

计算机与人工智能学院、阿里云大数据学院

2021~2022 学年第 2 学期

《复变函数与积分变换》 期末试卷 A 卷

试卷适用专业: 自动化 201, 202 考试形式: 闭卷, 所需时间: 90 分钟

一、填空题(共 10 空格, 每空格 5 分, 共 50 分)

1. 设 $z = \frac{-i}{-2+2i}$, 则 $\operatorname{Arg} z =$ _____.

2. 设 $e^{2z} = 1 + i$, 则 $z =$ _____.

3. $\oint_{|z|=2} \frac{e^z dz}{(z+4i)^2} =$ _____.

4. 积分 $\int_i^{i/2} e^{\pi z} dz =$ _____.

5. 根式 $\sqrt[3]{-27} =$ _____.

6. $z = 0$ 是 $z \cos \frac{1}{z}$ 的奇点的类型为 _____.

7. 级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-1)^n}{n^2}$ 的收敛半径为 _____.

8. $\operatorname{Res} \left(\frac{e^z - 1}{z^6}, 0 \right) =$ _____.

9. $\oint_{|z|=4} \frac{1}{z^2+9} dz =$ _____.

10. $f(z) = 2x + ixy^2$ 的解析性为 _____.

二、(本大题共 5 小题, 每小题 10 分, 共 50 分)

1. 求函数 $f(z) = \frac{1}{z^2(z-1)}$ 在 $0 < |z| < \infty$ 内的罗朗展式.

2. 设 $f(z) = \frac{z}{1-z}$, 求 $f(z)$ 在 $z_0 = 2$ 内的泰勒展开式, 并指出它们的收敛半径.

3. 已知调和函数 $v(x, y) = 2xy + 3x$, 求函数 $u(x, y)$, 使函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 为解析函数, 且满足 $f(0) = 0$.

系: 数学系 拟题人: 应数教研室

校核: 系(部)主任

王世飞

教学院长

石林

2022 年 5 月 25 日

5. 求函数 $f(t) = \begin{cases} e^{-at}, & t \geq 0, \\ e^{at}, & t < 0 \end{cases}$ ($a > 0$)
的傅里叶变换及其积分表达式。

4. 计算下列积分: $\oint_C \frac{1}{z^3 - z^5} dz$, 其中 C 是正向圆周: $|z| = 3$.