Fundmental of Circuit Analysis

直流电路分析

尹华锐

中国科学技术大学
信息科学技术学院电子工程与信息科学系
Hefei, Anhui, 230027

教学目标和要求

- ★ 分析仅包含电阻和直流电源（独立源，受控源）电路
- ★ 有关直流电路的若干分析技巧和方法。
  - ◇ 包含串并联电路分析，Δ 和 Y 链接相互转换。
- ★ 含源支路的等效方法
- ★ 回路电流法
- ★ 节点电压法

Exercises:
P57 4 5 9 10 11 14 15 16 20 21 22 23 25

等效

- 两个电路如果所有端口都具有相同的 $u-i$特性，称为等效

特性方程 $f_A(u,i)=0$ 特性方程 $f_B(u,i)=0$

Fig. 1 两个电路的相互等效

- 等效电路

当 $f_A(u,i)$与 $f_B(u,i)$表征的是同一曲线时, 我们称 2 个电路为等效;

本课程不区分等效电路，视为相同的电路

等效电阻

★ 多个电阻 $R_i, 1 \le i \le N$的串联等效电阻为所有电阻阻值之和：

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N = \sum_{n=1}^{N} R_n$$

★ 多个电阻 $R_i, 1 \le i \le N$并联的等效电阻可以表征为：

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{R_n}$$

★ 多个电阻并联下的等效电导为各个电阻的电导之和：

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \cdots + G_N = \sum_{n=1}^{N} G_n$$

电源与电阻的串并联等效

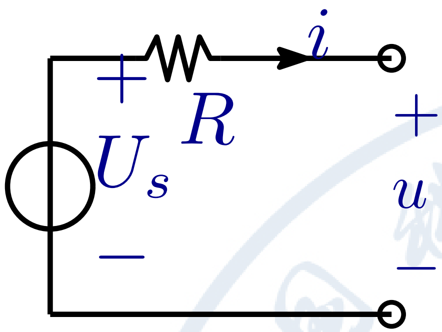


Fig. 2 戴维南电路 (Thevenin Circuit)

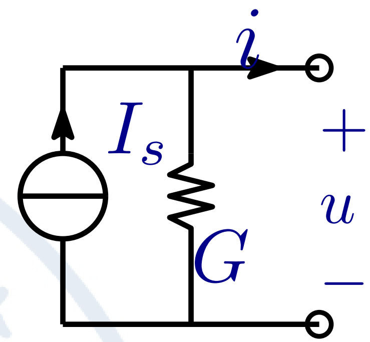


Fig. 3 诺顿电路 (Norton Circuit)

电源与电阻的串并联等效

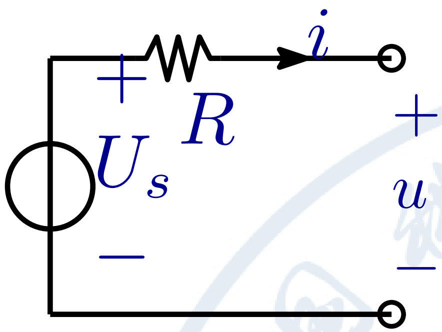


Fig. 2 戴维南电路 (Thevenin Circuit)

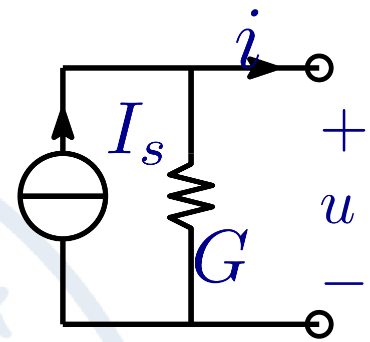


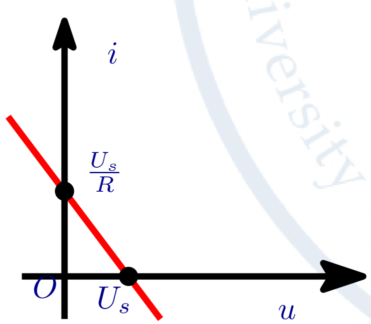
Fig. 3 诺顿电路 (Norton Circuit)

$u-i$ 特性方程:

$$U_s - iR - u = 0$$

$u-i$ 特性方程

$$I_s - uG - i = 0$$



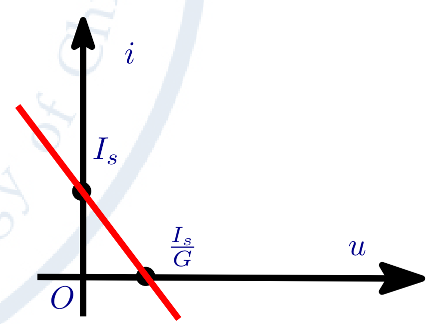


Fig. 4 戴维南电路和诺顿电路的 $u-i$ 曲线

电源与电阻的串并联等效

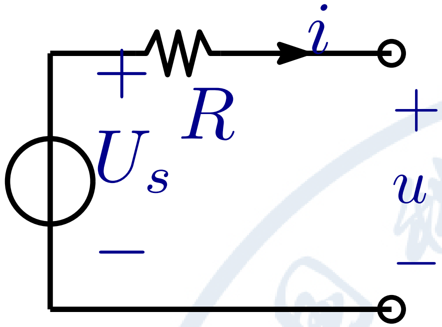


Fig. 2 戴维南电路 (Thevenin Circuit)

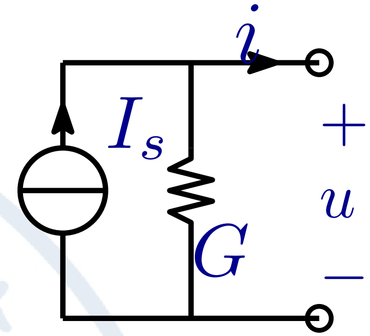


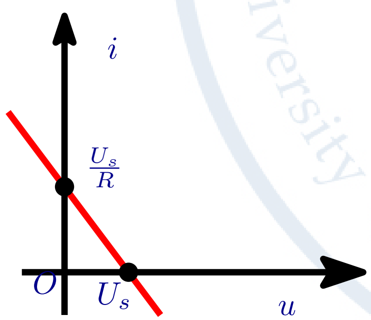
Fig. 3 诺顿电路 (Norton Circuit)

$u-i$ 特性方程:

$$U_s - iR - u = 0$$

$u-i$ 特性方程

$$I_s - uG - i = 0$$



$$U_s = I_s/G$$

$$\longleftrightarrow$$

$$I_s = U_s/R$$

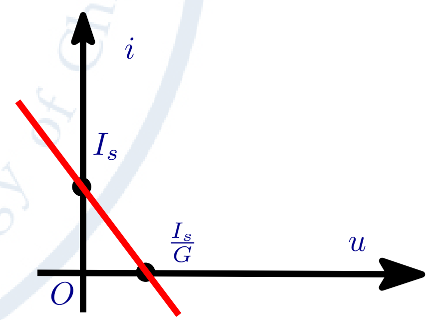


Fig. 4 戴维南电路和诺顿电路的 $u-i$ 曲线

电源与电阻的串并联等效

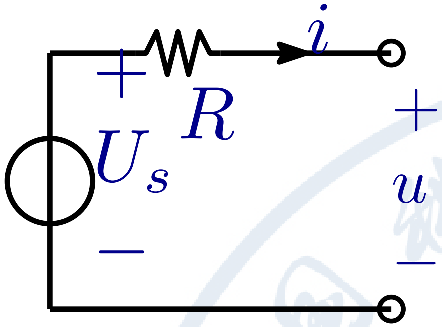


Fig. 2 戴维南电路 (Thevenin Circuit)

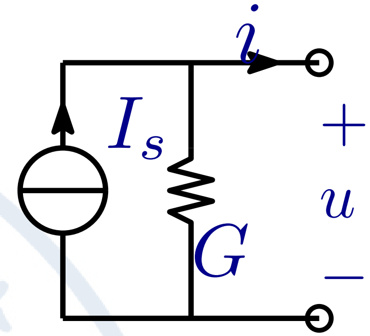


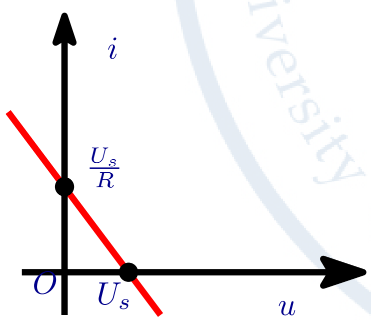
Fig. 3 诺顿电路 (Norton Circuit)

$u-i$ 特性方程:

$$U_s - iR - u = 0$$

$u-i$ 特性方程

$$I_s - uG - i = 0$$



$$U_s = I_s/G$$

$$\longleftrightarrow$$

$$I_s = U_s/R$$

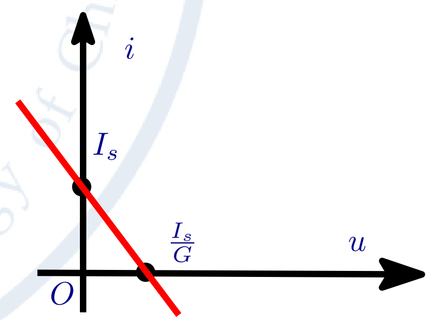


Fig. 4 戴维南电路和诺顿电路的 $u-i$ 曲线

- 等效条件:

$$(I_s = U_s/R \,||\, U_s = RI_s) \&\& \; RG = 1$$

含源支路的等效变换

一个电压为 U_s 的电压源和一个阻值为 R 的电阻串联的电路，可以和一个电流为 I_s 的电流源并联一个电阻值为 R 的电路相互替换。

其中：

$$U_s = I_s R$$

含源支路的等效变换

一个电压为 U_s 的电压源和一个阻值为 R 的电阻串联的电路，可以和一个电流为 I_s 的电流源并联一个电阻值为 R 的电路相互替换。

其中：

$$U_s = I_s R$$

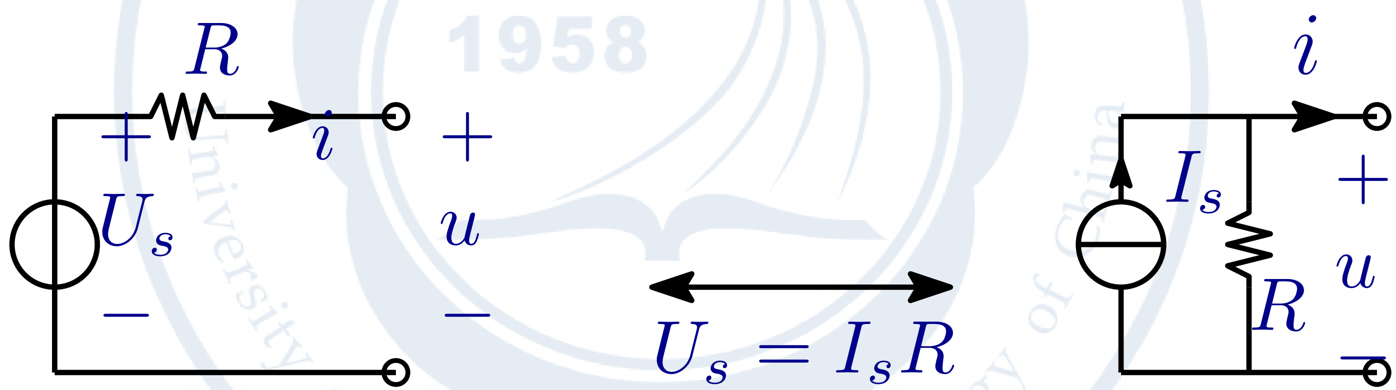


Fig. 5 戴维南电路和诺顿电路的等效

含源支路的等效变换

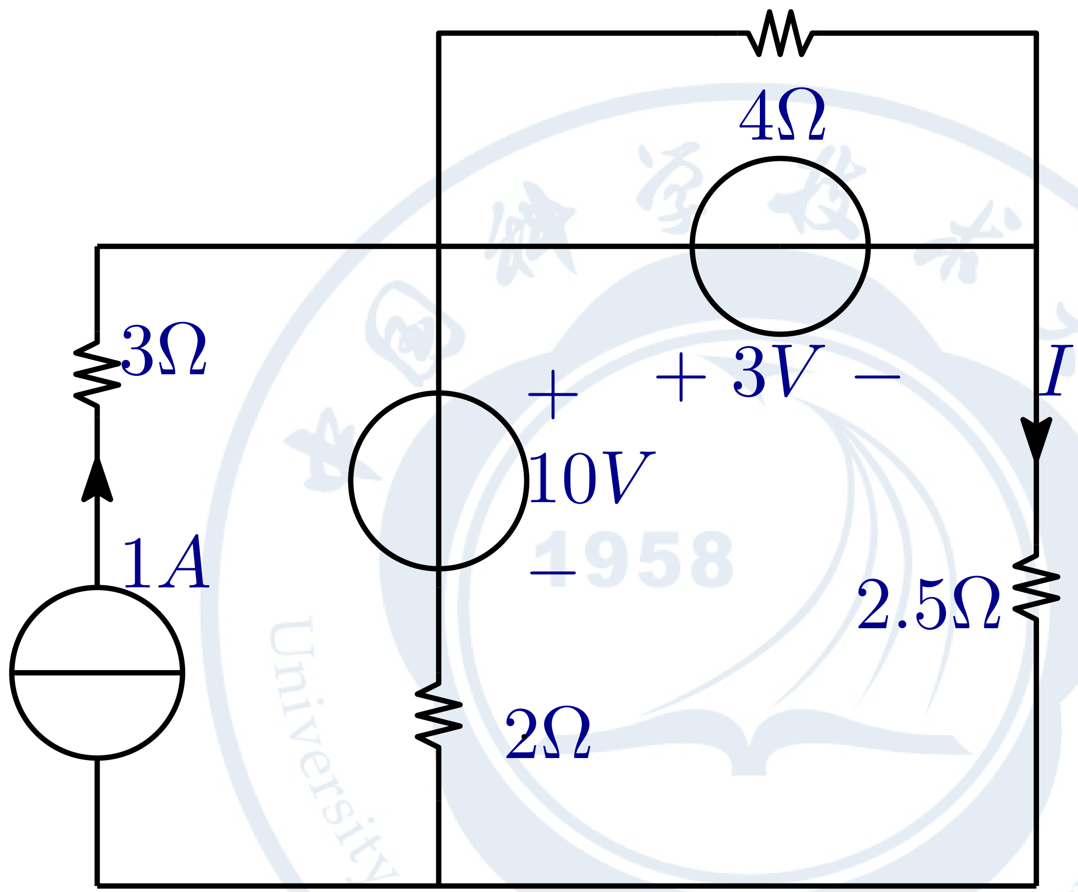


Fig. 6 含源支路等效变换举例

含源支路的等效变换

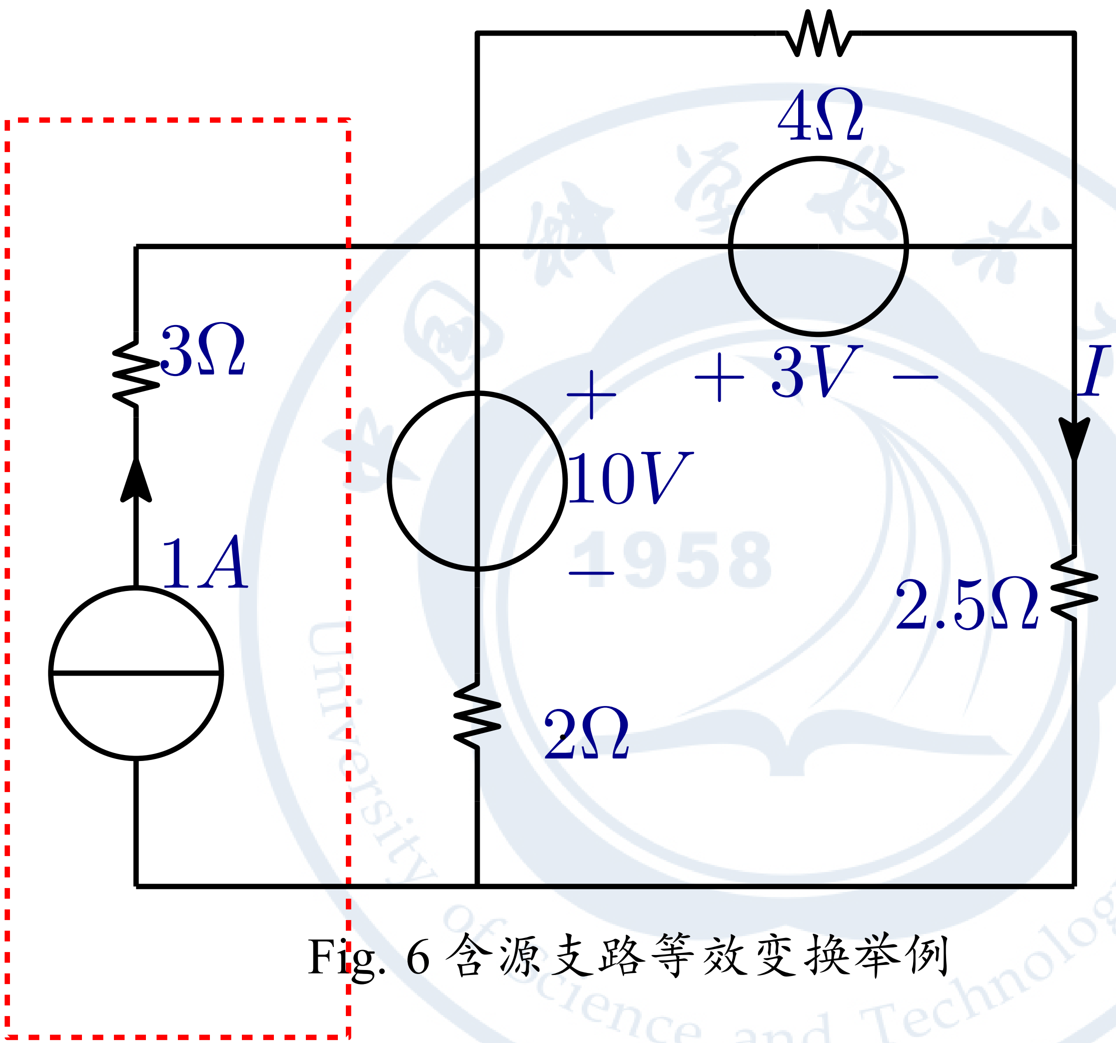


Fig. 6 含源支路等效变换举例

移除和独立电流源串联的电阻

含源支路的等效变换

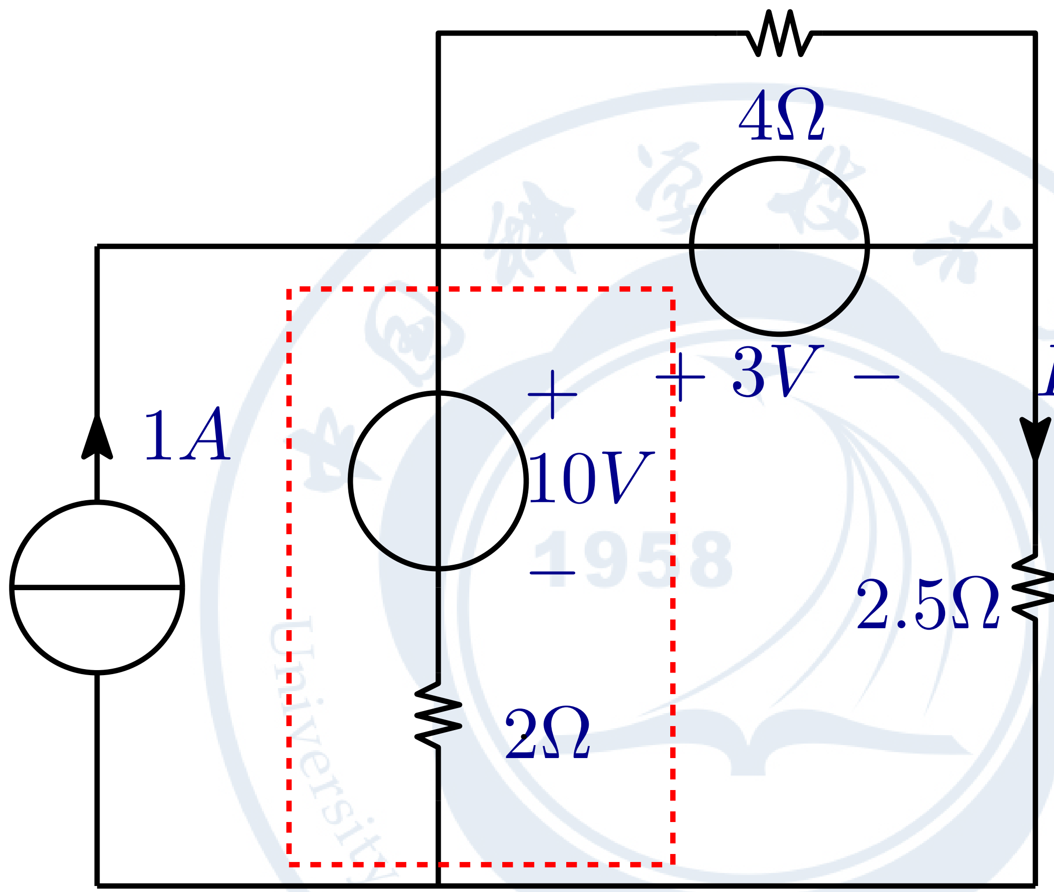


Fig. 6 含源支路等效变换举例

将戴维南电路转换为诺顿电路的形式

含源支路的等效变换

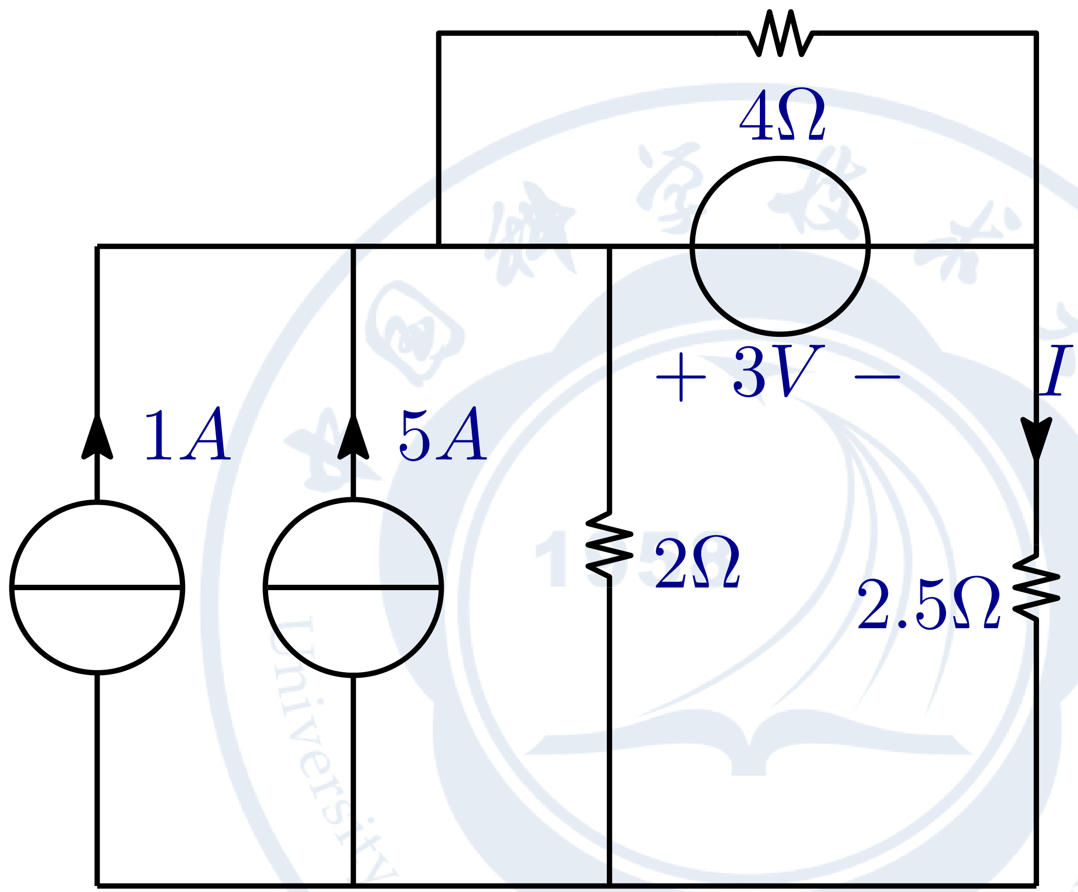


Fig. 6 含源支路等效变换举例

合并并联的电流源

含源支路的等效变换

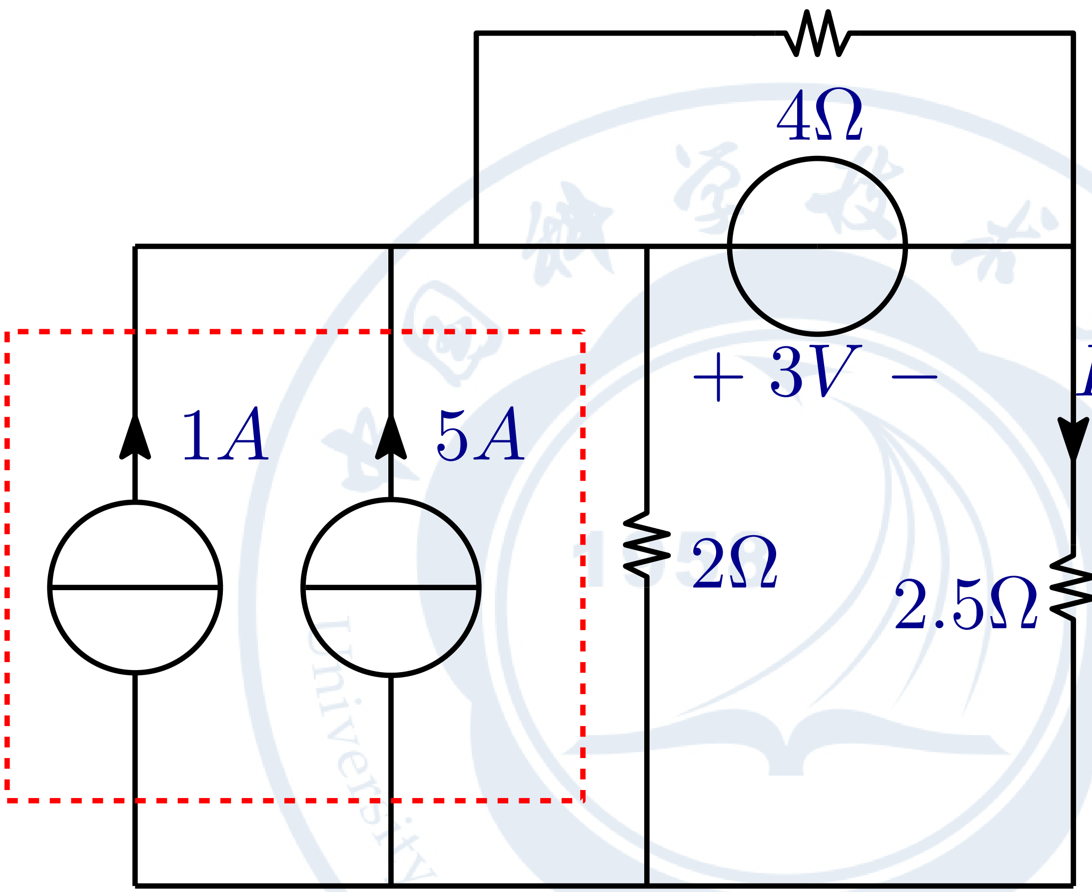


Fig. 6 含源支路等效变换举例

合并并联的电流源

含源支路的等效变换

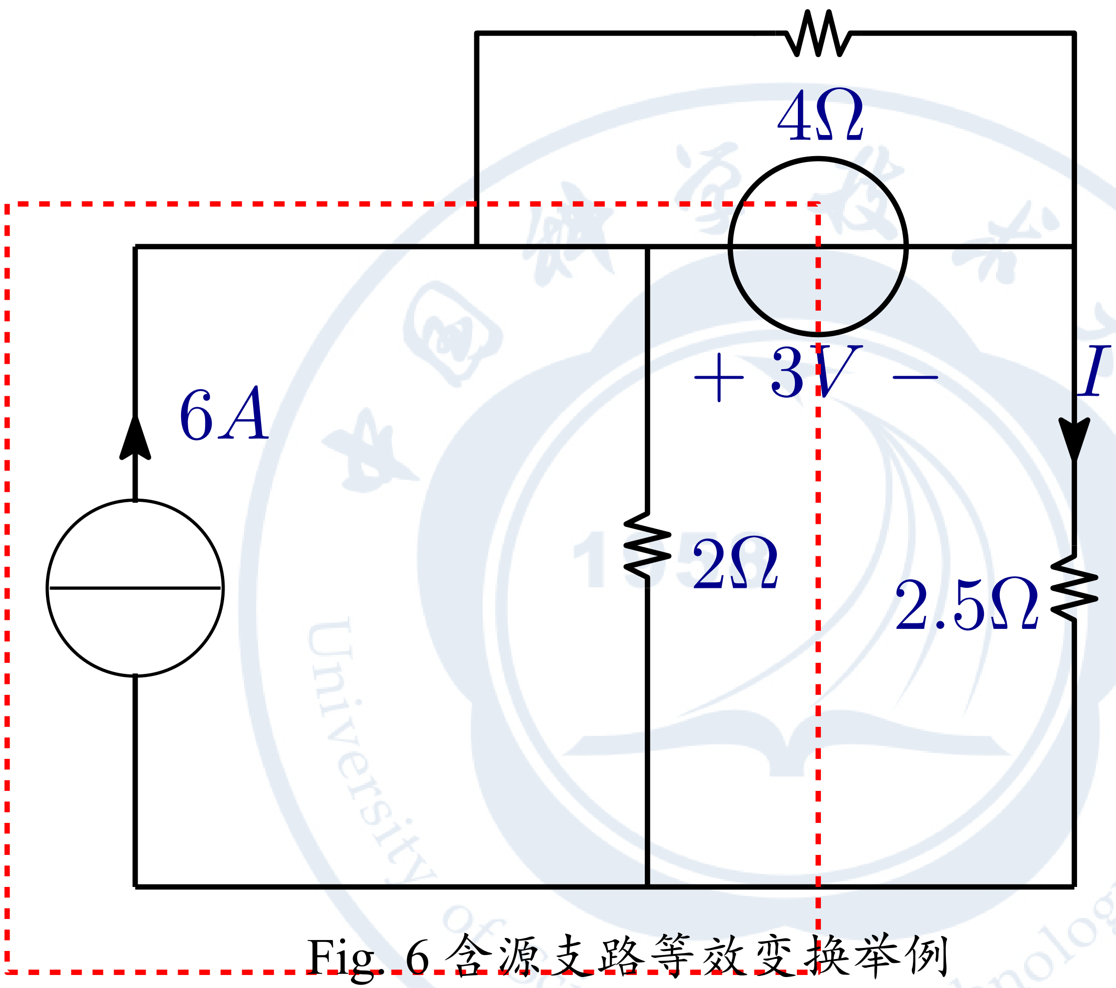


Fig. 6 含源支路等效变换举例

将诺顿电路转换给戴维南电路

含源支路的等效变换

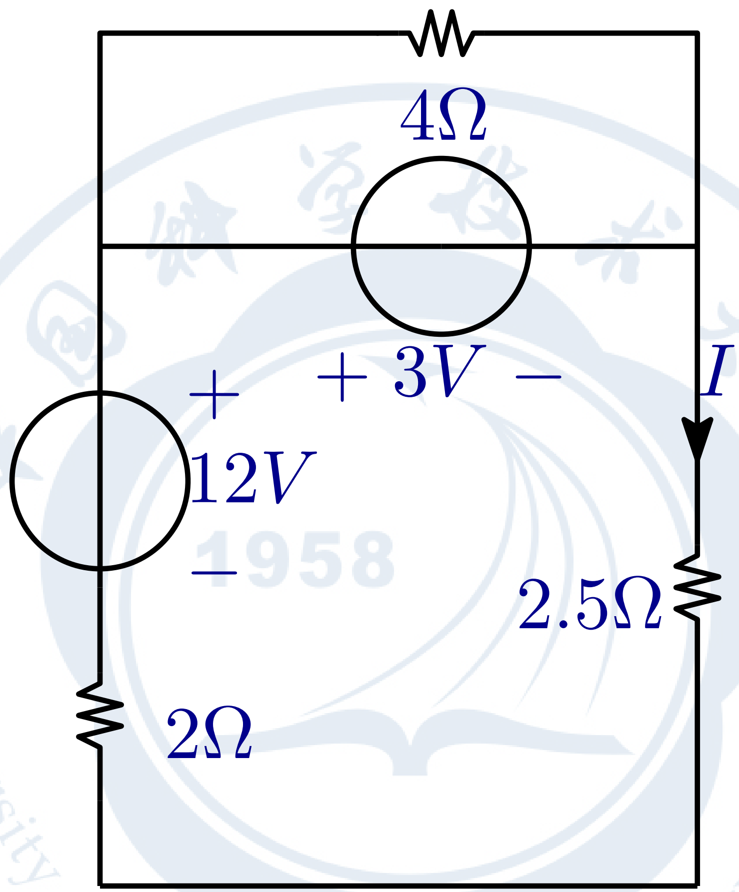


Fig. 6 含源支路等效变换举例

移除和独立电压源并联的电阻

含源支路的等效变换

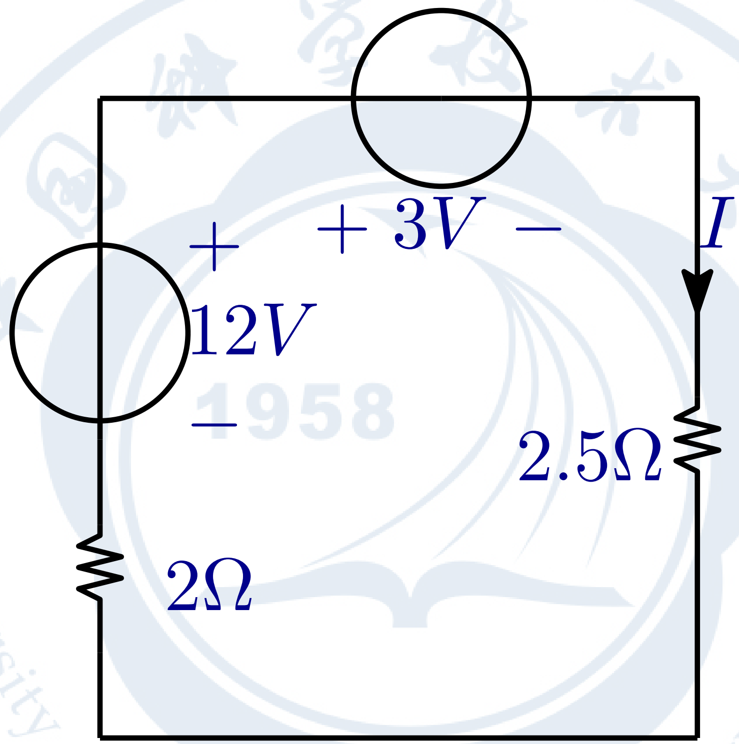


Fig. 6 含源支路等效变换举例

移除和独立电压源并联的电阻

含源支路的等效变换

.

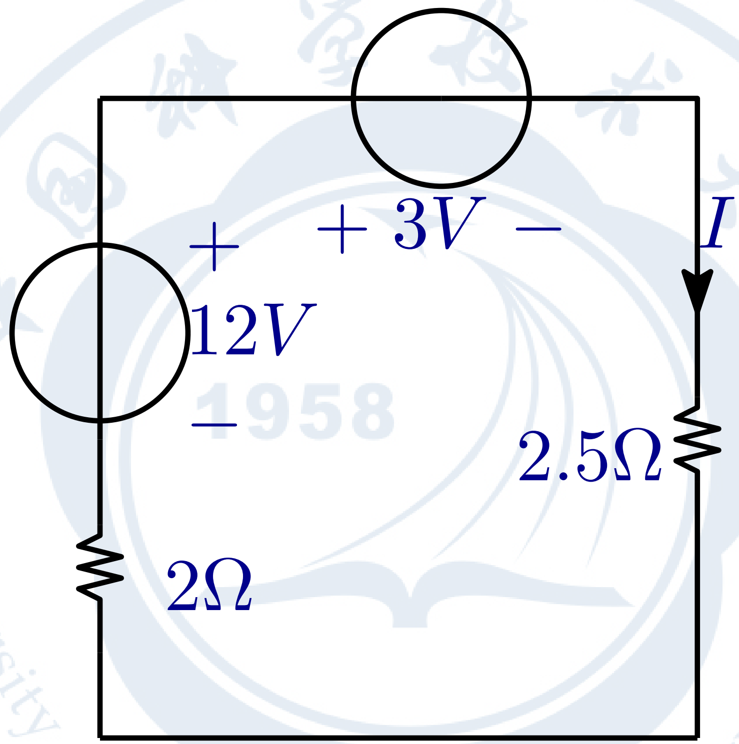


Fig. 6 含源支路等效变换举例

$$I = \frac{12V - 3V}{2\Omega + 2.5\Omega} = 2A$$

Y-Δ变换

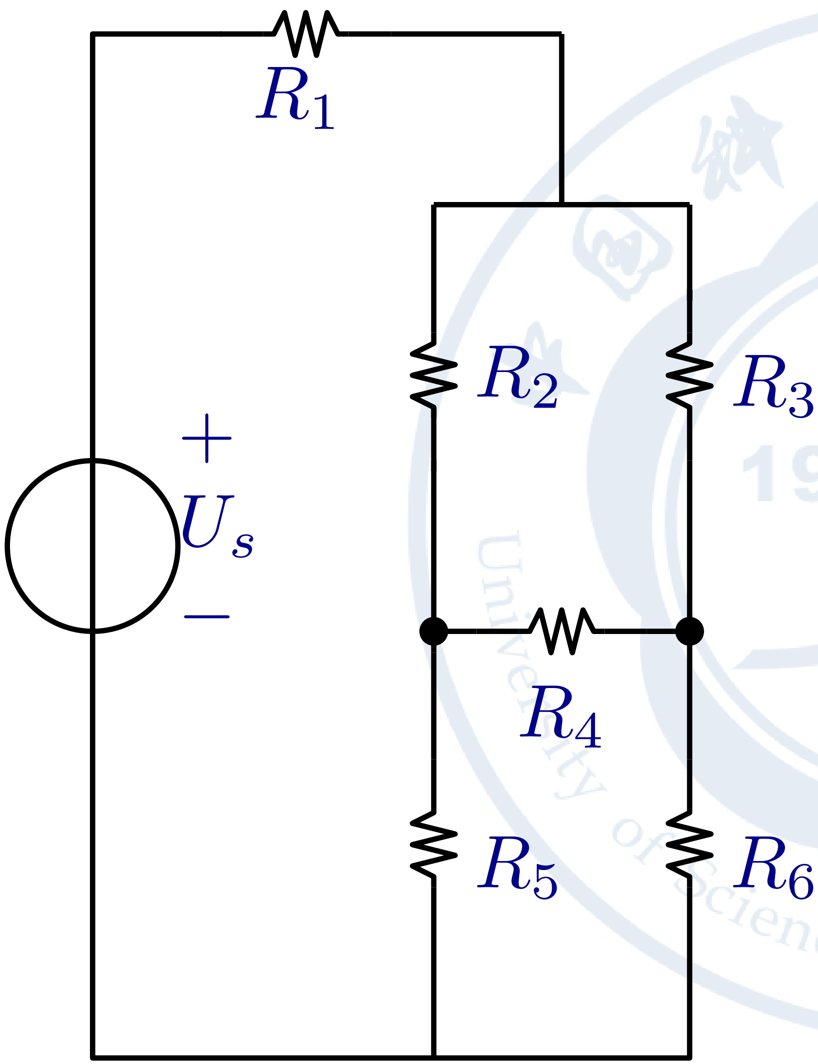


Fig. 7 经典电桥问题

电桥问题:

当 $\frac{R_2}{R_3} = \frac{R_5}{R_6}$ 为平衡电桥，求解相对容易和简单；

当 $\frac{R_2}{R_3} \neq \frac{R_5}{R_6}$ 时，本问题的求解非常困难。

Y-Δ变换

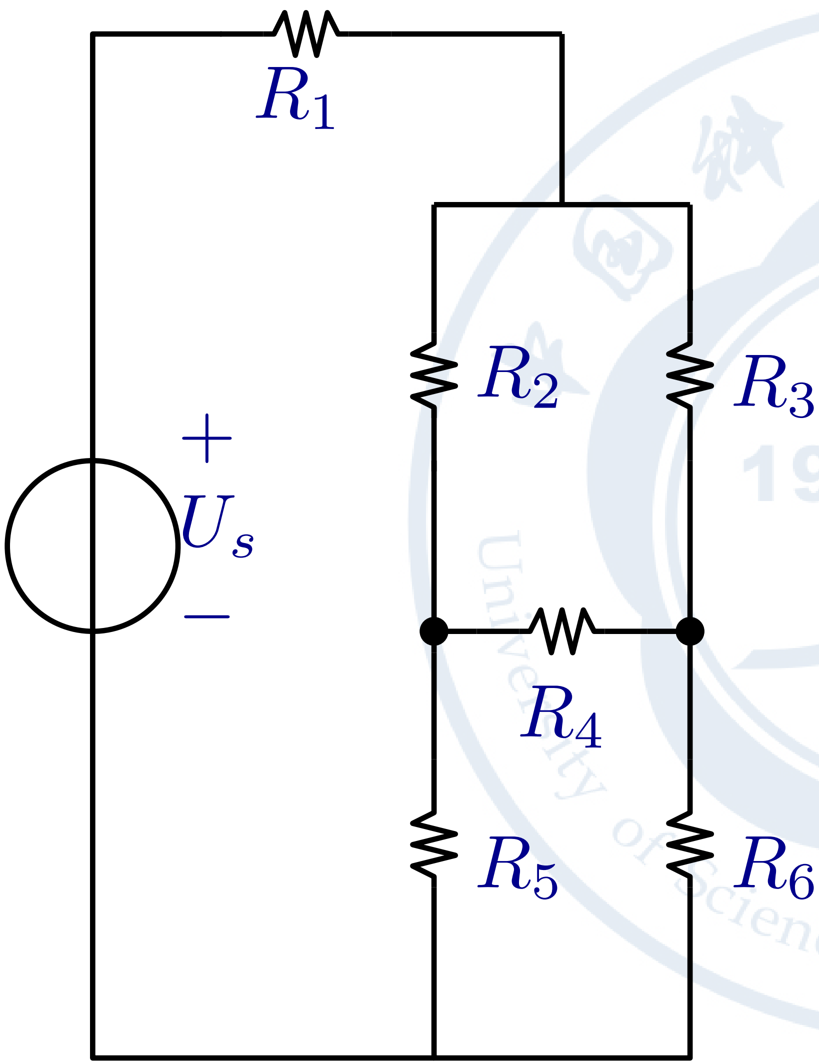
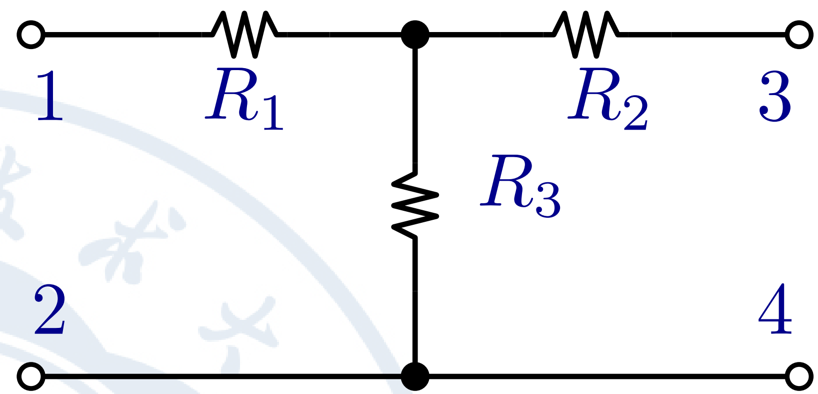


Fig. 7 经典电桥问题



Y(Wye)-T(Tee) network

Fig. 8 星形连接

Y-Δ变换

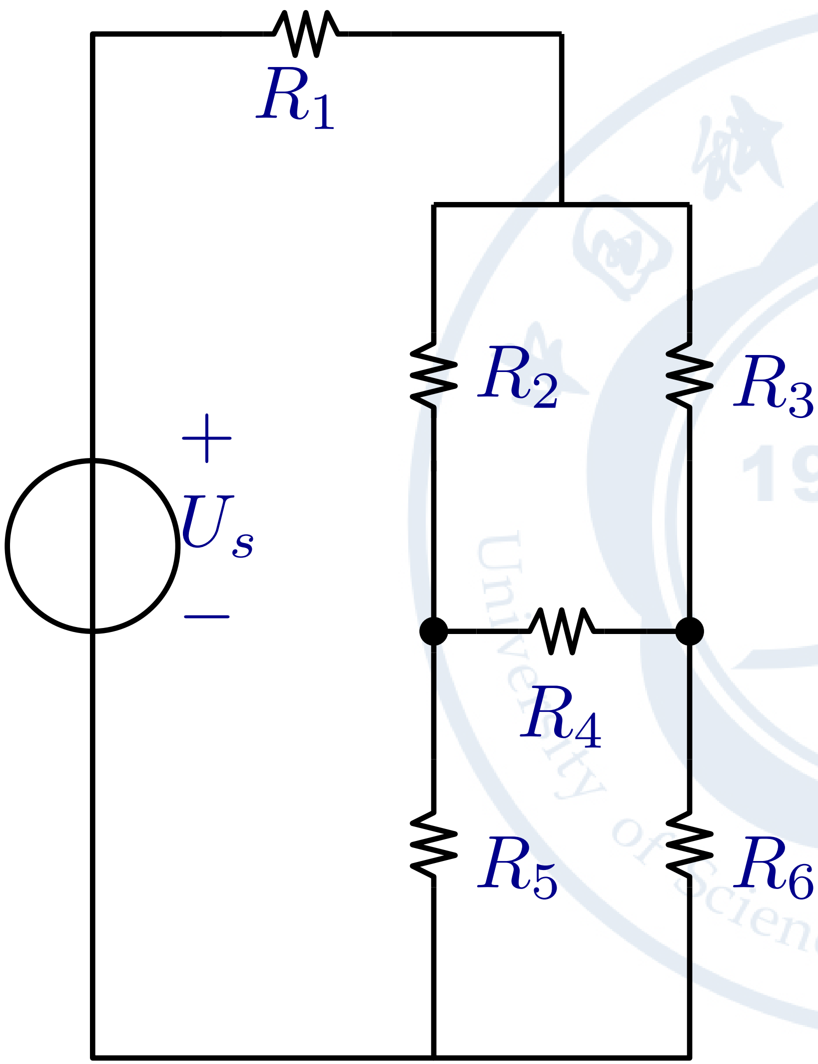
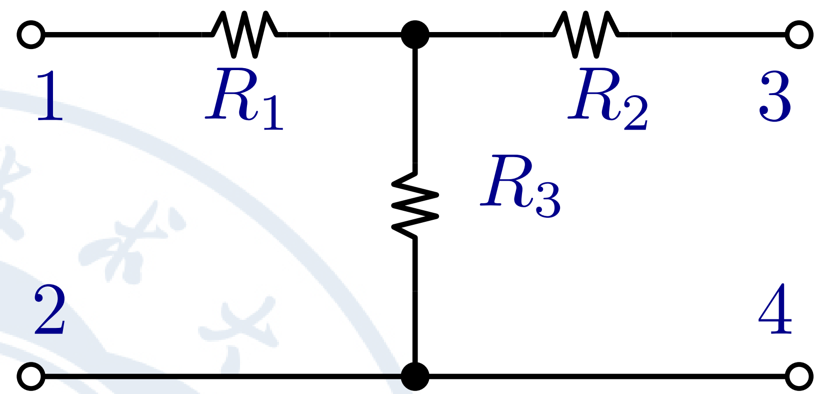
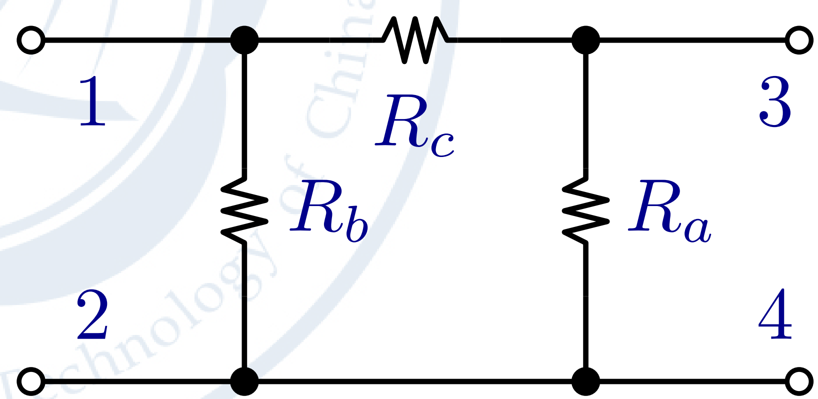


Fig. 7 经典电桥问题



Y(Wye)-T(Tee) network

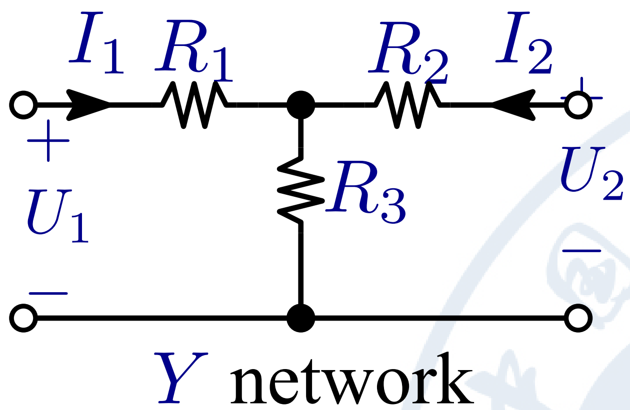
Fig. 8 星形连接



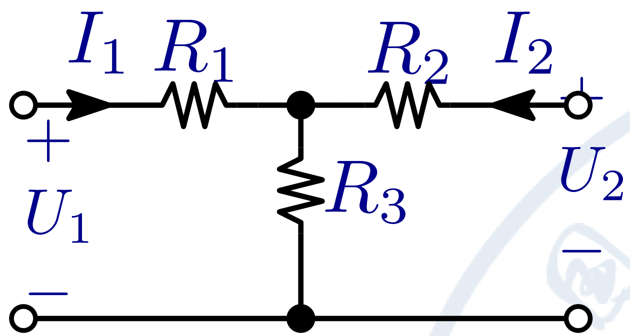
$\Delta(\prod)$ network

Fig. 9 Δ连接

Y-网络,Δ-网络电压电流方程



Y-网络,Δ-网络电压电流方程

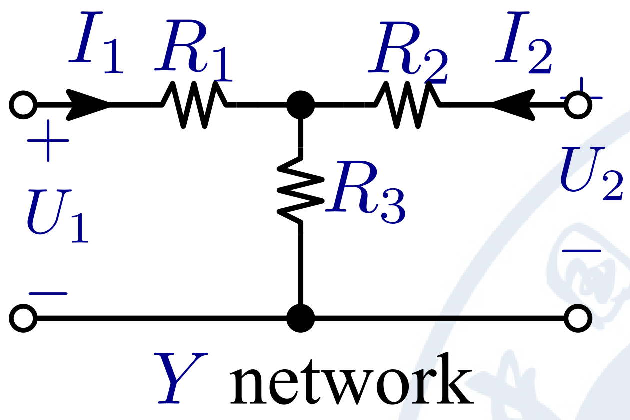


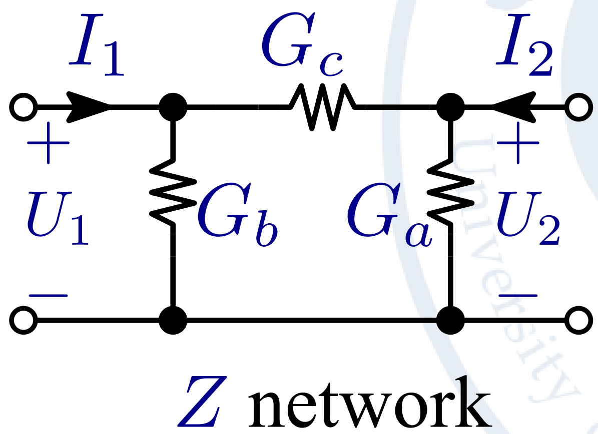
Y network

Y网络：利用 I_1和 I_2表征 U_1和 U_2

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Y-网络,Δ-网络电压电流方程

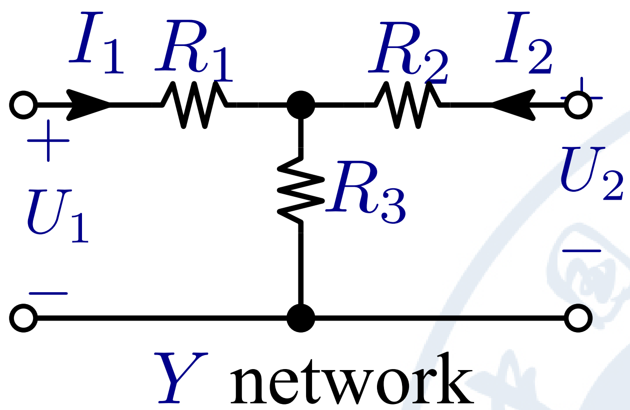


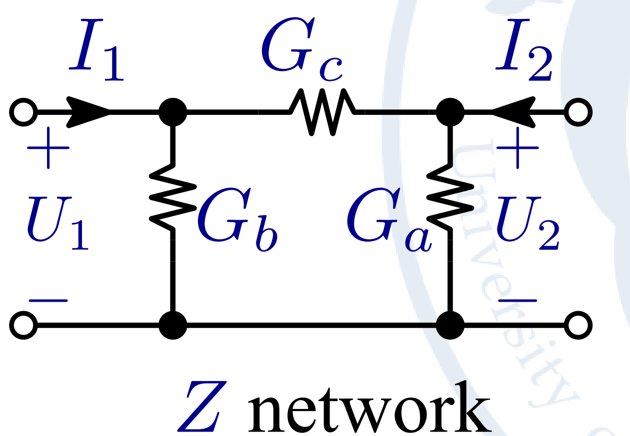


Y网络：利用 I_1和 I_2表征 U_1和 U_2

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Y-网络,Δ-网络电压电流方程





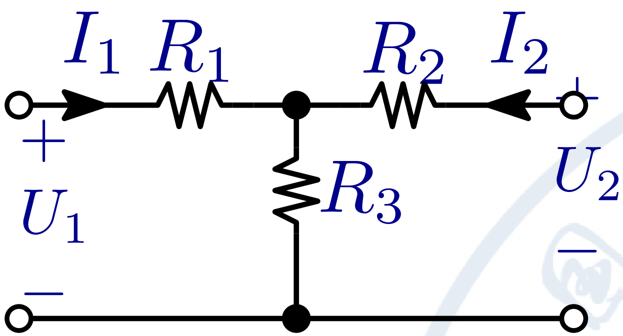
Y网络：利用 I_1和 I_2表征 U_1和 U_2

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

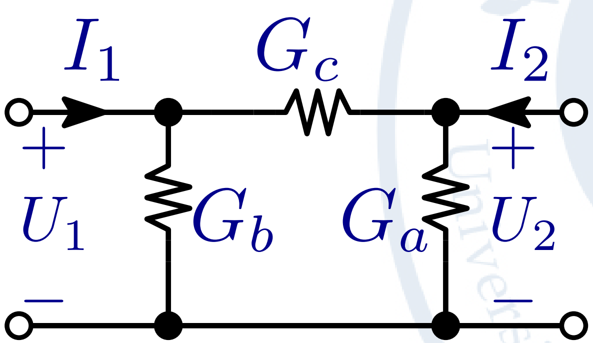
Δ网络：利用 U_1和 U_2表征 I_1和 I_2：

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_b + G_c & -G_c \\ -G_c & G_a + G_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

Y-网络,Δ-网络电压电流方程



Y network



Z network

Y网络：利用 I_1和 I_2表征 U_1和 U_2

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Δ网络：利用 U_1和 U_2表征 I_1和 I_2：

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_b + G_c & -G_c \\ -G_c & G_a + G_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

- 等价条件:

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_b + G_c & -G_c \\ -G_c & G_a + G_c \end{bmatrix}^{-1}$$

Y-Δ 网络等价条件

利用 $G_a = 1/R_a$,$G_b = 1/R_b$, $G_c = 1/R_c$代入前述表达式，我们可以得到新的等价条件：

Y-Δ 网络等价条件

利用 $G_a = 1/R_a$,$G_b = 1/R_b$, $G_c = 1/R_c$代入前述表达式，我们可以得到新的等价条件：

$$R_1 = \frac{R_a R_c}{R_a+R_b+R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_b R_c}{R_a+R_b+R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a+R_b+R_c}$$

Y-Δ 网络等价条件

利用 $G_a = 1/R_a$,$G_b = 1/R_b$, $G_c = 1/R_c$代入前述表达式，我们可以得到新的等价条件：

$$R_1 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

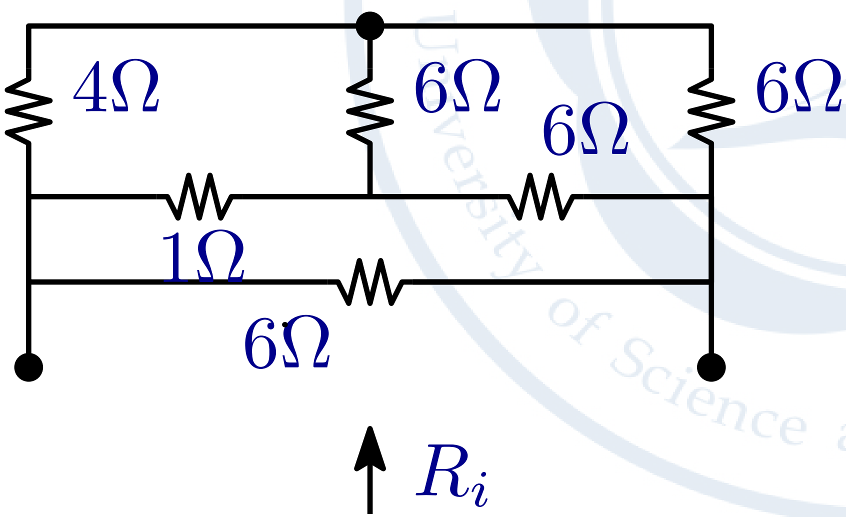
$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

特别地：　对称 Y 如果满足 $R_1 = R_2 = R_3 = R_Y$，对称 Δ网络满足 $R_a = R_b = R_c = R_\Delta$,此时等价条件转换为

$$R_Y = R_\Delta/3$$

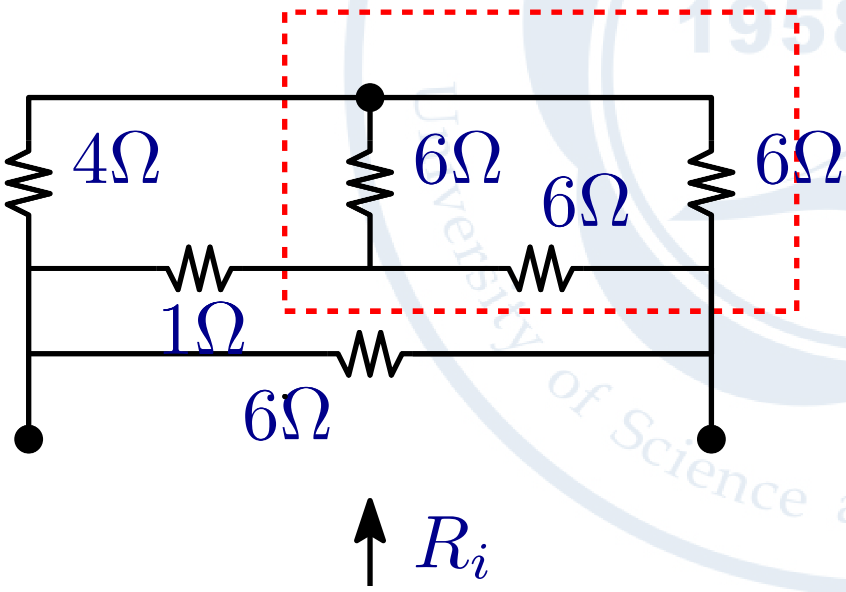
Y-Δ等价变换

将 Y 网络转换为 Δ 网络，节点数减少一个，网孔数目增加 1个；将 Δ 网络转换为 Y 网络，网孔数目少 1，节点数增加增加 1



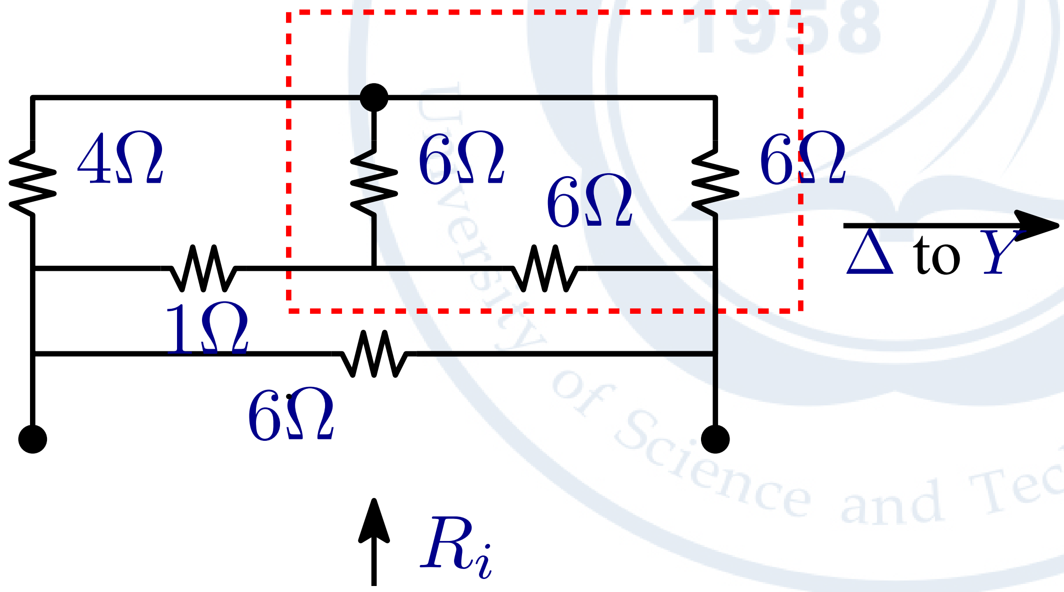
Y-Δ等价变换

将 Y 网络转换为 Δ 网络，节点数减少一个，网孔数目增加 1 个；将 Δ 网络转换为 Y 网络，网孔数目少 1，节点数增加增加 1



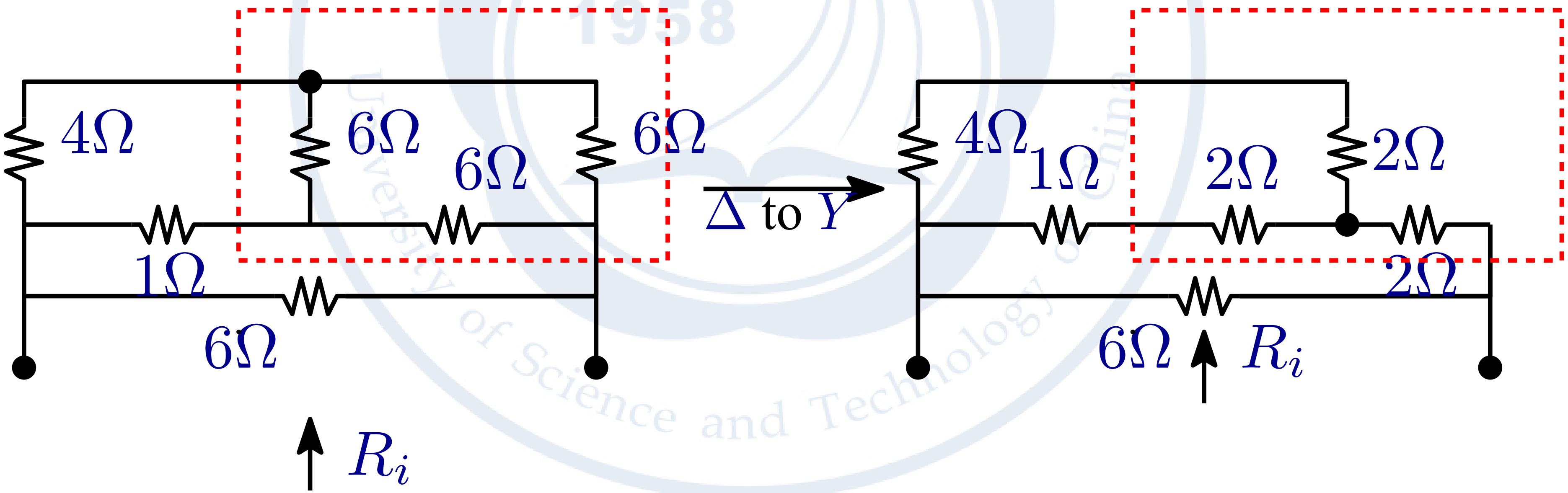
Y-Δ等价变换

将 Y 网络转换为 Δ 网络，节点数减少一个，网孔数目增加 1 个；将 Δ 网络转换为 Y 网络，网孔数目少 1，节点数增加增加 1

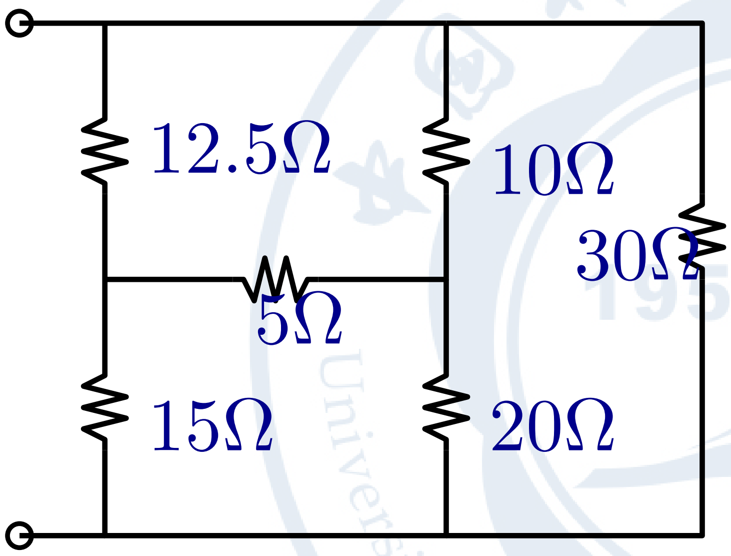


Y-Δ等价变换

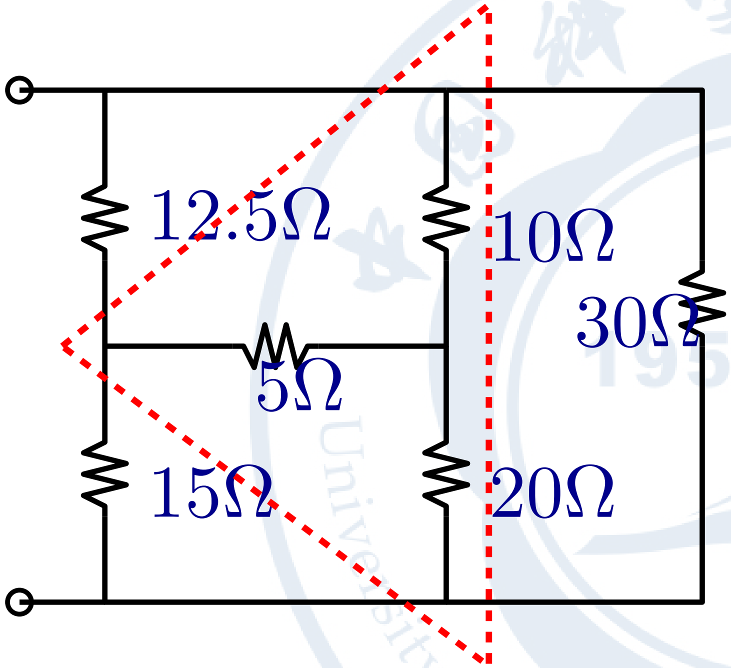
将 Y 网络转换为 Δ 网络，节点数减少一个，网孔数目增加 1个；将 Δ 网络转换为 Y 网络，网孔数目少 1，节点数增加增加 1



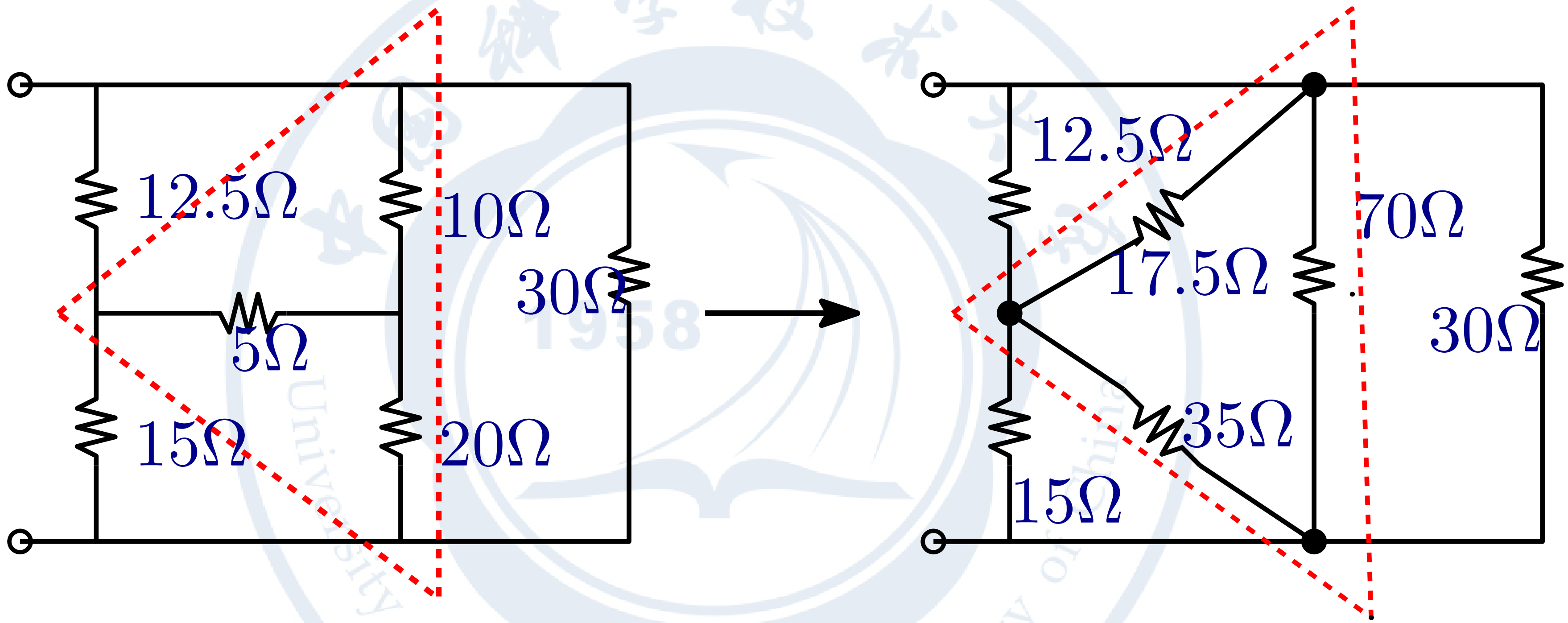
等价条件



等价条件



等价条件



电路等效变换总结

★ Y网络 $\longleftrightarrow$ Δ网络

★ 戴维南电路 $\longleftrightarrow$ 诺顿电路

上述方法可以简化部分电路求解过程，但是对于一般性复杂电路尚不能完全解决。我们需要寻找普适性的方法来解决一般性的电路问题。

线性直流电路的一般求解方法

■ 任何 n节点，b条支路和 m个网孔的的平面电路. m, b, n应当满足下述表达式：

$$m = b - n + 1.$$

可以选择出 $b - n + 1$个独立的 KVL 电路

线性直流电路的一般求解方法

- 任何 n节点，b条支路和 m个网孔的的平面电路. m, b, n应当满足下述表达式：

$$m = b - n + 1.$$

可以选择出 $b - n + 1$个独立的 KVL 电路

- 任何一个 n节点的电路，我们都可以利用 b个支路电流写出 $n - 1$个独立的 KCL的方程。

线性直流电路的一般求解方法

- 任何 n节点，b条支路和 m个网孔的的平面电路. m, b, n应当满足下述表达式：

$$m = b - n + 1.$$

可以选择出 $b - n + 1$个独立的 KVL 电路

- 任何一个 n节点的电路，我们都可以利用 b个支路电流写出 $n - 1$个独立的 KCL的方程。

- 支路 k电压电流关系 $f_k(u_k, i_k) = 0$，在线性直流电路中，该方程为线性方程。

电　阻 $U_k = R_k I_k$
电压源 $U_k = U_{k0}$
电流源 $I_k = I_{k0}$

线性直流电路的一般求解方法

- 任何 n节点，b条支路和 m个网孔的的平面电路. m, b, n应当满足下述表达式:

$$m = b - n + 1.$$

可以选择出 $b-n+1$个独立的 KVL 电路

- 任何一个 n节点的电路，我们都可以利用 b个支路电流写出 $n-1$个独立的 KCL的方程。
- 支路 k电压电流关系 $f_k(u_k, i_k) = 0$，在线性直流电路中，该方程为线性方程。

电　阻 $U_k = R_k I_k$

电压源 $U_k = U_{k0}$

电流源 $I_k = I_{k0}$

- b条支路，支路 k电压，电流分别为 $u_k, i_k (1 \leq k \leq b)$，一共有 $2b$个未知数,$2b$个线性代数方程，正好可以求解

支路电流法

方程求解复杂度和未知数个数的 3 次方成正比，如何有效的减小方程个数，降低电路求解复杂度非常重要

支路电压电流关系:

对于纯电压源支路和和电压源串联电阻支路，支路电压可以表征为 $U_k = U_{k0} + R_k I_k$, 电压 U_k 可以利用电流 I_k 通过线性函数表征。对于含电流源支路我们后续再给予讨论。

结论:

支路电压均可以用对应支路电流的线性函数表达。

对应 $b-n+1$ 个 KVL 方程，$n-1$ 个 KCL 方程，一共 b 个待求支路电流 $i_k, 1 \le k \le b$, 方程组可解。

该方法被称为**支路电流法**

支路电流法

方程求解复杂度和未知数个数的 3 次方成正比，如何有效的减小方程个数，降低电路求解复杂度非常重要

支路电压电流关系：

对于纯电压源支路和和电压源串联电阻支路，支路电压可以表征为 $U_k = U_{k0} + R_k I_k$, 电压 U_k 可以利用电流 I_k 通过线性函数表征。对于含电流源支路我们后续再给予讨论。

这个假设其实有问题，思考何时不成立，该怎么应对

结论：

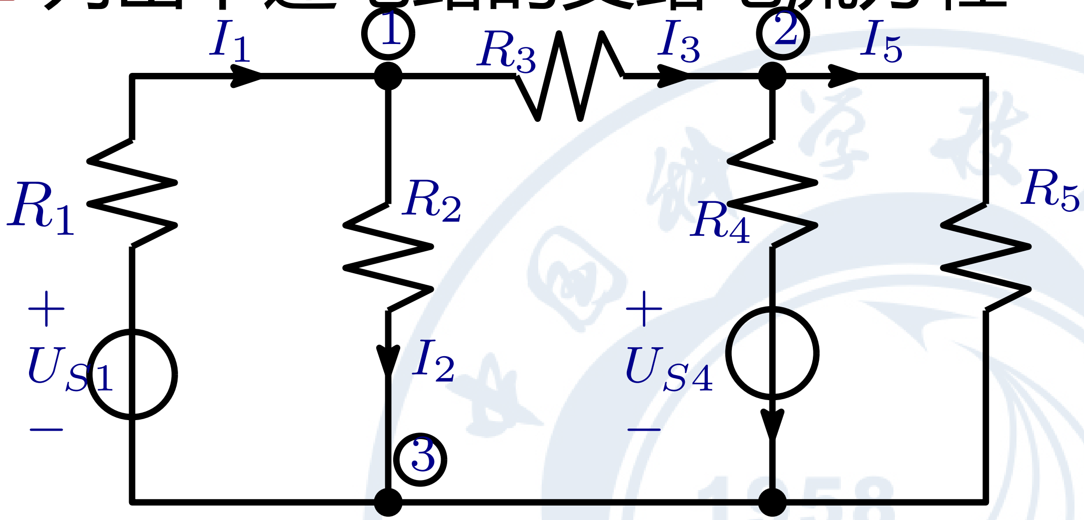
支路电压均可以用对应支路电流的线性函数表达。

对应 $b-n+1$ 个 KVL 方程，$n-1$ 个 KCL 方程，一共 b 个待求支路电流 $i_k, 1 \le k \le b$, 方程组可解。

该方法被称为**支路电流法**

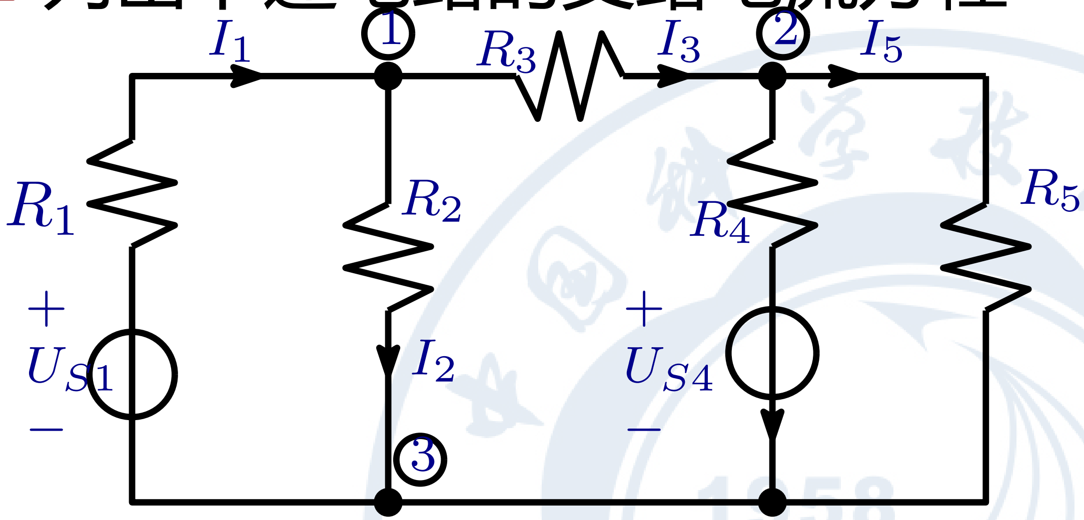
支路电流法举例

- 列出下述电路的支路电流方程



支路电流法举例

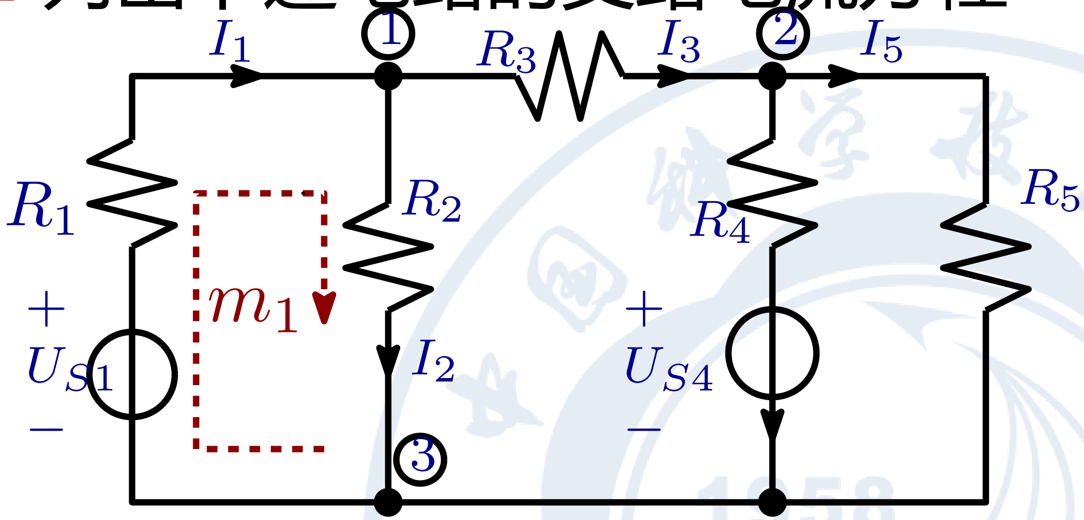
- 列出下述电路的支路电流方程



- 节点数 $n = 3$,KCL 方程 $n - 1 = 2$个；支路数 $b = 5$, 独立回路数目 $b - n + 1 = 3$个

支路电流法举例

- 列出下述电路的支路电流方程

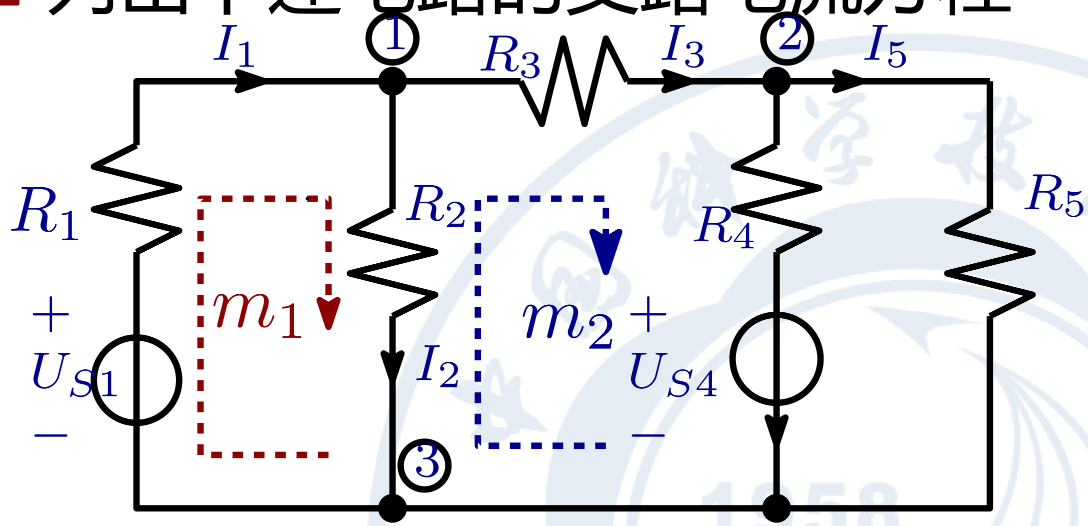


- 节点数 $n = 3$,KCL 方程 $n - 1 = 2$个；支路数 $b = 5$, 独立回路数目 $b - n + 1 = 3$个

  - 回路 1: $R_1 I_1 + I_2 R_2 = U_{S1}$

支路电流法举例

■ 列出下述电路的支路电流方程



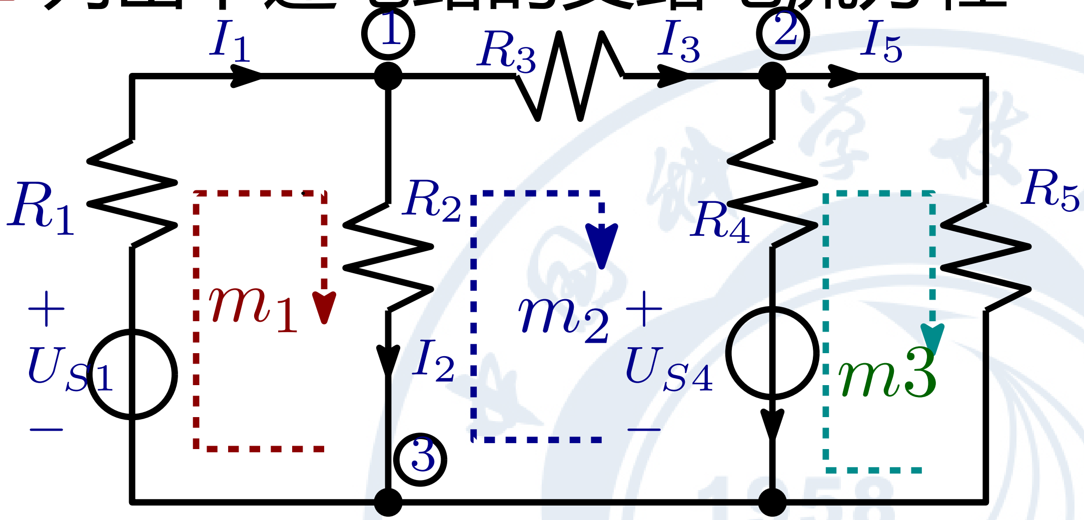
■ 节点数 $n = 3$,KCL 方程 $n - 1 = 2$个；支路数 $b = 5$, 独立回路数目 $b - n + 1 = 3$个

◇ 回路 1: $R_1 I_1 + I_2 R_2 = U_{S1}$

◇ 回路 2: $-I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4 = -U_{S4}$

支路电流法举例

- 列出下述电路的支路电流方程

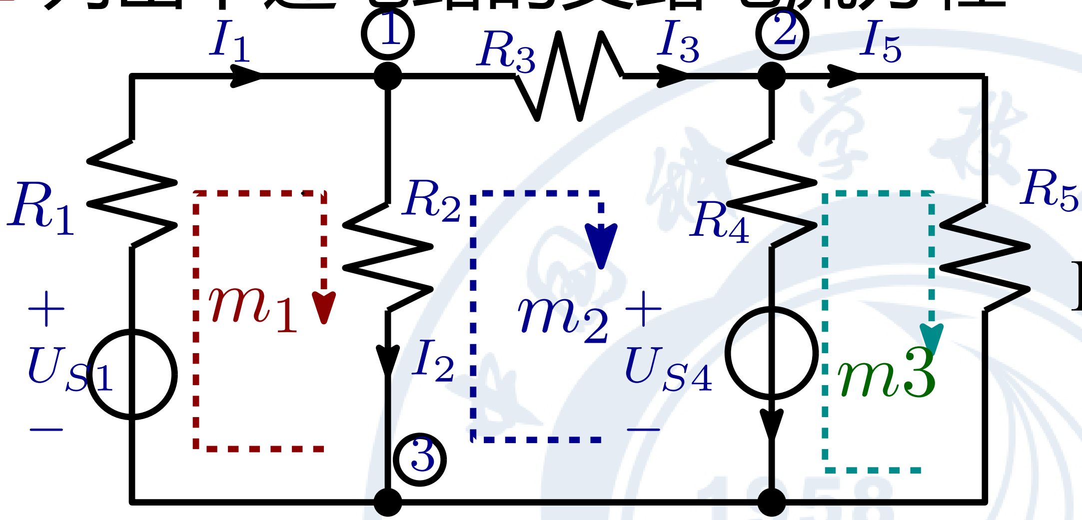


- 节点数 $n=3$,KCL 方程 $n-1=2$个；支路数 $b=5$, 独立回路数目 $b-n+1=3$个

  - ◇ 回路 1: $R_1I_1+I_2R_2=U_{S1}$
  - ◇ 回路 2: $-I_2R_2+I_3R_3+I_4R_4=-U_{S4}$
  - ◇ 回路 3: $-I_4R_4+I_5R_5=U_{S4}$

支路电流法举例

■ 列出下述电路的支路电流方程



KCL@n1: $-I_1 + I_2 + I_3 = 0$

■ 节点数 $n = 3$,KCL 方程 $n - 1 = 2$个；支路数 $b = 5$, 独立回路数目 $b - n + 1 = 3$个

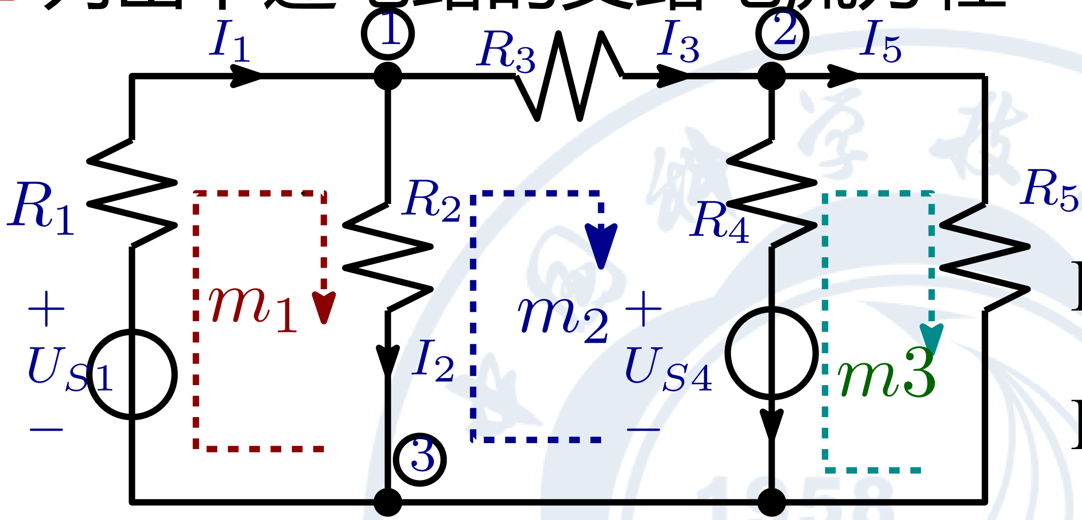
◇ 回路 1: $R_1 I_1 + I_2 R_2 = U_{S1}$

◇ 回路 2: $-I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4 = -U_{S4}$

◇ 回路 3: $-I_4 R_4 + I_5 R_5 = U_{S4}$

支路电流法举例

- 列出下述电路的支路电流方程



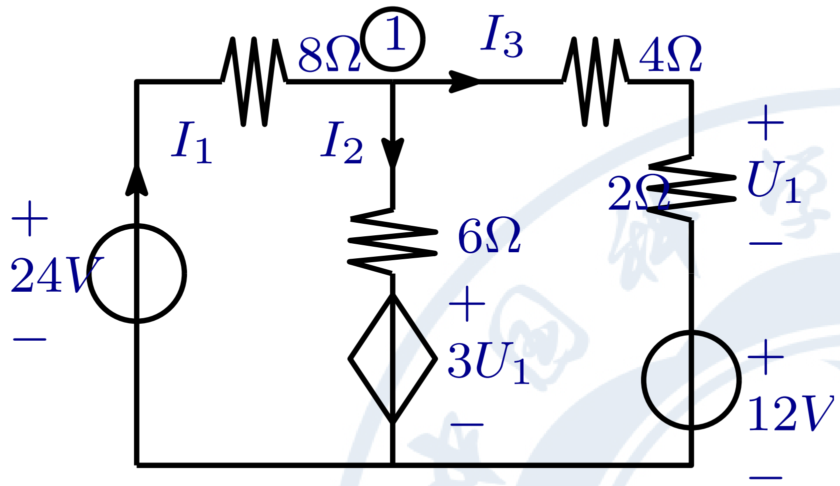
KCL@n1: $-I_1 + I_2 + I_3 = 0$

KCL@n2: $-I_3 + I_4 + I_5 = 0$

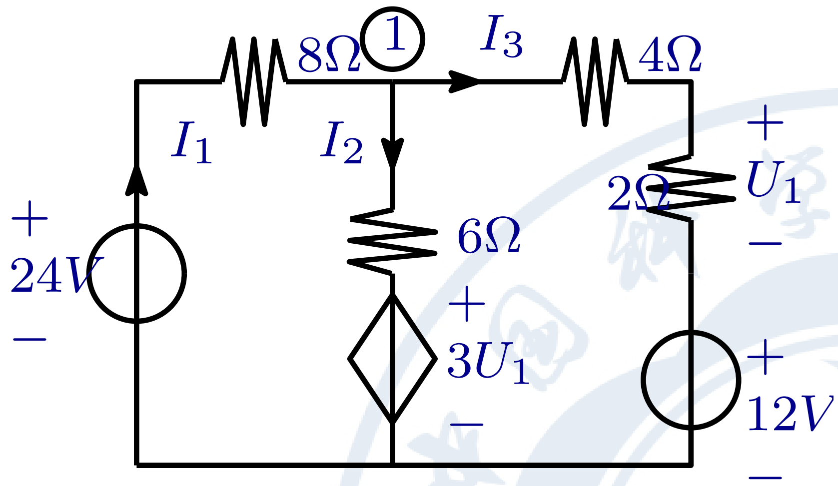
- 节点数 $n = 3$,KCL 方程 $n - 1 = 2$个；支路数 $b = 5$, 独立回路数目 $b - n + 1 = 3$个

  - ◇ 回路 1: $R_1 I_1 + I_2 R_2 = U_{S1}$
  - ◇ 回路 2: $-I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4 = -U_{S4}$
  - ◇ 回路 3: $-I_4 R_4 + I_5 R_5 = U_{S4}$

含受控源的支路电流法

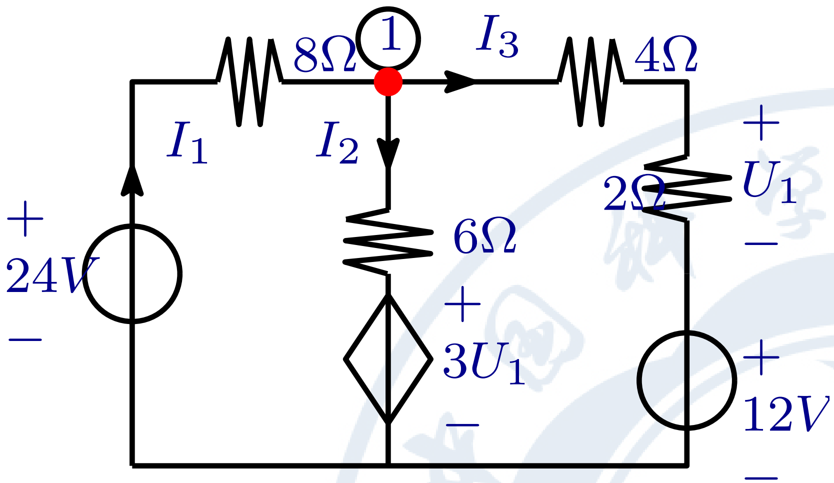


含受控源的支路电流法



一共 $b=3$条支路，$n=2$节点，所以独立 KCL 方程 1 个，独立 KVL 方程 $b-n+1=2$ 个。

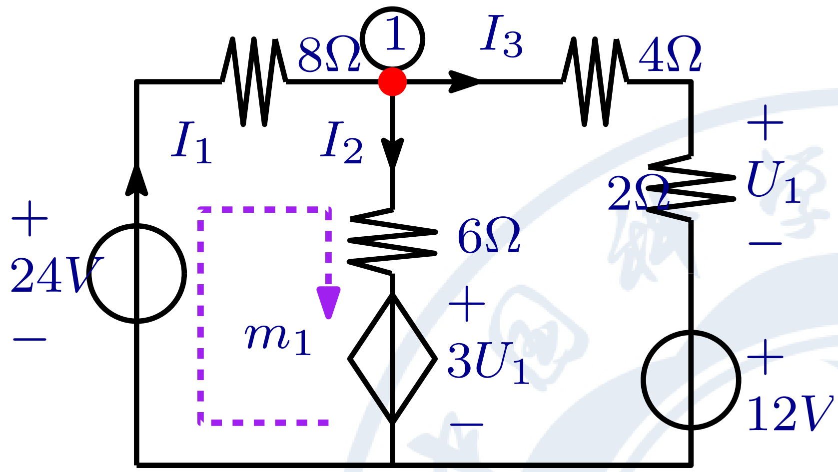
含受控源的支路电流法



一共 $b=3$条支路，$n=2$节点，所以独立 KCL 方程 1 个，独立 KVL 方程 $b-n+1=2$ 个。

◇ KCL@n1:$-I_1+I_2+I_3=0$

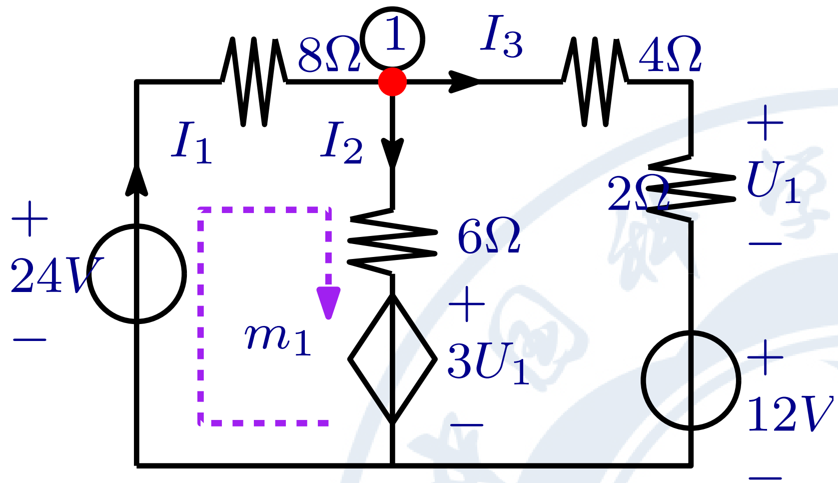
含受控源的支路电流法



一共 $b=3$条支路，$n=2$节点，所以独立 KCL 方程 1 个，独立 KVL 方程 $b-n+1=2$ 个。

◇ KCL@n1:$-I_1+I_2+I_3=0$

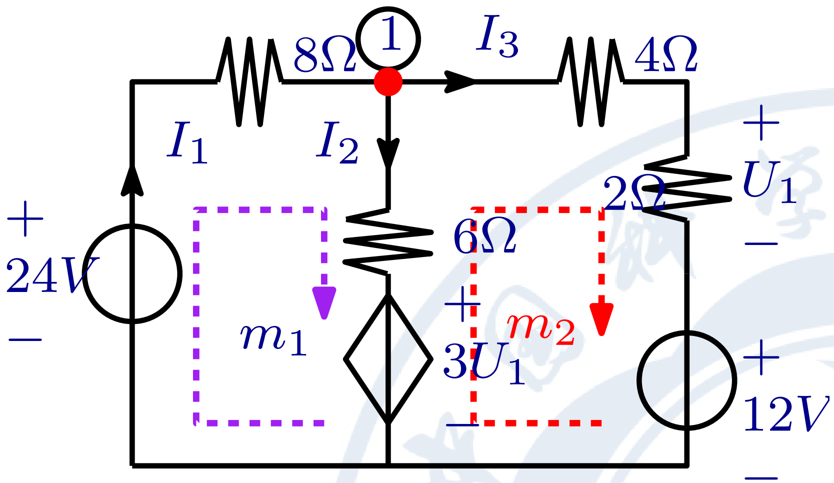
含受控源的支路电流法



一共 $b=3$条支路，$n=2$节点，所以独立 KCL 方程 1 个，独立 KVL 方程 $b-n+1=2$ 个。

- ◇ KCL@n1:$-I_1+I_2+I_3=0$
- ◇ 网孔 m_1 KVL: $I_1\times 8\Omega+I_2\times 6\Omega=24V-3U_1$

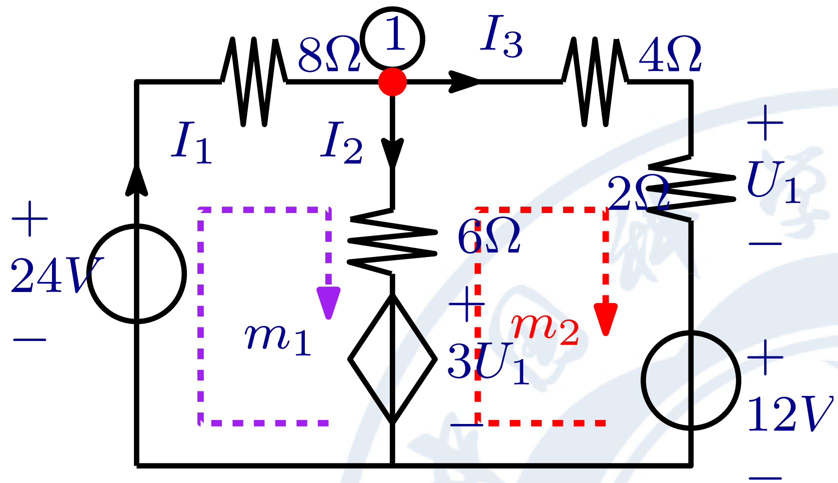
含受控源的支路电流法



一共 $b = 3$条支路，$n = 2$节点，所以独立 KCL 方程 1 个，独立 KVL 方程 $b - n + 1 = 2$ 个。

- KCL@n1:$-I_1 + I_2 + I_3 = 0$
- 网孔 m_1 KVL: $I_1 \times 8\Omega + I_2 \times 6\Omega = 24V - 3U_1$

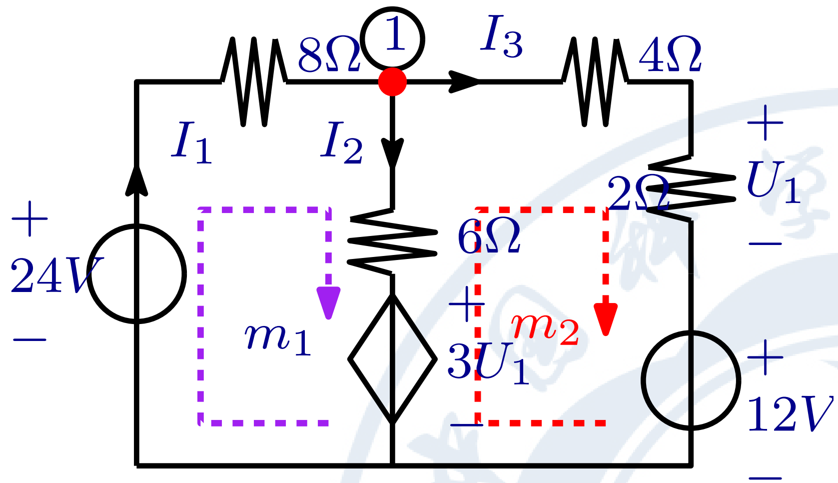
含受控源的支路电流法



一共 $b=3$条支路，$n=2$节点，所以独立 KCL 方程 1 个，独立 KVL 方程 $b-n+1=2$ 个。

- KCL@n1:$-I_1+I_2+I_3=0$
- 网孔 m_1 KVL: $I_1\times 8\Omega+I_2\times 6\Omega=24V-3U_1$
- 网孔 m_2 KVL : $-6\times I_2+6\Omega\times I_3=3U_1-12V$

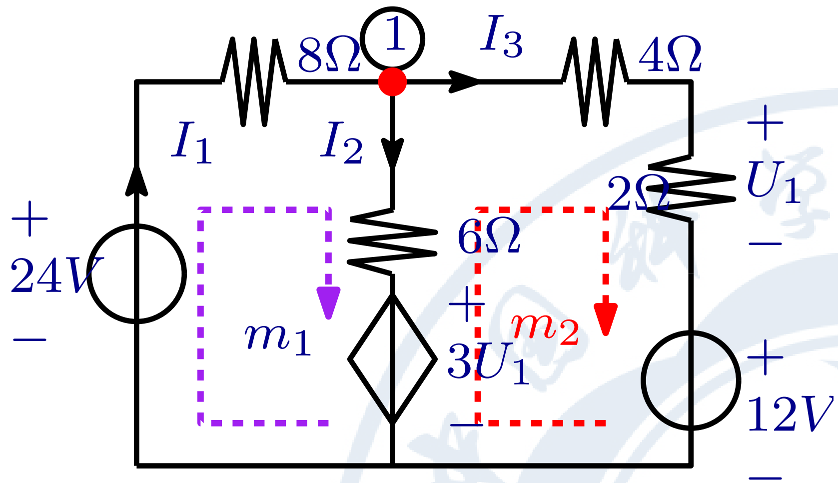
含受控源的支路电流法



一共 $b=3$条支路，$n=2$节点，所以独立 KCL 方程 1 个，独立 KVL 方程 $b-n+1=2$ 个。

- KCL@n1:$-I_1+I_2+I_3=0$
- 网孔 m_1 KVL: $I_1\times 8\Omega+I_2\times 6\Omega=24V-3U_1$
- 网孔 m_2 KVL : $-6\times I_2+6\Omega\times I_3=3U_1-12V$
- 控制信号：$U_1=2\Omega\times I_3$

含受控源的支路电流法



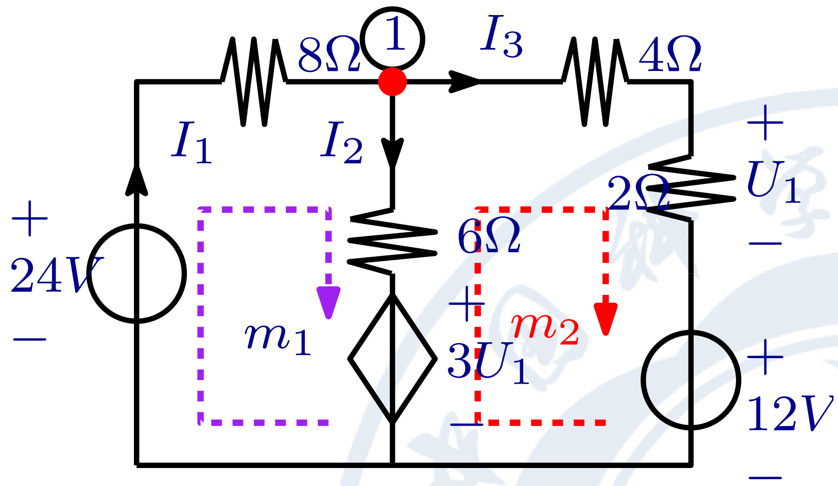
一共 $b = 3$ 条支路，$n = 2$ 节点，所以独立 KCL 方程 1 个，独立 KVL 方程 $b - n + 1 = 2$ 个。

- KCL@n1: $-I_1 + I_2 + I_3 = 0$
- 网孔 m_1 KVL: $I_1 \times 8\Omega + I_2 \times 6\Omega = 24V - 3U_1$
- 网孔 m_2 KVL : $-6 \times I_2 + 6\Omega \times I_3 = 3U_1 - 12V$
- 控制信号: $U_1 = 2\Omega \times I_3$

将控制信号表达式带入 KVL，写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 8 & 6 & 6 \\ 0 & -6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 24 \\ -12 \end{bmatrix}$$

含受控源的支路电流法



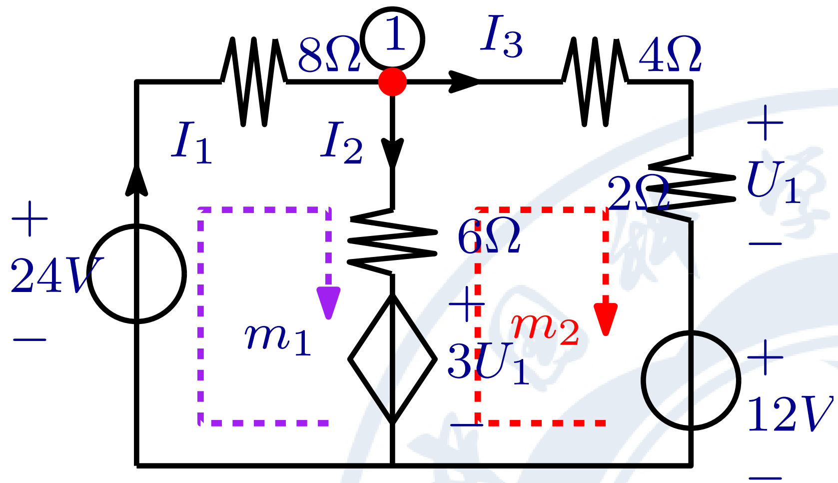
一共 $b=3$条支路，$n=2$节点，所以独立 KCL 方程 1 个，独立 KVL 方程 $b-n+1=2$ 个。

- KCL@n1:$-I_1+I_2+I_3=0$
- 网孔 m_1 KVL: $I_1\times 8\Omega+I_2\times 6\Omega=24V-3U_1$
- 网孔 m_2 KVL : $-6\times I_2+6\Omega\times I_3=3U_1-12V$
- 控制信号：$U_1=2\Omega\times I_3$

将控制信号表达式带入KVL，写成矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 8 & 6 & 6 \\ 0 & -6 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 24 \\ -12 \end{bmatrix}\longrightarrow\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 12/7A \\ 2A \\ -2/7A \end{bmatrix}$$

含受控源的支路电流法



一共 $b=3$条支路，$n=2$节点，所以独立 KCL 方程 1 个，独立 KVL 方程 $b-n+1=2$ 个。

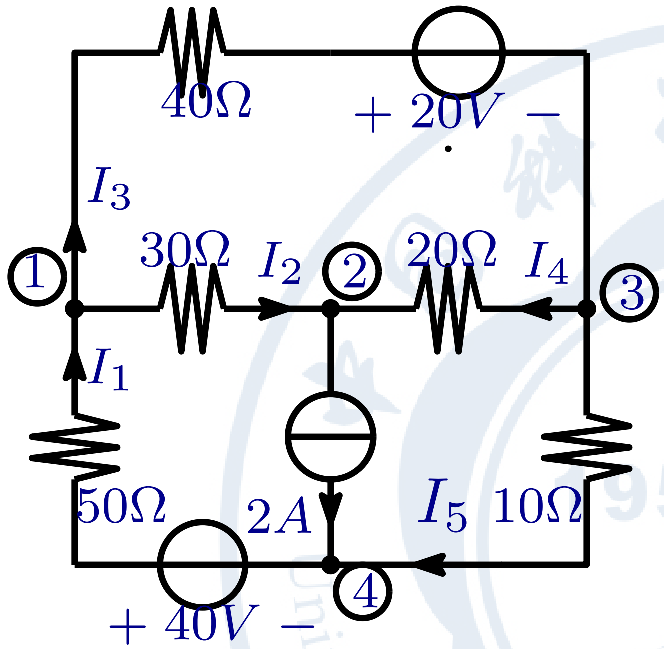
- KCL@n1:$-I_1+I_2+I_3=0$
- 网孔 m_1 KVL: $I_1\times 8\Omega+I_2\times 6\Omega=24V-3U_1$
- 网孔 m_2 KVL : $-6\times I_2+6\Omega\times I_3=3U_1-12V$
- 控制信号：$U_1=2\Omega\times I_3$

将控制信号表达式带入KVL，写成矩阵形式：

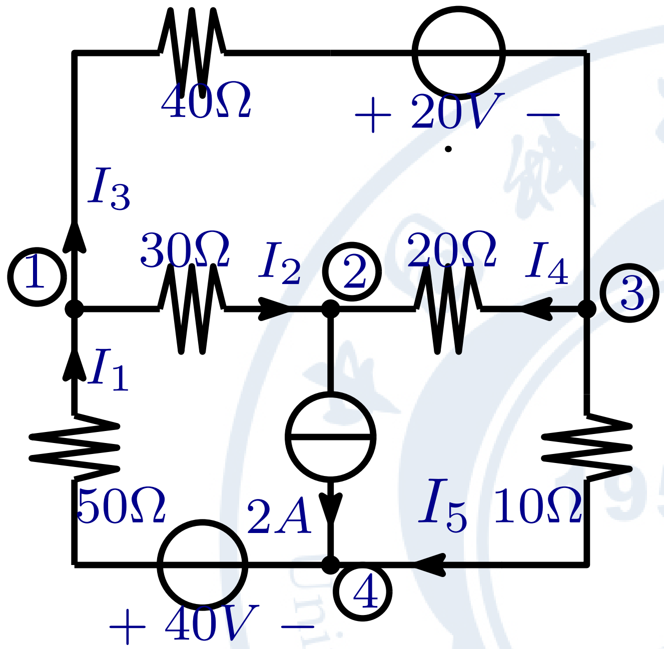
$$\begin{bmatrix}-1 & 1 & 1\\ 8 & 6 & 6\\ 0 & -6 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_1\\ I_2\\ I_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 24\\ -12\end{bmatrix}\longrightarrow\begin{bmatrix}I_1\\ I_2\\ I_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12/7A\\ 2A\\ -2/7A\end{bmatrix}$$

受控电压源的处理方法，将其看作独立源，利用支路电流表达控制信号，将其代入到原方程即可求解。

含电流源电路求解

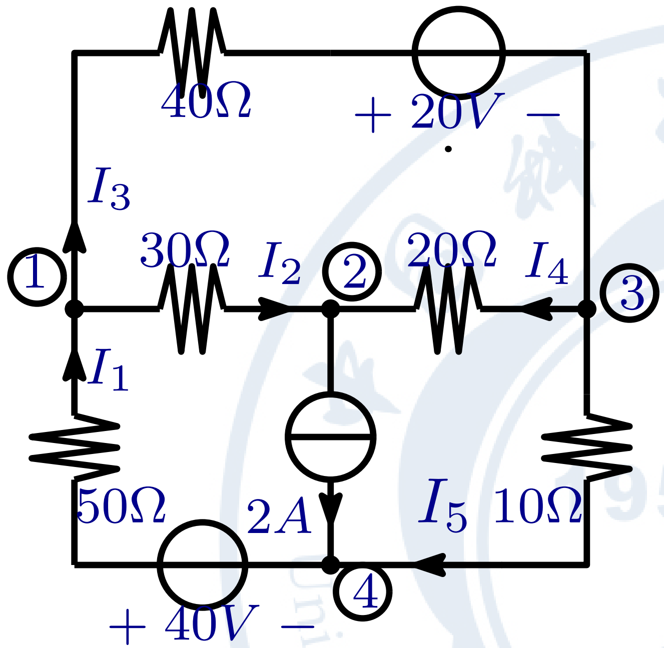


含电流源电路求解



含电流源支路 k，电压 u_k无法利用电流 i_k来直接表征.

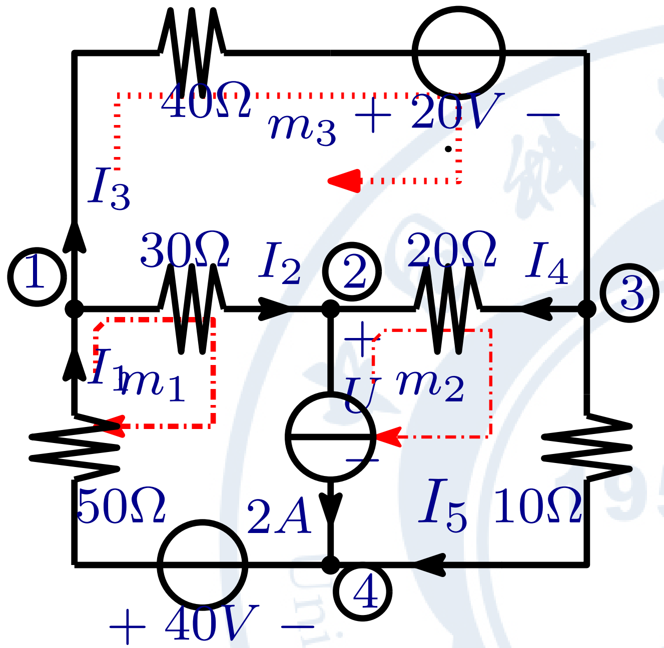
含电流源电路求解



含电流源支路 k，电压 u_k无法利用电流 i_k来直接表征.

■ **思路** 1: 本支路 i_k不再是未知数（电流源电流确定），直接保留 KVL 方程中的 u_k作为未知数，仍然是 b个未知数，b个方程。

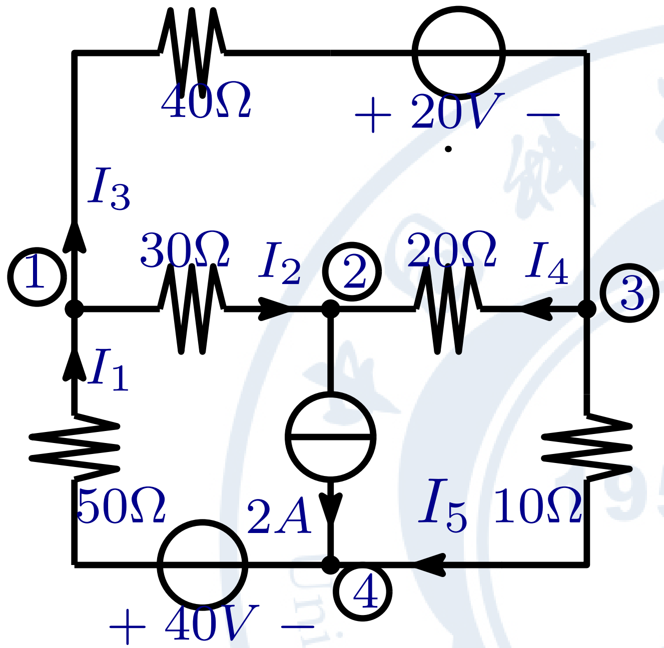
含电流源电路求解



含电流源支路 k，电压 u_k无法利用电流 i_k来直接表征.

■ **思路** 1: 本支路 i_k不再是未知数（电流源电流确定），直接保留 KVL 方程中的 u_k作为未知数，仍然是 b个未知数，b个方程。

含电流源电路求解

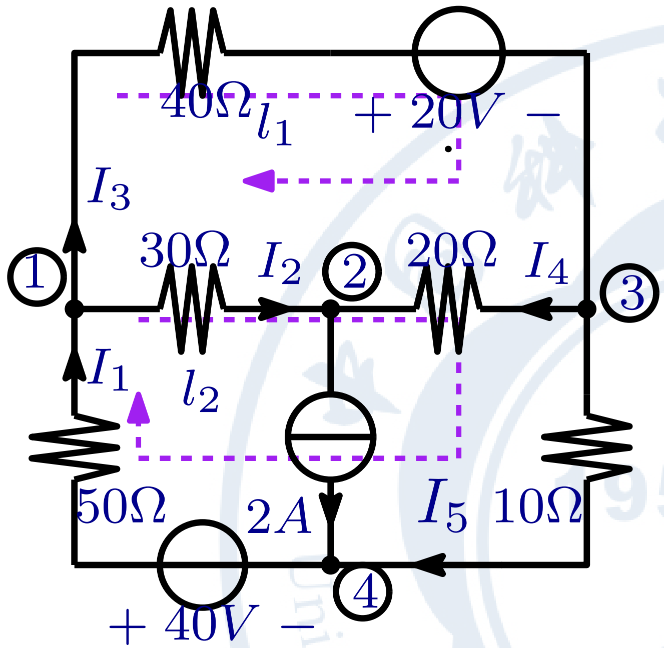


含电流源支路 k，电压 u_k无法利用电流 i_k来直接表征.

■ 思路 1: 本支路 i_k不再是未知数（电流源电流确定），直接保留 KVL 方程中的 u_k作为未知数，仍然是 b个未知数，b个方程。

■ 思路 2：因为 i_k已知，我们可以减少一个方程（KCL or KVL)。注意到 u_k无法得到，原有的涉及到 u_k的回路无法利用 KVL，此时最多可利用 $i_k, 1 \leq k \leq b$写出 $b-n$个 KVL 方程。

含电流源电路求解



含电流源支路 k，电压 u_k无法利用电流 i_k来直接表征.

■ **思路** 1: 本支路 i_k不再是未知数（电流源电流确定），直接保留 KVL 方程中的 u_k作为未知数，仍然是 b个未知数，b个方程。

■ **思路** 2：因为 i_k已知，我们可以减少一个方程（KCL or KVL)。注意到 u_k无法得到，原有的涉及到 u_k的回路无法利用 KVL，此时最多可利用 $i_k, 1 \leq k \leq b$写出 $b-n$个 KVL 方程。

支路电流法简单总结

★ $b - n + 1$个 KVL 方程

$$\sum_{k \in \text{loop } l} u_k = 0$$

支路电流法简单总结

★ $b-n+1$个 KVL 方程

$$\sum_{k \in \text{loop } l} u_k = 0$$

★ $n-1$个 KCL 方程

$$\sum_{k\text{连接节点}n} i_k = 0$$

支路电流法简单总结

★ $b-n+1$个 KVL 方程

$$\sum_{k\in \text{loop } l} u_k = 0$$

★ $n-1$个 KCL 方程

$$\sum_{k\text{连接节点}n} i_k = 0$$

★ 支路电压电流关系 $u_k = f(i_k) = u_{k0} + R_k i_k$

支路电流法简单总结

★ $b-n+1$个 KVL 方程

$$\sum_{k\in \text{loop } l} u_k = 0$$

★ $n-1$个 KCL 方程

$$\sum_{k\text{连接节点}n} i_k = 0$$

★ 支路电压电流关系 $u_k = f(i_k) = u_{k0} + R_k i_k$

◇ 将 $u_k = f(i_k)$代入到 KVL，即可实现关于 i_k的 b个未知数，b个方程的线性代数方程组

◇ 对于包含电流源的电路 u_k无法表征为 i_k的函数，此时 i_k已知，不再作为未知数，将 u_k保留，方程个数和未知数个数均保持为 b个

回路电流法

- 思考 (Linear Space View):

  b个支路电流受 $n-1$ 个 KCL 方程约束，形成 $b-n+1$维线性空间。理论上我们可以利用 $b-n+1$个电流基向量的线性组合所有的支路电流并代入到 $b-n+1$个 KVL 方程求取支路电流。

- 问题：如何选择 $b-n+1$个基向量表征 b个支路电流? 存在性？唯一性?

回路电流法

- 思考 (Linear Space View):

  b个支路电流受 $n-1$ 个 KCL 方程约束，形成 $b-n+1$维线性空间。理论上我们可以利用 $b-n+1$个电流基向量的线性组合所有的支路电流并代入到 $b-n+1$个 KVL 方程求取支路电流。

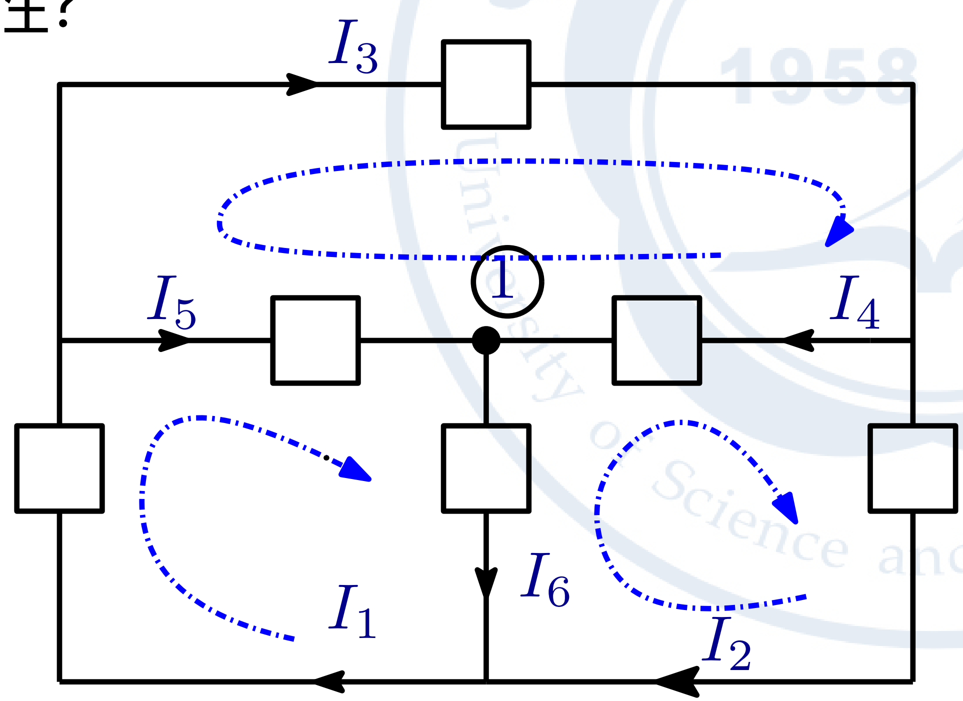
- 问题：如何选择 $b-n+1$个基向量表征 b个支路电流? 存在性？唯一性?

回路电流法

- 思考 (Linear Space View):

  b个支路电流受 $n-1$ 个 KCL 方程约束，形成 $b-n+1$维线性空间。理论上我们可以利用 $b-n+1$个电流基向量的线性组合所有的支路电流并代入到 $b-n+1$个 KVL 方程求取支路电流。

- 问题：如何选择 $b-n+1$个基向量表征 b个支路电流? 存在性？唯一性?

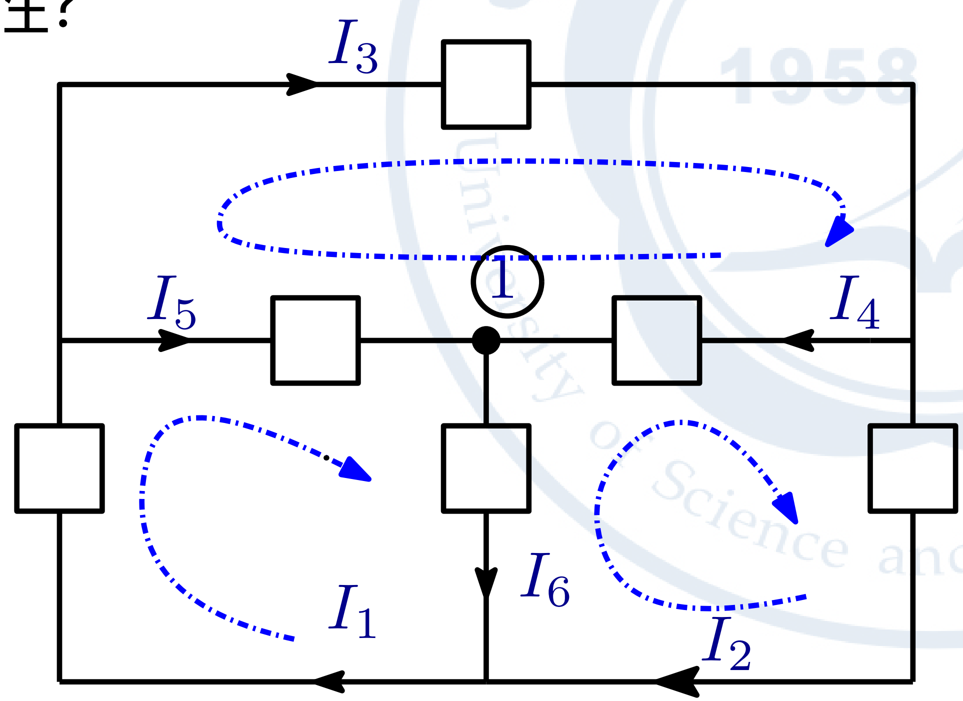


回路电流法

■ 思考 (Linear Space View):

b个支路电流受 $n-1$ 个 KCL 方程约束，形成 $b-n+1$维线性空间。理论上我们可以利用 $b-n+1$个电流基向量的线性组合所有的支路电流并代入到 $b-n+1$个 KVL 方程求取支路电流。

■ 问题：如何选择 $b-n+1$个基向量表征 b个支路电流? 存在性? 唯一性?



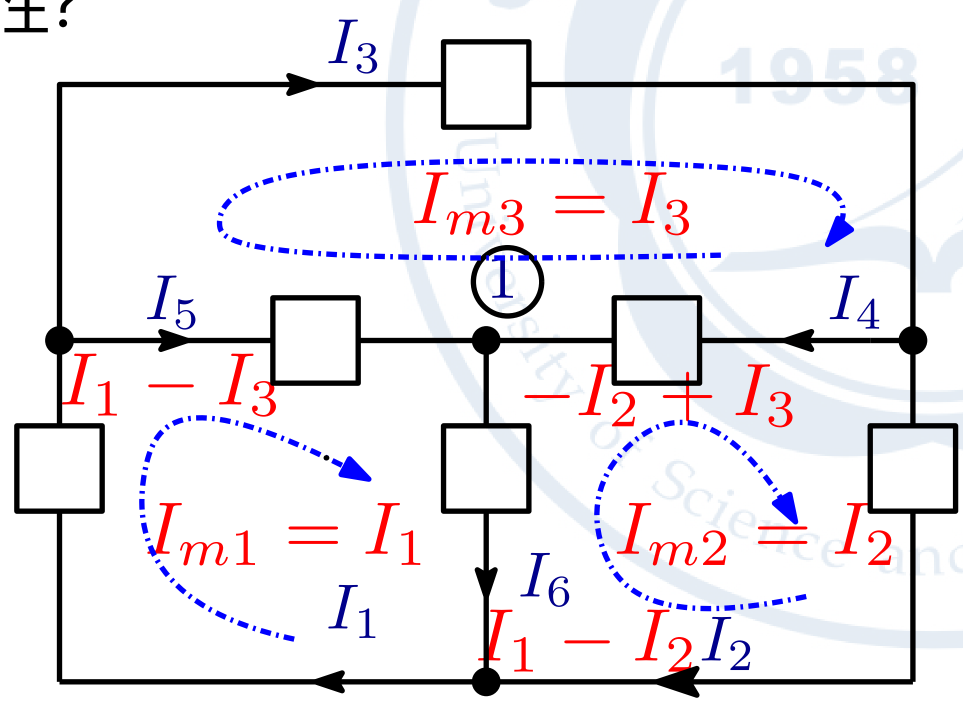
★ $b-n+1$待选支路电流，最自然的选择是 $b-n+1$个独立回路，每个回路选择一条支路电流。

回路电流法

- 思考 (Linear Space View):

  b个支路电流受 $n-1$ 个 KCL 方程约束，形成 $b-n+1$维线性空间。理论上我们可以利用 $b-n+1$个电流基向量的线性组合所有的支路电流并代入到 $b-n+1$个 KVL 方程求取支路电流。

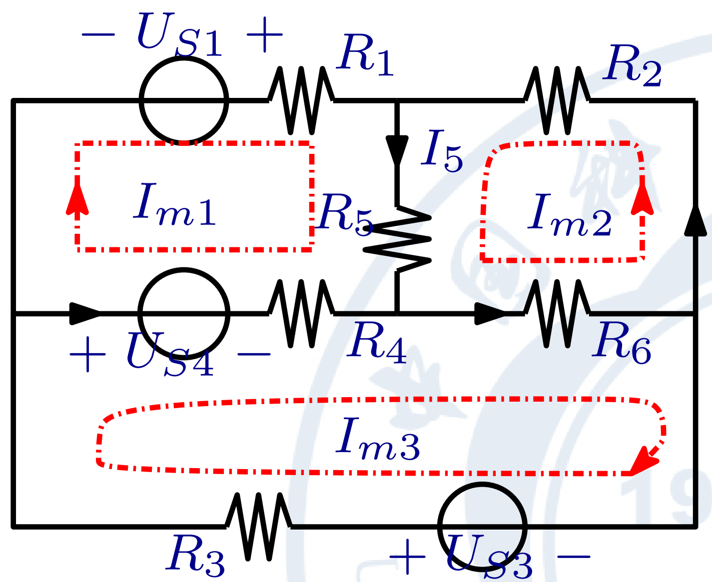
- 问题：如何选择 $b-n+1$个基向量表征 b个支路电流? 存在性? 唯一性?



★ $b-n+1$待选支路电流，最自然的选择是 $b-n+1$个独立回路，每个回路选择一条支路电流。

★ 公共边上的电流等于相邻回路的电流的代数和，物理基础是相邻边必然有公共节点，该节点上使用 KCL 即可。

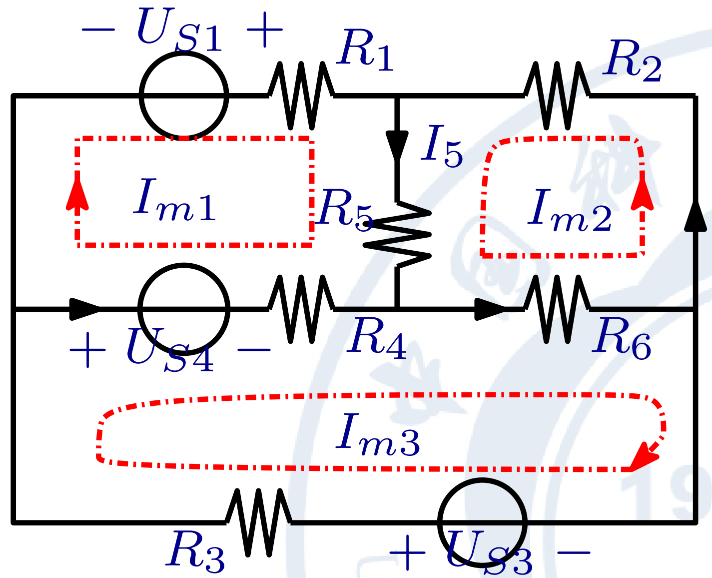
回路电流法



- 选择回路，设定回路电流，利用回路电流表达支路电流，计算构成每回路的支路的电压，列出 KVL。

- KVL：回路每个负载上的压降和等于电源提供的电压升。

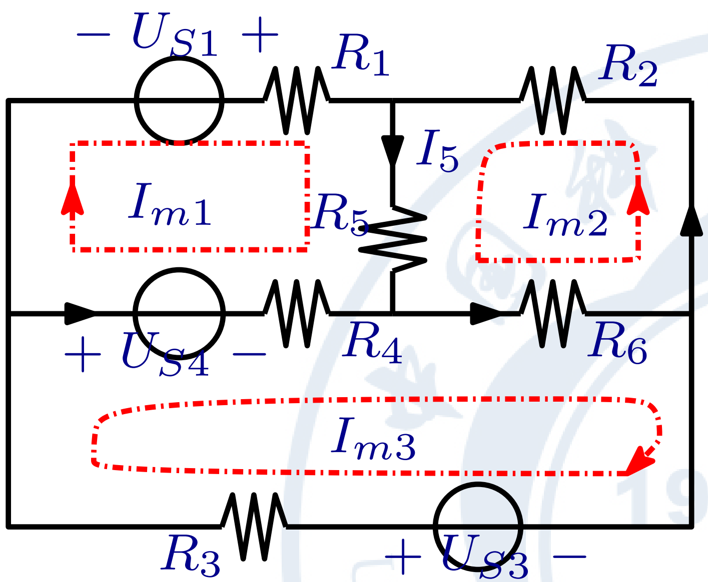
回路电流法



- 选择回路，设定回路电流，利用回路电流表达支路电流，计算构成每回路的支路的电压，列出 KVL。

- KVL：回路每个负载上的压降和等于电源提供的电压升。

回路电流法



■ 选择回路，设定回路电流，利用回路电流表达支路电流，计算构成每回路的支路的电压，列出 KVL。

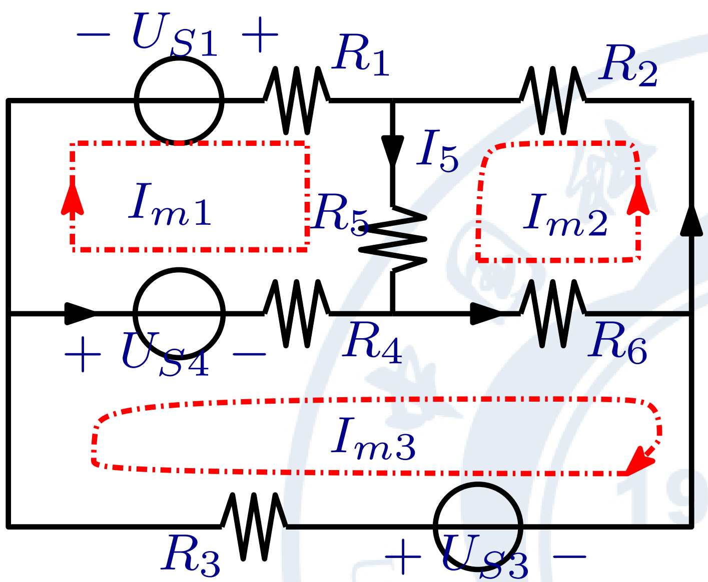
■ KVL：回路每个负载上的压降和等于电源提供的电压升。

★ L1: $R_1I_{m1} + R_5(I_{m1} + I_{m2}) + R_4(I_{m1} - I_{m3}) = U_{S1} + U_{S4}$

★ L2: $R_2I_{m2} + R_5(I_{m2} - I_{m1}) + R_6(I_{m2} + I_{m3}) = 0$

★ L3: $R_3I_{m3} + R_4(I_{m3} - I_{m1}) + R_6(I_{m3} + I_{m2}) = U_{S3} - U_{S4}$

回路电流法



■ 选择回路，设定回路电流，利用回路电流表达支路电流，计算构成每回路的支路的电压，列出 KVL。

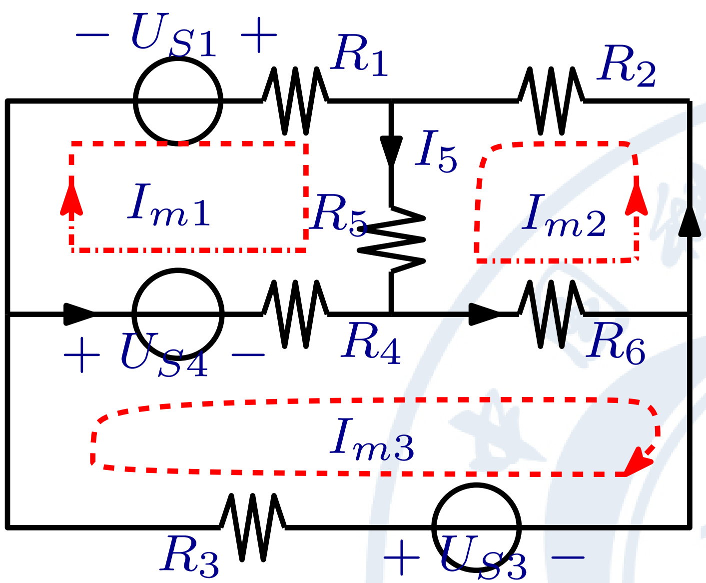
■ KVL：回路每个负载上的压降和等于电源提供的电压升。

★ L1: $(R_1 + R_4 + R_5)I_{m1} + R_5 I_{m2} + R_4(-I_{m3}) = U_{S1} + U_{S4}$

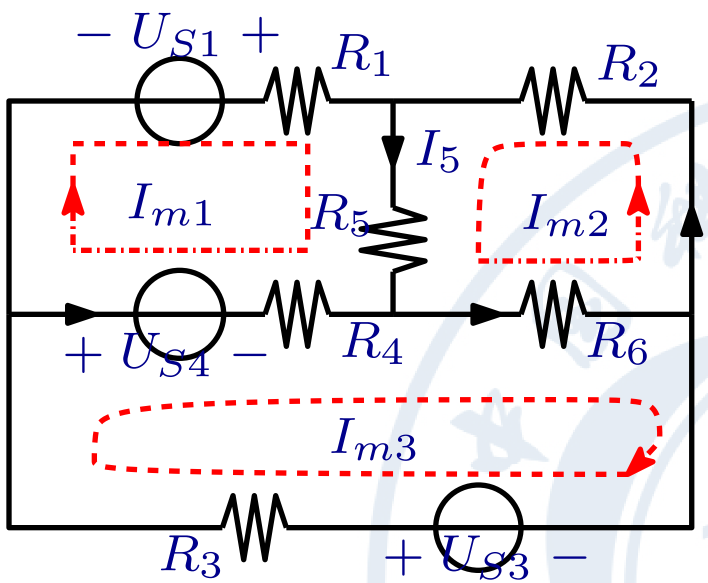
★ L2: $R_5 I_{m1} + (R_2 + R_6 + R_5)I_{m2} + R_6 I_{m3} = 0$

★ L3: $-R_4 I_{m1} + R_6 I_{m2} + (R_3 + R_4 + R_6)I_{m3} = U_{S3} - U_{S4}$

回路电流法

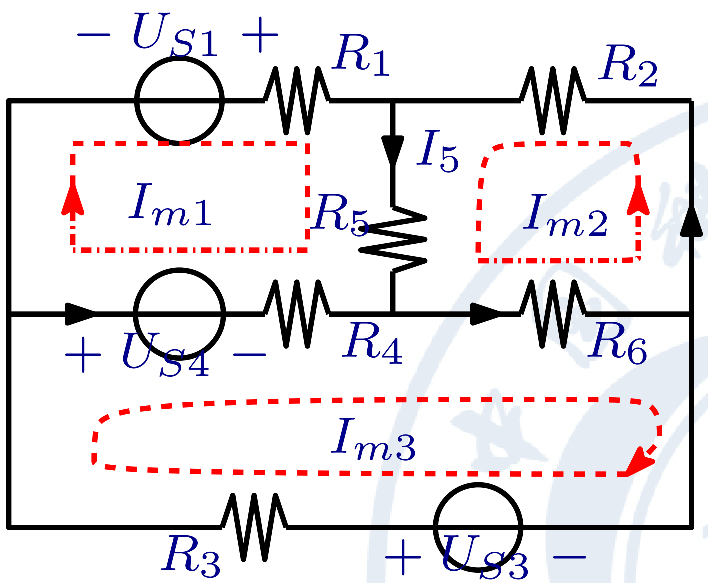


回路电流法



- 回路负载引起的压降用各回路电流在本回路引起的压降。
- 回路 l的电流 I_{ml}流经本回路所有的负载 R_{ll}，所以对应的压降为所有负载的电阻和乘以回路电流。负载之和称为自阻

回路电流法



■ 回路负载引起的压降用各回路电流在本回路引起的压降。

■ 回路 l的电流 I_{ml}流经本回路所有的负载 R_{ll}，所以对应的压降为所有负载的电阻和乘以回路电流。负载之和称为自阻

★ 回路 l_1对应回路电流 I_{l_1}在回路 l_2的压降贡献是回路电流 I_{l_1}与两个回路公共边电阻 $R_{l_1 l_2}$(互阻) 的乘积。两者方向一致，则该压降取 $'+'$，否则取 $'-'$

★ 一个回路的电压升等于该回路所有电压源的代数和，如果促进回路电流则计为 $'+'$，阻碍回路电流则记为 $'-'$。

回路电流法-一般性电路总结

■ 对于一个 b条支路，n个节点则有 $b-n+1$个独立回路

★ 选择 $b-n+1$个独立回路，例如选择第 l个回路时，选择一条边至少不在已经选择的回路中;

★ 对于第 $l(1\le l\le b-n+1)$个回路：自阻 R_{ll}为本回路所有电阻之和；互阻 R_{lj}为回路 l与回路 $j(1\le j\le b-n+1, j\neq l)$的公共边电阻，该支路两者方向一致，取 $'+'$, 否则取 $'-'$;

★ 回路 l的电压升等于所有该回路的电压源之和，如果推动回路电流符号为 $'+'$，阻碍回路电流符号为 $'-'$;

回路电流法-一般性方法

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1m} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m1} & R_{m2} & \cdots & R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{l1} U_S \\ \sum_{l2} U_S \\ \vdots \\ \sum_{lm} U_S \end{bmatrix}$$

回路电流法-一般性方法

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1m} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m1} & R_{m2} & \cdots & R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{l1} U_S \\ \sum_{l2} U_S \\ \vdots \\ \sum_{lm} U_S \end{bmatrix}$$

回路自阻 $R_{ii}, 1 \leq i \leq m, m = b - n + 1$

回路电流法-一般性方法

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1m} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m1} & R_{m2} & \cdots & R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{l1} U_S \\ \sum_{l2} U_S \\ \vdots \\ \sum_{lm} U_S \end{bmatrix}$$

回路自阻 $R_{ii}, 1 \leq i \leq m, m = b - n + 1$

回路互阻

回路电流法-一般性方法

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1m} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m1} & R_{m2} & \cdots & R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{l1} U_S \\ \sum_{l2} U_S \\ \vdots \\ \sum_{lm} U_S \end{bmatrix}$$

回路自阻 $R_{ii}, 1 \leq i \leq m, m = b - n + 1$

回路互阻

回路电流向量 $I_{ml}, 1 \leq l \leq m, m = b - n + 1$

回路电流法-一般性方法

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1m} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m1} & R_{m2} & \cdots & R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{l1} U_S \\ \sum_{l2} U_S \\ \vdots \\ \sum_{lm} U_S \end{bmatrix}$$

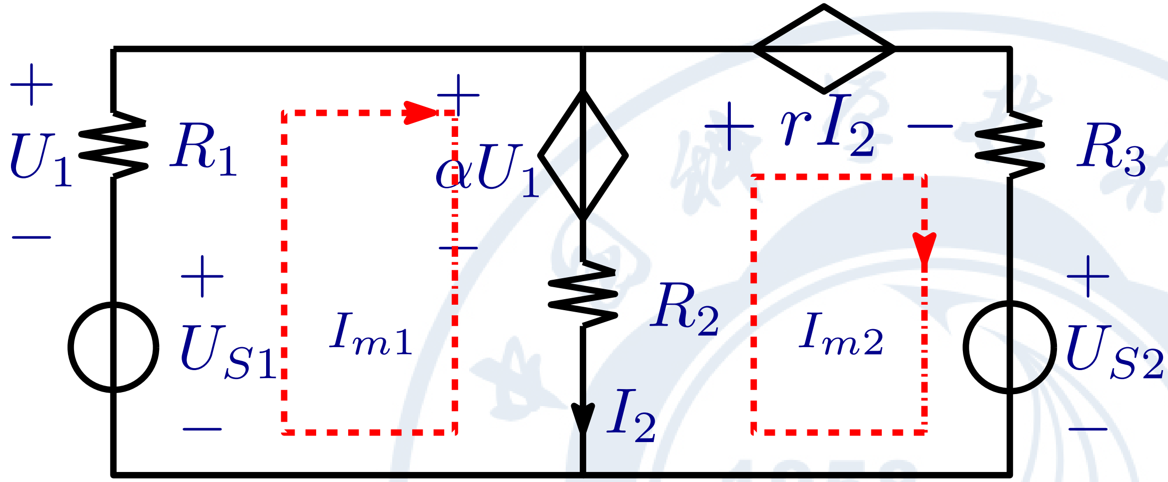
回路自阻 $R_{ii}, 1 \le i \le m, m = b - n + 1$

回路互阻

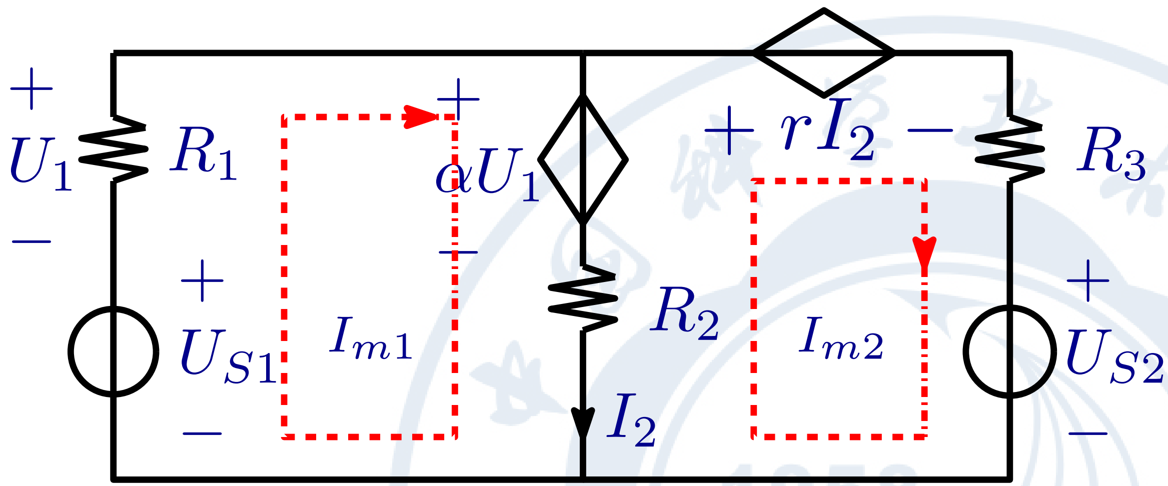
回路电流向量 $I_{ml}, 1 \le l \le m, m = b - n + 1$

回路电压源向量 $\sum_{lj}, 1 \le j \le m, m = b - n + 1$

回路电流法-带受控电压源电路

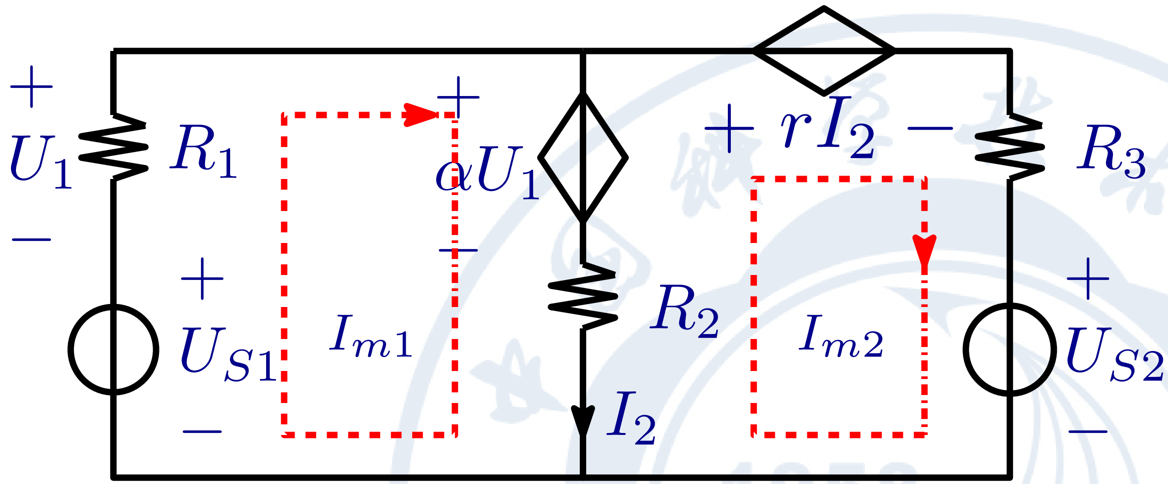


回路电流法-带受控电压源电路



类似于支路电流法，将受控源看成独立源；增加一个控制信号方程代入到回路电流方程组。

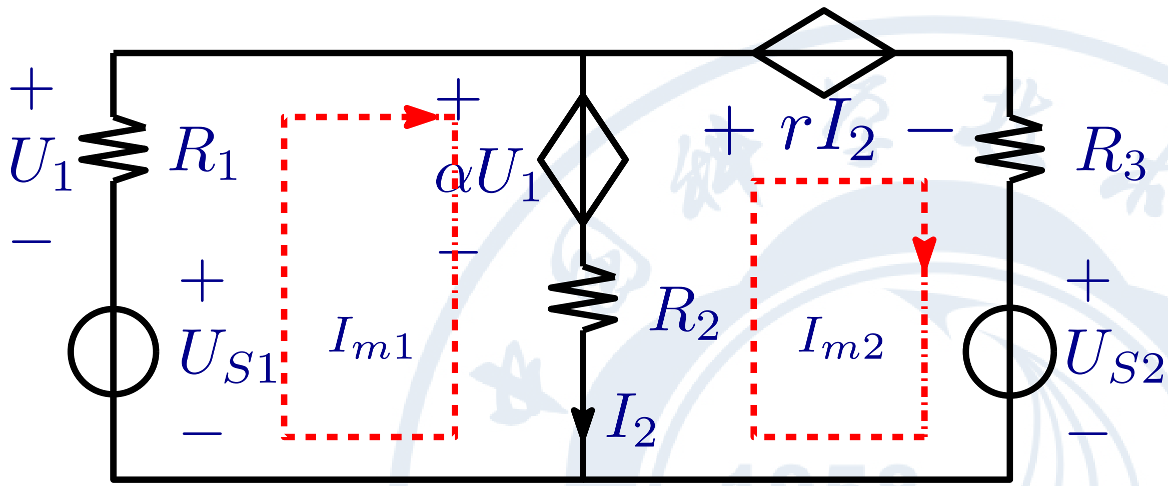
回路电流法-带受控电压源电路



类似于支路电流法，将受控源看成独立源；增加一个控制信号方程代入到回路电流方程组。

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{S1} - \alpha U_1 \\ \alpha U_1 - U_{S2} - rI_2 \end{bmatrix}$$

回路电流法-带受控电压源电路

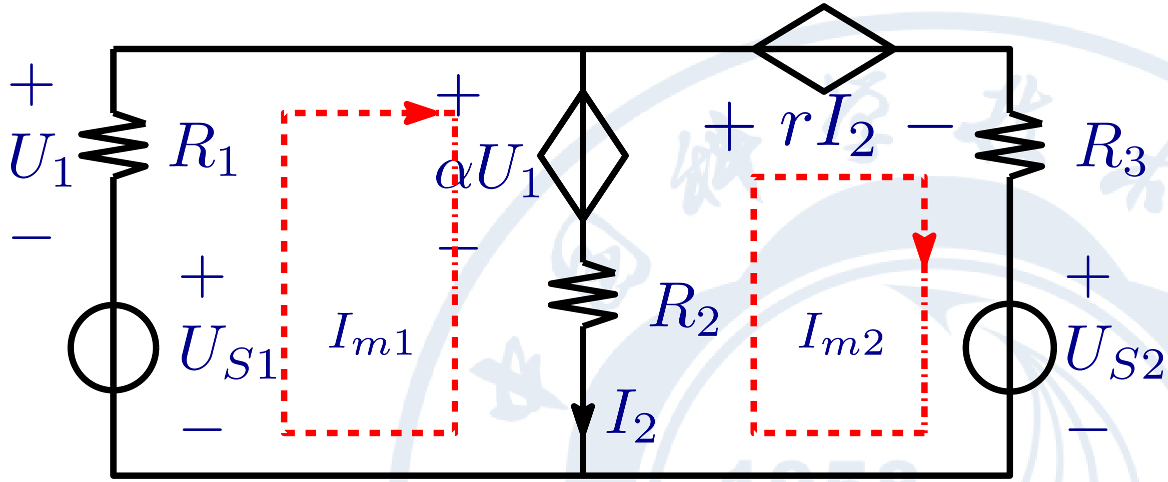


类似于支路电流法，将受控源看成独立源；增加一个控制信号方程代入到回路电流方程组。

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2+R_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} U_{S1}-\alpha U_1 \\ \alpha U_1-U_{S2}-rI_2 \end{bmatrix}$$

- 控制方程：$U_1=-I_{m1}R_1, I_2=I_{m1}-I_{m2}$

回路电流法-带受控电压源电路



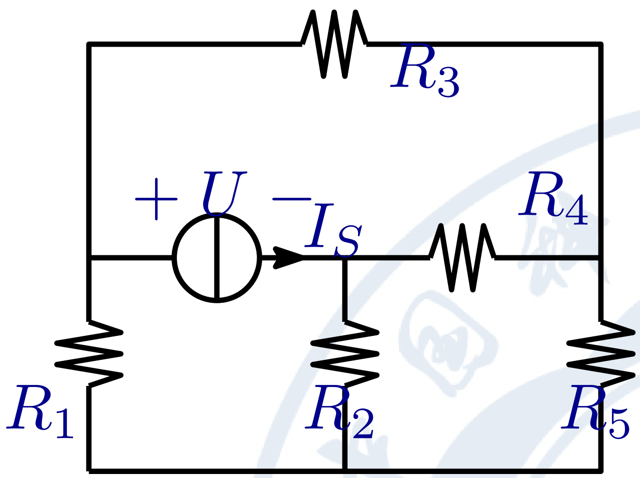
类似于支路电流法，将受控源看成独立源；增加一个控制信号方程代入到回路电流方程组。

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2+R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{S1}-\alpha U_1 \\ \alpha U_1 - U_{S2} - rI_2 \end{bmatrix}$$

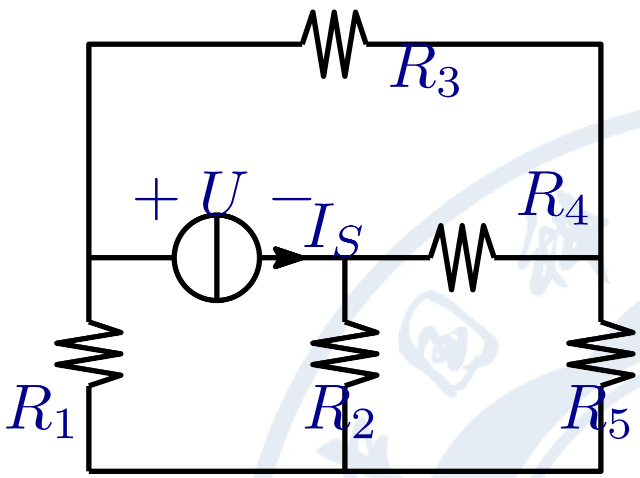
- 控制方程：$U_1 = -I_{m1}R_1, I_2 = I_{m1} - I_{m2}$

$$\begin{bmatrix} (1-\alpha)R_1+R_2 & -R_2 \\ -R_2+\alpha R_1 + r & R_2+R_3-r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{S1} \\ -U_{S2} \end{bmatrix}$$

回路电流法-电流源支路

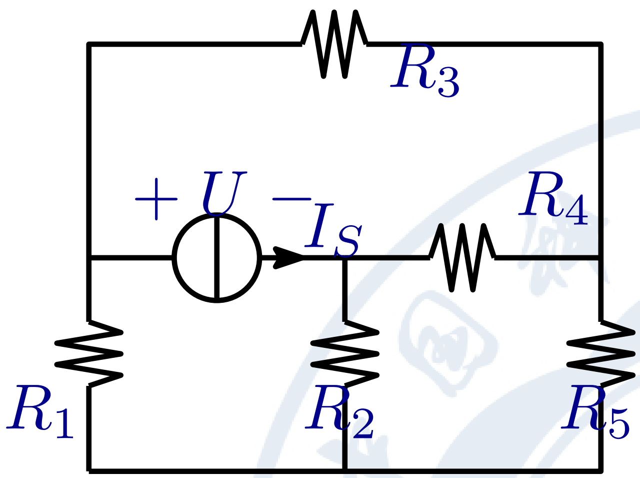


回路电流法-电流源支路



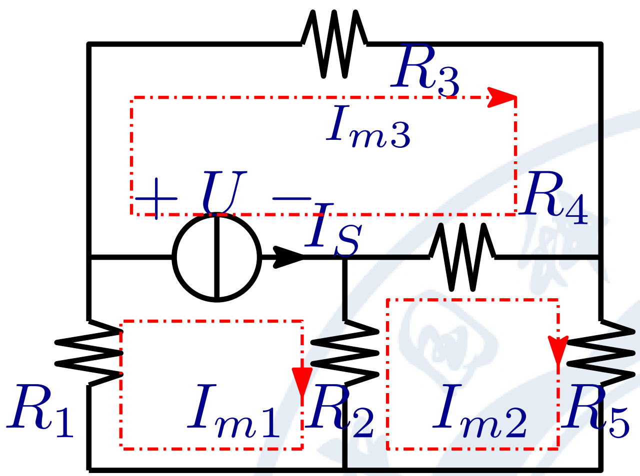
- 电流源电压无法由回路电流给出

回路电流法-电流源支路



- 电流源电压无法由回路电流给出

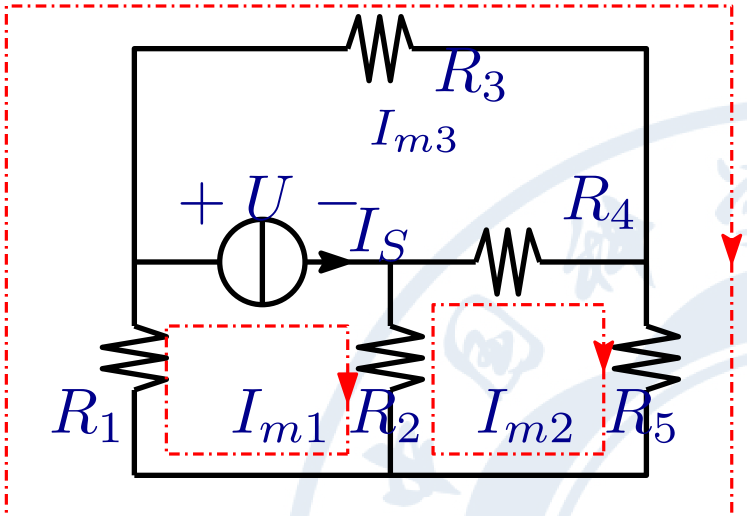
回路电流法-电流源支路



- 电流源电压无法由回路电流给出
- 包含电流源所在支路的回路电流被强制为电流源电流 I_S

- **思路 1**：按照常规思路选择回路，假定电流源电压为 U. 所包含支路的回路电流代数和为 I_S, 增加一个未知数 U, 增加一个约束方程，平衡。

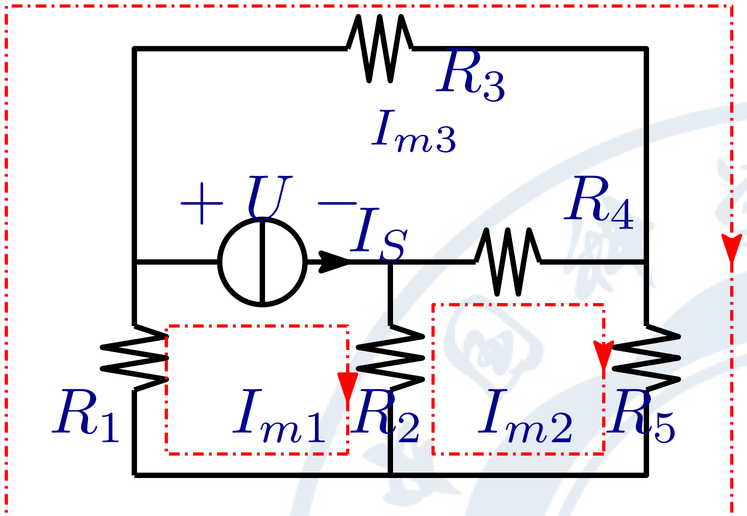
回路电流法-电流源支路



■ 电流源电压无法由回路电流给出

■ **思路 2**：选择回路时让电流源支路仅仅属于一个回路，此时该回路电流确定，少一个未知数；将电流源电压标记为 $+\ U\ -$，增加一个未知数，方程个数和未知数个数都没变！

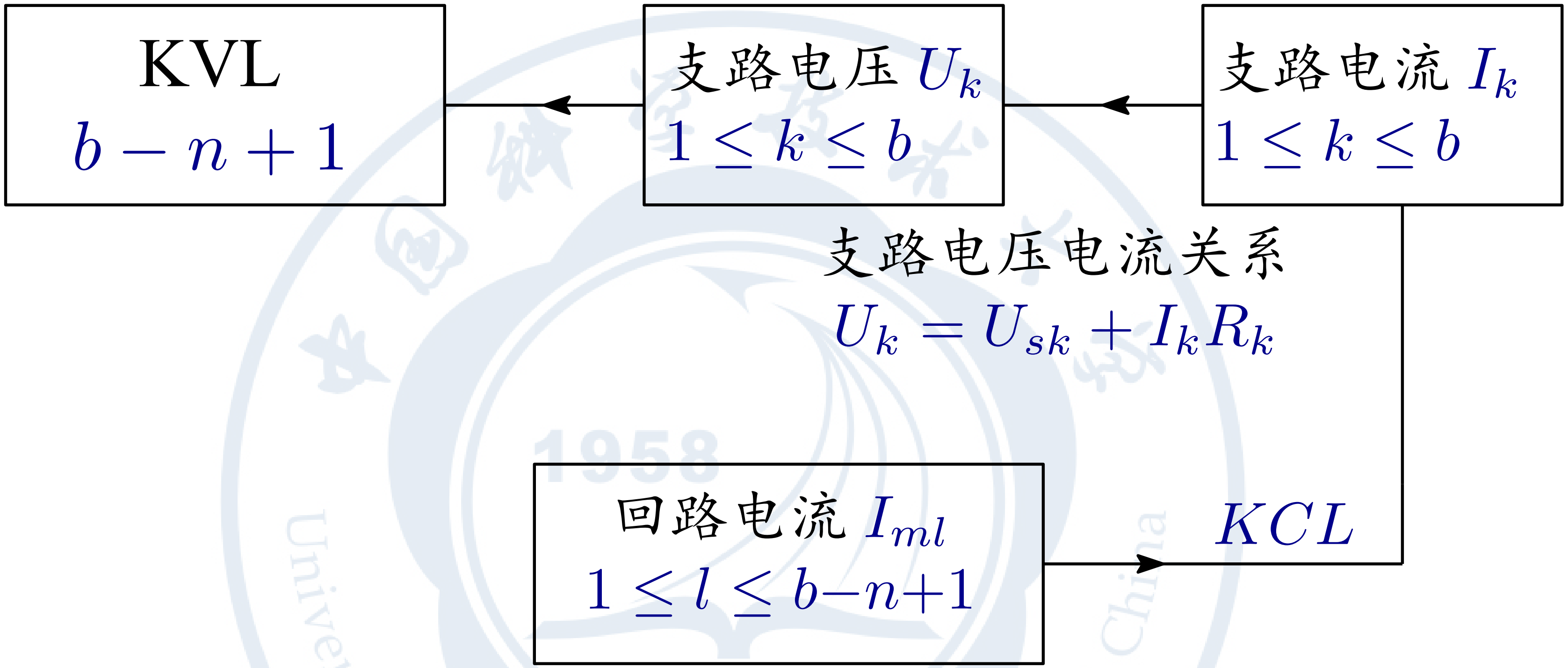
回路电流法-电流源支路



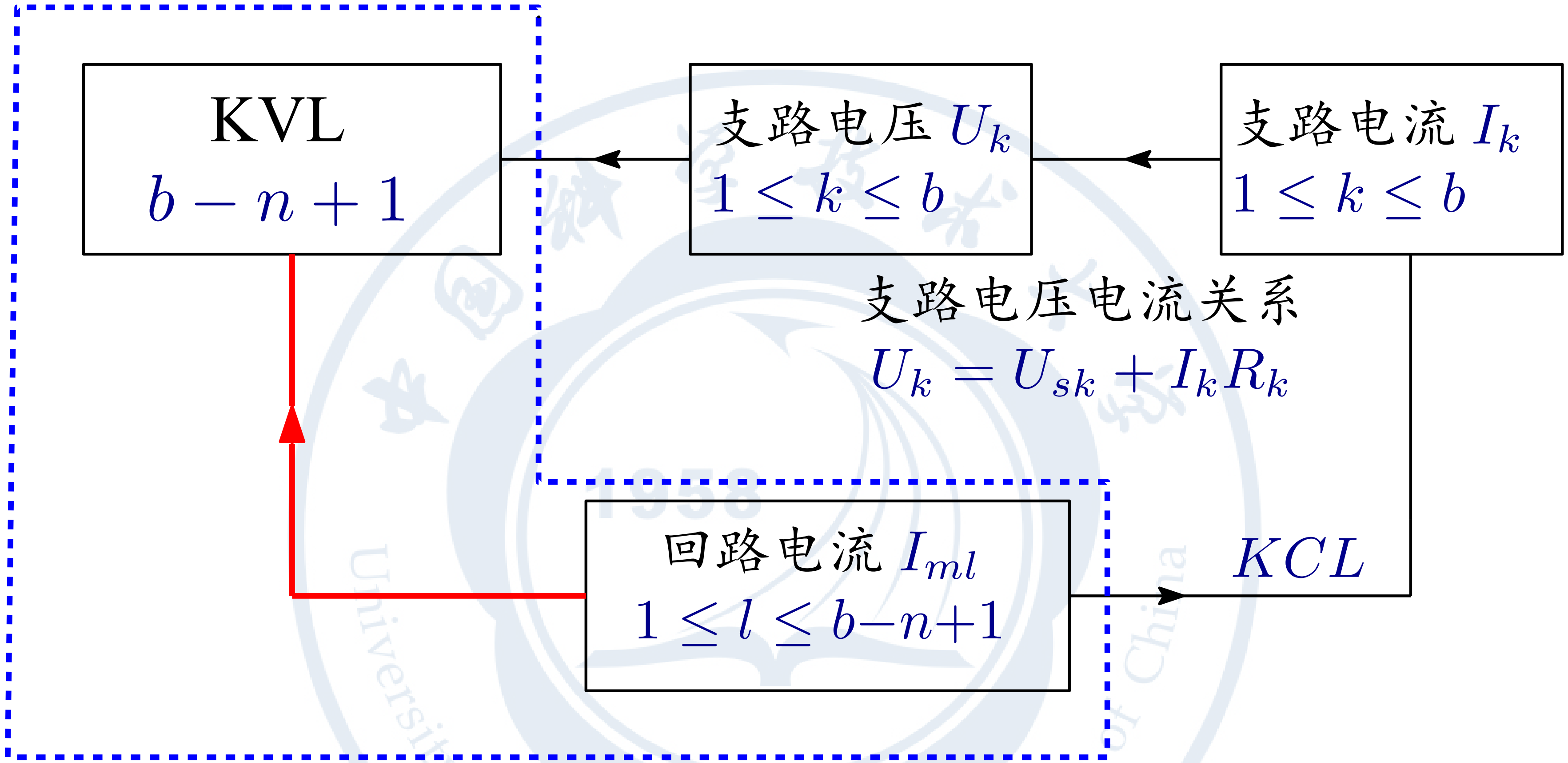
- 电流源电压无法由回路电流给出

- **思路 2**：选择回路时让电流源支路仅仅属于一个回路，此时该回路电流确定，少一个未知数；将电流源电压标记为 $+\ U\ -$，增加一个未知数，方程个数和未知数个数都没变！

回路电流法总结


KVL
$b-n+1$
支路电压 U_k
$1\le k\le b$
支路电流 I_k
$1\le k\le b$
支路电压电流关系
$U_k = U_{sk} + I_k R_k$
回路电流 I_{ml}
$1\le l\le b-n+1$
KCL

回路电流法总结



KVL
$b-n+1$
支路电压 U_k
$1 \le k \le b$
支路电流 I_k
$1 \le k \le b$
支路电压电流关系
$U_k = U_{sk} + I_k R_k$
回路电流 I_{ml}
$1 \le l \le b-n+1$
KCL

节点电压法-Nodal Analysis

R_{k1}

R_{k2}

$R_{k(k+1)}$

I_{kk}

R_{kk}

$R_{k(n-1)}$

U_k, 节点 k电压

$I_{kj}, j \neq k$节点 k流向节点 j的电流

★ I_{kk}, 节点 k流向参考节点 n的电流

★ I_{Sk}与节点 k相连的电流源电流代数和

$1 \leq k \leq n-1, 1 \leq j \neq k \leq n-1$

$U_n = 0$, 参考节点

节点电压法-Nodal Analysis

R_{k1}

R_{k2}

$R_{k(k+1)}$

$R_{k(n-1)}$

I_{kk}

R_{kk}

U_k, 节点 k电压

$I_{kj}, j \neq k$节点 k流向节点 j的电流

★ I_{kk}, 节点 k流向参考节点 n的电流

★ I_{Sk}与节点 k相连的电流源电流代数和

$1 \leq k \leq n-1, 1 \leq j \neq k \leq n-1$

$U_n = 0$, 参考节点

$\longrightarrow I_{kj} = \frac{U_k - U_j}{R_{kj}}, I_{kk} = \frac{U_k}{R_{kk}}$

节点电压法-Nodal Analysis

R_{k1}

R_{k2}

$R_{k(k+1)}$

$R_{k(n-1)}$

I_{kk}

R_{kk}

U_k, 节点 k 电压

$I_{kj}, j \neq k$ 节点 k 流向节点 j 的电流

★ I_{kk}, 节点 k 流向参考节点 n 的电流

★ I_{Sk} 与节点 k 相连的电流源电流代数和

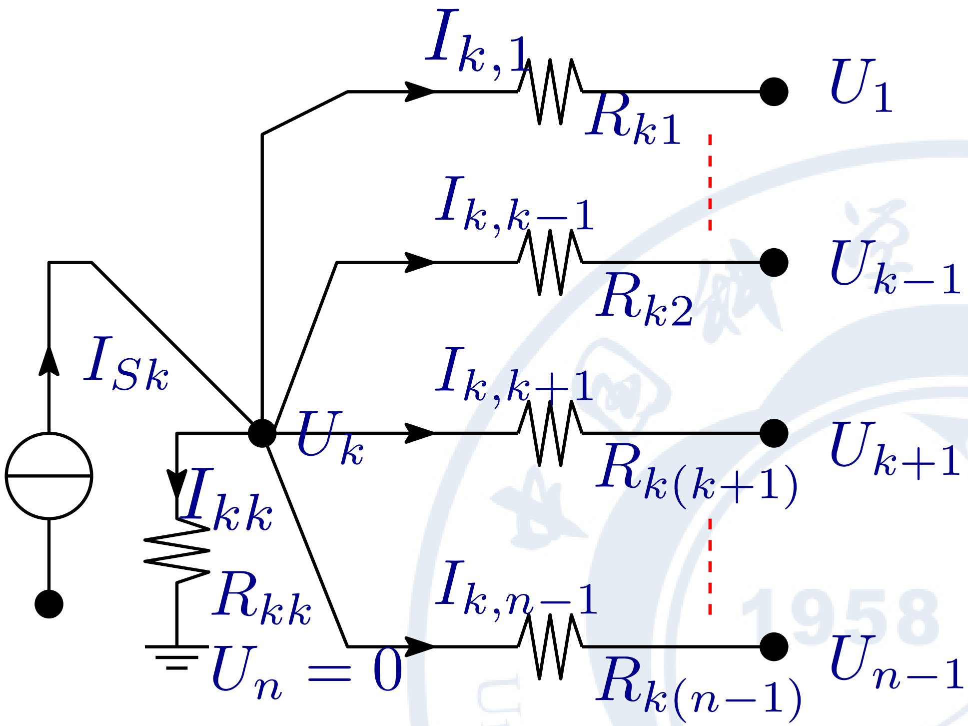
$1 \leq k \leq n-1, 1 \leq j \neq k \leq n-1$

$U_n = 0$, 参考节点

$\longrightarrow$ $I_{kj} = \frac{U_k - U_j}{R_{kj}}, I_{kk} = \frac{U_k}{R_{kk}}$

KCL Theorem $I_{Sk} = \sum_{j=1}^{n-1} I_{k,j}$

节点电压法-Nodal Analysis



$I_{kj}, j \neq k$ 节点 k 流向节点 j 的电流

★ I_{kk}, 节点 k 流向参考节点 n 的电流

★ I_{Sk} 与节点 k 相连的电流源电流代数和

$1 \leq k \leq n-1, 1 \leq j \neq k \leq n-1$

U_k, 节点 k 电压　　$U_n = 0$, 参考节点

$$\longrightarrow I_{kj} = \frac{U_k - U_j}{R_{kj}}, I_{kk} = \frac{U_k}{R_{kk}}$$

KCL Theorem $I_{Sk} = \sum_{j=1}^{n-1} I_{k,j}$

$$\longrightarrow \left(\sum_{j=1, j\neq k}^{n-1} \frac{U_k - U_j}{R_{kj}} \right) + \frac{U_k}{R_{kk}} = I_{Sk}, 1 \leq k \leq n-1$$

节点电压法-Nodal Analysis

- 对于节点 $k(1 \leq k \leq n-1)$，整理 KCL方程

$$\sum_{j=1}^{n-1} \frac{U_k}{R_{kk}} - \sum_{j=1, j\neq k}^{n-1} \frac{U_j}{R_{kj}} = I_{Sk}$$

节点电压法-Nodal Analysis

- 对于节点 $k(1 \le k \le n-1)$，整理 KCL方程

$$\sum_{j=1}^{n-1} \frac{U_k}{R_{kk}} - \sum_{j=1,j\neq k}^{n-1} \frac{U_j}{R_{kj}} = I_{Sk}$$

- 把方程写成向量形式：

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{k1}} & \cdots & -\frac{1}{R_{kk-1}} & \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{R_{kj}} & -\frac{1}{R_{kk+1}} & \cdots & -\frac{1}{R_{kn-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ \cdots \\ U_{k-1} \\ U_k \\ U_{k+1} \\ \cdots \\ U_{n-1} \end{bmatrix} = I_{Sk}$$

节点电压法-Nodal Analysis

- 对于节点 $k(1 \leq k \leq n-1)$，整理 KCL方程

$$\sum_{j=1}^{n-1} \frac{U_k}{R_{kk}} - \sum_{j=1,j\neq k}^{n-1} \frac{U_j}{R_{kj}} = I_{Sk}$$

- 把方程写成向量形式：

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{k1}} & \cdots & -\frac{1}{R_{kk-1}} & \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{R_{kj}} & -\frac{1}{R_{kk+1}} & \cdots & -\frac{1}{R_{kn-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ \cdots \\ U_{k-1} \\ U_k \\ U_{k+1} \\ \cdots \\ U_{n-1} \end{bmatrix} = I_{Sk}$$

- 将 k个节点 KCL写成矩阵形式：

$$[G_{ij}]\,\mathbf{U} = \mathbf{I_S}$$

节点电压法-Nodal Analysis

- 对于节点 $k(1 \leq k \leq n-1)$，整理 KCL方程

$$\sum_{j=1}^{n-1} \frac{U_k}{R_{kk}} - \sum_{j=1, j\neq k}^{n-1} \frac{U_j}{R_{kj}} = I_{Sk}$$

- 把方程写成向量形式：

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{k1}} & \cdots & -\frac{1}{R_{kk-1}} & \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{R_{kj}} & -\frac{1}{R_{kk+1}} & \cdots & -\frac{1}{R_{kn-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ \cdots \\ U_{k-1} \\ U_k \\ U_{k+1} \\ \cdots \\ U_{n-1} \end{bmatrix} = I_{Sk}$$

- 将 k个节点 KCL写成矩阵形式：

$$[G_{ij}]\,\mathbf{U} = \mathbf{I_S}$$

  - G电导矩阵，其对角线元素 G_{kk}为节点 k与所有节点的电导之和；非对角元素 $G_{kj}(j \neq k)$为节点 k与节点 j之间的电导。

节点电压法-Nodal Analysis

- 对于节点 $k(1 \leq k \leq n-1)$，整理 KCL方程

$$\sum_{j=1}^{n-1} \frac{U_k}{R_{kk}} - \sum_{j=1, j\neq k}^{n-1} \frac{U_j}{R_{kj}} = I_{Sk}$$

- 把方程写成向量形式：

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{k1}} & \cdots & -\frac{1}{R_{kk-1}} & \sum_{j=1}^{n-1}\frac{1}{R_{kj}} & -\frac{1}{R_{kk+1}} & \cdots & -\frac{1}{R_{kn-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ \cdots \\ U_{k-1} \\ U_k \\ U_{k+1} \\ \cdots \\ U_{n-1} \end{bmatrix} = I_{Sk}$$

- 将 k个节点 KCL写成矩阵形式：

$$[G_{ij}]\,\mathbf{U} = \mathbf{I_S}$$

  - G电导矩阵，其对角线元素 G_{kk}为节点 k与所有节点的电导之和；非对角元素 $G_{kj}(j \neq k)$为节点 k与节点 j之间的电导。

  $\mathbf{U} = [U_k(1 \leq k \leq n-1)]^T$ 为节点电压列向量

节点电压法-Nodal Analysis

- 对于节点 $k(1 \le k \le n-1)$，整理 KCL方程

$$\sum_{j=1}^{n-1} \frac{U_k}{R_{kk}} - \sum_{j=1, j\neq k}^{n-1} \frac{U_j}{R_{kj}} = I_{Sk}$$

- 把方程写成向量形式：

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{k1}} & \cdots & -\frac{1}{R_{kk-1}} & \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{R_{kj}} & -\frac{1}{R_{kk+1}} & \cdots & -\frac{1}{R_{kn-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ \cdots \\ U_{k-1} \\ U_k \\ U_{k+1} \\ \cdots \\ U_{n-1} \end{bmatrix} = I_{Sk}$$

- 将 k个节点 KCL写成矩阵形式：

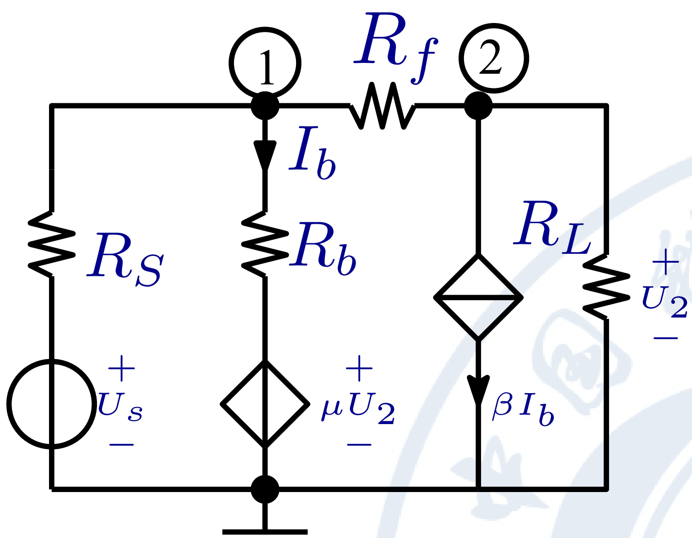
$$[G_{ij}]\,\mathbf{U} = \mathbf{I_S}$$

  - G电导矩阵，其对角线元素 G_{kk}为节点 k与所有节点的电导之和；非对角元素 $G_{kj}(j \neq k)$为节点 k与节点 j之间的电导。

  $\mathbf{U} = [U_k(1 \le k \le n-1)]^T$ 为节点电压列向量

  $\mathbf{I_S} = [I_{Sk}(1 \le k \le n-1)]^T$ 为流入节点 k的电流源之代数和

节点电压法-Nodal Analysis



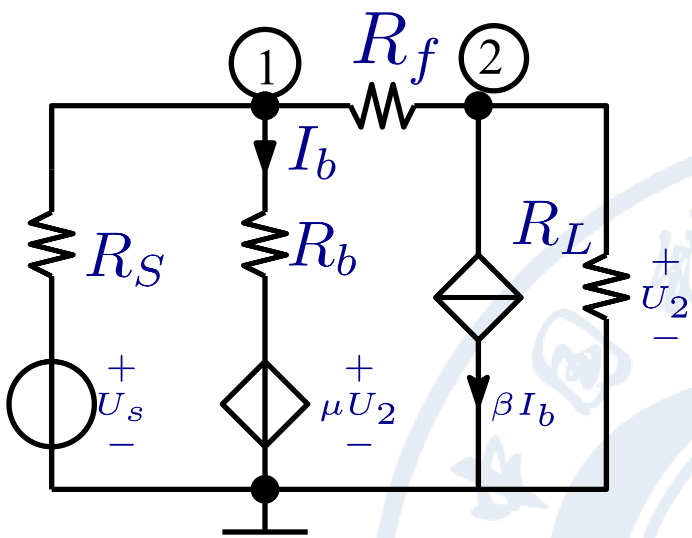
KCL@n1

$$\frac{U_{n1}-U_s}{R_S}+\frac{U_{n1}-\mu U_2}{R_b}+\frac{U_{n1}-U_{n2}}{R_f}=0$$

KCL@n2

$$\frac{U_{n2}-U_{n1}}{R_f}+\frac{U_{n2}}{R_L}+\beta I_b=0$$

节点电压法-Nodal Analysis



KCL@n1

$$\frac{U_{n1}-U_s}{R_S}+\frac{U_{n1}-\mu U_2}{R_b}+\frac{U_{n1}-U_{n2}}{R_f}=0$$

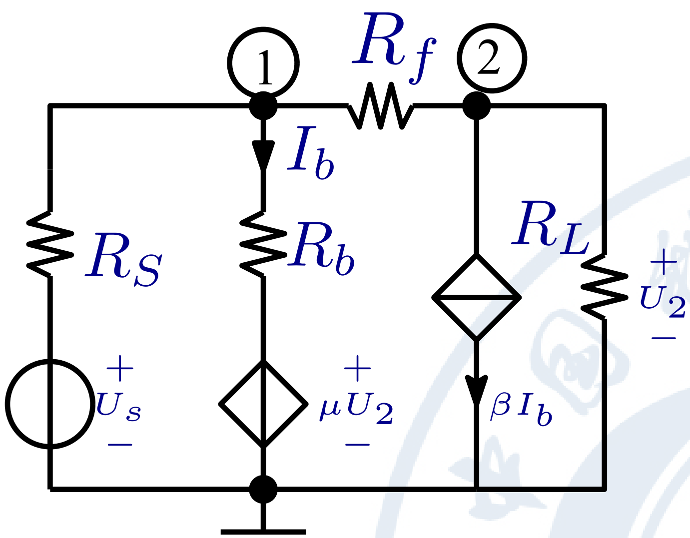
KCL@n2

$$\frac{U_{n2}-U_{n1}}{R_f}+\frac{U_{n2}}{R_L}+\beta I_b=0$$

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{R_s}+\frac{1}{R_b}+\frac{1}{R_f}\right) & -\frac{1}{R_f} \\ -\frac{1}{R_f} & \frac{1}{R_f}+\frac{1}{R_L} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{U_s}{R_s}+\frac{\mu U_2}{R_b} \\ -\beta I_b \end{bmatrix}$$

■ 主对角元素为 +，其他元素为 −。电流源参数流入为正，受控源当恒流源处理，戴维南电路转换为 Norton 电路。

节点电压法-Nodal Analysis



KCL@n1

$$\frac{U_{n1}-U_s}{R_S}+\frac{U_{n1}-\mu U_2}{R_b}+\frac{U_{n1}-U_{n2}}{R_f}=0$$

KCL@n2

$$\frac{U_{n2}-U_{n1}}{R_f}+\frac{U_{n2}}{R_L}+\beta I_b=0$$

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{R_s}+\frac{1}{R_b}+\frac{1}{R_f}\right) & -(\frac{1}{R_f}+\frac{\mu}{R_b}) \\ -(\frac{1}{R_f}+\frac{\beta}{R_b}) & \left(\frac{1}{R_f}+\frac{1}{R_L}-\frac{\beta\mu}{R_b}\right) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{U_s}{R_s} \\ 0 \end{bmatrix}$$

■ 经过整理后，存在受控源，矩阵不再保持对称特性

■ 前面提到，电压源支路可以通过等效变换变换为电流源支路，但是对于单纯的电压源（独立源，受控源）如何处理?

节点电压分析方法

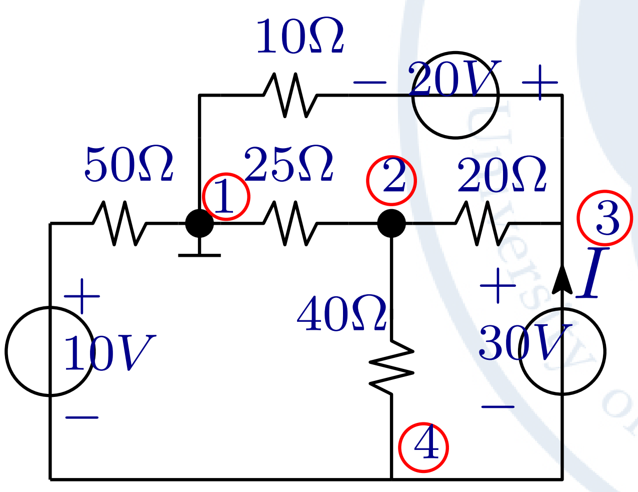
■ 非二端电阻元件

元件的电压电流关系不能有一个线性代数方程确定，这时候需要用把这个支路的电流和其他 $n-1$ 个节点电压作为未知数求解。

节点电压分析方法

■ 非二端电阻元件

元件的电压电流关系不能有一个线性代数方程确定，这时候需要用把这个支路的电流和其他 $n-1$个节点电压作为未知数求解。

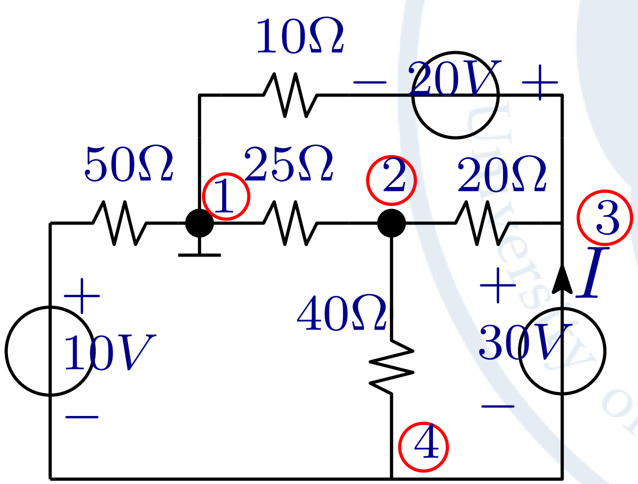


节点电压分析方法

- 非二端电阻元件

元件的电压电流关系不能有一个线性代数方程确定，这时候需要用把这个支路的电流和其他 $n-1$个节点电压作为未知数求解。

对于电压源（独立源，受控源）电流与支路两端电压无关，此时需要将该支路电流作为未知数。另外由于电压源 2 端的电压可以用一个电压表征另外一个电压，此时独立的节点电压未知数少 1。



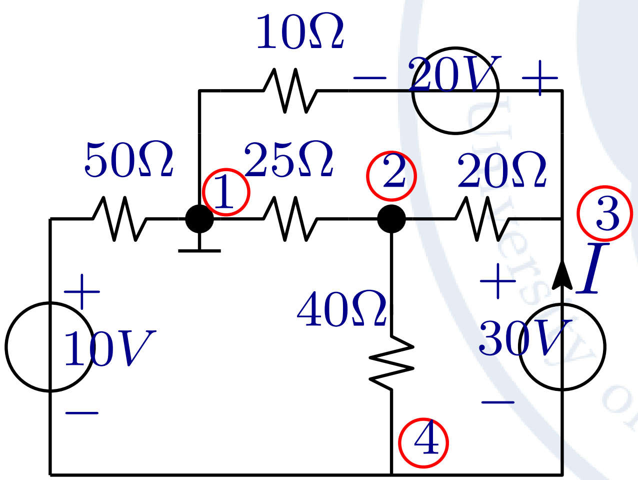
★ 选择节点 1 作为**参考节点**

节点电压分析方法

■ 非二端电阻元件

元件的电压电流关系不能有一个线性代数方程确定，这时候需要用把这个支路的电流和其他 $n-1$ 个节点电压作为未知数求解。

对于电压源（独立源，受控源）电流与支路两端电压无关，此时需要将该支路电流作为未知数。另外由于电压源 2 端的电压可以用一个电压表征另外一个电压，此时独立的节点电压未知数少 1。



★ 选择节点 1 作为**参考节点**

★ 节点 $@n_2$

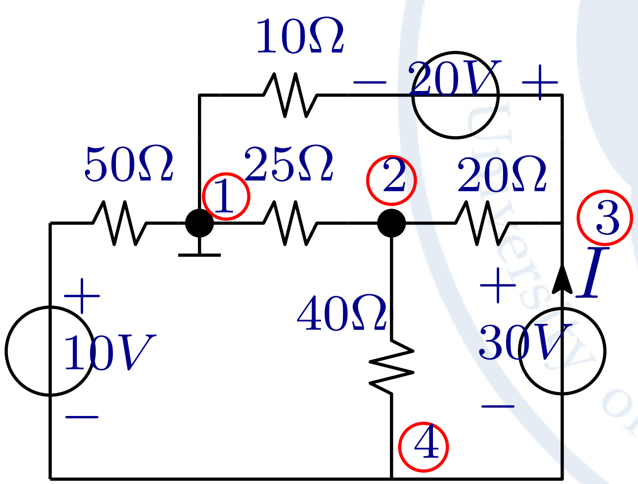
$$\left(\frac{1}{25\Omega}+\frac{1}{20\Omega}+\frac{1}{40\Omega}\right)U_{n2}-\frac{1}{20\Omega}U_{n3}-\frac{1}{40\Omega}U_{n4}=0$$

节点电压分析方法

■ 非二端电阻元件

元件的电压电流关系不能有一个线性代数方程确定，这时候需要用把这个支路的电流和其他 $n-1$ 个节点电压作为未知数求解。

对于电压源（独立源，受控源）电流与支路两端电压无关，此时需要将该支路电流作为未知数。另外由于电压源 2 端的电压可以用一个电压表征另外一个电压，此时独立的节点电压未知数少 1。



★ 选择节点 1 作为**参考节点**

★ 节点 $@n_2$

$$\left(\frac{1}{25\Omega}+\frac{1}{20\Omega}+\frac{1}{40\Omega}\right)U_{n2}-\frac{1}{20\Omega}U_{n3}-\frac{1}{40\Omega}U_{n4}=0$$

★ 节点 $@n_3$

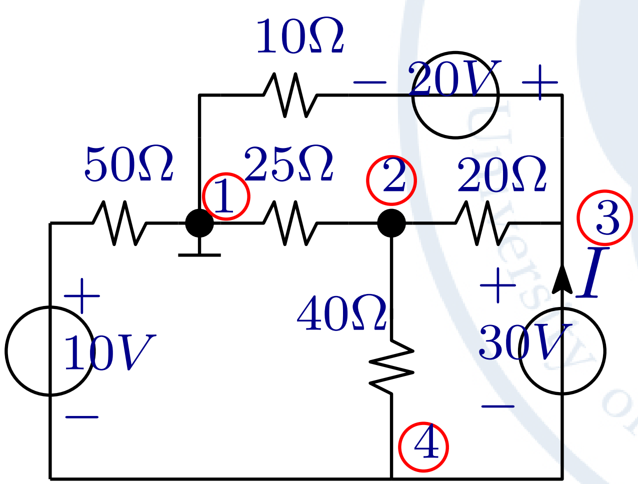
$$-\frac{1}{20\Omega}U_{n2}+\left(\frac{1}{10\Omega}+\frac{1}{20\Omega}\right)U_{n3}-I=\frac{20V}{10\Omega}$$

节点电压分析方法

■ 非二端电阻元件

元件的电压电流关系不能有一个线性代数方程确定，这时候需要用把这个支路的电流和其他 $n-1$个节点电压作为未知数求解。

对于电压源（独立源，受控源）电流与支路两端电压无关，此时需要将该支路电流作为未知数。另外由于电压源 2 端的电压可以用一个电压表征另外一个电压，此时独立的节点电压未知数少 1。



★ 选择节点 1 作为**参考节点**

★ 节点 $@n_2$

$$\left(\frac{1}{25\Omega}+\frac{1}{20\Omega}+\frac{1}{40\Omega}\right)U_{n2}-\frac{1}{20\Omega}U_{n3}-\frac{1}{40\Omega}U_{n4}=0$$

★ 节点 $@n_3$

$$-\frac{1}{20\Omega}U_{n2}+\left(\frac{1}{10\Omega}+\frac{1}{20\Omega}\right)U_{n3}-I=\frac{20V}{10\Omega}$$

★ 节点 $@n_4$

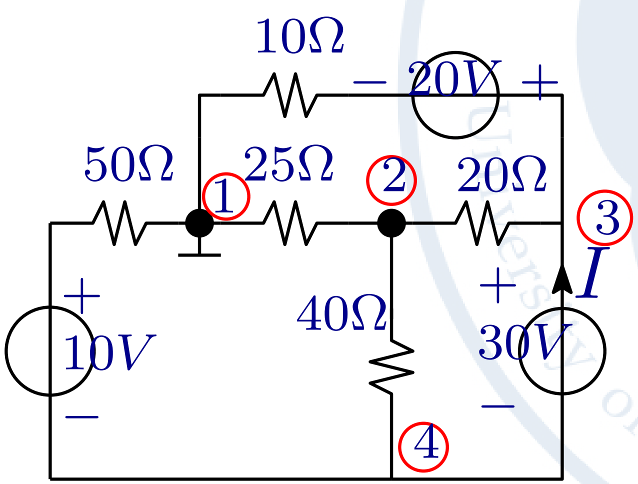
$$-\frac{1}{40\Omega}U_{n2}+\left(\frac{1}{40\Omega}+\frac{1}{50\Omega}\right)U_{n4}+I=-\frac{10V}{50\Omega}$$

节点电压分析方法

■ 非二端电阻元件

元件的电压电流关系不能有一个线性代数方程确定，这时候需要用把这个支路的电流和其他 $n-1$个节点电压作为未知数求解。

对于电压源（独立源，受控源）电流与支路两端电压无关，此时需要将该支路电流作为未知数。另外由于电压源 2 端的电压可以用一个电压表征另外一个电压，此时独立的节点电压未知数少 1。



★ 选择节点 1 作为**参考节点**

★ 节点 @n_2

$$\left(\frac{1}{25\Omega}+\frac{1}{20\Omega}+\frac{1}{40\Omega}\right)U_{n2}-\frac{1}{20\Omega}U_{n3}-\frac{1}{40\Omega}U_{n4}=0$$

★ 节点 @n_3

$$-\frac{1}{20\Omega}U_{n2}+\left(\frac{1}{10\Omega}+\frac{1}{20\Omega}\right)U_{n3}-I=\frac{20V}{10\Omega}$$

★ 恒压源约束方程：

$$U_{n3}-U_{n4}=30V$$

★ 节点 @n_4

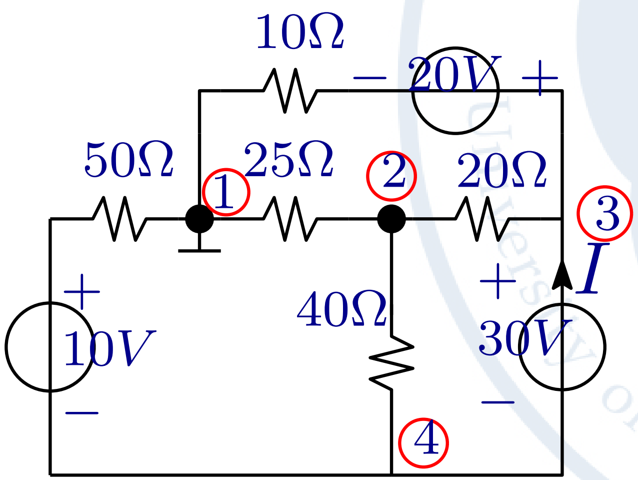
$$-\frac{1}{40\Omega}U_{n2}+\left(\frac{1}{40\Omega}+\frac{1}{50\Omega}\right)U_{n4}+I=-\frac{10V}{50\Omega}$$

节点电压分析方法

■ 非二端电阻元件

元件的电压电流关系不能有一个线性代数方程确定，这时候需要用把这个支路的电流和其他 $n-1$ 个节点电压作为未知数求解。

对于电压源（独立源，受控源）电流与支路两端电压无关，此时需要将该支路电流作为未知数。另外由于电压源 2 端的电压可以用一个电压表征另外一个电压，此时独立的节点电压未知数少 1。



★ 选择节点 1 作为**参考节点**

★ 节点 $@n_2$

$$\left(\frac{1}{25\Omega}+\frac{1}{20\Omega}+\frac{1}{40\Omega}\right)U_{n2}-\frac{1}{20\Omega}U_{n3}-\frac{1}{40\Omega}U_{n4}=0$$

★ 节点 $@n_3$

$$-\frac{1}{20\Omega}U_{n2}+\left(\frac{1}{10\Omega}+\frac{1}{20\Omega}\right)U_{n3}-I=\frac{20V}{10\Omega}$$

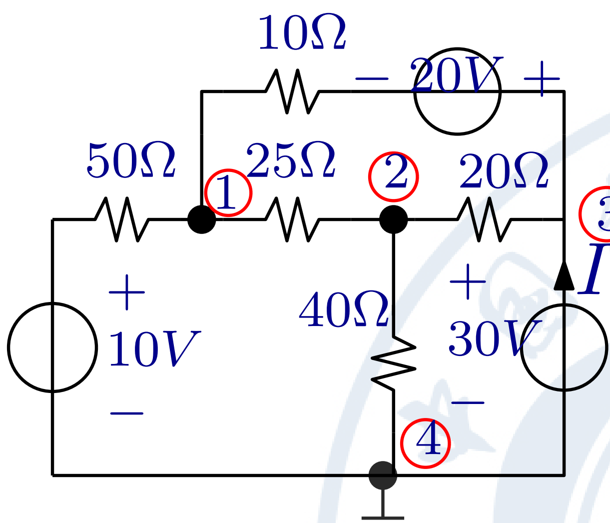
★ 恒压源约束方程：

$$U_{n3}-U_{n4}=30V$$

★ 节点 $@n_4$

$$-\frac{1}{40\Omega}U_{n2}+\left(\frac{1}{40\Omega}+\frac{1}{50\Omega}\right)U_{n4}+I=-\frac{10V}{50\Omega}$$

改进的节点电压分析方法



★ 节点 $@n_1$

$$\left(\frac{1}{10\Omega}+\frac{1}{50\Omega}+\frac{1}{25\Omega}\right)U_{n1}-\frac{1}{25\Omega}U_{n2}=\frac{10V}{50\Omega+}+\frac{10V}{10\Omega}$$

★ KCL$@n2$

$$-\frac{1}{25\Omega}U_{n1}+\left(\frac{1}{25\Omega}+\frac{1}{20\Omega}+\frac{1}{40\Omega}\right)U_{n2}=\frac{30V}{20\Omega}$$

直流电路分析基础总结

■ 电路定律-网络结构

★ KVL: $\sum_k u_k = 0, \forall k \in$回路 l,$1 \le l \le b-n+1$

★ KCL: $\sum_k i_k = 0, \forall k \in$与节点 m连接的支路集合,$1 \le m \le n-1$

■ 电压电流关系 $f(u_k, i_k) = 0, 1 \le k \le b$

◇ b个电路定律决定的方程，b个电压电流关系方程，$2b$个未知数 u_k, i_k,$2b$个方程

★ 支路电流表征支路电压：$f(u_k, i_k) = 0 \to u_k = f(i_k)$

代入 KVL,KCL $\to \sum_k f(i_k) = 0 (1 \le k \le b-n+1), \sum_k i_k = 0, \forall k \in$与节点 m 的的连接集合$1 \le m \le n-1$,简化为 b个未知数，b 个方程

★ 利用 $n-1$个 KCL 方程，寻找利用 $b-n+1$电流基向量表征所有的电流 $i_k (1 \le k \le b)$,

选择回路使得每个回路有一条边仅仅归属本回路（网孔，一共 $b-n+1$电流作为回路电流利用 KCL 表征所有电流 i_k，并代入到 $b-n+1$个 KVL 方程

★ 整理方程得到回路电流组 $\mathbb{RI} = \mathbb{U}$

$\mathbb{R}$获取: $R_{i,i}$回路自阻，所有电阻之和，$R_{i,j}, i \ne j$为公共边电阻，正负取决于相邻回路方向异同. $\mathbb{U}$每个回路的电压源向量，取决于推动回路电流流动的电压代数和

■ 问题:

★ 电流源支路无法用电流 i_k表征电压 u_k。

★ 此时 i_k已知，直接用 u_k作为未知数列 KVL 方程，未知数和方程个数保持不变

直流电路分析基础总结

电路定律-网络结构

★ KVL: $\sum_k u_k = 0, \forall k \in$回路 l,$1 \leq l \leq b-n+1$

★ KCL: $\sum_k i_k = 0, \forall k \in$与节点 m连接的支路集合,$1 \leq m \leq n-1$

电压电流关系 $f(u_k, i_k) = 0, 1 \leq k \leq b$

◇ b个电路定律决定的方程，b个电压电流关系方程，$2b$个未知数 u_k, i_k,$2b$个方程

★ 支路电压表征支路电流：$f(u_k, i_k) = 0 \rightarrow i_k = f(u_k)$

代入 KVL,KCL $\rightarrow \sum_k u_k = 0(1 \leq k \leq b-n+1), \sum_k f(u_k) = 0, \forall k \in$与节点 m 的的连接集合$1 \leq m \leq n-1$,简化为 b个未知数，b 个方程

★ 利用 $b-n+1$个 KVL 方程，寻找利用 $n-1$节点电压表征所有的电压 $u_k(1 \leq k \leq b)$,

选择 $n-1$个节点电压表征所有的支路电压, 代入到 KCL，$n-1$个 KCL 方程，$n-1$个未知数

★ 整理方程得到节点电压方程组 $\mathbb{G}\mathbb{U} = \mathbb{I}$

$\mathbb{G}$: $G_{i,i}$自导，所有与该节点相连的电导之和;$G_{i,j}, i \neq j$互导，为节点 i, j之间的电导. $\mathbb{U}$每个节点的电流源向量，取决于与该节点连接的电流源电流代数和

问题:

★ 电压源支路无法用电压 u_k表征电压 i_k。

★ 此时 u_k已知，直接用 i_k作为未知数列 KCL 方程，未知数和方程个数保持不变