第 44卷 第 4期
2009年 8月
西 南 交 通 大 学 学 报
JOURNAL OF SOUTHWEST JIAOTONG UNIVERSITY
Vol.44 No.4
Aug. 2009

文章编号: 0258-2724(2009)04-0530-06 DOI: 10.3969/j.issn.0258-2724.2009.04.010

MOPSO中精英保持策略和最佳解选择方法的改进

余 进, 何正友, 钱清泉
(西南交通大学电气工程学院, 四川 成都 610031)

摘 要: 为提高多目标微粒群优化(MOPSO)算法处理高维目标优化问题的性能, 降低计算复杂度, 改善算法的收敛性, 对MOPSO算法进行了改进. 该改进算法利用扩展E支配(E-dominance)方法确定解之间的优胜关系, 采用随机方式确定当代最佳解, 考虑了算法的收敛性和解的多样性. 此外, 采用外部种群档案保存精英解, 利用非线性函数将优化问题的目标空间映射到有限区域, 并在该有限区域内考虑解的优胜关系和分布情况. 通过对一系列典型测试问题的仿真研究, 结果表明: 对于3个以上的多目标优化问题, 改进算法的收敛性和计算复杂度都优于原始MOPSO和NSGA2

关键词: 多目标微粒群优化; 多目标优化; 收敛性; 计算复杂度
中图分类号: TN911.7 文献标识码: A

Improvement of Elitism Preservation and Optimum Selection of Multi-objective Particle Swarm Optimization Algorithm

YU Jin, HE Zhengyou, QIAN Qingquan
(School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: In order to improve the performance of MOPSO (multi-objective particle swarm optimization) algorithm for solving multiple objective problems, decrease the calculation complexity and ameliorate the convergence of this algorithm, a modified MOPSO algorithm was proposed. In this modified algorithm, the extended dominance (E-dominance) method is used to confirm the preference among all solutions and determine the best global position of current generation particles randomly. The modified algorithm considers the convergence and diversity of solutions. In addition, an exterior population file is utilized to preserve the elitist solutions and a non-linear function is used to map the objective space into a finite domain where the preference and distribution of the solutions are considered. Series of classical testing problems were investigated numerically. The simulation results show that this modified MOPSO algorithm surpasses the initial MOPSO and NSGA2 (non-dominated sorting genetic algorithms 2) algorithms in the calculation complexity and the convergence when a multi-objective optimization problem possesses over three objectives.

Key words: MOPSO (multi-objective particle swarm optimization); multi-objective optimization; convergence; calculation complexity

现实生活中, 绝大多数的优化和决策问题都是多目标的, 需要对这些目标做出恰当的均衡, 以获得最佳的效果. 多目标进化算法在多目标优化中显示出强大的能力, 涌现出许多性能优良的方法, 如

收稿日期: 2007-10-30
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50878188)
作者简介: 余进(1973-), 男, 博士研究生, 研究方向为列车运行过程优化, E-mail: jinyu_yj@yahoo.com.cn
通讯作者: 何正友(1970-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为现代信号处理理论及其在电力系统中的应用, E-mail: hezy@home.swjtu.edu.cn

NSGA2[1], SPEA[2]和 MOGA等[3]. 与进化算法类似,同样从自然现象中得到启发的微粒群算法,也受到了广泛的关注. 微粒群算法由于其良好的收敛性、简便的计算形式和参数设置,现已成功应用于半导体综合设计、电力调度、作业调度和神经网络训练等领域[4~6]. 鉴于微粒群算法的诸多优点,许多专家学者一直致力于多目标微粒群算法(MOPSO)的研究,陆续提出了相应的多目标微粒群算法[7~9],此后又有多种新的和改进的算法相继涌现. 尽管这些多目标优化方法受到越来越多的关注,而且在工程应用中也获得了较好的效果. 但是近期的一些研究表明,单纯的 Pareto优胜关系难以获得理想的结果,当相互冲突的目标数目比较多时(超过 3个),算法收敛性变坏,获得的解效果很差,同时时间的花费让人难以接受. 文献[9]提出的基于 Pareto优胜关系的 MOPSO,当需要优化的目标数达到 5个时,最终获得的解已经远远偏离解的 Pareto前沿,优化运算时间比较长,而且由于采用了 grid保持解的多样性,存在解的振荡问题. 为改善高维多目标优化算法性能,国内外学者提出了许多新的和改进的算法. 文献多目标调和遗传算法[10]在不同准则之间融入偏好信息,用弱优胜关系比较个体优劣,实验结果表明对于目标数目很多的优化问题,可以获得较好的结果. 文献[11]借鉴目标规划思想,增大 Pareto前沿上靠近决策者关心区域的解被选中的可能性,同时采用类似 ε-dominance方法[12]改善解的多样性,改进了 NSGA2[1],获得了较好的效果. 文献[12]提出的方法可以确保多目标优化进化算法的收敛性,以超矩形保持解的多样性,对 ε-dominance进行了改进,提出了扩展优胜关系(extend dominance,记为 E-dominance),可以获得比 grid方法要好的多样性,但在该文中没有实现该算法,也没有将这种方法与其他方法进行量化比较.

为了改善 MOPSO在高维多目标情况下的性能,笔者主要从以下几方面进行了改进:以非线性、单调增的函数将整个目标空间映射成有界的区域,然后在该有界的区域上分别考虑 Pareto最优性和解的多样性,以改善解的振荡问题;计算外部种群档案中的每个解所占优的当代群体中解的个数,以随机的方式从档案中选择一个占优个数最多的解,为当代微粒的全局最佳位置;用 E-dominance方法[12]比较解优劣关系.

1 多目标优化基本概念

考虑如下的多目标优化问题:寻求一组决策向量 $\boldsymbol{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^{\mathrm{T}}$,同时使 k个目标 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = [f_1(\boldsymbol{x}) \quad f_2(\boldsymbol{x}) \quad \cdots \quad f_k(\boldsymbol{x})]$极小,并满足等式约束 $h_i(\boldsymbol{x})$ $(i = 1, 2, \cdots, p)$,p为等式约束方程个数,不等式约束 $y_r(\boldsymbol{x}) > 0$ $(r = 1, 2, \cdots, c)$,c为不等式约束方程个数.

决策向量 $\boldsymbol{x}$称为 Pareto最优解,表示对于可行域中的任意点 $\boldsymbol{x}_0$,存在 $f_9(\boldsymbol{x}) \leqslant f_i(\boldsymbol{x}_0)$,且至少有一个目标 j ($j \leqslant k$,k为优化目标维数)满足 $f_j(\boldsymbol{x}) < f_j(\boldsymbol{x}_0)$;所有 Pareto最优集对应的目标空间的集合称为 Pareto前沿;对任意的两个 k维向量 ω 和 υ,称 ω Pareto优于 υ,记为 $\omega \prec \upsilon$,指 $\forall u \in \{1, 2, \cdots, k\}$,$\omega_u \leqslant \upsilon_u$并且 $\exists u \in \{1, 2, \cdots, k\}$满足 $\omega_u < \upsilon_u$.

多目标优化问题,不存在能够使得所有目标都获得最优效果的解,某些目标的改善可能同时引起其他目标的劣化,Pareto最优解使得各目标之间获得最佳的均衡效果. 任何一种算法只是尽可能地逼近优化问题真正的 Pareto Front,使得其解的目标集能够最大程度地支配整个目标空间. 为此,文献[12]提出 E-dominance方法:

对于给定的函数 F和常数向量 μ $(\mu_u > 0)$,如果

$$F(\omega_u) - \mu_u \leqslant F(\upsilon_u) \tag{1}$$

成立,称 ω E-dominance向量 υ,记为 $\omega \prec_E \upsilon$,ω和 υ为目标向量.

2 改进的 MOPSO算法

微粒群优化算法[13]是受到鱼、鸟群觅食等自然现象的启发,每个微粒的状态由其当前位置向量和运行速度表示,通过个体与群体之间相互作用,维持个体全局最佳位置,以此引导所有个体向最佳位置运动.

$$v_{(t+1)n\rho} = \alpha v_{tn\rho} + c_1 \operatorname{rand}()(L_{tn} - x_{tn\rho}) + c_2 \operatorname{rand}()(B_t - x_{tn\rho}), \tag{2}$$

$$x_{(t+1)n} = x_{tn} + v_{(t+1)n}, \tag{3}$$

式中:t为迭代次数;n为微粒编号;$t_{tn\rho}$为第 t代微粒 n在 ρ维方向的速度;$x_{tn\rho}$为第 t代微粒 n在 ρ维方

向的位置; α为惯性权重, 取 0.4; c_1 和 c_2 分别为个体意识学习因子和群体意识学习因子; rand( )为随机函数发生器, 产生 (0, 1)随机数; L_{tn} 为第 t代第 n个微粒最佳位置; B_t 为第 t代全局最佳位置. 通过个体与群体间的信息交换, 个体不断地跟踪全局最优解, 直到迭代结束.

改进方法用与文献 [9, 14, 15]类似的方法选择 B_t, 以外部种群档案保存迭代中产生的非劣解, 但在以下几个主要方面有所不同:

(1) 传统的 grid方法在一定条件下, 可以保证解以概率 1收敛到真实 Pareto最优解, 并且能够保持解的多样性, 而且计算时间复杂度也好于小生境方法[16]. 传统的 grid方法通过把目标空间划分为一系列有限的子空间, 在这些子空间上分别考虑最优性和多样性, 但由于目标空间不能预先了解, 甚至可能是无限的, 这种矛盾使得解可能会产生振荡. 产生这一问题的原因在于, 用 grid方法的多目标优化算法求解多目标优化问题时, 不满足解收敛条件. grid方法所产生的解收敛是有条件的, 要求自适应 grid的上界收敛, 也就是 Pareto前沿能够遍历整个目标空间[16]. 然而, 除二目标优化外, 绝大多数的多目标优化问题都不能满足这一条件. 为消除这种对解的不利影响, 采用 E-dominance确定解之间的优胜关系. E-dominance涵盖了 ε-dominance和 dominance优胜关系[12], 当函数选为 $F(\omega_u) = \ln \omega_u$, $\mu_u = \ln(1+\mu_u)$时, E-dominance就是 ε-dominance; 当函数 $F(\omega_u) = \omega_u$, $\mu_u = 0$时, 就成为传统的 dominance优胜关系. 本文中, 以正切函数将所有解的目标值映射到有限的范围内, 即:

$$F(\omega_u) = \tan(\omega_u s_u), \tag{4}$$

式中: $s_u = \arctan(\pi/2 - \mu_u)/(\omega_{\max u} - \omega_{\min u})$, $\mu_u < \pi/4$. 本文中取 $\mu_u = \pi/320$. $\omega_{\max u}$和 $\omega_{\min u}$分别为目标 u 的最大和最小值, $u = 1, 2, \dots, k$. 这样可以更好地包络未知的、甚至是无穷的目标空间, 以解决解的振荡问题. 由式 (4), $\omega_{\max u}$和 $+\infty$分别被映射到 $\pi/2-\mu_u$ 和 $\pi/2$. 这样对目标空间进行划分时, 消除了各子区域的有限性和整个目标空间可能是无限的之间的矛盾, 保证了自适应 grid的上界是有界的, 从而改善算法的收敛性.

(2) 采用 E-dominance方法[12]确定解向量间的优胜关系.

(3) 考虑到算法的收敛性和解的多样性, 按以下方法确定微粒在当代的全局最佳位置 B_t. 令 $X_a = \{\boldsymbol{x} \in X \mid a \prec_E \boldsymbol{x}\}$表示由 a所支配的解的集合, X为当代所产生的所有解集合, a为外部种群档案中任意解, $|X_a|$为集合 X_a 中解的个数.

① 计算外部种群档案中每一解对应的 $|X_a|$.

② 随机产生一逻辑变量, 若为真则选择档案中 $|X_a|$最小的解为 B_t; 否则, 选择档案中 $|X_a|$最大的解为 B_t.

3 仿真实验结果及分析

3.1 性能度量指标

许多度量指标用于不同的多目标进化算法性能进行评价, 为验证本文方法的可行性和有效性, 以一组 Benchmark问题 ZDT1和 DTLZ2为对象[15], 对 MOPSO[9]、NSGA2[1]和采用改进后的多目标微粒群算法(记为 MOPSO-M)进行比较, 以 3组常用的度量指标对 3种算法性能进行评价.

运算时间 T: 反映算法的时间复杂度, 以实现算法的程序运行时间进行度量, 值越小算法效率越高.

当代距离指标 G_d: 显示解的 Pareto前沿与真实 Pareto前沿之间的距离.

$$G_d = \frac{\sqrt{\sum_{z=1}^{q} d_z^2}}{q}, \tag{5}$$

式中: d_z 为目标空间中解的 Pareto前沿与真实的 Pareto前沿上对应点之间的 Eclidian距离; q为优化算法获得的非劣解的个数. G_d 越小说明算法获得的解的 Pareto前沿与优化问题真实的 Pareto前沿越接近, 算法产生的解也就越接近问题的真实解.

间隔指标 S: 衡量解的分布状况, 用 Pareto前沿相邻解向量的距离方差度量, S越小表示算法产生的解分布越均匀.

$$S = \sqrt{\frac{1}{q-1}\sum_{z=1}^{q}(s - s_z)^2}, \tag{6}$$

式中:
$$s_z = \min_{z=1 \wedge x \neq z}^{q}\left(\sum_{w=1}^{k}\left|f_{zw} - f_{xw}\right|\right),$$

其中: k为优化目标数量;

$$s = \sum_{z=1}^{q} s_z \Big\backslash q.$$

以下测试的 3个问题均为 $m = 14$, f_{zw}为第 z个解的第 w 个目标值.

3.2 实验分析

(1) 双目标优化测试问题 ZDT1

$$\min\{f_1(x), f_2(x)\},$$
$$f_1(x) = x_1, \quad f_2(x) = g(x)h(f_1, g),$$
$$g(x) = 1 + 9\sum_{i=2}^{m}\frac{x_i}{m-1}, \quad h(f_1, g) = 1 - \sqrt{f_1/g},$$

其中: $x_i \in [0, 1]$.

该测试问题具有凸的、连续的 Pareto前沿. MOPSO和 MOPSO-M 算法仿真过程中参数按如下设置: 粒子群规模 100, 外部种群档案容量 100, 迭代次数 200. NSGA2种群规模 100, 迭代次数 200, 其余各参数按算法要求进行选择, 进行 10次独立仿真实验, 结果见表 1.

表 1 双目标优化问题 G_d, S和 T度量指标

Tab. 1 G_d, S and T metric indices of two-objective optimization problem

算法	G_d			S			T/s		
	最好结果	最差结果	平均	最好结果	最差结果	平均	最好结果	最差结果	平均
MOPSO	0.054 3	0.062 6	0.059 3	0.007 8	0.011 7	0.009 8	18.063	18.718	18.334
NSGA2	0.036 9	0.092 9	0.062 8	0.008 9	0.035 3	0.017 2	73.187	93.647	78.832
MOPSO-M	0.042 6	0.066 5	0.051 0	0.047 9	0.062 6	0.055 0	23.532	26.250	25.047

由表 1可以看出, 对于双目标的优化问题, MOPSO-M 解的 G_d 指标从总体上略小于 MOPSO和 NSGA2, 但 S值远远大于其他两种算法, 计算时间也略长于 MOPSO, 但远远小于 NSGA2. 这意味着 MOPSO-M 获得的解的 Pareto Front更接近于参考集, 算法效率高于 NSGA2, 比 MOPSO略差, 解的分布劣于 MOPSO和 NSGA1.

(2) 三目标优化测试问题 DTLZ2[15]

$$\min\{f_1(x), f_2(x), f_3(x)\},$$
$$f_1(x) = [1 + g(x)]\cos(\pi x_1/2)\cos(\pi x_2/2),$$
$$f_2(x) = [1 + g(x)]\cos(\pi x_1/2)\sin(\pi x_2/2),$$
$$f_3(x) = [1 + g(x)]\sin(\pi x_1/2),$$
$$g(x) = \sum_{i=3}^{m}(x_i - 0.5)^2,$$

其中: $x_i \in [0, 1]$.

MOPSO和 MOPSO-M 算法选择粒子群规模 300, 外部种群档案容量 100, 迭代次数 300. NSGA1迭代次数 300, 种群规模 300, 其它各参数按算法要求进行设置. 本测试问题 Pareto最优解满足

$$\sum_{i=1}^{3} f_1^2 = 1,$$

计算各项度量指标见表 2.

MOPSO-M 的 G_d 和 S指标的最好结果和平均状况都略小于 MOPSO和 NSGA2, 解的 Pareto Front更靠近于真实解的 Pareto Front, 解的分布略优于 MOPSO, 但劣于 NSGA2. T远远小于其他算法, 反映出 MOPSO-M 的效率比另外两种算法高得多.

表2 三目标优化问题 G_d, S和 T度量指标

Tab. 2 G_d, S and T metric indices of three-objective optimization problem

算法	G_d			S			T/s		
	最好结果	最差结果	平均	最好结果	最差结果	平均	最好结果	最差结果	平均
MOPSO	0.002 8	0.007 9	0.005 0	0.047 5	0.063 7	0.055 1	524.10	767.30	653.20
NSGA2	0.005 4	0.006 6	0.006 0	0.026 4	0.033 4	0.029 9	663.13	668.70	665.70
MOPSO-M	0.002 3	0.008 0	0.004 6	0.048 5	0.059 6	0.052 3	248.59	379.02	305.22

(3) 五目标优化测试问题 DTLZ2[15]

五目标的DTLZ2测试问题，可以由三目标DTLZ2扩展得到，$x_i \in [0, 1]$，Pareto最优解满足

$$\sum_{i=1}^{5} f_i^2 = 1.$$

MOPSO和MOPSO-M算法选择粒子群规模300，外部种群档案容量100，迭代次数500，NSGA2迭代次数500，种群规模300，计算各项度量指标见表3.

表3 五目标优化问题 G_d, S和 T度量指标

Tab. 3 G_d, S and T metric indices of five objective optimization problem

算法	G_d			S			T/s		
	最好结果	最差结果	平均	最好结果	最差结果	平均	最好结果	最差结果	平均
MOPSO	0.064 1	0.169 5	0.100 3	0.088 8	0.162 1	0.132 6	2 934.7	4 461.4	3 291.0
NSGA2	0.093 1	0.135 2	0.118 8	0.109 0	0.164 4	0.139 4	1 133.3	1 154.0	1 142.0
MOPSO-M	0.007 2	0.009 8	0.007 9	0.049 8	0.065 3	0.055 6	1 033.5	1 368.1	1 180.0

对于5个目标的优化问题，MOPSO和NSGA2几乎失去了优化的功能，从表3可以看出，G_d非常大，解的Pareto Front已经远远偏离真实的Pareto Front. S也大于MOPSO-M，解的分布多样性也比较差；MOPSO算法的运行时间也比较长，NSGA2所需要时间与MOPSO-M相当. MOPSO-M算法仍然可以获得较好的结果，运算时间大约1 180 s，效率较高.

4 结 论

对采用精英保持策略和grid方法的多目标微粒群优化算法从3个方面进行了改进：以非线性函数将原目标空间映射为一有限的区域，在该区域内研究解的优胜关系和多样性；用扩展的E-dominance方法判断解的优胜关系，可以尽可能地覆盖目标空间；以一种随机方式选择微粒的全局最佳位置pBest. 通过与其它公认的性能优良的多目标优化算法MOPSO和NSGA2进行对比研究，结果表明：改进后的算法对二或三目标的优化问题，性能不劣于其它两种算法，对3个以上的多目标优化问题，本文算法在时间复杂度、解的质量方面明显要优于其它两种方法.

参考文献：

[1] KALYANMOY D, AMRIT P, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.

[2] ZITZLER E, LAUMANNS M, THIELE L. SPEA2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm for multiobjective optimization[C/OL] // Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control, 2002 [2007-09-02]. http://www.lania.mx/~ccoello/EMOO.

[3] FONSECA C M, FLEMING P J. Genetic algorithms for multiobjective optimization: formulation, discussion and generalization [C/OL] // The Fifth International Conference on Genetic Algorithms, 1993 [2007-09-02]. http://www.lania.mx/~ccoello/EMOO.

[4] 夏蔚军，吴智铭. 基于混合微粒群优化的多目标柔性Job-shop调度[J]. 控制与决策，2005，20(2)：137-141.
XIA Weijun, WU Zhiming. Hybrid particle swarm optimization approach for multi-objective flexible job-shop scheduling problems[J]. Control and Decision, 2005, 20(2): 137-141.

(下转第563页)

[10] SUH N P, SIN H C. The genesis of friction[J]. Wear, 1981, 69(1): 91-114.

[11] HE D H, MANORY R, SINKIS H. A sliding wear tester for overhead wires and current collectors in light rail systems[J]. Wear, 2000, 239(1): 10-20.

[12] DONG L, CHENG X, ZHU M H, et al. Wear mechanism of aluminum-stainless steel composite conductor rail sliding against collector shoe with electric current[J]. Wear, 2007, 263(1-6): 598-603.

[13] BOUCHOUCHA A, ZAIDI H, KADIRI E K, et al. Influence of electric fields on the tribological behavior of electrodynamical copper/ steel contacts[J]. Wear, 1997, 203-204(1-2): 434-441.

[14] 雷世明. 焊接方法与设备 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2004: 133-135.

[15] 徐学基, 诸定昌. 气体放电物理 [M]. 上海: 复旦大学出版社, 1996: 159-242.

[16] 吴积钦, 钱清泉. 受电弓与接触网系统电接触特性 [J]. 中国铁道科学, 2008, 29(3): 106-109.
WU Jiqin, QIAN Qingquan. Charcteristics of the electrical contact between pantograph and overhead contact line[J]. China Railway Science, 2008, 29(3): 106-109.

(中文编辑: 秦 瑜 英文编辑: 兰俊思)

(上接第 534页)

[5] JIN N, YAHYA R S. Advances in particle swarm optimization for antenna designs: real-number, binary, single-objective and multiobjective implementations[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2007, 55(3): 556-567.

[6] 袁代林, 陈虬. 桁架结构拓扑优化的微粒群算法 [J]. 西南交通大学学报, 2007, 42(1): 94-98.
YUAN Dailin, CHEN Qiu. Particle swarm optimization algorithm for topological optimization of truss structures[J]. Journal of Southweast Jiaotong University, 2007, 42(1): 94-98.

[7] HU Xiaohui, EBERHART R. Multiobjective optimization using dynamic neighborhood particles swarm optimization[C/OL] // The 2002 Congress on Evolutionary Computation [2007-09-02]. http: / /www. lania. mx /~ ccoello/EMOO.

[8] JONATHAN E F, SAMEER S. A multi-objective algorithm based upon particle swarm optimization, an efficient data structure and turbulence[C /OL] // The 2002 U. K. Workshop on Computational Intelligence [2007-09-02]. http: / /www. lania. mx /~ ccoello /EMOO.

[9] CARLOS A, COELLO C, MAXIMINO S L. MOPSO: A Proposal for multiple objective particle swarm optimization[C/OL] // The 2002 Congress on Evolutionary Computation [2007-09-02]. http: / /www. lania. mx /~ ccoello/EMOO.

[10] CUI Xunxue, LIN Chuang. A preference-based multi-objective concordance genetic algorithm [J]. Journal of Software, 2005, 5(16): 761-769.

[11] DEB K, SUNDAR J, UDAYA B. Reference point based multi-objective optimization using evolutionary algorithms[J]. International Journal of Computational Intelligence Research, 2006, 2(3): 273-286.

[12] JIN Huidong, WONG M. Adaptive diversity maintenance and convergence guarantee in multiobjective evolutionary algorithms[C /OL] // The 2003 IEEE Congress on Evolutionary Computation [2007-9-2]. http: / /www. lania. mx /~ ccoello/EMOO.

[13] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization[C /OL] // The Fourth IEEE International Conference on Neural Networks [2007-09-02]. http: / /www. lania. mx /~ ccoello/EMOO.

[14] MOSTAGHIM S, TEICH J. Strategies for finding good local guides in multi-objective particle swarm optimization(MOPSO) [C /OL] // The 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium [2007-09-02]. http: //www. lania. mx /~ ccoello /EMOO.

[15] COELLO C, PULIDO G, LECHUNGA M. Handling multiple objectives with particle swarm optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 256-279.

[16] KNOWLES J, CORNE D. Properties of an adaptive archiving algorithm for storing nondominated vectors[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2003, 7(2): 100-116.

(中文编辑: 唐 晴 英文编辑: 付国彬)