

第四章 金-半接触与单极型器件

§4.1 金属-半导体接触

§4.2 肖特基势垒二极管SBD

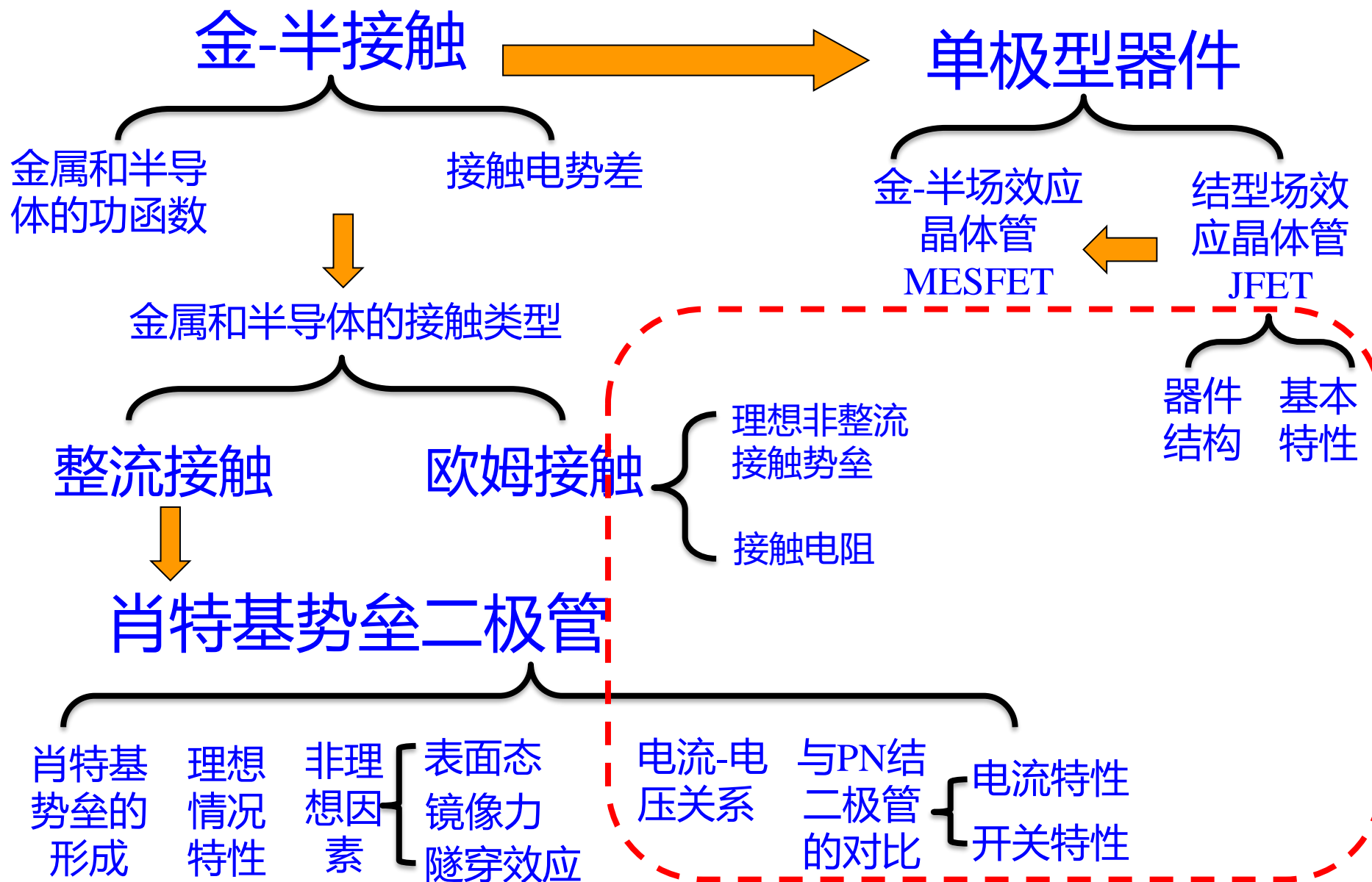
§4.3 欧姆接触

§4.4 结型场效应晶体管JFET

§4.5 金属-半导体场效应晶体管MESFET

§4.6 最近研究进展

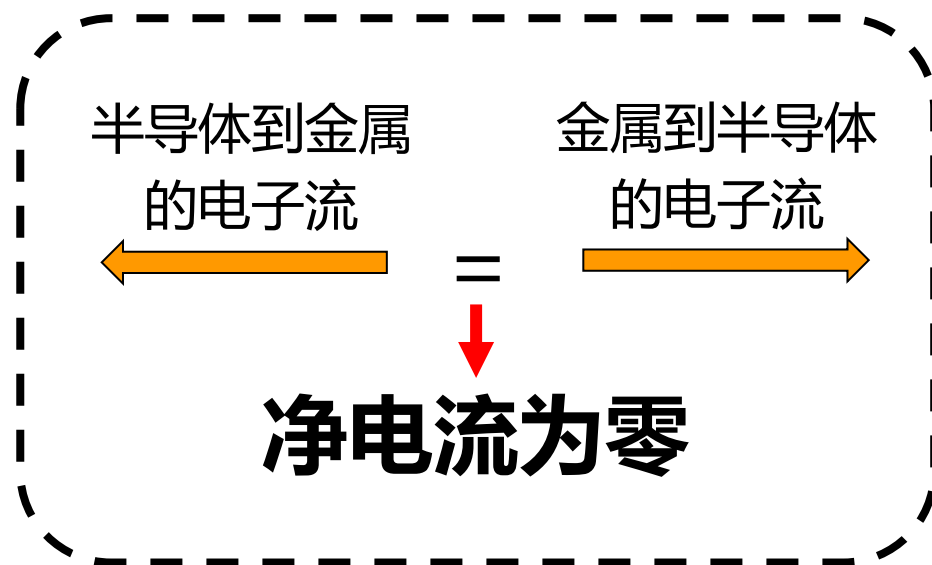
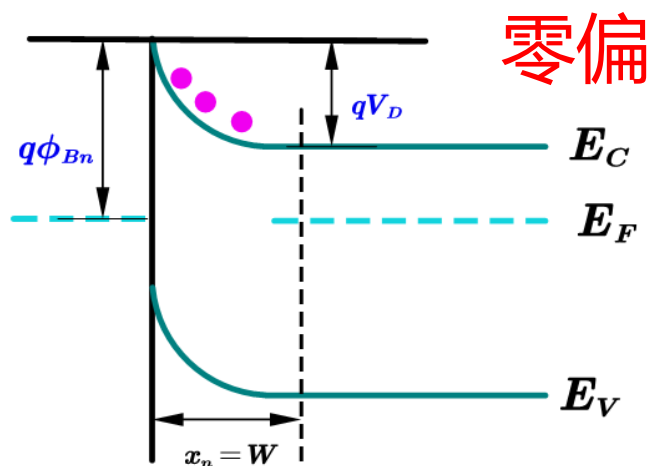
金-半接触与单极型器件基本知识体系框架



伏安特性的定性分析

M-S接触器件是**多子器件**。

M-n-S输运特性**主要由电子决定**



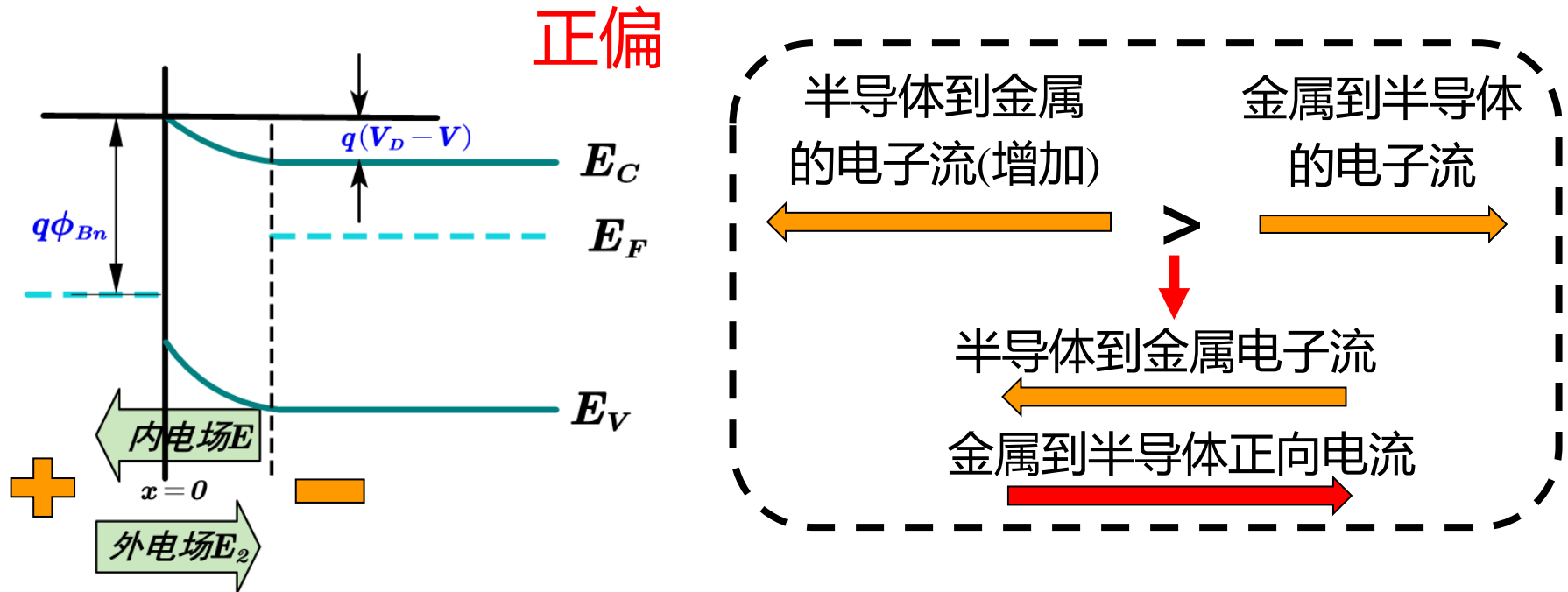
平衡态： 从半导体进入金属的电子流和从金属进入半导体的电子流大小相等，方向相反，构成**动态平衡**。
处于的阻挡层中是**没有净电流**流过的

伏安特性的定性分析

科学技术大学物理系微电子专业

正向偏置:

◆ 阻挡层是一个高阻区域，因此电压主要降落在阻挡层上。

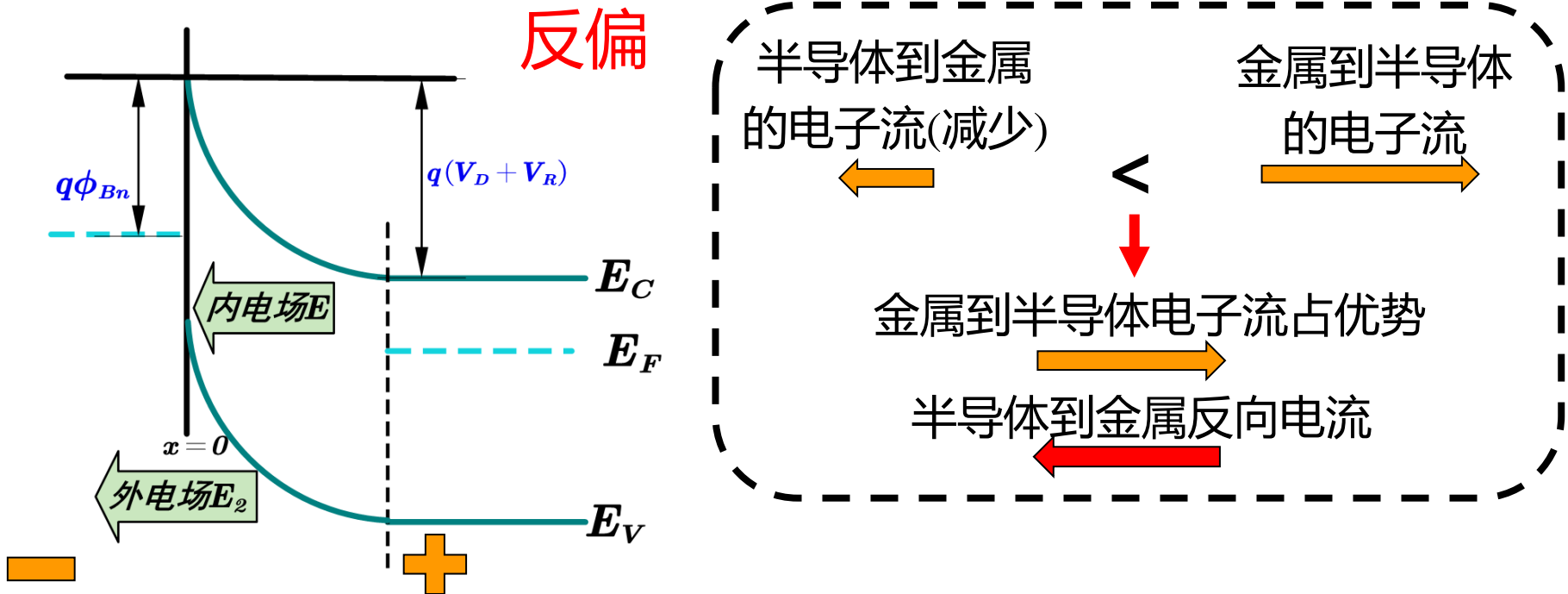


◆ 加正向电压时，半导体一边的势垒由 qV_D 降低为 $q(V_D - V)$ 。

◆ 外加正向电压越高，势垒下降越多，正向电流越大。

伏安特性的定性分析

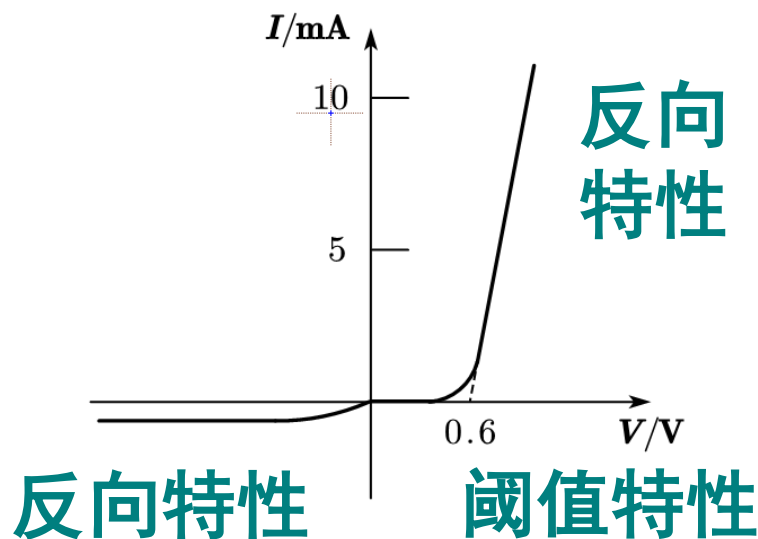
科学技术大学物理系微电子专业



- ◆ 加反向电压时，半导体侧的势垒增高为 $q(V_D + V_R)$ 。
- ◆ 金属一边的势垒 $q\phi_{Bn}$ 不随外加电压变化，所以从金属到半导体的电子流是恒定的。
- ◆ 当反向电压提高，使半导体到金属的电子流可以忽略不计时，反向电流将趋于饱和值。

伏安特性的定性分析总结

中国科学技术大学物理系微电子专业



理想pn结的伏安特性

- ◆ 以上的讨论定性说明了这样的阻挡层具有类似于pn结的伏安特性，即有整流作用，即：
 - ① 零偏，电流为零。
 - ② 正偏，半导体侧电子势垒降低，形成较大正向电流。
 - ③ 反偏，半导体侧电子势垒升高，反向电流很小。
- ◆ 由于电流主要由半导体中多数载流子的运动形成，所以不同于pn结少子器件，金属-半导体结为多子器件。

伏安特性的定量分析

金属半导体接触整流作用的机理探究历史：

肖特基(Schottky)、斯托梅尔(Stormer)和韦伯(Waibel)提出在金属和半导体接触处可能存在**某种势垒**

1932

肖特基和莫特(Mott)各自独立地提出了电子以**漂移和扩散**过程越过势垒的看法

1942

巴丁(Bardeen)提出了金属和半导体表面存在一个表面层因而存在受**表面态**控制的巴丁势垒

1947

贝特(Bethe)提出了**热电子发射**理论

威尔逊(Wilson)等用量子力学的隧穿效应通过势垒概念解释了金属半导体的整流性质

1931

1938

伏安特性的定量分析

定量讨论I-V特性，必须讨论电子是怎样越过势垒的。包括两个过程：

过程1

电子必须首先从半导体内部（耗尽区边缘）传输到界面
穿越半导体耗尽区

电子运动同时受到与浓度梯度有关的扩散机制和耗尽区中内建电场的漂移机制的影响

过程2

越过界面发射到金属

电子发射进入金属由穿过金属和半导体界面的电子运动速率决定的

两个过程串联发生

伏安特性的定量分析

电流的大小取决于哪一过程对电子运动产生大的阻碍，从而决定使用哪个模型

两个模型：

Schottky的**扩散理论（过程1）**

势垒区较厚，主导正向电流的主要因素是电子在空间电荷区的扩散。

近似模型

Bethe的**热电子发射理论（过程2）**

载流子的迁移率较高，电子能否通过势垒区，主要取决于势垒高度。

伏安特性的定量分析

两个近似模型

Schottky的扩散理论 (过程1)

势垒区较厚，主导正向电流的主要因素是电子在空间电荷区的扩散。

势垒宽度(x_d) \gg 电子平均自由程(l_n)

Bethe的热电子发射理论 (过程2)

载流子的迁移率较高，电子能否通过势垒区，主要取决于势垒高度。

势垒宽度(x_d) \ll 电子平均自由程(l_n)

平均自由程：是指固体中的电子（或空穴）会与杂质、缺陷、或其它载流子发生碰撞，在相继两次碰撞之间通过的自由距离的平均值。

扩散理论

扩散理论适用范围：

$$\text{势垒宽度}(x_d) \gg \text{电子平均自由程}(l_n)$$

迁移率比较小的半导体（如CuO），平均自由程短

对于n型阻挡层，当 $x_d \gg l_n$ 时，电子通过势垒区要发生多次碰撞，这样的阻挡层称为厚阻挡层。扩散理论正是适用于厚阻挡层的理论。

势垒区中存在电场，有电势的变化，载流子浓度不均匀。计算通过势垒的电流时，必须同时考虑漂移和扩散运动。主要求解泊松方程：

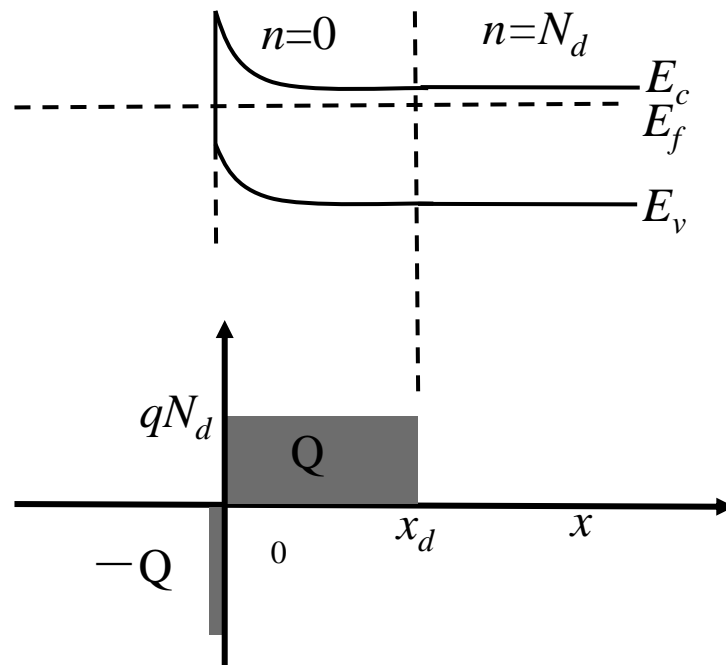
$$\frac{d^2V}{dx^2} = \begin{cases} -\frac{qN_D}{\epsilon_s} & (0 \leq x \leq x_d) \\ 0 & (x \geq x_d) \end{cases}$$

Schottky扩散理论的假设

势垒高度 $\gg kT$ ，此时势垒区可近似为一个耗尽层。在耗尽层中，载流子极为稀少，它们对空间电荷的贡献可以忽略；考虑了耗尽区内电子的碰撞效应，即包括扩散；

$x=0$ 和 $x=x_d$ 处载流子浓度不受电流流动的影响（即它们为平衡态的值）；

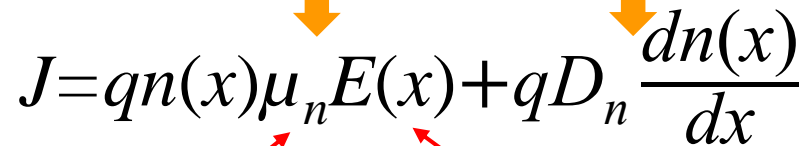
半导体均匀掺杂，且非简并。



扩散理论公式推导

因为耗尽区的电流依赖于局部电场和浓度梯度，必须使用电流密度方程：

总电流=漂移电流+扩散电流


$$J = qn(x)\mu_n E(x) + qD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

爱因斯坦关系式： $\mu_n = \frac{q}{kT} D_n$ 和 $E(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$ 代入

$$J = -\frac{q^2 n(x) D_n}{kT} \frac{dV(x)}{dx} + qD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

$$J = qD_n \left[-\frac{qn(x)}{kT} \frac{dV(x)}{dx} + \frac{dn(x)}{dx} \right]$$

扩散理论公式推导

中国科学技术大学物理系微电子专业

电流密度方程：

$$J = qD_n \left[-\frac{qn(x)}{kT} \frac{dV(x)}{dx} + \frac{dn(x)}{dx} \right]$$

为了简化，式子两边乘以因子： $\exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right]$

$$J \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] = qD_n \left\{ n(x) \left[\frac{-q}{kT} \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] \frac{dV(x)}{dx} \right] + \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] \frac{dn(x)}{dx} \right\}$$

$$J \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] = qD_n \left\{ n(x) \frac{d\left\{ \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] \right\}}{dx} + \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] \frac{dn(x)}{dx} \right\}$$

$$J \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] = qD_n \frac{d}{dx} \left\{ n(x) \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] \right\}$$

扩散理论公式推导

此时电流密度方程化为：

$$J \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] = qD_n \frac{d}{dx} \left\{ n(x) \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] \right\}$$

在稳定情况下， J 和 x 无关，是个常数，因此从 $x=0$ 到 $x=x_d$ 将上式积分： $\int_0^{x_d} dx$ ，使式子进一步简化，得

$$J \int_0^{x_d} \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] dx = qD_n \int_0^{x_d} \frac{d}{dx} \left\{ n(x) \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] \right\} dx$$

先求导再积分相当于求原函数：

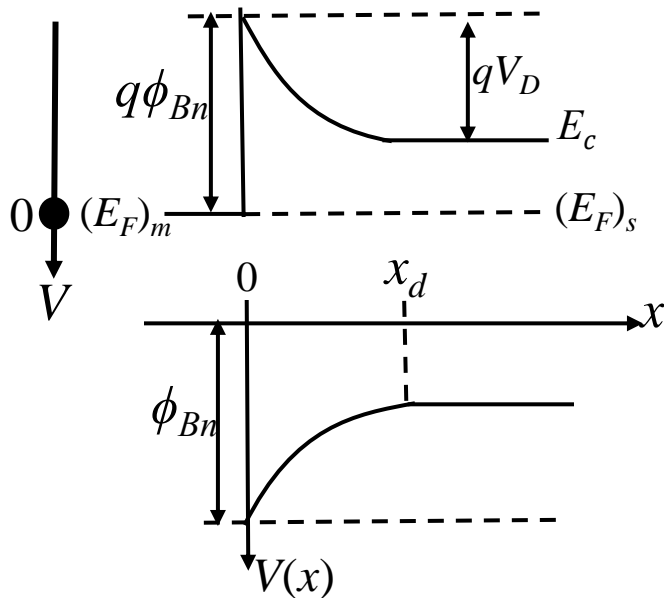
$$J \int_0^{x_d} \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] dx = qD_n \left\{ n(x) \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] \right\} \Big|_0^{x_d}$$

扩散理论公式推导

此时电流密度方程化为：

$$J \int_0^{x_d} \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] dx = qD_n \left\{ n(x) \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] \right\} \Big|_0^{x_d}$$

因此我们要先求得： $V(x)$ 、 $V(0)$ 、 $V(x_d)$ 、 $n(0)$ 、 $n(x_d)$



把金属费米能级 $(E_F)_m$ 对应的位置作为电势零点，由于电势能增加，电势减小，所以在 $x=0$ 位置的电势为 $-\phi_{Bn}$ ，即： $V(0) = -\phi_{Bn}$

又结合电势公式：

$$V(x) = -\frac{qN_d}{2\epsilon_s}(x-x_d)^2 = -\frac{qN_d}{2\epsilon_s}(x^2 - 2xx_d + x_d^2)$$

$$V(0) = -\frac{qN_d x_d^2}{2\epsilon_s} = -\phi_{Bn} \quad \text{将其代回上式，有：}$$

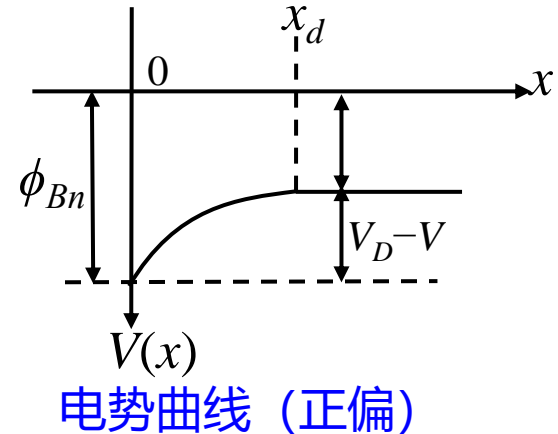
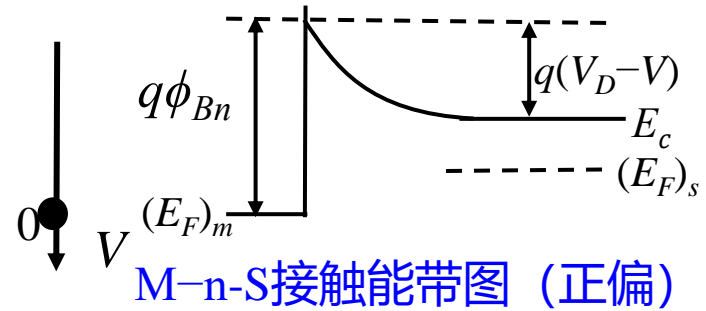
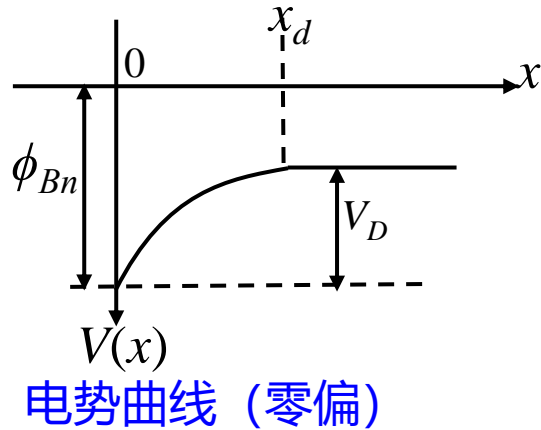
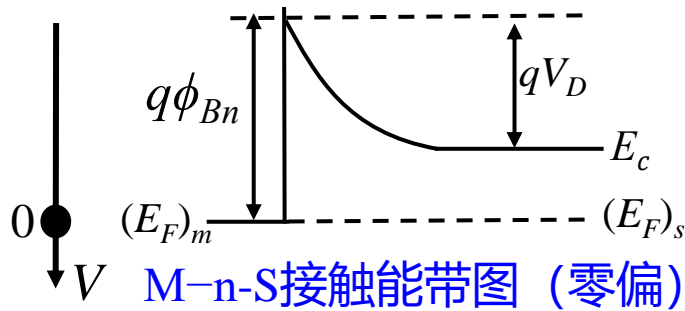
$$V(x) = -\frac{qN_d}{2\epsilon_s}(x^2 - 2xx_d) - \phi_{Bn}$$

因此 $x=x_d$ 处电势为： $V(x_d) = \frac{qN_d}{2\epsilon_s}x_d^2 - \phi_{Bn}$

n型半导体中电势曲线（零偏）

扩散理论公式推导

$V(x_d)$ 的另一种表示形式（偏压情况下）：



如果通过势能计算电势，那么此时需要**考虑外加偏压的影响**。如图所示，当存在外加偏压时，半导体侧的势垒变为 $q(V_D - V)$ ，正偏时 V 取正，反偏时取负。依旧将金属费米能级 $(E_F)_m$ 对应的位置作为电势零点，则 $x=x_d$ 处电势能为 $q[\phi_{Bn} - (V_D - V)]$ ，可求出 $V(x_d)$ ：

$$qV(x_d) = -q[\phi_{Bn} - (V_D - V)] \longrightarrow V(x_d) = -(\phi_{Bn} - V_D + V)$$

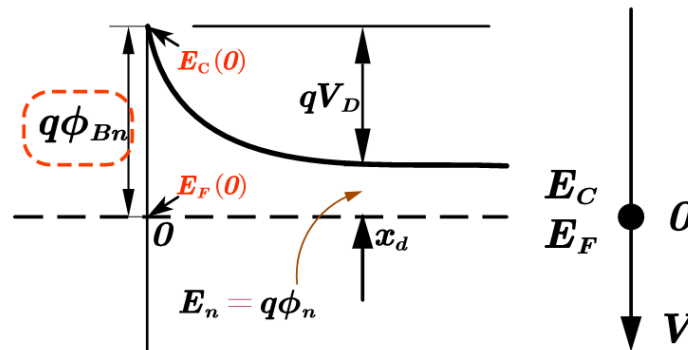
扩散理论公式推导

此理论假设 $x=0$ 和 $x=x_d$ 处载流子浓度不受电流流动的影响，即它们为平衡态的值（可直接求零偏状态的值），且半导体非简并。

由于 $x=x_d$ 处已达半导体内部，因此电子浓度为平衡时的 n_0 ：

$$n(x_d) = n_0 = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right) \quad \leftarrow E_c - E_F = E_n = q\phi_n$$

$$\text{即： } n(x_d) = N_c \exp\left(-\frac{q\phi_n}{kT}\right)$$



M-n-S接触能带图（零偏）

扩散理论公式推导

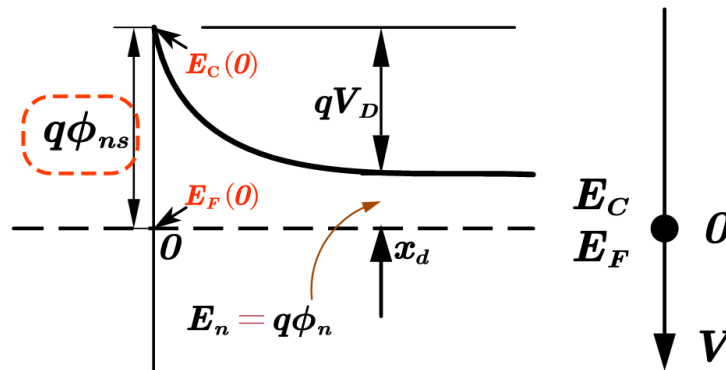
已知在 $x=0$ 处电势为： $V(0) = -\phi_{Bn}$

在之前的假设前提下， $x=0$ 处电子浓度可作以下近似估计：

$x=0$ 为金属半导体的直接接触处，由于它可以与金属直接交换电子，所以这里的电子仍旧处于平衡状态。因此， $n(0)$ 近似等于平衡时的电子浓度。

$$n(0) = N_c \exp\left(-\frac{E_c(0) - E_F(0)}{kT}\right) = N_c \exp\left(-\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right) \quad q\phi_{Bn} = q\phi_n + qV_D$$

$$n(0) = N_c \exp\left(-\frac{q\phi_n}{kT}\right) \exp\left(-\frac{qV_D}{kT}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{qV_D}{kT}\right)$$



M-n-S接触能带图（零偏）

扩散理论公式推导

现在已求得： $V(x)$ 、 $V(0)$ 、 $V(x_d)$ 、 $n(0)$ 、 $n(x_d)$ ：

$$\left\{ \begin{array}{l} V(x) = -\frac{qN_d}{2\varepsilon_s}(x^2 - 2xx_d) - \phi_{Bn} \\ V(0) = -\phi_{Bn} \\ V(x_d) = \frac{qN_d}{2\varepsilon_s}x_d^2 - \phi_{Bn} \\ V(x_d) = -(\phi_{Bn} - V_D + V) \\ n(0) = n_0 \exp\left(-\frac{qV_D}{kT}\right) \\ n(x_d) = n_0 = N_c \exp\left(-\frac{q\phi_n}{kT}\right) \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} x_d = \sqrt{\frac{2\varepsilon_r\varepsilon_0(V_D - V)}{qN_D}}$$

将以上结果代入电流公式，先计算公式的右边：

$$J \int_0^{x_d} \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] dx = qD_n \left\{ n(x) \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] \right\} \Big|_0^{x_d}$$

扩散理论公式推导

先计算右边：

$$\begin{aligned} & qD_n \left\{ n(x) \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] \right\} \Big|_0^{x_d} \\ &= qD_n \left\{ n(x_d) \exp\left[-\frac{qV(x_d)}{kT}\right] \right\} - qD_n \left\{ n(0) \exp\left[-\frac{qV(0)}{kT}\right] \right\} \\ & \quad \begin{array}{cccc} \nearrow n(x_d) = n_0 & \nearrow V(x_d) = -(\phi_{Bn} - V_D + V) & \nearrow n(0) = n_0 \exp(-\frac{qV_D}{kT}) & \nearrow V(0) = -\phi_{Bn} \end{array} \\ &= qD_n n_0 \exp\frac{q(\phi_{Bn} - V_D + V)}{kT} - qD_n n_0 \exp\frac{q(\phi_{Bn} - V_D)}{kT} \\ &= qD_n n_0 \exp\frac{q(\phi_{Bn} - V_D + V)}{kT} - qD_n n_0 \exp\frac{q(\phi_{Bn} - V_D)}{kT} \end{aligned}$$

把含由外加电压V的项单独提出：

$$\text{右边} = qD_n n_0 \exp\frac{q(\phi_{Bn} - V_D)}{kT} \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]$$

扩散理论公式推导

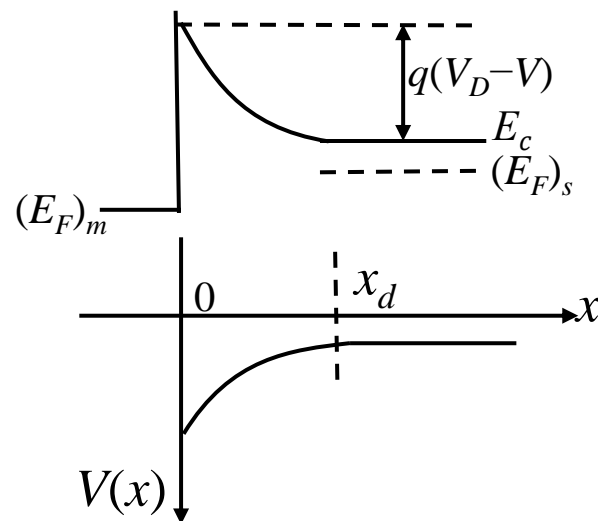
再计算电流公式左边：

$$J \int_0^{x_d} \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] dx = qD_n \left\{ n(x) \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] \right\} \Big|_0^{x_d}$$

首先：由于金属费米能级 $(E_F)_m$ 的位置为电势零点，所以 $V(x)$ 为负值， $-\frac{qV(x)}{kT}$ 为正值。随着 x 增大， $-\frac{qV(x)}{kT}$ 减小。由于 $\exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right]$ 为 e 指数，所以会随着 x 的增加，而剧烈减小。

因此积分主要取决于 $x=0$ 附近的电势，此时 $2xx_d \gg x^2$ ，因此在积分的时候可以略去下式中的 x^2 项。

$$V(x) = -\frac{qN_d}{2\varepsilon_s}(x^2 - 2xx_d) - \phi_{Bn}$$



M-n-S接触能带图和电势曲线（正偏）

扩散理论公式推导

计算式子左边：

$V(x)$ 已知，
将其代入
原式左边：

$$V(x) = -\frac{qN_d}{2\varepsilon_s}(x^2 - 2xx_d) - \phi_{Bn}$$

$$J \int_0^{x_d} \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] dx = qD_n \{n(x) \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right]\} \Big|_0^{x_d}$$

因此：

$$J \int_0^{x_d} \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] dx$$

$$\text{略去式中的 } x^2 \approx J \int_0^{x_d} \exp\left\{\frac{q}{kT} \left[\frac{qN_d}{2\varepsilon_s} (x^2 - 2xx_d) + \phi_{Bn}\right]\right\} dx$$

$$= J \int_0^{x_d} \exp\left(\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right) \exp\left(-\frac{q^2 N_d x_d}{kT \varepsilon_s} x\right) dx$$

$$= J \exp\left(\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right) \int_0^{x_d} \exp\left(-\frac{q^2 N_d x_d}{kT \varepsilon_s} x\right) dx$$

扩散理论公式推导

接上一页计算：

$$\begin{aligned} & J \exp\left(\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right) \int_0^{x_d} \exp\left(-\frac{q^2 N_d x_d}{kT \epsilon_s} x\right) dx \\ &= J \exp\left(\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right) \int_0^{x_d} \left(-\frac{kT \epsilon_s}{q^2 N_d x_d}\right) \exp\left(-\frac{q^2 N_d x_d}{kT \epsilon_s} x\right) d\left(-\frac{q^2 N_d x_d}{kT \epsilon_s} x\right) \\ &= J \left(-\frac{kT \epsilon_s}{q^2 N_d x_d}\right) \exp\left(\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right) \int_0^{x_d} \exp\left(-\frac{q^2 N_d x_d}{kT \epsilon_s} x\right) d\left(-\frac{q^2 N_d x_d}{kT \epsilon_s} x\right) \\ &= J \left(-\frac{kT \epsilon_s}{q^2 N_d x_d}\right) \exp\left(\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right) \exp\left(-\frac{q^2 N_d x_d}{kT \epsilon_s} x\right) \Big|_0^{x_d} \\ &= J \left(-\frac{kT \epsilon_s}{q^2 N_d x_d}\right) \exp\left(\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right) \left[\exp\left(-\frac{q^2 N_d x_d^2}{kT \epsilon_s}\right) - 1\right] \\ &= J \frac{kT \epsilon_s}{q^2 N_d x_d} \exp\left(\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{q^2 N_d x_d^2}{kT \epsilon_s}\right)\right] \end{aligned}$$

扩散理论公式推导

接上一页计算： 左边 = $J \frac{kT\epsilon_s}{q^2 N_d x_d} \exp\left(\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{q^2 N_d x_d^2}{kT\epsilon_s}\right)\right]$

要简化此式子，必须将含有 $-\frac{q^2 N_d x_d^2}{kT\epsilon_s}$ 的式子简化

$$x_d = \sqrt{\frac{2\epsilon_s(V_D - V)}{qN_d}} \rightarrow \frac{q^2 N_d x_d^2}{2\epsilon_s} = q(V_D - V)$$

又由于扩散理论得假设中，势垒高度远大于 kT ，即

$$q(V_D - V) \gg kT \rightarrow \frac{q^2 N_d x_d^2}{2\epsilon_s} \gg kT \rightarrow -\frac{q^2 N_d x_d^2}{\epsilon_s kT} \ll -2 < 0$$

$$\exp\left(-\frac{q^2 N_d x_d^2}{kT\epsilon_s}\right) \text{ 趋向于 } 0 \rightarrow [1 - \exp\left(-\frac{q^2 N_d x_d^2}{T\epsilon_s}\right)] \approx 1$$

因此： 左边 = $J \frac{kT\epsilon_s}{q^2 N_d x_d} \exp\left(\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right)$

扩散理论公式推导

回到最开始处理过的电流公式：

$$J \int_0^{x_d} \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] dx = qD_n \left\{ n(x) \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] \right\} \Big|_0^{x_d}$$

$$\text{左边} = J \frac{kT\varepsilon_s}{q^2 N_d x_d} \exp\left(\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right) \quad \text{右边} = qD_n n_0 \exp\frac{q(\phi_{Bn} - V_D)}{kT} \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$J \underbrace{\frac{kT\varepsilon_s}{q^2 N_d x_d} \exp\left(\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right)}_{\text{除过去得:}} = qD_n n_0 \exp\frac{q(\phi_{Bn} - V_D)}{kT} \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]$$

除过去得：

$$J = \frac{q^3 D_n n_0 N_d x_d}{kT\varepsilon_s} \exp\left(-\frac{qV_D}{kT}\right) \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right] \quad \text{由于式子中还有 } x_d, \text{ 还不是 } J = J(V) \text{ 的显式。}$$

将 $x_d = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s(V_D - V)}{qN_d}}$ 代入上式，整理得：

$$J = \frac{q^2 D_n n_0}{kT} \sqrt{\left[\frac{2qN_d}{\varepsilon_s} (V_D - V) \right]} \exp\left(-\frac{qV_D}{kT}\right) \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]$$

扩散理论公式推导

根据扩散理论求出的电流密度整理为：

$$J = \frac{q^2 D_n n_0}{kT} \sqrt{\left[\frac{2qN_d}{\varepsilon_s} (V_D - V) \right] \exp\left(-\frac{qV_D}{kT}\right)} \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$J = J_{sD} \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$J_{sD} = \frac{q^2 D_n n_0}{kT} \sqrt{\left[\frac{2qN_d}{\varepsilon_s} (V_D - V) \right] \exp\left(-\frac{qV_D}{kT}\right)}$$

$$\mu_n = \frac{q}{kT} D_n \quad \sigma = q n_0 \mu_n$$

$$J_{sD} = \sigma \sqrt{\left[\frac{2qN_d}{\varepsilon_s} (V_D - V) \right] \exp\left(-\frac{qV_D}{kT}\right)}$$

扩散理论公式推导整体思路

从总电流=漂移电流+扩散电流出发

$$J = qn(x)\mu_n E(x) + qD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

$\mu_n = \frac{q}{kT} D_n$

$E(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$

$$J = qD_n \left[-\frac{qn(x)}{kT} \frac{dV(x)}{dx} + \frac{dn(x)}{dx} \right]$$

同乘以因子 $\exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right]$

$$J \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] = qD_n \frac{d}{dx} \left\{ n(x) \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] \right\}$$

积分

$$J \int_0^{x_d} \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] dx = qD_n \left\{ n(x) \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] \right\} \Big|_0^{x_d}$$

引入 $V(x), V(0), V(x_d), n(0), n(x_d)$

分别计算

$$\text{左边} = J \frac{kT \varepsilon_s}{q^2 N_d x_d} \exp\left(\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right)$$

$$\text{右边} = qD_n n_0 \exp\left(\frac{q(\phi_{Bn} - V_D)}{kT}\right) \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$J = J_{sD} \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$J_{sD} = \sigma \sqrt{\left[\frac{2qN_d}{\varepsilon_s} (V_D - V) \right]} \exp\left(-\frac{qV_D}{kT}\right)$$

扩散理论公式推导

根据扩散理论求出的电流密度为：

$$J = J_{sD} \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$J_{sD} = \sigma \sqrt{\left[\frac{2qN_d}{\varepsilon_s} (V_D - V) \right] \exp\left(-\frac{qV_D}{kT}\right)} \quad \sigma = qn_0\mu_n$$

电流密度主要由 e 指数 $\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1$ 所决定

当 $V > 0$ 时，若 $qV \gg kT$ ，则

(如 $T = 300\text{K}$ 时， $kT \approx 0.026\text{eV}$ ，只需要 $V \gg 0.026\text{V}$)

$$J = J_{sD} \exp\left(\frac{qV}{kT}\right)$$

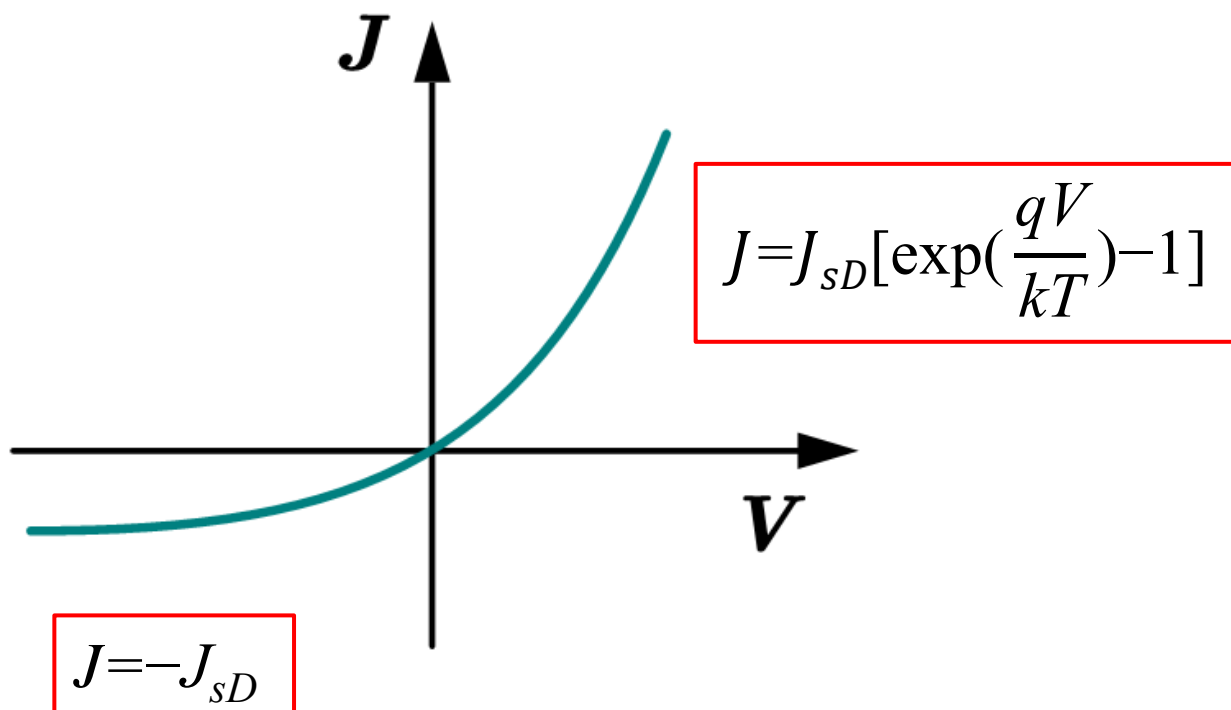
当 $V < 0$ 时，若 $|qV| \gg kT$ ，则

(如 $T = 300\text{K}$ 时，只需要 $V \ll -0.026\text{V}$)

$J = -J_{sD}$ J_{sD} ：反向饱和电流密度，实际会随反向电压而增大，并不饱和。

扩散理论公式小结

根据扩散理论求出的电流密度公式和伏安特性曲线：



$$J_{sD} = \sigma \sqrt{\left[\frac{2qN_d}{\epsilon_s} (V_D - V) \right] \exp\left(\frac{-qV_D}{kT}\right)} \quad \sigma = qn_0\mu_n$$

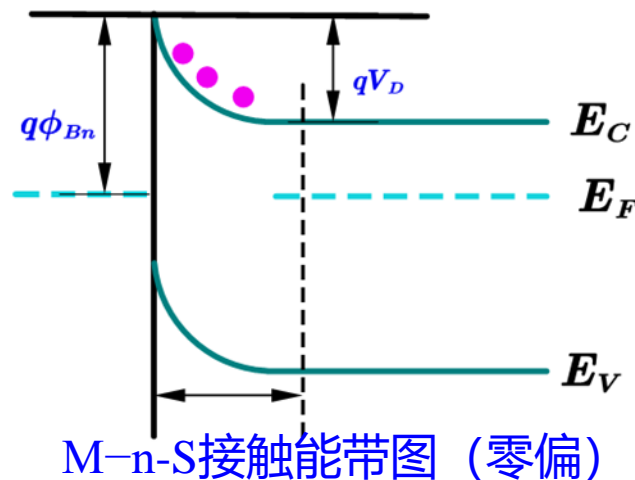
适用于： 势垒宽度 \gg 电子平均自由程，即低载流子迁移率半导体。

热电子发射理论

中国科学技术大学物理系微电子专业

热电子：当电子运动到势垒顶向金属发射时，能量比金属电子高出 $q\phi_{Bn}$ ，进入金属之后碰撞释放出这份多余的能量，由于他们的**等效温度高于金属中的电子**，因而把这些电子看成是热的。

肖特基势垒二极管有时被称为**热载流子二极管**。这些进入金属中的载流子在很短的时间内就会和金属电子达到平衡，这个时间一般情况小于0.1纳秒。



热电子发射理论

中国科学技术大学物理系微电子专业

Batthe的热电子发射理论适用范围：

$$\text{势垒宽度}(x_d) \ll \text{电子平均自由程}(l_n)$$

高迁移率半导体（如Si、Ge、GaAs等常见半导体），适用热电子发射理论描述。

正偏时，电子以从很快的速度 v_d 从耗尽区边界处（ $x=x_d$ ）扩散至界面通过耗尽区，然后以速度 v_E 从半导体向金属发射， $v_d \ll v_E$ ，电流受M-S界面附近发射过程支配。

室温下大多数实用的肖特基势垒二极管的电流输运受到发射过程是影响电流的关键因素，可以忽略载流子扩散通过耗尽层的效应。

热电子发射理论

中国科学技术大学物理系微电子专业

热电子发射理论基于以下假设：

势垒高度 ($q\phi_{Bn}$)
远大于 kT

在决定发射的平面已
建立起热平衡

净电流的存在不影响
已建立的平衡

可近似应用麦克斯韦-
玻尔兹曼理论

可以计算界面处的载流子浓度

总电流可以将两股电流叠加：
金属到半导体的电流 (J_{SM})
和半导体到金属的电流 (J_{MS})

势垒形状不重要，不
需考虑势垒宽度，主
要取决于势垒高度

计算超过势垒高度的电
子数目，即可得到电流

热电子发射理论

中国科学技术大学物理系微电子专业

PN结或BJT的
 I - V 特性



连续性方程+边界条件



少子分布



电流密度



电流

肖特基势垒二极
管的 I - V 特性



金半接触势垒高度



界面能量高于势垒
的电子浓度



电流密度



电流

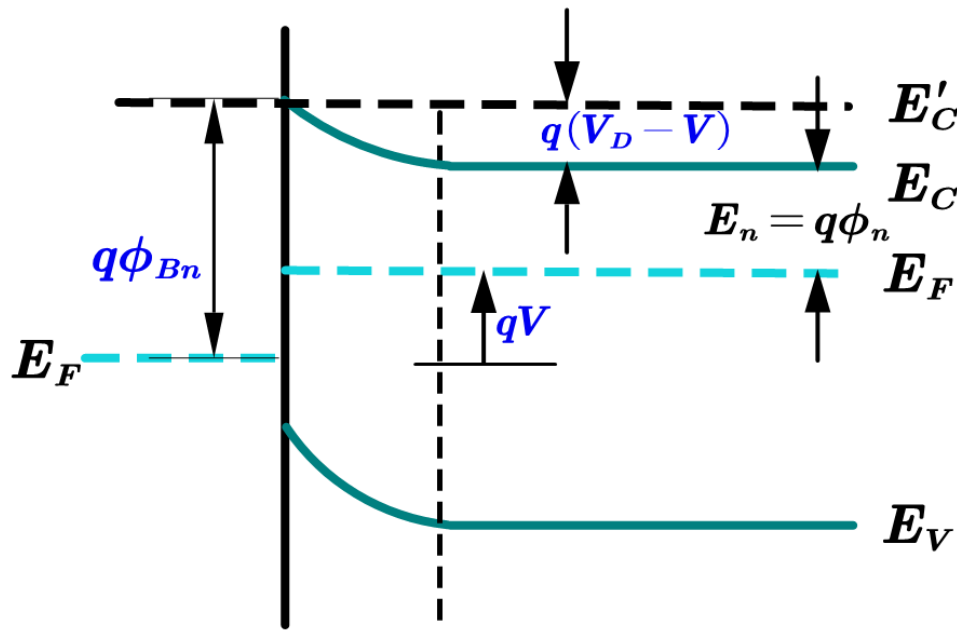
热电子发射理论

中国科学技术大学物理系微电子专业

电子沿 $-x$ 方向向金属运动

能够克服势垒能量的电子浓度（即能量高于势垒

高度的电子数）： $\int_{E'_C}^{\infty} dn$



施加正偏压下金半结能带图

电流密度 J_{SM} 是电子浓度的函数，且电子具有越过势垒的速度

$$J_{SM} = \int_{E'_C}^{\infty} qv_x dn$$

E'_C 是电子发射到金属中所需的最小能量(势垒顶)

热电子发射理论

中国科学技术大学物理系微电子专业

$$J_{SM} = \int_{E'_C}^{\infty} qv_x dn$$

在某一能量增量范围内电子浓度:

$$dn = g_C(E)f_F(E)dE$$

导带状态密度: $g_C(E) = \frac{4\pi(2m_n^*)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E - E_C}$

玻尔兹曼分布函数: $f_F(E) = \exp\left[\frac{-(E - E_F)}{kT}\right]$

$$dn = \frac{4\pi(2m_n^*)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E - E_C} \exp\left[\frac{-(E - E_F)}{kT}\right] dE$$

热电子发射理论

中国科学技术大学物理系微电子专业

$$dn = \frac{4\pi(2m_n^*)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E - E_C} \exp\left[\frac{-(E - E_F)}{kT}\right] dE$$

$$E - E_F = E - E_C + q\phi_n$$

导带电子能量全部为动能，即 E_C 以上的能量全部为动能，则：

$$E - E_C = \frac{1}{2}m_n^*v^2 \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} dE = m_n^*v dv \\ \sqrt{E - E_C} = v \sqrt{\frac{m_n^*}{2}} \end{cases}$$

带入后得到：

$$dn = 2 \left(\frac{m_n^*}{h}\right)^3 \exp\left(-\frac{q\phi_n}{kT}\right) \exp\left(-\frac{m_n^*v^2}{2kT}\right) (4\pi v^2 dv)$$

热电子发射理论

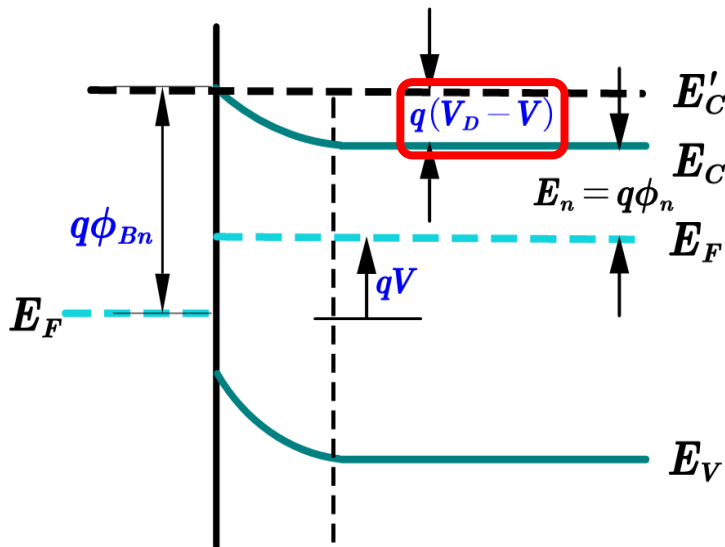
中国科学技术大学物理系微电子专业

速度在 v 和 $v + dv$ 之间的所有方向上的单位体积的电子数：

$$dn = 2 \left(\frac{m_n^*}{h} \right)^3 \exp \left(-\frac{q\phi_n}{kT} \right) \exp \left(-\frac{m_n^* v^2}{2kT} \right) (4\pi v^2 dv)$$

速度沿坐标轴方向分成三个分量

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$



施加正偏压下金半结能带图

能够越过势垒的电子所需要的最小能量：

$$q(V_D - V)$$

电子运动方向为与x轴平行，克服势垒沿x方向的最小速度为 v_{0x} ，则

$$\frac{1}{2} m_n^* v_{0x}^2 = q(V_D - V)$$

热电子发射理论

中国科学技术大学物理系微电子专业

dn 带入 J_{SM} 得到:

$$J_{SM} = \int_{E'_C}^{\infty} qv_x dn$$

$$dn = 2 \left(\frac{m_n^*}{h} \right)^3 \exp \left(-\frac{q\phi_n}{kT} \right) \exp \left(-\frac{m_n^* v^2}{2kT} \right) (4\pi v^2 dv)$$

$$= 2q \left(\frac{m_n^*}{h} \right)^3 \exp \left(-\frac{q\phi_n}{kT} \right) \iiint \exp \left[-\frac{m_n^* (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT} \right] dv_x dv_y dv_z$$

v_x 积分限: $v_{0x} \rightarrow +\infty$

v_y 积分限: $-\infty \rightarrow +\infty$

v_z 积分限: $-\infty \rightarrow +\infty$

$$\left[\frac{1}{2} m_n^* v_{0x}^2 \right] = q(V_D - V)$$

$$\begin{aligned} J_{SM} &= \int_{E'_C}^{\infty} qv_x dn \\ &= \left(\frac{4\pi q m_n^* k^2}{h^3} \right) T^2 \exp \left(-\frac{q\phi_n}{kT} \right) \exp \left(-\frac{m_n^* v_{0x}^2}{2kT} \right) \\ &= \left(\frac{4\pi q m_n^* k^2}{h^3} \right) T^2 \exp \left[-\frac{q(\phi_n + V_D)}{kT} \right] \exp \left(\frac{qV}{kT} \right) \\ &= \left(\frac{4\pi q m_n^* k^2}{h^3} \right) T^2 \exp \left(-\frac{q\phi_{Bn}}{kT} \right) \exp \left(\frac{qV}{kT} \right) \end{aligned}$$

热电子发射理论

中国科学技术大学物理系微电子专业

$$J_{SM} = \left(\frac{4\pi q m_n^* k^2}{h^3} \right) T^2 \exp \left(-\frac{q\phi_{Bn}}{kT} \right) \exp \left(\frac{qV}{kT} \right)$$

因为不同偏置下从金属进入半导体的电子的势垒高度($q\phi_{Bn}$)保持相同, 从金属流入半导体的电流(J_{MS})不受外加电压影响, 等于热平衡时 J_{SM} (即当 $V=0$ 时)。

$$J_{MS} = -J_{SM}(0) = - \left(\frac{4\pi q m_n^* k^2}{h^3} \right) T^2 \exp \left(-\frac{q\phi_{Bn}}{kT} \right)$$

总电流:

$$J_n = J_{SM} + J_{MS} = \left(\frac{4\pi q m_n^* k^2}{h^3} \right) T^2 \exp \left(-\frac{q\phi_{Bn}}{kT} \right) \left[\exp \left(\frac{qV}{kT} \right) - 1 \right]$$
$$J_{sT} = \left(\frac{4\pi q m_n^* k^2}{h^3} \right) T^2 \exp \left(-\frac{q\phi_{Bn}}{kT} \right)$$

热电子发射理论

中国科学技术大学物理系微电子专业

总的电流密度为：

$$J = J_{sT} [\exp(\frac{qV}{kT}) - 1]$$

其中：

$$J_{sT} = \left(\frac{4\pi q m_n^* k^2}{h^3} \right) T^2 \exp\left(-\frac{q\phi_{Bn}}{kT} \right)$$

与温度无关的部分定义为有效理查德森常数 $R^* = \frac{4\pi m^* q k^2}{h^3}$

对于自由电子（ $m^* = m_0$ ），则理查德森常数R为一常量

R为热电子向
真空中发射的
理查德森常数

$$R = \frac{4\pi m_0 q k^2}{h^3} = 120 \text{ A}/(\text{cm}^2 \cdot \text{K}^2)$$

$$R^* = R \frac{m^*}{m_0} = 120 \frac{m^*}{m_0} \text{ [A}/(\text{cm}^2 \cdot \text{K}^2)]$$

m^* 为半导体电子有效质量
 m_0 为自由电子的有效质量

有效理查德森常数 R^* 的单位为 $\text{A}/(\text{cm}^2 \cdot \text{K}^2)$,

有效理查德常数 R^* :

$$R^* = R \frac{m^*}{m_0} = 120 \frac{m^*}{m_0} \text{ [A/(cm}^2 \cdot \text{K}^2)]$$

m^* 为半导体电子有效质量
 m_0 为自由电子的有效质量

Ge、Si、GaAs 的 R^* (R^*/R) 值

半导体	Ge	Si	GaAs
P型	41 (0.34)	79 (0.66)	74 (0.62)
N型<111>	133 (1.11)	264 (2.2)	8 (0.068) (低电场) 144 (1.2) (高电场)
N型<100>	143 (1.19)	252 (2.1)	

例如：低电场下，对于N型和P型GaAs，有效理查德常数 R^* 分别为8和74。

热电子发射理论

中国科学技术大学物理系微电子专业

总的电流密度为：
$$J = R^* T^2 \exp\left(-\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right) \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1\right]$$

其中：
$$R^* = \frac{4\pi m^* q k^2}{h^3}$$

对于理想的肖特基势垒二极管， I - V 特性描述为：

正偏时：
$$J = J_{sT} \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1\right]$$

反偏时，则将 V 换为 $-V_R$ 即可：当 $qV_R \gg kT$ ，指数项可忽略。

$$J = J_{sT} \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1\right] \approx -J_{sT}$$

热电子发射理论

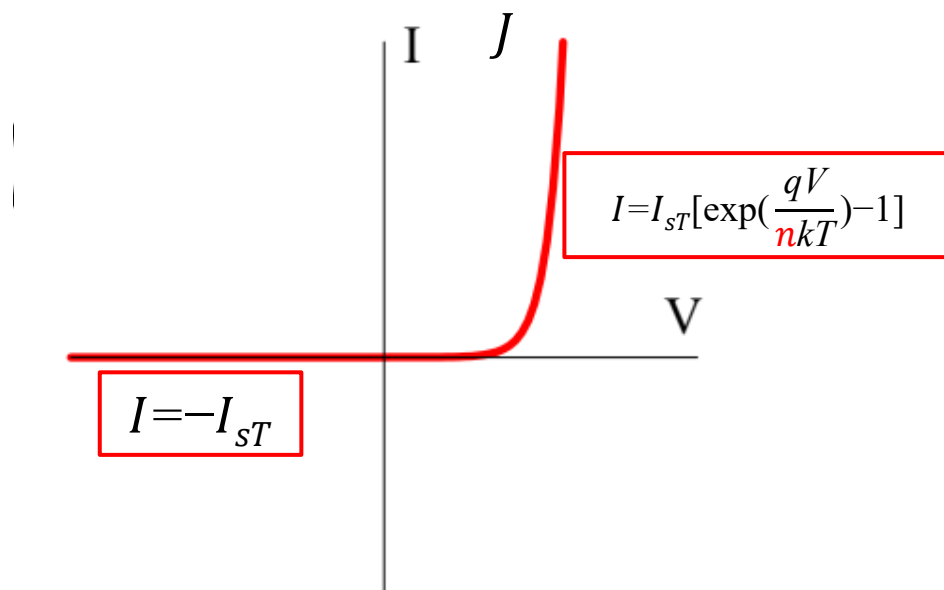
中国科学技术大学物理系微电子专业

对于实际的肖特基势垒二极管， I - V 特性需要写为：

$$J = J_{sT} [\exp(\frac{qV}{nkT}) - 1]$$

$$J_{sT} = R^* T^2 \exp\left(-\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right)$$

$$I = I_{sT} [\exp(\frac{qV}{nkT}) - 1]$$



- ◆ 上式为理查德森-杜师曼方程，用于描述肖特基势垒二极管的实际 I - V 关系；
- ◆ n 称为理想因子，由非理想效应引起；
- ◆ 对于理想的肖特基势垒二极管， $n=1$ 。

理查德森-杜师曼方程：

$$J = J_{sT} [\exp(\frac{qV}{nkT}) - 1] \quad J_{sT} = R^* T^2 \exp\left(-\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right)$$

- ◆ 根据 J_{sT} 的表达式，理论上可以计算出反向电流大小，但是计算值会和实验数据出现偏差。
- ◆ 其原因之一是之前所介绍的镜像力的作用。
- ◆ 镜像力使势垒高度由 $q\phi_{Bn}$ 降低为 $q(\phi_{Bn} - \Delta\phi)$ ，则相应的饱和电流为：
$$J_{sT} = R^* T^2 \exp\left[-\frac{q(\phi_{Bn} - \Delta\phi)}{kT}\right]$$
- ◆ 用上式描述肖特基势垒二极管的 I - V 特性更为精确，体现了镜像力作用造成反向不饱和的问题。

热电子发射理论

中国科学技术大学物理系微电子专业

理查德森-杜师曼方程：

$$J = J_{sT} [\exp(\frac{qV}{nkT}) - 1]$$

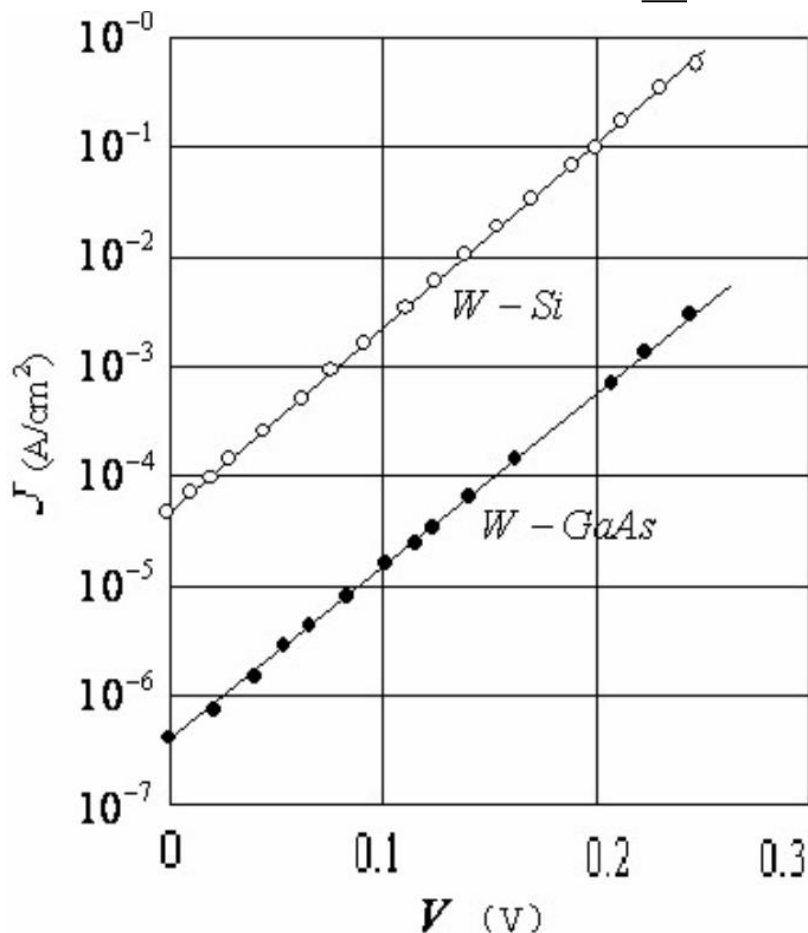
↓
$$\ln J = \ln J_{sT} + qV/nkT$$

使曲线延伸至 $V=0$ ，可得出 J_{sT} ，用
 $J_{sT} = R^* T^2 \exp\left(-\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right)$ 可算出势垒高度。

理想因子 n 可由曲线斜率计算。

左图中W-Si二极管 $n=1.02$

W-GaAs二极管 $n=1.04$



W-Si和W-GaAs肖特基势垒二极管
正向电流密度与电压的实际关系

可见， $J = J_{sT} [\exp(\frac{qV}{nkT}) - 1]$ 较好地适用于Si、Ge和GaAs等常用半导体材料的肖特基势垒。

少数载流子电流：

- ◆ 热电子发射电流是跨越肖特基势垒的多子（电子）电流。除了多子电流以外，还有少电流存在，它是由空穴从金属注入半导体中形成的。
- ◆ 空穴注入的情况与P⁺N结相同，电流可写为（ A 为面积）：

$$\begin{aligned} J_p(x_n) &= -qD_p \left. \frac{d\Delta p}{dx} \right|_{x=x_n} \\ &= \frac{qD_p}{L_p} p_{n0} \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right] \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad I_p = \frac{qAD_p n_i^2}{N_d L_p} \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]$$

$p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D}$

PN结少子空穴电流（第二章PN结二极管第3第4讲公式）

肖特基势垒
少子电流:

$$I_p = I_{p0} \left[\exp \left(\frac{qV}{kT} \right) - 1 \right] \quad n_i^2 = N_c N_v \exp \left(- \frac{E_g}{kT} \right)$$

$$I_{p0} = \frac{q A D_p n_i^2}{N_d L_p} = \frac{q A D_p N_c N_v}{N_d L_p} \exp \left(- \frac{E_g}{kT} \right)$$

肖特基势垒
热电子电流:

$$I = I_{sT} \left[\exp \left(\frac{qV}{nkT} \right) - 1 \right] \quad I_{sT} = A R^* T^2 \exp \left(- \frac{q\phi_{Bn}}{kT} \right)$$

- ◆ 由于在Si这样的共价键半导体中 $q\phi_{Bn}$ 比 E_g 小很多, 而 e 指数函数变化是剧烈的。
- ◆ 热电子电流远大于少数载流子电流, 因此肖特基接触器件是一种单极型器件。
- ◆ 单极型器件是指基本上只有一种类型的载流子参与导电过程的半导体器件。

例题：硅肖特基结的肖特基势垒高度 $\phi_{Bn}=0.59\text{V}$ ，有效理查德森常数 $R^*=114\text{A}/(\text{cm}^2\cdot\text{K}^2)$ ，横截面积 $A=10^{-4}\text{cm}^2$ ， $T=300\text{K}$ 时，计算 (a) 理想反向饱和电流， (b) 正向偏压 $V=0.30\text{V}$ 时的二极管电流。

解： (a)理想反向饱和电流

$$V_T = kT/q \approx 0.0259\text{V}$$

$$I_{sT} = AR^*T^2 e^{-\phi_{Bn}/V_T}$$

$$\begin{aligned} I_{sT} &= 10^{-4} \times 114 \times (300)^2 \times e^{-0.59/0.0259} \\ &= 1.31 \times 10^{-7}\text{A} \end{aligned}$$

(b) 正向偏压 $V=0.30\text{V}$ 时的二极管电流

$$\begin{aligned} I &= I_{sT}(e^{V/V_T} - 1) = 1.31 \times 10^{-7} \times (e^{0.30/0.0259} - 1) \\ &= 0.014\text{A} = 140\text{mA} \end{aligned}$$

热电子发射理论小结

热电子：当电子运动到势垒顶向金属发射时，能量比金属电子高出 $q\phi_{Bn}$ ，进入金属之后碰撞释放出这份多余的能量，由于它们的等效温度高于金属中的电子，因而把这些电子看成是热电子。

电流-电压特性（理查德森-杜师曼方程）

$$J = J_{sT} \left[\exp \left(\frac{qV}{nkT} \right) - 1 \right] \quad J_{sT} = R^* T^2 \exp \left(- \frac{q\phi_{Bn}}{kT} \right)$$

与多子电子电流比较，**少子空穴电流可忽略。**

肖特基势垒二极管的两种理论对比

微电子专业

扩散理论

I - V 特性:

$$J = J_{SD} \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$J_{SD} = \sigma \sqrt{\left[\frac{2qN_d}{\epsilon_s} (V_D - V) \right] \exp\left(\frac{-qV_D}{kT}\right)}$$

J_{SD} 与外加电压相关, 与 V_D 相关, 实际并不饱和。

适用范围:

- ◆ $x_d \gg l_n$, 迁移率较低半导体 (CuO)
- ◆ 电子通过势垒区发生多次碰撞
- ◆ 电流主要由电子的扩散和内建电场的漂移电流主导 (过程1)
- ◆ 势垒中存在电场, 有电势的变化载流子浓度不均匀
- ◆ 求解: 通过求解泊松方程

热电子发射理论

I - V 特性:

$$J = J_{ST} \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$J_{ST} = R^* T^2 \exp\left(-\frac{q\phi_{Bn}}{kT}\right)$$

J_{ST} 与外加电压无关, 与 ϕ_{Bn} 相关, 且 J_{ST} 更强烈依赖于温度

适用范围:

- ◆ $x_d \ll l_n$; 迁移率高的半导体, 常见半导体 (Si、Ge、GaAs)
- ◆ 电子在势垒区的碰撞可以忽略;
- ◆ 电子越过金半界面的电流主导 (过程2)
- ◆ 势垒形状 (宽度) 不重要, 势垒高度起决定性作用
- ◆ 求解: 计算具有高于势垒的导带中电子的个数

形式相同