

9-19 作业

37. 由题意知:

$$P(A) = P(AC) + P(A\overline{C}) = P(A|C)P(C) + P(A|\overline{C})P(\overline{C}) = 0.9 \times 0.5 + 0.2 \times 0.5 = 0.55$$

$$\text{同理, } P(B) = P(BC) + P(B\overline{C}) = 0.9 \times 0.5 + 0.1 \times 0.5 = 0.5$$

$$P(AB) = P(ABC) + P(AB\overline{C}) = 0.9 \times 0.9 \times 0.5 + 0.2 \times 0.1 \times 0.5 = 0.415$$

$$P(AB) \neq P(A)P(B)$$

所以, A 与 B 不相互独立.

39. 系统能正常工作的概率为

$$(4) P(D_1 D_2) \cdot P(A \cup B \cup C) = p_D^2 [1 - (1 - p_A)(1 - p_B)(1 - p_C)]$$

(5) (可分为 C 能正常工作与非正常工作两种情况)

$$\begin{aligned} & P(C)P(A_1 \cup A_2)P(B_1 \cup B_2) + P(\overline{C})P(A_1 B_1 \cup A_2 B_2) \\ &= p_C [1 - (1 - p_A)^2][1 - (1 - p_B)^2] + (1 - p_C)[1 - (1 - p_A p_B)^2] \end{aligned}$$

2. 由规律所得, 无论第几次投中球, 所求概率的分子分母都有相同的形式.

所以当 $X = k$ 时,

$$P(X = k) = C_{100-2}^{k-1} \frac{(k-1)!(99-k)!}{99!} = \frac{98!}{(k-1)!(99-k)!} \frac{(k-1)!(99-k)!}{99!} = \frac{1}{99}$$

X 服从 $\{1, 2, \dots, 99\}$ 上均匀分布, 即 $X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & 99 \\ \frac{1}{99} & \frac{1}{99} & \frac{1}{99} & \cdots & \frac{1}{99} \end{pmatrix}$.

6. 由题意知, X 可能的取值为 1, 2, 3.

$$P(X = 1) = \frac{C_8^1}{C_{10}^1} = \frac{4}{5}$$

$$P(X = 2) = \frac{C_2^1}{C_{10}^1} \cdot \frac{C_8^1}{C_9^1} = \frac{8}{45}$$

$$P(X = 3) = \frac{C_2^1}{C_{10}^1} \cdot \frac{1}{C_9^1} \cdot 1 = \frac{1}{45}$$

所以, X 的分布律为 $X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{4}{5} & \frac{8}{45} & \frac{1}{45} \end{pmatrix}$; 分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{4}{5}, & 1 \leq x < 2, \\ \frac{44}{45}, & 2 \leq x < 3, \\ 1, & x \geq 3. \end{cases}$

10. “先胜 4 场” 赛制下, 甲胜的概率为

$$P_{\text{甲}} = P_4 + P_5 + P_6 + P_7 = 0.6^4 + C_4^1 0.6^4 0.4 + C_5^2 0.6^4 0.4^2 + C_6^3 0.6^4 0.4^3 \approx 0.710$$

“三场两胜” 赛制下, 甲胜的概率为

$$P'_{\text{甲}} = P'_2 + P'_3 = 0.6^2 + C_2^1 0.6^2 0.4 \approx 0.648$$

$P_{\text{甲}} > P'_{\text{甲}}$, 所以三局两胜制对乙队更有利。