



# 厦门大学微积分 (III-2) 课程期末试卷

经管类试卷: (A 卷)      考试日期: 2018. 6. 20

1、(5 分) 计算曲线积分  $I = \int_L (x^2 + y^2) ds$ , 其中  $L$  是圆心在  $(1, 0)$ 、半径为 1 的上半圆周。

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 评阅人 |  |

2、(10 分) 设曲线积分  $\int_L xy^2 dx + y\varphi(x)dy$  与路径无关, 其中  $\varphi$  具有连续的导数, 且  $\varphi(0) = 0$ , 计算  $\int_{(0,0)}^{(1,1)} xy^2 dx + y\varphi(x)dy$ 。

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 评阅人 |  |

3、(10 分) 计算  $I = \oint_L \frac{xdy-ydx}{4x^2+y^2}$ ，其中 L 是以点 (1, 0) 为中心，R 为半径的圆周 ( $R \neq 1$ )，方向取逆时针方向。

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 评阅人 |  |

|    |  |
|----|--|
| 得分 |  |
|----|--|

4. 判断下列级数是绝对收敛、条件收敛还是发散。(每小题 5 分, 共 20 分)

|     |  |
|-----|--|
| 评阅人 |  |
|-----|--|

(1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 2^n}{(n+1)!}$

(2)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-2)^n \sin \frac{\pi}{3^n}$

(3)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$

(4)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\ln n}{n}$

5、(10 分) 求  $\frac{\pi}{4} - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 4^n}{2n+1} x^{2n+1}$  的收敛域及和函数, 并计算  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$  的和。

6、(10 分) 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x^2)}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ , (1) 将  $f(x)$  展成  $x$  的幂级数, 给出收敛域;

(2) 求  $f^{(45)}(0)$ 。

7、(10 分)求方程 $y^{(4)} + y'' = x - 5$ 的通解。

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 评阅人 |  |

8、(10 分) 已知二阶常系数非齐次线性方程的三个特解分别为 $y_1 = \cos 2x - \frac{1}{4}x \cos 2x, y_2 = \sin 2x - \frac{1}{4}x \cos 2x, y_3 = -\frac{1}{4}x \cos 2x$ ，求该微分方程并给出通解。

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 评阅人 |  |

9、(10 分) 设曲线 L 上位于第一象限内任意一点 M 处的切线总于 y 轴相交，交点为 A，已知  $|\overline{MA}| = |\overline{OA}|$ ，且曲线 L 过点  $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ ，求曲线 L 的方程。

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 评阅人 |  |

10、(5 分)求方程 $y_{x+1} + 2y_x = 2x - 1 + e^x$ 的通解。

|     |  |
|-----|--|
| 得分  |  |
| 评阅人 |  |