실험 5-1. 관성모멘트의 측정

1. 목적

에너지 보존법칙을 이용하여 원반과 링, 막대, 질점(Material point)의 관성모멘트(Moment of Inertia)를 결정한다.

2. 이론

n개의 질점으로 구성된 강체(Rigid body)가 고정 축 주위를 각속력(Angular velocity) ω 로 회전하면, 총 운동에너지(Kinetic energy) K는

$$K = \frac{1}{2} \left(\sum m_i r_i^2 \right) \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2 \tag{1}$$

이다. 여기서 I는

$$I = \sum m_i r_i^2 \tag{2}$$

로 관성모멘트이고, r_i 는 회전축으로부터의 거리다. 연속적인 질량 분포의 경우의 관성모멘트는

$$I = \int r^2 dm \tag{3}$$

이 된다.

[그림 1]과 같은 장치에서 질량 M인 추가 정지상태로부터 시간 t동안에 h만큼 떨어지면서 원판을 회전시키면 에너지 보존 법칙에 의해

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$
 (4)

이 된다.

v는 추가 h만큼 내려왔을 때의 속력으로서 추는 등가속도운동을 하므로

$$v = at$$
, $h = \frac{1}{2}at^2$ (5)

이고, a는 가속도의 크기, 속력은

$$v = \frac{2h}{t}$$

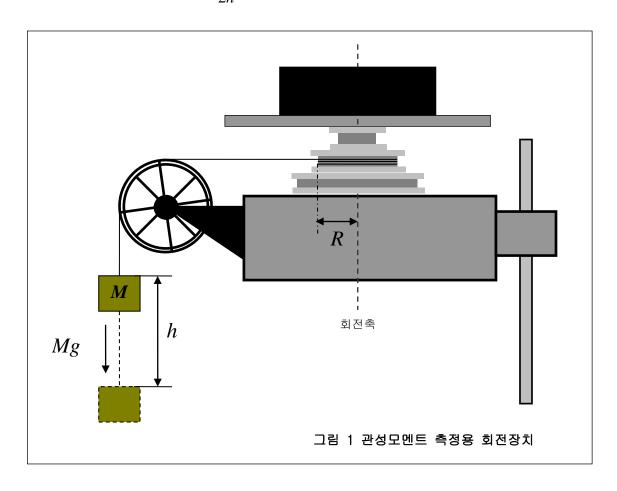
이고, ω 는 회전축의 각속력으로서

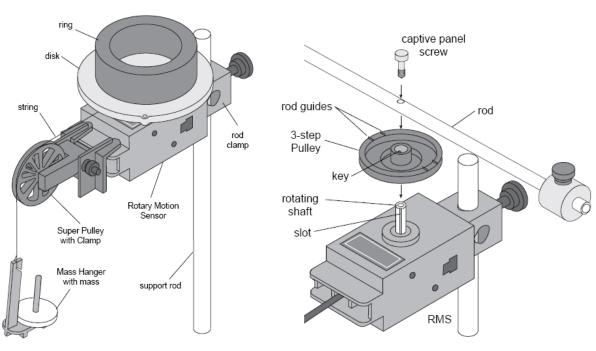
$$\omega = \frac{v}{R} \tag{6}$$

이다. 여기서 R은 회전축의 반지름이다.

식 (5), (6)를 (4)에 대입하면 회전체의 관성모멘트 I는 다음과 같이 된다.

$$I = MR^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right) \tag{7}$$





3. 기구와 장치

기구와 장치	Equipment	수량	비고
관성모멘트 set		1	
실	Thread	1	
추걸이	Mass hanger	1	
추	Mass set	1	
로터리모션센서	Rotary motion sensor	1	
버니어 캘리퍼스	Vernier calipers	1	
전자 저울	Balance		고용

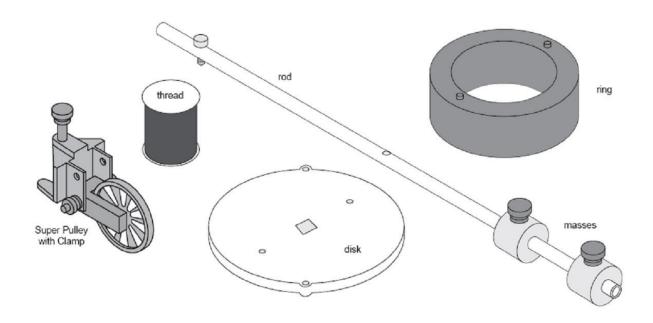


그림 2 관성모멘트 set

- 원반(disk)의 관성 모멘트

$$I = \frac{1}{2}mr^2$$
 $(r$: 원반의 반경)

- 링(ring)의 관성 모멘트

$$I = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2)$$
 $(r_1$: 링의 내경, r_2 :링의 외경)

- 막대(rod)의 관성 모멘트

$$I = \frac{1}{12}ml^2$$
 (l : 막대의 길이)

- 질점(material point)의 관성 모멘트

$$I=2mr^2$$
 (r : 회전축과 질점 사이의 거리)

4. 실험방법

주 의

- 추걸이가 땅에 닿지 않게 실의 길이를 조절한다.

사 항

- 실이 회전축에 감길 때 나란히 감겨야 정확한 실험을 할 수 있다.
- 1) 원반의 관성모멘트 측정
 - (1) 이 실험과 관련된 기구와 장치를 설치하고 확인한다.
 - (2) 실이 수평이 될 수 있도록 도르래의 높이를 조정한다.
 - (3) 실을 회전축의 고리에 연결하고 도르래를 거쳐 추걸이에 연결한다.
 - (4) 원반을 손으로 천천히 돌려 실을 일정하게 감는다.
 - (5) 그런 다음 원반을 천천히 놓으면서 추걸이를 낙하시켜 로터리 모션센서가 작동하는지 확인한다. (로터리 모션센서의 Resolution은 Low, Linear Accessory는 Medium Pulley(Groove)로 설정하고, Graph의 x축은 time, y축은 position으로 setting한다.)
 - (6) 일정한 낙하거리(h)를 정하고 낙하하는데 걸리는 시간을 기록한다.
 - (7) 추의 질량을 변화시켜 각 추의 무게마다 실험을 5회 반복한다.
 - (8) 전자 저울을 이용해서 추와 원반의 질량을 측정한다.
 - (9) 버니어 캘리퍼스를 이용하여 원반의 반지름을 재고 기록한다.
 - (10) 추의 질량이 증가함에 따라 관성모멘트의 값이 어떻게 달라지는가 확인한다.
 - (11) 추가 낙하하는데 걸리는 시간을 이용하여 측정한 원판의 관성 모멘트 값과 원반의 무게와 반 지름을 이용하여 계산한 관성 모멘트 값을 비교한다.
- 2) 링의 관성모멘트 측정
 - (1) 원반 위에 링을 고정하고, 1) 원반 실험과 동일하게 실험 과정을 반복한다.
 - (2) 전자 저울을 이용해서 추와 원반의 질량을 측정한다.
 - (3) 버니어 캘리퍼스를 이용하여 링의 내경과 외경을 재고 기록한다.
 - (4) 추의 질량이 증가함에 따라 관성모멘트의 값이 어떻게 달라지는가 확인한다.
 - (5) 추가 낙하하는데 걸리는 시간을 이용하여 측정한 링의 관성 모멘트 값과 링의 무게와 내경, 외경을 이용하여 계산한 관성 모멘트 값을 비교한다. (링의 관성 모멘트를 알기 위해서 원반의 관성 모멘트를 빼주어야 한다.)
- 3) 막대의 관성모멘트 측정
 - (1) 이 실험과 관련된 기구와 장치를 확인한다.
 - (2) 회전축의 너트를 풀고 측정 원반을 제거한 다음에 금속 막대를 회전축의 흠에 맞추어 끼운 후 볼트로 조인다. (이때 금속 막대의 중심에 흠이 나있기 때문에 쉽게 중앙을 고정할 수 있다.)
 - (3) 원반의 관성모멘트를 측정할 때와 같은 방법으로 금속 막대의 관성모멘트를 측정한다.

4) 질점의 관성모멘트 측정

- (1) 이 실험과 관련된 기구와 장치를 확인한다.
- (2) 금속 막대에 두 질량 m_1, m_2 를 끼우고 중심 축에서의 거리가 같도록 설치한다.
- (3) 질량 고정 볼트의 중앙의 홈과 회전 중심축과의 거리를 변화시켜가면서 실험을 실시한다.
- (4) 질점의 위치에 따른 관성모멘트의 측정에는 막대의 관성모멘트가 포함되어 있으므로 막대의 관성모멘트 측정 실험에서 측정한 막대의 관성모멘트 값을 빼주어야 한다.

5. 실험결과

1)	원반의	관성모멘트	측정
----	-----	-------	----

(1) 추의 낙하 거리, h:	
------------------	--

(2) 질량 변화에 따른 낙하시간, 관성모멘트

등 人	질량			낙하시간	난 t(sec)			관성모멘트
회수	M(g)	1회	2회	3회	4회	5회	평균	I(g·m²)
1								
2								
3								
4								
5								

(3)	원반의	반경, r:	

(4) 원반의 무게, <i>M</i> :

2) 링의 관성모멘트 측정

(1)	추이	낙하	거리.	h:		

(2) 질량 변화에 따른 낙하시간, 관성모멘트

회수	질량			낙하시간	가 <i>t</i> (sec)			관성모멘트
외구	M(g)	1회	2회	3회	4회	5회	평균	$\emph{\textbf{I}}(exttt{g}\cdot exttt{m}^2)$
1								
2								
3								
4								
5								

(3)	리이	내경, r_i :	
(0)	S -1	\Box \Box \Box \Box \Box \Box \Box	

(4) 링의 외경, r₂: _____

(5) 링의 무게, *m*: _____

3) 막대의 관성모멘트 측정

(1) 추의 낙하 거리, h:	(1)	추의	낙하	거리. h:	
------------------	-----	----	----	--------	--

(2) 질량 변화에 따른 낙하시간, 관성모멘트

히스	질량			낙하시간	안 t(sec)			관성모멘트
회수	M(g)	1회	2회	3회	4회	5회	평균	$I(g \cdot m^2)$
1								
2								
3								
4								
5								

(4)	막대의	무게,	m:	
-----	-----	-----	----	--

4) 질점의 관성모멘트 측정

(1)	추의	낙하	거리, <i>h</i> :	
-----	----	----	----------------	--

(2) 질량 변화에 따른 낙하시간, 관성모멘트

회수	질량	낙하시간 <i>t</i> (sec)					관성모멘트	
외구	M(g)	1회	2회	3회	4회	5회	평균	$\emph{\textbf{I}}(exttt{g}\cdot exttt{m}^2)$
1								
2								
3								
4								
5								

(3) 질	점의 위치	, <i>r</i> :
-------	-------	--------------

(4) 질점의 무게, *m*: _____

반드시 질점의 위치를 바꾸어 가며 실험을 해보시오. 질점의 위치가 변화함에 따라 도르래의 회전 속력이 어떻게 달라지는지 확인하고 회전 속력과 관성 모멘트와의 관계에 대해서도 생각해 보시오. 그리고 레포트 작성시 토의 내용에 반영하시오.