

Universidade Estadual do Ceará
Algoritmos em Grafos

1ª Atividade
Isomorfismo e Similaridade

Michael Silva de Souza - 910241MA005

Fortaleza-CE
2024

Sumário

1	Introdução	3
1.1	Isomorfismo	3
1.2	Similaridade	3
1.2.1	Similaridade de Jaccard	3
2	Metodologia	4
2.1	Algoritmo de Isomorfismo	4
2.2	Algoritmo de Similaridade	4
3	Resultados	5
4	Conclusões	7
5	Referências	7

1 Introdução

Neste relatório irei descrever sobre a implementação de dois algoritmos para avaliar a semelhança entre grafos, sendo eles algoritmos de Isomorfismo e Similaridade.

1.1 Isomorfismo

Isomorfismo é um conceito que indica uma forma de equivalência entre dois grafos. Dois grafos são considerados isomorfos se existe uma correspondência entre seus vértices e arestas que preserva a estrutura dos grafos. Isso significa que há uma bijeção entre os conjuntos de vértices dos dois grafos, de modo que quaisquer dois vértices são adjacentes em um grafo, se e somente se, seus vértices correspondentes são adjacente no outro grafo. Para dois grafos serem considerados isomorfos é preciso satisfazer as seguintes condições:

1. Mesmo número de vértices;
2. Mesmo número de arestas;
3. Mesmo número de vértices com o mesmo grau;
4. Preservar a relação de adjacência entre os vizinhos de cada vértice;
5. Efetuar a combinação das matrizes de adjacência dos grafos, verificando se são semelhantes.

1.2 Similaridade

Similaridade em grafos refere-se a uma medida ou conjunto de critérios usados para quantificar a semelhança de dois grafos em termos de estrutura, propriedades ou padrões. Ao contrário do isomorfismo, onde a relação entre dois grafos é binária, a similaridade pode ser vista como um espectro, com várias métricas definindo diferentes graus de semelhança entre os grafos.

A similaridade de grafos é um conceito crucial em muitos campos, incluindo análise de redes, análise de redes sociais, bioinformática e muito mais, onde é usada para compreender as relações e padrões dentro de sistemas complexos representados como grafos.

1.2.1 Similaridade de Jaccard

A similaridade de Jaccard, também conhecida como índice ou coeficiente de Jaccard, é uma estatística comumente usada para avaliar a similaridade e diversidade de conjuntos de amostras. É definido como o tamanho da interseção dividido pelo tamanho da união dos conjuntos de amostras. A fórmula para o coeficiente de similaridade de Jaccard é:

$$J(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} \quad \text{onde:}$$

- A, B são dois conjuntos;
- $|A \cap B|$ é o número de elementos na interseção de A e B ;
- $|A \cup B|$ é o número de elementos na união de A e B .

2 Metodologia

Para desenvolver os dois algoritmos foram seguidos esses passos:

2.1 Algoritmo de Isomorfismo

Precisa-se verificar:

1. A quantidade de vértices são iguais;
 - Verificando quantas colunas ou linhas tem a matriz.
2. A quantidade de arestas são iguais;
 - Somando quantos 1s tem na matriz, dividindo por 2 e arredondando pra baixo.
3. A quantidade de vértices com mesmo grau;
 - Somando quantos 1s tem em cada linha da matriz e fazendo uma lista.
4. Existe alguma combinação de matrizes de adjacência semelhantes.
 - Fixando uma das matrizes e verificando a semelhança com todas as combinações da outra matriz, afim de achar, pelo menos, uma combinação que seja semelhante.

2.2 Algoritmo de Similaridade

Foi utilizado a similaridade de Jaccard com algumas modificações, entre elas:

1. Novamente, é fixado uma matriz de adjacência (G);
2. É gerado todas as combinações possíveis da outra matriz (H);
3. É calculado a média dos coeficientes de similaridade de Jaccard de cada nó de G com cada nó de H.

Fazendo assim que com escolhemos as melhores combinações de matrizes que mais se assemelham e assim é retornado se são semelhantes ou não, dado que se o coeficiente for ≥ 0.75 os grafos são semelhantes, e caso < 0.75 não são semelhantes.

3 Resultados

Nesta sessão foi descrito os resultados dos algoritmos para 5 partes de grafos de entrada.

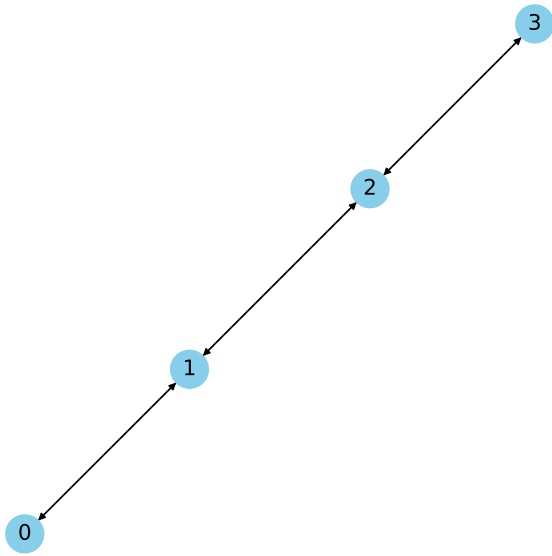


Figura 1: G1

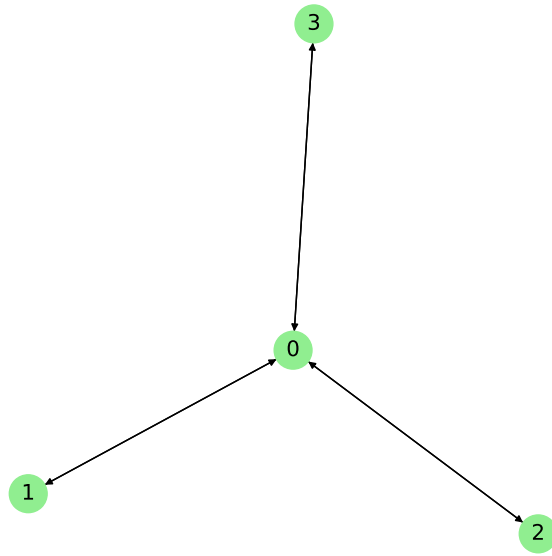


Figura 2: H1

Os algoritmos tiveram como resultado: os grafos não são isomorfos nem similares.

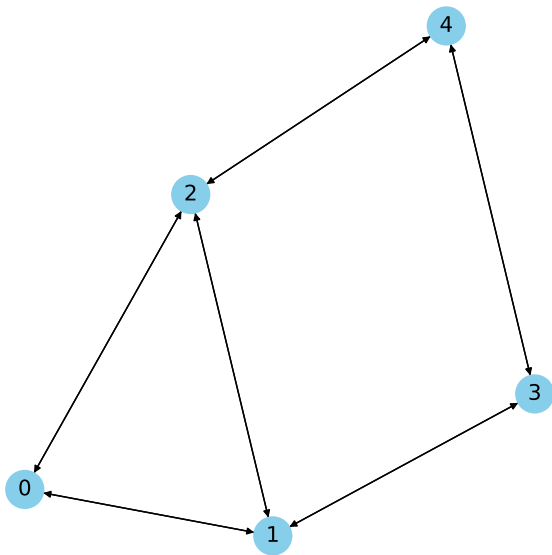


Figura 3: G2

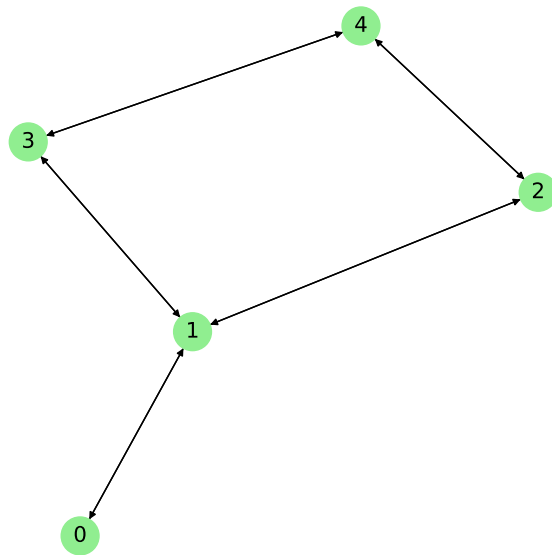


Figura 4: H2

Os algoritmos tiveram como resultado: os grafos não são isomorfos, mas são similares.

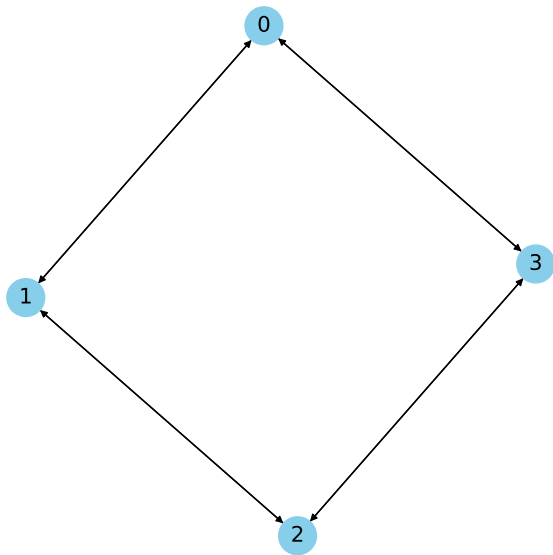


Figura 5: G3

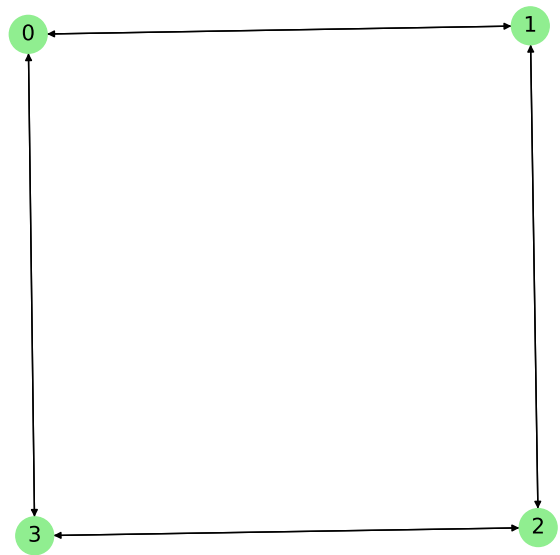


Figura 6: H3

Os algoritmos tiveram como resultado: os grafos são isomorfos e similares.

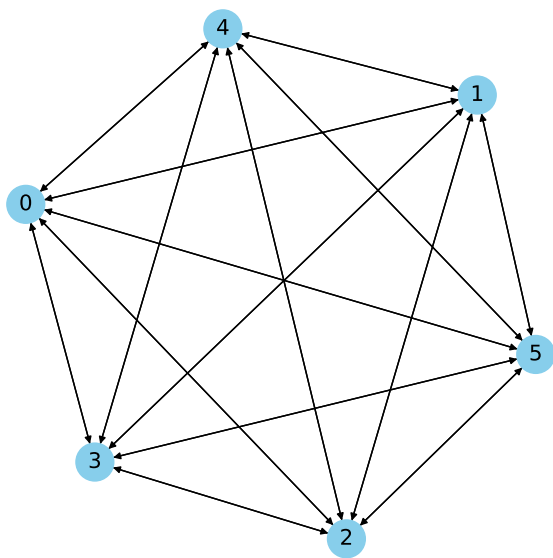


Figura 7: G4

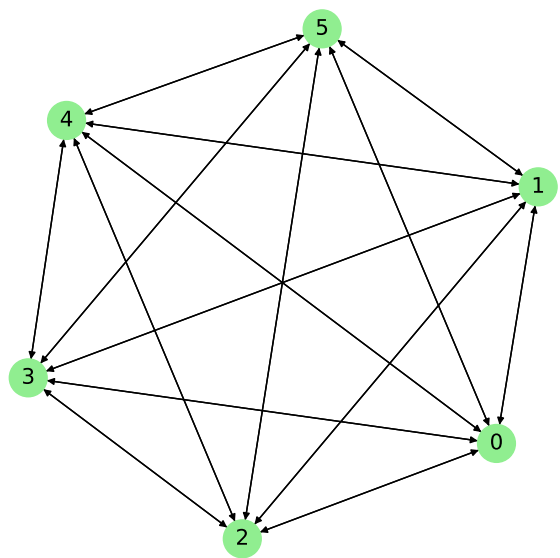


Figura 8: H4

Os algoritmos tiveram como resultado: os grafos são isomorfos e similares.

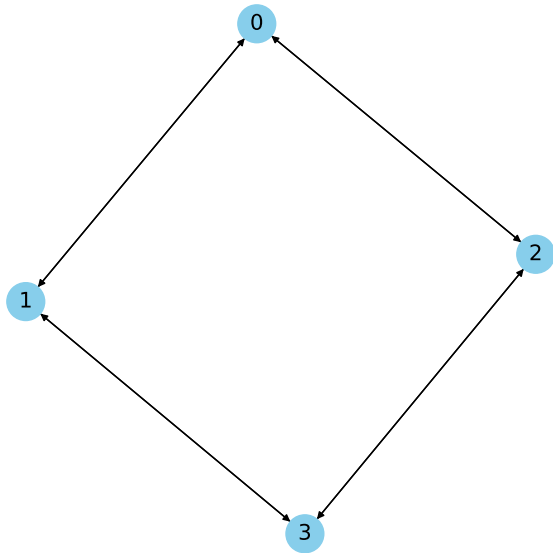


Figura 9: G5

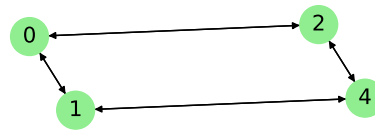


Figura 10: H5

Os algoritmos tiveram como resultado: os grafos não são isomorfos nem similares.

4 Conclusões

Por fim, obtivemos os resultados esperados com os algoritmos desenvolvidos, infelizmente para o algoritmo de Isomorfismo ainda não é conhecido algum algoritmo que resolva em tempo polinomial, ou seja, se o tamanho dos grafos crescerem, o tempo decorrido pelo algoritmo será de ordem fatorial, pois é preciso gerar todas as combinações possíveis do grafo.

Sobre o algoritmo da Similaridade foi legal pensar em maneiras distintas para verificar a semelhança entre grafos, espero que tenha chegado a um resultado esperado.

5 Referências

1. Basicamente, foram utilizadas as informações dos slides das aulas 3 e 4, sobre Isomorfismos e Similaridade.