第7章 参数估计

第七章 参数估计

1. [一] 随机地取 8 只活塞环，测得它们的直径为（以 mm 计）

74.001 74.005 74.003 74.001 74.000 73.998 74.006 74.002

求总体均值μ 及方差σ ^{2}的矩估计，并求样本方差 S^2。

解：μ ，σ ^{2}的矩估计是 $\hat{\mu}=\overline{X}=74.002$ ，$\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{x})^2=6\times10^{-6}$

$S^2=6.86\times10^{-6}$。

2. [二]设 X_1，X_1，…，X_n为准总体的一个样本。求下列各总体的密度函数或分布律中的未知参数的矩估计量。

（1） $f(x)=\begin{cases}\theta c^{\theta}x^{-(\theta+1)}, x>c\\ 0, 其它\end{cases}$ 其中 c>0 为已知，θ>1，θ 为未知参数。

（2） $f(x)=\begin{cases}\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}, 0\le x\le1\\ 0, 其它.\end{cases}$ 其中 θ>0，θ 为未知参数。

（5） [illegible] 为未知参数。

（5） $P(X=x)=\binom{m}{x}p^x(1-p)^{m-x},x=0,1,2,\cdots,m,0<p<1,p$ 为未知参数。

解：（1） $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_{c}^{+\infty}\theta c^{\theta}x^{-\theta}dx=\frac{\theta c^{\theta}}{\theta-1}c^{-\theta+1}=\frac{\theta c}{\theta-1}$，令 $\frac{\theta c}{\theta-1}=\overline{X}$， 得 $\theta=\frac{\overline{X}}{\overline{X}-c}$

（2） $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_{0}^{1}\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}}dx=\frac{\sqrt{\theta}}{\sqrt{\theta}+1}$，令 $\frac{\sqrt{\theta}}{\sqrt{\theta}+1}=\overline{X}$，得 $\theta=(\frac{\overline{X}}{1-\overline{X}})^2$

（5）$E(X)=mp$ 　令 $mp=\overline{X}$， 解得 $\hat{p}=\frac{\overline{X}}{m}$

3．[三]求上题中各未知参数的极大似然估计值和估计量。

解：（1）似然函数 $L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i)=\theta^{n}c^{n\theta}(x_1x_2\cdots x_n)^{-\theta+1}$

$$\ln L(\theta)=n\ln(\theta)+n\theta\ln c+(1-\theta)\sum_{i=1}^{n}\ln x_i,\ \frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=\frac{\theta}{n}+n\ln c-\sum_{i=1}^{n}\ln x_i=0$$

$$\hat{\theta}=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i-n\ln c}$$ （解唯一故为极大似然估计量）

（2） $L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i)=\theta^{-\frac{n}{2}}(x_1x_2\cdots x_n)^{\sqrt{\theta}-1},\ln L(\theta)=\frac{-n}{2}\ln(\theta)+(\sqrt{\theta}-1)\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$

$\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=\frac{-n}{2}\cdot\frac{1}{\theta}+\frac{1}{2\sqrt{\theta}}\sum_{i=1}^{n}\ln x_i=0,\quad \hat{\theta}=(n\Big/\sum_{i=1}^{n}\ln x_i)^2$。(解唯一)故为极大似然估计量。

（5） $L(p)=\prod_{i=1}^{n}P\{X=x_i\}=\binom{m}{x_1}\cdots\binom{m}{x_n}p^{\sum_{i=1}^{n}x_i}(1-p)^{mn-\sum_{i=1}^{n}x_i}$，

$$\ln L(p)=\sum_{i=1}^{n}\ln\binom{m}{x_i}+\sum_{i=1}^{n}x_i\ln p+(mn-\sum_{i=1}^{n}x_i)\ln(1-p),$$

$$\frac{d\ln L(p)}{dp}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{p}-\frac{mn-\sum_{i=1}^{n}x_i}{1-p}=0$$

解得 $p=\dfrac{\sum\limits_{i=2}^{n}x_i}{mn}=\dfrac{\overline{X}}{m}$，（解唯一）故为极大似然估计量。

4．[四(2)] 设 X_1，X_1，…，X_n 是来自参数为λ 的泊松分布总体的一个样本，试求λ 的极大似然估计量及矩估计量。

解：（1）矩估计 $X\sim\pi(\lambda)$，$E(X)=\lambda$，故$\hat{\lambda}=\overline{X}$为矩估计量。

（2）极大似然估计 $L(\lambda)=\prod\limits_{i=1}^{n}P(x_i;\lambda)=\dfrac{\lambda^{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i}}{x_1!x_2!\cdots x_n!}e^{-n\lambda}$，

$$\ln L(\lambda)=\sum_{i=1}^{n}x_i\ln\lambda-\sum_{i=1}^{n}\ln x_i!-n\lambda$$

$\dfrac{d\ln L(\lambda)}{d\lambda}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i}{\lambda}-n=0$，解得 $\hat{\lambda}=\overline{X}$ 为极大似然估计量。

（其中 $p(x_i;\lambda)=P\{X=x_i\}=\dfrac{\lambda^{x_i}}{x_i!}e^{-\lambda},x_i=0,1,\cdots$）

5．[六] 一地质学家研究密歇根湖湖地区的岩石成分，随机地自该地区取 100 个样品，每个样品有 10 块石子，记录了每个样品中属石灰石的石子数。假设这 100 次观察相互独立，并由过去经验知，它们都服从参数为 n=10，P 的二项分布。P 是该地区一块石子是石灰石的概率。求 p 的极大似然估计值，该地质学家所得的数据如下

样品中属石灰石的石子数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
观察到石灰石的样品个数	0	1	6	7	23	26	21	12	3	1	0

解：λ 的极大似然估计值为$\hat{\lambda}=\overline{x}$=0.499

[四(1)] 设总体 X 具有分布律

X	1	2	3

P_k	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 $\theta(0<\theta<1)$为未知参数。已知取得了样本值 $x_1=1$，$x_2=2$，$x_3=1$，试求 θ 的矩估计值和最大似然估计值。

解：（1）求 θ 的矩估计值

$$E(X)=1\times\theta^2+2\cdot 2\theta(1-\theta)+3(1-\theta)^2$$
$$=[\theta+3(1-\theta)][\theta+(1-\theta)]=3-2\theta$$

令 $E(X)=3-2\theta=\overline{X}$

则得到 θ 的矩估计值为 $\hat{\theta}=\dfrac{3-\overline{X}}{2}=\dfrac{3-\dfrac{1+2+1}{3}}{2}=\dfrac{5}{6}$

（2）求 θ 的最大似然估计值

似然函数 $L(\theta)=\prod_{i=1}^{3}P\{X_i=x_i\}=P\{X_1=1\}P\{X_2=2\}P\{X_3=1\}$

$$=\theta^2\cdot 2\theta(1-\theta)\cdot\theta^2$$
$$=2\theta^5(1-\theta)$$

$\ln L(\theta)=\ln 2+5\ln\theta+\ln(1-\theta)$

求导 $\dfrac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=\dfrac{5}{6}-\dfrac{1}{1-\theta}=0$

得到唯一解为 $\hat{\theta}=\dfrac{5}{6}$

8．[九(1)] 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，X_1，X_1，…，X_n是来自 X 的一个样本。试确定常数 c 使 $c\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$为$\sigma^2$的无偏估计。

解：由于

$$E[c\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2]=c[\sum_{i=1}^{n-1}E(X_{i+1}-X_i)^2]=c\sum_{i=1}^{n-1}D(X_{i+1}-X_i)^2+(E(X_{i+1}-X_i))^2]$$

$$=c\sum_{i=1}^{n-1}[D(X_{i+1})+D(X_i)+(EX_{i+1}-EX_1)^2]=c\sum_{i=1}^{n-1}(2\sigma^2+0^2)=c(2n-1)\sigma^2$$

当 $c=\dfrac{1}{2(n-1)}$ 时，$c\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$ 为 σ^2 的无偏估计 。

[十] 设 X_1，X_2， X_3， X_4 是来自均值为θ 的指数分布总体的样本，其中θ 未知，设有估计量

$$T_1=\frac{1}{6}(X_1+X_2)+\frac{1}{3}(X_3+X_4)$$

$$T_2=(X_1+2X_2+3X_3+4X_4)/5$$

$$T_3=(X_1+X_2+X_3+X_4)/4$$

（1）指出 T_1，T_2， T_3 哪几个是 θ 的无偏估计量；

（2）在上述 θ 的无偏估计中指出哪一个较为有效。

解：（1）由于 X_i 服从均值为 θ 的指数分布，所以

$E(X_i)=\theta$, $D(X_i)=\theta^2$, $i=1,2,3,4$

由数学期望的性质 2°，3° 有

$$E(T_1)=\frac{1}{6}[E(X_1)+E(X_2)]+\frac{1}{3}[E(X_3)+E(X_4)]=\theta$$

$$E(T_2)=\frac{1}{5}[E(X_1)+2E(X_2)+3E(X_3)+4E(X_4)]=2\theta$$

$$E(T_3)=\frac{1}{4}[E(X_1)+E(X_2)+E(X_3)+E(X_4)]=\theta$$

即 T_1，T_2 是 θ 的无偏估计量

（2）由方差的性质 2°，3° 并注意到 X_1，X_2， X_3， X_4 独立，知

$$D(T_1)=\frac{1}{36}[D(X_1)+D(X_2)]+\frac{1}{9}[D(X_3)+D(X_4)]=\frac{5}{18}\theta^2$$

$$D(T_2)=\frac{1}{16}[D(X_1)+D(X_2)+D(X_3)+D(X_4)]=\frac{1}{4}\theta^2$$

$D(T_1)>D(T_2)$

所以 T_2 较为有效。

14.[十四] 设某种清漆的 9 个样品，其干燥时间（以小时计）分别为

6.0 5.7 5.8 6.5 7.0 6.3 5.6 6.1 5.0 设干燥时间总体服从正态分

6.0 5.7 5.8 6.5 7.0 6.3 5.6 6.1 5.0。设干燥时间总体服从正态分布 $N\sim(\mu,\sigma^2)$，求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间。(1)若由以往经验知 σ=0.6（小时）(2) 若 σ 为未知。

解：(1) μ 的置信度为 0.95 的置信区间为 ($\overline{X}\pm\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\frac{\alpha}{2}}$)，

计算得 $\overline{X}=6.0$, 查表 $z_{0.025}=1.96, \sigma=0.6$, 即为 $(6.0\pm\frac{0.6}{\sqrt{9}}\times1.96)=(5.608,6.392)$

(2) μ 的置信度为 0.95 的置信区间为 ($\overline{X}\pm\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$)，计算得 $\overline{X}=6.0$，

查表 $t_{0.025}(8)$=2.3060.

$$S^2=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{9}(x_i-\overline{x})^2=\frac{1}{8}\times2.64=0.33. \text{ 故为}(6.0\pm\frac{\sqrt{0.33}}{3}\times2.3060)=(5.558,6.442)$$

16.[十六] 随机地取某种炮弹 9 发做试验，得炮弹口速度的样本标准差为 s=11(m/s)。设炮口速度服从正态分布。求这种炮弹的炮口速度的标准差 σ 的置信度为 0.95 的置信区间。

解：σ 的置信度为 0.95 的置信区间为

$$\left(\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}},\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}}\right)=\left(\frac{\sqrt{8}\times11}{\sqrt{17.535}},\frac{\sqrt{8}\times11}{\sqrt{2.18}}\right)=(7.4,\ 21.1)$$

其中 α=0.05, n=9

查表知 $\chi^2_{0.025}(8)=17.535, \chi^2_{0.975}(8)=2.180$

19.[十九] 研究两种固体燃料火箭推进器的燃烧率。设两者都服从正态分布，并且已知燃烧率的标准差均近似地为 0.05cm/s，取样本容量为 n_1=n_2=20.得燃烧率的样本均值分别为 $\overline{x_1}=18cm/s, \overline{x_2}=24cm/s$. 设两样本独立，求两燃烧率总体均值差 $\mu_1-\mu_2$ 的置信度为 0.99 的置信区间。

解：$\mu_1-\mu_2$ 的置信度为 0.99 的置信区间为

$$\left(\overline{X_1}-\overline{X_2}\pm z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)=\left(18-24+2.58\sqrt{\frac{0.05^2}{20}\times2}\right)=(-6.04,-5.96).$$

其中 α=0.01，$z_{0.005}$=2.58， n_1=n_2=20, $\sigma_1^2=\sigma_2^2=0.05^2, \overline{X_1}=18, \overline{X_2}=24$

20.[二十] 设两位化验员 A，B 独立地对某中聚合物含氯两用同样的方法各做 10 次测定，其测定值的样本方差依次为 $S_A^2=0.5419$，$S_B^2=0.6065$，设 σ_A^2,σ_B^2 分别为 A，B 所测定的测定值总体的方差，设总体均为正态的。设两样本独立，求方差比 σ_A^2/σ_B^2 的置信度为 0.95 的置信区间。

解：σ_A^2/σ_B^2 的置信度为 0.95 的置信区间

解：σ_A^2/σ_B^2 的置信度为 0.95 的置信区间

$$\left(\frac{S_A^2}{S_B^2 F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)},\frac{S_A^2}{S_B^2 F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)}\right)$$
$$=\left(\frac{0.5419}{0.6065\times 4.03},\frac{0.5419\times 4.03}{0.6065}\right)=(0.222,\ 3.601).$$

其中 $n_1=n_2=10$，$\alpha=0.05$，$F_{0.025}(9,9)=4.03$，$F_{0.975}(9,9)=\frac{1}{F_{0.025}(9,9)}=\frac{1}{4.03}$。

第八章　假设检验

1.[一]某批矿砂的 5 个样品中的镍含量，经测定为(%)3.25　3.27　3.24　3.26　3.24。设测定值总体服从正态分布，问在 $\alpha=0.01$ 下能否接受假设：这批矿砂的含镍量的均值为 3.25.

解：设测定值总体 $X\sim N(\mu,\ \sigma^2)$，μ，σ^2 均未知

步骤：（1）提出假设检验 H_0：$\mu=3.25$;　H_1：$\mu\neq 3.25$

（2）选取检验统计量为 $t=\frac{\overline{X}-3.25}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$

（3）H_0 的拒绝域为 $|t|\geqslant t_{\alpha/2}(n-1)$.

（4）$n=5$，$\alpha=0.01$，由计算知 $\bar{x}=3.252$, $S=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{5}(X_i-\overline{X})^2}=0.01304$

查表 $t_{0.005}(4)=4.6041$，　$|t|=\left|\frac{3.252-3.25}{0.01304/\sqrt{5}}\right|=0.343<t_{\alpha/2}(n-1)$

（5）故在 $\alpha=0.01$ 下，接受假设 H_0

2. [二]　如果一个矩形的宽度 ω 与长度 l 的比 $\omega/l=\frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)\approx 0.618$，这样的矩形称为黄金矩形。这种尺寸的矩形使人们看上去有良好的感觉。现

代建筑构件（如窗架）、

工艺品（如图片镜框）、甚至司机的执照、商业的信用卡等常常都是采用黄金矩型。下面列出某工艺品工厂随机取的 20 个矩形的宽度与长度的比值。设这一工厂生产的矩形的宽度与长短的比值总体服从正态分布，其均值为 μ，试检验假设（取 $\alpha=0.05$）

H_0：$\mu=0.618$　　　H_1：$\mu\neq0.618$

0.693　0.749　0.654　0.670　0.662　0.672　0.615　0.606　0.690

0.628　0.668

0.611　0.606　0.609　0.601　0.553　0.570　0.844　0.576　0.933.

解：步骤：（1）H_0：$\mu=0.618$；　H_1：$\mu\neq0.618$

（2）选取检验统计量为$t=\dfrac{\overline{X}-0.618}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$

（3）H_0 的拒绝域为$|t|\geqslant t_{\alpha/2}(n-1)$.

（4）n=20　　$\alpha=0.05$，计算知

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=0.6605, S=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=0.0925,$$

$$t_{\alpha/2}(n-1)=2.0930, |t|=\left|\frac{0.6605-0.618}{0.0925/\sqrt{20}}\right|=2.055<t_{\alpha/2}(n-1)$$

（5）故在 $\alpha=0.05$ 下，接受 H_0，认为这批矩形的宽度和长度的比值为 0.618

3.[三]　要求一种元件使用寿命不得低于 1000 小时，今从一批这种元件中随机抽取 25 件，测得其寿命的平均值为 950 小时，已知这种元件寿命服从标准差为 σ=100 小时的正态分布。试在显著水平 $\alpha=0.05$ 下确定这批元件是否合格？设总体均值为 μ。即需检验假设 H_0：$\mu\geq1000$，H_1：$\mu<1000$。

解：步骤：（1）$H_0:\mu\geq1000$；H_1：$\mu<1000$；（σ=100 已知）

（2）H_0 的拒绝域为$\dfrac{\bar{x}-1000}{\sigma/\sqrt{n}}\leq-z_\alpha$

（3）n=25，$\alpha=0.05$，$\bar{x}=950$，

计算知$\frac{\bar{x}-1000}{100/\sqrt{25}}=-2.5<-z_{0.05}=1.645$

（4）故在 $\alpha=0.05$ 下，拒绝 H_0，即认为这批元件不合格。

12.[十一] 一个小学校长在报纸上看到这样的报导："这一城市的初中

学生平均每周看 8 小时电视"。她认为她所领导的学校，学生看电视的时间明显小于该数字。为此她向 100 个学生作了调查，得知平均每周看电视的时间 $\bar{x}=6.5$ 小时，样本标准差为 s=2 小时。问是否可以认为这位校长的看法是对的？取 $\alpha=0.05$。（注：这是大样本检验问题。由中心极限定理和斯鲁茨基定理知道不管总体服从什么分布，只要方差存在，当 n 充分

大时 $\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$ 近似地服从正态分布。）

解：（1）提出假设 H_0：$\mu\le 8$；H_1：$\mu>8$

（2）当 n 充分大时，$\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$ 近似地服从 N（0，1）分布

（3）H_0 的拒绝域近似为$\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}\ge z_\alpha$

（4）n=100，$\alpha=0.05$，$\bar{x}=6.5$，S=2，由计算知

$$|t|=\left|\frac{6.5-8}{2/\sqrt{100}}\right|=7.5>z_{0.05}=1.645$$

（5）故在 $\alpha=0.05$ 下，拒绝 H_0，即认为校长的看法是不对的。

14.[十三] 某种导线，要求其电阻的标准差不得超过 0.005(欧姆)。今在生产的一批导线中取样品 9 根，测得 s=0.007(欧姆)，设总体为正态分布。问在水平 $\alpha=0.05$ 能否认为这批导线的标准差显著地偏大？

解：（1）提出 H_0：$\sigma\le 0.005$；H_1：$\sigma>0.005$

（2）H_0 的拒绝域为$(n-1)S^2/0.005^2\ge\chi_\alpha^2(n-1)$

（3）n=9，$\alpha=0.05$，S=0.007，由计算知

$$(n-1)S^2/0.005^2=\frac{8\times 0.007^2}{0.005^2}=15.68>\chi_\alpha^2(n-1)$$

$\frac{}{0.005^2}$ 0.005^2 $\chi^2_\alpha(n-1)$

查表$\chi^2_{0.05}(8)=15.507$

（4）故在 $\alpha=0.05$ 下，拒绝 H_0，认为这批导线的标准差显著地偏大。

15.[十四]　在题 2 中记总体的标准差为 σ。试检验假设（取 $\alpha=0.05$）

H_0：$\sigma^2=0.11^2$，　H_1：$\sigma^2\neq0.11^2$。

解：步骤（1）H_0：$\sigma^2=0.11^2$；　H_1：$\sigma^2\neq0.11^2$

（2）选取检验统计量为$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{0.11^2}\sim\chi^2(n-1)$

（3）H_0 的拒绝域为$\chi^2\geq\chi^2_{\alpha/2}(n-1)$或$\chi^2\leq\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$

（4）$n=20$，$\alpha=0.05$，由计算知 $S^2=0.0925^2$，$\frac{(n-1)S^2}{0.11^2}=13.437$

查表知 $\chi^2_{0.025}(19)=32.852,\ \chi^2_{0.975}(19)=8.907$

（5）故在 $\alpha=0.05$，接受 H_0，认为总体的标准差 σ 为 0.11.

16.[十五]　测定某种溶液中的水份，它的 10 个测定值给出 $s=0.037\%$，设测定值总体为正态分布，σ^2 为总体方差。试在水平 $\alpha=0.05$ 下检验假设 H_0：$\sigma\geq0.04\%$；H_1：$\sigma<0.04\%$。

解：（1）H_0：$\sigma^2\geq(0.04\%)^2$；H_1：$\sigma^2<(0.04\%)^2$

（2）H_0 的拒绝域为$\frac{(n-1)S^2}{(0.04\%)^2}\leq\chi^2_{1-\alpha}(n-1)$

（3）$n=10$，$\alpha=0.05$，$S=0.037\%$，查表知$\chi^2_{0.95}(9)=3.325$

由计算知$\frac{(n-1)S^2}{(0.04\%)^2}=\frac{9\times0.037)^2}{(0.04\%)^2}=7.701>\chi^2_{0.95}(9).$

（4）故在 $\alpha=0.05$ 下，接受 H_0，认为 σ 大于 0.04%

17.[十六]　在第 6[五]题中分别记两个总体的方差为σ_1^2和σ_2^2。试检验假设（取 $\alpha=0.05$）H_0：σ_1^2和σ_2^2以说在第 6[五]题中我们假设$\sigma_1^2=\sigma_2^2$是合理的。

解：（1）H_0：$\sigma_1^2=\sigma_2^2, H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

（2）选取检验统计量为 $F=\dfrac{S_1^2}{S_2^2}\sim F(n_1-1,n_2-1)$

（3）H_0 的拒绝域为 $F\ge F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$ 或 $F\le F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$

（4）n_1=8，n_2=10，$\alpha=0.05$，查表知 $F_{0.025}(7,9)=4.20$

$$F_{0.975}(7,9)=\frac{1}{F_{0.025}(9,7)}=\frac{1}{4.82}=0.207,\ F=\frac{S_1^2}{S_2^2}=\frac{0.00025}{0.00084}=0.298$$

$F_{0.975}(7,9)<F<F_{0.025}(7,9)$

（5）故在 $\alpha=0.05$ 下，接受 H_0，认为 $\sigma_1^2=\sigma_2^2$

18.[十七]　在第 8 题[七]中分别记两个总体的方差为 σ_1^2 和 σ_2^2。试检验假设（取 $\alpha=0.05$）H_0：$\sigma_1^2=\sigma_2^2,H_1:\sigma_1^2\ne\sigma_2^2$ 以说明在第 8[七]题中我们假设 $\sigma_1^2=\sigma_2^2$ 是合理的。

解：（1）H_0：$\sigma_1^2=\sigma_2^2,H_1:\sigma_1^2\ne\sigma_2^2$

（2）选取检验统计量 $F=\dfrac{S_1^2}{S_2^2}$

（3）$n_1=n_2$=12，$\alpha=0.05$，查表知

$F_{0.025}(11,11)=3.34$，$F_{0.975}(11,11)=\dfrac{1}{F_{0.025}(11,11)}=\dfrac{1}{3.34}=0.299$

由计算知 $S_1^2=0.932,\ S_2^2=1,\ 0.299<S_1^2\big/S_2^2=0.932<3.34$

（4）故在 $\alpha=0.05$ 下，接受 H_0，认为 $\sigma_1^2=\sigma_2^2$

24.[二十三]　检查了一本书的 100 页，记录各页中印刷错误的个数，其结果为

错误个数 f_i	0	1	2	3	4	5	6	≥7

含 f_i 个错误的	3	4	1					
				2	0	2	1	0
页数	6	0	9					

问能否认为一页的印刷错误个数服从泊松分布（取 $\alpha=0.05$）。

解：（1）H_0：总体 $X\sim\pi(\lambda)$；H_1：X 不服从泊松布；（λ 未知）

（2）当 H_0 成立时，λ 的最大似然估计为 $\hat{\lambda}=\bar{x}=1$.

（3）H_0 的拒绝域为 $\chi^2=\sum\frac{\hat{f}_i^2}{n\hat{p}_i}-n>\chi_{\alpha}^2(k-\gamma-1)$

（4）n=100

$$\hat{P}_0=P\{X=0\}=\frac{e^{-1}}{0!}=0.3679$$

$$\hat{P}_1=P\{X=1\}=\frac{1^1e^{-1}}{1!}=0.3679$$

$$\hat{P}_2=P\{X=2\}=\frac{1^2e^{-1}}{2!}=0.18397$$

$$\hat{P}_3=P\{X=3\}=\frac{1^3e^{-1}}{3!}=0.06132$$

$$\hat{P}_4=P\{X=4\}=\frac{1^4e^{-1}}{4!}=0.01533$$

$$\hat{P}_5=P\{X=5\}=\frac{1^5e^{-1}}{5!}=0.003066$$

$$\hat{P}_6=P\{X=6\}=\frac{1^6e^{-1}}{6!}=0.000511$$

$$\hat{P}_7=P\{X=7\}=1-\sum_{i=0}^{6}\hat{P}_i=0.000083$$

对于 j>3，$n\hat{P}_j<5$

将其合并得

$$\sum_{j=3}^{7}n\hat{P}_j=8.023$$

合并后，K=4，Y=1

查表知 $\chi_{0.05}^2(4-1-1)=5.991$

由计算知 $\chi^2=\frac{36^2}{36.79}+\frac{40^2}{36.79}+\frac{19^2}{18.397}+\frac{5^2}{8.023}-100=1.444$

（5）故在 $\alpha = 0.05$ 下，接受 H_0，认为一页的印刷错误个数服从泊松分布。