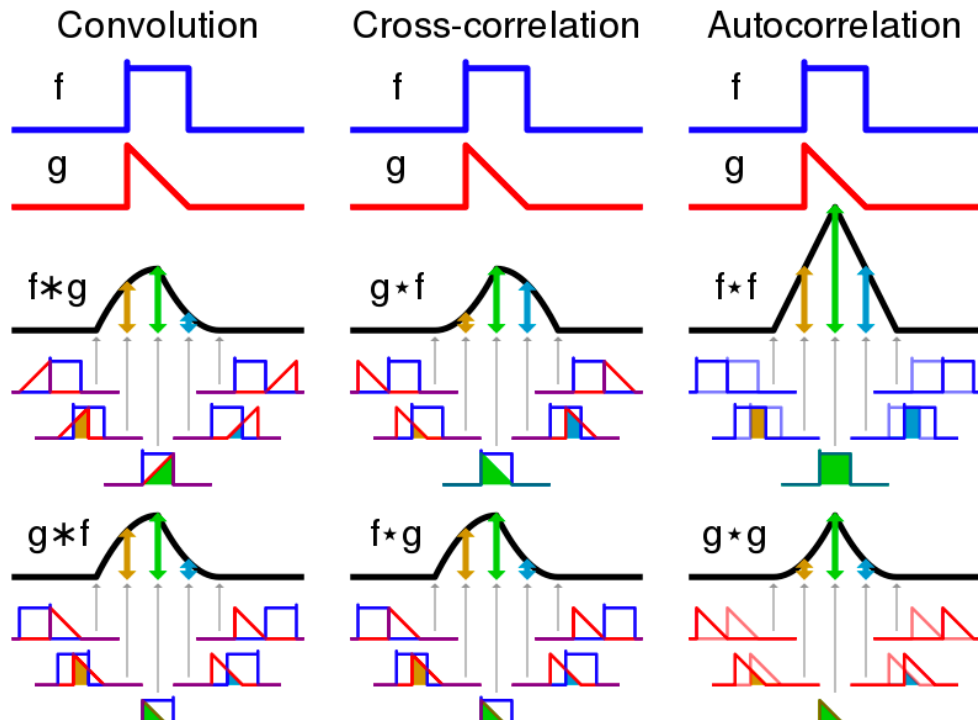




# 卷积层



# 二维交叉相关



Input

0	1	2
3	4	5
6	7	8

Kernel

0	1
2	3

\*

=

Output

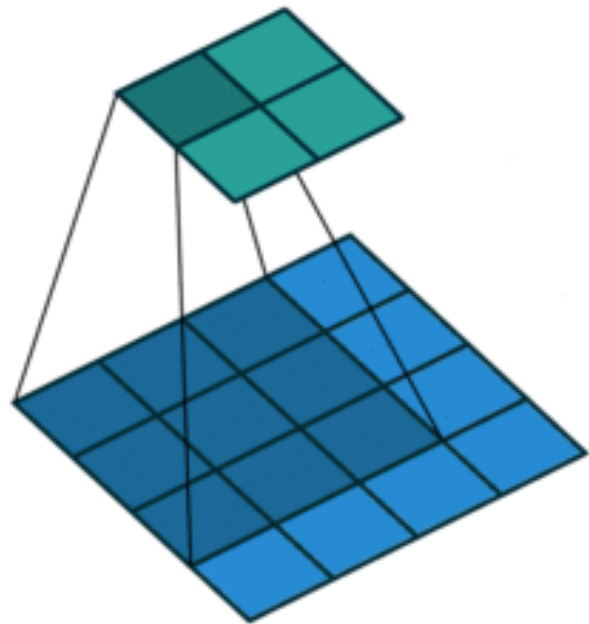
19	25
37	43

$$0 \times 0 + 1 \times 1 + 3 \times 2 + 4 \times 3 = 19,$$

$$1 \times 0 + 2 \times 1 + 4 \times 2 + 5 \times 3 = 25,$$

$$3 \times 0 + 4 \times 1 + 6 \times 2 + 7 \times 3 = 37,$$

$$4 \times 0 + 5 \times 1 + 7 \times 2 + 8 \times 3 = 43.$$



(vdumoulin@ Github)



# 二维卷积层

0	1	2
3	4	5
6	7	8

 \* 

0	1
2	3

 = 

19	25
37	43

- 输入  $\mathbf{X} : n_h \times n_w$
- 核  $\mathbf{W} : k_h \times k_w$
- 偏差  $b \in \mathbb{R}$
- 输出  $\mathbf{Y} : (n_h - k_h + 1) \times (n_w - k_w + 1)$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} \star \mathbf{W} + b$$

- $\mathbf{W}$  和  $b$  是可学习的参数

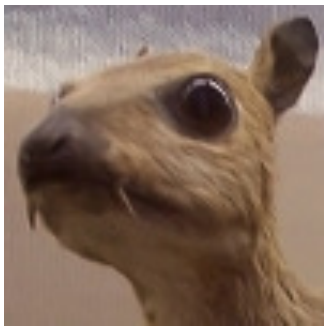
# 例子



$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

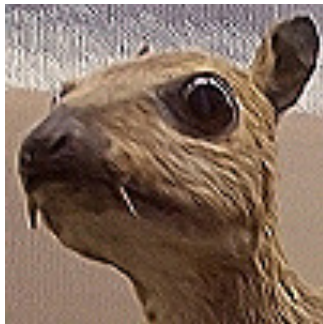


边缘检测



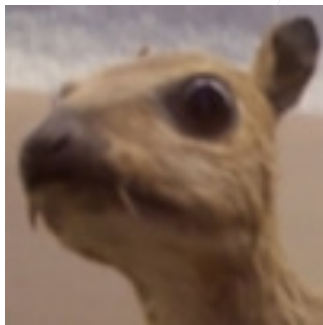
(wikipedia)

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$



锐化

$$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$



高斯模糊



# 交叉相关 vs 卷积

- 二维交叉相关

$$y_{i,j} = \sum_{a=1}^h \sum_{b=1}^w w_{a,b} x_{i+a,j+b}$$

- 二维卷积

$$y_{i,j} = \sum_{a=1}^h \sum_{b=1}^w w_{-a,-b} x_{i+a,j+b}$$

- 由于对称性，在实际使用中没有区别



# 一维和三维交叉相关

- 一维

$$y_i = \sum_{a=1}^h w_a x_{i+a}$$

- 文本
- 语言
- 时序序列

- 三维

$$y_{i,j,k} = \sum_{a=1}^h \sum_{b=1}^w \sum_{c=1}^d w_{a,b,c} x_{i+a,j+b,k+c}$$

- 视频
- 医学图像
- 气象地图

# 总结



- 卷积层将输入和核矩阵进行交叉相关，加上偏移后得到输出
- 核矩阵和偏移是可学习的参数
- 核矩阵的大小是超参数