

计算机与人工智能学院、阿里云大数据学院

2021~2022 学年第 2 学期

《复变函数与积分变换》期末试卷 A 卷

试卷适用专业: 自动化 201, 202 考试形式: 闭卷, 所需时间: 90 分钟

一、填空题(共 10 空格, 每空格 5 分, 共 50 分)

1. 设  $z = \frac{-i}{-2+2i}$ , 则  $\operatorname{Arg} z = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 设  $e^{2z} = 1+i$ , 则  $z = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 设  $f(z) = \frac{z}{1-z}$ , 求  $f(z)$  在  $z_0 = 2$  内的泰勒展开式, 并指出它们的收敛半径.

3.  $\oint_{|z|=2} \frac{e^z dz}{(z+4i)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4. 积分  $\int_1^{i/2} e^{\pi z} dz = \underline{\hspace{2cm}}$ .

5. 根式  $\sqrt[3]{-27} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

6.  $z=0$  是  $z \cos \frac{1}{z}$  的奇点的类型为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

7. 级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-1)^n}{n^2}$  的收敛半径为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

8.  $\operatorname{Res}(\frac{e^z-1}{z^6}, 0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

9.  $\oint_{|z|=4} \frac{1}{z^2+9} dz = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10.  $f(z) = 2x + ixy^2$  的解析性为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

二、(本大题共 5 小题, 每小题 10 分, 共 50 分)

1. 求函数  $f(z) = \frac{1}{z^2(z-1)}$  在  $0 < |z| < \infty$  内的罗朗展式.

3. 已知调和函数  $v(x, y) = 2xy + 3x$ , 求函数  $u(x, y)$ , 使函数  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  为解析函数, 且满足  $f(0)=0$ .

4. 计算下列积分:  $\oint_C \frac{1}{z^3 - z^5} dz$ , 其中  $C$  是正向圆周:  $|z| = 3$ .

5. 求函数  $f(t) = \begin{cases} e^{-at}, & t \geq 0, \\ e^{at}, & t < 0 \end{cases}$  ( $a > 0$ )  
的傅里叶变换及其积分表达式。