

第 12 次作业（提交截止时间：5 月 22 日上午 9:50）

1. 假设总体服从指数分布（参数为 λ ）， X_1, \dots, X_n 为其独立随机样本，请给出 λ 的假设检验（仿照课上正态总体均值检验的例子分别讨论双边和单边两种情形）。
2. 假设总体服从均匀分布 $U(0, \theta)$ （参数为 θ ）， X_1, \dots, X_n 为其独立随机样本，给定 $\theta_0 > 0$ ，定义检验的功效为 $1 - \beta(R)$ （这里 $\beta(R)$ 是拒绝域 R 所对应的检验的第二类错误发生概率），考虑假设检验： $H_0: \theta = \theta_0$ ， $H_1: \theta > \theta_0$ ，检验水平为 α 。
 - （1）请基于矩估计量建立检验并给出检验的功效。
 - （2）请基于极大似然估计量建立检验并给出检验的功效。
3. 假设全国年人均病假为 5.1 天，病假天数服从正态分布。而某公司随机调查了雇员 49 人，年人均病假 7 天，标准差为 2.5 天。问：该公司雇员是否比常人容易生病？请通过假设检验说明理由。
4. 从一批灯泡中随机地取 5 只作寿命试验，测得寿命（小时）为
1050 1100 1120 1250 1280
假设灯泡寿命服从正态分布，灯泡批次合格标准是平均寿命不少于 1180 小时。
 - （1）这批灯泡合格吗？请通过假设检验说明理由。
 - （2）如果将（1）中的原假设与备择假设互换，结论如何？请尝试说明原因。
 - （3）如果将（1）（2）中假设检验的检验水平 α 选得很大，甚至接近于 1，结果如何呢？
5. 某种元件的寿命（小时）服从正态分布，现测得 16 只元件的寿命如下：
159 280 101 212 224 379 179 264
222 362 168 250 149 260 485 170
问：是否有理由认为元件的寿命大于 225 小时？请利用临界值法进行检验。取检验水平 $\alpha = 0.05$ 。
6. 假设总体服从 $P(\lambda)$ （Poisson 分布）， X_1, \dots, X_n 为其独立随机样本，考虑假设检验： $H_0: \lambda = \lambda_0$ ， $H_1: \lambda \neq \lambda_0$ ，请给出基于大样本方法的检验水平为

α 的检验.

7. 针对某一个检验准则假设我们测试了 4000 个真的原假设, 1000 个假的原假设 (现实中我们当然不会知道所检验的原假设中有多少为真多少为假), 结果如表所示.

- (1) 原假设为真的情况下第一类错误的比例是多少?
- (2) 拒绝了原假设时第一类错误的比例是多少? 你能从中得到什么启示呢?
- (3) 原假设为假的情况下第二类错误的比例是多少?
- (4) 这个检验的功效大概是多少?

真实情况		
决策	H_0 为真	H_0 为假
不拒绝 H_0	3800	500
拒绝 H_0	200	500
合计	4000	1000

8. 对于某种癌症疾病, 过去一直用外科方法进行治疗, 治愈率为 2%, 某医生用化学疗法治疗了 200 名患者, 有 6 人被治愈, 从而新方法治愈率为 3%, 比外科方法治愈率高, 因此认为化学疗法比外科疗法更有效.

- (1) 上述判断是否科学? 请设计一个科学的判断方法.
- (2) 请依据你的判断方法给出判断结果.

9. (计算机实验) 考虑题 6 中检验, 令 $\lambda_0 = 1$, $n = 20$ 和 $\alpha = 0.05$. 随机模拟

$X_1, \dots, X_n \sim P(\lambda_0)$, 并重复 1000 次检验, 记录拒绝原假设的次数. 犯第一类错误的比例与 0.05 有多接近?