

# 一种基于最优状态点的无人车路径跟踪横向控制方法

王炳琪<sup>1</sup> 杨明<sup>2,3</sup> 王春香<sup>2,3</sup> 王冰<sup>2,3</sup>

**摘要** 对于小区、施工导流路段等狭窄区域, 很难保证大中型车辆安全地通过. 针对这类情况, 本文研究了整个车体的路径跟踪横向控制问题, 提出了车辆最优状态点和最优参考状态的概念. 为了求解最优状态点, 本文构造了车辆参考状态所对应的整体偏差这一目标函数, 基于车辆运动学模型, 依据最优状态点处车辆与参考轨迹的偏差设计了横向控制器, 并利用 Lyapunov 方法证明了该控制系统的稳定性. 与车体特定位置的横向偏差相比, 整体偏差更为显著地反映了整个车体的跟踪性能. 最后, 在具有代表性的狭窄区域场景和普通城区道路场景分别进行了仿真实验, 结果表明该方法能够有效提高车辆低速行驶时的整体跟踪精度, 不仅可以保证车辆安全裕度较大地通过狭窄区域, 而且也提升了车辆在城区交通场景驾驶的安全性.

**关键词** 狭窄区域, 整体偏差, 最优状态点, 最优参考状态, 横向控制

**引用格式** 王炳琪, 杨明, 王春香, 王冰. 一种基于最优状态点的无人车路径跟踪横向控制方法. 自动化学报, 2019, 45(10): 1883–1892

**DOI** 10.16383/j.aas.c170531

## Path Tracking Lateral Control of Self-driving Vehicles Based on the Optimal State Point

WANG Bing-Qi<sup>1</sup> YANG Ming<sup>2,3</sup> WANG Chun-Xiang<sup>2,3</sup> WANG Bing<sup>2,3</sup>

**Abstract** It is difficult for medium and large vehicles to pass through the narrow area, such as the road of the residential area and the construction diversion. In this paper, the path tracking lateral control problem of the whole vehicle for the above mentioned case is investigated. The optimal state point and the reference state of the vehicle are proposed. In order to select this point, this paper constructs the overall deviation function of the vehicle reference state. In addition, based on the kinematic model, a lateral controller is designed by the deviation from the vehicle to the reference path at this state point. The Lyapunov method is applied to prove the stability of the control system. Compared to the lateral deviation from a particular position, the overall deviation reflects the tracking performance of the whole vehicle more significantly. Finally, simulation results in the typical narrow area and on the urban road are presented to illustrate the higher overall precision of the proposed method for path tracking at low speed. It not only can ensure the vehicle to pass the narrow area with large margin, but also can improve driving safety on the urban road.

**Key words** Narrow area, overall deviation, optimal state point, optimal reference state, lateral control

**Citation** Wang Bing-Qi, Yang Ming, Wang Chun-Xiang, Wang Bing. Path tracking lateral control of self-driving vehicles based on the optimal state point. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(10): 1883–1892

近年来, 无人驾驶技术越来越成熟, 路径跟踪横向控制作为无人驾驶的关键技术之一, 吸引了众多国内外专家学者的关注. 然而目前有关无人车路径跟踪的横向控制研究主要集中在高速公路或城区交

通场景, 而针对大中型车辆低速行驶在小区、施工导流路段等场景研究较少, 这类场景空间狭窄、局部路径曲率较大 (以下简称狭窄区域), 大中型车辆很难安全裕度较大地通过.

目前国内外关于路径跟踪的研究可分为无车辆模型和有车辆模型这两类. 预瞄 PID 法<sup>[1–2]</sup> 是常用的无车辆模型方法, 这种方法最大优点是当预瞄距离足够大时, 车辆稳定性可以保证, 但当预瞄距离较大、路径曲率较大时, 跟踪精度较低. 有车辆模型的方法可以分为基于车辆动力学模型和基于车辆运动学模型这两类, 车辆的横向动力学主要是在运动学基础上考虑了车辆运动时轮胎变形所产生的侧向力, Rajamani 认为车辆在低速行驶时, 轮胎侧向力非常小, 做出轮胎侧偏角为零的假设<sup>[3]</sup>, 即可忽略轮胎侧向力. 文献 [4] 验证了当车辆前轮速度为 9 m/s

收稿日期 2017-09-20 录用日期 2018-04-16  
Manuscript received September 20, 2017; accepted April 16, 2018

国家自然科学基金 (U1764264) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (U1764264)

本文责任编辑 魏庆来  
Recommended by Associate Editor WEI Qing-Lai  
1. 上海交通大学机器人所 上海 200240 2. 上海交通大学自动化系 上海 200240 3. 系统控制与信息处理教育部重点实验室 上海 200240

1. Research Institute of Robotics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240 2. Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240 3. Key Laboratory of System Control and Information Processing Ministry of Education, Shanghai 200240

时, 车辆运动学控制器和车辆动力学-运动学级联控制器在路径跟踪上的表现非常接近, 因此可以认为车辆低速行驶时运动学模型足够适用. 基于车辆运动学模型的方法主要有纯跟踪法<sup>[5-7]</sup>、基于前轮位置反馈(前轮控制)的方法<sup>[8-9]</sup>、基于后轮位置反馈(后轮控制)的方法<sup>[10-11]</sup>以及基于运动学的模型预测控制法<sup>[4, 12]</sup>. 纯跟踪法在保证车辆稳定性的前提下控制精度较低, 前轮控制和后轮控制各自只考虑了车辆前轮、后轮位置处的偏差, 模型预测控制只考虑了重心以及重心处在预测时域内的偏差. 这些方法只能保证车辆在某一位置具有很高的控制精度, 而没有考虑车身整体的跟踪精度, 因而难以保证整个车体安全裕度较大的通过狭窄区域.

针对这类情况, 本文研究了整个车体的路径跟踪横向控制问题. 其主要创新点包括: 1) 提出了车辆最优状态点和车辆最优参考状态的概念; 2) 为了求解车辆最优状态点, 构造了车辆参考状态所对应的整体偏差这一目标函数; 3) 基于车辆运动学模型, 依据最优状态点处车辆的横向偏差和航向偏差设计了横向反馈控制器.

## 1 问题描述

在狭窄区域中, 车辆的可行路径十分有限, 使得整个车体尽可能沿着参考路径这一条轨迹行驶, 可以保证车辆安全裕度较大地通过狭窄区域, 因此只考虑车辆特定位置处的跟踪精度是不够的. 如图1所示, 道路中间为路点拟合的参考路径曲线. 考虑了车辆前轮位置处和车辆后轮位置处偏差的方法, 当狭窄区域路径曲率过大时, 容易发生图1(a)和图1(b)中所示的碰撞. 图1(c)考虑车辆与预瞄点处偏差, 这样车辆会切弯而与拐角内侧发生碰撞. 图1(d)则考虑了车辆重心处的偏差, 这种情况车辆虽然可以通过狭窄区域, 但安全裕度较小, 碰撞风险较大, 如图1(d)中圆圈标注处.

鉴于狭窄区域需要考虑到车辆的整体偏差, 本文提出了车辆最优状态点这个概念, 然后再根据该点与参考路径的偏差设计了反馈控制率, 该方法提高了车辆低速行驶时的整体跟踪精度, 可以有效提高车辆通过狭窄区域的安全裕度.

## 2 车辆最优状态点的选取

### 2.1 优化问题

为方便建立控制模型, 将车辆简化为自行车模型, 即分别将两个前轮、两个后轮合并为一个两轮模型, 并且假设车辆平行于地面运动. 该模型上前轮到后轮间的点定义为车辆状态点. 参考路径上的点称为参考路径点. 过车辆状态点沿垂直车体朝向作垂

线, 其与参考路径曲线的交点称为该车辆状态点对应的参考状态点. 当车辆状态点与对应的参考状态点重合, 且车辆航向角与对应的参考状态点处参考路径的航向角重合时, 车辆的状态称为车辆参考状态, 如图2所示的车辆状态. 图中 $o_t$ 为任意选取的车辆状态点的参考状态点,  $x_t o_t y_t$ 为基于参考状态点建立的车辆坐标系, 其横坐标轴代表车辆参考状态的朝向, 纵坐标轴垂直于车辆参考状态的朝向. 在车头到车尾的范围内, 参考路径曲线沿垂直车体方向与车辆坐标系的 $x_t$ 轴围成的面积称为车辆整体偏差.

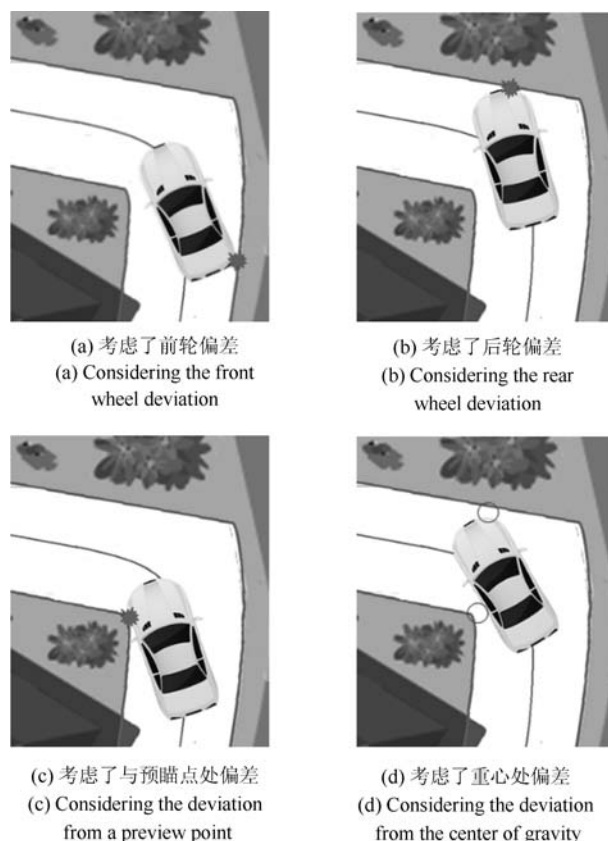


图1 狭窄区域车辆行驶示意图

Fig. 1 Vehicle driving illustration in a narrow area

显然, 不同的车辆状态点对应了不同的车辆参考状态, 不同的车辆参考状态所对应的整体偏差也不同, 即车辆参考状态对应的整体偏差是一个与车辆状态点在车体所处位置有关的函数. 因此寻找一个车辆状态点使得车辆参考状态所对应的整体偏差最小就可以表示为如下的优化问题, 而该车辆状态点便称为车辆的最优状态点, 该点对应的车辆参考状态称为最优参考状态.

$$\begin{aligned} \min_{a_r} f(a_r) &= \int_{-a_r}^{L-a_r} |g_t(x_t)| dx_t \\ \text{s. t.} \quad &0 \leq a_r \leq L \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $a_r$  为车辆状态点与车辆后轴中心的距离, 即为该优化问题的可行解,  $g_t(x_t)$  为  $x_t o_t y_t$  坐标系下参考路径的曲线表达式,  $L$  为车辆前后轴距,  $f(a_r)$  代表车辆参考状态对应的整体偏差, 即为图 2 中的灰色阴影部分的面积.

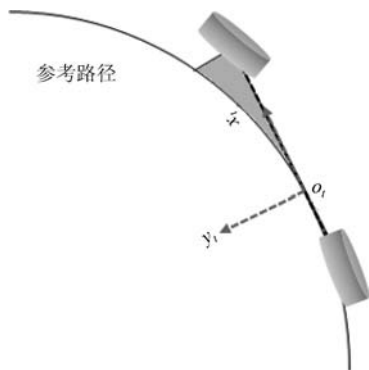


图 2 车辆参考状态示意图  
Fig. 2 The reference state of the vehicle

## 2.2 状态转移

为了求解上述优化问题, 需要建立起  $x_t o_t y_t$  坐标系与车辆当前状态下的车辆坐标系之间的关系, 如图 3 所示.

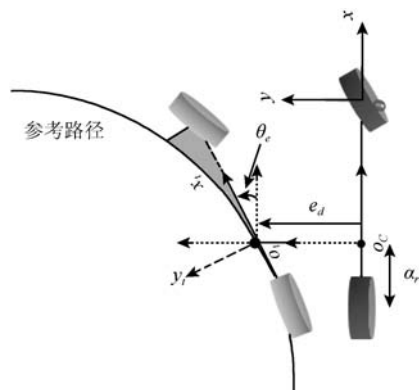


图 3 车辆当前状态到参考状态的转移图  
Fig. 3 The transfer from the current state to the reference state

车辆当前状态位于图 3 右侧, 由黑色表示, 车辆参考状态位于图 3 左侧, 表示为灰色,  $xoy$  是基于车辆当前状态下前轴中心建立的坐标系,  $o_c$  为车辆状态点的当前位置,  $g(x)$  为该坐标系下参考路径曲线表达式,  $e_d$  为  $o_c$  与参考路径的横向偏差<sup>[3]</sup>, 垂直于车体朝向, 参考状态点在  $o_c$  左侧时  $e_d$  为正,  $\theta_e$  为  $o_c$  与参考路径的航向偏差, 逆时针为正. 显然

$$\begin{aligned} e_d &= g(a_r - 1) \\ \theta_e &= \arctan(g'(a_r - L)) \end{aligned} \quad (2)$$

从图 3 可以看出,  $xoy$  坐标系通过两次平移加一次旋转便可以转换到参考坐标系  $x_t o_t y_t$ . 即

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_e & \sin \theta_e \\ -\sin \theta_e & \cos \theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - a_r + L \\ y - g(a_r - L) \end{bmatrix} \quad (3)$$

根据式 (1)~(3) 可得目标函数在  $xoy$  坐标系下的表达形式

$$f(a_r) = \int_{-a_r \cos \theta_e - L + a_r}^{(L - a_r) \cos \theta_e - L + a_r} |(g(x) - g(a_r - L)) \cos \theta_e - (x - a_r + L) \sin \theta_e| (g'(x) \sin \theta_e + \cos \theta_e) dx \quad (4)$$

在狭窄区域中, 可以认为车辆始终处于参考状态附近, 为方便计算, 在车辆参考状态点附近作如下近似

$$\begin{aligned} \sin \theta_e &\approx \theta_e \\ \cos \theta_e &\approx 1 \\ \theta_e &\approx g'(a_r - L) \end{aligned}$$

这样式 (4) 可简化为

$$f(a_r) = \int_{-L}^0 |(g(x) - g(a_r - L) - (x - a_r + L)g'(a_r - L)) \cdot (g'(x)g'(a_r - L) + 1)| dx \quad (5)$$

由上述分析可知  $|g'(a_r - L)|$  非常小, 在参考路径满足车辆模型约束的条件下, 易知  $|g'(x)|$  在  $(-L, 0)$  范围内也很小, 因而可以认为式 (5) 中被积函数  $(g'(x)g'(a_r - L) + 1)$  这一项在积分区间内为正. 被积函数前一项通过求函数零点, 将积分区间划分成若干小区间, 根据函数在小区间的正负就可以去掉被积函数绝对值.

令  $f'(a_r) = 0$ , 通过比较极值点与端点处函数值大小便可求得该优化问题的最优解  $a_r^*$ , 从而得到车辆最优状态点在车体上所处的位置.

## 3 控制器设计

狭窄区域车辆行驶速度较低, 根据文献 [3-4] 可知车辆运动学模型已足够适用. 本文主要研究路径跟踪中的横向控制问题, 假定车辆纵向速度恒定.

### 3.1 基于最优状态点的横向偏差模型

在车辆最优状态点处建立起的偏差模型如图 4 所示. 其中  $V_f$ 、 $V_r$ 、 $V_c$  分别表示车辆前轮速度、后轮速度以及最优状态点处的速度,  $v_x$ 、 $v_y$  分别为  $V_c$  沿车体方向和垂直于车体方向的分量, 易得  $v_x = V_r$ , 本文认为车辆向行驶, 即  $v_x$  为正,  $ICR$  为车辆瞬

时转动中心,  $R_r$  为车辆后轮转弯半径. 由图 4 可知车辆在  $o_c$  处横向偏差状态方程为

$$\dot{e} = v_x \tan \theta_e - v_y \quad (6)$$

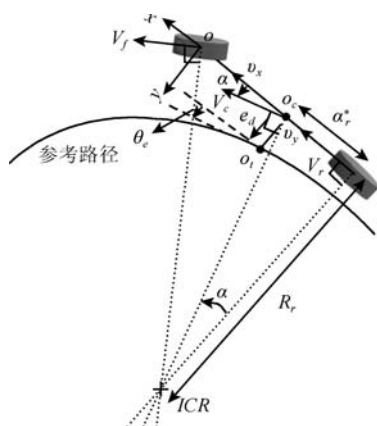


图 4 车辆坐标系下的车辆运动学模型

Fig. 4 Kinematic model in vehicle coordinates

根据图 4 中几何关系易得  $v_y/v_x = a_r/R_r$ , 将其代入式 (6) 则有如下结果:

$$\dot{e} = v_x \tan \theta_e - \frac{v_x a_r^*}{R_r} = v_x \tan \theta_e - w a_r^* \quad (7)$$

其中,  $w$  为车辆偏航角速度.

### 3.2 转向控制率设计

横向控制系统设计的目标是使得横向偏差  $e_d$  和航向偏差  $\theta_e$  收敛到零. 由于车速较低, 假定参考状态点在系统的一个采样周期内是不变的, 这样参考点处的航向在一个采样周期是恒定的, 则有  $\dot{\theta}_e = -w$ , 本文参考文献 [11] 中的思想, 设计了航向偏差反馈模型如下

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_e = & -k_1 \frac{v_x \tan \theta_e}{L} - k_2 \left( \frac{1}{k_1} - \frac{a_r^*}{L} \right) v_x \frac{\tan \theta_e}{\theta_e} e \\ & 0 < k_1 < 1 \\ & k_2 > 0 \end{aligned} \quad (8)$$

构造 Lyapunov 函数

$$V(e, \theta_e) = \frac{\theta_e^2}{2k_2} + \frac{e^2}{2k_1}$$

易知系统唯一的平衡点为  $(0, 0)$ , 那么车辆沿任意轨迹  $(e(t), \theta_e(t))$  运动时,  $V(e, \theta_e)$  对时间的全导数为

$$\begin{aligned} V(\dot{e}, \dot{\theta}_e) = & \frac{\theta_e \dot{\theta}_e}{k_2} + \frac{e \dot{e}}{k_1} = \\ & -k_2 \left( \frac{1}{k_1} - \frac{a_r^*}{L} \right) a_r^* v_x \frac{\tan \theta_e}{\theta_e} e^2 - \\ & \frac{k_1 v_x \theta_e \tan \theta_e}{k_2 L} \end{aligned} \quad (9)$$

可以看出当  $a_r^*$  不为 0 时,  $\dot{V}(e, \theta_e)$  是负定函数, 当  $a_r^*$  为 0 时,  $\dot{V}(e, \theta_e)$  是半负定函数, 且  $\theta_e$  不恒为零, 则该控制系统在平衡点处是渐近稳定的, 所以  $\theta_e$  和  $e_d$  在平衡点附近收敛. 根据  $\dot{\theta}_e = -w$  可得车辆转角控制律

$$\begin{aligned} \delta = & \arctan \left( k_1 \tan \theta_e + k_2 \left( \frac{L}{k_1} - a_r^* \right) \frac{\tan \theta_e}{\theta_e} e \right) \\ & 0 < k_1 < 1 \\ & k_2 > 0 \end{aligned} \quad (10)$$

## 4 实验结果与分析

### 4.1 仿真平台

本文的仿真环境搭建在 MATLAB/SIMULINK 平台上, 主要分为三个模块: 参考曲线生成模块、路径跟踪模块以及车辆模型模块.

参考曲线生成模块主要是将采集到的 GPS 路点在车前方一定范围内作曲线拟合, 方便进行路径跟踪. 路径跟踪模块是根据车辆位姿与参考路径的偏差生成控制量前轮转角. 车辆模型模块是由车辆转向执行机构和车辆动力学模型组成, 功能是通过输入前轮转角和车速得到车辆的当前位姿.

车辆转向执行机构近似由一阶惯性环节表示<sup>[13-14]</sup>, 车辆模型则是采用了 2 自由度单轨车辆动力学模型<sup>[15]</sup>. 该模型是车辆动力学分析的基础, 需要假定车辆没有纵向加速度并且是处于线性范围内的. 由于本文研究的是车辆在狭窄区域的横向控制问题, 因而已经假定过车辆纵向速度不变, Bundorf 于 1967 年证明了当侧向加速度小于 0.4 g 时车辆可以认为是线性模型<sup>[16]</sup>. 本文实验采集了具有代表性的狭窄区域和城区道路数据, 第一段狭窄道路数据中路径曲率半径最小为 6 m, 车速保持在 10 km/h, 所以最大的期望侧向加速度约为 1.3 m/s<sup>2</sup>, 第二段城区道路数据中路径曲率半径最小为 14 m, 车速保持在 20 km/h, 则最大的期望侧向加速度约为 2.2 m/s<sup>2</sup>, 都远小于 0.4 g, 因而该车辆模型适用于本文仿真, 车辆参数如表 1 所示.

### 4.2 仿真实验

本文实验场景选择具有代表性的单车道宽度狭窄区域和特定城区道路, 其中狭窄区域是由交通锥桶模拟摆成. 实验中参考路径由多项式曲线拟合生成, 控制器参数为  $k_1 = 0.85$ ,  $k_2 = 0.35$ . 将本文方法与基于车辆运动学的模型预测控制、前轮控制、后轮控制、预瞄 PID 以及纯跟踪这几种方法作对比, 并绘制前后轮轨迹图. 如图 5 和图 6 所示, 实线代表后轮轨迹, 虚线代表前轮轨迹. 为统一量纲, 采用

车体平均偏差  $\bar{e}$  代替车辆当前状态所对应的整体偏差  $e_{all}$ , 其中  $\bar{e} = e_{all}/L$ , 并且统计了车辆当前状态从前轮到后轮的最大偏差.

表 1 车辆参数  
Table 1 Vehicle parameters

参数	数值	单位
前轮胎侧偏刚度 ( $C_f$ )	80 000	N/rad
后轮胎侧偏刚度 ( $C_r$ )	80 000	N/rad
车辆质量 ( $m$ )	1 960	kg
偏航转动惯量 ( $I_z$ )	3 580	kg · m <sup>2</sup>
重心与前轴距离 ( $l_f$ )	1.300	m
重心与后轴距离 ( $l_r$ )	1.788	m
最大转角 ( $\delta_{\max}$ )	$\frac{\pi}{6}$	rad

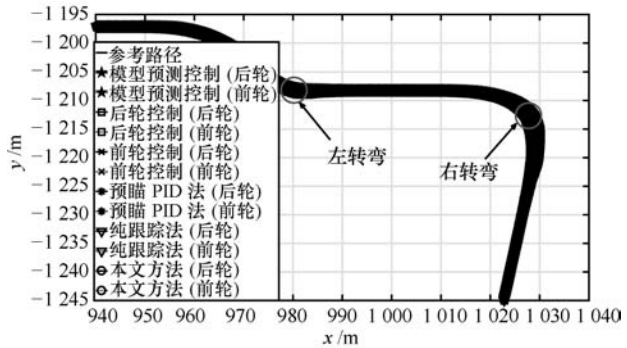


图 5 狭窄区域车辆前后轮行驶轨迹图  
Fig. 5 The front wheel and rear wheel path in a narrow area

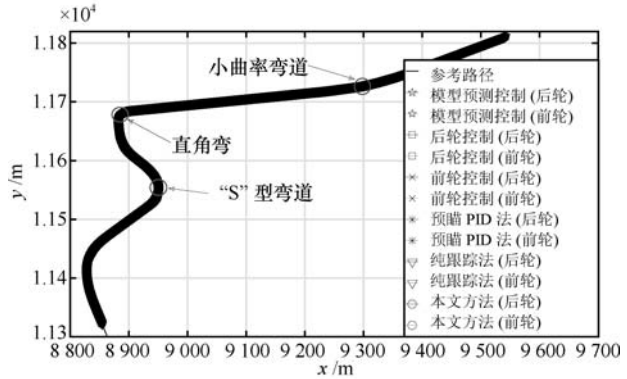
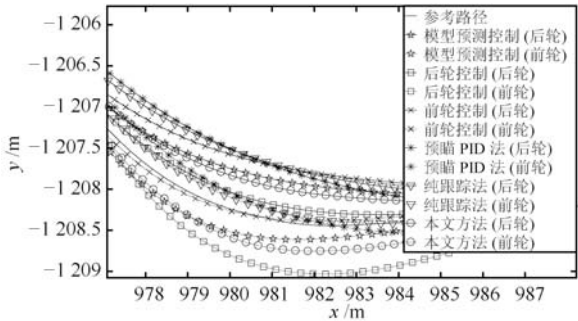


图 6 城区场景车辆前后轮行驶轨迹图  
Fig. 6 The front wheel and rear wheel path on the urban road

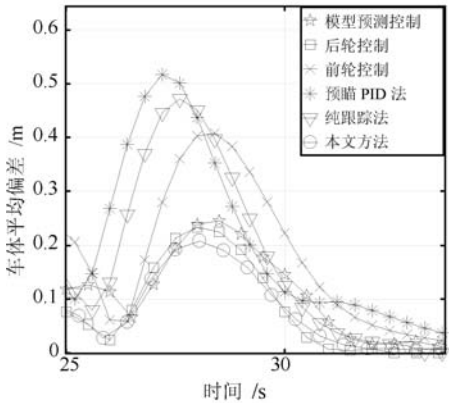
#### 4.2.1 狭窄区域场景

车辆在狭窄区域行驶轨迹如图 5 所示, 从左上角行驶至右下角, 车速为 10 km/h. 方便观察, 取最小曲率半径约为 11 m 左转弯和最小曲率半径约为 6 m 的右转弯处轨迹放大并绘制相应场景中的偏差曲线, 如图 7 和图 8 所示. 表 2 和表 3 显示本文方

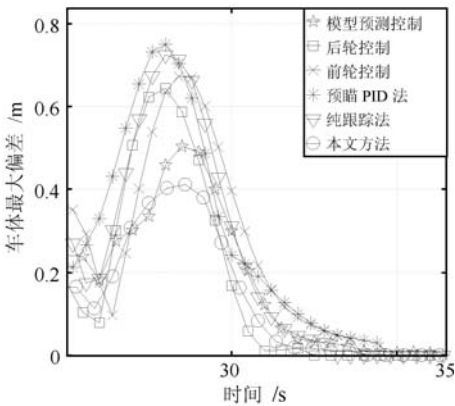
法对应的车体平均偏差和最大偏差均好于其他方法, 并且在车体最大偏差这一指标上的优势更加明显, 这在狭窄区域中更为重要, 因为其可以直接反映车辆通过的安全裕度.



(a) 车辆前后轮轨迹图  
(a) The front wheel and rear wheel path



(b) 车体平均偏差曲线  
(b) The mean deviation of the vehicle body



(c) 车体最大偏差曲线  
(c) The maximum deviation of the vehicle body

图 7 左转弯道场景

Fig. 7 The left corner

由图 7(a) 和图 8(a) 可以看出, 本文方法对应的车辆前后轮轨迹相对最贴合参考路径, 预瞄 PID 法和纯跟踪法在保证车辆稳定性的前提下发生了较大程度的切弯, 因而跟踪精度较低. 前轮控制和后轮



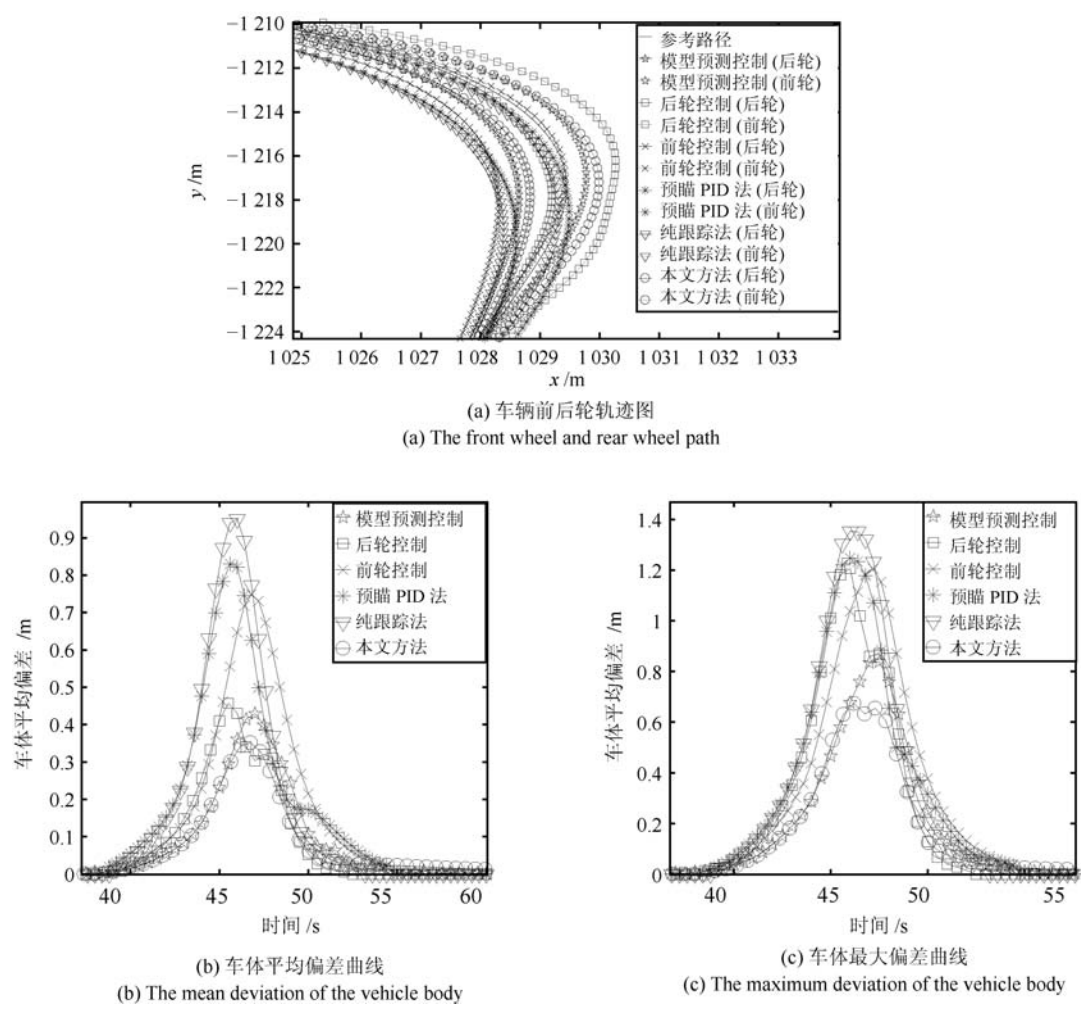


图 8 右转弯场景  
Fig. 8 The right corner

表 2 左转弯场景偏差对比  
Table 2 A comparison of the deviation on the left corner

控制方法	车体平均偏差 (m)	车体最大偏差 (m)
模型预测控制	0.261	0.509
后轮控制	0.234	0.646
前轮控制	0.411	0.673
预瞄 PID 法	0.519	0.752
纯跟踪法	0.471	0.729
本文方法	0.196	0.418

表 3 右转弯场景偏差对比  
Table 3 A comparison of the deviation on the right corner

控制方法	车体平均偏差 (m)	车体最大偏差 (m)
模型预测控制	0.456	0.847
后轮控制	0.461	1.217
前轮控制	0.748	1.207
预瞄 PID 法	0.839	1.252
纯跟踪法	0.952	1.358
本文方法	0.361	0.673

控制在车辆特定位置处跟踪精度较高, 整体跟踪精度较低, 但由于后轮控制考虑了每个采样时刻内参考路径相对车辆的航向变化, 所以车体平均偏差好于前轮控制, 如图 7(b)、图 8(b) 所示. 模型预测控制在预测时域范围内车辆重心的跟踪精度较高, 因其只考虑了预测范围内的偏差, 但并没有将其扩展到车辆整体, 所以整体跟踪能力依然不如本文方法.

4.2.2 城区道路场景

城区道路场景由一段小曲率弯道、最小曲率半径为 14 m 直角弯道和最小曲率半径为 25 m 的 “S” 型弯道组成. 车辆行驶轨迹如图 6 所示, 车速恒定为 20 km/h, 车辆由右上角行驶至左下角.

将图 6 中圆圈标注的 3 个场景车辆轨迹图放大并绘制相应场景中的偏差曲线, 如图 9~11 所示.

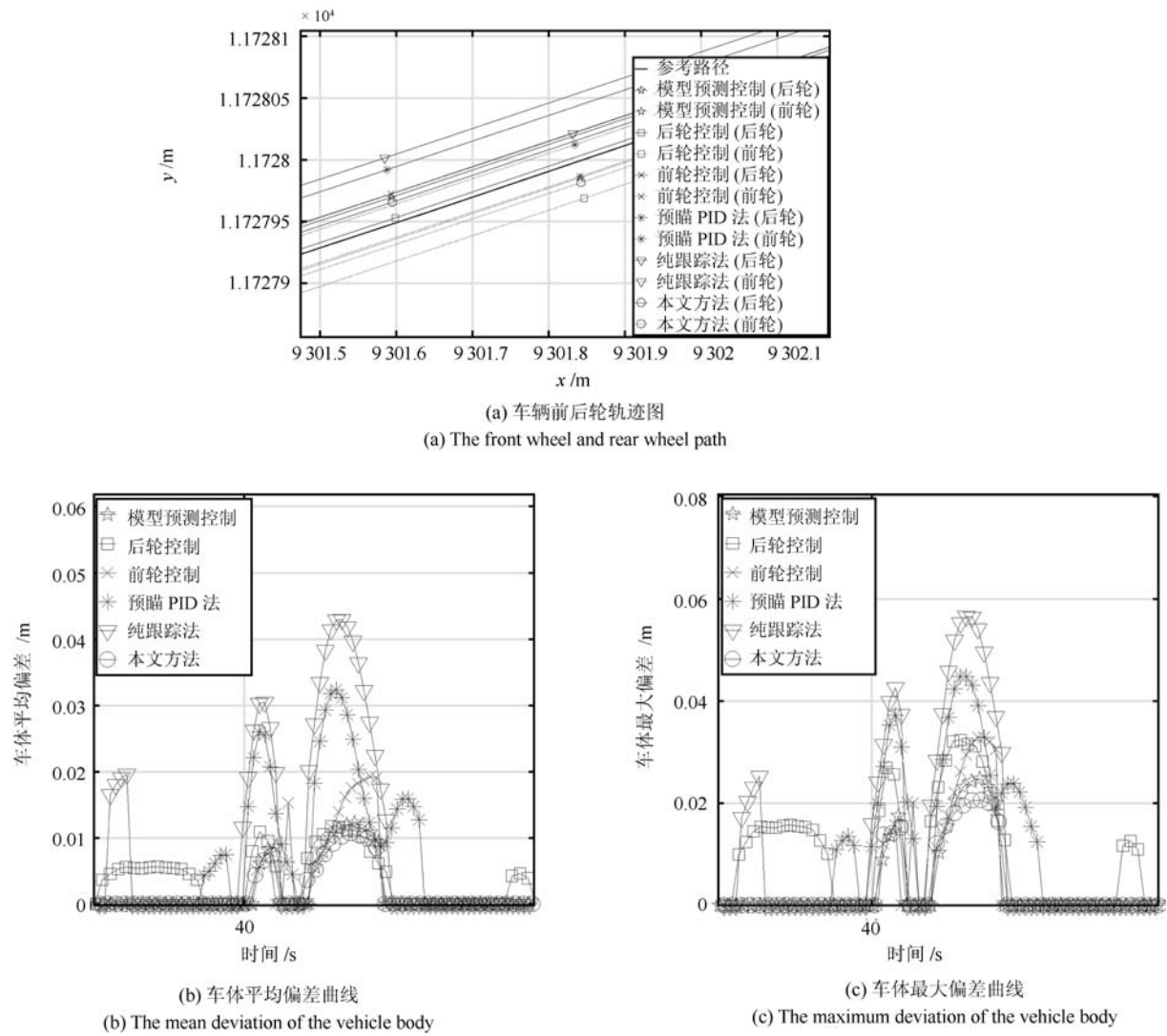
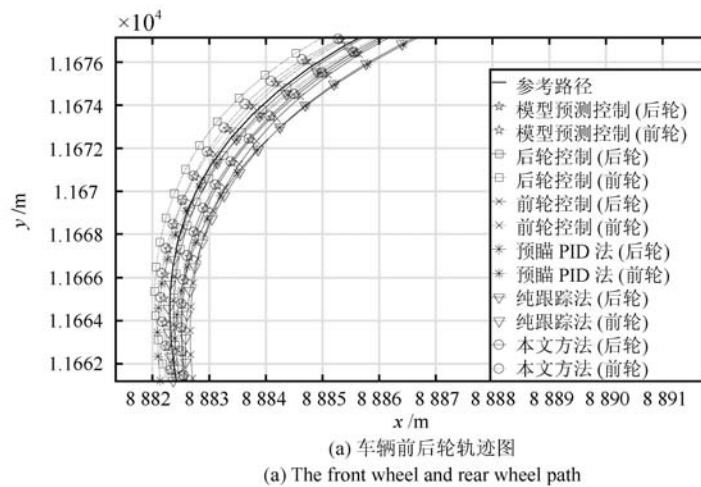


图 9 小曲率弯道场景

Fig. 9 The small curvature road



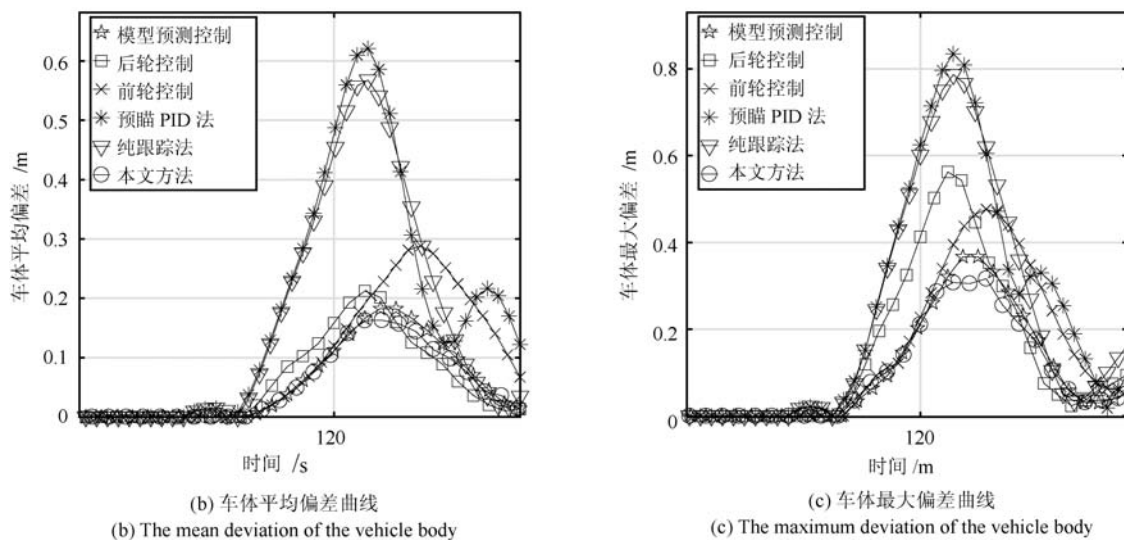
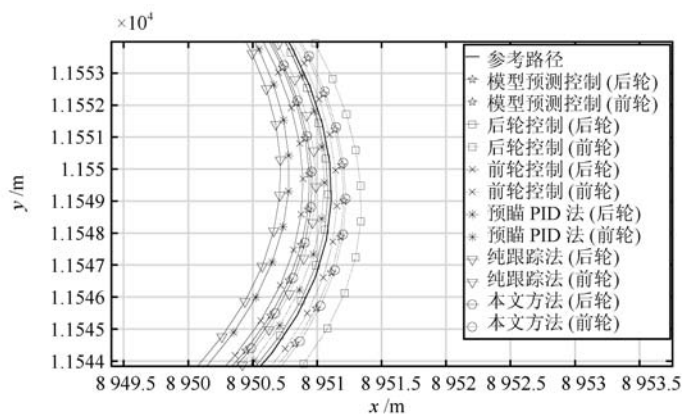


图 10 直角弯道场景

Fig. 10 The right angle road



(a) 车辆前后轮轨迹图

(a) The front wheel and rear wheel path

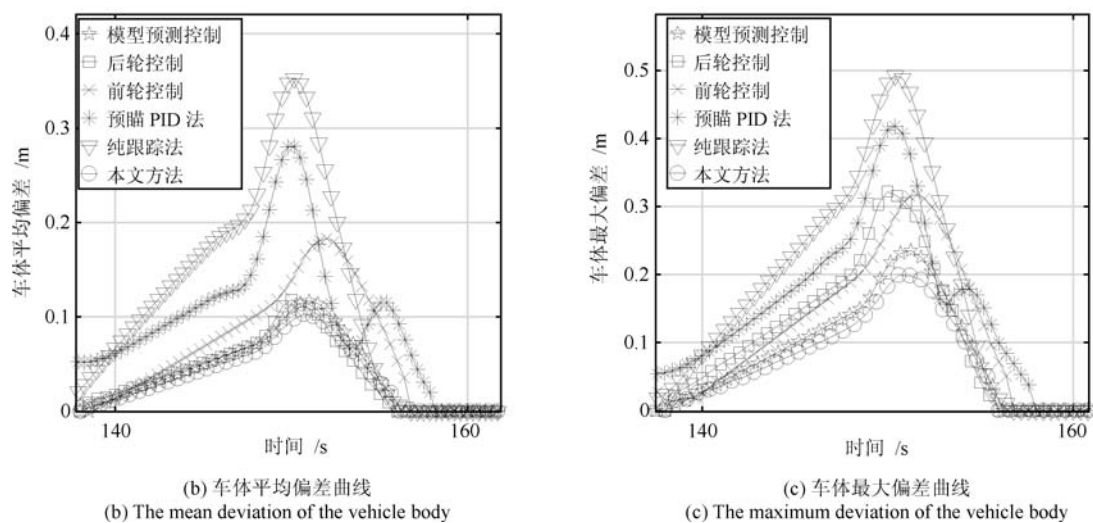


图 11 “S”型弯道场景

Fig. 11 The “S” curved road



统计这些场景中对应的车体平均偏差和车体最大偏差, 如表 4~6 所示.

表 4 小曲率弯道场景偏差对比  
Table 4 A comparison of the deviation on the small curvature road

控制方法	车体平均偏差 (m)	车体最大偏差 (m)
模型预测控制	0.012	0.025
后轮控制	0.012	0.033
前轮控制	0.019	0.033
预瞄 PID 法	0.033	0.045
纯跟踪法	0.043	0.057
本文方法	0.010	0.020

表 5 直角弯道场景偏差对比  
Table 5 A comparison of the deviation on the right angle road

控制方法	车体平均偏差 (m)	车体最大偏差 (m)
模型预测控制	0.185	0.373
后轮控制	0.213	0.567
前轮控制	0.289	0.477
预瞄 PID 法	0.624	0.836
纯跟踪法	0.574	0.786
本文方法	0.166	0.326

表 6 “S”型弯道场景偏差对比  
Table 6 A comparison of the deviation on the “S” curved road

控制方法	车体平均偏差 (m)	车体最大偏差 (m)
模型预测控制	0.117	0.236
后轮控制	0.118	0.322
前轮控制	0.183	0.317
预瞄 PID 法	0.286	0.419
纯跟踪法	0.353	0.492
本文方法	0.103	0.200

据表 4~6 可以看出, 不论是在小曲率弯道、直角弯道还是“S”型弯道, 本文方法对应的车体平均偏差和车体最大偏差均小于其他方法. 从图 9(b)~(c) 和图 11(b)~(c) 中可以看出, 本文方法相对预瞄 PID 法、纯跟踪法、前轮控制以及后轮控制在整体跟踪精度方面优势比较明显, 但相对模型预测控制优势较小, 是因为这两种场景中的路径曲率变化比较平缓, 所以本文所选取的最优状态点会处于车体中心附近, 这与模型预测控制所考虑的偏差位置是接近的, 而随着曲率变化增大, 车辆的最优参考状态变化增大, 其对应的最优状态点位置变化也会增大, 本文方法的优势会逐渐增大, 如图 10 和

表 5 所示. 因此, 本文方法不仅在狭窄区域车辆整体跟踪精度较高, 在城区场景相对其他方法的表现也更好.

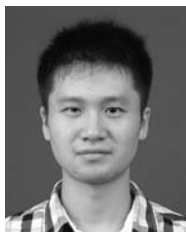
## 5 结论

针对大中型车辆难以安全裕度较大地通过狭窄区域这一问题, 本文提出了一种基于车辆最优状态点的横向控制方法. 首先通过构造车辆参考状态对应的整体偏差这一目标函数. 求解出了车辆最优状态点, 并给出了对应的车辆最优参考状态, 即提供给车辆可以提高整体跟踪精度的最优目标. 接着基于该最优状态点处的偏差, 建立了车辆横向控制模型. 对比实验结果表明, 不论在狭窄区域还是在城区道路场景中, 本文方法都有效地提升了车辆低速行驶时的整体跟踪精度, 可以保证车辆安全裕度较大地通过狭窄区域. 另外, 把车辆纵向速度纳入这类问题考虑范畴将是未来进一步开展的工作.

## References

- 1 Li Qing-Zhong, Gu Wei-Kang, Ye Xiu-Qing, Xiang Zhi-Yu. A study of intelligent preview control method for mobile robot road following. *Robot*, 2002, **24**(3): 252–255 (李庆中, 顾伟康, 叶秀清, 项志宇. 移动机器人路径跟踪的智能预瞄控制方法研究. *机器人*, 2002, **24**(3): 252–255)
- 2 Tan Bao-Cheng, Wang Bin. Path following incremental PID control for unmanned vehicle. *Journal of Xi'an Technological University*, 2016, **36**(12): 996–1001 (谭宝成, 王宾. 无人驾驶车辆路径跟踪的增量式 PID 控制. *西安工业大学学报*, 2016, **36**(12): 996–1001)
- 3 Rajamani R. *Vehicle Dynamics and Control*. US: Springer, 2006.
- 4 Raffo G V, Gomes G K, Normey-Rico J E, Kelber C R, Becker L B. A predictive controller for autonomous vehicle path tracking. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2009, **10**(1): 92–102
- 5 Coulter R C. Implementation of The Pure Pursuit Path Tracking Algorithm, Technical Report CMU-RI-TR-92-01, Robotics Institute, Carnegie Mellon University, USA, 1992
- 6 Wang W J, Hsu T M, Wu T S. The improved pure pursuit algorithm for autonomous driving advanced system. In: *Proceeding of the 2017 IEEE 10th International Workshop on Computational Intelligence and Applications*. Hiroshima, Japan: IEEE, 2017. 33–38
- 7 Samuel M, Hussein M, Mohamad M B. A review of some pure-pursuit based path tracking techniques for control of autonomous vehicle. *International Journal of Computer Applications*, 2016, **135**(1): 35–38
- 8 Paden B, Stork M, Yong S Z, Yershov D, Frazzoli E. A survey of motion planning and control techniques for self-driving urban vehicles. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, 2016, **1**(1): 33–55
- 9 Hoffmann G M, Tomlin C J, Montemerlo M, Thrun S. Autonomous automobile trajectory tracking for off-road driving: controller design, experimental validation and racing. In: *Proceeding of the 2007 American Control Conference*. New York, USA: IEEE, 2007. 2296–2301

- 10 Snider J M. Automatic Steering Methods for Autonomous Automobile Path Tracking, Technical Report CMU-RI-TR-09-08, Robotics Institute, Pittsburgh, USA, 2009
- 11 Samson C. Path following and time-varying feedback stabilization of a wheeled mobile robot. In: Proceeding of the International Conference on Advanced Robotics and Computer Vision, Vol. 13. Singapore: IEEE, 1992. 1–5
- 12 Shen C, Guo H Y, Liu F, Chen H. MPC-based path tracking controller design for autonomous ground vehicles. In: Proceeding of the 36th Chinese Control Conference. Dalian, China: IEEE, 2017. 9584–9589
- 13 Guan Xin, Ji Peng, Zhan Jun. Effects of steering system characteristics parameters on on-center performance. *Automobile Technology*, 2008, **39**(11): 1–4  
(管欣, 姬鹏, 詹军. 转向系统特性参数对中心转向区车辆性能的影响. *汽车技术*, 2008, **39**(11): 1–4)
- 14 Li L, Wang F Y. *Advanced Motion Control and Sensing for Intelligent Vehicles*. New York: Springer Science & Business Media, 2007.
- 15 Enkuer E. Lateral MIMO-Control of A Bus [Ph.D. dissertation], Eindhoven University of Technology, 1998
- 16 Bundorf R T. The influence of vehicle design parameters on characteristic speed and understeer. SAE Technical Paper 670078, 1967



**王炳琪** 上海交通大学机械与动力工程学院硕士研究生. 主要研究方向为自动驾驶车辆方面的路径规划与车辆控制. E-mail: wangbingqi@sjtu.edu.cn  
(**WANG Bing-Qi** Master student at the School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers path tracking and vehicle control of self-driving vehicles.)



**杨明** 上海交通大学自动化系教授. 主要研究方向为智能车辆的定位、感知、导航、控制、自动驾驶、辅助驾驶和协作驾驶. 本文通信作者.

E-mail: MingYang@sjtu.edu.cn

(**YANG Ming** Professor in the Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers positioning, perception, navigation, control related to intelligent vehicles, autonomous driving assisted driving, and cooperative driving. Corresponding author of this paper.)



**王春香** 上海交通大学自动化系副教授. 主要研究方向为移动机器人, 自动驾驶, 高级辅助驾驶.

E-mail: wangcx@sjtu.edu.cn

(**WANG Chun-Xiang** Associate professor in the Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University. Her research interest covers mobile robots, autonomous driving, and assistant driving.)



**王冰** 上海交通大学自动化系高级工程师. 主要研究为自动导向车, 自动导向技术. E-mail: bingwang@sjtu.edu.cn  
(**WANG Bing** Senior engineer in the Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers automatic guided vehicle and automatic guiding technology.)