



厦门大学《概率统计》课程试卷

_____学院_____系_____年级_____专业

主考教师：——— 试卷类型：(A 卷/B 卷)

以下解题过程可能需要用到以下数据：

$$\Phi(1) = 0.8413, \quad \Phi(1.28) = 0.9000, \quad \Phi(1.65) = 0.9500, \quad \Phi(2) = 0.9772, \quad \Phi(2.33) = 0.9900$$

计算（总分 100，要求写出解题步骤）

- （8 分）已知事件 A 与 B 相互独立， $P(A)=0.3$, $P(B)=0.4$ 。求 $P(\overline{A}\overline{B})$ 和 $P(A \cup \overline{B})$ 。
- （10 分）一个坛中有 4 个黑球 2 个白球，先后取球两次。第一次从该坛中任取一只球，察看其颜色后放回，同时放入与之颜色相同的 2 个球，然后第二次再从该坛中任取一只球。
 - 问第二次取出的是白球的概率为多少？
 - 若已知第二次取出的是白球，问第一次所取为白球的概率是多少？
- （10 分）设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} c-x, & 1 < x \leq 2, \\ x, & 0 < x \leq 1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$$

其中 c 为未知常数。

- 求 c 的值。
 - 求 $P(1/2 < X < 3/2)$ 。
- （10 分）设某厂生产的灯泡寿命服从正态分布 $N(1200, 50^2)$ （单位：小时）。
 - 求该厂灯泡寿命超过 1136 小时的概率；
 - 若购买该厂灯泡 5 只，则其中至少 2 只灯泡寿命超过 1136 小时的概率是多少？
- （18 分）设随机变量 X, Y 相互独立同分布，其概率密度函数均为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & 0 < x < 3, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

- 求 (X, Y) 的联合概率密度函数 $f(x, y)$ ；
- 求 $P\{Y \leq X/2\}$ ；
- 求 $Z = \max\{X, Y\}$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$ 。

6. (18 分) 设随机向量 (X, Y) 的概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1. \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

- (1) 分别求关于 X 与 Y 的边缘概率密度;
 (2) 问 X 与 Y 是否相互独立?请说明理由;

(3) 求条件概率密度 $f_{Y|X}(y|\frac{1}{2})$;

(4) 求条件概率 $P(Y > \frac{1}{4} | X = \frac{1}{2})$ 。

7. (10 分) 设离散型随机向量 (X, Y) 的分布律如下:

$\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$	-1	0	1
0	1/9	1/18	0
1	2/9	0	1/18
2	1/3	1/9	1/9

(1) 求 $P(X < Y)$;

(2) 令 $Z = (X - Y)^2$, 求随机变量 Z 的分布律;

8. (8 分) 设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

令 $Y = 1/X$, 求随机变量 Y 的概率密度函数;

9. (8 分) 设随机变量 X, Y 相互独立而且具有相同的分布, 其概率密度函数均为

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求随机变量 $Z = X + Y$ 的概率密度函数。