答案 9.1

9.1 根据定义求 $f(t)=t\varepsilon(t)$ 和 $f(t)=te^{-\alpha t}\varepsilon(t)$ 的象函数。

解：

(1)

$$F(s)=\int_{0_-}^{\infty}t\varepsilon(t)\mathrm{e}^{-st}dt=-\frac{t}{s}\mathrm{e}^{-st}\Big|_{0_-}^{\infty}+\frac{1}{s}\int_{0_-}^{\infty}\mathrm{e}^{-st}dt=-\frac{1}{s^2}\mathrm{e}^{-st}\Big|_{0_-}^{\infty}=\frac{1}{s^2}$$

(2)

$$F(s)=\int_{0_-}^{\infty}\mathrm{t}\mathrm{e}^{-\alpha t}\varepsilon(t)\mathrm{e}^{-st}dt=-\frac{t}{s+\alpha}\mathrm{e}^{-st}\Big|_{0_-}^{\infty}+\frac{1}{s+\alpha}\int_{0_-}^{\infty}\mathrm{e}^{-(s+\alpha)t}dt$$

$$=-\frac{1}{(s+\alpha)^2}\mathrm{e}^{-(s+\alpha)t}\Big|_{0_-}^{\infty}=\frac{1}{(s+\alpha)^2}$$

答案 9.2

9.2 求下列函数的原函数。

(a) $F(s)=\dfrac{2s+1}{s^2+5s+6}$， (b) $F(s)=\dfrac{s^3+5s^2+9s+7}{(s+1)(s+2)}$， (c) $F(s)=\dfrac{3}{s^2+2s+6}$

解：(a)

$$F(s)=\frac{2s+1}{s^2+5s+6}=\frac{A_1}{s+2}+\frac{A_2}{s+3}$$

$$A_1=\frac{2s+1}{s+3}\Big|_{s=-2}=-3\text{，}\qquad A_1=\frac{2s+1}{s+3}\Big|_{s=-2}=-3$$

所以

$$f(t)=\mathbf{L}^{-1}\{\frac{-3}{s+2}+\frac{5}{s+3}\}=-3\mathrm{e}^{-2t}+5\mathrm{e}^{-3t}$$

(b)

$$F(s)=\frac{s^3+5s^2+9s+7}{(s+1)(s+2)}=s+2+\frac{s+3}{(s+1)(s+2)}=s+2+\frac{A_1}{s+1}+\frac{A_2}{s+2}$$

$$A_1=\frac{s+3}{s+2}\Big|_{s=-1}=2\qquad A_1=\frac{s+3}{s+1}\Big|_{s=-2}=-1$$

所以

$$f(t)=L^{-1}\{s+2+\frac{2}{s+1}+\frac{-1}{s+2}\}=\delta'(t)+2\delta(t)+2\mathrm{e}^{-t}-\mathrm{e}^{-2t}$$

(c)

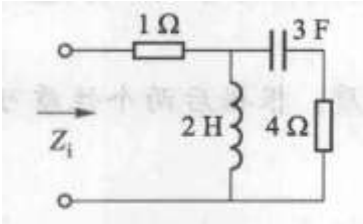
$$F(s)=\frac{3}{s^2+2s+6}=\frac{(3/\sqrt{5})\times\sqrt{5}}{(s+1)^2+(\sqrt{5})^2}$$

查表得

$$f(t)=\frac{3}{\sqrt{5}}\mathrm{e}^{-t}\sin(\sqrt{5}t)$$

答案 9.3

9.3 求图示电路的等效运算阻抗。

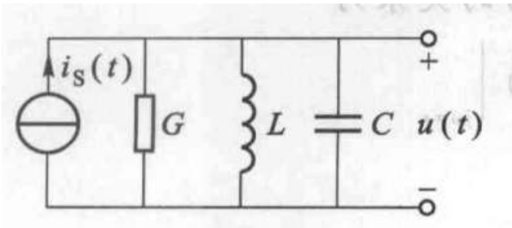


解：端口等效运算阻抗为：

$$Z_{\mathrm{i}}(s)=1+\frac{2s[4+1/(3s)]}{2s+4+1/(3s)}=1+\frac{24s^2+2s}{6s^2+12s+1}, \quad Z_i(s)=\frac{30s^2+14s+1}{6s^2+12s+1}$$

答案 9.8

9.8 图示电路在零状态下，外加电流源 $i_S(t)=e^{-3t}\varepsilon(t)$ A，已知 $G=2$ S，$L=1$ H，$C=1$ F。试求电压 $u(t)$。



解：并联电路运算导纳

$$Y(s)=G+\frac{1}{sL}+sC=2+\frac{1}{s}+s=\frac{s^2+2s+1}{s}$$

电流源象函数

$$I_{\mathrm{S}}(s)=\mathbf{L}\{\mathrm{e}^{-3t}\varepsilon(t)\}=\frac{1}{s+3}$$

电压象函数

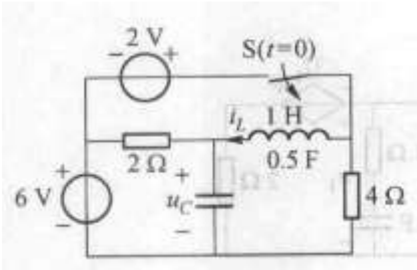
$$U(s)=\frac{I_{\mathrm{S}}(s)}{Y(s)}=\frac{s}{(s^2+2s+1)(s+3)}=\frac{-0.5\mathrm{s}}{(s+1)^2}+\frac{0.75\mathrm{s}}{s+1}+\frac{-0.75\mathrm{s}}{s+3}\mathrm{V}$$

反变换得

$$u=\mathbf{L}^{-1}\{U(s)\}=[-0.5t\mathrm{e}^{-t}+0.75(\mathrm{e}^{-t}-\mathrm{e}^{-3t})]\varepsilon(t)\mathrm{V}$$

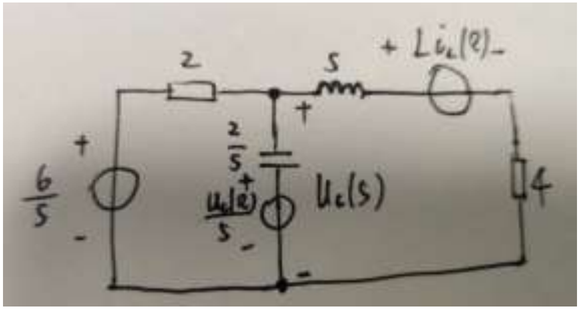
答案 9.11

9.11 图示电路原处于直流稳态，$t=0$ 时开关由闭合突然断开。求 $t>0$ 时的电压 u_C。



解：$t<0$ 时，求得 $i_L(0\_)=1\text{A}$，$u_C(0\_)=8\text{V}$

外加激励的象函数为 $U_{6\text{V}}(s)=\dfrac{6}{s}\text{V}$



根据节点电压法

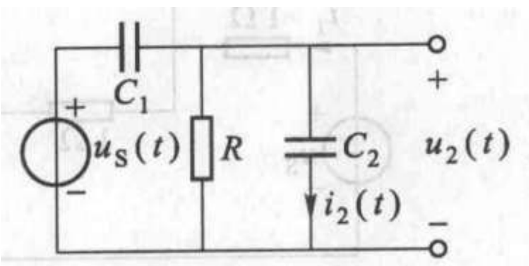
$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\frac{2}{s}}+\frac{1}{s+4}\right)U_{\text{C}}(s)=\frac{\frac{6}{s}}{2}+\frac{\frac{8}{s}}{\frac{2}{s}}+\frac{1}{s+4}$$

解得 $U_{\text{C}}(s)=\dfrac{8s^2+40s+24}{s(s^2+5s+6)}=\dfrac{4}{s}+\dfrac{12}{s+2}-\dfrac{8}{s+3}$

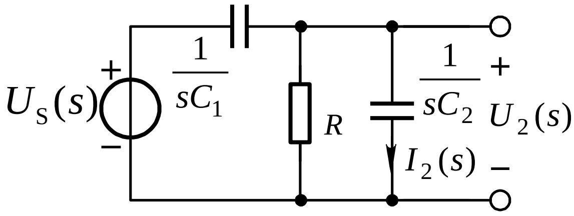
$$u_{\text{C}}(t)=(4+12e^{-2t}-8e^{-3t})\varepsilon(t)\text{V}$$

答案 9.12

9.12 图示电路中外加阶跃电压 $u_s(t)=9\varepsilon(t)$ V，已知 $C_1=C_2=0.3$ F，$R=10\ \Omega$。求零状态响应电压 $u_2(t)$ 及电流 $i_2(t)$。



解：运算电路如图(b)所示



(b)

图中

$$U_S(s)=\frac{9}{s}$$

由节点电压法得

$$(\frac{1}{R}+sC_1+sC_2)U_2(s)=sC_1U_S(s)$$

解得

$$U_2(s)=\frac{4.5}{s+1/6}$$

$$I_2(s)=sC_2U_2(s)=\frac{1.35s}{s+1/6}=1.35-\frac{0.225}{s+1/6}$$

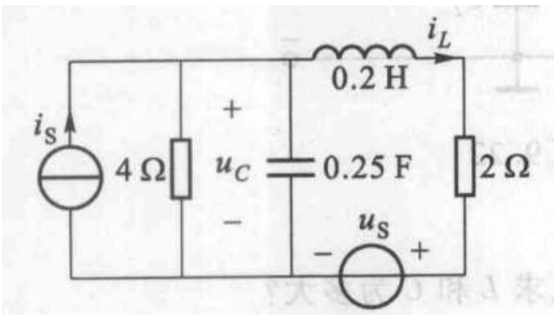
反变换得

$$u_2(t)=\mathbf{L}^{-1}\{U_2(s)\}=4.5\mathrm{e}^{-\frac{1}{6}t}\,\varepsilon(t)\mathrm{V}$$

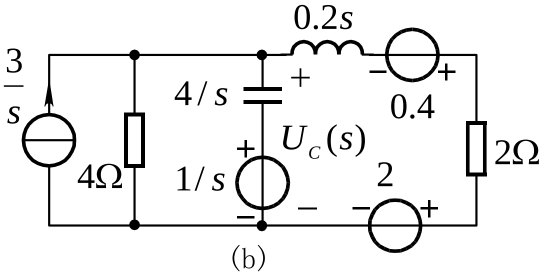
$$i_2(t)=\mathbf{L}^{-1}\{I_2(s)\}=(1.35\,\delta(t)-0.225\mathrm{e}^{-\frac{1}{6}t}\,\varepsilon(t))\mathrm{A}$$

答案 9.14

9.14 图示电路，$i_s=3\,\varepsilon(t)$ A，$u_s=2$ Wb×$\delta(t)$，$u_C(0_-)=1$ V，$i_L(0_-)=2$ A。求 u_C 的变化规律。



解：画出运算电路如图(b)所示，列写节点电压方程如下：



(b)

$$(0.25s+0.25+\frac{1}{2+0.2s})U_C(s)=\frac{3}{s}+\frac{1}{s}\times 0.25s+\frac{2-0.4}{2+0.2s}$$

解得：

$$U_C(s)=\frac{s^2+54s+120}{s(s+5)(s+6)}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+5}+\frac{A_3}{s+6}$$

式中

$$A_1=\frac{s^2+54s+120}{(s+5)(s+6)}\bigg|_{s=0}=4\text{Vs}$$

$$A_2=\frac{s^2+54s+120}{s(s+6)}\bigg|_{s=-5}=25\text{Vs}\ ,$$

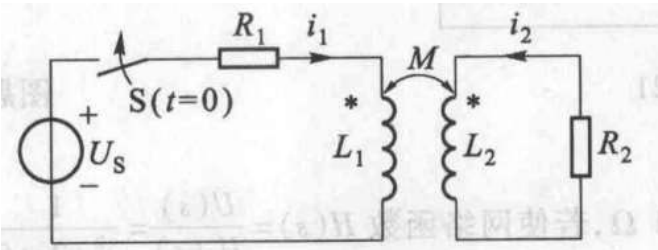
$$A_3=\frac{s^2+54s+120}{s(s+5)}\bigg|_{s=-6}=-28\text{Vs}$$

反变换得

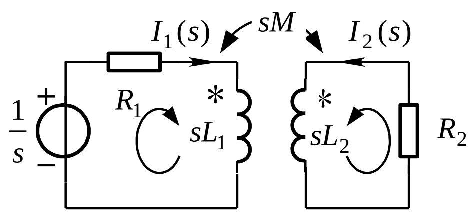
$$u_C(t)=[4+25\mathrm{e}^{-5t}-28\mathrm{e}^{-6t}]\text{V}\qquad t>0$$

答案 9.15

9-15 图示电路开关接通前处于稳态，已知 $R_1=R_2=1\ \Omega, L_1=L_2=0.1\ \text{H}, M=0.05\ \text{H}, U_s=1\ \text{V}$。求开关接通后的响应 i_1 和 i_2。



解：运算电路如图(b)所示。



(b)

对两个网孔列回路电流方程,回路电流分别是$I_1(s)$、$I_2(s)$：

$$\begin{cases}(R_1+sL_1)I_1(s)+sMI_2(s)=1/s\\ sMI_1(s)+(R_2+sL_2)I_2(s)=0\end{cases}$$

解得

$$I_1(s)=\frac{10(s+10)}{s(0.75s^2+20s+100)}=\frac{1}{s}+\frac{-0.5}{s+20/3}+\frac{-0.5}{s+20}$$

$$I_2(s)=\frac{-5}{0.75s^2+20s+100}=-\frac{0.5}{s+20/3}+\frac{0.5}{s+20}$$

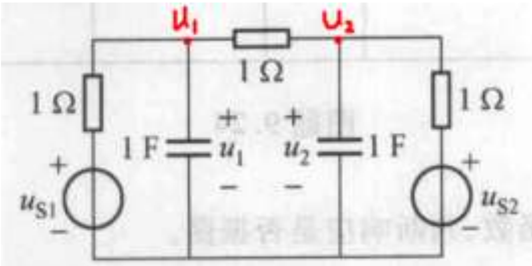
反变换得

$$i_1(t)=(1-0.5\mathrm{e}^{-6.67t}-0.5\mathrm{e}^{-20t})\mathrm{A}$$

$$i_2(t)=(-0.5\mathrm{e}^{-6.67t}+0.5\mathrm{e}^{-20t})\mathrm{A}$$

答案 9.17

9.17 图示电路，电容原来不带电，已知 $U_{s1}=2\varepsilon(t)$ V，$U_{s2}=\delta(t)$ V。试用拉普拉斯变换法求 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$。



解：

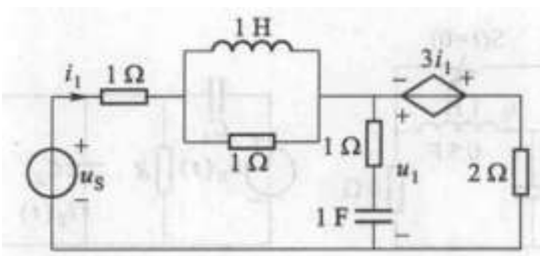
$$\begin{cases}(1+s+1)U_1(s)-U_2(s)=\dfrac{2}{s}\\ -U_1(s)+(1+s+1)U_2(s)=1\end{cases}\quad 得到\quad \begin{cases}U_1(s)=\dfrac{3s+4}{s(s+1)(s+3)}=\dfrac{\frac{4}{3}}{s}+\dfrac{-\frac{1}{2}}{s+1}+\dfrac{-\frac{5}{6}}{s+3}\\ U_2(s)=\dfrac{s^2+2s+2}{s(s+1)(s+3)}=\dfrac{\frac{2}{3}}{s}+\dfrac{-\frac{1}{2}}{s+1}+\dfrac{\frac{5}{6}}{s+3}\end{cases}$$

$$u_1(t)=\mathbf{L}^{-1}\{U_1(s)\}=[\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-t}-\frac{5}{6}\mathrm{e}^{-3t}]\varepsilon(t)\mathrm{V}$$

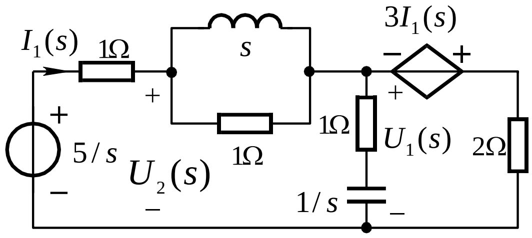
$$u_2(t)=\mathbf{L}^{-1}\{U_2(s)\}=[\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-t}+\frac{5}{6}\mathrm{e}^{-3t}]\varepsilon(t)\mathrm{V}$$

答案 9.20

9.20 图示电路为零状态，已知 $u_S=5\varepsilon(t)$ V。求电压 u_1。



解：画出运算电路如图(b)所示。



(b)

列写节点电压方程如下：

$$\begin{cases}(\frac{1}{2}+\frac{1}{1+1/s}+\frac{1}{s}+\frac{1}{1})U_1(s)-(\frac{1}{s}+\frac{1}{1})U_2(s)=-3I_1(s)\\ -(\frac{1}{s}+\frac{1}{1})U_1(s)+(\frac{1}{s}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1})U_2(s)=\frac{5/s}{1}\end{cases}$$

将

$$I_1(s)=\frac{(5/s)-U_2(s)}{1\Omega}$$

代入上式化简解得

$$U_1(s)=\frac{-(s+1)^2}{(s+0.6)s^2}=\frac{A_1}{s+0.6}+\frac{A_2}{s^2}+\frac{A_3}{s}$$

其中

$$A_1=-\frac{(s+1)^2}{s^2}\Big|_{s=-0.6}=-0.444\text{V}$$

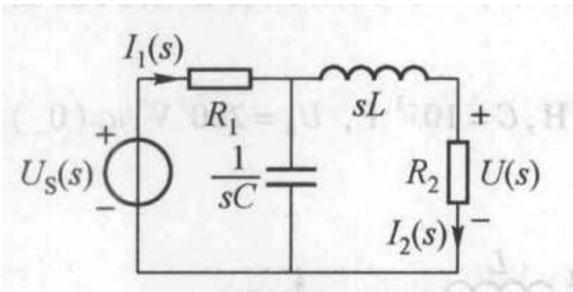
$$A_2=-\frac{(s+1)^2}{s+0.6}\Big|_{s=0}=-1.667\text{V}$$

$$A_3=\frac{\mathrm{d}[-\frac{(s+1)^2}{s+0.6}]}{\mathrm{d}s}\Big|_{s=0}=-\frac{(s+1)(s+0.2)}{(s+0.6)^2}\Big|_{s=0}=-0.556\text{V}$$

$$u_1(t)=(-0.56-1.67t-0.44\mathrm{e}^{-0.6t})\varepsilon(t)\ \text{V}$$

答案 9.23

9.23 图示电路，$R_1=4\ \Omega$，$R_2=1\ \Omega$，若使网络函数 $H(s)=\frac{U(s)}{U_S(s)}=\frac{1}{s^2+2s+5}$，求 L 和 C 为多大？

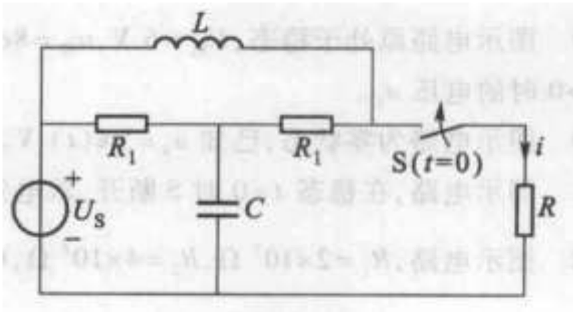


解：

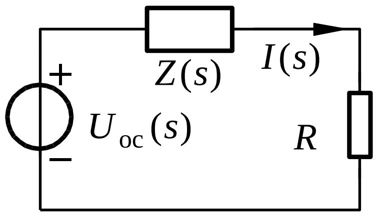
$$U(s)=\frac{U_S(s)}{\dfrac{(1+sL)\cdot\dfrac{1}{sC}}{1+sL+\dfrac{1}{sC}}+4}\cdot\frac{\dfrac{1}{sC}}{1+sL+\dfrac{1}{sC}}\cdot 1\text{，得到}\begin{cases}C=0.25\text{F}\\ L=1\text{H}\end{cases}$$

答案 9.26

9.26 图示电路原处于稳态，已知 $U_s=50$ V，$R_1=1\ \Omega$，$L=1$ H，$C=1$ F。试求电阻 R 为何值时电路处于临界状态？求 R 恰好等于临界电阻时流过它的电流 i。



解：将电阻 R 以外得部分化为戴维南等效电路，如图(b)所示。



(b)

由 t<0 的原题图求得开路电压

$U_{oc}=U_S=50$ V，故 $U_{oc}(s)=50/s$。

再令

$$Z'(s)=R_1+R_1//(1/sC)=1+\frac{1/s}{1+1/s}=\frac{s+2}{s+1}$$

则等效运算阻抗

$$Z(s)=\frac{sL\times Z'(s)}{sL+Z'(s)}=\frac{s^2+2s}{s^2+2s+2}$$

回路运算阻抗

$$Z(s)+R=\frac{(1+R)s^2+2(1+R)s+2R}{s^2+2s+2}$$

令判别式

$$b^2-4ac=[2(1+R)]^2-4(1+R)\times 2R=-4R^2+4=0$$

解得

$$R = \pm 1\Omega. \quad 略去 R = -1\Omega$$

当 $R = 1\Omega$ 时，由戴维南等效电路得

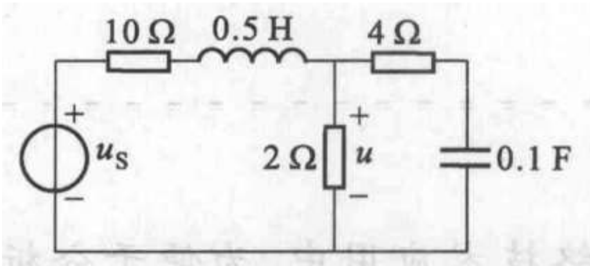
$$I(s) = \frac{U_{OC}(s)}{Z(s)+R} = \frac{50(s^2+2s+2)}{2s(s+1)^2} = \frac{50}{s} - \frac{25}{(s+1)^2} - \frac{25}{s+1}$$

反变换得

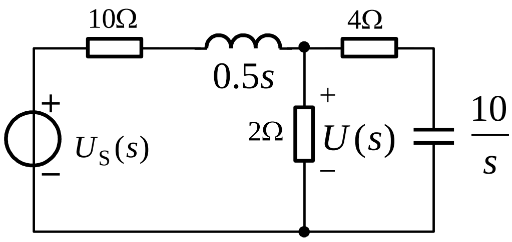
$$i(t) = 50 - 25(t+1)e^{-t}\,\text{A}\ (t>0)$$

答案 9.28

9.28 电路如图所示。求网络函数 $H(s)=U(s)/U_s(s)$ 以及当 $u_s=(100\sqrt{2}\cos 10t)$ V 时的正弦稳态电压 u。



解：运算电路如图(b)所示。



(b)

列写节点电压方程如下：

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{10+0.5s}+\frac{1}{4+10/s}\right)U(s) = \frac{U_S(s)}{10+0.5s}$$

解得

$$H(s) = \frac{U(s)}{U_S(s)} = \frac{8s+20}{3s^2+73s+120}$$

故

$$H(j\omega) = \frac{8\times j\omega+20}{3\times(j\omega)^2+73\times j\omega+120} = \frac{20+j8\omega}{120-3\omega^2+j73\omega}$$

当

$$u_S = (100\sqrt{2}\cos 10t)\text{V 时，}\ \dot{U}_S = 100\,\text{V}，\ \omega = 10\text{rad/s}$$

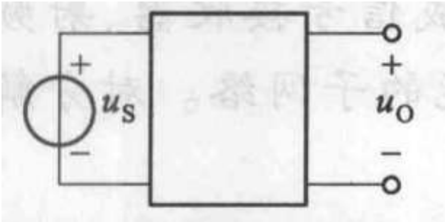
$$\dot{U} = H(j10)\times\dot{U}_S = \frac{20+j80}{120-300+j730}\times 100\,\text{V} = 10.967\angle -27.89°\text{V}$$

正弦稳态电压

$$u = 10.967\sqrt{2}\cos(10t - 27.89°)\text{V}$$

答案 9.29

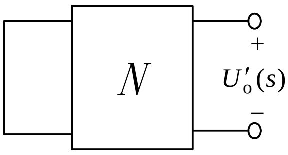
9.29 图示电路，已知当 $u_s=6\varepsilon(t)$ V 时，全响应 $u_o=(8+2e^{-0.2t})$ V$(t>0)$；当 $u_s=12\varepsilon(t)$ V 时，全响应 $u_o=(11-e^{-0.2t})$ V$(t>0)$。求当 $u_s=6e^{-5t}\varepsilon(t)$ V 时的全响应 u_o。



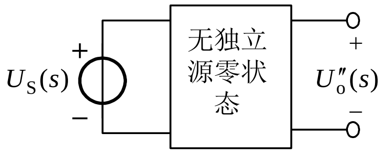
解：对图示电路，在复频域中，根据叠加定理和齐性定理，全响应的一般表达式可以写成

$$U(s) = U_o^{'}(s) + U_o^{''}(s) = U_o^{'}(s) + H(s)U_S(s) \qquad (1)$$

其中 $U_o^{'}(s)$ 是仅由二端口网络内部电源及初始储能作用时产生的响应分量，如图(b)所示；$U_o^{''}(s)$ 则是仅由 $U_S(s)$ 单独作用时产生的响应分量，如图(c)所示。



(b)



(c)

根据网络函数定义得

$$U_o^{''}(s) = H(s)U_S(s)。$$

对题给激励及响应进行拉普拉斯变换，代入式(1)得

$$\begin{cases} \dfrac{8}{s} + \dfrac{2}{s+0.2} = U'_o(s) + H(s)\times\dfrac{6}{s} \\ \dfrac{11}{s} - \dfrac{1}{s+0.2} = U_o^{'}(s) + H(s)\times\dfrac{12}{s} \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} H(s) = \dfrac{0.1}{s+0.2} \\ U_o^{'}(s) = \dfrac{10s+1}{s(s+0.2)} \end{cases}$$

当 $u_S = 6e^{-5t}\varepsilon(t)$ V 即 $U_S(s) = \dfrac{6}{s+5}$ 时，响应象函数

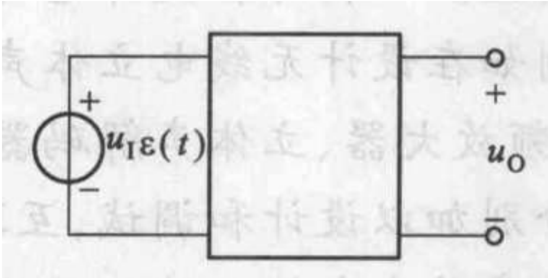
$$U_o(s) = U_o^{'}(s) + H(s)\times\frac{6}{s+5} = \frac{5}{s} + \frac{5.125}{s+0.2} - \frac{0.125}{s+5}$$

反变换得

$$u_o(t) = \mathbf{L}^{-1}\{U_o(s)\} = (5 + 5.125e^{-0.2t} - 0.125e^{-5t})\ \ \varepsilon(t)\ \ \text{V}$$

答案 9.31

9.31 图示电路网络函数为 $H(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{1}{(s+1)(s+2)}$，若输入正弦电压相量为 $\dot{U}_i=(-28+j24)$ V，角频率为 $\omega=4$ rad/s，又已知 $u_o(0_+)=0$，$\left.\frac{du_o}{dt}\right|_{t=0_+}=0$。试求全响应 u_o。



解： 电路的全响应等于强制分量与自由分量之和，强制分量一般由外加激励决定，自由分量的函数形式取决与网络函数极点性质。故本题全响应可以写成

$$u_o = u_{op} + u_{oh} = u_{op} + Ae^{-t} + Be^{-2t} \qquad (1)$$

当激励为正弦量时，响应的强制分量也为同频率的正弦量，可用相量法求出。频域形式的网络函数为

$$H(j\omega) = H(j4) = \frac{1}{(j4+1)(j4+2)} = \frac{1}{-14+j12}$$

故强制分量相量

$$\dot{U}_{op} = H(j4)\dot{U}_i = 2 \text{ V}$$

强制分量为

$$u_{op}(t) = 2\sqrt{2}\cos(4t) \quad \text{V} \qquad (2)$$

由响应的初始条件及式(1)和(2)得：

$$\begin{cases} u(0_+) = 2\sqrt{2} + A + B = 0 \\ \left.\dfrac{du}{dt}\right|_{t\to 0_+} = -A - 2B = 0 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} A = -4\sqrt{2} \\ B = 2\sqrt{2} \end{cases} \qquad (3)$$

将式(2)、(3) 代入式(1)得全响应

$$u_o = 2\sqrt{2}\cos(4t) - 4\sqrt{2}e^{-t} + 2\sqrt{2}e^{-2t} \quad \text{V} \qquad (t>0)$$