

3D建模中数学函数的巧妙应用（下）

杨玉轩 温州大学

谢作如 浙江省温州中学

要用“3D程序员”设计出具有圆滑曲线表面的模型，肯定离不开函数的帮忙。但初等数学中的函数毕竟有些简单，现在，我们来分析高等数学中常见的函数。

初等数学主要是常量的数学，即只考虑该问题的具体量。而高等数学更多的是变量的数学，考虑的是全体情况，追求研究问题的本质。

● 高等数学中的部分函数与应用

在高等数学中，反三角函数和复合函数是很常见的，如 $f(x) = x^{\sin(x^{\cos(x)})}$ （如图1）。

1. 克莱因瓶和莫比乌斯环

克莱因瓶和莫比乌斯环是

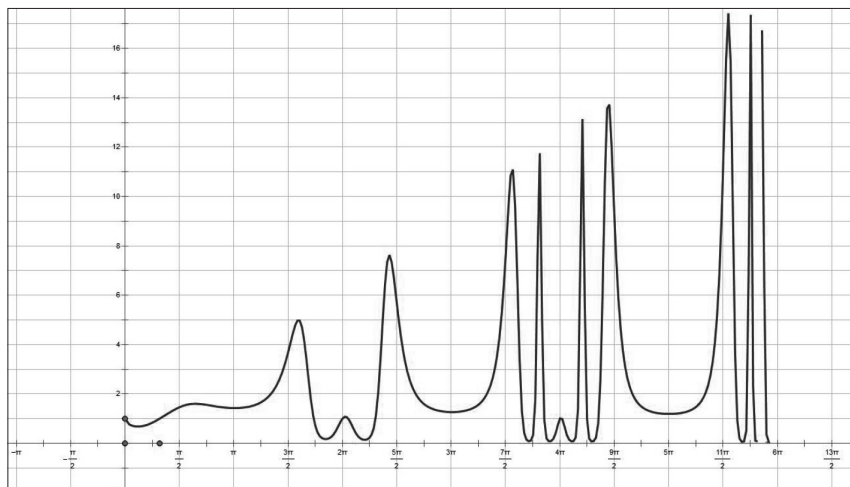


图1 反三角函数和复合函数图

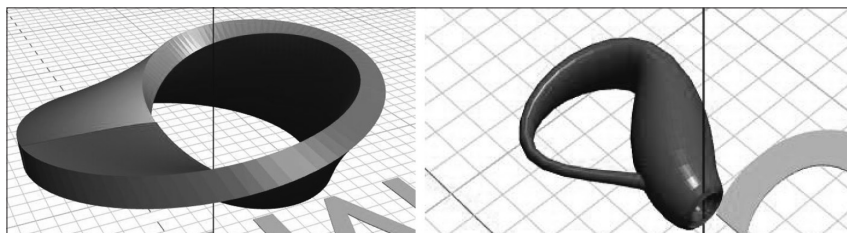


图2 莫比乌斯环和克莱因瓶

恩·赖格(Shane Legg)指出，人工智能机器人是本世纪人类的头号威胁者。谷歌率先成立了人工智能伦理委员会，对机器人进行技术监管，确保人工智能机器人技术不被滥用，避免未来发生机器人灭绝人类的惨剧。2016年，科技巨头亚马逊、微软、谷歌、IBM和Facebook联合成立了一家非营利性的人工智能合作组织 (Partnership on AI)，以解决人工智能的伦理问题。

联合国教科文组织与世界科学知识与技术伦理委员会最新联合发

布了一个报告(2016)，这是一份关于机器人伦理的初步草案报告。草案讨论了机器人的制造和使用促进了人工智能的进步，以及这些进步所带来的社会与伦理道德问题。

从另一个方面来看，每一个从事人工智能方面研究的科技工作者，都应该始终把人类的利益放在首位，具有强烈的社会道德责任意识，不断学习和提高自己的伦理道德素养，提高自己的研发能力，编写出可以让机器人的行为更加符合伦理道德的程序，掌握好人工智能技

术的方向盘，将人工智能技术带向科学伦理道德的真善美中去。

目前的人工智能技术虽然发展很快，但是依然存在着很多理论和技术上的问题，这些问题在科学技术的不断向前发展中最终会被解决，人工智能的真正实现也成为可能。对于人工智能技术所引发的伦理道德问题，人工智能领域方面的专家和学者们可以团结合作，深入思考和分析，制订相应的应对策略，让人工智能技术在提升人类幸福感的星光大道上走得更远。e

一类比较特殊的图形（如上页图2），公式用了大量的三角函数，十分复杂，但是根据公式也可以生成这类模型。

克莱因瓶的公式有点长，代码和效果如图3所示。

2. 笛卡尔叶形线

笛卡尔叶形线是一个代数曲线，参数方程为：

$$\begin{cases} x = \frac{3a \tan \theta}{1 + \tan^3 \theta} \\ y = \frac{3a \tan^2 \theta}{1 + \tan^3 \theta} \end{cases} \quad (a \text{ 为弧长}, a \neq 0)$$

在“3D程序员”中呈现的图像如图4所示。

通过变换操作以及旋转拉伸，最后再与圆管组合，便可形成一个漂亮的杯盖（如图5）。

需要注意的是，进行组合时，要考虑圆管是否能与杯子完全契合。同时还要注意拼接的细节，如盖帽儿与盖子的连接处是否牢固等。

● 高等数学中的部分空间几何图形与应用

1. 马鞍面

在初等数学的平面几何基础上，又可以延伸出很多空间几何图形。马鞍面是一个比较典型的例子，公式为 $z = \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4}$ ，代码及图形如图下页6所示。

“马鞍面”就是双曲抛物面，通过在不同视角观察可以很轻易地发现这一特点。可以利用“马鞍面”双曲的特点，做一个厨房水槽双面沥水篮（如下页图7），或者自行车架储物盒。

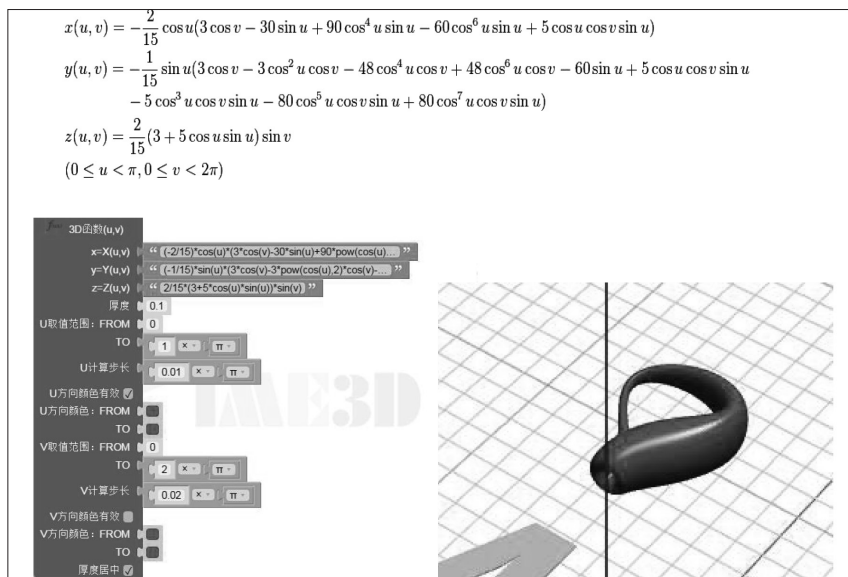


图3 克莱因瓶

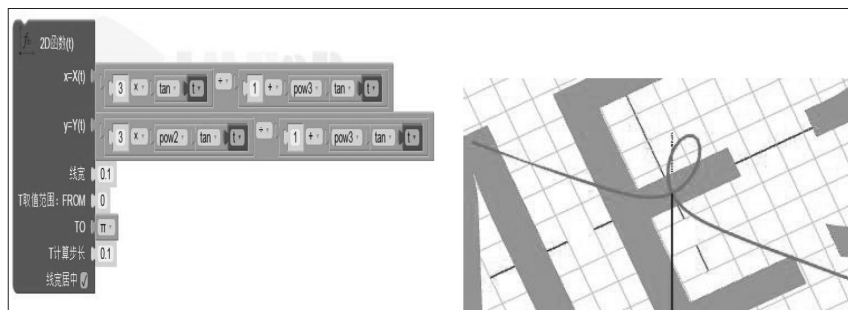


图4 笛卡尔叶形线

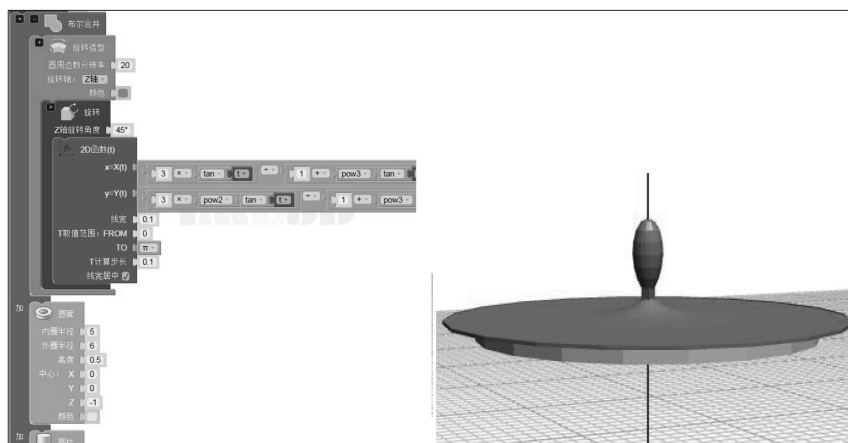


图5 杯盖

利用曲面开口不断放大的优势，可以很好地卡在水槽处，同时也能适应不同宽度的水槽（如下页图8）。

“马鞍面”上部分也呈曲面，生活中这样的形状也很常见，还可

以将其用作干抹布的放置地。根据具体的需要，截取其中的部分是最常用的方法。

2. 墨西哥帽子

空间几何图形的另外一个比较

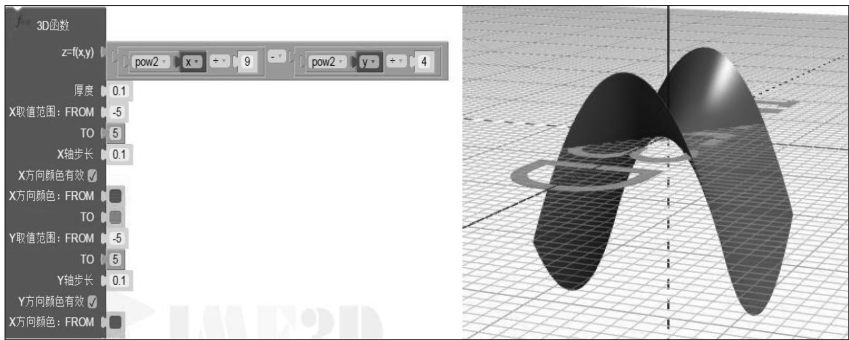


图6 马鞍面



图7 沥水篮

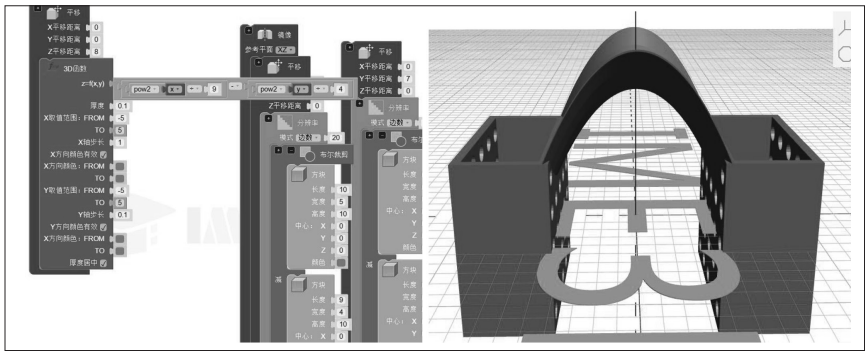


图8 利用“马鞍面”做沥水篮



图10 喂鸡食槽

这才是创客教育的魅力所在。e

如果对相关内容感兴趣，请关注主持人博客。

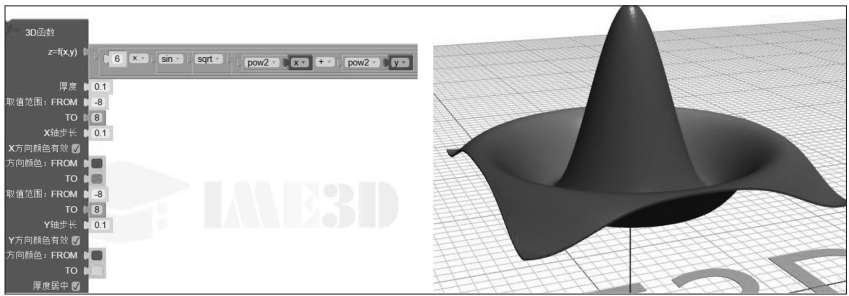


图9 墨西哥帽子

典型的例子便是“墨西哥帽子”，公式为 $z = \frac{\sin\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}$ ，代码及图形如图9所示。

由于该形状的特殊性，我们可以直接将其用于人物模型中，如作为人物装饰用的帽子等，或者通过裁剪和叠加，变为喂鸡食槽（如图10）、烛台等。

● 结语

“3D程序员”作为一款用于3D建模的软件，与数学知识结合

紧密是其最大的特色。在计算机中制作任何图形，其实都是对函数的调用。那么，怎么利用这些函数构建出一个既美观又能使用的物品，是“3D程序员”给使用者提出的挑战。在STEAM教育、创客教育的课例中，和数学联系紧密的其实并不多，“3D程序员”则给出了一个很好的研究方向。学生在造物（设计3D作品）的同时，又更加深入地体会了各种数学知识的妙用，一举两得。