2.3 基矢与表象

2. 酉空间

⑫ 作业

a. 证明对于任意的厄米矩阵$\hat{f}$，给定了它的一个本征值λ_0，那么与这个本征值对应的所有本征矢量组成一个复线性空间

b. 已知酉空间中的矢量 $|u\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix}, |v\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -i\end{pmatrix}$，计算$\langle u|v\rangle$，$\langle u|u\rangle$及$\langle v|v\rangle$

c. 已知酉空间中的厄米矩阵 $\hat{f} = \begin{bmatrix}0 & i\\ -i & 0\end{bmatrix}$，求$\hat{f}$的本征值和本征矢量，并把$\hat{f}$的本征矢量归一化

d. 接上题，以$\hat{f}$的归一化本征矢量作为新的基矢，计算从老的基矢 $\{|e_1\rangle = \begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}$，$|e_2\rangle = \begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}\}$变换到新的基矢对应的变换矩阵$\hat{U}$，并且计算$\hat{U}^+\hat{U}$以及$\hat{U}^+\hat{f}\hat{U}$