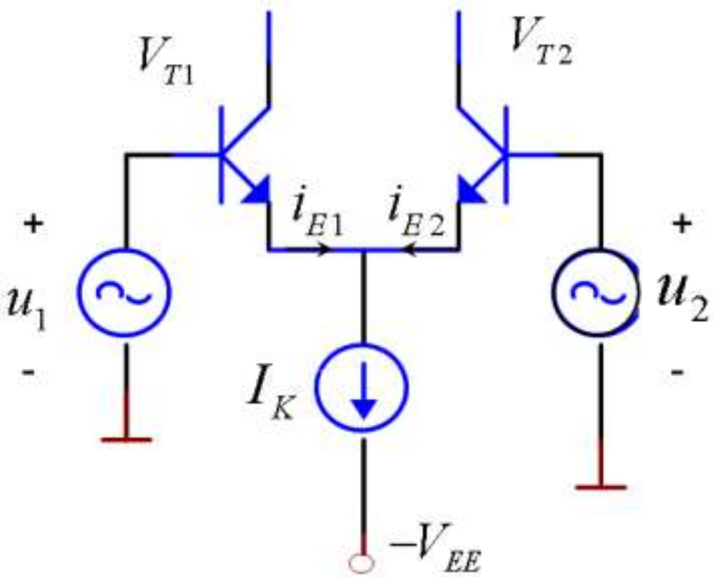
第二章　非线性器件的分析方法

2.4 差分特性分析

适用于以差分对为核心的电路，主要用于集成芯片内部。



V_{T1}，V_{T2}参数对称，均为指数律器件

$$i_{E1} = I_{ES} e^{\frac{u_{BE1}}{U_r}} \qquad i_{E2} = I_{ES} e^{\frac{u_{BE2}}{U_r}}$$

则有：
$$\begin{cases} \dfrac{i_{E1}}{i_{E2}} = e^{\frac{u_{BE1} - u_{BE2}}{U_r}} = e^{\frac{u_1 - u_2}{U_r}} = e^z \\ i_{E1} + i_{E2} = I_K \end{cases}$$

设 $z = \dfrac{u_1 - u_2}{U_r}$ –归一化差分输入幅值

$$\Rightarrow \begin{cases} i_{E1} = \dfrac{I_K}{1 + e^{-z}} = \dfrac{I_K}{2}(1 + \tanh\dfrac{z}{2}) = \dfrac{I_K}{2} + i \\ i_{E2} = \dfrac{I_K}{1 + e^{z}} = \dfrac{I_K}{2}(1 - \tanh\dfrac{z}{2}) = \dfrac{I_K}{2} - i \end{cases}$$

又称双曲正切特性

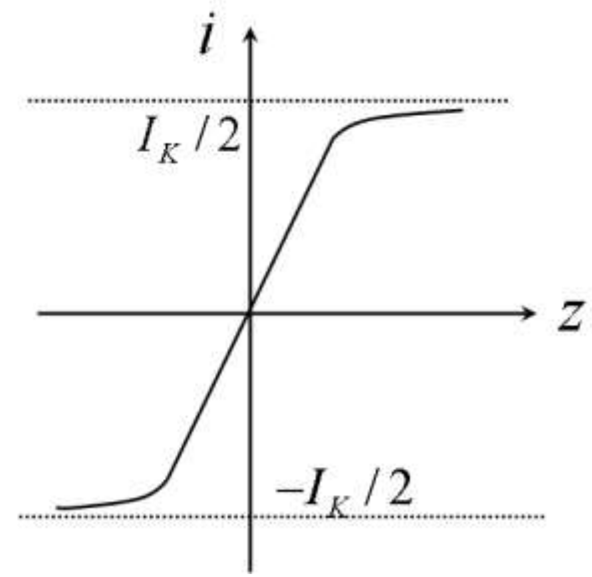
2.4 差分特性分析

推导过程:

$$i_{E1} = \frac{I_K}{2}\frac{2}{1+e^{-z}} = \frac{I_K}{2}\cdot\frac{e^{\frac{z}{2}}+e^{\frac{z}{2}}+e^{-\frac{z}{2}}-e^{-\frac{z}{2}}}{e^{\frac{z}{2}}+e^{-\frac{z}{2}}}$$

$$= \frac{I_K}{2}(1+\frac{e^{\frac{z}{2}}-+e^{-\frac{z}{2}}}{e^{\frac{z}{2}}+e^{-\frac{z}{2}}}) = \frac{I_K}{2}(1+\tanh\frac{z}{2}) = \frac{I_K}{2}+i$$

$\therefore i = \frac{I_K}{2}\tanh\frac{z}{2}$ —发射极电流交流分量

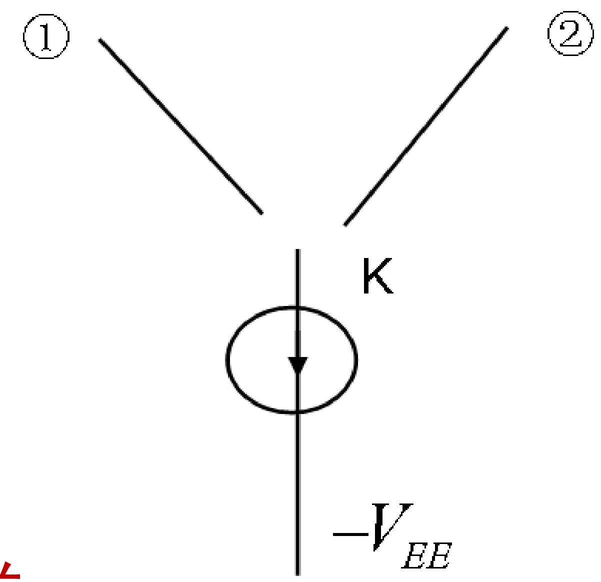


2.4 差分特性分析

（1） 当$\dfrac{u_1-u_2}{U_r}\geq 4$（$u_1-u_2\geq 104\text{mV}$）时， $i_{E1}\geq 0.98I_K$， $i_{E2}\leq 0.02I_K$

即射极电流集中于单管上，

差分对具有电流开关特性。



差分对可等效为图示电流开关：

当①-②差动电压>104mV时，①接K；

当②-①差动电压>104mV时，②接K。

（2）激励电压足够小 $z \to 0$，　有：$\tanh_{z\to 0}(\frac{z}{2}) \approx \frac{z}{2}$

$$i_{C1,2} = \alpha i_{E1,2} = \frac{\alpha I_K}{2}(1 \pm \frac{z}{2})$$

$$= \frac{\alpha I_K}{2} \pm \frac{\alpha I_K}{2U_r} \cdot \frac{1}{2}(u_1 - u_2) = I_{CQ} \pm g_{mdQ}(u_1 - u_2)$$

$$\begin{cases} I_{CQ} = \dfrac{\alpha I_K}{2} & \text{–集电极静态电流} \\ g_{mdQ} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{\alpha I_K}{2U_r} = \dfrac{1}{2} g_{mQ} & \\ \text{–差分对小信号跨导，跨导越大，电压转换为电流的能力越大} & \end{cases}$$

$$g_{mQ} = \frac{\alpha I_{EQ}}{U_r} = \frac{\alpha I_K}{2U_r} \quad \text{–单管跨导}$$

结论：小信号激励的差分对可看作一线性放大器，其效率比单管低，其跨导为单管的一半。

2. 4 差分特性分析

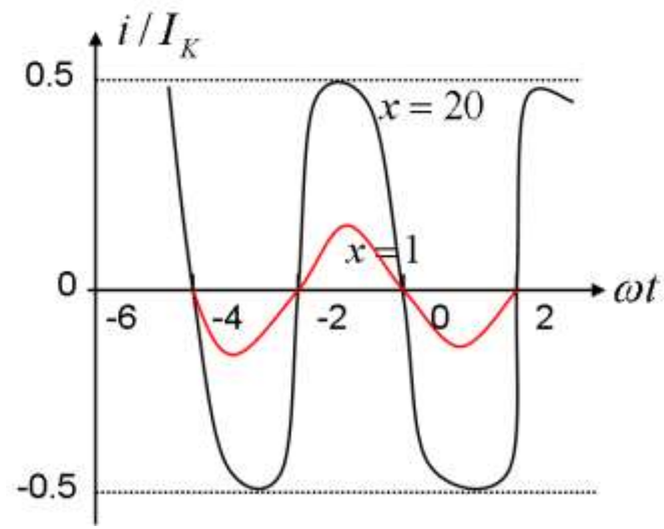
（3） 若$u_1 - u_2 = U\cos\omega t$,即正弦激励。

设$x = \dfrac{U}{U_r}$，则有： $i_{E1,2} = \dfrac{I_K}{2}[1 \pm \tanh(\dfrac{x}{2}\cos\omega t)] = \dfrac{I_K}{2} \pm i$

$$i = \frac{I_K}{2}\tanh(\frac{x}{2}\cos\omega t)$$

$$= I_K\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1}(x)\cos(2n-1)\omega t \text{ – 波形见图}$$

–由Fourier级数理论可知仅含有奇次余弦成分



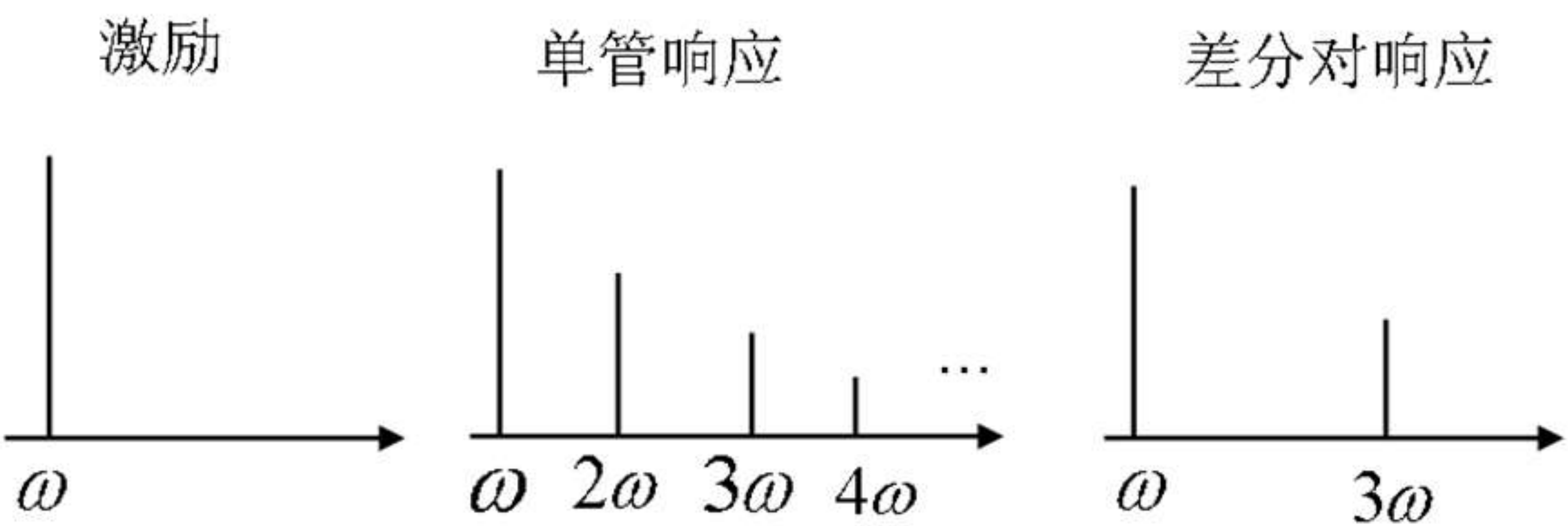
$$a_{2n-1}(x) = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}[\frac{1}{2}\tanh(\frac{x}{2}\cos\omega t)]\cos(2n-1)\omega t d\omega t$$

–$(2n-1)$次谐波对I_K的归一化幅度，可查附录B.3得到。

2.4 差分特性分析

当激励为单一频率信号时，单管和差分对响应有所不同，表现在以下两方面：

①单管响应中包含基波和所有谐波成分，而差分对的响应中仅包含奇次谐波成分，如图所示。



2.4 差分特性分析

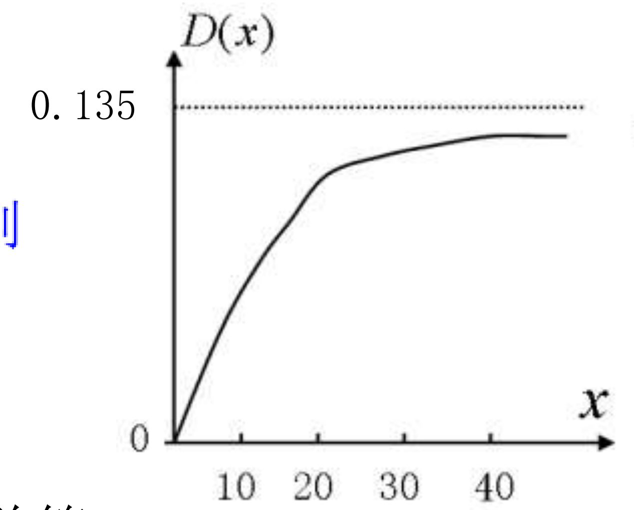
② 用回路品质因数为Q_T的并联调谐回路提取基波

总谐波失真

$$D(x)=\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty}\left[\frac{a_{2n-1}}{a_1}\frac{2n-1}{(2n-1)^2-1}\right]^2}$$

可查附录B.3得到

$$\left.\begin{aligned}&\lim_{x\to 0} D(x)\to\left|\frac{a_3}{a_1}\right|\frac{3}{8}\to\frac{x^2}{128}\\ &\lim_{x\to\infty} D(x)\to\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty}\left[\frac{1}{(2n-1)^2-1}\right]^2}=0.135\end{aligned}\right\}\text{差分对}\qquad\left.\begin{aligned}&\frac{x}{6}\\ &0.94\end{aligned}\right\}\text{单管}$$



$D(x)\sim x$关系曲线

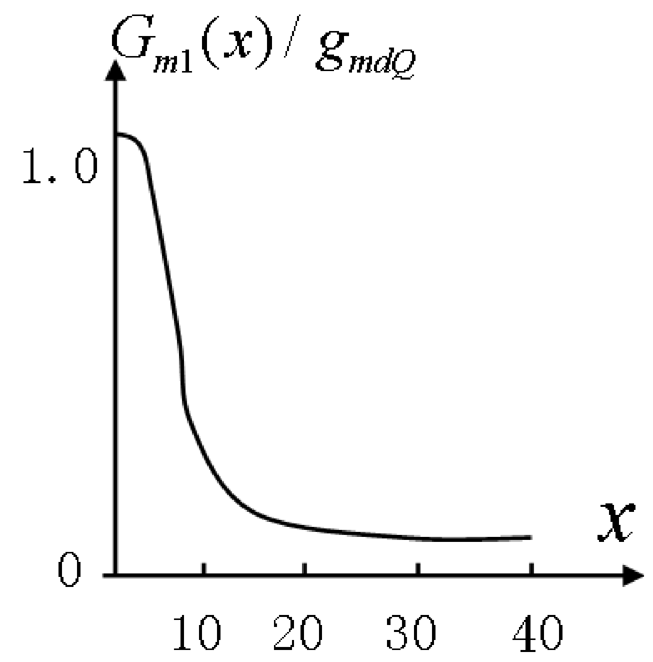
相同条件下，差分对的总谐波失真远小于指数律器件的总谐波失真，因为差分对采用了<u>**双管平衡技术**</u>，消除了偶次谐波尤其是二次谐波的影响。

基波等效跨导：

$$G_{m1}(x)=\frac{\alpha I_{E1}}{U_1}=\frac{\alpha I_K a_1(x)}{xU_r}$$

$$=\frac{\alpha I_K}{4U_r}\cdot\frac{4a_1(x)}{x}=g_{mdQ}\frac{4a_1(x)}{x}$$

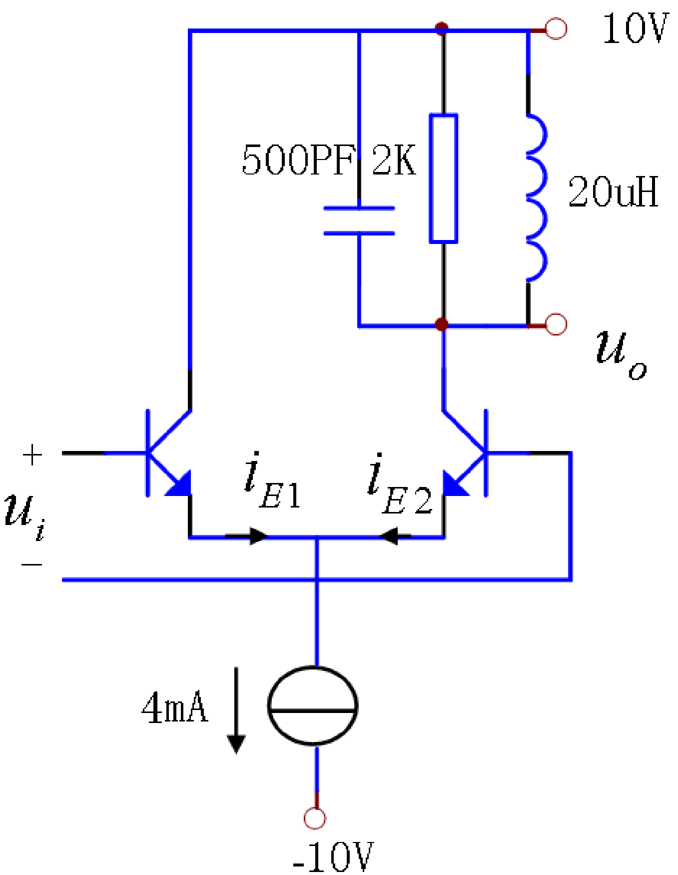
$$\Rightarrow\frac{G_{m1}(x)}{g_{mdQ}}=\frac{4a_1(x)}{x}$$ –可查表得到



由图示曲线可知，输入电压上升会导致$G_{m1}(x)$下降，从而放大倍数下降。

2.4 差分特性分析

例题： 对图示差分窄带滤波器，设晶体管 $\alpha = 0.98$， $u_i = xU_r \cos 10^7 t$ 分别计算当 $x = 10$和$x = 30$ 时的输出电压及谐波失真，比较所得结果，分析能得出什么结论。



解：

$$Q_T = R\sqrt{\frac{C}{L}} = \omega_0 RC = 10^7 \times 2 \times 10^3 \times 500 \times 10^{-12} = 10$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{500 \times 10^{-12} \times 20 \times 10^{-6}}} = 10^7 \, rad/s$$

即RLC调谐于输入信号频率上。

① $x=10$，查表得$a_1(10)=0.6257$，$D(10)=0.11382$

$$G_{m1}(x)=g_{mdQ}\frac{4a_1(x)}{x}=\frac{\alpha I_K}{4U_r}\frac{4a_1(x)}{x}=\frac{0.98\times4}{4\times26}\times0.25028=9.433ms$$

$$u_o=10+i_{C1}(\text{基波})R_L=10+\alpha I_K a_1(10)\cos10^7t\cdot R_L$$

$$=10+(0.98\times4\times0.6257\cos10^7t)\times2$$

$$=10+4.905\cos10^7t\qquad(V)$$

或：$u_o=10+G_{m1}(x)u_iR_L$

$$=10+9.433\times0.26\times2\cos10^7t=10+4.905\cos10^7t$$

$$\underset{x=10}{THD}=\frac{1}{Q_T}D(10)=0.011382=1.1\%$$

② $x=30$, 查表得 $a_1(30)=0.63545,\quad D(30)=0.1315$

$$G_{m1}(x)=g_{mdQ}\frac{4a_1(x)}{x}=\frac{\alpha I_K}{4U_r}\frac{4a_1(x)}{x}=\frac{0.98\times 4}{4\times 26}\times 0.08473=3.194ms$$

$$u_o=10+i_{C1}(\text{基波})R_L=10+\alpha I_K a_1(30)\cos 10^7 t\cdot R_L$$

$$=10+(0.98\times 4\times 0.63545\cos 10^7 t)\times 2$$

$$=10+4.982\cos 10^7 t\qquad (V)$$

或：$u_o=10+G_{m1}(x)u_i R_L$

$$=10+3.194\times 3\times 0.26\times 2\cos 10^7 t=10+4.982\cos 10^7 t$$

$$\underset{x=30}{THD}=\frac{1}{Q_T}D(30)=0.01315=1.3\%$$

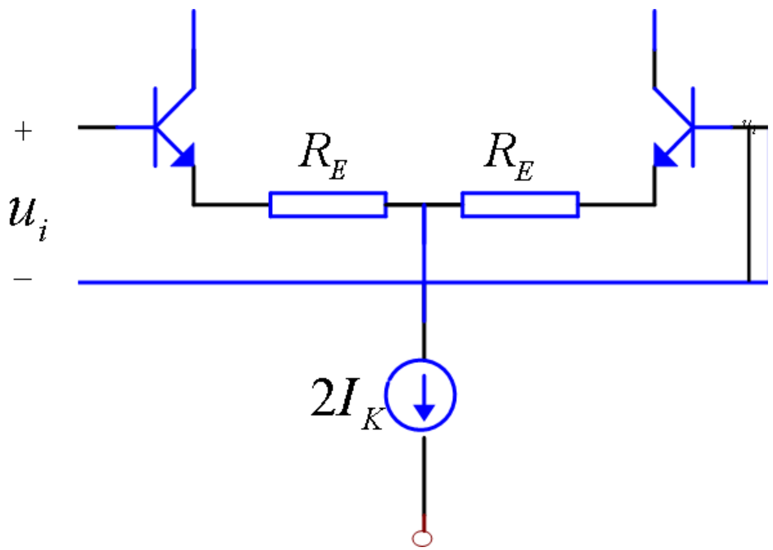
动态限幅特性

输入电压幅度变化了300%，但输出电压只变化了1. 6%。这说明，若大信号工作下的差分对放大器因某种原因（如大幅度干扰）引起输入信号幅度的变化，这种不希望的变化几乎不会反映到输出中。

差分对的这种特性称作**动态限幅特性**，相应的电路称作**动态限幅电路**，可用于消除调频信号中的寄生调幅。

（4）引入负反馈的差分电路

目的：增大差分对的动态范围，减少非线性失真



$$\begin{cases} i_{E1}+i_{E2}=2I_K \\ u_i=u_{BE1}-u_{BE2}+R_E(i_{E1}-i_{E2}) \\ \quad =U_r\ln\dfrac{i_{E1}}{i_{E2}}+R_E(i_{E1}-i_{E2}) \end{cases}$$

设：$i_{E1,2}=I_K\pm i=I_K(1\pm x), x=\dfrac{i}{I_K}$, $z=\dfrac{u_i}{U_r}$, $q=\dfrac{2R_EI_K}{U_r}$

$$z=\ln\frac{i_{E1}}{i_{E2}}+\frac{R_E}{U_r}(i_{E1}-i_{E2})=\ln\frac{I_K(1+x)}{I_K(1-x)}+\frac{2R_EI_K}{U_r}x=\ln\frac{1+x}{1-x}+qx$$

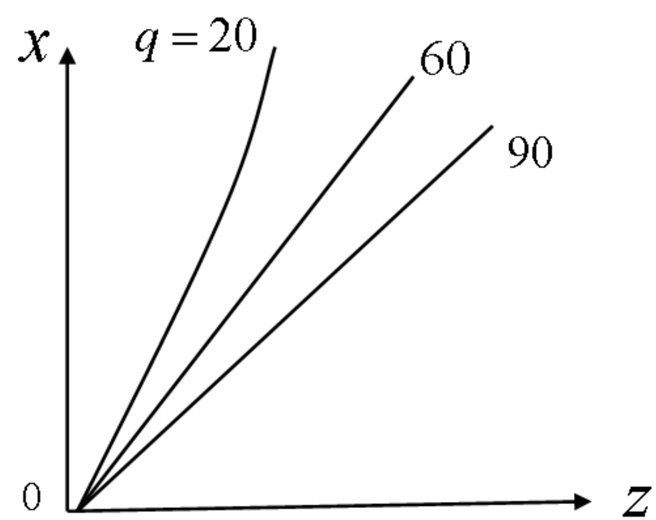
2.4 差分特性分析

已知：当$-1<x<1$时，$\ln\frac{1+x}{1-x}=2(x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+......)\approx 2x$

$(x\le 0.25\%$时，近似误差$\le 2\%)$

若$\frac{2R_EI_K}{U_r}x>100x$，即$R_EI_K>50U_r$，则有：$z=qx\approx\frac{2R_EI_K}{U_r}x$

$$i=xI_K=\frac{zU_r}{2R_EI_K}I_K=\frac{zU_r}{2R_E}=\frac{u_i}{2R_E}$$ —线性关系



即引入负反馈后，当 $R_EI_K>50U_r$ 时，发射极电流随 u_i 线性变化，R_EI_K越大（即负反馈越强），线性化程度越好。

作 业

- 2.5