违反，愿接受相应的处分。**

**承诺人：__________　　学号：__________　　班号：__________**

**注：**本试卷共 <u>六</u> 大题，共 <u>8</u> 页，满分 100 分。**并将答案写在答题纸上，如因答案写在其他位置而造成的成绩缺失由考生自己负责。**

**卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）**

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 十 | …… | 总成绩 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 满分 | | | | | | | | | | | | |
| 得分 | | | | | | | | | | | | |

**本次考试可能用到的公式：**

傅氏变换对 $e^{-(\frac{t^2}{2\sigma^2})} \Leftrightarrow \sigma\sqrt{2\pi}e^{-(\frac{\sigma^2\omega^2}{2})}$； $e^{j\omega_0 t} \Leftrightarrow 2\pi\delta(\omega-\omega_0)$； $e^{-a|t|} \Leftrightarrow \frac{2a}{a^2+\omega^2}$

高斯概率密度函数：$f_X(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}]$

| 得 分 |
|---|
| |

## 一、填空题：（每空 2 分，共 26 分）

1. 已知随机过程 X(t)和 Y(t),若对于任意的 $t_1$ 和 $t_2$,都有____________,则称 X(t)和 Y(t)是正交过程；若对于任意的 $t_1$ 和 $t_2$，都有____________,则称 X(t)和 Y(t)是互不相关的。
2. 已知随机变量 X 和 Y 都服从数学期望为 0，方差为 1 的高斯分布，则随机变量 Z=X+Y 的概率密度函数为__________________，Z 的特征函数为__________________。
3. 已知一个随机序列 X(n)通过一个单位脉冲响应为 h(n)的线性时不变离散系统，则输出 Y(n) =______________(用公式表达)。
4. 随机变量 X 的数学期望和方差分别为 m 和 $\sigma^2$，则随机变量 Y=-3X-2 的数学期望为__________,方差为____________,X 和 Y 的相关矩为__________。
5. 设随机变量 X 的特征函数为$\Phi_X(\omega)$，则随机变量 Y = aX+b 的特征函数 $\Phi_Y(\omega)$ 为______________。

6. 若一个平稳随机过程 $X(t)$的自相关函数为 $R_X(\tau)=25+\dfrac{9}{1+3\tau^2}$，则 $X(t)$的数学期望为________________，方差为______________。

7. 已知随机过程的自相关函数为 $S(\omega)=\dfrac{1}{\omega^2+1}$，则其自相关函数为__________，平均功率为___________。

| 得 分 |
| --- |
| |

二、 判断正误：（错误的画 X，正确的画√ 。每题 2 分，共 14 分）

1、宽平稳高斯过程 X(t)一定是严平稳随机过程，其二维概率密度函数与时间的起点无关。（ ）。

2、已知随机变量 X 在[0,1]服从均匀分布，随机变量 Y 在[0,1]也服从均匀分布。则随机变量 Z=X+Y 在[0,1]一定服从均匀分布。（ ）

3、已知 X(t)是平稳高斯过程，其经过一个线性时不变系统的输出为 Y(t)。则 Y(t)也为高斯过程。 （ ）

4、一个均匀分布的白噪声过程 N(t)经过一个理想低通系统，其平均功率 P 与系统的带宽成反比。（ ）

5.已知随机过程 X(t)为白噪声过程，其功率谱密度为 1，则 X(t)与 X(t+1)互不相关。( )

6、一个实平稳随机信号的功率谱密度函数不仅可以提供幅度谱信息，而且也可以提供相位谱信息。（ ）

7、已知随机过程 X(t)为各态历经过程，$x_1(t)$为其一个样本函数。则 X(t)功率谱密度可以通过 $x_1(t)$得到。（ ）

| 得 分 |
| --- |
| |

三、按照要求完成下列各题。（每题 7 分，共 28 分）

1、已知随机变量 X 服从高斯分布，其中数学期望为零，方差为 1。求 $Y = 4X^2$ 的概率密度。

2、对于两个零均值随机过程 X(t)和 Y(t)，已知 $\sigma_X^2 = 5, \sigma_Y^2 = 10$，说明下列函数是否可能成为他们的自相关函数，请说明理由。

（1）$R_X(\tau) = 5e^{-|\tau|}$ （2）$R_Y(\tau) = 5\sin(5\tau)$ （3）$R_Y(\tau) = 6 + 4e^{-3\tau^2}$

3、两个随机变量 X 和 Y 的联合概率密度函数为：

$$f_{XY}(x,y)=\begin{cases}Ae^{-(x+y)}, & 0<x<+\infty, 0<y<+\infty \\ 0 & 其他\end{cases}$$，其中 A 为常数。求：

（1）A；（2）X 和 Y 的边缘概率密度函数；（3）X 和 Y 是否独立？

4、已知 X(t)和 Y(t)是互相独立的随机过程，请问随机过程 Z(t) = X(t)Y(t)是否为宽平稳随机过程？请说明理由。

| 得 分 |
| --- |
| |

## 四、讨论题（10 分）

已知随机过程 $X(t)=A\cos(\omega t+\Phi)$，$\Phi$ 为在 $[0,2\pi]$ 内均匀分布的随机变量，A 是常数，请问 $X(t)$ 是否为各态历经过程？

| 得 分 |
| --- |
| |

## 五、证明题（10 分）

证明由不相关的两个任意分布的随机变量 A 和 B 构成的随机过程 $X(t)=A\cos(\omega_0 t)+B\sin(\omega_0 t)$ 为宽平稳随机过程。其中，$\omega_0$ 为常数，A,B 为不同分布的随机变量，但方差相同。

| 得 分 |
| --- |
| |

## 六、综合题（12 分）

如图 6-1 所示 RC 积分电路的输入电压为：$X(t) = X_0 + \cos(\omega_0 t + \Phi)$

其中式中 $\omega_0$ 为常数，$X_0$、$\Phi$ 为在 $[0,1]$ 和 $[0,2\pi]$ 内均匀分布的随机变量，且互相独立。求输出电压 $Y(t)$ 的自相关函数。

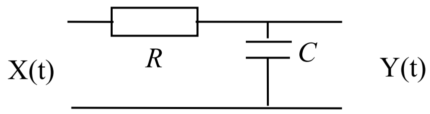


图 6-1