

3D 建模中数学函数的巧妙应用（上）

谢作如 浙江省温州中学

杨玉轩 浙江省温州大学

在创客教育中，3D建模与3D打印是很重要的组成部分。按理说，3D建模与数学是息息相关的，但审视中小学常用的3D建模软件，更多的是在考量鼠标操作的熟练程度，几乎看不出“数学”体现在哪里。因而，我们希望更多的老师教学生用“3D程序员”来建模，力求在“造物”的同时，把数学知识也用起来。

要用“3D程序员”设计出具有圆滑曲线表面的模型，肯定离不开函数的帮忙。函数几乎是所有学生数学学习的痛点，但建模并不关注对函数原理的研究，只要知道什么样的函数能产生什么样的图形即可。按照初等数学和高等数学两部分内容，我们分别例举数学函数在3D建

模中的巧妙应用。

● 初等数学中的函数与应用

初等数学中，学生能够学习到基本的初等函数，如指数函数、对数函数、幂函数、反函数以及三角函数等（如下表）。这些函数用图像来表示，如图1所示。

那么，建立3D模型时可以利用这些函数来实现什么功能呢？下面来看几个例子。

1.用抛物线做笔搁

很多立体图形都可以通过平面图形拉伸而成，如立方体。“3D程序员”中的数学模块，包含了基本的初等函数，图2为一个自变量为x的二次函数图像，图像为抛物线。“3D程序员”给抛物线加上“线宽”的属性，

只要用拉伸功能，就能形成一个立体模型。

笔搁是毛笔书法中除文房四宝之外，另一不可或缺的物品。（仔细观察笔搁的构造如下页图3所示）很快就会发现其中的规律：笔搁主要是由曲线组成，而这段曲线又是不规则的，可以通过不同的函数方程拼接出来。

把形状图放入坐标系，再根据坐标系写出曲线方程，如下页图4所示。

根据不同函数的图像特点，拼接出一个所需的图像，函数如下。

$$f(x)=-x^2+7 \quad x \in [-2.5,0]$$
$$g(x)=\sqrt{(10x+64)} \quad x \in [-6.4,-5.3]$$
$$h(x)=-(x+3.5)^2 \quad x \in [-5.3,-2.5]$$

根据函数画出一半图像后，利用

基本初等函数

指数函数	对数函数	幂函数	幂函数	三角函数	反函数	一次函数
$y = 2^x$	$y = \log(x)$	$y = x^2$	$y = \sqrt{x}$	$y = \sin(x)$	$y = \frac{1}{x}$	$y = x$

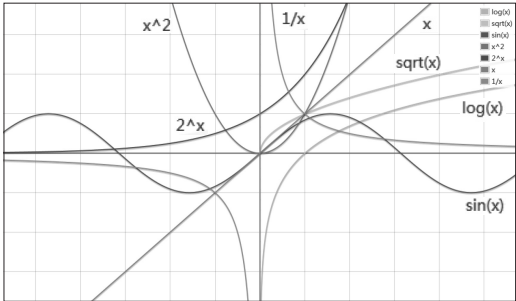


图1 常见的初等数学函数

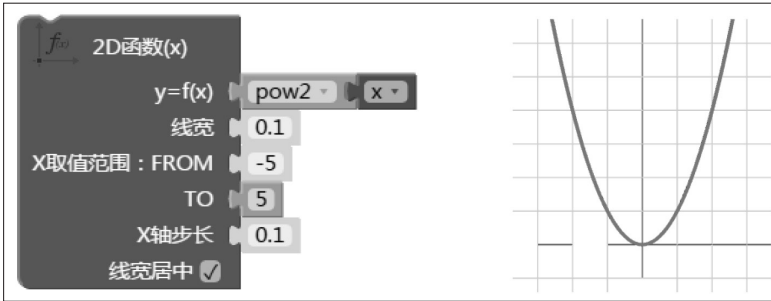


图2 抛物线

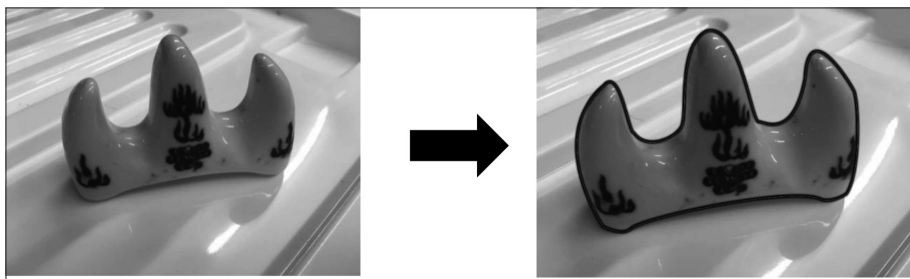


图3 笔搁的形状

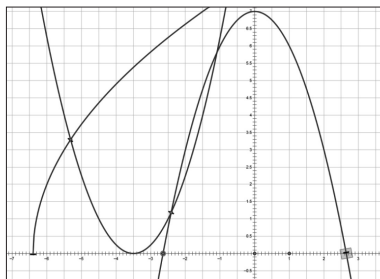


图4 拼接方程

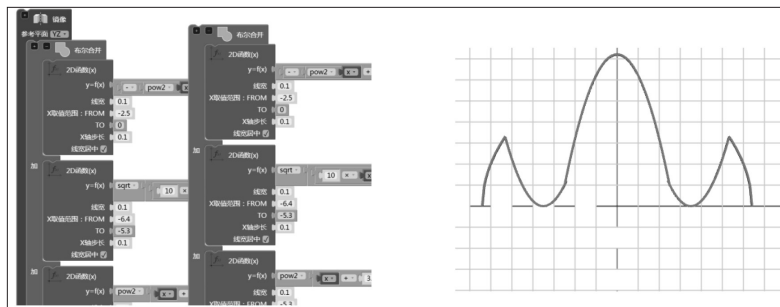


图5 基本形状

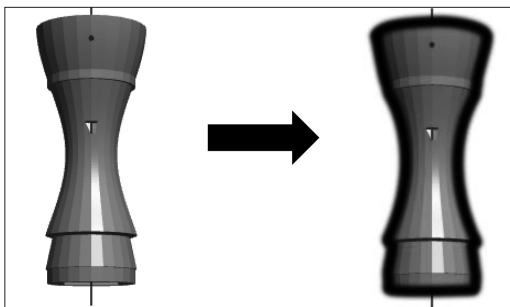


图6 剑柄的形状

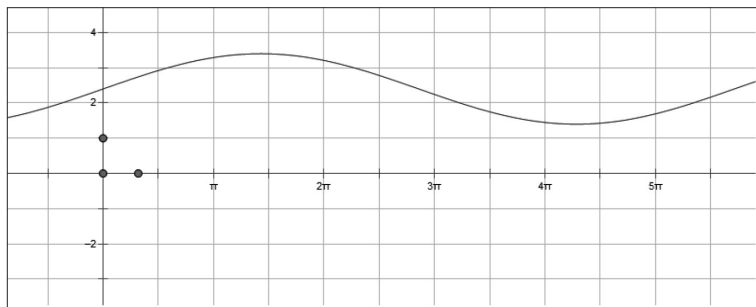


图7 正弦函数



图8 剑柄

“3D程序员”中的“镜像”指令，完成构图(如图5)。在没有给出确定坐标值的情况下，学生想出的数学公式并不是唯一的，寻找合适的数学公式的过程，就是一次有趣的探究。

2.用正弦函数设计“激光剑柄”

《星球大战》作为一部经典电影，一直深受“星战迷”的喜爱。在电影中，用于近身格斗的激光剑也成为《星球大战》的象征，制作一把激光剑是很多创客的选择。除去剑身，最主要的部分当属剑柄，而激光剑柄需要有流线的外形(如图6)。

分析剑柄的曲线部分，其是利

用三角函数中的正弦函数曲线特性，减小自变量的值使曲线变得平滑。周期变大，坐标轴显现如图7所示。

公式: $f(x)=2.4+\sin(0.35x)$
 $x \in [2.5\pi, 7\pi]$

输入2D函数，利用其他指令和形状进行拼接组合，再利用“旋转”功能，就可以完成剑柄的制作。在如图8所示的模型中，剑柄还要挖空，用于放入电源及其他电子器件，所以特意开了一个口子，用于安装控制激光剑效果的“按钮”。

3.用“心脏线”做吊坠

“心脏线”是一种比较特殊的函

数。心形函数有很多种表达式，利用任何函数图像的特性组合为一个分段函数形成一个心形线，如下页图9所示，最终在“3D程序员”中画出了心形函数的图像。

公式: $f(x)=\sqrt{1-(|x|-1)^2}$
 $x \in [-2, 2]$

$g(x)=\arccos(1-|x|)-3$
 $x \in [-2, 2]$

利用“心脏线”可以做一个心形吊坠，用一个球与拉伸后的“心脏线”进行凸壳处理，即可得到一个心形的实体(如下页图10)。

需要提醒的是，可以先取“心

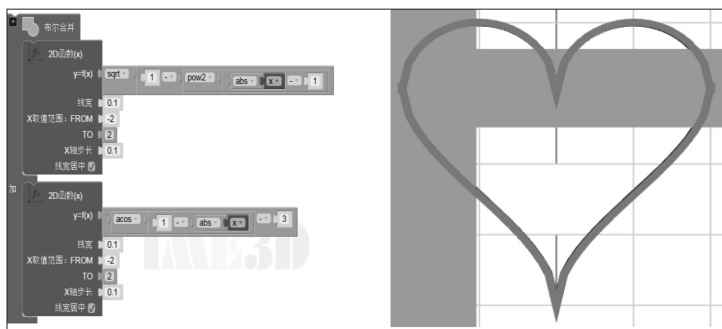


图9 心脏线

脏线”的一半(只需改变x的取值范围)和球的一半,进行凸壳处理,之后镜像翻转,再进行布尔合并即可。

● 小结

不管是指数函数、幂函数、对数函数还是三角函数,它们都有一个共同点,就是图像都是曲线,更改变量后会得到无数种图形。同时,根据一个函数图像,也可以得到该图像的

无数种表达式。确定和不确定的融合,这就是数学建模的乐趣所在。

函数并不只存在于数学运算中,它时刻与我们相伴。在进行3D建模的过程中,仅仅用肉眼很难画出一条完美的曲线,如果能够合理地利用各类函数的特性进行组合,设计出来的作品就会更加精彩。使用“3D程序员”来设计3D模型,能够将抽象

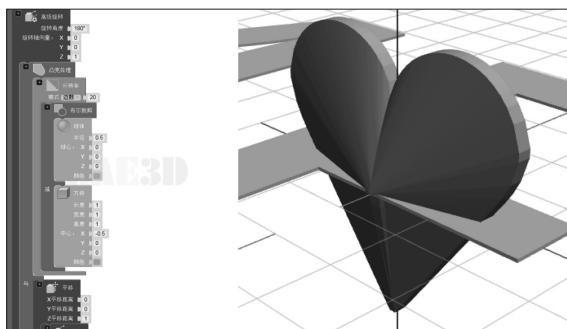


图10 心形吊坠

的逻辑与运算真实地呈现在现实世界中,让学生更加深刻地体验到数学之美。*e*

如果对相关内容感兴趣,请关注主持人博客。



新书推荐

《静悄悄的教育变革》



本书是魏忠继《教育正悄悄发生一场革命》《教育正悄悄发生一场怎样的革命》

之后,在信息和互联网风潮背景下的教育变革三部曲的完结篇,作者对技术变革时代教育和教育机构的变与不变、教育重构下的学习与教育的信息学变化、创造力教育背后的信息变量进行敏锐的观察,从历史和人性的角度进行更加冷静的思

考,进而启示读者去面对全息时代的教育一般规律。

作者在书中回答了姊妹篇《教育正悄悄发生一场革命》中更深层次的问题:

教育到底是情怀还是变量?历史大数据用信息学来解读,有什么不同的视角?对于教育工作者来说又有何种启示?当我们宣传一种价值和教育理念的时候,背后又有什么信息变量微妙地影响着我们的结论?在动辄指责教育的当下,教育的社会学和经济学含义为何被人忽略?作为教师如何在数据变量思维下,找到自己可为和自我提升的数据引擎?

计算思维、设计思维、生命信息、超级生命体、量子态的群体宏观现象和脑神经微观现象,以及机器越来越接近人的思维,这些成果如何促进教育学和学习的革命?对于课堂,对于学校,对于社会,对于社群学习,作为信息设计者,在思维上如何进行一场彻底的变革?

从工匠精神到创客精神,背后有什么一般性的信息支撑?学校和教师又如何搭建一个支撑创造的迭代的创新数据容器?从戏剧教育到教育戏剧,信息化为何是解放师生的最终手段,而教育又为何要拓展互联网思维、警惕互联网行为?*e*