

正四面体置换

旋转方式1:

不动旋转: $(A)(B)(C)(D)$

以顶点与对面的中心连线为轴:

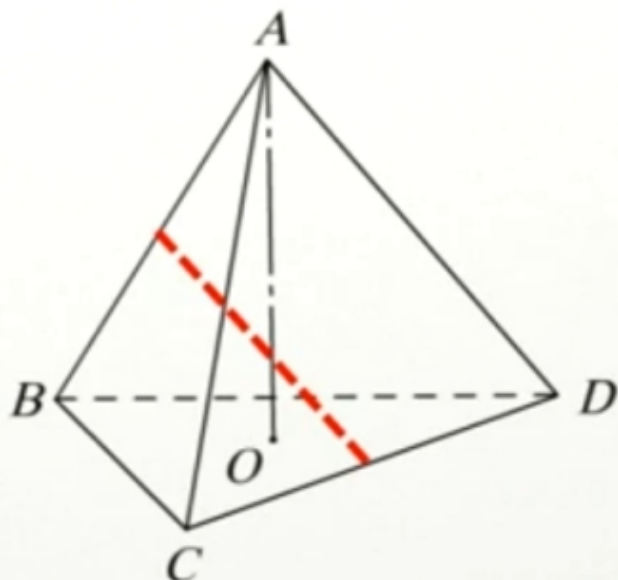
- A 为顶点(AO_1): $\pm 120^\circ$
 $(A)(BCD)$ and $(A)(BDC)$
- B 为顶点: $\pm 120^\circ$
 $(B)(ACD)$ and $(B)(ADC)$
- C 为顶点: $\pm 120^\circ$
 $(C)(ABD)$ and $(C)(ADB)$
- D 为顶点: $\pm 120^\circ$
 $(D)(ABC)$ and $(D)(ACB)$

共有8个三项循环。



一个顶点不动，另外三个顶点组成的底面有两种旋转方式：转正 120° 和转负 120° 。四个顶点都可以作为不动的顶点，于是一共有 $4 \times 2 = 8$ 种置换

旋转方式2:



以正四面体 $A-BCD$ 的3对对边之中点联线为旋转轴：作角度为 π 的3个旋转，分别对应于置换 $(AB)(CD)$, $(AC)(BD)$, $(AD)(BC)$ 。

转动群	顶点	面	棱	个数
不动	$(1)^4$	$(1)^4$	$(1)^6$	1
顶点-面心 $\pm 120^\circ$	$(1)(3)$	$(1)(3)$	$(3)^2$	8
棱心-棱心 180°	$(2)^2$	$(2)^2$	$(1)^2(2)^2$	3

不动的话，大家都是只有一阶置换群

旋转方式1:

表示成点的置换形式是一个一阶和一个三阶（顶点不动，底面的点形成三阶置换）

表示成棱的置换形式是两个三阶（竖着的三条棱形成一个三阶置换，底面的三条棱形成第二个三阶置

换)

表示成面的置换形式是一个一阶和一个三阶(底面不动,竖着的三个面形成三阶置换)

旋转方式2:

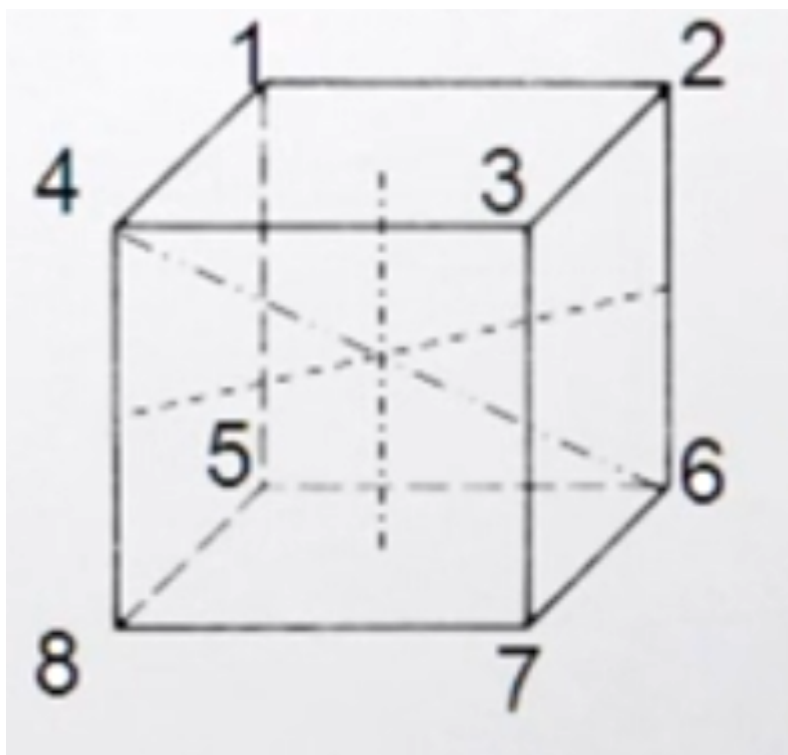
表示成点的置换形式是两个二阶(顶点与底面一点置换,剩下两个底面点置换)

表示成棱的置换形式是两个二阶和两个一阶(两条竖着的棱变成了两条底面棱,一条竖着的棱依然竖着,一条底面棱依然在底面)

表示成面的置换形式是两个二阶(一个竖着的面变成了底面,另外两个竖着的面置换)

共12种置换

正六面体置换



旋转方式1: 竖着的那根轴, 旋转 90°

点的置换: 两个四阶(顶面四个点置换,底面四个点置换)

棱的置换: 三个四阶(顶面四条棱,竖着四条棱,底面四条棱置换)

面的置换: 两个一阶一个四阶(顶面底面不动,竖着的四个面置换)

一个正方体有三条这样的轴(选取一对面当顶面和底面,有三种选择方式), 旋转 90° 可以顺时针也可以逆时针, 一共有 $2 \times 3 = 6$ 种置换

旋转方式2: 竖着的那根轴, 旋转 180°

点的置换：四个两阶（顶面和底面的每个点都和他同一面斜对面的点置换）
棱的置换：六个两阶（顶面四条棱，竖着四条棱，底面四条棱都与其对面的那条棱置换）
面的置换：两个一阶两个两阶（顶面底面不动，竖着的四个面和他对面的面置换）

一个正方体有三条这样的轴（选取一对面当顶面和底面，有三种选择方式），一共有3种置换

旋转方式3：横着的那根轴（棱中点的连线），旋转180度

点的置换：四个两阶（两个竖着的对角面的每一个点和其对角点互换）
棱的置换：一个一阶五个两阶（以上图为例，48和26不换，其他都换）
面的置换：三个两阶（上下，左右，前后）

一个正方体可以找出六条这样的线，一共6种置换

旋转方式4：空间对角线，旋转120度

点的置换：两个三阶两个一阶（旋转轴两个点不变，245置换，386置换）
棱的置换：四个三阶
面的置换：两个三阶

空间对角线有四根（17,28,35,46），旋转120°可以顺时针也可以逆时针，一共有4×2=8中置换

转动群	顶点	面	棱	个数
不动	$(1)^8$	$(1)^6$	$(1)^{12}$	1
面心-面心, ± 90 度	$(4)^2$	$(1)^2(4)$	$(4)^3$	6
面心-面心, 180度	$(2)^4$	$(1)^2(2)^2$	$(2)^6$	3
棱心-棱心, 180度	$(2)^4$	$(2)^3$	$(1)^2(2)^5$	6
空间对角线 ± 120 度	$(3)^2(1)^2$	$(3)^2$	$(3)^4$	8