概率复习

常用分布相关性质

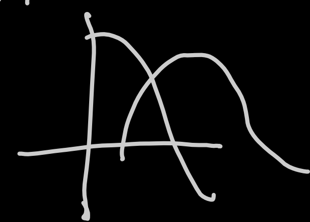
分布	期望	方差	分布	密度
$X\sim B(1,p)$（0-1分布）	p	pq		
$B(n,p)$ $\lambda=np$	np	npq	$P(X=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$	
$P(\lambda)$ $(n>50)$	λ	λ	$P(X=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$	
$U[a,b]$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$F(x)=\begin{cases}0 & x<a\\ \frac{x-a}{b-a} & a\le x<b\\ 1 & x\ge b\end{cases}$	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & a<x<b\\ 0 & 其他\end{cases}$
$E(\lambda)$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	$F(x)=\begin{cases}1-e^{-\lambda x} & x\ge 0\\ 0 & x<0\end{cases}$	$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & x\ge 0\\ 0 & x<0\end{cases}$
$N(\mu,\sigma^2)$	μ	σ^2	$F(x)=\int_{-\infty}^{\frac{x-\mu}{\sigma}} e^{-\frac{u^2}{2}}du$	$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
χ^2	n	$2n$	消徒	
$\bar{X}$	μ	$\frac{\sigma^2}{n}$		

离散型

连续型

$n>50$时的：
① $\sum_{i=1}^{50} X_i \sim N(n\mu, n\sigma^2)$
② $B(n,p) \sim N(np, npq)$
③ t分布 $\to N(0,1)$

常用抽样分布

	构造	性质
χ^2	n个相互独立的标准正态分布的随机变量的平方和. $\chi^2=\sum_{i=1}^{n}X_i^2$; $\chi^2(n)$	① 自由度越大，越对称. ② $n=2$时, $\chi^2(2)\sim E(\frac{1}{2})$ $n=2$  ③ 可加性. 两χ^2分布相加 $\Rightarrow$ 自由度相加.
t.	分子正态分布，分母将χ^2分布单位化 $T=\frac{X}{\sqrt{Y/n}}$ $t(n)$	① 概率密度. ② $n>50$时等同标准正态.
F.	分子分母为χ^2分布平均自由度 $F=\frac{X/n_1}{Y/n_2}$. $F(n_1,n_2)$	① $\frac{1}{F}=F(n_2,n_1)$ ② 若$X\sim t(n)$ 则 $X^2\sim F(1,n)$

重要定理

$P(|X-EX|\geq\varepsilon)\leq\frac{DX}{\varepsilon^2}$ 切比雪夫

大数定理

伯努利 n次独立重复试验 $X\sim B(n,p)$ $\frac{X}{n}\xrightarrow{P}P$ 频率收敛于概率

切比雪夫 n个独立且期望方差存在的变量，均值收敛于均值的期望 (可不同分布)

辛钦 n个独立同分布且期望存在的变量，均值收敛于均值期望 (可不存在方差) 并等于整体期望

$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}=\frac{1}{\sigma^2}\sum(X_i-\bar{X})^2\sim\chi^2(n-1)$

$t=\frac{\bar{X}-u}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$

$\bar{X}\sim N(u,\frac{\sigma^2}{n})$

第六章

协方差 相关系数

$E(g(x))=\int_{-\infty}^{+\infty}g(x)f(x)dx$

$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx$

① $\rho=\frac{cov(X,Y)}{\sqrt{DX}\sqrt{DY}}$

$cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)$

$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2$

$D(X)=E(X-EX)^2$

$D(X\pm Y)=DX+DY\pm2cov(X,Y)$