厦门大学《概率统计》课程试卷

____学院________系________年级________专业

主考教师：＿＿＿＿试卷类型：（A卷/ 卷）

一、填空题

1. 用(X, Y)的联合分布函数$F(x,y)$表示概率$P(x_1 < X \le x_2, y_1 < Y \le y_2)$__________.

2. 已知X，Y是两个相互独立的随机变量，且X在$[0,2]$上服从均匀分布，Y服从参数为2的指数分布，

   则$E(XY)=$______，$D(2X+2Y)=$__________.

3. 设X与Y的相关系数为0.9，$Z=X-0.4$，则Y与Z的相关系数为_________.

4. 设总体$X \sim N(\mu,\sigma^2)$，其中σ^2已知，则总体均值μ的置信区间长度L与置信度$1-\alpha$的关系是

   ________.

5. 设总体$X \sim N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2都是未知参数，$(X_1,\dots$ 为来自总体X的一个样本，则σ^2的矩估

   计量为______，$1/\sigma^2$的最大似然估计量为________.

6. 设$(X_1,\dots$ 是取自两点分布总体，记作$b(1,p)$的样本，则$\sum_{i=1}^{n} X_i$的分布为_____，当n充分大时，

   样本均值$\overline{X}$近似服从_________分布.

7. 设随机变量$X \sim t(n)\ (n>1)$，$Y=1/X^2$，则Y服从________分布.

二、计算题

1. 设(X, Y)的密度函数为$f(x,y)=\begin{cases} 8xy, & 0 \le x \le y \le 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

   求：(1) $f_{X|Y}(x \mid y)$；　　(2) $E(X|Y)$.

2. 设某种电子器件的使用寿命服从参数为$\lambda=0.1$的指数分布，其使用情况是第一个器件损坏第二个立即使用，第二个器件损坏第三个立即使用等等. 已知每个器件的价格为10元，则在一年中至少需要多少元才能以95%的概率保证该电子器件够用. 假设一年有个306工作日，每个工作日为8小时. ($\Phi_0(1.64)=0.95$)

3. 设随机变量X与Y相互独立，其密度函数分别为：

$$f_X(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}, & x \ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}, \qquad f_Y(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{3}e^{-\frac{y}{3}}, & y \ge \\ 0, & y<0 \end{cases}$$

   求随机变量$Z=X+Y$的概率密度.

4. 设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{2\sigma}e^{-\frac{|x|}{\sigma}}, \quad -\infty<x<+\infty, \ \sigma>0$$

$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的一个容量为 n 的简单随机样本，分别用矩估计法和最大似然估计法求 σ 的估计量.

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 已知，$(X_1,\cdots$ 是取自总体 X 的样本，试求出 σ^2 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间.

6. 某厂生产的一种铜丝，它的主要质量指标为折断力大小，根据以往资料分析，可以认为折断力 X 服从正态分布，且均值 $\mu=570\,\text{kg}$，标准差 $\sigma=8\,\text{kg}$. 今换了原料生产一批铜丝，并从中抽取 10 个样品，测得样本平均折断力为 $575.2\,\text{kg}$，从性质上分析，估计折断力的方差不会变化，问这批铜丝的折断力是否比以往生产的铜丝的折断力大？（ $\alpha=0.05$ ）.（$u_{0.025}=1.96, u_{0.05}=1.64, t_{0.025}(9)=2.262, t_{0.05}(9)=1.833$）