

# 数字信号处理B

PB21511897 李霄奕

## HW6

### Exercise 1

(1)

该系统有4个零点，分别为：

$$0.95e^{j0.3\pi}, 0.95e^{-j0.3\pi}, 1.4e^{j0.4\pi}, 1.4e^{-j0.4\pi}$$

其中2个零点在单位圆内，2个零点在单位圆外

抽样相应仍要实值，因此零极点应当共轭对称

所以可以得到2个系统

$$\text{系统1零点: } 0.95e^{j0.3\pi}, 0.95e^{-j0.3\pi}, 1.4^{-1}e^{j0.4\pi}, 1.4^{-1}e^{-j0.4\pi}$$

$$\text{系统2零点: } 0.95^{-1}e^{j0.3\pi}, 0.95^{-1}e^{-j0.3\pi}, 1.4e^{j0.4\pi}, 1.4e^{-j0.4\pi}$$

(2)

其中系统1为最小相位系统，系统2为最大相位系统

(3)

系统1:

$$h[0] = 1$$

$$h[1] = -2 * 0.95 * \cos 0.3\pi - 2 * 1.4^{-1} * \cos 0.4\pi = -1.558$$

$$h[2] = 0.95^2 + 1.4^{-2} + 0.95 * 1.4^{-1} * 2 * 2 * \cos 0.3\pi * \cos 0.4\pi = 1.906$$

$$h[3] = -0.95^2 * 1.4^{-1} * 2 * \cos 0.4\pi - 1.4^{-2} * 0.95 * 2 * \cos 0.3\pi = -0.968$$

$$h[4] = 0.95^2 * 1.4^{-2} = 0.460$$

$$E[M] = 1.558^2 + 1.906^2 + 0.968^2 + 0.460^2 = 7.209$$

系统2:

$$h[0] = 1$$

$$h[1] = -2 * 0.95^{-1} * \cos 0.3\pi - 2 * 1.4 * \cos 0.4\pi = -2.103$$

$$h[2] = 0.95^{-2} + 1.4^2 + 0.95^{-1} * 1.4 * 2 * 2 * \cos 0.3\pi * \cos 0.4\pi = 4.139$$

$$h[3] = -0.95^{-2} * 1.4^2 * 2 * \cos 0.4\pi - 1.4^2 * 0.95^{-1} * 2 * \cos 0.3\pi = -3.384$$

$$h[4] = 0.95^{-2} * 1.4^2 = 2.172$$

$$E[M] = 29.88$$

最大相位系统能量远大于最小相位系统能量

## Exercise 2

失真系统是一个混合相位系统

先通过全通系统转化为最小相位系统，再取倒数

$$H_c(z) = \frac{(1 - 1.25^{-1}e^{j0.8\pi}z^{-1})(1 - 1.25^{-1}e^{-j0.8\pi}z^{-1})}{(1 - 1.25e^{j0.8\pi}z^{-1})(1 - 1.25e^{-j0.8\pi}z^{-1})} \cdot \frac{1}{(1 - 1.25^{-1}e^{j0.8\pi}z^{-1})(1 - 1.25^{-1}e^{-j0.8\pi}z^{-1})(1 - 0.9^{-1}e^{j0.6\pi}z^{-1})(1 - 0.9^{-1}e^{-j0.6\pi}z^{-1})}$$

## Exercise 3

$h[n]$ 和 $h_{min}[n]$ 具有相同的幅度响应，所以存在一个全通系统 $x[n]$ 使得

$$\begin{aligned}h[n] &= h_{min}[n] * x[n] \\H(z) &= H_{min}(z)X(z) \\|h[0]| &= \left| \lim_{z \rightarrow \infty} H(z) \right| \\|h_{min}[0]| &= \left| \lim_{z \rightarrow \infty} H_{min}(z) \right| \\|h[0]| &= \left| \lim_{z \rightarrow \infty} H_{min}(z)X(z) \right| \\&= \left| \lim_{z \rightarrow \infty} H_{min}(z) \right| \left| \lim_{z \rightarrow \infty} X(z) \right| \\&< \left| \lim_{z \rightarrow \infty} H_{min}(z) \right| \\&= |h_{min}[0]| \end{aligned}$$

因为全通系统的极点在圆内，零点在圆外， $z$ 在无穷远处离零点比极点近，所以 $\left| \lim_{z \rightarrow \infty} X(z) \right| < 1$