文章编号: 1006-9348(2010) 05-0096-04

一种改进的基于 pareto解的多目标粒子群算法

李 纬, 张兴华
(南京工业大学自动化学院, 江苏 南京 210009)

摘要: 研究一种改进的多目标粒子群优化算法, 算法采用精英归档策略, 利用粒子的个体最优定位, 通过 Pareto支配关系更新全体粒子最优位置, 由档案库中动态提供。根据 Pareto支配关系来更新粒子的个体最优位置。使用非劣解目标的密度距离度量非劣解前端的均匀性, 通过删除密度距离小的非劣解提高非劣解前端的均匀性。从归档中根据粒子的密度距离大小依照概率选取作为粒子的全局最优位置, 以保持解的多样性。标准函数的仿真实验结果表明, 所提算法能够获得大量且较均匀的非劣解, 快速地收敛于 Pareto最优解前端。

关键词: 粒子群; 多目标进化算法; 最优化; 密度距离
中图分类号: TP301 文献标识码: B

An Improved Multi-objective Particle Swarm Optimization Algorithm Based on Pareto

LI Wei, ZHANG Xing-hua
(College of Automation, Nanjing University of Technology, Nanjing Jiangsu 210009, China)

ABSTRACT: An improved multi-objective particle swarm optimization algorithm is proposed, in which elitism archived strategy is used, global best position is provided by non-dominated solutions in the archive and individual best position is updated based on Pareto dominance. The algorithm uses objective dynamic crowding to measure non-dominated solutions quality and employs the strategy of deleting low dynamic crowding solutions to enhance non-dominated solutions uniformity. According to the dynamic crowding distance probability, the particle is selected as the global best to preserve solutions diversity. Simulation results of benchmark functions show that the proposed method can obtain a lot of non-dominated solutions, rapidly converge to the Pareto front and uniformly spread along the front.

KEYWORDS: Particle swarm; Multi-objective evolutionary algorithm; Optimal; Dynamic crowding

1 引言

科学研究与工程实践中的优化问题大都是多目标优化问题。多目标优化问题中各个目标之间通过决策变量相互制约, 对其中一个目标的优化必须以忽视其它目标为代价。由于各个目标的实际意义各不相同, 因此很难客观地评价多目标解的优劣性。多目标优化问题的解通常不是唯一的, 而是存在一个最优解集合, 集合中元素称为 Pareto最优解[1]。多目标优化问题中每一个解都对应一个目标向量, 所谓 Pareto最优解就是不存在这样的解, 使得其对应的目标向量小于 Pareto最优解对应的目标向量。使用进化算法求解多目标优化问题最大的优点是算法运行一次可以同时得到多个非劣解, 进而构成非劣解集, 并且该类算法具有较强的全局搜索能力, 对求解的问题不需要先验知识[2]。

粒子群优化算法是由 Kennedy和 Eberhart提出的一种进化计算方法[3]。该算法原理简单、实现方便, 已经在许多优化问题中得到了成功的应用。本文基于 Pareto最优理论提出一种改进的多目标粒子群优化(DCMPSO)算法。该算法采用精英归档策略, 粒子的个体最优位置通过 Pareto支配关系进行更新, 粒子的全体最优位置由档案库中的非劣解提供。为了提高非劣迹前端的均匀性定义非劣解的密度距离概念, 通过删除密度距离小的非劣解来改善 Pareto前端的均匀性。标准函数测试表明本文的算法能以较少的计算量来获得一组数量充足、前端分布较均匀的非劣最优解。

2 多目标优化问题的 pareto解

不失一般性, 多目标优化问题可以转化为描述求多目标极小化问题[2]:

基金项目: 江苏省教育厅自然科学基金项目(06KJB510040)
收稿日期: 2009-03-19 修回日期: 2009-03-23

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\min F(X) = \{f_1(X), f_2(X), \cdots, f_m(X)\}$$
$$X \in S \subset R^n \tag{1}$$

式中, $S \subset R^n$ 称为可行解区域, $E = \{F(X) \mid X \in R^n\}$ 称为目标解向量空间。

定义 1: Pareto 支配: 称一个向量 $u = (u_1, u_2, \cdots, u_m)$ 支配 (或非劣于) 向量 $v = (v_1, v_2, \cdots, v_m)$, 当且仅当对于 $\forall i \in (1, 2, \cdots, m)$, $u_i \leqslant v_i \wedge \exists i \in (1, 2, \cdots, m)$ 使得 $u_i < v_i$, 记为 $u < v$。

定义 2: Pareto最优: 若 $x^* \in S$, 且在 S 中不存在比 x^* 更优越的解 x, 则称 x^* 是多目标优化模型 (1) 的 Pareto最优解。

定义 3: Pareto 最优集: 所有 Pareto最优解的组成的集合称为 Pareto最优集, 记为

$$P_s = \{X \in S \mid \overline{\exists} X' \in S \forall F(X') < F(X)\} \tag{2}$$

定义 4: Pareto前端 (Pareto Front): 所有 Pareto最优解对应的目标函数值所形成的区域称为 Pareto前端, 表示为:

$$P_F = \{F(X) = (f_1(X), f_2(X), \cdots, f_m(X)) \mid X \in P_s\} \tag{3}$$

3 多目标优化问题所得最优解集的评价标准

对于多目标优化问题的结果 — 非劣解集的质量评价是比较困难的。一般来说, 一个理想非劣解集应包括以下几个方面[4]:

1) 算法所得非劣解集到 Pareto最优解集之间的距离, 即收敛性 (Gen- eration Distance, GD)

$$GD = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}}{n} \tag{4}$$

其中, n 为算法所得非劣解的个数, d_i 为第 i 个解到 Pareto 最优解集的最小距离 (在目标向量空间)。若 GD = 0, 表示所得非劣解均属于 Pareto最优解集。该指标反映算法所得优化解集的与 Pareto最优解的逼近程度。

2) 多样性指标 (Diversity Index, DI)

$$DI = \frac{h_f + h_l + \sum_{i=1}^{N'-1} |h_i - \bar{h}|}{h_f + h_l + (N' - 1)\bar{h}} \tag{5}$$

将 Pareto最优解集中所有点按某个目标函数值的大小有序地分布在目标空间上, h_i 为相邻两点间的距离 $\bar{h}$ 为 h_i 的均值, h_f, h_l 分别为算法获得的边界解与相应极端解间的距离, 则多样性指标反映非劣解能否均匀地分布在整个均衡面上。

3) 错误率 (Error Ratio, ER)

$$ER = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i}{n} \tag{6}$$

其中, n 为算法所得非劣解的个数, 第 i 个非劣解属于 Pareto最优解集, 则 $e_i = 0$, 否则 $e_i = 1$。$ER = 0$ 表示算法所得非劣解集属于 Pareto最优解集。该指标反映所得非劣解不是 Pareto最优解集的比率。

4 粒子群优化算法

在粒子群算法中, 每个粒子代表优化问题的一个潜在解, 并附带一个速度以使粒子可以在整个可行解空间上飞行, 粒子根据自己和同伴的经验来调整自己的飞行方向[5]。设待优化的目标函数为 $f(X)$, X 的维数为 D, 粒子群算法的群体规模为 M。用 $X_i^t = (x_{i1}^t, x_{i2}^t, \cdots, x_{iD}^t)$ 来表示群体中的一个粒子, t 表示种群的当前进化代数, 用 $V_i^t = (v_{i1}^t, v_{i2}^t, \cdots, v_{iD}^t)$ 表示粒子 i 的当前速度; 粒子 i 自身经历过的最好位置称为个体极值, 记为 $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \cdots, p_{iD})$; 整个种群经历过的最好位置称为全体极值, 记为 $P_g = (p_{g1}, p_{g2}, \cdots, p_{gD})$。在算法迭代过程中, 粒子始终追踪个体极值和全体极值来调整自己的速度和位置, 从而实现群体的进化。粒子速度和位置更新公式如下:

$$v_{id}^{t+1} = w v_{id}^t + c_1 r_1 (p_{id} - x_{id}^t) + c_2 r_2 (p_{gd} - x_{id}^t) \tag{7}$$
$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1}, \ (1 \leqslant i \leqslant M, \ 1 \leqslant d \leqslant D) \tag{8}$$

其中, w 称为惯性权重, 通常取 0.9 ~ 0.4 线性递减值; c_1、c_2 称为加速因子, 通常取 $c_1 = c_2 = 2$; r_1、r_2 为 (0, 1) 之间的随机数。

5 基于密度距离的动态多目标粒子群优化方法

本文设计的多目标粒子群优化方法描述如下: 在可行解目标空间中均匀随机初始化粒子群, 选取其中非劣解粒子作为精英档案, 通过密度距离选择和删除精英集中的相应非劣解粒子, 对于个体极值的选择, 基于 Pareto最优概念, 在粒子的当前位置和历史最优位置中动态随机选择一个非劣解作为粒子的个体极值, 如果二者无支配关系则按 50% 的几率保留其历史最好位置。对于全局最优位置选取, 为每个档案成员赋予适应度值, 该适应度值等于该成员在档案中的密度距离值, 然后根据这些适应度值进行适应度比例方法选择, 从档案中选取一个成员, 使其作为一个粒子的全局最好位置。重复进行, 直到粒子群中每个粒子都分配了一个全局最好位置。因为适应度比例方法对适应度大的个体被选中的概率大, 反之则小, 适应度和密度距离相关联, 意味着所处在粒子稀疏区域的档案成员有更大的概率被选中, 从而使它们成为部分粒子的全局最好位置, 有利于算法逼近整个 Pareto最优前端。

5.1 维护外部档案的密度距离删除策略

密度距离的定义[6]: 设 S 为一些个体的集合, 将 S 中的个体 i 与该集合中的其它个体之间在目标空间上的欧几里德距离从小到大排序, d_i^1, d_i^2 表示其中最小的两个距离, 则个体 i 在 S 中的密度距离 $C_i^s = (d_i^1 + d_i^2)/2$。如果 S 中只有两个个体, 则 C_i^s 就是这两点间的距离。C_i^s 描述围绕在解 i 周围其它

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

解的密度，位于密集区域的点具有较小的密度距离，而位于稀疏区域的点具有较大的密度距离。以往的进化计算 SPEA－2，定义的密度值只是描述两点间的相邻位置关系，PAES 格子的密度值只是说明了一些个体位于同一格子内，因此，与以往的 PAES或 SPEA－2中的密度估计指标相比，密度距离更能准确地估计围绕在解 i周围其它解的密度。

基于密度距离的外部种群维护过程如下：

对于每个新产生的非劣解

1）如果档案A的规模未达到规定大小，那么将非劣解直接加入 A 中；

2）否则，如果新解支配了 A 中的部分成员，将这些受支配的成员从 A 中去掉并将新解加入其中；否则将新解加入档案 A 中，计算每个成员的密度距离并移出一个密度距离最小的个体。由于密度距离能较准确地估计围绕在一个个体周围其它解的密度，上述过程能准确地将那些集中于某一位置的解从 A 中移出，从而使剩下的解在目标空间分布得更均匀。

5.2　全体极值与个体极值的选取

多目标粒子群算法需要解决的一个很重要的问题是有关全体极值和个体极值的选择问题。在单目标 PSO 中，每个粒子的全局极值 G_b 通常都是相同的，每次只须将适应度最好的解定义为全局最好位置。而在多目标优化过程中，群体在每代会产生多个彼此不受支配的 G_b，也就是多个非劣解，导致部分粒子的 G 各不相同，如何为群体中的每个粒子确定合适的 G 是个重要的问题，在本文中，联系密度距离采用适应度比例方法方式确定 G_b，步骤如下：

① 首先假设档案中的每个成员都是一个粒子的全局最好位置，此时不考虑档案成员和粒子的对应关系；

② 为每个档案成员赋适应度值，该适应度值等于该成员在档案中的密度距离，然后根据这些适应度值进行适应度比例方法选择，则档案成员被选中的概率为：

$$p_s = f_i / \sum_{i=1}^{N} f_i \qquad (9)$$

其中，f_i 为个体 i的适应度，使根据上述概率被选中的成员为一个粒子的 G_b。重复进行，直到粒子群中每个粒子都分配了一个 G_b。因为适应度和密度距离相关联，意味着所处在稀疏区域的档案成员适应度值大从而有更大的被选中概率，使它们成为部分粒子的全局最好位置，有利于算法逼近整个 Pareto最优前端。

对于个体极值的选择，则基于 Pareto最优概念，在粒子的当前位置和历史最优位置中选择一个非劣解作为粒子的个体极值，如果二者无支配关系则保持个体最优值不变。

5.3　算法流程

本文的多目标粒子群算法实现步骤如下：

算法流程：

Step1：初始化，给定多目标粒子群算法的控制参数；迭代次数，群体规模；

Step2：计算每个粒子的适应度值；

Step3：根据 Pareto最优概念更新每个粒子的个体极值，若更新后粒子的位置不支配其历史最优位置，则按 50% 的几率保留其历史最好位置；

Step4：根据 Pareto最优概念挑选当前种群中的非劣解存入外部档案库，根据密度距离移除密度距离最小的个体；

Step5：为每个档案成员赋予适应度值，该适应度值等于该成员在档案中的密度距离，适应度比例方式动态随机配备全局最好位置；

Step6：更新种群中每个粒子的速度和位置，如果某一粒子的位置大小超出了预设的边界，则令该粒子的位置大小等于其边界值，并令其速度乘 －1，以使该粒子向相反的方向搜索；

Step7：判断是否达到最大迭代次数，若达到，则输出档案库中的所有非劣解；若否，转到 Step2；

6　数值实验

本文选择了两个有约束 F1、F2和一个无约束 F3三个标准测试函数来检测算法的有效性。三个测试函数均在文献[7][8][9]中用到，是用来测试多目标进化算法的标准测试函数。

F1：

$\min f_1(x) = 2 + (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2$

$\min f_2(x) = 9x_1 - (x_2 - 1)^2$

$g_1(x) = x_1^2 + x_2^2 \leqslant 225$

$g_1(x) = x_1 - 3x_2 + 10 \leqslant 0$

其中 $x_1, x_2 \in [-20, 20]$

F2：

$\min f_2(x) = x_2$

$g_1(x) = (x_1 - 0.5)^2 - (x_2 - 0.5)^2 \leqslant 0.5$

$g_2(x) = 1 + 0.1\cos(16\tan^{-1}(x_1/x_2)) - x_1^2 - x_2^2 \leqslant 0$

其中 $x_1, x_2 \in [0, 3.14]$

F3：

$\min f_1(x) = 1 + (A_1 - B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2$

$\min f_2(x) = (x_1 + 3)^2 + (x_2 + 1)^2$

$A_1 = 0.5\sin 1 - 2\cos 1 + \sin 2 - 1.5\cos 2$

$A_2 = 1.5\sin 1 - \cos 1 + 2\sin 2 - 0.5\cos 2$

$B_1 = 0.5\sin x_1 - 2\cos x_1 + \sin x_2 - 1.5\cos x_2$

$B_2 = 1.5\sin x_1 - \cos x_1 + 2\sin x_2 - 0.5\cos x_2$

其中 $x_1, x_2 \in [-3.14, 3.14]$

对比测试函数为线性加权优化 Weighted Linear，强度 Pareto进化算法（SPEA）[10]、非劣排序遗传算法（NSGA），多目标粒子群算法（MOPSO）[11]以及改进的多目标粒子群算法（DCMPSO）。各种算法的群体规模均为 100，最大进化代数均为 100，遗传算法的交叉概率为 0.8，变异概率为 0.01；粒子数取 100，每种算法分别独立运行 30次，各取前 5次运行所得的非劣解作为算法的非劣解集进行比较。

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 1 各种算法最优解集间的距离 GD

算法	F1	F2	F3
WeightedLinear	0.2136	0.3264	0.1325
SPEA	0.0257	0.0522	0.0069
NSGA	0.1958	0.2777	0.1440
MOPSO	0.0257	0.0522	0.0069
DCMPSO	0	0	0.0127

表 2 各种算法所得非劣解的多样性指标

	F1	F2	F3
WeightedLinear	0.3825	0.4497	0.5698
SPEA	0.3353	0.4127	0.4328
NSGA	0.3321	0.3459	0.4101
MOPSO	0.3302	0.3281	0.3367
DCMPSO	0.3101	0.2455	0.2394

表 3 各种算法所得非劣解的错误率 ER

算法	F1	F2	F3
WeightedLinear	1	1	1
SPEA	1	1	1
NSGA	1	1	1
MOPSO	0.9673	1	0.5438
DCMPSO	0.0370	0	0.5235

从表 1中可知 DCMPSO算法所得的非劣解距离近似 Pareto Front距离最近甚至是重合这主要是由于 DCMPSO 的适应度赋值选择方法比别的算法更精确造成的, 和 MOPSP相比 DCMPSO的优势变小了, 但它对其他算法仍保持了较大的优势, 除了在求解 F3时所得结果和 MOPSO相近外, 对其它函数, 它的收敛性能始终是最好的。从表 2中可知 MOPSO和 DCMPSO算法的获得的非劣解的前端分布比较均匀, 由于 DCMPSO能更准确地确定非劣解能否成为外部精英档案中的个体, 使得外部种群中的个体多样性更好, 从而取得了优于其他算法的的多样性性能. 。从表 3中可知 WeightedLinear, SPEA、NSGA 三种算法的修正误差率均为 1说明这些算法所得的非劣解均不在近似 Pareto最优解集中。综合比较而言 DCMPSO算法的优化性能在对比测试中性能是最好的。

7 结束语

设计了一种改进的多目标粒子群优化算法, 采用密度距离删除和精英档案技术来保存算法迭代过程中产生的非劣解, 由适应度比例方法提供粒子速度更新时的全体极值, 基于 Pareto支配关系来更新粒子的个体极值; 定义密度距离以衡量非劣解前端分布, 通过删除密度距离小的非劣解提高了非劣解的均匀性。标准函数测试表明该算法可以获得大量较均匀的非劣解, 较好地反应了 Pareto前端。

参考文献:

[1] 郑向伟, 刘弘. 多目标进化算法研究进展[J]. 计算机科学, 2007, 34(7): 187-192

[2] 李宁, 等. 基于粒子群的多目标优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2005, 41(23): 43-46

[3] J Kennedy, R Eberhart. Particle Swarm Optimization[C]. Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway, NY: IEEE Service Center, 1995. 1942-1948.

[4] E Zitzler, K Deb, L Thiele. Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results[J]. Evolutionary Computation, 2000, 8(2): 173-195.

[5] Y Shi, R Eberhart. Parameter Selection in Particle Swarm Optimization[C]. Proceedings of the 7th Annual Conference on Evolutionary Programming. Washington DC, 1998. 591-600.

[6] 雷德明, 吴智铭. 基于个体密集距离的多目标进化算法[J]. 计算机学报, 2005-8. 1320-1324

[7] K Deb, A Pratap, S Agarwal, T Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[M]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002. 182-197.

[8] N Srinivas, K Deb. Multi-objective function optimization using nondominated sorting genetic algorithms[J]. Evolutionary Computations, 1995, 2(3): 221-248

[9] M Tanaka, H Watanabe, Y Furukawa, T Tanino. GA-based decision support system for multi-criteria optimization[C]. 1995 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Vol 2. 1556-1561.

[10] 张敏慧. 改进的粒子群计算智能算法及其多目标优化的研究应用研究[D]. 浙江大学, 2005.

[11] 朱建才. 多目标优化方法库的开发与应用研究[D]. 西北工业大学, 2006.

[作者简介]

李 纬 (1981-), 男, (汉族)河北张家口人, 硕士生, 研究方向为主要研究方向为进化计算与多目标优化;

张兴华 (1963-), 男, (汉族)广东始兴人, 教授, 博士, 研究方向为电力传动控制, 复杂控制系统, 进化计算等。

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net