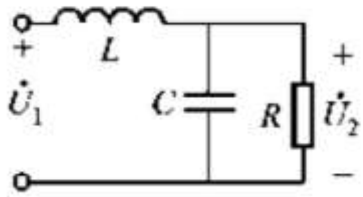
答案 7.2

7.2 求图示电路的网络函数，它具有高通特性还是低通特性？



解： RC 并联的等效阻抗

$$Z_{RC}=\frac{R/\mathrm{j}\omega C}{R+1/\mathrm{j}\omega C}=\frac{R}{1+\mathrm{j}\omega RC}$$

$$H(\mathrm{j}\omega)=\dot{U}_2/\dot{U}_1=\frac{Z_{RC}}{\mathrm{j}\omega L+Z_{RC}}$$

$$=\frac{R}{R+\mathrm{j}\omega L(1+\mathrm{j}\omega RC)}=\frac{1}{1-\omega^2LC+\mathrm{j}\omega L/R}$$

幅频特性

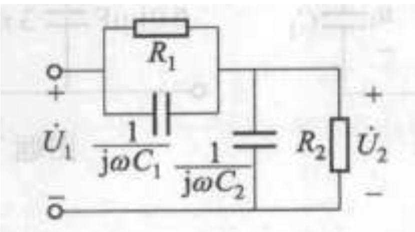
$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2LC)^2+(\omega L/R)^2}}$$

当 $\omega\to 0$ 时， $|H(\mathrm{j}\omega)|=1$；当 $\omega\to\infty$ 时， $|H(\mathrm{j}\omega)|=0$

所以它具有低通特性。

答案 7.3

7.3 求图示电路的转移电压比 $H(\mathrm{j}\omega)=\dot{U}_2/\dot{U}_1$，当 $R_1C_1=R_2C_2$ 时，此网络函数有何特性？



解：设

$$Z_1=R_1//\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_1}=\frac{R_1}{R_1+\mathrm{j}\omega R_1C_1}，\quad Z_2=R_2//\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}=\frac{R_2}{R_2+\mathrm{j}\omega R_2C_2}$$

由分压公式得：

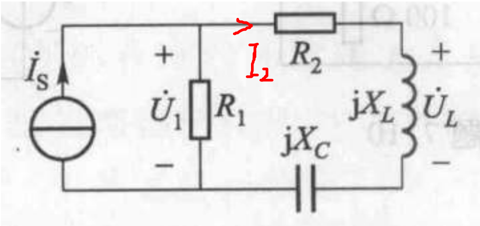
$$\dot{U}_2=\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}\dot{U}_1$$

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot U_2}{\dot U_1}=\frac{R_2(1+\mathrm{j}\omega R_1C_1)}{R_1(1+\mathrm{j}\omega R_2C_2)+R_2(1+\mathrm{j}\omega R_1C_1)}$$

当 $R_1C_1=R_2C_2$ 时，得 $H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}$，此网络函数模及辐角均与频率无关。

答案 7.4

7.4 设图示电路处于谐振状态，其中 $I_S=1$ A，$U_1=50$ V，$R_1=|X_C|=100\ \Omega$。求电压 U_L 和电阻 R_2。



解：因为电路处于谐振状态，故电感与电容串联电路相当于短路，因此有

$$\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{U_1}{I_S}=50\ \Omega$$

代以 $R_1=100\Omega$，解得 $R_2=100\Omega$

又因为电路处于谐振状态，所以

$$X_L=|X_C|=100\Omega$$

故有

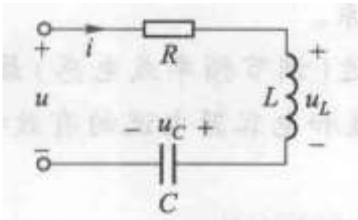
$$U_L=I_2X_L=\frac{R_1I_S}{R_1+R_2}\times X_L=50\text{V}$$

答案 7.5

7.5 图示电路中，已知 $u=0.1\sqrt{2}\cos\omega t$ V，$\omega=10^4$ rad/s 时电流 i 的有效值为最大，量值是 1 A，此时 $U_L=10$ V。

(1) 求 R、L、C 及品质因数 Q；

(2) 求电压 u_C。



解：(1)根据题意，电路发生谐振时，存在下列关系：

$$\begin{cases}\omega=1/\sqrt{LC}=10^4\,\text{rad/s}\\ I=U/R=1\text{A}\\ U_L=\omega LI=10\text{V}\end{cases}\quad \text{解得}\quad \begin{cases}R=0.1\Omega\\ L=1\text{mH}\\ C=10\mu\text{F}\end{cases}$$

品质因数

$$Q=\frac{U_L}{U}=\frac{10}{0.1}=100$$

（2）

$$\dot{U}_C=\dot{I}/(\mathrm{j}\omega C)=1\angle 0°\times 10\angle -90°\,\mathrm{V}=10\angle -90°\,\mathrm{V}$$

即有

$$u_C=10\sqrt{2}\cos(\omega t-90°)\mathrm{V}$$

答案 7.6

7.6 *RLC* 串联电路的谐振频率为 876 Hz，通频带为 750 Hz～1 kHz，已知 $L=0.32$ H。

(1) 求 R、C 及品质因数 Q；

(2) 设输入电压有效值为 23.2 V，求在上述三个频率时电路的平均功率；

(3) 求谐振时的电感电压和电容电压。

解：(1)

$$C=\frac{1}{\omega_0^2 L}=\frac{1}{(2\pi\times 876)^2\times 0.32}=1.0315\times 10^{-7}\,\mathrm{F}$$

$$\Delta\omega=\frac{\omega_0}{Q}\quad,\quad Q=\omega_0/\Delta\omega=876/250=3.504$$

$$Q=\omega_0 L/R\,,\quad R=\omega_0 L/Q=2\pi\times 876\times 0.32/3.504=160\pi(\Omega)=502.65\Omega$$

(2) 第三版教材第一问问了两个截止频率，这里就算用 750/1000，结果也差不多。

谐振时电路的平均功率为：

$$P_0=I_0^2R=(23.2/502.65)^2\times 502.65=1.071\,\mathrm{W}$$

谐振频率为

$$f_{c1}=\left(-\frac{1}{2Q}+\sqrt{\frac{1}{4Q^2}+1}\right)\times f_0\approx 759.87\mathrm{Hz}$$

$$f_{c2}=\left(\frac{1}{2Q}+\sqrt{\frac{1}{4Q^2}+1}\right)\times f_0\approx 1009.87\mathrm{Hz}$$

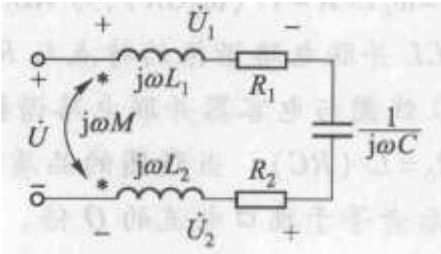
在截止频率处，电流下降至谐振电流 I_0 的 $1/\sqrt{2}$，故功率减小到 P_0 的一半，所以当 $f=759\mathrm{Hz}$ 和 $f=1009\mathrm{Hz}$ 时，电路平均功率均为 $P=P_0/2=0.535\,\mathrm{W}$

(3)

$$U_L=U_C=QU=3.5\times 23.2=81.2\mathrm{V}$$

答案 7.9

7.9 已知图示电路中 $L_1=0.01$ H, $L_2=0.02$ H, $M=0.01$ H, $R_1=5\ \Omega$, $R_2=10\ \Omega$ 和 $C=20\ \mu$F。试求当两线圈顺接和反接时的谐振角频率。若在这两种情况下外加电压均为 6 V,试求两线圈上的电压 U_1 和 U_2。



解：当两线圈顺接时，等效电感

$$L=L_1+L_2+2M=0.05\text{H}$$

谐振角频率

$$\omega_1=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{0.05\times 20\times 10^{-6}}}=10^3\ \text{rad/s}$$

取$\dot{U}=6\angle 0°\text{V}$，则谐振时的电流

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{R_1+R_2}=\frac{6\angle 0°}{5+10}\text{A}=0.4\angle 0°\text{A}$$

由互感的元件方程得：

$$\dot{U}_1=(R_1+\mathrm{j}\omega_1 L_1)\dot{I}+\mathrm{j}\omega_1 M\dot{I}=[(5+\mathrm{j}10)\times 0.4+\mathrm{j}10\times 0.4]\text{V}=(2+\mathrm{j}8)\text{V}$$

$$\dot{U}_2=(R_2+\mathrm{j}\omega_1 L_2)\dot{I}+\mathrm{j}\omega_1 M\dot{I}=[(10+\mathrm{j}20)\times 0.4+\mathrm{j}10\times 0.4]\text{V}=(4+\mathrm{j}12)\text{V}$$

两线圈电压的有效值分别为

$$U_1=\sqrt{2^2+8^2}=8.24\text{V}，\ U_2=\sqrt{4^2+12^2}=12.65\text{V}$$

当两线圈反接时，等效电感

$$L^{'}=L_1+L_2-2M=0.01\text{H}$$

谐振角频率

$$\omega_2=\frac{1}{\sqrt{0.01\times 20\times 10^{-6}}}=2.236\times 10^3\text{rad/s}$$

$$\dot{U}_1=(R_1+\mathrm{j}\omega_2 L_1)\dot{I}-\mathrm{j}\omega_2 M\dot{I}=5\Omega\times 0.4\text{A}=2\text{V}$$

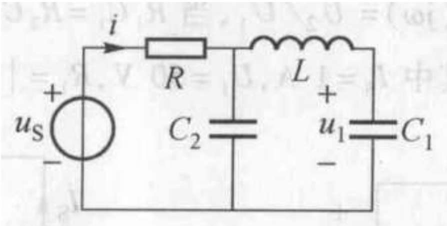
$$\dot{U}_2=(R_2+\mathrm{j}\omega_2 L_2)\dot{I}-\mathrm{j}\omega_2 M\dot{I}=(10+\mathrm{j}22.36)\ \Omega\times 0.4\text{A}=(4+\mathrm{j}8.95)\text{V}$$

此时两线圈电压的有效值分别为

$$U_1 = 2\text{V}，\quad U_2 = \sqrt{4^2 + 8.95^2} = 9.8\text{V}$$

答案 7.11

7.11 图示电路，已知 $u_s = 2\sqrt{2}\cos(\omega t)$ V，角频率 $\omega = 100$ rad/s，$R = 1\ \Omega$，$C_1 = 10^{-2}$ F 和 $C_2 = 0.5\times10^{-2}$ F。求：(1) L 为何值时电流 I 为最大？$I_{max} = ?$ 并求此时电压 u_1。
(2) L 为何值时电流 I 为最小？$I_{min} = ?$ 并求此时电压 u_1。



解：

（1）$\dot{U}_S = 2\angle 0°\text{V}$

$$Z = \frac{(j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C_1})\cdot\dfrac{1}{j\omega C_2}}{(j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C_1}) + \dfrac{1}{j\omega C_2}} + R = \frac{\omega L - 3 + j(2 - 2\omega L)}{\omega L - 3}$$

$$\dot{I} = \frac{2\angle 0°}{Z} = \frac{2\angle 0°}{\dfrac{\omega L - 3 + j(2 - 2\omega L)}{\omega L - 3}}\text{A}$$

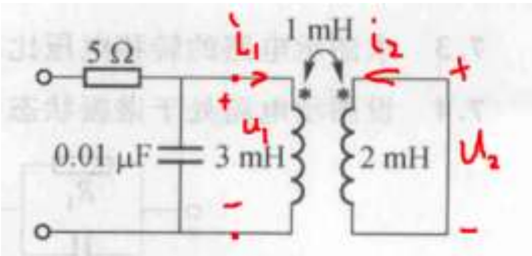
$$\dot{U}_1 = \frac{\dfrac{1}{j\omega C_2}}{\dfrac{1}{j\omega C_2} + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C_1}}\cdot\dot{I}\cdot\frac{1}{j\omega C_1} = \frac{8 - 8\omega L + j(4\omega L - 12)}{(\omega L - 3)^2 + (2 - 2\omega L)^2}\text{V}$$

要使 I 最大，$L = 0.01\text{H}$，$I_{max} = 2\text{A}$，$\dot{U}_1 = -2j(\text{V}), u_1 = 2\sqrt{2}\cos(\omega t - 90°)\text{V}$

（2）要使 I 最小，$L = 0.03\text{H}$，$I_{min} = 0\text{A}$，$\dot{U}_1 = -1\text{V}, u_1 = -\sqrt{2}\cos(\omega t)\text{V}$

答案 7.12

7.12 图示的电路发生谐振，求谐振角频率 ω。



解：可以用等效电路做。一般的解法如下：

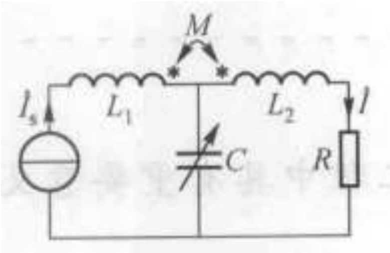
$$\dot{U}_1 = j\omega L_1\dot{I}_1 + j\omega M\dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = j\omega M\dot{I}_1 + j\omega L_2\dot{I}_2 = 0 \ \ => \ \ \dot{U}_1 = j\omega(L_1 - \frac{M^2}{L_2})\dot{I}_1, L = L_1 - \frac{M^2}{L_2}$$

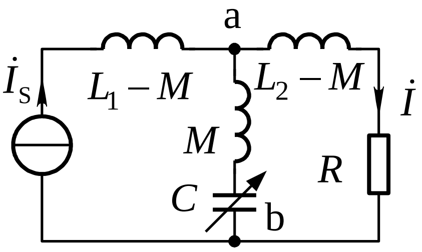
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.01\times10^{-6}\times(3-\frac{1^2}{2})\times10^{-3}}} = 2\times10^5 rad/s$$

答案 7.13

7.13 图示电路中，正弦电流源有效值 $I_s = 10$ mA，角频率 $\omega = 10^3$ rad/s，$L_1 = L_2 = 3$ H，$M = 1$ H，$R = 2$ kΩ。问：(1) 可变电容 C 为何值时电流 I 最小？(2) 可变电容 C 又为何值时电流 I 为最大？并求出 I 的最小值和最大值。



解：(1)消去互感后，得图（b）所示等效电路。



(b)

当等效电感 M 和电容 C 发生串联谐振时，即 $C = 1/\omega^2 M = 1/10^6 \times 1 = 1\mu\text{F}$，ab 端相当于短路，端电压为零，则电流 I 也为零。所以电流 I 的最小值为 $I_{\min} = 0$

(2)先分析 ab 端的等效导纳，由图(b)得

$$Y_{ab} = \frac{1}{R + j\omega(L_2 - M)} + \frac{1}{j\omega M - j/\omega C}$$

$$= \frac{R}{R^2 + \omega^2(L_2 - M)^2} + j[\frac{1}{1/\omega C - \omega M} - \frac{\omega(L_2 - M)}{R^2 + \omega^2(L_2 - M)^2}]$$

由于电容 C 变化时，Y_{ab} 的实部不变，所以，当并联部分发生谐振时，$|Y_{ab}|$ 最小，电压 $U_{ab} = I_S/|Y_{ab}|$ 为最大，因此电流 I 也为最大。令

$$\frac{1}{1/\omega C - \omega M} - \frac{\omega(L_2 - M)}{R^2 + \omega^2(L_2 - M)^2} = 0$$

得

$$C=\frac{L_2-M}{R^2+\omega^2L_2(L_2-M)}=\frac{2}{4+3\times 2}\times 10^{-6}\,\mathrm{F}=0.2\mu\mathrm{F}$$

由分流公式求得：

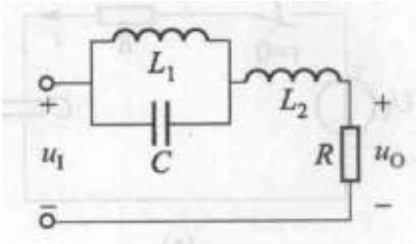
$$\dot{I}=\frac{\mathrm{j}(\omega M-1/\omega C)}{\mathrm{j}(\omega M-1/\omega C)+R+\mathrm{j}\omega(L_2-M)}\dot{I}_S=\frac{-\mathrm{j}4}{2-\mathrm{j}2}\dot{I}_S=\sqrt{2}\dot{I}_S\angle-45°$$

故当

$C=0.2\mu\mathrm{F}$时，$I_{\max}=\sqrt{2}I_{\mathrm{S}}=14.14\mathrm{mA}$

答案 7.19

7.19 图示滤波器能够阻止电流的基波通至负载，同时能使九次谐波顺利地通至负载。设 $C=0.04\ \mu\mathrm{F}$，基波频率 $f=50\ \mathrm{kHz}$，求电感 L_1 和 L_2。



解：当L_1、C对基波发生并联谐振时，滤波器能够阻止电流的基波通至负载，由此得：

$$\omega L_1=\frac{1}{\omega C} \qquad （1）$$

解得

$$L_1=\frac{1}{\omega^2 C}=\frac{1}{(2\pi f)^2 C}\approx 0.254\ \mathrm{mH}$$

当L_1、C与L_2组成的电路对九次谐波发生串联谐振时，九次谐波可以顺利地通至负载，由此得到：

$$\frac{1}{\mathrm{j}9\omega C+1/(\mathrm{j}9\omega L_1)}+\mathrm{j}9\omega L_2=0 \qquad （2）$$

将式（1）代入式（2）解得

$$L_2=\frac{L_1}{81\omega CL_1-1}\approx 3.17\mu\mathrm{H}$$