

第 13 次作业（提交截止时间：5 月 29 日上午 9:50）

1. 假设总体服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，参数 μ ， σ^2 均未知。尝试给出参数 μ 的单侧假设检验与单侧区间估计的对偶关系。（一种情形即可）

2. 某种元件的寿命（小时）服从正态分布，现测得 16 只元件的寿命如下：

159 280 101 212 224 379 179 264
222 362 168 250 149 260 485 170

- (1) 是否有理由认为元件的寿命大于 225 小时？取检验水平 $\alpha = 0.05$ 。
(2) 计算检验的 P 值
3. 将病人分为没有明显心脏病的和有明显心脏病的两组，分别有 50 人和 320 人，其血液胆固醇平均含量分别为 195.27 和 216.19 个单位，方差分别为 1250 和 1843.2。两组病人血液胆固醇平均含量是否有显著不同？请利用假设检验予以说明。取检验水平 $\alpha = 0.01$ 。并计算检验的 P 值。
4. *考虑某个关于两总体均值是否有差异的假设检验： $H_0: \mu_1 = \mu_2$ ， $H_1:$

$\mu_1 \neq \mu_2$ ，取检验水平 $\alpha = 0.05$ ，采集样本后通过计算得到 P 值为 0.001。请

判断以下说法的对错并简要说明理由。

- (1) 已经完全排除了原假设（两总体均值之间没有差异）。
(2) 已经得到了原假设为真的概率。
(3) 已经完全证明了备择假设（两总体均值之间存在差异）。
(4) 能够推断出备择假设为真的概率。
(5) 当你拒绝原假设时，你知道自己出错的概率。
(6) 你得到了一个可靠的实验结果（即备择假设），即假设大量重复这个实验，那么你将在 99.9% 的情况下得到显著的结果（即备择假设）。
5. Mendel 把饱满的黄颜色豌豆和皮皱的绿颜色豌豆杂交，产生四种可能后代：饱满的黄颜色的、皮皱的黄颜色的、皮皱的绿颜色的、饱满的绿颜色的。他的遗传理论预测每一种类型的个数服从多项分布，概率为

$$p_1 = \frac{9}{16}, p_2 = \frac{3}{16}, p_3 = \frac{3}{16}, p_4 = \frac{1}{16}.$$

在 $n = 556$ 次试验中，观察到的每种类型个数分别为 315, 101, 108, 32。请利用卡方检验验证 Mendel 的理论。

6. (1) 投掷骰子 60 次，观测频数如下表所示，计算卡方统计量的值，自由度以及检验的 P 值，并判断该骰子均匀。

点数	1	2	3	4	5	6
频数	9	11	10	8	12	10

(2) 如果投掷次数为 600，数据如下表所示，计算卡方统计量的值，自由度以及检验的 P 值，并判断该骰子均匀.

点数	1	2	3	4	5	6
频数	90	110	100	80	120	100

(3) *比较 (2) 与 (1) 中的数据及结果，你有什么评论？

7. 和为了研究慢性支气管炎与吸烟量的关系，调查 385 人，记录如下表：

类型\人数\烟量	x 支/日	y 支/日	z 支/日	总计
患病者人数	26	147	37	210
健康者人数	30	123	22	175
总计	56	270	59	385

试问慢性支气管炎与吸烟量是否有关？取检验水平 $\alpha = 0.1$.

8. *一项 Mendel 的繁殖试验结果如下. 做卡方检验核实一下这些数据是否伪造. 证据指出是哪一种情况？（**此时原假设和备择假设分别是什么？P 值定义中“更极端”的指向是什么？**）取检验水平 $\alpha = 0.05$.

豌豆类型	观察频数	期望频数
光滑黄色	315	313
起皱黄色	101	104
光滑绿色	108	104
起皱绿色	32	35

9. （计算机实验）考虑假设检验： $H_0: \mu \leq 5.2$, $H_1: \mu > 5.2$ ，用 $N(5,1)$ 生样本容量为 $n=100$ 的样本，在总体方差未知的情况下计算检验的 P 值.

- (1) 分别利用 \bar{X} 和 $\frac{1}{2}(X_1 + X_n)$ 作为检验统计量，完成假设检验，取检验水平 $\alpha = 0.05$ ，并比较两种检验的 P 值大小.
- (2) 重复 1000 次检验，记录拒绝原假设的次数，犯第一类错误的比例与 0.05 有多接近？