#### 1. GAT 的注意力聚合机制

给定无向图  $\mathcal{G}=(\mathcal{V},\mathcal{E})$ ,节点特征矩阵  $\mathbf{H}\in\mathbb{R}^{N\times F}$ 。单层 Graph Attention Network (GAT) 将邻居信息按照可学习的注意力权重  $\alpha_{ij}$  聚合到中心节点 i,具体步骤如下:

1. 线性映射

$$\mathbf{h}_i = \mathbf{W}\mathbf{H}_i, \qquad \mathbf{h}_j = \mathbf{W}\mathbf{H}_j, \qquad \mathbf{W} \in \mathbb{R}^{F' imes F}.$$

2. 相关性打分

$$e_{ij} = ext{LeakyReLU}ig(\mathbf{a}^{\!\mathsf{T}}[\,\mathbf{h}_i\|\mathbf{h}_j\,]ig), \qquad \mathbf{a} \in \mathbb{R}^{2F'}.$$

3. Soft-max 归一化

$$lpha_{ij} = rac{\exp(e_{ij})}{\displaystyle\sum_{k \in \mathcal{N}(i)} \exp(e_{ik})}, \qquad \sum_{j \in \mathcal{N}(i)} lpha_{ij} = 1.$$

4. 加权聚合并激活

$$\mathbf{H}_i' = \sigma\!\!\left(\sum_{j\in\mathcal{N}(i)} lpha_{ij}\,\mathbf{h}_j
ight), \qquad \sigma = ext{ELU} \,\,\, ec{f x} \,\,\, ext{ReLU}.$$

## 2. GAT 相对 GCN 的优势及适用场景

维度	GCN	GAT 优势		
邻居权重	固定 (度归一化)	可学习,细粒度区分邻居贡献		
谱依赖	需全图拉普拉斯	仅局部邻接, 无需谱分解		
归纳能力	同一图上训练推断	支持在未见过的新图推断		
可解释性	弱	注意力权重可视化解释模型决策		
过平滑风险	高层数时显著	多头差异化缓解过平滑		
典型优势任 务	同质静态图	异构图、邻里贡献差异明显,或需归纳推断、解释性的任务(推荐、知识图谱、PPI等)		

# 3. 多头注意力在 GAT 中的实现

设有 K 个独立注意力头,第 k 头的参数为  $\mathbf{W}^{(k)},\mathbf{a}^{(k)}$ 。每头独立完成步骤 1–4,得到输出  $\mathbf{h}_i'^{(k)}$ 。

• 隐藏层融合 (拼接)

$$\mathbf{H}_i' = ig|_{k=1}^K \mathbf{h}_i'^{(k)}.$$

• 输出层融合 (平均或求和)

$$\mathbf{H}_i' = rac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_i'^{(k)}.$$

多头机制提供以下益处:

1. 降低方差:独立头相当于模型集成,提高稳定性。
 2. 子空间表达:各头可关注不同语义或结构模式。
 3. 容量提升:拼接增加特征维度,提高表示能力。
 4. 缓解过平滑:头间差异化聚合抑制信息过度混合。

## 4. GAT 在 Cora 数据集上的关键实验指标

项目	设定 / 结果	
数据集	Cora:2 708 节点,5 429 边,7 类	
网络结构	隐藏层: 8头×8维; 输出层: 1头×7维	
正则化	Dropout 0.6 (输入与注意力权重)	
优化器	Adam,学习率 0.005,权衰减 $5  imes 10^{-4}$	
提前停止	验证损失 100 epoch 无下降即停止	
节点分类准确率	83.0 ± 0.7 %(原论文结果)	

## 5关键实验指标

该脚本启动后首先解析命令行超参数,自动决定 CPU 或 GPU,然后用 torch\_geometric.datasets.Planetoid 下载并加载 Cora 图数据。核心亮点在于模型通过字符串"--model + --impl"动态导入: 只要输入 gat、gcn 或 gin 即可切换网络结构,no\_pyg 代表完全用纯 PyTorch 实现的算子,pyg 则调用 torch-geometric 的高效封装,两套实现接口完全一致,便于横向对比。训练阶段采用 Adam 优化器,按验证集准确率实时保存最佳权重并记录三条准确率曲线;训练结束后自动输出最优指标、绘制并保存曲线图,以及序列化的 checkpoint。整条流程无需手动改代码即可在 GAT、GCN、GIN 之间来回切换,并直观比较纯 torch 与 PyG 版本的性能差异。

# 6 实验结果

Model	Implementation	Val Acc (%)	Test Acc (%)
GCN	PyG	79.60	81.20
GAT	PyG	80.40	82.10
GIN	PyG	60.80	61.10
GCN	no_PyG	80.20	81.20
GAT	no_PyG	79.20	80.80
GIN	no_PyG	49.60	47.90

训练过程见tutorial.ipynb。