第八章 角度调制与解调

8.1 调角波的基本性质
8.2 调频信号通过非线性电路
8.3 调频信号通过线性网络
8.4 调频波的产生
8.5 鉴频

8.1 调角波的基本性质

正弦载波的一般形式 $u(t)=U\cos(\omega t+\varphi_0)=U\cos\varphi(t)$

角度调制
- 调频（*FM*）：用基带信号线性地控制高频正弦载波的瞬时频率
- 调相（P*M*）：用基带信号线性地控制高频正弦载波的瞬时相位

频谱非线性变换电路：

角度调制用低频信号去调制高频振荡的相角，其解调电路从已调波中解出调制信号，频谱变换不是线性变换而是非线性变换。角度调制及调角波的解调电路称为频谱非线性变换电路。

8.1.1瞬时相位和瞬时频率

$\varphi(t)$-总相角，即瞬时相位

$\omega(t)$-瞬时频率

$$\begin{cases}\varphi(t)=\int_0^t\omega(\tau)d\tau+\varphi_0 \overset{\omega(t)\text{为常数}}{=} \omega t+\varphi_0\\ \omega(t)=\dfrac{d\varphi(t)}{dt}\end{cases}$$

正弦载波的另一形式 $u(t)=U\cos(\omega t+\varphi_0)=U\cos[\int_0^t\omega(\tau)d\tau+\varphi_0]$

8.1.2 调相波和调频波

1. 调相波

设：$u(t)=U\cos\omega_0 t$，$u_\Omega(t)=U_\Omega s(t)$

调相波表达式：$u_{PM}=U_{PM}\cos[\omega_0 t+k_p U_\Omega s(t)]$

k_p – 调相增益，表示单位电压引起的相位变化。

相位与基带信号成线性关系：

$$\varphi(t)=\omega_0 t+k_p U_\Omega s(t)\ =\omega_0 t+m_p s(t)\ =\omega_0 t+\Delta\varphi(t)$$

$m_p=k_p U_\Omega$ – 调相指数，　　ω_0 – 调相波中心频率。

表示基带信号引起的最大相移，与U_Ω 成正比，但与调制频率无关。

$\therefore$ 调相波可表示为：　$u_{PM}=U_{PM}\cos[\omega_0 t+m_p s(t)]$

当 $s(t)=\cos\Omega_{\max}t$，有：　$u_{PM}(t)=U_{PM}\cos[\omega_0 t+m_p\cos\Omega_{\max}t]$

8.1 调角波的基本性质

2. 调频波

设：$u(t)=U\cos\omega_0 t$，$u_\Omega(t)=U_\Omega s(t)$

瞬时频率变化量与调制信号成正比，即有

$$\omega(t)=\omega_0+k_f U_\Omega s(t)=\omega_0+\Delta\omega s(t)$$

k_f – 调频增益，表示单位电压引起的频率变化

ω_0 – 调频波中心频率

$\Delta\omega=k_f U_\Omega$ – 最大频率偏移，其值与U_Ω，但与调制频率无关

$D=\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}$ – 相对频偏（很小）

调频波表达式

$$u_{FM}(t)=U_{FM}\cos\left\{\int_0^t[\omega_0+\Delta\omega s(\tau)]d\tau\right\}=U_{FM}\cos[\omega_0 t+\Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau]$$

2. 调频波

当 $s(t)=\cos\Omega_{\max}t$ 时，有：

$$u_{FM}(t)=U_{FM}\cos[\omega_0 t+\Delta\omega\int_0^t\cos\Omega_{\max}\tau d\tau]$$

$$=U_{FM}\cos[\omega_0 t+\frac{\Delta\omega}{\Omega_{\max}}\sin\Omega_{\max}t]$$

$$=U_{FM}\cos[\omega_0 t+m_f\sin\Omega_{\max}t]$$

$m_f=\dfrac{\Delta\omega}{\Omega_{\max}}$ —调频指数，表示由基带信号引起的最大相移，

注：m_p，m_f均为基带信号引起的最大相移

$m_p=k_pU_\Omega$，其值与U_Ω 成正比，与调制频率$\Omega_{\max}$ 无关

$m_f=\dfrac{\Delta\omega}{\Omega_{\max}}=\dfrac{k_fU_\Omega}{\Omega_{\max}}$，其值与$U_\Omega$成正比，与$\Omega_{\max}$成反比

3. FM与PM的比较

设：$s(t)=\cos\Omega_{\max}t$

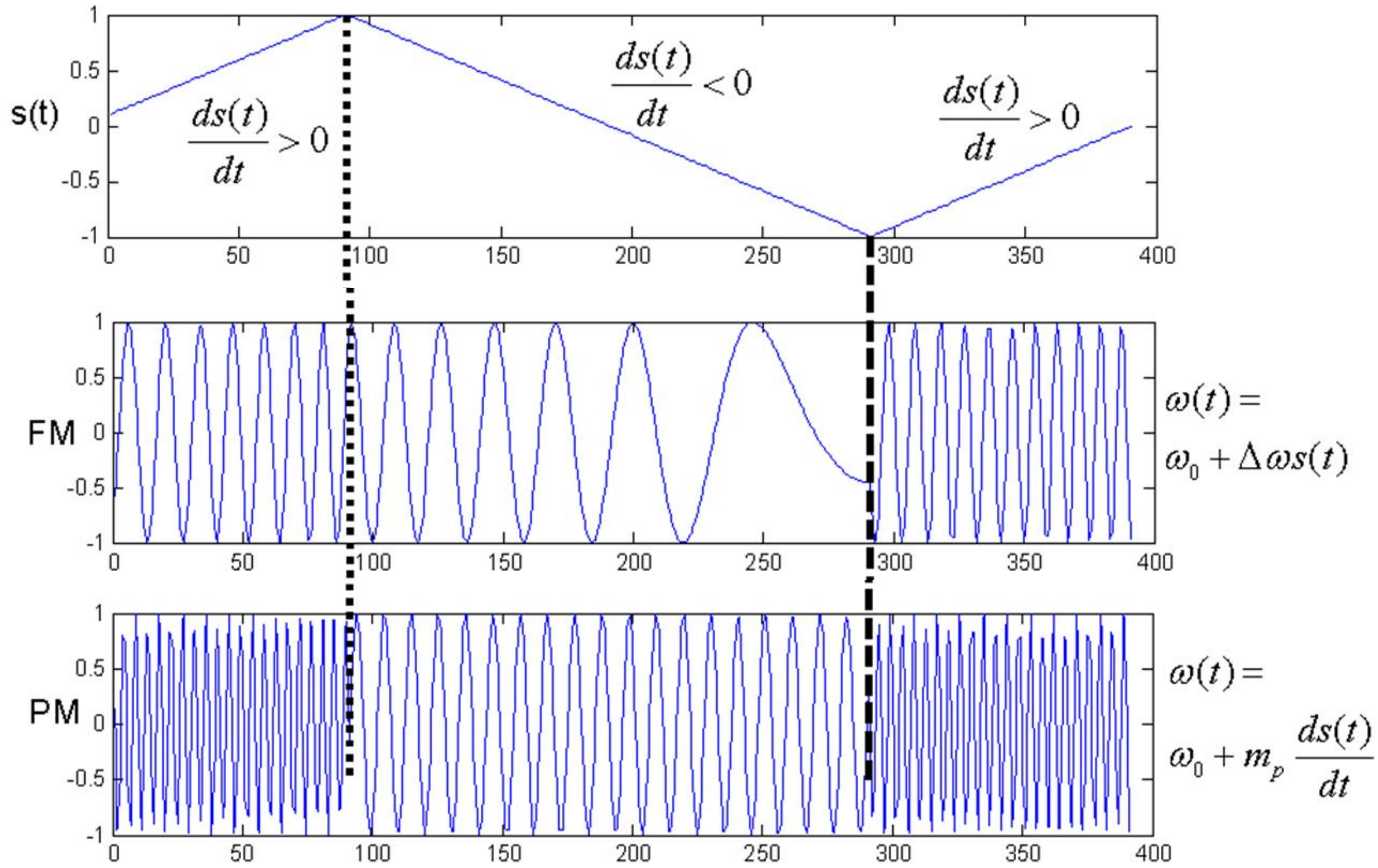
	FM	PM
表达式	$U_{FM}\cos[\omega_0 t+m_f\sin\Omega_{\max}t]$	$U_{PM}\cos[\omega_0 t+m_p\cos\Omega_{\max}t]$
$\omega(t)$	$\omega_0+m_f\Omega_{\max}\cos\Omega_{\max}t$	$\omega_0-m_p\Omega_{\max}\sin\Omega_{\max}t$
$\varphi(t)$	$\omega_0 t+m_f\sin\Omega_{\max}t$	$\omega_0 t+m_p\cos\Omega_{\max}t$
$\Delta\omega$	$m_f\Omega_{\max}=k_fU_\Omega$	$m_p\Omega_{\max}$
调制指数	$m_f=k_fU_\Omega/\Omega_{\max}$	$m_p=k_pU_\Omega$

8.1 调角波的基本性质

中国科学技术大学 University of Science and Technology of China

波形

FM与PM波形差别很小，仅当基带信号为一些特殊的信号时，才能明显区分出这两种波形，信息包含在疏密变化里面，占有的频带越窄越好。



FM: $s(t)$ 越大，频率越高；　PM: $\frac{ds(t)}{dt}$ 越大，频率越高。

8.1 调角波的基本性质

University of Science and Technology of China

8.1.3 调频波的频谱

设： $s(t)=\cos\Omega_{\max}t$

$$u_{FM}(t)=U_{FM}\cos[\omega_0 t+\Delta\omega\int_0^t\cos\Omega_{\max}\tau d\tau]$$

$$=U_{FM}\cos[\omega_0 t+m_f\sin\Omega_{\max}t]$$

$$=U_{FM}\cos\omega_0 t\cos(m_f\sin\Omega_{\max}t)-U_{FM}\sin\omega_0 t\sin(m_f\sin\Omega_{\max}t)$$

$\cos(m_f\sin\Omega_{\max}t)$和$\sin(m_f\sin\Omega_{\max}t)$为周期性函数，可展开成傅里叶级数

$$\cos(m_f\sin\Omega_{\max}t)=J_0(m_f)+2\sum_{n=1}^{\infty}J_{2n}(m_f)\cos 2n\Omega_{\max}t-\text{只含偶次项}$$

$$\sin(m_f\sin\Omega_{\max}t)=2\sum_{n=0}^{\infty}J_{2n+1}(m_f)\sin(2n+1)\Omega_{\max}t-\text{只含奇次项}$$

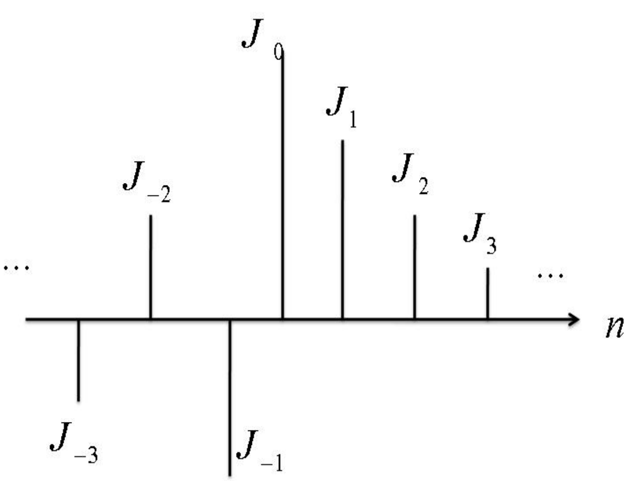
$J_n(m_f)-$ 以 m_f 为变量的n 阶第一类Bessel函数，随 m_f 变化曲线如教材中图8.1.2所示，每一阶谱线都成衰减趋势，并满足以下关系式。

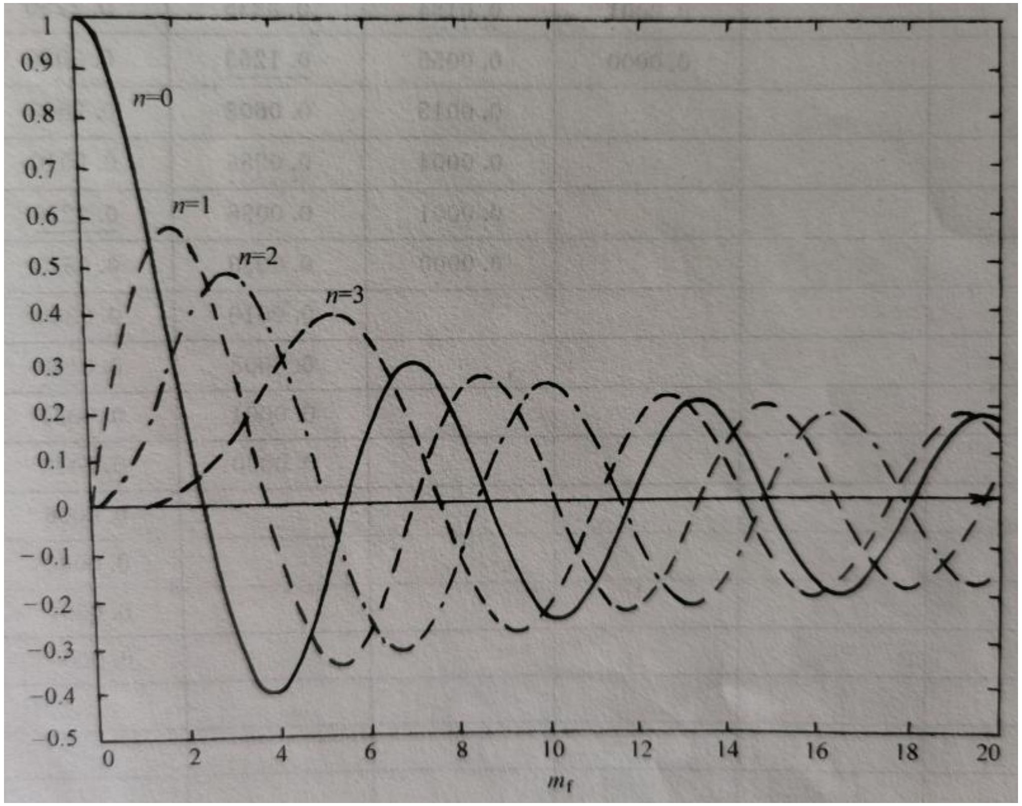
8.1 调角波的基本性质

$J_n(m_f)$ － 以 m_f 为变量的n 阶第一类Bessel函数，随 m_f 变化曲线如教材中图8.1.2所示，每一阶谱线都成衰减趋势，并满足以下关系式。

$$J_n(m_f)=\begin{cases} J_{-n}(m_f) & n\text{为偶数时} \\ -J_{-n}(m_f) & n\text{为奇数时} \end{cases}$$

即$J_{-n}(m_f)=(-1)^n J_n(m_f)$





8.1 调角波的基本性质

中国科学技术大学 University of Science and Technology of China

$$J_n(m_f)=\begin{cases}J_{-n}(m_f) & n\text{为偶数时}\\ -J_{-n}(m_f) & n\text{为奇数时}\end{cases}$$

即$J_{-n}(m_f)=(-1)^n J_n(m_f)$

$$u_{FM}=U_{FM}\cos\omega_0 t[J_0(m_f)+2\sum_{n=1}^{\infty}J_{2n}(m_f)\cos 2n\Omega_{\max}t]-U_{FM}\sin\omega_0 t[2\sum_{n=0}^{\infty}J_{2n+1}(m_f)\sin(2n+1)\Omega_{\max}t]$$

$$=U_{FM}[J_0(m_f)\cos\omega_0 t+\underline{\sum_{n=1}^{\infty}J_{2n}(m_f)\cos(\omega_0+2n\Omega_{\max})t}+\sum_{n=1}^{\infty}J_{2n}(m_f)\cos(\omega_0-2n\Omega_{\max})t$$

$$+\underline{\sum_{n=0}^{\infty}J_{2n+1}(m_f)\cos(\omega_0+(2n+1)\Omega_{\max})t}-\sum_{n=0}^{\infty}J_{2n+1}(m_f)\cos(\omega_0-(2n+1)\Omega_{\max})t$$

$$=U_{FM}[J_0(m_f)\cos\omega_0 t+\underline{\sum_{n=1}^{\infty}J_n(m_f)\cos(\omega_0+n\Omega_{\max})t}+\underline{\sum_{n=-1}^{-\infty}J_{2n}(m_f)\cos(\omega_0+2n\Omega_{\max})t}$$

$$+\underline{\sum_{n=-1}^{-\infty}J_{2n+1}(m_f)\cos(\omega_0+(2n+1)\Omega_{\max})t}]$$

$$=U_{FM}[J_0(m_f)\cos\omega_0 t+\sum_{n=1}^{\infty}J_n(m_f)\cos(\omega_0+n\Omega_{\max})t+\underline{\sum_{n=-\infty}^{-1}J_n(m_f)\cos(\omega_0+n\Omega_{\max})t}]$$

$$=U_{FM}\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(m_f)\cos(\omega_0+n\Omega_{\max})t$$

8.1 调角波的基本性质

单音频调制时，调频波的频谱不是调制信号频谱的简单搬移，而是由载波分量和无数边频分量所组成。理论上来说，包含无限多对频率分量，即频谱宽度无穷大。

特点：① n 为奇数时，上、下两边频分量振幅相等，极性相反；

② n 为偶数时，上、下两边频分量振幅相等，极性相同；

③ 载波分量和边频分量的振幅均随 m_f 和调制角频率 $\Omega_{\max}$ 变化。

④ 当 m_f 一定时，随着 n 的增加，$J_n(m_f)$ 的数值虽有起伏，但总的趋势减小，当 m_f 到一定值后，边频分量可忽略。

1. 工程上通常规定，凡是振幅小于未调制载波振幅的10%（或1%）的边频分量忽略不计，按以下原则确定调频波的带宽。

（1）给定 ε ，记 $J_n(m_f)\geq\varepsilon$ 的边频数为 $N_\varepsilon(m_f)$ ，则有：

$$BW=2N_\varepsilon(m_f)\Omega_{\max} \quad 或 \quad BW=2N_\varepsilon(m_f)f_{\max}$$

一般取 $\varepsilon=0.1$，要求较高的取0.01。

(2) 卡松(Carson)公式 $BW_{CR}=2(m_f+1)\Omega_{\max}$

$$m_f=\frac{\Delta\omega}{\Omega_{\max}} \Rightarrow BW_{CR}=2(\Delta\omega+\Omega_{\max})$$

小频偏($m_f<<1$)时: $BW_{CR}\approx 2\Omega_{\max}$ — 窄带调制

大频偏($m_f>>1$)时: $BW_{CR}\approx 2m_f\Omega_{\max}=2\Delta\omega=2k_fU_\Omega$ — 宽带调制

宽带调制带宽仅取决于频偏(频偏是规定的),与调制频率无关。

利用卡松公式估算调相波带宽:

$$BW_{CR}=2(m_p+1)\Omega_{\max}$$

两种方法估算的调频波带宽比较

f_{max}(kHz)	m_f	$N_{0.01}$	$N_{0.1}$	$BW_{0.01}$(kHz)	$BW_{0.1}$(kHz)	BW_{CR}(kHz)
15	5	8	6	240	180	180
10	7.5	11	8	220	160	170
1	75	75	75	150	150	150
0.05	1500	1500	1500	150	150	150

8.1 调角波的基本性质

2. 调频（FM）和调相（PM）带宽比较

①调相波为变带宽 $$BW_{CR}=2(m_p+1)\Omega_{\max}=2(k_pU_{\Omega}+1)\Omega_{\max}$$

m_p 一定时，BW与调制频率有关，$\Omega_{\max}$ 越高，BW越大。如果按照最高调制频率设计带宽，则当调制频率越低时，带宽的利用不充分。

②调频波为恒带宽。其带宽与调制信号关系不大。

$$m_f=\frac{\Delta\omega}{\Omega_{\max}} \qquad \Omega_{\max}\text{提高，}m_f\text{减小}$$

$$BW_{CR}=2(m_f+1)\Omega_{\max}=2\Delta\omega+2\Omega_{\max}\overset{m_f>>1}{=}2\Delta\omega$$

因此，在模拟通信系统中，总采用调频而不采用调相。

8.1.4 调频波的功率

调频波的平均功率为各个频率分量的功率之和。

在单位电阻上每个频率分量的功率：

$$\frac{1}{T}\int_0^T U_{FM}{}^2 J_n{}^2(m_f)\cos^2(\omega_0 + n\Omega_{\max})t\,dt$$

$$=\frac{U_{FM}{}^2}{T}J_n{}^2(m_f)\int_0^T \frac{1+\cos 2(\omega_0+n\Omega_{\max})t}{2}dt \quad = \frac{U_{FM}{}^2}{2}J_n{}^2(m_f)$$

$$\therefore P_{FM} = \sum_{N=-\infty}^{\infty}\frac{U_{FM}{}^2}{2}J_n{}^2(m_f) = \frac{U_{FM}{}^2}{2}\sum_{N=-\infty}^{\infty}J_n{}^2(m_f) = \frac{U_{FM}{}^2}{2}$$

当 U_{FM} 一定时，不论 m_f 为何值，调频波的平均功率等于载波功率，或者说调频后载波功率“转移”给了边带，改变 m_f 仅会引起载波分量和各边频分量之间功率的重新分配，但不会引起总功率的变化。如果选择特殊的 m_f 值，使 $J_0(m_f)=0$，则已调波中载波成分的功率为0，全部功率都转移给了边带，相当于大大提高了功率利用系数。

$J_0(m_f)$ 出现0值的次数

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_f	2.405	5.52	8.653	11.79	14.93	18.07	21.21	24.35	27.49	30.63

8.1 调角波的基本性质

- 作业：8.1, 8.2, 8.4