答案 4.1

4.1 已知图示电路中 $u=100\cos(\omega t+10°)$ V，$i_1=2\cos(\omega t+100°)$ A，$i_2=-4\cos(\omega t+190°)$ A，$i_3=5\sin(\omega t+10°)$ A。试写出电压和各电流的有效值、初相位，并求电压超前于电流的相位差。

解：将 i_2 和 i_3 改写为余弦函数的标准形式，即

$$i_2=-4\cos(\omega t+190°)\mathrm{A}=4\cos(\omega t+190°-180°)\mathrm{A}=4\cos(\omega t+10°)\mathrm{A}$$
$$i_3=5\sin(\omega t+10°)\mathrm{A}=5\cos(\omega t+10°-90°)\mathrm{A}=5\cos(\omega t-80°)\mathrm{A}$$

电压、电流的有效值为

$$U=\frac{100}{\sqrt{2}}=70.7\mathrm{V},\ I_1=\frac{2}{\sqrt{2}}=1.414\mathrm{A}$$
$$I_2=\frac{4}{\sqrt{2}}=2.828\mathrm{A},\ I_3=\frac{5}{\sqrt{2}}=3.54\mathrm{A}$$

初相位

$$\psi_u=10^\circ,\ \psi_{i_1}=100^\circ,\psi_{i_2}=10^\circ,\psi_{i_3}=-80^\circ$$

相位差

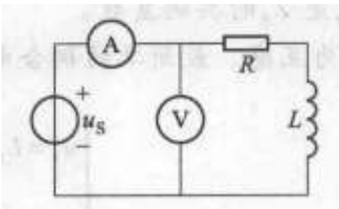
$\varphi_1=\psi_u-\psi_{i_1}=10^\circ-100^\circ=-90^\circ$　　u与i_1正交，u滞后于i_1；

$\varphi_2=\psi_u-\psi_{i_2}=10°-10°=0^\circ$　　u 与 i_2 同相；

$\varphi_3=\psi_u-\psi_{i_3}=10°-(-80°)=90^\circ$　　u 与 i_3 正交，u 超前于 i_3

答案 4.3

4.3 图示电路中正弦电流的频率为 50 Hz 时，电压表和电流表的读数分别为 100 V 和 15 A；当频率为 100 Hz 时，读数为 100 V 和 10A。试求电阻 R 和电感 L。



解：电压表和电流表读数为有效值，其比值为阻抗模，即

$$\sqrt{R^2+(\omega L)^2}=U/I$$

将已知条件代入，得

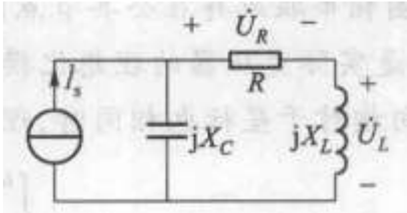
$$\begin{cases}\sqrt{R^2+(2\pi\times50\times L)^2}=\dfrac{100\mathrm{V}}{15\mathrm{A}}\\ \sqrt{R^2+(2\pi\times100\times L)^2}=\dfrac{100\mathrm{V}}{10\mathrm{A}}\end{cases}$$

联立方程，解得

$L=13.7\mathrm{mH},\ R=5.08\Omega$

答案 4.6

4.6 已知图示电路中 $U_R = U_L = 10\ \text{V}, R = 10\ \Omega, X_C = 10\ \Omega$，求 I_s。



解：

一般来说 X_C 是负数，这里按题目给的值算

设 $\dot{U}_R = 10\angle 0^\circ\ \text{V}$，则

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}_R}{R} = 1\angle 0^\circ\ \text{A}\ , \dot{U}_L = jX_L \dot{I}_R = 10\angle 90^\circ\ \text{V}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L = (10\angle 0^\circ + 10\angle 90^\circ)\text{V} = 10\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{V}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{\mathrm{j}X_C} = \frac{10\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{V}}{\mathrm{j}10\Omega} = -\sqrt{2}\angle 135^\circ \text{A}$$

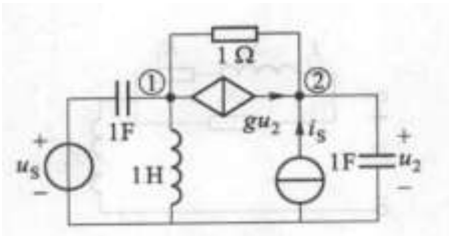
$$\dot{I}_S = \dot{I}_R + \dot{I}_C = (1\angle 0^\circ - \sqrt{2}\angle 135^\circ)\text{A} = \sqrt{5}\angle -22.5^\circ\ \text{A}$$

所求电流有效值为

$$I_S = \sqrt{5}\text{A}$$

答案 4.7

4.7 已知图示电路中 $g = 1\ \text{S}, u_s = 10\sqrt{2}\cos \omega t\ \text{V}, i_s = 10\sqrt{2}\cos \omega t\ \text{A}, \omega = 1\ \text{rad/s}$。求受控电流源的电压 u_{12}。



解：电压源和电流源的相量分别为

$$\dot{U}_S = 10\angle 0^\circ\ \text{V},\quad \dot{I}_S = 10\angle 0^\circ\ \text{A}$$

对节点①和②列相量形式节点电压方程

$$\begin{cases} (\mathrm{j}\omega C_1 + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L} + 1\text{S})\dot{U}_{n1} - 1\text{S}\times\dot{U}_{n2} = \mathrm{j}\omega C_1 \dot{U}_S - g\dot{U}_2 \\ -1\text{S}\times\dot{U}_{n1} + \left(\mathrm{j}\omega C_2 + 1\text{S}\right)\dot{U}_{n2} = \dot{I}_S + g\dot{U}_2 \end{cases}$$

由图可知受控源控制量

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{n2}$$

解得

$$\dot{U}_{n1}=\mathrm{j}10\mathrm{V}\quad \dot{U}_{n2}=10-\mathrm{j}10\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_{12}=\dot{U}_{n_1}-\dot{U}_{n_2}=(-10+\mathrm{j}20)\mathrm{V}=22.36\angle 116.57^{0}\ \mathrm{V}$$

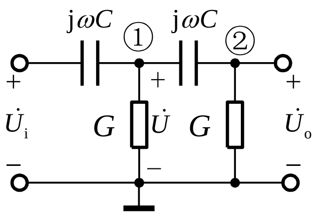
受控电流源的电压为

$$u_{12}=22.36\sqrt{2}\cos\left(\omega t+116.57^{0}\right)\mathrm{V}$$

答案 4.8

4.8 在图示 RC 移相电路中设 $R=1/(\omega C)$，试求输出电压 u_o 和输入电压 u_i 的相位差。

解：相量模型如图(b)所示。



(b)

对节点①、②列节点电压方程：

$$(\mathrm{j}\omega C+\mathrm{j}\omega C+G)\dot{U}_{n_1}-\mathrm{j}\omega C\dot{U}_{n2}=\mathrm{j}\omega C\dot{U}_{i}\qquad (1)$$

$$-\mathrm{j}\omega C\dot{U}_{n_1}+(\mathrm{j}\omega C+G)\dot{U}_{n2}=0\qquad (2)$$

联立解得

$$\frac{\dot{U}_{n2}}{\dot{U}_{i}}=\frac{1}{3}\angle 90^{0}$$

又因为

$$\dot{U}_{n2}=\dot{U}_{o}$$

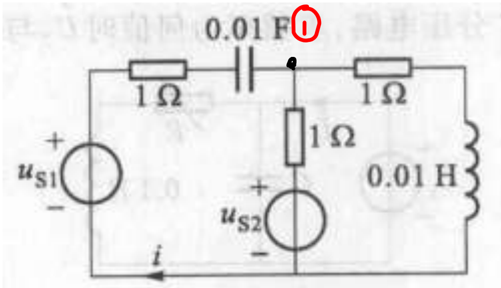
所以

$$\frac{\dot{U}_{o}}{\dot{U}_{i}}=\frac{1}{3}\angle 90^{0}$$

即 u_o 越前于 u_i 的相位差为 90^{o} 。

答案 4.10

4.10 已知图示电路中 $u_{S1}=u_{S2}=4\cos\omega t$ V，$\omega=100$ rad/s。试求电流 i。



解：图示电路容抗

$$X_C=-\frac{1}{\omega C}=-\frac{1}{100\times 0.01}\Omega=-1\Omega,$$

感抗

$$X_L=\omega L=(100\times 0.01)\Omega=1\Omega$$

列节点电压方程

$$\left[\frac{1}{1\Omega+\mathrm{j}(-1\Omega)}+\frac{1}{1\Omega}+\frac{1}{1\Omega+\mathrm{j}\Omega}\right]\dot{U}_{n1}=\frac{\dot{U}_{S1}}{1\Omega+\mathrm{j}(-1\Omega)}+\frac{\dot{U}_{S2}}{1\Omega} \qquad (1)$$

将

$\dot{U}_{S1}=\dot{U}_{S2}=2\sqrt{2}\angle 0°\mathrm{V}$ 代入(1)式

解得

$$\dot{U}_{n1}=\sqrt{5}\angle 18.43°\mathrm{V}$$

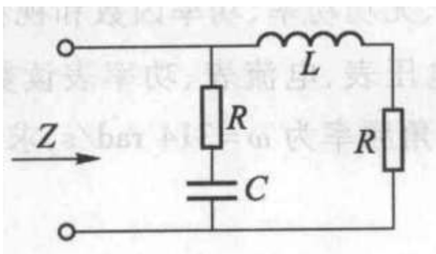
$$\dot{I}=-\frac{-\dot{U}_{n1}+\dot{U}_{S1}}{1\Omega+\mathrm{j}(-1\Omega)}=\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{A}$$

电流

$$i=\cos(100t)\mathrm{A}$$

答案 4.11

4.11 求图示一端口网络的输入阻抗 Z，并证明当 $R=\sqrt{L/C}$ 时，Z 与频率无关且等于 R。



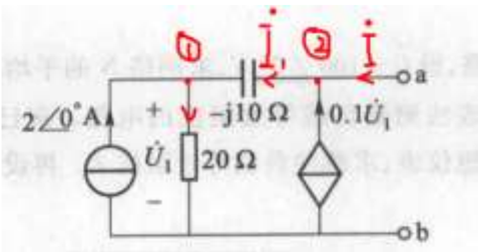
解：由阻抗的串、并联等效化简规则得

$$Z=(R+\mathrm{j}\omega L)//(R+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C})=\frac{R^2+\frac{L}{C}+\mathrm{j}R(\omega L-\frac{1}{\omega C})}{2R+\mathrm{j}(\omega L-\frac{1}{\omega C})}$$

当 $R=\sqrt{L/C}$ 时，由上式得 $Z=R$，且与频率无关。

答案 4.12

4.12 求图示电路的戴维宁等效电路。



解：(1)求开路电压 $\dot{U}_{\mathrm{OC}}$

对图(a)电路列节点电压方程

$$\begin{cases}(\frac{1}{20}+\frac{1}{-\mathrm{j}10})\mathrm{S}\times\dot{U}_{n1}-\frac{1}{-\mathrm{j}10}\times\dot{U}_{n2}=2\angle 0^\circ\mathrm{A} & (1)\\ -\frac{1}{-\mathrm{j}10}\mathrm{S}\times\dot{U}_{n1}+\frac{1}{-\mathrm{j}10}\mathrm{S}\times\dot{U}_{n2}=0.1\mathrm{S}\times\dot{U}_1 & (2)\end{cases}$$

受控源控制量 $\dot{U}_1$ 即为节点电压 $\dot{U}_{\mathrm{n1}}$，即

$$\dot{U}_1=\dot{U}_{\mathrm{n1}} \qquad (3)$$

将式(3)代入式(2)再与式(1)联立解得

$$\dot{U}_{\mathrm{n1}}=-40\mathrm{V}，\quad \dot{U}_{\mathrm{n2}}=\dot{U}_{\mathrm{OC}}=40\sqrt{2}\angle 135^\circ\mathrm{V}$$

(2)求等效阻抗 Z_{i}

在 ab 端外施电压源 $\dot{U}_{ab}$，求输入电流 $\dot{I}$，$\dot{U}_{ab}$ 与 $\dot{I}$ 的比值即为等效阻抗 Z_{i}。

由节点②得

$$\dot{I}=\dot{I}_1-0.1\mathrm{S}\times\dot{U}_1=\frac{\dot{U}_1}{20\Omega}-\frac{\dot{U}_1}{10\Omega}$$

又

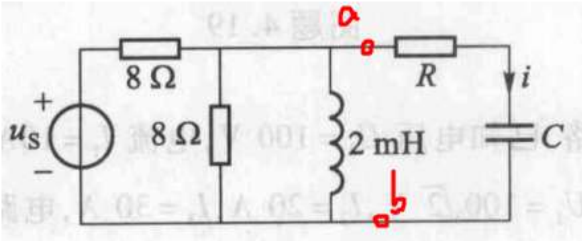
$$\dot{U}_{\mathrm{ab}}=(20-\mathrm{j}10)\Omega\dot{I}_1=(20-\mathrm{j}10)\times\frac{\dot{U}_1}{20}$$

得

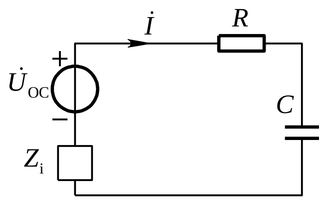
$$Z_{\mathrm{i}}=\frac{\dot{U}_{\mathrm{ab}}}{\dot{I}}=\frac{(20-\mathrm{j}10)\times\frac{\dot{U}_1}{20}}{(\frac{1}{20}-\frac{1}{10})\dot{U}_1}=22.36\angle 153.43°\Omega$$

答案 4.14

4.14 图中 u_S 为正弦电压源，$\omega=2\,000$ rad/s。问电容 C 为何值才能使电流 i 的有效值达到最大？



解：先对电路 ab 端左侧电路作戴维南等效，如图(b)所示。



(b)

令

$$X_L=\omega L=2000\,\mathrm{rad/s}\times 2\times 10^{-3}\,\mathrm{H}=4\Omega$$

得等效阻抗

$$Z_{\mathrm{i}}=8\Omega\,//\,8\Omega\,//\,\mathrm{j}4\Omega=\frac{4\Omega\times\mathrm{j}4\Omega}{4\Omega+\mathrm{j}4\Omega}=2(1+\mathrm{j})\Omega$$

由

$$i=\frac{U_{\mathrm{OC}}}{Z_{\mathrm{i}}+R+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}$$

知，欲使电流 i 有效值为最大，电容的量值须使回路阻抗虚部为零，即：

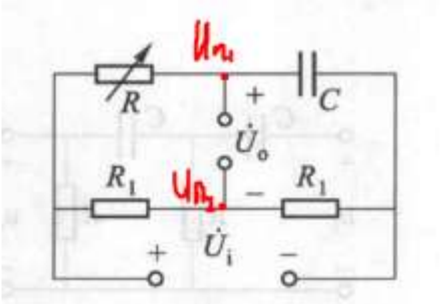
$$\mathrm{Im}[Z_i+R+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}]=2-\frac{1}{\omega C}=0$$

解得

$$C=\frac{1}{2\omega}=250\mu\mathrm{F}$$

答案 4.15

4.16 图示阻容移相器电路，设输入电压$\dot{U}_i$及R_1、C已知，求输出电压$\dot{U}_o$，并讨论当R由零变到无穷大时输出电压$\dot{U}_o$与输入电压$\dot{U}_i$的相位差变化范围。



解：应用分压公式，输出电压$\dot{U}_o$可表示为

$$\dot{U}_o=\dot{U}_{n1}-\dot{U}_{n2}$$

$$=\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}\times\dot{U}_i-\frac{\dot{U}_i}{2}$$

$$=\frac{\dot{U}_i}{1+j\omega CR}-\frac{\dot{U}_i}{2}=\frac{1-j\omega CR}{2(j\omega CR+1)}\dot{U}_i$$

当 $R=0$，$\dot{U}_o$与$\dot{U}_i$同相位；

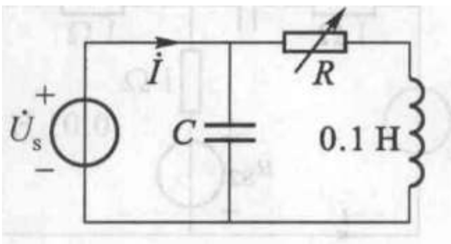
当 $R=\frac{1}{\omega C}$，$\dot{U}_o$落后于$\dot{U}_i$ $90°$；

当 $R\to\infty$，$\dot{U}_o$落后于$\dot{U}_i$ 180°。

即当R由零变到无穷时，$\dot{U}_o$落后于$\dot{U}_i$相位差从0°到180°变化。

答案 4.17

4.17 图示电路，$\dot{U}_s=10$ V，角频率$\omega=10^3$ rad/s。要求无论R怎样改变，电流有效值I始终不变，求C的值，并分析电流$\dot{I}$的相位变化情况。



解：图示电路负载等效导纳为

$$Y=j\omega C+\frac{1}{R+j\omega L}=\frac{R}{R^2+(\omega L)^2}+j(\omega C-\frac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}) \qquad (1)$$

$$|Y|^2=\left[\frac{R}{R^2+(\omega L)^2}\right]^2+\left[\omega C-\frac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}\right]^2=\frac{1-2\omega^2 LC}{R^2+(\omega L)^2}+(\omega C)^2 \qquad (2)$$

由式(2)可见：当$\omega^2=1/(2LC)$时，$|Y|=\omega C$与R无关，电流有效值$I=|Y|U=\omega CU$不随R改变。

解得

$$C=\frac{1}{2\omega^2 L}=5\mathrm{uF}$$

将ω、L、C值代入(1)式，得

$$Y=\frac{R+\mathrm{j}5\times10^{-3}(R^2-10^4)}{R^2+10^4}$$

当$R=0$，$\dot{I}$滞后$\dot{U}_S$为$-90°$；

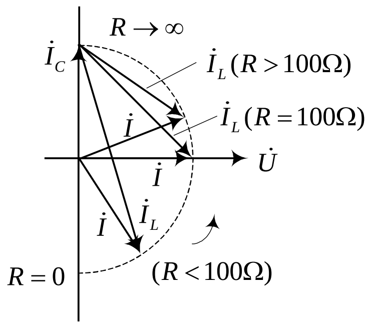
当$0<R<100\Omega$，$\dot{I}$滞后$\dot{U}_S$为从$-90°$向0变化；

当$R=100\Omega$，$\dot{I}$与$\dot{U}_S$同相位；

当$R>100\Omega$，$\dot{I}$越前$\dot{U}_S$为从0向$90°$变化；

当$R\to\infty$，$\dot{I}$越前$\dot{U}_S$为$90°$。

图(b)为电流相量图：

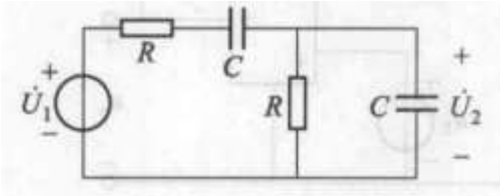


(b)

$\dot{I}$的终点轨迹为半圆，当R从0变到∞时，$\dot{I}$的辐角从$-90°$变到$90°$。

答案 4.18

4.18 图示 RC 分压电路，求频率为何值时 $\dot{U}_2$ 与 $\dot{U}_1$ 同相？



解：由分压公式得

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{R//\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}+(R//\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C})}=\frac{\dfrac{R\times\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}}{R+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}+\dfrac{R\times\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}}$$

$$=\frac{R}{3R+\mathrm{j}\left(\omega R^2C-1/\omega C\right)}$$

令虚部

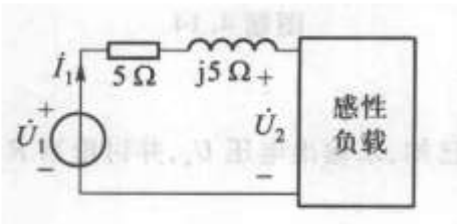
$$\omega R^2C-\frac{1}{\omega C}=0\text{，得 }\omega=\frac{1}{RC}$$

即$f=\dfrac{\omega}{2\pi}=\dfrac{1}{2\pi RC}$时，且$\dot{U}_1$与$\dot{U}_2$同相位

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{1}{3}$$

答案 4.21

4.21 图示电路，已知电压 $U_1=100$ V，电流 $I_1=10$A，电源输出功率 $P=500$ W。求负载阻抗及端电压 U_2。



解：

平均功率 $P=U_1I_1\cos\varphi$，可推出电压与电流的相位差 φ

$$\varphi=\arccos\frac{P}{U_1I_1}=\arccos\frac{500\,\mathrm{W}}{100\mathrm{V}\times 10\,\mathrm{A}}=60^{\circ}$$

设 $\dot{I}_1 = 10\angle 0^\circ$ A， 则 $\dot{U}_1 = 100\angle 60^\circ$ V

负载端电压相量

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 - (5\Omega + \mathrm{j}5\Omega)\dot{I}_1 = 36.6\angle 90^\circ \text{ V}$$

有效值为

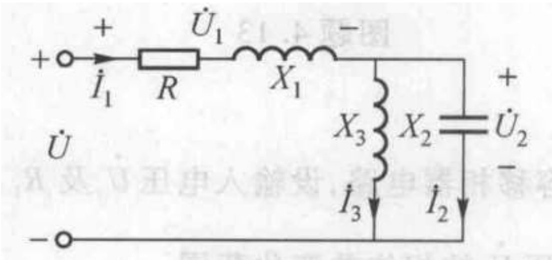
$$U_2 = 36.6\text{V}$$

负载阻抗

$$Z_{\mathrm{L}} = \dot{U}_2 / \dot{I}_1 = \mathrm{j}3.66\Omega$$

答案 4.22

4.22 若已知 $U_1 = 100\sqrt{2}$ V，$I_2 = 20$ A，$I_3 = 30$ A，电路消耗的总功率 $P = 1\,000$ W，求 R 及 X_1。



解：

设 $\dot{I}_2 = 20\angle 0^\circ$ A， 则 $\dot{I}_3 = 30\angle -180^\circ$ A， $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 10\angle -180^\circ$ A

设 $\dot{U}_1 = 100\sqrt{2}\angle\varphi_U$V　　$100\sqrt{2}\cdot 10\cdot\cos(\varphi_U - (-180^\circ)) = 1000$

解得 $\varphi_U = 135^\circ$ 或 -135°， $\dot{I}_1\cdot(R + jX_1) = \dot{U}_1$

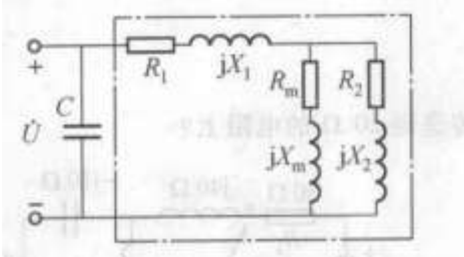
得到 $R = 10\Omega, X_1 = 10\Omega$， 对应 $\varphi_U = 135^\circ$

答案 4.25

4.25 图示为某负载的等效电路模型，已知 $R_1 = X_1 = 8\ \Omega$，$R_2 = X_2 = 3\ \Omega$，$R_m = X_m = 6\ \Omega$，外加正弦电压有效值 $U = 220$ V，频率 $f = 50$ Hz。

(1) 求负载的平均功率和功率因数；

(2) 若并上电容，将功率因数提高到 0.9，求 C=?。



解：

（1）

$$\omega = 2\pi f = 100\pi \mathrm{rad/s}$$

$$Z = \frac{(R_{\mathrm{m}} + jX_{\mathrm{m}}) \cdot (R_2 + jX_2)}{(R_{\mathrm{m}} + jX_{\mathrm{m}}) + (R_2 + jX_2)} + (R_1 + jX_1) = (10 + j10)\Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220}{10 + j10} = 11(1 - j) = 11\sqrt{2}\angle -45^{\circ}\,\mathrm{A}$$

$$P = \dot{U} \cdot \dot{I} = 220 \cdot 11\sqrt{2} \cdot \cos(45^{\circ}) = 2420\mathrm{W}$$

$$\lambda = \cos(45^{\circ}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

（2）

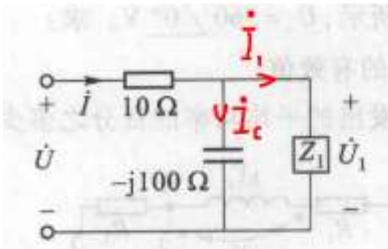
设电容阻抗为 X_C，则并联电容后总的阻抗为

$Z = \dfrac{(10 + j10) \cdot jX_C}{(10 + j10) + jX_C} = \dfrac{-10X_C + j10X_C}{10 + j(10 + X_C)}$，相位为 $\arccos(0.9) = 25.84^{\circ}$

解得 $X_C = -38.78$，$C = -\dfrac{1}{\omega X_C} = \dfrac{1}{100\pi \cdot 38.78} = 82.1\mu F$

答案 4.27

4.27 图示电路，$U_1 = 200$ V，Z_1 吸收的平均功率 $P_1 = 800$ W，功率因数 $\lambda = 0.8$（感性）。求电压有效值 U 和电流有效值 I。



解：

设 $\dot{U}_1 = 200\angle 0^{\circ}$ V，$\varphi_1 = \arccos 0.8 = 36.86^{\circ}$

$I_1 = \dfrac{P_1}{U_1\lambda} = 5\,\mathrm{A}$，$\dot{I}_1 = I_1\angle -\varphi_1 = 5\angle -36.86^{\circ}$ A

$\dot{I}_C = \dot{U}_1/(-\mathrm{j}100\Omega) = \mathrm{j}2\,\mathrm{A}$，$\dot{I} = \dot{I}_C + \dot{I}_1 = (4 - \mathrm{j})\,\mathrm{A} = 4.12\angle -14.04^{\circ}$

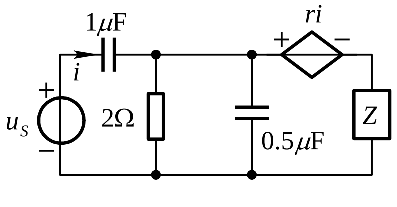
$\dot{U} = 10\dot{I} + \dot{U}_1 = (240 - \mathrm{j}10)\,\mathrm{V} = 240.2\angle -2.39^{\circ}$

$I = 4.12\,\mathrm{A}$，$U = 240.2\,\mathrm{V}$

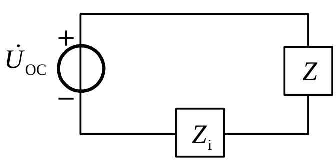
答案 4.28

4.28 图示电路中 $u_s = 2\cos \omega t$ V，$\omega = 10^6$ rad/s，$r = 1$ Ω。问负载阻抗 Z 为何值可获得最大功率？求出此最大功率。

解：对原电路做戴维南等效，如图（b）所示。

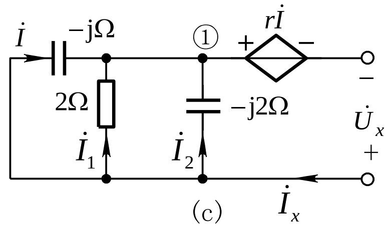


(a)

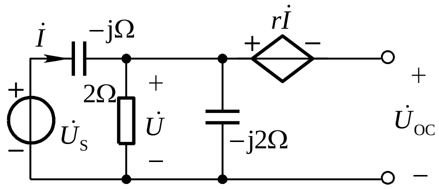


(b)

（1）求输入阻抗，由图（c）得：



(c)



(d)

$$\dot{U}_x = -\mathrm{j}\Omega \times \dot{I} + r\dot{I} = (1-\mathrm{j})\Omega \times \dot{I}$$

$$\dot{I}_x = \dot{I} + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I} + (-j\Omega \times \dot{I}) \times (\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{-\mathrm{j}2\Omega}) = (\frac{3}{2} - \frac{\mathrm{j}}{2})\dot{I}$$

$$Z_i = R_\mathrm{i} + \mathrm{j}X_\mathrm{i} = \frac{\dot{U}_x}{\dot{I}_x} = \frac{(1-\mathrm{j})\Omega\dot{I}}{\frac{1}{2}(3-\mathrm{j})\dot{I}} = (0.8 - \mathrm{j}0.4)\Omega$$

（2）求开路电压，如图（d）所示：

$$\dot{U}_{\mathrm{OC}} = \dot{U} - r\dot{I}$$

$$= \frac{2\Omega//(-\mathrm{j}2\Omega)}{2\Omega//(-\mathrm{j}2\Omega) + (-\mathrm{j}\Omega)}\dot{U}_\mathrm{S} - r\frac{\dot{U}_\mathrm{S}}{2\Omega//(-\mathrm{j}2\Omega) + (-\mathrm{j}\Omega)}$$

$$= \frac{1+\mathrm{j}}{1+\mathrm{j}3}\dot{U}_\mathrm{S} = (0.4 - \mathrm{j}0.2)\sqrt{2}\mathrm{V} = 0.2\sqrt{10}\angle -26.57^\circ \mathrm{V}$$

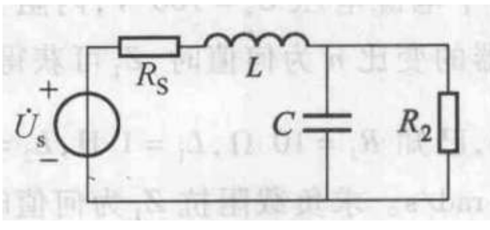
（3）求最大功率：

根据最大功率传输定理，当 $Z_L = \overset{*}{Z_\mathrm{i}} = (0.8 + \mathrm{j}0.4)\Omega$ 时，Z_L 可获得最大功率：

$$P_{\max} = \frac{U^2_{\mathrm{OC}}}{4R_\mathrm{i}} = \frac{(0.2\sqrt{10})^2}{4 \times 0.8}\mathrm{W} = 0.125\mathrm{W}$$

答案 4.29

4.29 图示电路中电源频率 $f=31.8$ kHz，$U_s=1$ V，内阻 $R_S=125$ Ω，负载电阻 $R_2=200$ Ω。为使 R_2 获得最大功率，L 和 C 应为多少？求出此最大功率。



解：L、C 及 R_2 的等效阻抗

$$Z_{\mathrm{L}}=\mathrm{j}\omega L+\frac{R_2/(\mathrm{j}\omega C)}{R_2+1/(\mathrm{j}\omega C)}$$

当 L、C 改变时，Z_{L} 的实部及虚部均发生变化，根据最大功率传输定理知，

当 $\overset{*}{Z}_{\mathrm{L}}=R_{\mathrm{S}}$， R_2 可获得最大功率，

即

$$\begin{cases}\dfrac{R_2}{1+(\omega R_2 C)^2}=R_{\mathrm{S}}\\[2ex]\omega L-\dfrac{\omega R_2{}^2 C}{1+(\omega R_2 C)^2}=0\end{cases}$$

联立解得

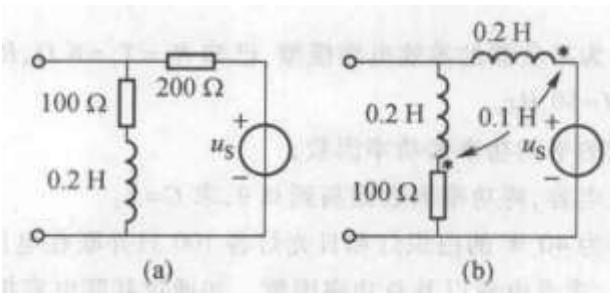
$$\begin{cases}C=\dfrac{\sqrt{R_2/R_{\mathrm{S}}-1}}{\omega R_2}=0.0194\mu\mathrm{F}\\[2ex]L=R_2R_{\mathrm{S}}C=0.485\mathrm{mH}\end{cases}$$

此时

$$P_{\max}=\frac{U_{\mathrm{S}}{}^2}{4R_{\mathrm{S}}}=\frac{1\mathrm{V}}{4\times125\Omega}=2\mathrm{mW}$$

答案 4.33

4.33 设图示一端口网络中 $u_{\mathrm{s}}=200\sqrt{2}\cos\omega t$ V，$\omega=10^3$ rad/s。求其戴维宁等效电路。



解：(a) 对图(a)电路，感抗

$$X_L=\omega L=10^3\mathrm{rad/s}\times0.2\mathrm{H}=200\Omega$$

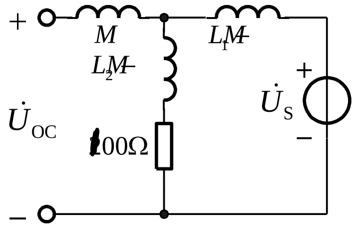
由分压公式得端口开路电压

$$\dot{U}_{\mathrm{oc}}=\frac{(100+\mathrm{j}200)\Omega}{(100+\mathrm{j}200+200)\Omega}\times200\angle0^{\circ}\ \mathrm{V}=124\angle29.7^{\circ}\ \mathrm{V}$$

求等效阻抗，将电压源作用置零

$$Z_{\mathrm{i}}=(100+\mathrm{j}200)\Omega//200\Omega=\frac{200\Omega\times(100+\mathrm{j}200)\Omega}{(200+100+\mathrm{j}200)\Omega}=124\angle 29.7^{\circ}\,\Omega$$

(b) 对图(b)电路，应用互感消去法，将电路等效成图(b-1)。



(b−1)

图中

$$M=0.1\mathrm{H},\ L-M=0.1\mathrm{H}\text{。}$$

由分压公式得

$$\dot{U}_{\mathrm{OC}}=\frac{R+\mathrm{j}\omega\left(L_2-M\right)}{R+\mathrm{j}\omega\left(L_2-M\right)+\mathrm{j}\omega\left(L_1-M\right)}\dot{U}_{\mathrm{S}}=(120-40\mathrm{j})\mathrm{V}=126.5\angle-18.43^{\circ}\,\mathrm{V}$$

等效阻抗

$$Z_{\mathrm{i}}=\mathrm{j}\omega M+[R+\mathrm{j}\omega(L_2-M)]//\mathrm{j}\omega(L_1-M)$$

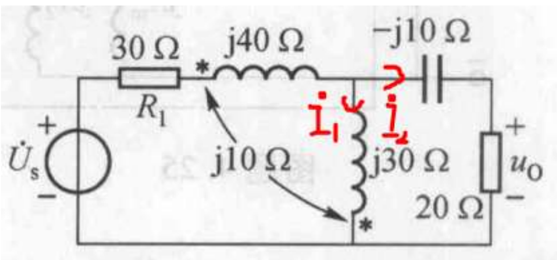
$$=\mathrm{j}\omega M+\frac{\left[R+\mathrm{j}\omega\left(L_2-M\right)\right]\times\mathrm{j}\omega\left(L_1-M\right)}{R+\mathrm{j}\omega\left(L_2-M\right)+\mathrm{j}\omega\left(L_1-M\right)}=(20+\mathrm{j}160)\Omega=161.24\angle 82.87^{\circ}\Omega$$

答案 4.35

4.35 电路如图所示，$\dot{U}_s=360\angle 0^{\circ}$ V。求：

（1）输出电压 u_0 的有效值；

（2）理想电压源发出的平均功率的百分之多少传递到 20 Ω 的电阻上？



解：

（1）

$$j30\cdot\dot{I}_1-j10\cdot(\dot{I}_1+\dot{I}_2)=(-j10+20)\cdot\dot{I}_2$$

$$\dot{U}_S=(30+j40)\cdot(\dot{I}_1+\dot{I}_2)-j10\cdot\dot{I}_1+(-j10+20)\cdot\dot{I}_2$$

解得

$$\dot{I}_1=-j4.5\mathrm{A},\dot{I}_2=4.5\mathrm{A}$$

$\dot{u}_o = 20 \cdot \dot{I}_2 = 90\text{V}$，有效值为90V

（2）

$$\eta = \frac{4.5^2 \cdot 20}{360 \cdot 4.5} = \frac{1}{4}$$

答案 4.37

4.37 图示电路中电源电压 $U_s = 100$ V，内阻 $R_S = 5\ \Omega$，负载阻抗 $Z_L = (16+j12)\ \Omega$，问理想变压器的变比 n 为何值时，Z_L 可获得最大功率？试求此最大功率。

解：由理想变压器的阻抗变换关系得

$$Z'_L = n^2 Z_L$$

当变比 n 改变时 Z' 的模改变而阻抗角不变，此时获得最大功率条件是模匹配，即

$$R_S = |Z'_L| = |n^2 Z_L|$$

由此求得：

$$n^2 = \frac{R_S}{|Z_L|} = \frac{5\Omega}{\sqrt{16^2+12^2}\Omega} = \frac{1}{4}$$

$$n = 0.5$$

设 $\dot{U}_S = 100\angle 0^0\ \text{V}$，则理想变压器原端电流：

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_S}{R_S + Z'_L} = \frac{100\angle 0°}{5+4+j3} = \frac{10}{3}\sqrt{10}\angle -18.4°\text{A}$$

副端电流为

$$\dot{I}_2 = -n\dot{I}_1 = -\frac{5}{3}\sqrt{10}\angle\text{-}18.4^\circ\text{A}$$

负载吸收的最大平均功率为

$$P_{\max} = I_2{}^2 \times 16\Omega = (\frac{5\sqrt{10}}{3})^2 \times 16 = 444.44\text{W}$$

重点

1. 相量的写法，注意题目要求，最后是否要转换到时域
2. 互感的方向