
双臂电桥

李霄奕 PB21511897

1 摘要

电阻按照阻值大小可分为高电阻($100\text{K}\Omega$ 以上)、中电阻($1\Omega\sim 100\text{K}\Omega$)和低电阻(1Ω 以下)三种。低电阻测量有其特殊性：一般来说导线本身以及接点处接触状况引起的电路中附加电阻大约 $>0.1\Omega$ ，在测量低电阻时就不能将其忽略掉。双臂电桥(又称开尔文电桥)考虑低电阻测量特点，消除了附加电阻的影响，可用于 $10^{-5}\sim 10^2\Omega$ 电阻的准确测量。

2 Abstract

According to the resistance value, the resistance can be divided into three types: high resistance (more than $100\text{K}\Omega$), medium resistance ($1\Omega\sim 100\text{K}\Omega$) and low resistance (less than 1Ω). Low resistance measurement has its particularity: generally speaking, the additional resistance in the circuit caused by the wire itself and contact conditions at the contact point is about 0.1Ω , which cannot be ignored when measuring low resistance. Double-arm bridge (also known as Kelvin bridge) considers the characteristics of low resistance measurement, eliminates the influence of additional resistance, and can be used for accurate measurement of $10^{-5}\sim 10^2\Omega$ resistance.

3 关键词

双臂电桥；小电阻

4 简介

4.1 低电阻测量简介

导线电阻和接触电阻是怎样对低电阻测量结果产生影响的？以伏安法测电阻为例，我们分析问题出在哪里。图 7-1 所示，用安培表和毫伏表按欧姆定律测量电阻 R_x ，考虑到连接电流表、毫伏表与待测电阻的导线电阻及各接点处的接触电阻后，等效电路图如图 7-2 所示，其中， R_{i1} 、 R_{i2} 、 R_{x1} 、 R_{x2} 、 R 和 R_{ix2} 分别为各支路等效的附加电阻。由于电压表内阻较大，当待测电阻 R_x 较小时，

毫伏表上的分流忽略不计，电流表流过的电流近似等于流过待测电阻的电流。由于等效附加电阻 R_{x1} 和 R_{x2} 远小于毫伏表内阻 R_g ，因此它们对于毫伏表的测量影响也可忽略不计。此时毫伏表测量的电压为 $(R_x + R_{ix1} + R_{ix2})$ 上的压降。如果 R_x 低至 1Ω ，就不能忽略接触电阻 R_{ix1} 和 R_{ix2} 对测量的影响了。按照欧姆定律 $R = V/I$ 得到的电阻是 R_x 与附加电阻 R_{ix1} 和 R_{ix2} 电阻总和 $R_x + R_{ix1} + R_{ix2}$ 。

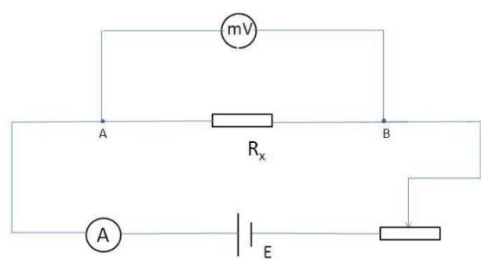


图 7-1 伏安法测量电阻电路原理图

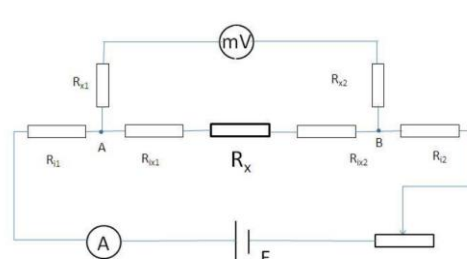


图 7-2 伏安法测量电阻等效电路图

4.2 四端接法思想

显然，如果 R_{ix1} 和 R_{ix2} 不存在，即等效电路如图 7-5 所示，那么此时毫伏表上测得电压就仅为 R_x 的压降，由 $R_x = V/I$ 即可准确测量出 R_x 。因此，为了消除接触电阻对于测量结果的影响，需要改变图 7-3 中电阻两端接法，将低电阻 R_x 以四端接法接入测量电路，如图 7-4 所示，获得图 7-5 所示的等效电路。电流由电流头 A 端流入从 D 端流出，待测低电阻为电压头 B 、 C 间的电阻， B 、 C 间压降即为待测电阻两端的压降。许多低电阻的标准电阻都做成四端钮方式，接于电流测量回路中的电流头两端(A 、 D)，与接于电压测量回路中的电压接头两端(B 、 C)是各自分开的。

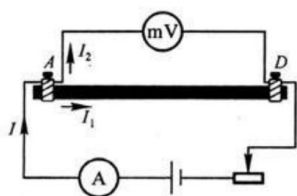


图 7-3 两端接法电路图

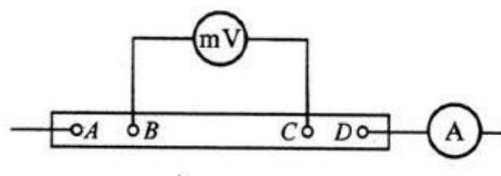


图 7-4 四端接法电路图

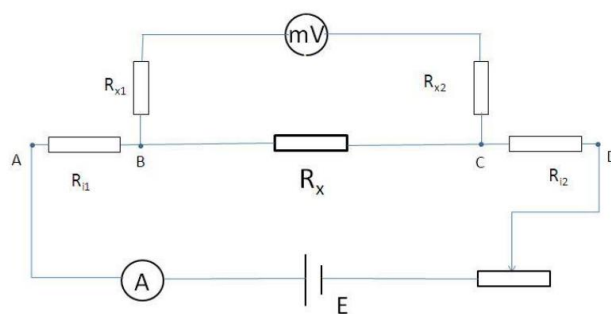


图 7-5 四端接法等效电路图

4.3 双臂电桥原理

将低电阻的四端接法应用于电桥法测电阻，就发展成双臂电桥，电路如图 7-6 所示，其等效电路如图 7-7 所示。标准电阻 R_n 电流头接触电阻为 R_{in1} 、 R_{in2} ，待测电阻 R_x 的电流头接触电阻为 R_{ix1} 、 R_{ix2} ，都在双臂电桥测量回路的电流回路内。标准电阻电压头接触电阻为 R_{n1} 、 R_{n2} ，待测电阻 R_x 电压头接触电阻为 R_{x1} 、 R_{x2} ，连接到双臂电桥电压测量回路中，因为它们与较大电阻 R_1 、 R_2 、 R_3 、 R 相串联，故其影响可忽略。

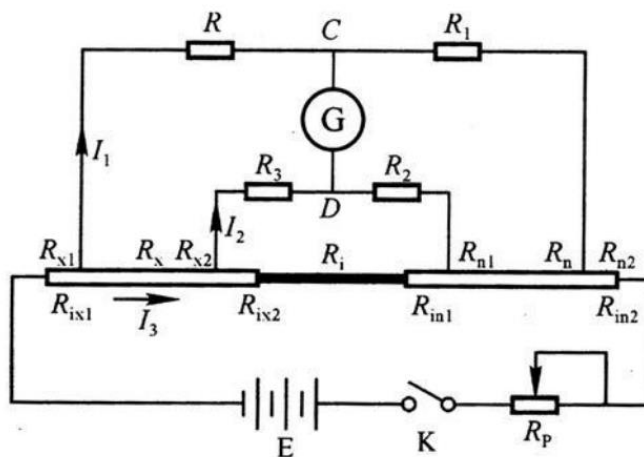


图 7-6 双臂电桥电路图

6 测量数据获取

6.1 基本数据

千分尺起始读数: +0.05mm; 精度 $\Delta_b=\pm 0.04\text{mm}$;

电阻精度等级: $R_1=R_2=1000\Omega$ (0.02 级); $R_n=0.001\Omega$ (0.01 级);

电阻箱的相对误差: $\Delta = \pm \left(0.02\% + \frac{nb}{R} \right)$; $b=0.02\Omega$; 其中 n 为旋钮个数;

有效电阻长度 $\Delta_L=\pm 2\text{mm}$; $\Delta_{\text{线}}=\pm 1.2\text{mm}$;

铜棒、铝棒的长度 $L=30\text{cm}$;

6.2 铜棒、铝棒直径 (单位: mm; 未进行起始读数修正)

	1	2	3	4	5	6
铜棒	5.015	5.015	5.010	5.010	5.017	5.008
铝棒	5.035	5.025	5.025	5.020	5.035	5.030

6.3 铜棒、铝棒电阻 (单位: Ω)

	1	2	3
正	1207.70	1210.08	1210.18
反	1207.72	1203.18	1202.18
正	553.00	552.30	552.20
反	548.10	548.00	548.40

7 分析与讨论

7.1 理论值计算

根据前文推导可得:

$$R_x = \frac{R}{R_1} R_n$$

且有:

$$R_x = \rho \frac{L}{S}$$

且:

$$s = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2$$

可得电阻率 ρ 的理论公式为：

$$\rho = \frac{\pi R R_n D^2}{4 R_1 L}$$

因此通过数据可得

$D_{\text{铜棒}}=4.9625\text{mm}$ ； $D_{\text{铝棒}}=4.9783\text{mm}$ ； $R_{\text{铜棒}}=1206.84\Omega$ ； $R_{\text{铝棒}}=550.33\Omega$ ；

求得：

$$\rho_{\text{铜棒}}=7.78 \times 10^{-8} \text{ (m} \cdot \Omega \text{)}$$

$$\rho_{\text{铝棒}}=3.57 \times 10^{-8} \text{ (m} \cdot \Omega \text{)}$$

7.2 不确定度计算

以下计算铜棒电阻率的不确定度：

$$\text{测量值 } R \text{ 的不确定度有：} \sigma_R = \sqrt{\frac{\sum (R - \bar{R})^2}{n-1}} = 3.41 \Omega$$

$$\text{电阻箱的不确定度有：} \Delta = \pm \left(a\% + \frac{nb}{R} \right) = 2.1 \times 10^{-4} \Omega$$

取置信概率 $p=0.95$ ；由 $n=6$ 可知 $t_p=2.57$ ； $k_p=1.96$ ， R 的合成不确定度有：

$$u_R = \sqrt{\left(t_p \frac{\sigma_R}{\sqrt{n}} \right)^2 + \left(k_p \Delta R \right)^2} = 3.61 \Omega$$

$$R_n \text{ 的不确定度有：} u_{R_n} = k_p \Delta R_n = 1.96 \times 10^{-7} \Omega$$

$$R_1 \text{ 的不确定度有：} u_{R_1} = \pm \left(a\% + \frac{nb}{R} \right) = 0.392 \Omega$$

$$\text{测量 } D \text{ 的不确定度有：} \sigma_D = \sqrt{\frac{\sum (D - \bar{D})^2}{n-1}} = 3.619 \times 10^{-3} \text{mm}$$

$$\text{千分尺的不确定度有：} \Delta_B = 0.004 \text{mm}$$

取置信概率 $p=0.95$ ；由 $n=6$ 可知 $t_p=2.57$ ； $k_p=1.96$ ， D 的合成不确定度有：

$$u_D = \sqrt{\left(t_p \frac{\sigma_D}{\sqrt{n}} \right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_B}{c} \right)^2} = 4.61 \times 10^{-3} \text{mm}$$

$$L \text{ 的不确定度有：} u_L = k_p \frac{\sqrt{\Delta_{\text{尺}}^2 + \Delta_{\text{砣}}^2}}{c} = 0.152 \text{cm}$$

最终，求得铜棒电阻率的不确定度 u_ρ 有：

$$u_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{u_{R_n}}{R_n} \right)^2 + \left(\frac{u_R}{R} \right)^2 + \left(\frac{u_{R_1}}{R_1} \right)^2 + \left(\frac{u_D}{D} \right)^2 + \left(\frac{u_L}{L} \right)^2} = 4.65 \times 10^{-10} \text{ (m} \cdot \Omega \text{)}$$

8 结论

铝棒的电阻率 $\rho_{\text{铝棒}}=3.57 \times 10^{-8} \text{ (m} \cdot \Omega)$

铜棒的电阻率 $\rho_{\text{铜棒}}=(7.78 \times 10^{-8} \pm 4.65 \times 10^{-10}) \text{ (m} \cdot \Omega)$

主要的不确定度贡献来自铜棒长度 L 的测量

9 思考题

1. 如果将标准电阻和待测电阻电流头和电压头互换，等效电路有何变化，有什么不好？

答：互换电流头与电压头之后，电流表与待测电阻并联，电压表串联，从而使得电流表的内阻带来新的误差。

2. 在测量时，如果被测低电阻的电压头接线电阻较大（例如被测电阻远离电桥，所用引线过细过长等），对测量准确度有无影响？

答：可能有影响。若不忽略电压头的接线电阻 R_i ，则有：

$$R_x = \frac{R}{R_1} \cdot R_n + \frac{R \cdot R_i}{R_3 + R_2 + R_i} \left(\frac{R_2}{R_1} - \frac{R_3}{R} \right)$$

实际实验中不能严格做到 $\frac{R_2}{R_1} - \frac{R_3}{R} = 0$ ，则 R_i 对于测量准确度可能存在影响

10 参考文献

[1] 吴永华，霍剑青，浦其荣等。大学物理实验 第一册 第二版. 北京：高等教育出版社，2005：96-106.