概率论与数理统计习题1

作业P35 一、1234

二、1567

三、24568

习题1 一、填空

1. A、B两事件互不相容，$P(A-B)=0.4$，$P(B)=0.3$ 则$P(A)=$ <u>0.4</u>

解 $P(A-B)=P(A-AB)$

$\because$ AB互不相容

$\therefore AB=\phi$

$\therefore P(A-B)=P(A-AB)$

$=P(A)-P(AB)$

$=P(A)=0.4$

2. A、B两事件互不相容，则$A\cup\overline{B}=$ <u>$\overline{B}$</u>，$A-\overline{B}=$ <u>ϕ</u>，$A\overline{B}=$ <u>A</u>

解 

$\because$ AB互不相容

$\therefore A\subset\overline{B}$

$\therefore A\cup\overline{B}=\overline{B}$ $A-\overline{B}=A-A\overline{B}=\phi$

$A\overline{B}=A$

3. 设A、B为两个随机事件，$P(A)=0.4$，$P(B)=0.5$，$P(A|B)=P(A|\overline{B})$，则$P(A\overline{B})=$ <u>0.2</u>

解 条件概率 $P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}$

乘法公式 $P(AB)=P(A)P(A|B)$

$P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{P(A\overline{B})}{P(\overline{B})}=P(A|\overline{B})$

$\therefore P(AB)=P(A\overline{B})$ 且A与B是相互独立的

$\therefore P(A\overline{B})\overset{=P(AB)}{=}P(A)P(B)=0.2$

4. 设ABC为三事件，则它们都未发生的两种运算为

<u>$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$</u> 或 <u>$\overline{A+B+C}$</u>

二、单项选择题

1. 设A与B是任意两个事件，且$A\subset B$，$P(B)>0$，则下列选项必然成立的是（B）

A. $P(A)<P(A|B)$ B. $P(A)\le P(A|B)$

C. $P(A)>P(A|B)$ D. $P(A)\ge P(A|B)$

解  $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{P(A)}{P(B)}$

$\because P(B)\in(0,1]$

$\therefore \dfrac{P(A)}{P(B)}\geq P(A)$

5. 下列结论正确的是（B）

A. 若$AB\neq\phi$，则A、B必相互独立

B. 若$AB\neq\phi$，则A、B可能相互独立

C. 若$AB=\phi$，则A、B必相互独立

D. 若$AB=\phi$，则A、B必相互不独立

6. 设A、B为二事件，若$P(AB)=0$，则（D）

A. AB互不相容

B. A、B为不可能事件

C. $P(A)=0$或$P(B)=0$

D. AB未必是不可能事件

7. 设A、B、C为三个事件，则事件"ABC不多于1个发生"的逆事件是 <u>ABC至少有两个发生</u>(B)

三、综合题

2. 用A、B、C的运算关系表示下列事件

(1) A、B、C中至少有一个发生

$A+B+C$

(2) A、B、C中恰有一个发生 

$A+B+C-AB-AC-BC$ $A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C$

(3) A、B、C中不多于两个事件发生 (0/1/2)

$\Omega-(A+B+C)$ $\overline{ABC}$

(4) A与C中至少有1个发生，而B不发生

$A+C-AB-BC$ $(A+C)\overline{B}$ / $A+C-B$

4.盒中装有10个相同的球，分别标有号码0~9，从中任取三个，试求下列事件的概率

(1)取到2号球

(2)取到的3个球最小为5

(3)取到的3个球不含2或5.

解、(1) $P=\frac{C_9^2}{C_{10}^3}=\frac{3}{10}$

(2) $P=\frac{C_5^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{20}$

(3) $P_1=\frac{C_2^2C_8^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{15}$ (同时2,5)

$P_2=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$

5.某车间分得厂里招聘的9名新工人,其中3名大专毕业,现平均分3组,求

(1)每班各一名大专生概率

(2)三名同在一班概率

解 (1) $P=\frac{A_3^3}{3^3}=\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$

(2) $P=\frac{C_3^1}{3^3}=\frac{1}{9}$

6 $x^2+Bx+C=0$ 其B、C分别是骰子连掷2次先后出现的点数,求该方程有实根的概率p,有重根的概率q.

解 $B^2-4C\geq 0$ 方程有实根 $\begin{cases} B=2 & C=1 \\ B=3 & C=1,2 \\ B=4 & C=1,2,3,4 \\ B=5,6 & C=1\sim 6 \end{cases}$

$P=\frac{19}{36}$

$B^2-4C=0$ 方程有重根 $\begin{cases} B=2 & C=1 \\ B=4 & C=4 \end{cases}$

$q=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

8、(1) 4封信随机投入6个信箱,试求2指定信箱各一封信的概率.

解、 $P=\frac{4\times A_4^2}{6^4}=\frac{4}{27}$

(2) 4封信随机投入6个信箱中的一个,试求的概率

解: $P=\frac{A_4^2\times A_4^2}{A_6^4}=\frac{2}{5}$

P39. 25 设一仓库有10箱,其中甲5,乙3,丙2 废品率为0.1, 0.2, 0.3, 从10箱产品取1箱,再先后随机取出两件产品,取出后不放回

(1) 求先取得正品,取得正品由甲厂生产概率

(2) 已知后取得正品,求先取也为正品的概率

解 (1) 设 A_1="甲厂" A_2="乙厂", A_3="丙厂";

B_i ="第i次取得正品"

$P(A_1)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$ $P(A_2)=\frac{3}{10}$

$A_1, A_2, \ldots, A_{10} \to B_1$

$P(B_1)=\sum_{i=1}^{10} P(A_i)P(B_1|A_i)$

$=\frac{1}{2}\times 0.9+\frac{3}{10}\times 0.8+\frac{2}{10}\times 0.7$

$=0.83$

(2) $P(B_1|B_2)=\frac{P(B_1B_2)}{P(B_2)}=\frac{P(B_1B_2)}{P(B_1)}$ 抽签顺序不影响结果

$=\frac{\sum P(A_i)P(B_1B_2|A_i)}{0.83}$

$=\frac{\frac{1}{2}\times 0.9\times 0.9+\frac{3}{10}\times 0.8\times 0.8+\frac{2}{10}\times 0.7\times 0.7}{0.83}$

$=0.8288$

陈智飞 信工2009班 2020111973

作业

P37 13 14 18

P38 20 21 23 24 28 29 30

P37

13. 设10件产品中有4件不合格产品,从中任取两件,已知所取产品中有一件是不合格产品,试求另一件也是不合格产品的概率.

解 设 A="所取产品中有一件是不合格产品"

B="两件均不合格"

$P(A)=\frac{C_4^1C_6^1+C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{24+6}{45}=\frac{2}{3}$

$P(B)=\frac{C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$

$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{P(B)}{P(A)}=\frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{5}$

老师补充:

$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{C_4^2}{C_4^1C_6^1+C_4^2}$ $\left(\frac{\frac{C_4^2}{C_{10}^2}}{\frac{C_4^1C_6^1+C_4^2}{C_{10}^2}}\right)$

可省略,直接用基本事件数作为概率的表示

(当全集一致时)

P37

14. 设A、B为二随机事件

(1) 已知 $P(A)=0.4$，$P(B)=0.3$，$P(A-B)=0.2$，试求 $P(A+B)$，$P(A+\bar{B})$，$P(\bar{A}+B)$ 与 $P(\bar{A}+\bar{B})$？

(2) 已知 $P(A)=P(B)=\frac{5}{3}$，$P(A|B)=\frac{1}{6}$，试求 $P(\bar{A}|\bar{B})$

解：$\because P(A-B)=P(A)-P(AB)=P(A\bar{B})$

$\quad\quad\quad\ \ 0.2 \quad\quad\ \ 0.4$

(1)

$\therefore P(AB)=0.2$ $\quad P(\bar{A}B)=P(B)-P(AB)=0.3-0.2=0.1$

$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

$=0.4+0.3-0.2$

$=0.5$

$P(\bar{A}\bar{B})=1-P(A+B)$

$=0.5$

$P(A+\bar{B})=0.4+0.7-0.2$

$=0.9$

$P(\bar{A}+B)=0.6+0.3-P(\bar{A}B)$

$=0.8$

$P(\bar{A}+\bar{B})=0.6+0.7-P(\bar{A}\bar{B})$

$=0.8$

(2) $\because P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{1}{6}$

$\therefore P(AB)=\frac{1}{6}\times P(B)=\frac{1}{18}$

$P(\bar{A}\bar{B})=1-P(A+B)$

$=1-[P(A)+P(B)-P(AB)]$

$=1-[\frac{12}{18}-\frac{1}{18}]=\frac{7}{18}$

$P(\bar{A}|\bar{B})=\frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{B})}=\frac{\frac{7}{18}}{\frac{2}{3}}=\frac{7}{18}\times\frac{3}{2}=\frac{7}{12}$

18. 有两种报警系统A与B，每种系统单独使用时，系统A有效的概率为0.92，系统B有效的概率为0.93，在A失灵的条件下，B有效的概率为0.85，求

(1) 发生意外，这两个系统至少有一个有效的概率

(2) 在B失灵的情况下，A有效的概率

解. (1)

设 A="系统A有效"

B="系统B有效"

$\because P(B|\bar{A})=\frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})}=0.85$

$P(\bar{A}B)=P(\bar{A})\times 0.85=0.068$ $\quad P(B)=P(AB)+P(\bar{A}B)$

$P(AB)=0.862$

~~$P(C)=1-P(\bar{A}\bar{B})$~~

$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.988$

老师补充

$P(B|\bar{A})=\frac{P(B\bar{A})}{P(\bar{A})}=\frac{P(B-AB)}{1-P(A)}=\frac{P(B)-P(AB)}{1-0.92}$

$=\frac{0.93-P(AB)}{0.08}=0.85$

可求出 $P(AB)$

(2) $P(A|\bar{B})=\frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})}=\frac{0.058}{0.15}\approx 0.829$

$P(A\bar{B})=P(A)-P(AB)=0.058$

P38

20. 甲袋中有9只白球1只黑球，乙袋中有10只白球，每次从甲、乙两袋中随机各取一球交换放入另一袋中，这样做了三次，求黑球出现在甲袋中的概率

解. 设A="黑球出现在甲袋"

甲 乙

黑9白 10白

老师补充: $P(A)=\underbrace{\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}}_{三次均为甲白与乙白交换}+C_3^2\underbrace{\frac{1}{10}\times1\times1\times\frac{1}{10}\times\frac{9}{10}\times1}_{两次甲黑乙白 \quad 乙黑甲白 \quad 一次甲白乙白}$

21. 甲、乙、丙三部机床加工同一种零件，产量比为5:3:2。已知甲、乙、丙三部机床加工零件的废品率分别为6%、10%、5%

(1) 试求全部产品中的合格品率

(2) 若从产品中任取一件且恰为废品，它是哪部机床加工的可能性大

解 (1) 设A="甲"，B="乙"，C="丙"

D="合格"

~~P(AD)~~

$P(D)=0.5\times0.94+0.3\times0.9+0.2\times0.05=0.93$

(2) $P(A|\bar{D})=\frac{P(A\bar{D})}{P(\bar{D})}=\frac{P(A)P(\bar{D}|A)}{0.07}=\frac{0.5\times0.06}{0.07}$

≈0.4286

$P(B|\bar{D})=\frac{P(B\bar{D})}{P(\bar{D})}=\frac{0.3\times0.1}{0.07}\approx0.4286$

$P(C|\bar{D})=\frac{P(C\bar{D})}{P(\bar{D})}=\frac{0.2\times0.05}{0.07}=0.1429$

它是甲、乙机床加工的可能性大

23. 发报机分别以概率0.7和0.3发出信号"·"和"—"，由于受到干扰，当发出"·"时，收报机错收成"—"的概率是0.1，而发出"—"时，收报机错收成"·"的概率为0.05

试求：

(1) 收报机收到信号"·"的概率

(2) 收报机收到信号"·"时，发报机发出信号"·"的概率

解 设发出

(1) A="发报机发出"·""

B="收报机收到信号"·""

$P(B)=P(A)\times0.9+P(\bar{A})\times0.05$

$=0.645$

(2) $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0.63}{0.645}\approx0.9767$

$P(AB)=0.7\times0.9=0.63$

24. 玻璃杯成箱出售，每箱20只，假设各箱含0,1,2只残次品的概率相应为0.8, 0.1和0.1，一顾客欲购一箱玻璃杯，在购买时，售货员随意取一箱，而顾客开箱随机地察看4只，若无残次品，则买下该箱玻璃杯，否则退回，试求：

(1) 顾客买下该箱的概率α，

(2) 在顾客买下的一箱中，确实没有残次品的概率

解 设A="顾客买下该箱"

(1) $\alpha=0.8+0.1\times\frac{C_{19}^4}{C_{20}^4}+0.1\times\frac{C_{18}^4}{C_{20}^4}$

$=0.9432$

(2) 设B="顾客箱中无残次品"

$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{0.8}{0.9432}\approx0.85$

$P(AB)=P(B)P(A|B)=0.8\times1=0.8$

概作

概率论作业 5

P39

28. 设三次独立试验中,事件A出现的概率相等,若已知A至少出现一次的概率为 $\frac{19}{27}$,试求事件A在一次试验中的概率

解: 设 B = "事件A在至少一次试验中出现"

$P(B) = 1 - P(\bar{A})^3 = \frac{19}{27}$

$\therefore P(\bar{A}) = \frac{2}{3}$

$P(A) = \frac{1}{3}$

29. 某大厦内有4部电梯,由经验知它们平均每小时运行30min,且各部电梯运行相互独立,试求在某时刻下列事件的概率

(1) 恰有两部电梯在运行

(2) 至少有一部电梯在运行

(3) 全部电梯都在运行

解: (1) $P = C_4^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

(2) $P = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{15}{16}$

(3) $P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

30. 某人参加射击选拔赛,对指定目标独立射击三次,假设他每次的命中率均为0.9,三次均未击中目标,一定不能入选,目标被击中一次而入选的概率为0.2,击中两次而入选的概率为0.5,三次均击中则一定入选,试求该人能入选的概率

解.

$P = (0.9)^3 + \underset{\times 0.1}{\overset{C_3^2}{(0.9)^2}} \times 0.5 + \underset{\times (0.1)^2}{\overset{C_3^1}{0.9}} \times 0.2 =$

$= 0.8559$

P72、填空 2

73 单选 3 13 5 6 8 填 2 2 8

74 3 7 8 三、2(2) 39 和 18

综合 3 7 8 13

P75 14 24

P72

2. 设随机变量的X的分布函数

$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ A\sin x & 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \\ 1 & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$ 则 $P(|X| < \frac{\pi}{6}) = \underline{\frac{1}{2}}$

解. 2°. $P(|X| < \frac{\pi}{6}) = P(-\frac{\pi}{6} < X < \frac{\pi}{6}) = P(X < \frac{\pi}{6}) - P(X < -\frac{\pi}{6})$

$= F(\frac{\pi}{6}) - F(-\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$

1°. $\because F(x)$ 在 $x = \frac{\pi}{2}$ 具有右连续性,

$\therefore \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} F(x) = F(\frac{\pi}{2}) = A = 1.$