

# Лабораторная работа: калибровка камеры

## Введение

Калибровка камеры является одной из базовых задач компьютерного зрения и необходима для установления количественной связи между трёхмерной геометрией сцены и её двумерным изображением. Результатом калибровки является набор параметров, описывающих внутреннее устройство камеры, её положение в пространстве, а также оптические искажения.

В данной лабораторной работе рассматривается классический подход к калибровке камеры по плоскому шаблону. В первой части студент использует готовые инструменты библиотеки OpenCV. Во второй части требуется самостоятельно реализовать линейные этапы метода Чжана (Zhang's method), начиная с оценки гомографий методом DLT (Direct Linear Transform) и заканчивая восстановлением матрицы внутренних параметров камеры.

Цель работы — понять геометрическую модель камеры, физический смысл параметров калибровки и связь между теоретическими формулами и практической реализацией алгоритмов.

## Геометрическая модель камеры

В рамках данной работы используется классическая pinhole-модель камеры. Проекция трёхмерной точки сцены в изображение описывается уравнением

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = K [R \mid t] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix},$$

где  $(X, Y, Z)$  — координаты точки в мировой системе координат,  $(u, v)$  — координаты пикселя на изображении,  $\lambda$  — масштабный коэффициент.

Матрица внутренних параметров камеры имеет вид

$$K = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Здесь  $f_x$  и  $f_y$  — фокусные расстояния в пиксельных координатах,  $c_x, c_y$  — координаты главной точки изображения. Параметр сдвига осей (skew) в данной работе считается равным нулю.

Матрица  $R \in SO(3)$  и вектор  $t \in \mathbb{R}^3$  описывают ориентацию и положение камеры относительно мировой системы координат. В библиотеке OpenCV вращение часто представляется в виде вектора Родрига *rvec*, который однозначно соответствует матрице  $R$ .

## Модель искажений

Реальные камеры не удовлетворяют идеальной pinhole-модели из-за оптических искажений. Наиболее часто используется следующая модель дисторсии:

- радиальная дисторсия с коэффициентами  $k_1, k_2, k_3$ ,
- тангенциальная дисторсия с коэффициентами  $p_1, p_2$ .

Радиальная дисторсия приводит к «бочкообразным» или «подушкообразным» искажениям изображения, особенно заметным на краях кадра. Тангенциальная дисторсия связана с неточным выравниванием оптических элементов.

В рамках данной лабораторной работы допускается использование как полной модели дисторсии, так и её упрощённых вариантов, однако физический смысл всех параметров должен быть понят студенту.

**Место для иллюстрации:** схема pinhole-модели и пример радиальной дисторсии.

## Калибровка камеры средствами OpenCV

Библиотека OpenCV предоставляет готовую реализацию калибровки камеры по набору соответствий между трёхмерными точками шаблона и их двумерными проекциями на изображении.

На вход алгоритма подаются:

- координаты точек шаблона в системе координат шаблона;
- соответствующие им координаты пикселей на изображениях.

Результатом являются матрица внутренних параметров  $K$ , коэффициенты дисторсии, а также набор внешних параметров  $(R_i, t_i)$  для каждого изображения.

Средняя ошибка репроекции определяется как

$$e = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|x_i - \pi(K, R, t, X_i)\|,$$

где  $\pi(\cdot)$  — оператор проекции. Ошибка измеряется в пикселях и служит основной метрикой качества калибровки.

Типичные значения средней ошибки репроекции для бытовых камер находятся в пределах порядка единиц пикселя и зависят от качества съёмки, количества изображений и модели дисторсии.

**Место для иллюстрации:** детекция углов шаблона и визуализация ошибки репроекции.

## Оценка гомографии методом DLT

Если все точки шаблона лежат в одной плоскости, их проекция может быть описана с помощью гомографии:

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix},$$

где  $H$  — матрица гомографии размера  $3 \times 3$ , определяемая с точностью до масштаба.

Метод Direct Linear Transform (DLT) позволяет оценить гомографию по набору соответствий между точками плоскости и их изображениями. Для каждой пары соответствующих точек формируется линейная система вида

$$Ah = 0,$$

где  $h$  — вектор, содержащий элементы матрицы  $H$ .

Решение этой системы находится как правый сингулярный вектор матрицы  $A$ , соответствующий наименьшему сингулярному значению. Для повышения численной устойчивости рекомендуется нормализовать координаты точек перед построением системы.

### Псевдокод DLT:

```
Normalize 2D and planar points
Build matrix A from point correspondences
Solve Ah = 0 using SVD
Reshape h into matrix H
Denormalize H
```

**Место для иллюстрации:** визуализация соответствий и действия гомографии.

## Метод Чжана

Метод Чжана использует тот факт, что для плоского шаблона гомография связана с параметрами камеры следующим образом:

$$H = K[r_1 \ r_2 \ t],$$

где  $r_1$  и  $r_2$  — первые два столбца матрицы вращения.

Из ортонормальности столбцов матрицы вращения следуют ограничения:

$$r_1^\top r_2 = 0, \quad \|r_1\| = \|r_2\|.$$

Эти условия приводят к линейным ограничениям на элементы матрицы

$$B = K^{-T} K^{-1},$$

которые можно записать в виде системы

$$Vb = 0.$$

Используя гомографии, полученные с разных изображений, формируется переопределённая линейная система, решение которой находится методом SVD. После восстановления матрицы  $B$  из неё вычисляется матрица внутренних параметров  $K$ .

На заключительном этапе проводится нелинейная оптимизация параметров камеры путём минимизации ошибки репроекции. Для этого допускается использование готовых численных солверов.

#### **Псевдокод метода Чжана:**

```
For each image:
    estimate homography H_i using DLT

Build linear system V from all H_i
Solve Vb = 0 using SVD
Recover intrinsic matrix K
Refine K, R, t and distortion via non-linear optimization
```

**Место для иллюстрации:** результат устранения дисторсии до и после оптимизации.

## **Применение параметров камеры**

Полученные параметры калибровки позволяют устранять искажения изображения и использовать камеру в задачах трёхмерной реконструкции, навигации и визуального трекинга.

Для видеопотока параметры калибровки применяются путём предварительного вычисления карт преобразования и последующего отображения каждого кадра.

#### **Псевдокод:**

```
Compute undistortion maps
For each frame:
    apply remap
```

**Место для иллюстрации:** видеопоток до и после коррекции искажений.

## **Задания**

- Ознакомиться с теоретической частью лабораторной работы.

- Самостоятельно собрать набор изображений калибровочного шаблона.
- Выполнить калибровку камеры средствами OpenCV и вычислить ошибку репроекции.
- Использовать полученные параметры для коррекции изображения в видеопотоке в реальном времени.
- Реализовать оценку гомографии методом DLT.
- Реализовать линейную часть метода Чжана и выполнить нелинейную оптимизацию параметров.
- Проанализировать полученные метрики и подготовить скриншоты промежуточных этапов работы.
- Продемонстрировать результаты и понимание метода преподавателю.

## Контрольные вопросы и проверка

При защите лабораторной работы студент должен уметь:

- объяснить физический смысл параметров  $K$ ,  $R$ ,  $t$ ;
- интерпретировать коэффициенты дисторсии;
- описать, как вычисляется ошибка репроекции;
- объяснить различие между реализацией OpenCV и собственной реализацией метода Чжана;
- подтвердить использование собственных данных.

## Литература

- OpenCV Camera Calibration Documentation: [https://docs.opencv.org/4.x/dc/dbb/tutorial\\_py\\_calibration.html](https://docs.opencv.org/4.x/dc/dbb/tutorial_py_calibration.html)
- Camera parameters (video): <https://www.youtube.com/watch?v=uHApDqH-8UE>
- DLT method (video): <https://www.youtube.com/watch?v=3NcQbZu6xt8>
- Zhang's Method (video): <https://www.youtube.com/watch?v=-9He7Nu3u8s>
- Zhang's Method (article): <https://sangilllee.com/2025-07-27-calibrating-cameras-zhang->
- Z. Zhang, "A Flexible New Technique for Camera Calibration", 1999.