第二章　非线性器件的分析方法

2. 1　概述

2. 2　指数律特性分析

2. 3　折线律特性分析

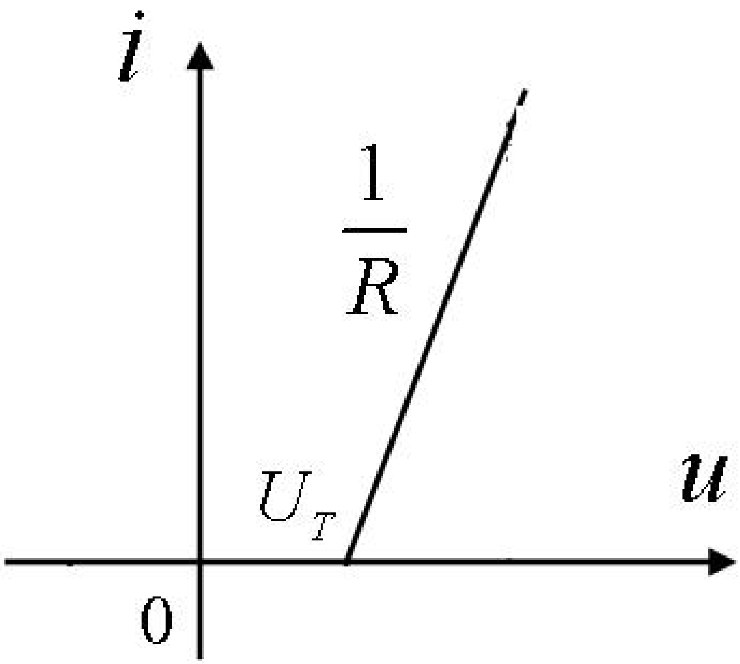
2. 4　差分特性分析

2. 5　平方律特性和钳位平方律特性

2. 6　时变参量分析法

2.3 折线律特性分析

1. 折线律器件特性：由R、U_T决定

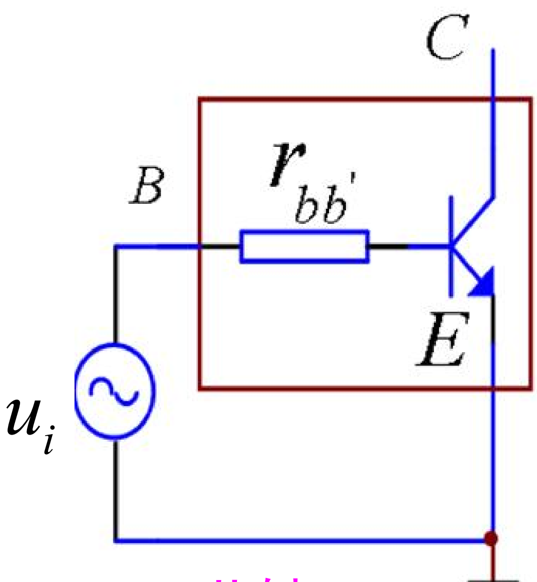


$$i=\begin{cases}\dfrac{u_i-U_T}{R} & u_i>U_T\\ 0 & u_i\le U_T\end{cases}$$

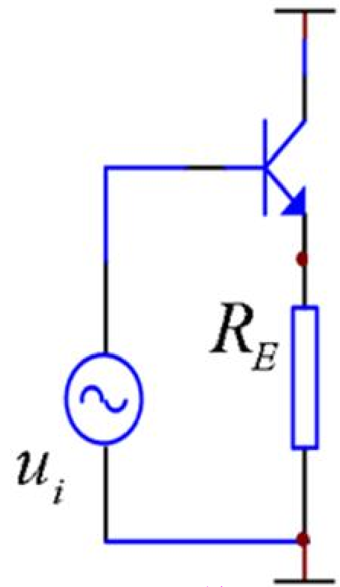
2.3 折线律特性分析

2. 指数律器件转换成折线律器件

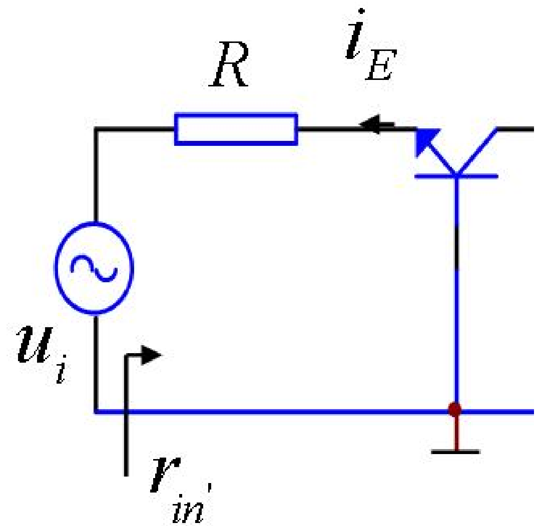
晶体管放大器的三种形式均可看作在发射极串联一个电阻



共射



共集



共基

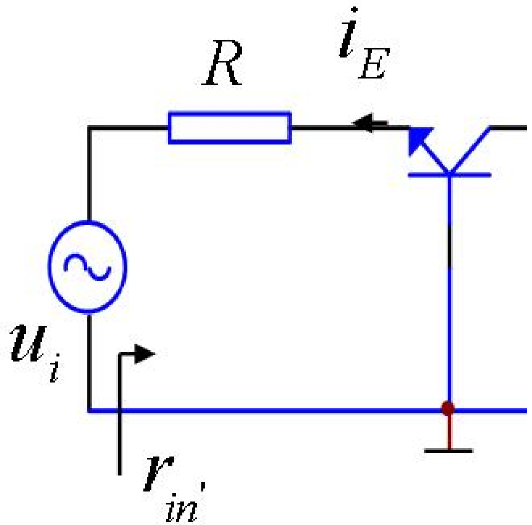
$$u_i = (1-\alpha) i_E r_{bb'} + U_r \ln \frac{i_E}{I_{ES}} = i_E R + U_r \ln \frac{i_E}{I_{ES}}$$

$$u_i = i_E R_E + U_r \ln \frac{i_E}{I_{ES}}$$

$$u_i = i_E R + U_r \ln \frac{i_E}{I_{ES}}$$

2.3 折线律特性分析

设：



$$U_T = U_r \ln\frac{I_{E0}}{I_{ES}} \text{—导通电压}$$

$$x = \frac{i_E}{I_{E0}} \text{—归一化发射极电流}$$

$$r_{in}' = \frac{\partial u_i}{\partial i_E}\Big|_{i_E = I_{E0}} = R + \frac{U_r}{I_{E0}} = R + r_{in}$$

$$u_i = i_E R + U_r \ln\frac{i_E}{I_{ES}}$$

$$U_{co} = I_{E0}(R + r_{in}) = I_{E0}\left(R + \frac{U_r}{I_{E0}}\right) = U_r(1 + g_{in}R)$$

—为发射极均值电流在R和发射结上的压降

2.3 折线律特性分析

则有：

$$u_i = i_E R + U_r \ln \frac{i_E}{I_{ES}}$$

$$= i_E R + U_r \ln \frac{i_E}{I_{E0}} + U_r \ln \frac{I_{E0}}{I_{ES}}$$

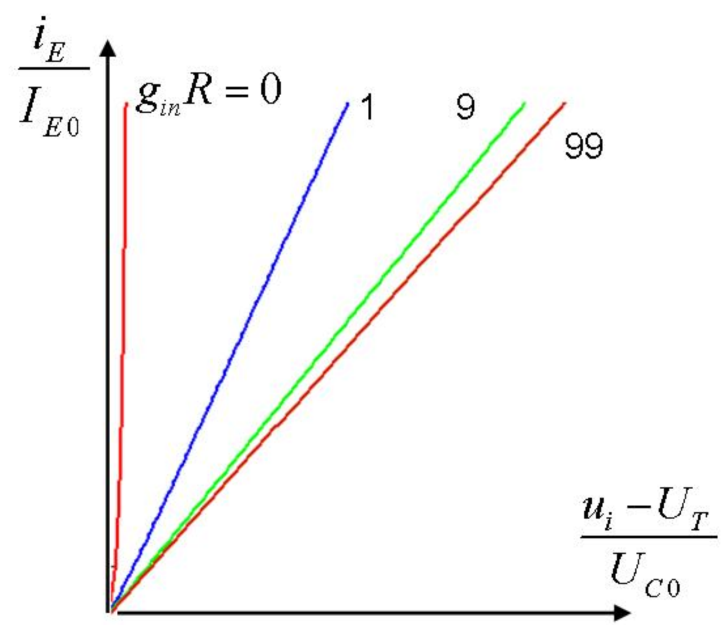
$$\Rightarrow u_i - U_T = i_E R + U_r \ln \frac{i_E}{I_{E0}} = xI_{E0} R + U_r \ln x$$

$$\Rightarrow \frac{u_i - U_T}{U_{C0}} = \frac{xI_{E0}R}{U_{C0}} + \frac{U_r \ln x}{U_{C0}}$$

$$= \frac{xI_{E0}R}{U_r(1+g_{in}R)} + \frac{U_r \ln x}{U_r(1+g_{in}R)}$$

$$= \frac{g_{in}R}{1+g_{in}R} x + \frac{\ln x}{1+g_{in}R}$$

以 $g_{in}R$ 为参量的归一化发射极电流 i_E / I_{E0} 与归一化电压 $\frac{u_i - U_T}{U_{C0}}$ 的关系曲线。



2.3 折线律特性分析

中国科学技术大学 University of Science and Technology of China

① $g_{in}R \to 0$ ： $\dfrac{u_i - U_T}{U_{C0}} = \ln x$ 真正的指数律

② $g_{in}R \to \infty$ ： $U_{co} = U_r(1 + g_{in}R) \to U_r \cdot g_{in}R = I_{E0}R$

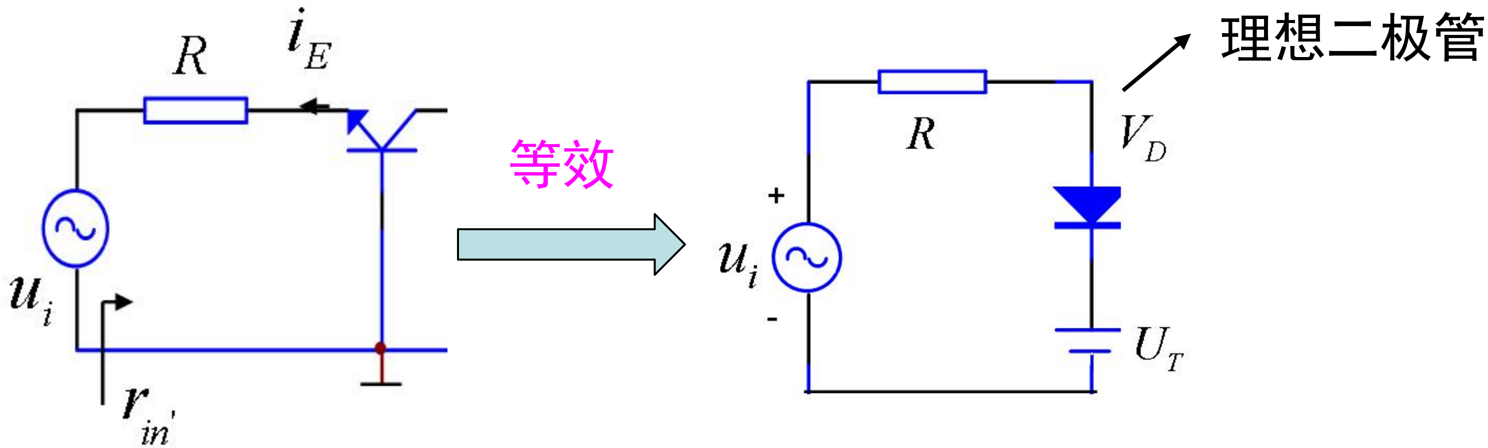
$$\frac{u_i - U_T}{U_{C0}} = x \Rightarrow u_i - U_T = U_{co}x = I_{E0}R\frac{i_E}{I_{E0}} = i_E R$$

$$\Rightarrow i_E = \begin{cases} \dfrac{u_i - U_T}{R} & u_i > U_T \\ 0 & u_i \le U_T \end{cases}$$ 折线率特性

实际上，只要 $g_{in}R > 10 \ (I_{E0} = 2mA, R = 130\Omega)$
就可以认为指数特性已退化为折线特性

2. 指数律器件转换成折线律器件

a. 当$g_{in}R$ 足够大时，指数律特性→折线特性。



$U_T = U_r \ln\frac{I_{E0}}{I_{ES}}$，从表2.2.1可看出，$U_T$随$I_{E0}$的变化范围很小，在工程计算中近似:硅管0.7$V$，锗管0.2$V$

b. $g_{in}R \to \infty$ $\begin{cases} \text{外加}R\text{大} \\ g_{in} = \dfrac{I_{E0}}{U_r} \quad I_{E0}\text{随外加电压}U_i\text{增大而增大} \end{cases}$

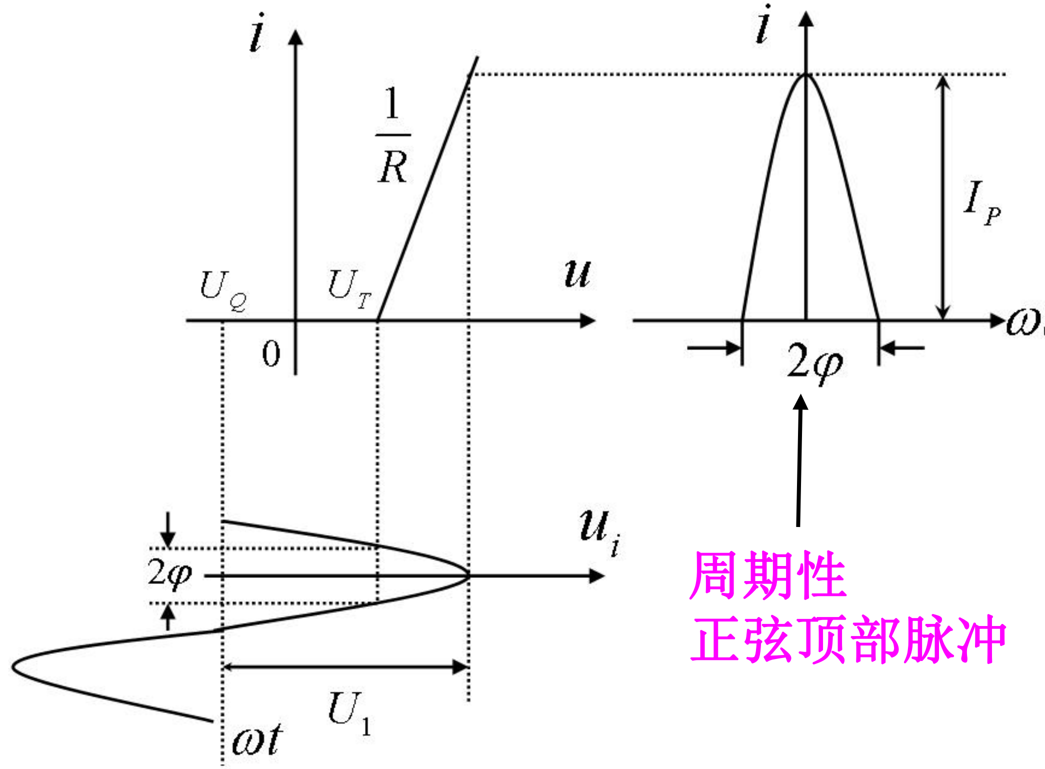
结论：大信号激励下，二极管的电流电压关系、晶体管的输入特性或转移特性可以用折线特性表征。

3. 折线律特性的分析

器件参数： U_T, R

$$u_i = U_Q + U_1 \cos\omega t$$

信号参数： U_1, U_Q, ω



周期性
正弦顶部脉冲

① $U_Q - U_1 \geq U_T$

器件工作于完全线性区

$$i = \frac{U_Q - U_T + U_1 \cos\omega t}{R}$$

$$= I_Q + I_1 \cos\omega t$$

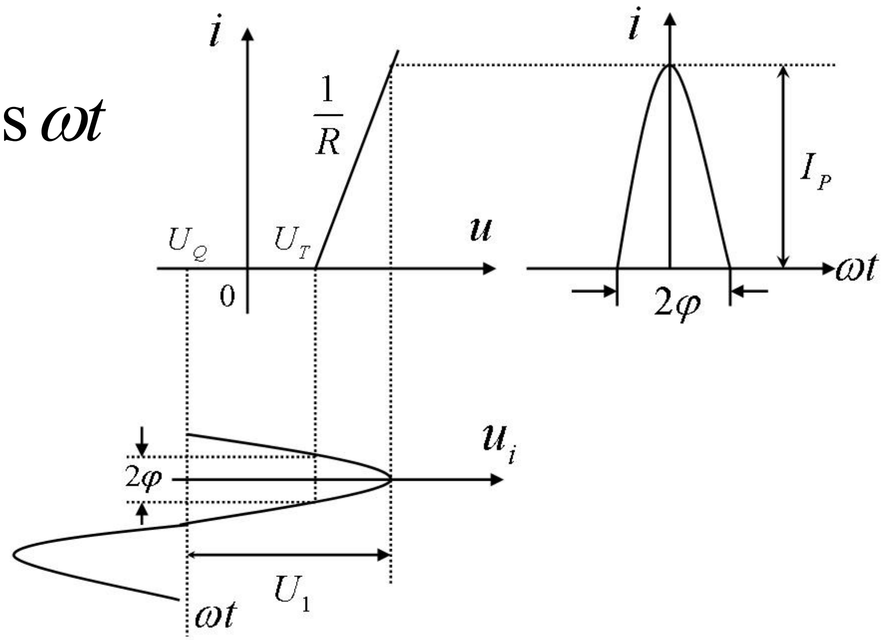
② $U_Q - U_1 < U_T$

φ –导通角

I_P –峰值

器件工作于放大和截止两种状态，
响应电流为周期性正弦顶部脉冲。

2.3 折线律特性分析



导通范围内：

$$\begin{cases} u_i = U_Q + U_1 \cos \omega t \\ i = \dfrac{u_i - U_T}{R} \end{cases}$$

$$\frac{U_Q + U_1 \cos\varphi - U_T}{R} = 0$$

$$\Rightarrow \varphi = ar\cos\frac{U_T - U_Q}{U_1}$$

$$I_P = \frac{U_1 + U_Q - U_T}{R}$$

$$\Rightarrow I_p = GU_1(1-\cos\varphi)$$

$$i = G(U_Q + U_1 \cos\omega t - U_T)$$

$$= GU_1(\cos\omega t - \cos\varphi)$$

$$= I_P \frac{\cos\omega t - \cos\varphi}{1-\cos\varphi}$$ 周期性电流

展开成Fourier级数：

$$i = I_P \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n(\varphi)\cos n\omega t$$

$\alpha_n(\varphi) - n$次谐波电流归一化分解系数

直流分解系数α_0和基波分解系数α_1公式：

$$\alpha_0(\varphi) = \frac{\sin\varphi - \varphi\cos\varphi}{\pi(1-\cos\varphi)};\ \alpha_1(\varphi) = \frac{\varphi - \sin\varphi\cos\varphi}{\pi(1-\cos\varphi)}$$

2.3 折线律特性分析

推导过程：

$$\alpha_0(\varphi)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\varphi}^{\varphi}\frac{\cos\varphi'-\cos\varphi}{1-\cos\varphi}d\varphi'$$

$$=\frac{1}{2\pi}\left[\frac{\sin\varphi'-\varphi'\cos\varphi}{1-\cos\varphi}\Bigg|_{-\varphi}^{\varphi}\right]=\frac{1}{\pi}\frac{\sin\varphi-\varphi\ \cos\varphi}{1-\cos\varphi}$$

$$\alpha_1(\varphi)=\frac{2}{2\pi}\int_{-\varphi}^{\varphi}\frac{\cos\varphi'-\cos\varphi}{1-\cos\varphi}\cos\varphi' d\varphi'$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_{-\varphi}^{\varphi}\frac{\cos^2\varphi'-\cos\varphi'\cos\varphi}{1-\cos\varphi}d\varphi'$$

$$=\frac{1}{\pi}\frac{1}{1-\cos\varphi}\int_{-\varphi}^{\varphi}\left[\frac{1+\cos 2\varphi'}{2}-\cos\varphi'\cos\varphi\right]d\varphi'$$

$$=\frac{1}{\pi}\frac{1}{1-\cos\varphi}\left[\frac{1}{2}\varphi'+\frac{1}{4}\sin 2\varphi'-\sin\varphi'\cos\varphi\right]\Bigg|_{-\varphi}^{\varphi}$$

$$=\frac{1}{\pi}\frac{\varphi-\sin\varphi\cos\varphi}{1-\cos\varphi}$$

归一化
基波跨导

$$\frac{G_{m1}(\varphi)}{G}=\frac{I_1}{GU_1}=\frac{I_P\alpha_1(\varphi)}{GU_1}$$

$$=\frac{GU_1(1-\cos\varphi)\alpha_1(\varphi)}{GU_1}$$

$$=\frac{1}{\pi}(\varphi-\sin\varphi\cos\varphi)-\text{可查表得到}$$

总谐波
失真系数

$$D(\varphi)=\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{I_n}{I_1}\frac{n}{n^2-1}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{\alpha_n}{\alpha_1}\frac{n}{n^2-1}\right)^2}$$

—可查表得到

总谐波
失真

$$\mathrm{THD}_1=\frac{1}{Q_T}D(\varphi)$$

2.3 折线律特性分析

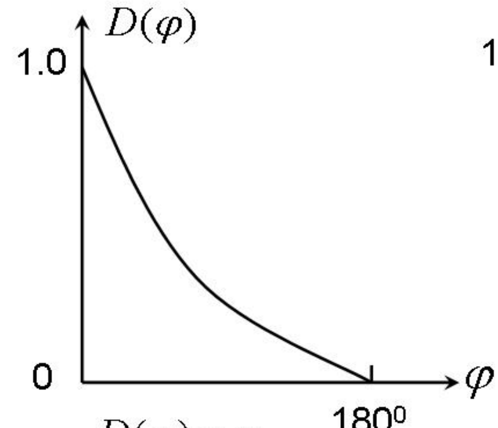
利用RLC回路提基波失真讨论：

① $\varphi \to 0$ 脉冲很窄

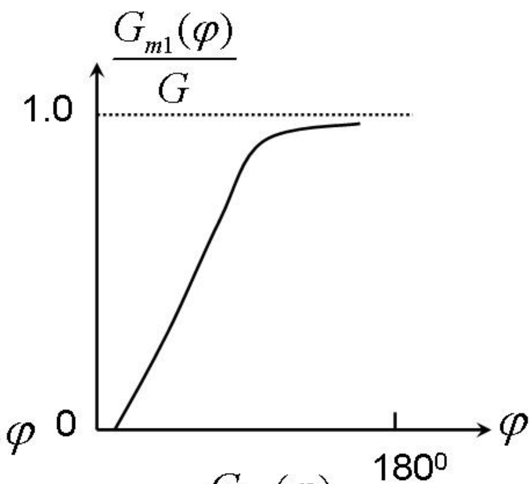
$$\alpha_n(\varphi) = \alpha_1(\varphi) = 2\alpha_0(\varphi)$$

$$\frac{G_{m1}(\varphi)}{G} = \frac{1}{\pi}(\varphi - \sin\varphi\cos\varphi) \to 0$$

$$D(\varphi) = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{\alpha_n}{\alpha_1}\frac{n}{n^2-1}\right)^2} = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{n}{n^2-1}\right)^2} = 0.94 - 失真最大$$



$D(\varphi) \sim \varphi$



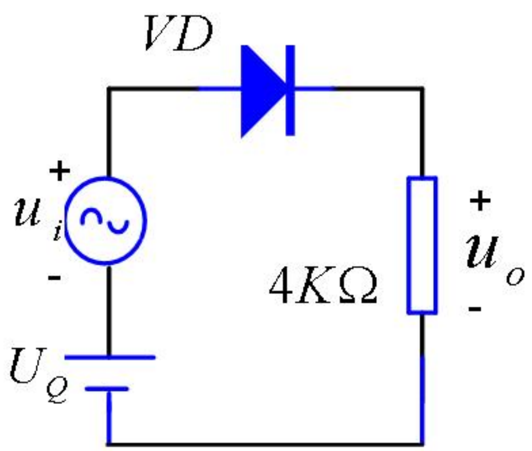
$\frac{G_{m1}(\varphi)}{G} \sim \varphi$

② $\varphi \to 180^0$，工作于完全线性区，不失真，包含的电流仅为基波电流。

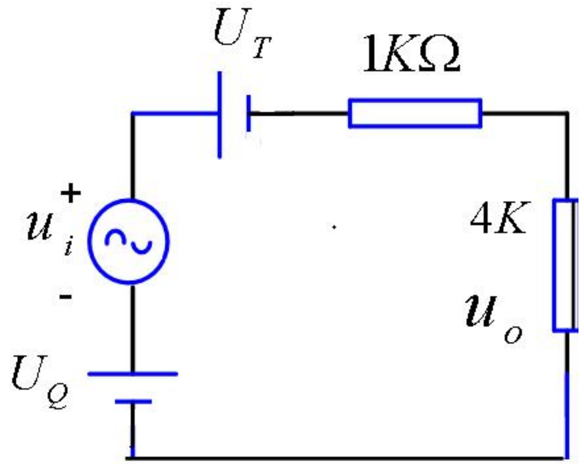
$$\frac{G_{m1}(\varphi)}{G} = 1 \qquad D(\varphi) = 0$$

2.3 折线律特性分析

例题： 图（a）电路中，VD为折线化二极管，U_T=0.5V，导通电导为1ms，$u_i = 3\cos\omega t(V)$ 。分别求解 $U_Q = -1V$ 和 $U_Q = 2V$ 时的输出电压波形和输出电压中的基波电压幅度。



（a）原理电路



（b）等效电路

解： VD导通后，电路等效为图（b）所示。

$$G = \frac{1}{5} = 0.2ms$$

2.3 折线律特性分析

① $U_Q = -1V$

$$u_o = \begin{cases} 0 & |\omega t| > 2n\pi + \varphi \\ \dfrac{4}{5}\left(-1 + 3\cos\omega t - 0.5\right) & 2n\pi - \varphi < |\omega t| < 2n\pi + \varphi \end{cases}$$

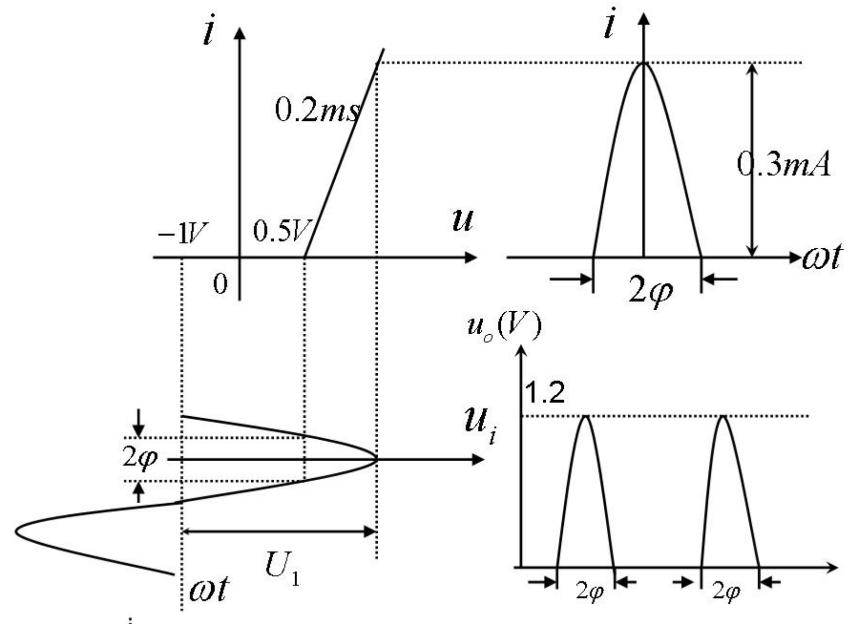
$$\varphi = \arccos\frac{U_T - U_Q}{U_1}$$

$$= \arccos\frac{0.5+1}{3} = 60^0$$

$$I_1 = I_P\alpha_1(\varphi) = GU_1(1-\cos\varphi)\alpha_1(\varphi)$$

$$= 0.2\times 3\times\frac{1}{2}\times 0.3910 = 0.1173mA$$

$$U_{o1} = I_1\times 4 = 0.1173\times 4 = 0.4692(V)$$



2.3 折线律特性分析

② $U_Q = 2V$

$$u_o = \begin{cases} 0 & |\omega t| > 2n\pi + \varphi \\ \dfrac{4}{5}(1.5 + 3\cos\omega t) & 2n\pi - \varphi < |\omega t| > 2n\pi + \varphi \end{cases}$$

$$\varphi = ar\cos\frac{0.5-2}{3} = 120^0$$

$$I_1 = I_P\alpha_1(\varphi) = GU_1(1-\cos\varphi)\alpha_1(\varphi) = 0.9\times 0.5363 = 0.48267mA$$

$$U_{o1} = I_1 R = 4\times 0.48267 = 1.931V$$

作 业

2.7，2.17