厦门大学微积分（III-2）课程期末试卷

经管类试卷：（A 卷）　　考试日期：2017.6.14

一、（6 分）计算曲线积分$\int_L (2xy-x^2)\mathrm{d}x+(x+y^2)\mathrm{d}y$，其中 L 为抛物线 $y=x^2$ 上从点$(0,0)$到$(1,1)$的一段弧。

得分	
评阅人	

二、（8 分）计算曲线积分$\int_L (x^{4/3}+y^{4/3})\mathrm{d}s$，其中 L 为星形线 $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}\ \ (a>0)$。

得分	
评阅人	

三、（8 分）求差分方程 $y_{x+2}+3y_{x+1}+2y_{x}=6x^{2}+4x+20$ 的通解。

得分	
评阅人	

四、（9 分）（1）证明存在一个二元函数 $u(x,y)$，使得 $\mathrm{d}u=(x^{4}+4xy^{3})\mathrm{d}x+(6x^{2}y^{2}-5y^{4})\mathrm{d}y$ 成立；（2）写出微分方程 $(x^{4}+4xy^{3})\mathrm{d}x+(6x^{2}y^{2}-5y^{4})\mathrm{d}y=0$ 的通解。

得分	
评阅人	

五、（10 分）将函数 $f(x)=\ln(2+x-3x^2)$ 展开成 x 的幂级数，并求展开式成立的区间。

得分	
评阅人	

六、（10 分）设函数 $y(x)$ 具有一阶连续导数，且满足：当 $x>0$ 时，$\int_0^x\left[2y(t)+\sqrt{t^2+y^2(t)}\right]\mathrm{d}t=xy(x)$， $y(1)=0$。求函数 $y(x)$ 的表达式。

得分	
评阅人	

七、（10 分）求微分方程 $y''-2y'+y=xe^x-e^x$ 满足初始条件 $y(0)=y'(0)=1$ 的特解。

得分	
评阅人	

八、（10 分）计算曲线积分 $I=\int_L \frac{(x-y)\mathrm{d}x+(x+4y)\mathrm{d}y}{x^2+4y^2}$，其中 L 为单位圆周 $x^2+y^2=1$（取正向）。

得分	
评阅人	

九、（12 分）求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(n^2+n)x^n$ 的和函数，并由此计算数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n^2+n+1)}{2^n}$ 的和值。

得分	
评阅人	

十、（12 分）判断常数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\mathrm{e}^{\frac{1}{\sqrt{n}}}-1-\frac{1}{\sqrt{n}})$ 的敛散性；若收敛，请指出是绝对收敛还是条件收敛。

得分	
评阅人	

十一、（5 分）已知 $l>0, a_n>0$，且$\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n^{\lambda}})^{a_n}=2$。讨论常数项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n}$的敛散性。

得分	
评阅人	