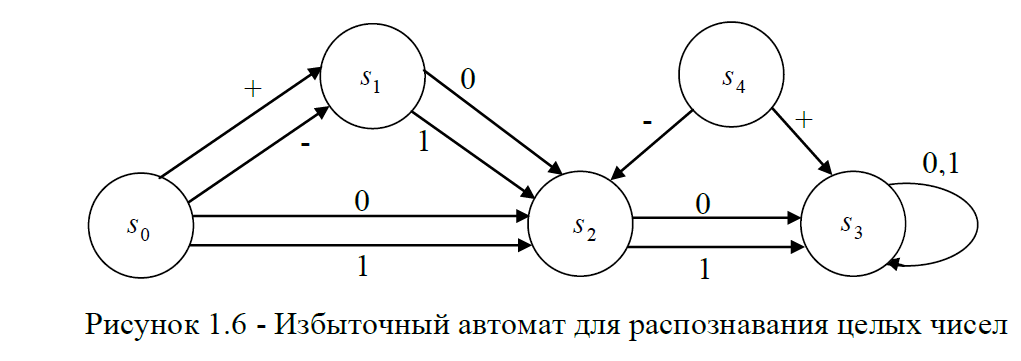
***Минимизация автоматов***

Минимизация конечных автоматов

Рассмотрение простого примера, представленного на рис. 1.6, позволяет сделать вывод, что один и тот же автомат может иметь множество представлений с разным количеством состояний и переходов. Так, например, состояние s4 является недостижимым из начального состояния и потому может быть изъято, а состояния s2 и s3 можно объединить;

Получить минимальное представление автомата весьма важно, если в дальнейшем оно будет реализовано аппаратно или программно. Кроме того, возникает задача для «похожих» автоматов определить формально, являются ли они эквивалентными.



В дальнейшем будем рассматривать автоматы, которые не имеют недостижимых состояний, поскольку такие состояния могут быть изъяты из диаграммы с помощью методов теории графов. Методы минимизации и определение эквивалентности будут представлены для автоматов Мура, что, не ограничивает их общности.

Два состояний автомата s1 и s2 будем называть n-эквивалентными, если для произвольной входной цепочки длиной n символов выходные цепочки символов совпадают. Отношение n-эквивалентности обозначим n~

Два состояний автомата s1 и s2 будем называть эквивалентными, если они являются n-эквивалентные для произвольного неотрицательного целого n.

Эквивалентные автоматы реализуют одинаковые преобразования, но могут иметь различное число внутренних состояний. Задача построения минимального автомата называется задачей минимизации автомата. Ее решение осуществляется в два этапа:

сначала устанавливаются все эквивалентные состояния исходного автомата,

а затем по ним строится минимальный автомат.

Для определения неэквивалентных состояний необходимо выяснить классы эквивалентных состояний.

Алгоритм состоит в последовательном построении разбиения множества состояний на одно-, два-, три- и так далее эквивалентные. Если текущее разбиение совпадает с предыдущим, то полученные классы эквивалентности и определяют минимальный автомат. В таблице разбиения указан номер класса следующего состояния. Первоначальное разбиение определяется функцией выхода:

нульэквивалентные состояния имеют одинаковые выходные символы\_\_

***Минимизация автоматов Мили***

**Пример 1.** Задан автомат Мили совмещенной таблицей переходов/выходов. Минимизировать данный автомат.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **z1** | 3  Y1 | 4  Y1 | 3  Y1 | 4  Y1 | 1  Y1 | 2  Y1 |
| **z2** | 5  Y1 | 6  Y1 | 5  Y2 | 6  Y2 | 3  Y1 | 4  Y1 |
|  | **\*** | **\*** | **+** | **+** | **\*** | **\*** |

Решение.

1. Определить эквивалентные состояния. На вход автомата подается слова длины 1: |p|=1.

1 класс А1={1, 2, 5, 6}

2 класс А2={3, 4}

π1={A1, A2}

1. Классы А*i* подвергаются анализу на предмет их расщепления при подаче слов длины 2: |p|=2.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **А1** | | | | **А2** | |
|  | **1** | **2** | **5** | **6** | **3** | **4** |
| **z1** | **А2** | **А2** | **А1** | **А1** | **А2** | **А2** |
| **z2** | **А1** | **А1** | **А2** | **А2** | **А1** | **А1** |
|  | **B1** | | **B2** | | **B3** | |

1 класс B1={1, 2 }

2 класс B2={5, 6}

3 класс B3={3, 4}

π2={B1, B2, B3}, π1 ≠ π2 , следовательно, расщепление еще не закончено.

1. Классы B*i* подвергаются анализу на предмет их расщепления при подаче слов длины 3: |p|=3.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | | **B2** | | **B3** | |
|  | **1** | **2** | **5** | **6** | **3** | **4** |
| **z1** | **B3** | **B3** | **B1** | **B1** | **B3** | **B3** |
| **z2** | **B2** | **B2** | **B3** | **B3** | **B2** | **B2** |
|  | **C1** | | **C2** | | **C3** | |

1 класс C1={1, 2 }

2 класс C2={5, 6}

3 класс C3={3, 4}

π3={C1, C2, C3}, π2 = π3 , следовательно расщепление закончено.

1. Из каждого класса C*i* выбирается по одному состоянию и они переобозначаются в терминах S*i* .

1 класс C1={1, 2 } 1 **S0**

2 класс C2={5, 6} 5 **S1**

3 класс C3={3, 4} 4 **S2**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **S0** | **S1** | **S2** |
| **z1** | S2  Y1 | S0  Y1 | S2  Y1 |
| **z2** | S1  Y1 | S2  Y1 | S1  Y2 |

В качестве проверки правильности минимизации на вход подается комбинация X1X2X2X1

Выходные реакции в исходном и минимизированном автоматах совпадают.

***Минимизация автоматов Мура***

При минимизации автоматов Мура вводится понятие 0-эквивалентности состояний и разбиения множества состояний на 0-классы.

0-эквивалентными называются любые одинаково отмеченные состояния автомата Мура.

Если два 0-эквивалентных состояния любым входным сигналом переводятся в два 0—эквивалентных состояния, то они называются 1-эквивалентными.

Все дальнейшие классы эквивалентностей состояний для автомата Мура определяются аналогично, как и для автомата Мили.

**Пример 2.** Задан автомат Мура отмеченной таблицей переходов. Минимизировать данный автомат.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Y1** | **Y2** | **Y3** | **Y1** | **Y2** | **Y2** | **Y3** |
|  | **a1** | **a2** | **a3** | **a4** | **a5** | **a6** | **a7** |
| **1** | a5 | a4 | a5 | a3 | a4 | a2 | a5 |
| **2** | a7 | a1 | a4 | a2 | a1 | a3 | a4 |
|  | **\*** | **+** |  | **\*** | **+** | **+** |  |

Решение.

Классы 0-эквивалентности

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | | **B2** | | | **B3** | |
|  | **a1** | **a4** | **a2** | **a5** | **a6** | **a3** | **a7** |
| **1** | B2 | B3 | B1 | B1 | B2 | B2 | B2 |
| **2** | B3 | B2 | B1 | B1 | B3 | B1 | B1 |
|  | **C1** | **C2** | **C3** | | **C4** | **C5** | |

B1 ={a1, a4}

B2 ={a2, a5, a6}

B3 ={a3, a7}

P0 = {B1, B2, B3}

Дальнейшее разбиение на Классы эквивалентности

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **C1** | **C2** | **C3** | | **C4** | **C5** | |
|  | **a1** | **a4** | **a2** | **a5** | **a6** | **a3** | **a7** |
| **1** | C3 | C5 | C2 | C2 | C3 | C3 | C3 |
| **2** | C5 | C3 | C1 | C1 | C5 | C2 | C2 |
|  | **D1** | **D2** | **D3** | | **D4** | **D5** | |

C1 = { a1}

C2 = { a4}

C3 = { a2, a5}

C4 = { a6}

C5 = { a3, a7}

P1={ C1, C2 ,C3 ,C4 ,C5}

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **D1** | **D2** | **D3** | | **D4** | **D5** | |
|  | **a1** | **a4** | **a2** | **a5** | **a6** | **a3** | **a7** |
| **1** | D3 | D5 | D2 | D2 | D3 | D3 | D3 |
| **2** | D5 | D3 | D1 | D1 | D5 | D2 | D2 |

D1 = { a1} a1 S1

D2 = { a4} a4 S2

D3 = { a2, a5} a5 S3

D4 = { a6} a6 S4

D5 = { a3, a7} a3 S5

P2={ D1, D2 ,D3 ,D4 ,D5}

P1= P2, разбиение закончено.

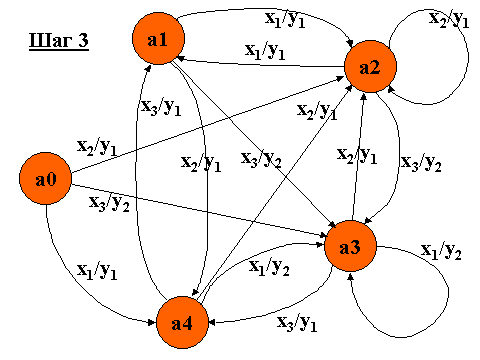
Результирующая таблица минимизированного автомата Мура

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **y1** | **y1** | **y2** | **y2** | **y3** |
|  | **S1** | **S2** | **S3** | **S4** | **S5** |
| **1** | S3 | S5 | S2 | S3 | S3 |
| **2** | S5 | S3 | S1 | S5 | S2 |

4. Минимизировать автомат, заданный таблицей.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **S1** | **S2** | **S3** | **S4** | **S5** | **S6** | **S7** | **S8** | **S9** | **S10** | **S11** | **S12** |
| **z1** | S10  Y1 | S12  Y1 | S5  Y2 | S7  Y2 | S3  Y1 | S7  Y2 | S3  Y1 | S10  Y1 | S7  Y2 | S1  Y2 | S5  Y2 | S2  Y2 |
| **z2** | S5  Y2 | S8  Y2 | S6  Y1 | S11  Y1 | S9  Y2 | S11  Y1 | S6  Y2 | S4  Y2 | S6  Y1 | S8  Y1 | S9  Y1 | S8  Y1 |

5. Минимизировать автомат, заданный графом.



6. Минимизировать автомат, заданный таблицей.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Y1** | **Y1** | **Y3** | **Y3** | **Y3** | **Y2** | **Y3** | **Y1** | **Y2** | **Y2** | **Y2** | **Y2** |
|  | **q1** | **q2** | **q3** | **q4** | **q5** | **q6** | **q7** | **q8** | **q9** | **q10** | **q11** | **q12** |
| **X1** | q10 | q12 | q5 | q7 | q3 | q7 | q3 | q10 | q7 | q1 | q5 | q2 |
| **X2** | q5 | q7 | q6 | q11 | q9 | q11 | q6 | q4 | q6 | q8 | q9 | q8 |