姓名 —— 学号 —— 班级

计算机与人工智能学院、阿里云大数据学院、软件学院

2023~2024 学年第 1 学期

《复变函数与积分变换》 期末试卷 A 卷

试卷适用专业：自动化 221,222 考试形式：闭卷，所需时间：90 分钟

一、填空题(共 9 题，每小题 4 分，共 36 分)

1. 设 $z=\frac{(1-i)(3+4i)}{(-2+i)(2+3i)}$，则 $|z|=$ ______ .

2.设 $e^{z}=2-i$，则 $z=$______ .

3.$\oint_{|z|=1}\frac{e^{2z}dz}{(z+3)^{2}}=$______.

4.积分 $\int_{0}^{i/2}\sin 2z dz=$ ______ .

5.根式 $\sqrt[3]{-i}=$ ______.

6.$z=0$ 是 $\frac{\sin z-1}{z^{6}}$ 的奇点的类型为______ .

7.级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(z+i)^{n}}{2n^{2}}$ 的收敛半径为______.

8.$\mathrm{Res}\left(\frac{e^{2z}-1}{z^{2}},0\right)=$ ______.

9. $\oint_{|z|=1}\frac{\sin z}{z^{2}}dz=$ ______.

二. 选择题（共 4 题，每小题 3 分，共 12 分）

1. 解析函数 f(z)=u(x,y)+iv(x,y)的导函数为（　　）；

(A) $f'(z)=u_x+iu_y$；　(B) $f'(z)=u_x-iu_y$；

(C) $f'(z)=u_x+iv_y$；　(D) $f'(z)=u_y+iv_x$.

2. C 是正向圆周|z|=3，如果函数 f(z)=（　　），则 $\oint_C f(z)dz=0$.

(A) $\frac{3}{z-2}$；　(B) $\frac{3(z-1)}{z-2}$；　(C) $\frac{3(z-1)}{(z-2)^{2}}$；　(D) $\frac{3}{(z-2)^{2}}$.

3. 如果级数 $\sum_{n=0}^{\infty}c_n z^n$ 在 z=2 点收敛，则级数在（　）

(A) $z=-2$ 点条件收敛 ；　(B) $z=2i$ 点绝对收敛；

(C) $z=1+i$ 点绝对收敛；　(D) $z=1+2i$ 点一定发散.

4.下列结论正确的是(　　)

(A) 如果函数 f(z)在 z_0 点可导，则 f(z)在 z_0 点一定解析；

(B) 如果 f(z)在 C 所围成的区域内解析，则 $\oint_C f(z)dz=0$;

(C) 如果 $\oint_C f(z)dz=0$，则函数 f(z)在 C 所围成的区域内一定解析；

(D) 函数 f(z)=u(x,y)+iv(x,y)在区域内解析的充分必要条件是 u(x,y)、v(x,y)在该区域内均为调和函数.

三、计算题（共 5 题，第 1，2，3，4 小题每小题 10 分，第 5 小题 12 分，共 52 分）

1.求函数 $f(z)=\frac{1}{z^{2}(z-1)}$ 在 $1<|z|<\infty$ 内的罗朗展式.

2. 设 $f(z)=\frac{z+1}{2z+3}$，求 $f(z)$ 在 $z_0=0$ 处的泰勒展开式，并指出它们的收敛半径.

系：数学系　拟题人：应数教研室　校核：系（部）主任 王世飞　教学院长 石林　2023 年 12 月 5 日

3.已知调和函数$u(x,y)=-y^3+3x^2y$，求函数$v(x,y)$，使函数$f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$为解析函数，且满足 f(0)=0.

4. 利用留数定理计算下列积分：$\oint_C \frac{e^z}{(z-1)^2(z+2)}dz$，其中$C$是正向圆周：$|z|=3$.

5.已知函数 $f(t)=\begin{cases}2-t^2, & |t|<1\\ 0, & |t|>1\end{cases}$，
试求（1）f(t)的傅里叶变换 F(ω)；
（2）f(t) 的积分表达式。