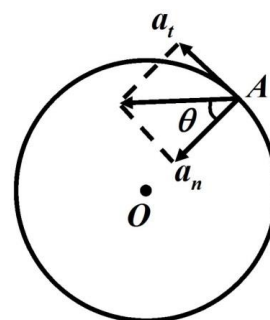


北京工业大学2021-
2022大学物理I-2试题
答案

一、(10分) 如图所示, 一电动机转子半径 $R = 0.1 \text{ m}$, 转子转过的角位移与时间的关系为 $\theta = 2 + 4t^3$, 试求: (1) t 时刻转子的角速度 ω 和角加速度 α ; (2) 当 $t = 2 \text{ s}$ 时, 边缘上一点 A 的法向加速度 a_n 和切向加速度的 a_t 大小; (3) 当电动机的转角等于多大时, 其总加速度与半径成 45° 角?



第一题图

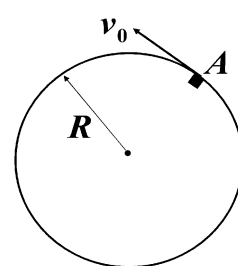
解: (1) $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 12t^2$, $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 24t$;

(2) $a_n = R\omega^2 = 144Rt^4$, $a_t = R\alpha = 24Rt$, 当 $t = 2 \text{ s}$ 时, $a_n = 230 \text{ m/s}^2$, $a_t = 4.8 \text{ m/s}^2$;

(3) 若总加速度与半径成 45° 角, 则 a_n 与 a_t 相等, 有: $144Rt^4 = 24Rt$,

$$\rightarrow t = \sqrt[3]{1/6} \approx 0.55 \text{ s}, \rightarrow \theta = 2 + 4 \times (\sqrt[3]{1/6})^3 = 8/3 \approx 2.67 \text{ rad}$$

二、(10分) 光滑的水平桌面上放置一固定的圆环带, 半径为 R , 一质量为 m 的物体贴着环带内侧运动, 物体与环带间的滑动摩擦系数为 μ_k , 设物体在 $t = 0$ 时经过 A 点, 速率为 v_0 , 求: (1) 物体位于 A 点时受到的滑动摩擦力 f ; (2) t 时刻物体的速率 v ; (3) t 时刻物体经过的路程 S 。



第二题图

解: (1) A 点时, $N = m \frac{v_0^2}{R}$, $f = \mu_k N = \frac{\mu_k m v_0^2}{R}$

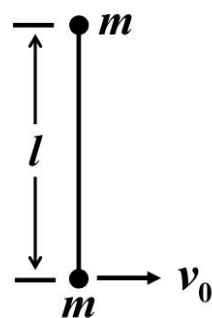
(2) 在任意时刻, 物体在法向上有 $N = m \frac{v^2}{R}$, 又 $f = \mu_k N$,

在切向上有: $\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m} = \frac{-\mu_k m v^2 / R}{m} = -\frac{\mu_k v^2}{R}$

两边分离变量并积分得: $\int_{v_0}^v \frac{1}{v^2} dv = \int_0^t -\frac{\mu_k}{R} dt \rightarrow v = \frac{v_0 R}{R + v_0 \mu_k t}$

(3) t 时刻经过的路程为: $S = \int_0^t v dt = v_0 R \int_0^t \frac{dt}{R + v_0 \mu_k t} = \frac{R}{\mu_k} \ln \left(1 + \frac{v_0 \mu_k t}{R} \right)$

三、(10分) 如图, 两个质量为 m 的小球, 用长为 l 的轻质刚性绳连接起来, 放在一光滑的水平桌面上。给其中的一个小球以垂直于绳子方向的速度 v_0 , 之后两小球共同运动。试求:



第3题图

- (1) 分析两小球组成的系统的质心的运动并求其运动速度 v ;
- (2) 求系统相对于质心的角动量 L , 该角动量是否守恒, 为什么?
- (3) 运动过程中两小球相对于质心转动的角速度 ω .

解: (1) 根据质心运动定理, 系统质心作匀速直线运动, 速度为:

$$v = \frac{mv_0 + 0}{2m} = \frac{1}{2}v_0$$

(2) 无外力矩作用, 角动量守恒。相对于质心的角动量为: $L = mv_0 \cdot \frac{l}{2} = \frac{mv_0 l}{2}$

(3) 转动惯量 $J = 2 \times m(l/2)^2 = ml^2/2$, 运动过程中 $L = J\omega \rightarrow \omega = L/J = v_0/l$

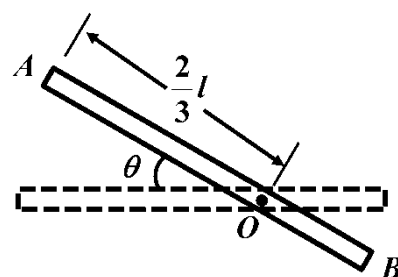
四、(10分) 质量 2 kg 的物体, $t=0$ 时刻在坐标原点 O 处静止出发沿 X 轴运动到 $x=1 \text{ m}$ 处, 物体所受合力为 $\vec{F} = (2+6x^2)\vec{i} \text{ (SI)}$, 试求: (1) 运动过程中力 \vec{F} 所作的功 A ; (2) 在 $x=1 \text{ m}$ 处, 物体运动速度 \vec{v} ; (3) 运动过程中力 \vec{F} 产生冲量 \vec{I} 。

解: (1) $A = \int_0^1 F dx = \int_0^1 (2+6x^2) dx = 4 \text{ J}$

(2) 初动能为 0 , 根据动能定理, $A = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2A}{m}} = 2 \text{ m/s} \rightarrow \vec{v} = 2\vec{i} \text{ m/s}$

(3) 初动量为 0 , 根据动量定理, $\vec{I} = m\vec{v} = 4\vec{i} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

五、(10分) 如图所示, 质量为 m 、长为 l 的均匀细棒, 在竖直平面内绕 O 点自由转动, 转轴 O 与 A 端的距离为 $2l/3$. 开始时, 细棒静止, 并与水平成 30° 角, 重力加速度为 g . 试求: (1) 细棒相对于 O 轴的转动惯量 J ; (2) 细棒转到水平位置时的角加速度 α 和角速度 ω ; (3) 细棒水平时受 O 轴支持力 F 在竖直方向的分量 F_y .



第五题图

解: (1) $J = \frac{1}{3}m_1l_1^2 + \frac{1}{3}m_2l_2^2 = \frac{1}{3}(\frac{2}{3}m)(\frac{2}{3}l)^2 + \frac{1}{3}(\frac{1}{3}m)(\frac{1}{3}l)^2 = \frac{ml^2}{9}$

(2) 重力的力矩 M : $M = mg \frac{l}{6}$, 根据定轴转动定律, $\alpha = \frac{M}{J} = \frac{3g}{2l}$

细棒转动到水平位置的动能为: $E_k = mg \frac{l}{12} = \frac{1}{2} J \omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{2l}}$

(3) 在竖直方向应用质心运动定理, $F_y + mg = ma_t = m \frac{l}{6} \frac{3g}{2l} \rightarrow F_y = -\frac{3}{4} mg$

六、(10 分) 一物体沿 x 轴作简谐振动, 振幅 $A=0.12\text{m}$, 周期 $T=2\text{s}$, 当 $t=0$ 时, 物体的位移 $x = 0.06 \text{ m}$, 且向 x 轴正方向运动。求: (1) 求此简谐振动的初相 φ_0 ($\varphi_0 \in [-\pi, \pi]$), 并写出振动方程 $x(t)$ (以余弦函数表示); (2) $t=T/4$ 时物体的位置、速度和加速度; (3) 求物体从 $t=0$ 到第一次回到平衡位置所需的时间。

解: (1) 初相 $\varphi_0 = -\frac{\pi}{3}$; $x = 0.12 \cos(\pi t - \frac{\pi}{3})$ (SI)

(2) $v = \frac{dx}{dt} = -0.12\pi \sin(\pi t - \frac{\pi}{3})$ (SI) $a = \frac{dv}{dt} = -0.12\pi^2 \cos(\pi t - \frac{\pi}{3})$ (SI)

$t=T/4$ 时, $x = 0.06\sqrt{3} = 0.104\text{m}$; $v = -0.06\pi = -0.18\text{m/s}$;

$a = -0.06\sqrt{3}\pi^2 = -1.03\text{m/s}^2$

(3) $\Delta t = \frac{\pi/3 + \pi/2}{2\pi} \cdot T = 0.83 \text{ s}$

七、(10 分) 有一在绳上传播的入射波, 其方程为 $y_1 = A \cos(\omega t + 2\pi \frac{x}{\lambda})$, 入射波在绳端 ($x=0$) 反射, 反射端为固定端, 设反射波不衰减, 试求: (1) 入射波及反射波在 $x=0$ 引起的振动方程; (2) 反射波的波动方程; (3) 合成的驻波方程, 并求驻波波节、波腹的位置。(已知 $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$)

解: (1) 入射波在 $x=0$ 处引起的振动为: $y = A \cos \omega t$;

反射端有半波损失, 反射波振动方程: $y = A \cos(\omega t + \pi)$;

(2) 反射波波动方程: $y_2 = A \cos(\omega t - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \pi)$

(3) 驻波方程: $y = y_1 + y_2 = 2A \sin(2\pi \frac{x}{\lambda}) \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

波腹: 令 $\left| \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right| = 1$, $\rightarrow x = \frac{(2k+1)\lambda}{4}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)

波节: 令 $\left| \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right| = 0$, $\rightarrow x = \frac{k\lambda}{2}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)

八、(10 分) 在地面上有一长 $l_0=100\text{ m}$ 的跑道，运动员从起点跑到终点，用时 10 s ，现从以 $0.8c$ (c 为光速) 速度沿跑道向前飞行的飞船 S' 系中观察，求：(1) 跑道的长度 l ；(2) 运动员跑过的距离 $\Delta x'$ 和所用的时间 $\Delta t'$ ；(3) 运动员的平均速度 v' 。(注意运动员从起点跑到终点既非同时性亦非同地性事件；已知洛仑兹变换公式

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, \quad t' = \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, \quad c \text{ 取 } 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

解：(1) $L=100\text{ m}$ 为原长，根据长度收缩公式，

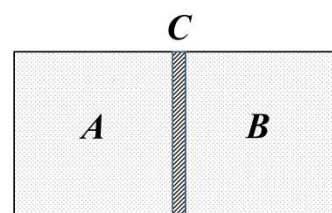
$$l = l_0 \sqrt{1 - (v/c)^2} = 100 \times \sqrt{1 - (0.8c/c)^2} = 60\text{ m}$$

$$(2) \Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{100 - 0.8c \times 10}{\sqrt{1 - (0.8c/c)^2}} = -4.0 \times 10^9 \text{ m}$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - (v/c^2)\Delta x}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{10 - 0.8c/c^2 \times 100}{\sqrt{1 - (0.8c/c)^2}} = 16.6\text{ s}$$

$$(3) v' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{-4.0 \times 10^9}{16.6} = -2.4 \times 10^8 \text{ m/s}$$

九、(10 分) 如图，一容器体积为 $2V_0$ ，由绝热板 C (体积忽略不计) 将其隔成相等的两部分 A 和 B 。设 A 内贮有 1 mol 的单原子气体， B 内贮有 2 mol 的刚性双原子气体， A 、 B 两部分的压强均为 P_0 ，若将两种气体都视为理想气体，试求：(1) A 、 B 两种气体的自由度 i_A 、 i_B ；(2) A 、 B 内气体的内能 E_A 、 E_B ；(3) 现抽去绝热板，求两种气体混合后达到平衡态时的热力学温度 T 和压强 P 。



第 9 题图

解：(1) $i_A=3$ ； $i_B=5$

$$(2) E_A = \nu_A \frac{i_A}{2} RT_A = \frac{i_A}{2} PV = \frac{3}{2} P_0 V_0; \quad E_B = \nu_B \frac{i_B}{2} RT_B = \frac{i_B}{2} PV = \frac{5}{2} P_0 V_0$$

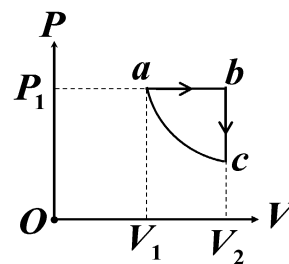
$$(3) \text{混合后内能不变，有：} \nu_A \frac{i_A}{2} RT + \nu_B \frac{i_B}{2} RT = \frac{3}{2} P_0 V_0 + \frac{5}{2} P_0 V_0$$

$$\frac{3}{2} RT + 2 \cdot \frac{5}{2} RT = 4P_0 V_0 \rightarrow T = \frac{4P_0 V_0}{\frac{3}{2}R + 5R} = \frac{8P_0 V_0}{13R}$$

根据理想气体状态方程，

$$PV = \nu RT \rightarrow P = \frac{\nu RT}{V} = \frac{(1+2)R(8P_0 V_0)/13R}{2V_0} = \frac{12P_0}{13}$$

十、(10 分) 有 25 mol 单原子气体作如图所示循环。其中 ab 为等压过程，bc 为等体过程，ca 为等温过程，且 $P_1 = 4.155 \times 10^5 \text{ Pa}$ ， $V_1 = 0.02 \text{ m}^3$ ， $V_2 = 0.04 \text{ m}^3$ ，已知 $R = 8.31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ 。取 $\ln 2 = 0.69$ 。试求：



第 10 题图

(1) 写出该分子气体的自由度 i ，定体摩尔热容 C_V 与定压摩尔热容 C_P ；

(2) 求状态 a、b、c 的热力学温度 T_a 、 T_b 、 T_c ；

(3) 判断过程 ab、bc、ca 的吸放热情况，并求其具体值；

(4) 求该循环的效率。

解：(1) $i = 3$ ； $C_V = \frac{3}{2}R$ ； $C_P = \frac{5}{2}R$

(2) 对 a 点， $T_a = \frac{P_1 V_1}{\nu R} = \frac{4.155 \times 10^5 \times 0.02}{25 \times 8.31} = 40 \text{ K}$ ，同理， $T_b = 80 \text{ K}$

$$T_a = T_c = 40 \text{ K}$$

(3) ab 为等压过程，吸热， $Q_{ab} = \nu C_P \Delta T = 25 \times \frac{5}{2} R \times 40 = 2.08 \times 10^4 \text{ J}$

bc 为等体过程，放热， $Q_{bc} = \nu C_V \Delta T = 25 \times \frac{3}{2} R \times (-40) = -1.25 \times 10^4 \text{ J}$

ca 为等温过程，放热， $Q_{ca} = \nu R T \ln \frac{1}{2} = 25 \times R \times 40 \times 0.69 = -5.73 \times 10^3 \text{ J}$

(4) $\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{1.25 \times 10^4 + 5.73 \times 10^3}{2.08 \times 10^4} = 12.36\%$