姓名＿＿＿＿　学号＿＿＿＿　班级＿＿＿＿

计算机与人工智能学院、阿里云大数据学院、软件学院

2024~2025 学年第 1 学期

《复变函数与积分变换》 期末试卷 A 卷

试卷适用专业：自动化 231, 232 考试形式：闭卷，所需时间：90 分钟

一、填空题(共 9 题，每小题 4 分，共 36 分)

1. 设 $z=\frac{(1-\sqrt{3}i)(1+i)}{(-2+2i)(1-i)}$，则 argz = ＿＿＿＿＿＿ .

2. 设 $z=i^i$，则 z 的代数形式为 =＿＿＿＿＿ .

3. $\oint_{|z|=1}\frac{\sin(2z+1)dz}{(z-2)^2}$=＿＿＿＿＿.

4. 积分 $\int_0^{1+i}(3z+2)dz$= ＿＿＿＿＿＿＿＿＿ .

5. 根式 $\sqrt[3]{-8(1+i)}$ = ＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

6. $z=0$ 是 $\frac{\sin z-z}{z^2}$ 的奇点的类型为＿＿＿＿＿＿ .

7. 级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n+1)(z+1)^n}{2^n}$ 的收敛范围为＿＿＿＿＿＿＿＿.

8. $\mathrm{Res}\left(\frac{1}{z(e^z-1)},0\right)$ = ＿＿＿＿＿＿＿＿.

9. $\oint_{|z|=1}\frac{z^2+1}{z^4}dz$ = ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

二. 选择题（共 4 题，每小题 3 分，共 12 分）

1. x^2-y^2+x 是解析函数 f(z)=u(x,y)+iv(x,y)的实部，则（　　）;

(A) $f'(z)=2(x+iy)$；　(B) $f'(z)=2x+1+2yi$；

(C) $f'(z)=2(y+ix)$；　(D) $f'(z)=2x+2(y+1)i$.

2. C 是正向圆周|z|=2，如果函数 f(z)=（　），则 $\oint_C f(z)dz\neq 0$.

(A) $\frac{1}{z-1}$；　(B) $\frac{\sin z}{z}$；　(C) $\frac{1}{(z-3)^2}$；　(D) $\frac{e^z-1}{z}$.

3. 如果级数 $\sum_{n=0}^{\infty}c_nz^n$ 在 z=1+2i 点收敛，则级数在（　）

(A) z=1+2i 点条件收敛；　(B) z=2i 点绝对收敛；

(C) z=2+i 点绝对收敛；　(D) $z=1+2i$ 点一定发散.

4. 下列结论不正确的是（　）.

(A) Lnz 是复平面上的多值函数；　(B) cosz 是无界函数；

(C) sinz 是复平面上的有界函数；(D) e^z 是解析函数.

三、计算题（共 5 题，第 1，2，3，4 题每小题 10 分，第 5 小题 12 分，共 52 分）

1. 求函数 $f(z)=\frac{1}{z^2(2+z)}$ 在 $2<|z|<\infty$ 内展为罗朗级数.

2. 设 $f(z)=\frac{z-1}{(z-2)(2z+1)}$，求 $f(z)$ 在 $z_0=0$ 处的泰勒展开式，并指出它们的收敛半径.

3. 已知调和函数 $u(x+y)=2xy-3y-2x$，求函数 $v(x,y)$，使函数 $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ 为解析函数，且满足 f(0)=1.

4. 利用留数定理计算计算下列积分：$\oint_C \frac{\cos\pi z}{(z+2)^2(z-1)}dz$，其中 C 是正向圆周：$|z|=3$.

5. 已知函数 $f(t)=\begin{cases}(t+1)e^{-2t}, & t\geq 0,\\ 0, & t<0,\end{cases}$ 求 f(t)的傅里叶变换及其积分表达式。

系：数学系 拟题人：应数教研室 校核：系（部）主任 王世飞 教学院长 石林 2024 年 12 月 5 日