

Лабораторная работа: калибровка камеры

Введение

Калибровка камеры является одной из базовых задач компьютерного зрения и необходима для установления количественной связи между трёхмерной геометрией сцены и её двумерным изображением. Результатом калибровки является набор параметров, описывающих внутреннее устройство камеры, её положение в пространстве, а также оптические искажения.

В данной лабораторной работе рассматривается классический подход к калибровке камеры по плоскому шаблону. В первой части студент использует готовые инструменты библиотеки OpenCV. Во второй части требуется самостоятельно реализовать линейные этапы метода Чжана (Zhang's method), начиная с оценки гомографий методом DLT (Direct Linear Transform) и заканчивая восстановлением матрицы внутренних параметров камеры.

Цель работы — понять геометрическую модель камеры, физический смысл параметров калибровки и связь между теоретическими формулами и практической реализацией алгоритмов.

Геометрическая модель камеры

В рамках данной работы используется классическая pinhole-модель камеры. Проекция трёхмерной точки сцены в изображение описывается уравнением

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = K [R \mid t] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix},$$

где (X, Y, Z) — координаты точки в мировой системе координат, (u, v) — координаты пикселя на изображении, λ — масштабный коэффициент.

Матрица внутренних параметров камеры имеет вид

$$K = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Здесь f_x и f_y — фокусные расстояния в пиксельных координатах, c_x, c_y — координаты главной точки изображения. Параметр сдвига осей (skew) в данной работе считается равным нулю.

Матрица $R \in SO(3)$ и вектор $t \in \mathbb{R}^3$ описывают ориентацию и положение камеры относительно мировой системы координат. В библиотеке OpenCV вращение часто представляется в виде вектора Родрига *rvec*, который однозначно соответствует матрице R .

Модель искажений

Реальные камеры не удовлетворяют идеальной pinhole-модели из-за оптических искажений. Наиболее часто используется следующая модель дисторсии:

- радиальная дисторсия с коэффициентами k_1, k_2, k_3 ,
- тангенциальная дисторсия с коэффициентами p_1, p_2 .

Радиальная дисторсия приводит к «бочкообразным» или «подушкообразным» искажениям изображения, особенно заметным на краях кадра. Тангенциальная дисторсия связана с неточным выравниванием оптических элементов.

В рамках данной лабораторной работы допускается использование как полной модели дисторсии, так и её упрощённых вариантов, однако физический смысл всех параметров должен быть понят студенту.

Место для иллюстрации: схема pinhole-модели и пример радиальной дисторсии.

Калибровка камеры средствами OpenCV

Библиотека OpenCV предоставляет готовую реализацию калибровки камеры по набору соответствий между трёхмерными точками шаблона и их двумерными проекциями на изображении.

На вход алгоритма подаются:

- координаты точек шаблона в системе координат шаблона;
- соответствующие им координаты пикселей на изображениях.

Результатом являются матрица внутренних параметров K , коэффициенты дисторсии, а также набор внешних параметров (R_i, t_i) для каждого изображения.

Средняя ошибка репроекции определяется как

$$e = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|x_i - \pi(K, R, t, X_i)\|,$$

где $\pi(\cdot)$ — оператор проекции. Ошибка измеряется в пикселях и служит основной метрикой качества калибровки.

Типичные значения средней ошибки репроекции для бытовых камер находятся в пределах порядка единиц пикселя и зависят от качества съёмки, количества изображений и модели дисторсии.

Место для иллюстрации: детекция углов шаблона и визуализация ошибки репроекции.

Оценка гомографии методом DLT

Если все точки шаблона лежат в одной плоскости, их проекция может быть описана с помощью гомографии:

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix},$$

где H — матрица гомографии размера 3×3 , определяемая с точностью до масштаба.

Метод Direct Linear Transform (DLT) позволяет оценить гомографию по набору соответствий между точками плоскости и их изображениями. Для каждой пары соответствующих точек формируется линейная система вида

$$Ah = 0,$$

где h — вектор, содержащий элементы матрицы H .

Решение этой системы находится как правый сингулярный вектор матрицы A , соответствующий наименьшему сингулярному значению. Для повышения численной устойчивости рекомендуется нормализовать координаты точек перед построением системы.

Псевдокод DLT:

```
Normalize 2D and planar points  
Build matrix A from point correspondences  
Solve Ah = 0 using SVD  
Reshape h into matrix H  
Denormalize H
```

Место для иллюстрации: визуализация соответствий и действия гомографии.

Метод Чжана

Метод Чжана использует тот факт, что для плоского шаблона гомография связана с параметрами камеры следующим образом:

$$H = K[r_1 \ r_2 \ t],$$

где r_1 и r_2 — первые два столбца матрицы вращения.

Из ортонормальности столбцов матрицы вращения следуют ограничения:

$$r_1^\top r_2 = 0, \quad \|r_1\| = \|r_2\|.$$

Эти условия приводят к линейным ограничениям на элементы матрицы

$$B = K^{-T} K^{-1},$$

которые можно записать в виде системы

$$Vb = 0.$$

Используя гомографии, полученные с разных изображений, формируется переопределённая линейная система, решение которой находится методом SVD. После восстановления матрицы B из неё вычисляется матрица внутренних параметров K .

На заключительном этапе проводится нелинейная оптимизация параметров камеры путём минимизации ошибки репроекции. Для этого допускается использование готовых численных солверов.

Псевдокод метода Чжана:

```
For each image:  
    estimate homography H_i using DLT  
  
Build linear system V from all H_i  
Solve Vb = 0 using SVD  
Recover intrinsic matrix K  
Refine K, R, t and distortion via non-linear optimization
```

Место для иллюстрации: результат устранения дисторсии до и после оптимизации.

Применение параметров камеры

Полученные параметры калибровки позволяют устранять искажения изображения и использовать камеру в задачах трёхмерной реконструкции, навигации и визуального трекинга.

Для видеопотока параметры калибровки применяются путём предварительного вычисления карт преобразования и последующего отображения каждого кадра.

Псевдокод:

```
Compute undistortion maps  
For each frame:  
    apply remap
```

Место для иллюстрации: видеопоток до и после коррекции искажений.

Задания

- Ознакомиться с теоретической частью лабораторной работы.

- Самостоятельно собрать набор изображений калибровочного шаблона.
- Выполнить калибровку камеры средствами OpenCV и вычислить ошибку ре-проекции.
- Использовать полученные параметры для коррекции изображения в видеопо-токе в реальном времени.
- Реализовать оценку гомографии методом DLT.
- Реализовать линейную часть метода Чжана и выполнить нелинейную оптими-зацию параметров.
- Проанализировать полученные метрики и подготовить скриншоты промежу-точных этапов работы.
- Продемонстрировать результаты и понимание метода преподавателю.

Контрольные вопросы и проверка

При защите лабораторной работы студент должен уметь:

- объяснить физический смысл параметров K , R , t ;
- интерпретировать коэффициенты дисторсии;
- описать, как вычисляется ошибка репроекции;
- объяснить различие между реализацией OpenCV и собственной реализацией метода Чжана;
- подтвердить использование собственных данных.

Литература

- OpenCV Camera Calibration Documentation: https://docs.opencv.org/4.x/dc/dbb/tutorial_py_calibration.html
- Camera parameters (video): <https://www.youtube.com/watch?v=uHApDqH-8UE>
- DLT method (video): <https://www.youtube.com/watch?v=3NcQbZu6xt8>
- Zhang's Method (video): <https://www.youtube.com/watch?v=-9He7Nu3u8s>
- Zhang's Method (article): <https://sangillee.com/2025-07-27-calibrating-cameras-zhang->
- Z. Zhang, “A Flexible New Technique for Camera Calibration”, 1999.