厦门大学微积分（III-2）课程期末试卷

经管类试卷:（A 卷）　　考试日期：2018.6.20

1、(5 分)计算曲线积分$\mathrm{I}=\int_L (x^2+y^2)ds$，其中 L 是圆心在(1,0)、半径为 1 的上半圆周。

2、(10 分)设曲线积分$\int_L xy^2dx+y\varphi(x)dy$与路径无关，其中φ具有连续的导数，且$\varphi(0)=0$，计算$\int_{(0,0)}^{(1,1)} xy^2dx+y\varphi(x)dy$。

3、(10 分)计算$\mathrm{I}=\oint_L \frac{xdy-ydx}{4x^2+y^2}$，其中 L 是以点(1,0)为中心，R 为半径的圆周（$R\neq 1$），方向取逆时针方向。

4. 判断下列级数是绝对收敛、条件收敛还是发散。(每小题 5 分，共 20 分)

(1)　$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2 2^n}{(n+1)!}$

(2)　$\sum_{n=1}^{\infty}(-2)^n\sin\frac{\pi}{3^n}$

(3)　$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{n+1}$

(4)　$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{\ln n}{n}$

5、(10 分)求$\frac{\pi}{4}-2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n4^n}{2n+1}x^{2n+1}$的收敛域及和函数，并计算$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}$的和。

6、(10 分)设$\mathrm{f(x)}=\begin{cases}\frac{\ln(1+x^2)}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$，(1)将f(x)展成 x 的幂级数，给出收敛域；(2)求$\mathrm{f}^{(45)}(0)$。

7、(10 分)求方程$\mathrm{y}^{(4)}+y''=x-5$的通解。

8、(10 分) 已知二阶常系数非齐次线性方程的三个特解分别为$\mathrm{y}_1=\cos 2x-\frac{1}{4}x\cos 2x$,$\mathrm{y}_2=\sin 2x-\frac{1}{4}x\cos 2x$,$\mathrm{y}_3=-\frac{1}{4}x\cos 2x$，求该微分方程并给出通解。

9、(10 分)设曲线 L 上位于第一象限内任意一点 M 处的切线总于 y 轴相交，交点

为 A，已知$|\overline{MA}| = |\overline{OA}|$，且曲线 L 过点$(\frac{3}{2},\frac{3}{2})$，求曲线 L 的方程。

10、(5 分)求方程$y_{x+1} + 2y_x = 2x - 1 + e^x$的通解。