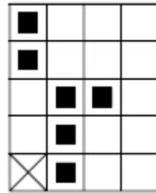


# Matematická morfológia

„Morfológia je štúdium veľkosti, tvaru a vnútornej štruktúry objektu“

- Študuje množstvo pixelov na obraze
- Na obraz sa dá pozrieť ako množina bodov, kde bod predstavuje polohu v obraze

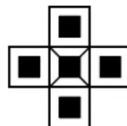
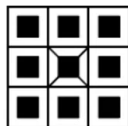


$$X = \{(1,0), (1,1), (1,2), (2,2), (0,3), (0,4)\}$$

- Možnosti:
  - o binárna matematická morfológia – množina dvojíc celých čísel ( $\mathbb{Z}^2$ )
  - o šedotónová matematická morfológia – trojica ( $\mathbb{Z}^3$ )
    - Ďalšie informácie uložené k bodom, napr. intenzita bodov

## Štruktúrny element

- Niečo ako jadro pri konvolúcií
- Je dôležitá informácia o počiatku, voči ktorej sú jednotlivé body v relácií



- Aplikácia prebieha rovnako ako konvolučným jadrom, posúvanie štruktúrneho elementu po obraze

## Binárna morfológia

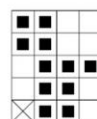
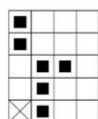
### Binárna dilatácia

- Sčíta dve bodové množiny

$$X \oplus B = \{p \in \mathbb{E}^2 : p = x + b, x \in X \text{ and } b \in B\}$$

- Je možné vyjadriť ako zjednotenie posunutých obrazov X:

$$X \oplus B = \bigcup_{b \in B} X_b.$$



$$X = \{(1,0), (1,1), (1,2), (2,2), (0,3), (0,4)\}$$

$$B = \{(0,0), (1,0)\}$$

$$X \oplus B = \{(1,0), (2,0), (1,1), (2,1), (1,2), (2,2), \dots\}$$

- Zaplenie malých dier a úzkých zálivov v objektoch
- Dochádza k zväčšeniu objektu
  - o Zamezdiť to je možné aplikáciou dilátácie s eróziou

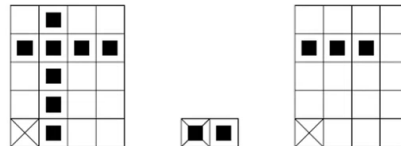
## Binárna erózia

- Duálná morfológická operácia k dilatácii

$$X \ominus B = \{p \in \mathbb{E}^2 : p + b \in X \text{ pro každé } b \in B\}$$

- Pre každý bod obrazu sa overuje, či pre všetky možné  $p + b$  leží výsledok v  $X$
- Eróziu je možné vyjadriť ako prienik všetkých posunov obrazu  $X$  o vektor  $-b$ :

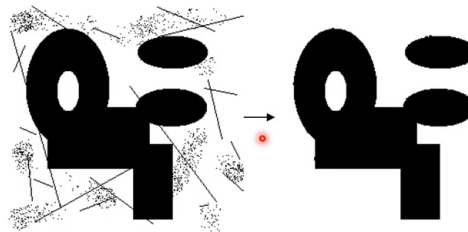
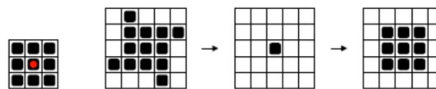
$$X \ominus B = \bigcap_{b \in B} X_{-b}.$$



## Binárne otvorenie

- Erózia nasledovaná dilatáciou

$$(X \ominus B) \oplus B$$

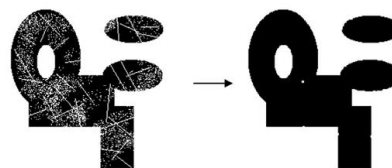
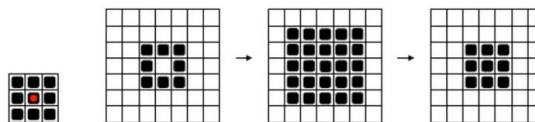


- Odstránenie šumu, najprv sa vykoná erózia a vráti sa späť dilatáciou

## Binárne uzavrenie

- Dilatácia nasledovaná eróziou

$$= (X \oplus B) \ominus B$$



- Vyplnenie dier objektu dilatáciou a vrátenie veľkosti objektu eróziou
- Po jednom otvorení/uzavrení objektu je už množina otvorená/uzavrená
  - o ďalšia aplikácia transformácie už nič nezmení

## Šedotónová morfológia

## Šedotónová dilatácia

- Maximalizácia hodnôt pixelov zasiahnutým štruktúrnym elementom

или.

$$\max_{b \in B} f(x + b)$$



## Šedotónová erózia

- Minimalizácia hodnôt pixelov zasiahnutých štruktúrnym elementom

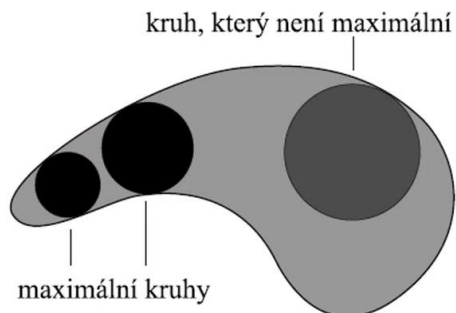
или.

$$\min_{b \in B} f(x + b)$$



## Kostra objektu

- Kruh musí byť maximálny
- Výpočet podľa definície kruhu je výpočetne náročná



## Skeletonizácia oblastí

- Vpisovanie kruhov – výpočetne náročná, nepoužíva sa
- Sekvenčné ztenšenie – aplikácia erózie až do doby kým by bola porušená nejaká kontinuita objektu
  - o nutné zvoliť vhodný štruktúrny element

- Vzdialenostná transformácia – transformácia priradzuje každému bodu v obraze jeho vzdialenosť k najbližšej hranici medzi pozadím a popredím, alebo objektom a pozadím
  - o minimálna vzdialenosť k hranici
  - o je možná extrakcia kostry



- o metóda je dvojpriechodová, vysvetlenie v 1D
  - Označím si hraničné body a nastavím im vzdialenosti nulové (predstavujú hranicu medzi objektom a pozadím), bodom objektu sú priradené nekonečné hodnoty
  - Najprv prechádza doľava potom doprava a vyberám medzi susedom a mnou minimum + 1

$\infty$	0	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$
----------	---	----------	---	----------	----------	----------	---	----------

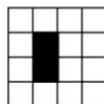
$\infty$	0	1	0	1	2	3	0	1
----------	---	---	---	---	---	---	---	---

1	0	1	0	1	2	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

- o v 2D to isté ale štruktúrny element vyzerá nasledovne:
  - 0 nepočítam, 1 počítam, s aktuálny element
  - 0 aj 1 beriem do úvahy

0	1
1	s

s	1
1	0



$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$\infty$	0	$\infty$	$\infty$
$\infty$	0	$\infty$	$\infty$
$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$\infty$	0	1	$\infty$
$\infty$	0	$\infty$	$\infty$
$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$\infty$	0	1	2
$\infty$	0	1	2
$\infty$	1	2	3

2	1	2	3
1	0	1	2
1	0	1	2
2	1	2	3