电路基本理论

线性动态电路暂态过程时域分析

尹华锐

中国科学技术大学
电子工程与信息科学系
Hefei, Anhui, 230027

内容简介

- 介绍动态电路的暂态过程，建立换路的基本概念
- 介绍电路变量的初始值求解，一阶电路的求解方法
- 介绍卷积积分和二阶电路的求解

作业: P238 2 3 4 5 7 9 10 15 16 17 20 22 28 30 31 32 35 37 40

动态电路的暂态过程-基本概念

- 动态元件：电容（电感）等电压电流关系为微分（积分关系）等记忆元件

动态电路的暂态过程-基本概念

- **动态元件**：电容（电感）等电压电流关系为微分（积分关系）等记忆元件
- **动态电路**：包含动态元件的电路

动态电路的暂态过程-基本概念

- **动态元件：** 电容（电感）等电压电流关系为微分（积分关系）等记忆元件

- **动态电路：** 包含动态元件的电路

  ★ **电阻电路：** 只包括电阻和电源等无记忆元件的电路

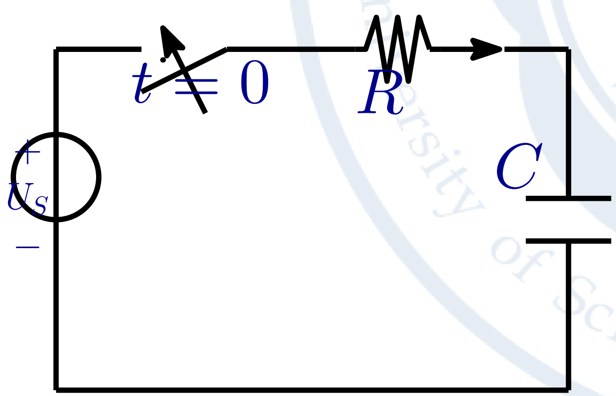
动态电路的暂态过程-基本概念

- **动态元件**：电容（电感）等电压电流关系为微分（积分关系）等记忆元件

- **动态电路**：包含动态元件的电路
  - ★ **电阻电路**：只包括电阻和电源等无记忆元件的电路
  - ★ **稳态电路**：电路变量为**常量**或者**周期量**的电路工作状态

动态电路的暂态过程-基本概念

- **动态元件**：电容（电感）等电压电流关系为微分（积分关系）等记忆元件
- **动态电路**：包含动态元件的电路
  - ★ **电阻电路**：只包括电阻和电源等无记忆元件的电路
  - ★ **稳态电路**：电路变量为**常量**或者**周期量**的电路工作状态
  - ★ **换路**: 引起电路工作状态发生改变的所有因素



动态电路的暂态过程

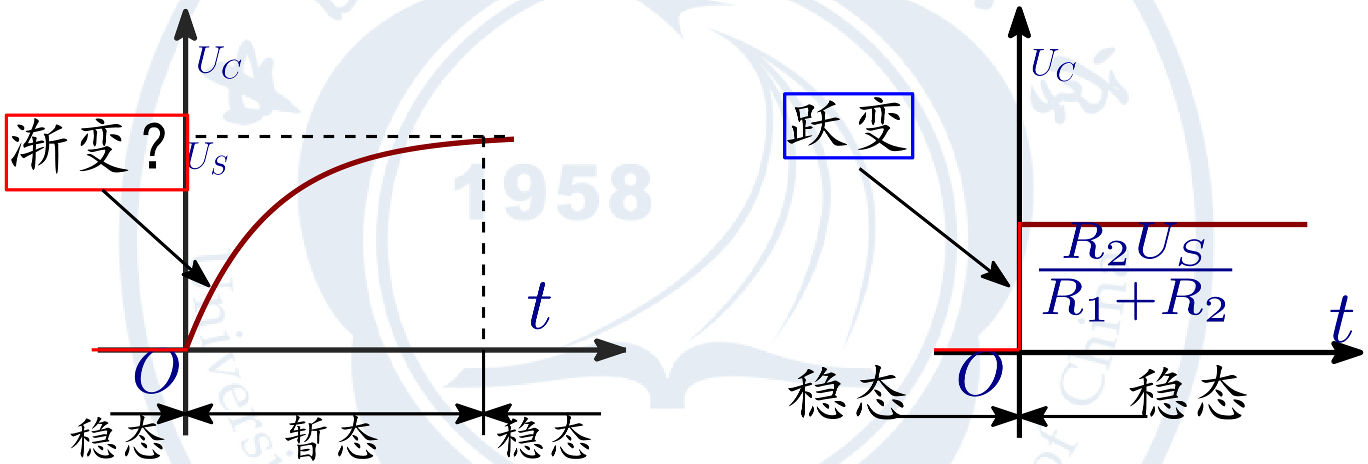
■ 暂态过程

动态电路换路以后，动态元件需要吸收（释放）一定的能量，需要一个过渡过程的工作状态。

动态电路的暂态过程

■ 暂态过程

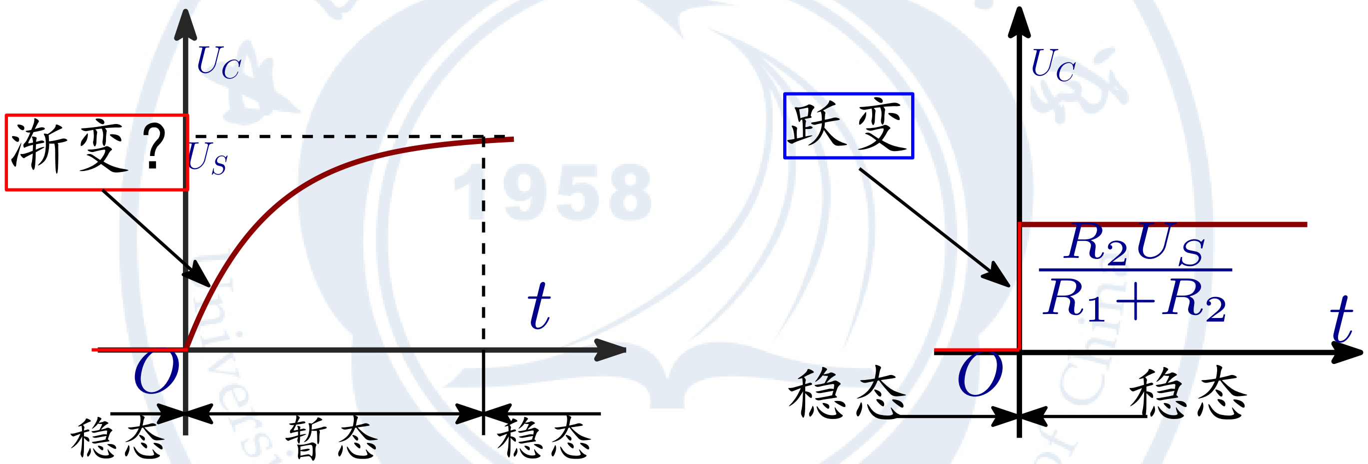
动态电路换路以后，动态元件需要吸收（释放）一定的能量，需要一个过渡过程的工作状态。



动态电路的暂态过程

■ 暂态过程

动态电路换路以后，动态元件需要吸收（释放）一定的能量，需要一个过渡过程的工作状态。



响应是一个关于时间 t 为变量的微分方程。求解微分方程需要初值和通解，我们利用时间域分析的方法来求解暂态电路叫时域分析法

电路量的初始值

- 动态电路的暂态过程必须使用微分方程描述，初始条件是微分方程不可缺少的求解条件。

电路量的初始值

■ 动态电路的暂态过程必须使用微分方程描述，初始条件是微分方程不可缺少的求解条件。

★ 电容电压 u_C 的初值确定

电路量的初始值

■ 动态电路的暂态过程必须使用**微分方程**描述，**初始条件**是微分方程不可缺少的求解条件。

★ 电容电压 u_C 的初值确定

◇ 电容上**电荷**q，**电压**u_C，**电流**i关系：

$$q(t) = CU_C(t) = \int_{-\infty}^{t} i_C(\xi)d\xi$$

$$\longrightarrow q(0_+) = Cu_C(0_+) = q(0^-) + \int_{0_-}^{0_+} i_C(\xi)d\xi$$

电路量的初始值

■ 动态电路的暂态过程必须使用**微分方程**描述，**初始条件**是微分方程不可缺少的求解条件。

★ 电容电压 u_C 的初值确定

◇ 电容上**电荷**q，**电压**u_C，**电流**i关系：

$$|i_C(\xi)| < \infty \rightarrow \int_{0_-}^{0_+} i_C(\xi)d\xi = 0$$

$$q(t) = CU_C(t) = \int_{-\infty}^{t} i_C(\xi)d\xi$$

$$\rightarrow q(0_+) = Cu_C(0_+) = q(0^-) + \boxed{\int_{0_-}^{0_+} i_C(\xi)d\xi}$$

电路量的初始值

■ 动态电路的暂态过程必须使用微分方程描述，初始条件是微分方程不可缺少的求解条件。

★ 电容电压 u_C 的初值确定

◇ 电容上电荷q，电压u_C，电流i关系：

$$q(t) = CU_C(t) = \int_{-\infty}^{t} i_C(\xi)d\xi$$

$$\rightarrow q(0_+) = Cu_C(0_+) = q(0^-) + \int_{0_-}^{0_+} i_C(\xi)d\xi$$

$$\rightarrow q(0_+) = q(0_-), u_C(0_+) = u_C(0_-)$$

电路量的初始值

■ 动态电路的暂态过程必须使用微分方程描述，初始条件是微分方程不可缺少的求解条件。

★ 电容电压 u_C 的初值确定

◇ 电容上电荷q，电压u_C，电流i关系：

$$q(t) = CU_C(t) = \int_{-\infty}^{t} i_C(\xi)d\xi$$

$$\longrightarrow q(0_+) = Cu_C(0_+) = q(0^-) + \int_{0_-}^{0_+} i_C(\xi)d\xi$$

$$\longrightarrow q(0_+) = \boxed{q(0_-)}, u_C(0_+) = \boxed{u_C(0_-)}$$

换路前电容电荷（电压）的初始值

电路量的初始值

■ 动态电路的暂态过程必须使用微分方程描述，初始条件是微分方程不可缺少的求解条件。

★ 电容电压 u_C 的初值确定

◇ 电容上电荷q，电压u_C，电流i关系：

$$q(t) = CU_C(t) = \int_{-\infty}^{t} i_C(\xi)d\xi$$

$$\longrightarrow q(0_+) = Cu_C(0_+) = q(0^-) + \int_{0_-}^{0_+} i_C(\xi)d\xi$$

$$\longrightarrow q(0_+) = \boxed{q(0_-)}, u_C(0_+) = \boxed{u_C(0_-)}$$

换路前电容电荷（电压）的初始值

若换路瞬间 $(t=0)$，电容电流满足 $|i_C(t)| < \infty$，电容电荷$q(t)$,电压$u_C(t)$在 $t=0$是连续的（渐变的）

电路量的初始值

- 电感磁链 ψ，电感电流 $i_L(t)$和电感电压 $u(t)$之间的关系：

$$\psi(t) = Li_L(t) = \int_{-\infty}^{t} u_c(\xi)d\xi$$

电路量的初始值

- 电感磁链 ψ，电感电流 $i_L(t)$和电感电压 $u(t)$之间的关系：

$$\psi(t) = Li_L(t) = \int_{-\infty}^{t} u_c(\xi)d\xi$$

$$\rightarrow \psi(0_+) = Li_L(0_+) = \psi(0_-) + \int_{0_-}^{0_+} u_L(\xi)d\xi$$

电路量的初始值

- 电感磁链 ψ，电感电流 $i_L(t)$和电感电压 $u(t)$之间的关系：

$$\psi(t) = Li_L(t) = \int_{-\infty}^{t} u_c(\xi)d\xi$$

$$\rightarrow \psi(0_+) = Li_L(0_+) = \psi(0_-) + \boxed{\int_{0_-}^{0_+} u_L(\xi)d\xi}$$

$$|u_L(\xi)| < \infty \rightarrow \int_{0_-}^{0_+} u_L(\xi)d\xi = 0$$

电路量的初始值

- 电感磁链 ψ，电感电流 $i_L(t)$和电感电压 $u(t)$之间的关系：

$$\psi(t) = Li_L(t) = \int_{-\infty}^{t} u_c(\xi)d\xi$$

$$\rightarrow \psi(0_+) = Li_L(0_+) = \psi(0_-) + \boxed{\int_{0_-}^{0_+} u_L(\xi)d\xi}$$

$$|u_L(\xi)| < \infty \rightarrow \int_{0_-}^{0_+} u_L(\xi)d\xi = 0$$

$$\rightarrow \psi(0_+) = \psi(0_-), i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

电路量的初始值

- 电感磁链 ψ，电感电流 $i_L(t)$和电感电压 $u(t)$之间的关系：

$$\psi(t) = Li_L(t) = \int\limits_{-\infty}^{t} u_c(\xi)d\xi$$

$$\rightarrow \psi(0_+) = Li_L(0_+) = \psi(0_-) + \boxed{\int_{0_-}^{0_+} u_L(\xi)d\xi}$$

$$|u_L(\xi)| < \infty \rightarrow \int_{0_-}^{0_+} u_L(\xi)d\xi = 0$$

$$\rightarrow \psi(0_+) = \psi(0_-), i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

- 在换路瞬间 $(t = 0)$，若电感电压 $|u_L(t)| < \infty$, 则磁链 $\psi(t)$和电感电流 $i_L(t)$在 $t = 0$是连续的。

电路量的初始值

- 电感磁链 ψ，电感电流 $i_L(t)$和电感电压 $u(t)$之间的关系：

$$\psi(t) = Li_L(t) = \int\limits_{-\infty}^{t} u_c(\xi)d\xi$$

$$\rightarrow \psi(0_+) = Li_L(0_+) = \psi(0_-) + \boxed{\int_{0_-}^{0_+} u_L(\xi)d\xi}$$

$$|u_L(\xi)| < \infty \rightarrow \int_{0_-}^{0_+} u_L(\xi)d\xi = 0$$

$$\rightarrow \psi(0_+) = \psi(0_-), i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

- 在换路瞬间 $(t=0)$，若电感电压 $|u_L(t)| < \infty$, 则磁链 $\psi(t)$和电感电流 $i_L(t)$在 $t=0$是连续的。

- 电容、电感的功率和能量：

$$w_c = 0.5Cu_C^2 = 1/(2C)q^2 \quad w_L = 0.5Li_L^2 = 1/(2L)\Psi^2$$

$$p_c = \frac{dw_c}{dt} \qquad p_L = \frac{dw_L}{dt}$$

电路量的初始值

- 除去 $u_C(0_+), i_L(0_+)$其他电路量初始值的求取

电路量的初始值

- 除去 $u_C(0_+), i_L(0_+)$其他电路量初始值的求取

1. KCL,KVL: $\sum i(0_+) = 0, \sum u(0_-) = 0$
2. R:$u_R(0_+) = Ri_LR(0_+), i_R(0_+) = Gu_R(0_+)$
3. $u_C(0_+) = u_C(0_-); L : i_L(0_+) = i_L(0_-)$

电路量的初始值

■ 除去 $u_C(0_+), i_L(0_+)$其他电路量初始值的求取

1. KCL,KVL: $\sum i(0_+) = 0, \sum u(0_-) = 0$
2. R:$u_R(0_+) = Ri_LR(0_+), i_R(0_+) = Gu_R(0_+)$
3. $u_C(0_+) = u_C(0_-); L: i_L(0_+) = i_L(0_-)$

   在换路过程中，电感可以等效为电流源，电容等效于电压源进行电路初值求解即可

电路量的初始值

■ 除去 $u_C(0_+), i_L(0_+)$其他电路量初始值的求取

1. KCL,KVL: $\sum i(0_+) = 0, \sum u(0_-) = 0$
2. R:$u_R(0_+) = Ri_LR(0_+), i_R(0_+) = Gu_R(0_+)$
3. $u_C(0_+) = u_C(0_-); L : i_L(0_+) = i_L(0_-)$

在换路过程中，电感可以等效为电流源，电容等效于电压源进行电路初值求解即可

图示电路，在 $t < 0$时处于稳态，$t = 0$时开关接通。求初始值 $i_L(0_+), u_C(0_+), u_1(0_+), u_L(0_+)$及 $i_C(0_+)$。

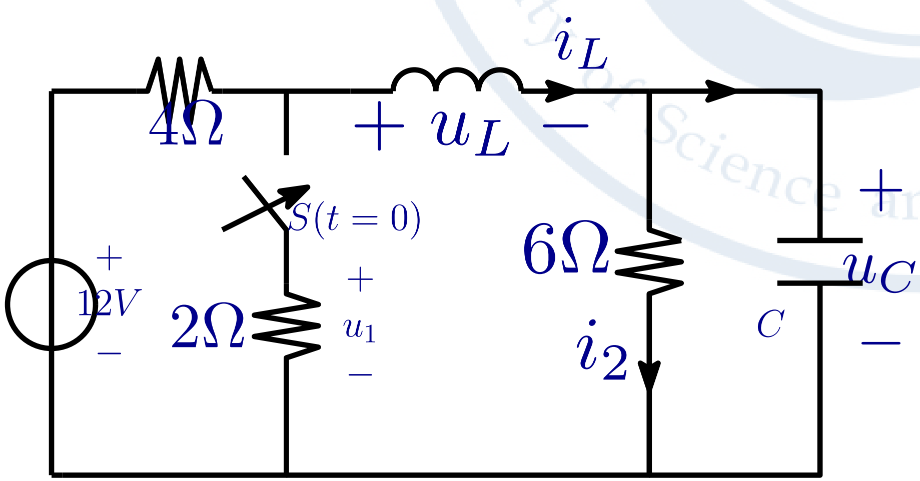
电路量的初始值

- 除去 $u_C(0_+), i_L(0_+)$其他电路量初始值的求取

1. KCL,KVL: $\sum i(0_+) = 0, \sum u(0_-) = 0$
2. R:$u_R(0_+) = Ri_LR(0_+), i_R(0_+) = Gu_R(0_+)$
3. $u_C(0_+) = u_C(0_-); L : i_L(0_+) = i_L(0_-)$

在换路过程中，电感可以等效为电流源，电容等效于电压源进行电路初值求解即可

图示电路，在 $t < 0$时处于稳态，$t = 0$时开关接通。求初始值 $i_L(0_+), u_C(0_+), u_1(0_+), u_L(0_+)$及 $i_C(0_+)$。



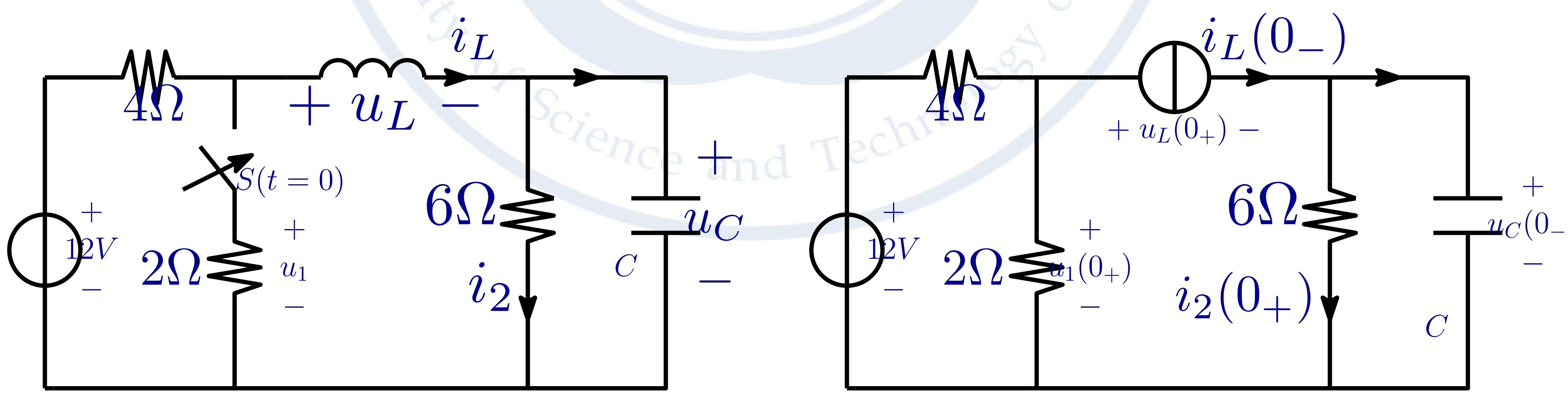
电路量的初始值

■ 除去 $u_C(0_+), i_L(0_+)$其他电路量初始值的求取

1. KCL,KVL: $\sum i(0_+) = 0, \sum u(0_-) = 0$
2. R:$u_R(0_+) = Ri_LR(0_+), i_R(0_+) = Gu_R(0_+)$
3. $u_C(0_+) = u_C(0_-); L : i_L(0_+) = i_L(0_-)$

在换路过程中，电感可以等效为电流源，电容等效于电压源进行电路初值求解即可

图示电路，在 $t < 0$时处于稳态，$t = 0$时开关接通。求初始值 $i_L(0_+), u_C(0_+), u_1(0_+), u_L(0_+)$及 $i_C(0_+)$。



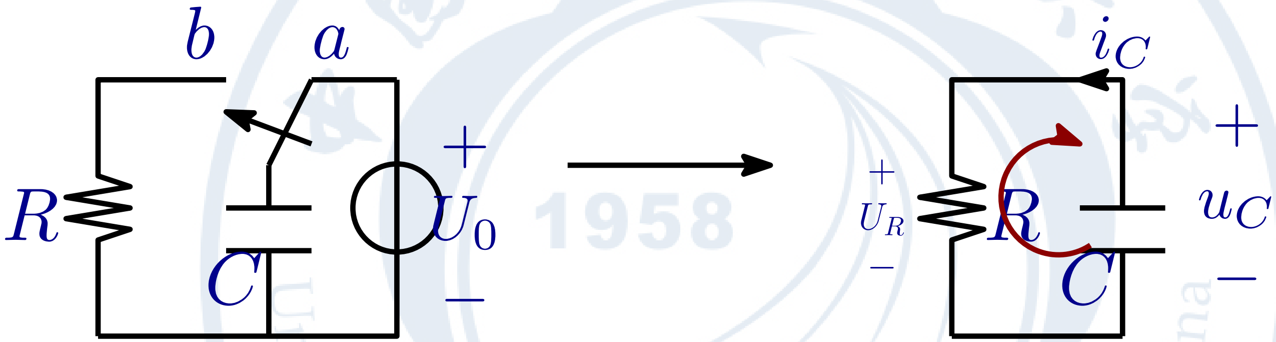
一阶电路的零输入响应

■ 一阶电路 可以用一阶微分方程描述的电路，电路负载除了电阻之外通常包含一个电容或者电感。

一阶电路的零输入响应

- **一阶电路** 可以用**一阶微分方程**描述的电路，电路负载除了电阻之外**通常**包含一个电容或者电感。

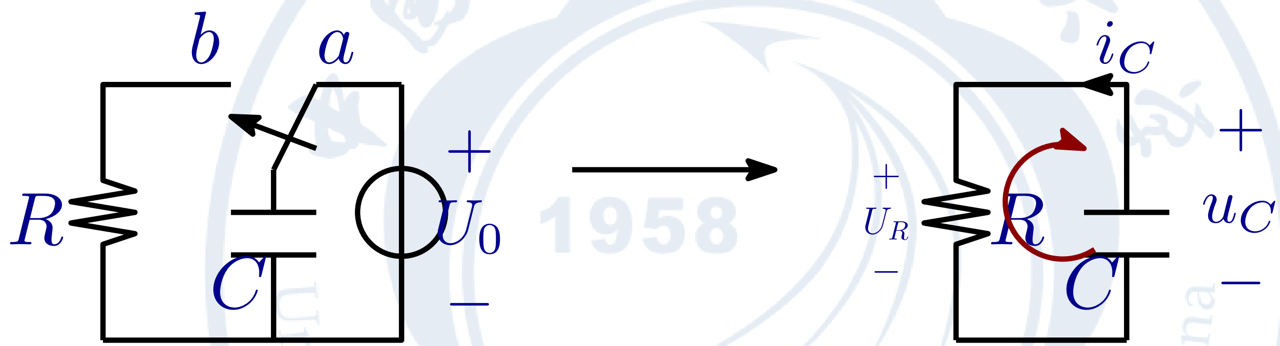
- 储能元件原始储能引起的响应称为**零输入响应**



一阶电路的零输入响应

- 一阶电路 可以用一阶微分方程描述的电路，电路负载除了电阻之外通常包含一个电容或者电感。

- 储能元件原始储能引起的响应称为零输入响应



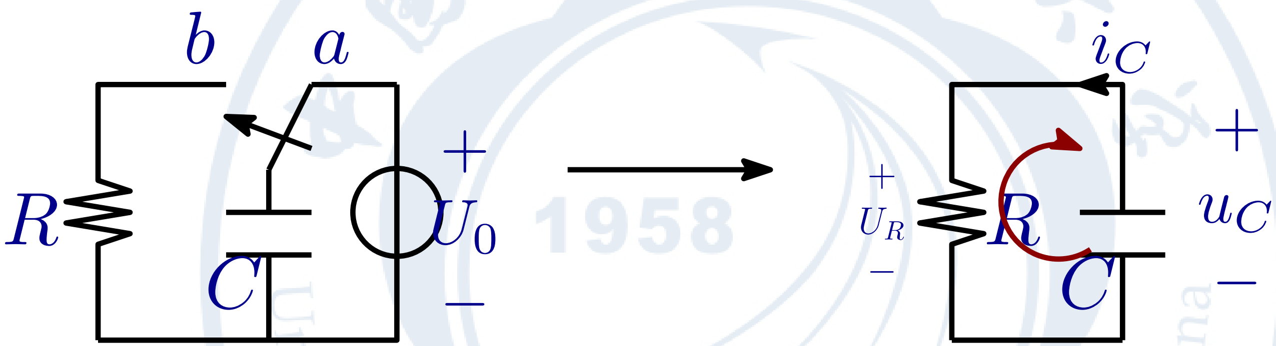
$$-u_R + u_C = -Ri_C + u_C = RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_0$$

一阶电路的零输入响应

- 一阶电路 可以用一阶微分方程描述的电路，电路负载除了电阻之外通常包含一个电容或者电感。

- 储能元件原始储能引起的响应称为零输入响应



$$-u_R + u_C = -Ri_C + u_C = RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$
$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_0$$

- 求解过程，利用特征根求取

$$p = -\frac{1}{RC} \rightarrow u_C(t) = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

Let $t = 0_+, u_C(0_+) = Ae^0 \Rightarrow A = U_0 \rightarrow u_C(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} (t \geq 0)$

一阶电路的零输入响应

- 电容电流可以表示为：

$$i_C(t) = -\frac{u_C(t)}{R} = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}} \boxed{(t>0)}$$

$i_C(0_+) \neq i_C(0_-)$不是连续函数，所以定义域 $t>0$.

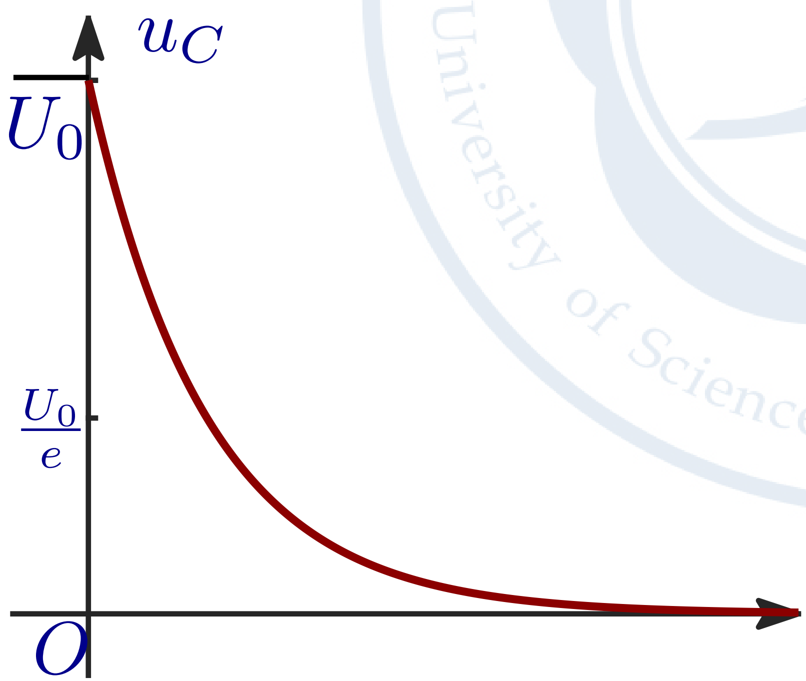
一阶电路的零输入响应

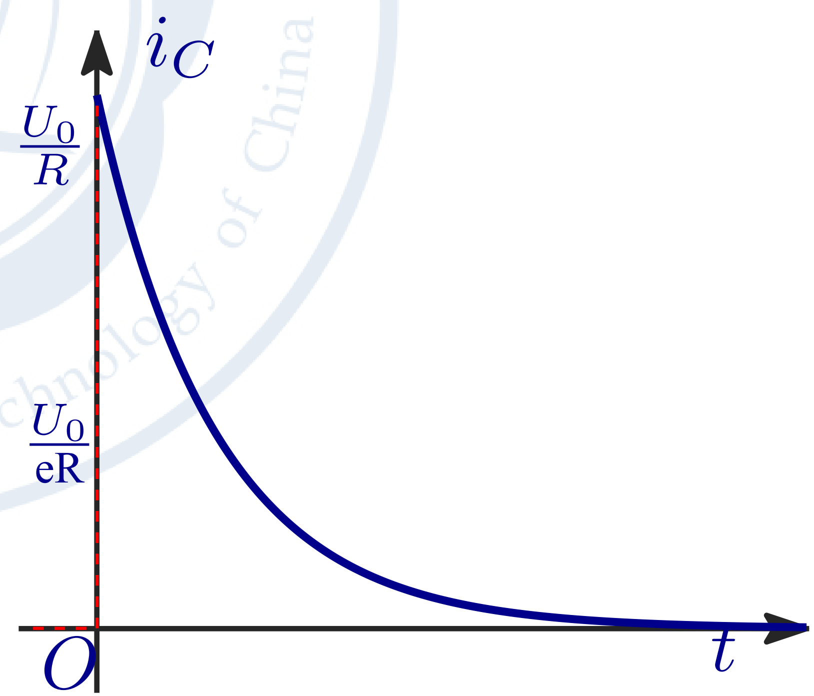
- 电容电流可以表示为：

$$i_C(t) = -\frac{u_C(t)}{R} = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\boxed{(t>0)}$$

$i_C(0_+) \neq i_C(0_-)$不是连续函数，所以定义域 $t>0$.

★ **时间常数** u_C, i_C 衰减速度取决于 RC 乘积，定义 $\tau = RC$。每经过一个单位时间幅度下降到 $1/e = 0.368$





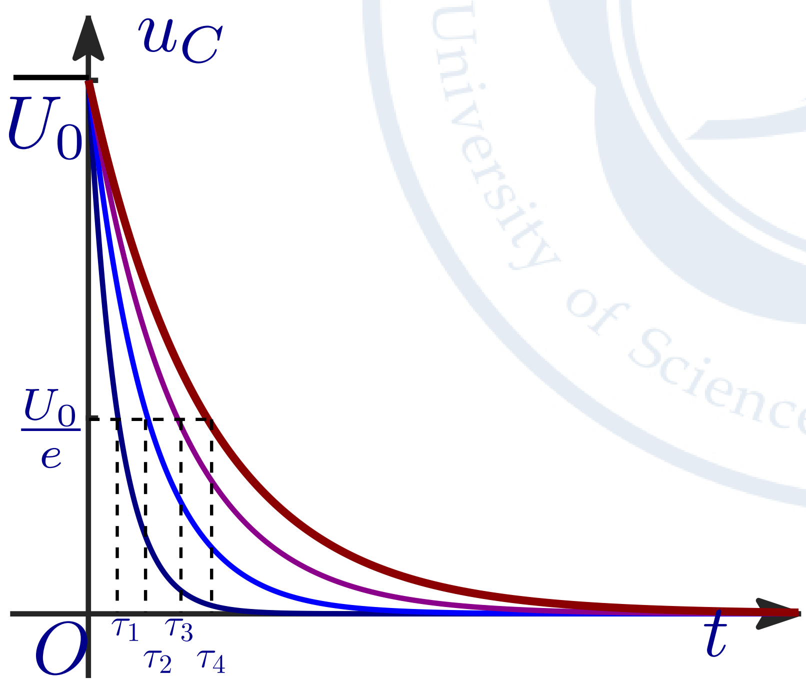
一阶电路的零输入响应

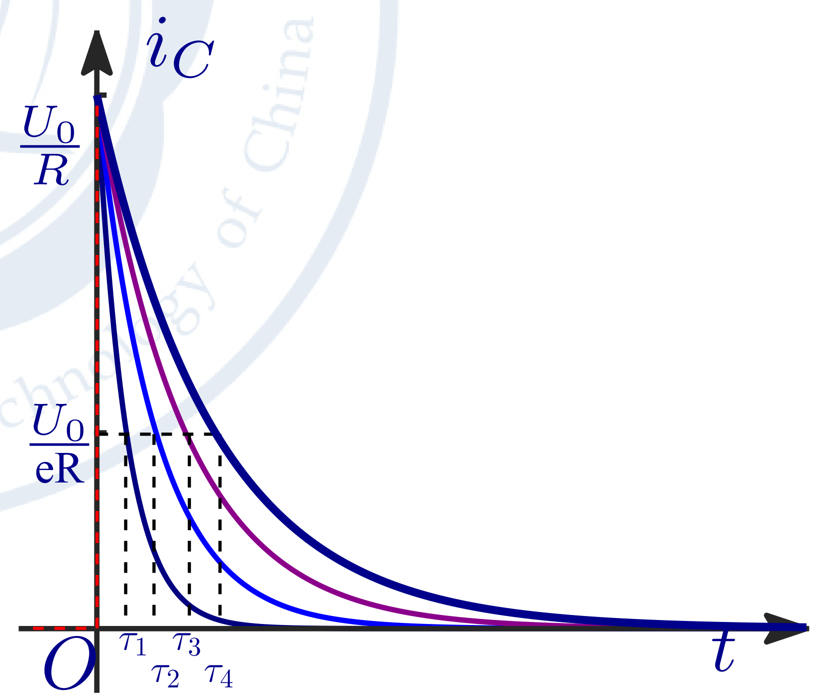
■ 电容电流可以表示为:

$$i_C(t) = -\frac{u_C(t)}{R} = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\boxed{(t>0)}$$

$i_C(0_+) \neq i_C(0_-)$不是连续函数，所以定义域 $t>0$.

★ 时间常数 u_C, i_C衰减速度取决于 RC乘积，定义 $\tau = RC$。每经过一个单位时间幅度下降到 $1/e = 0.368$



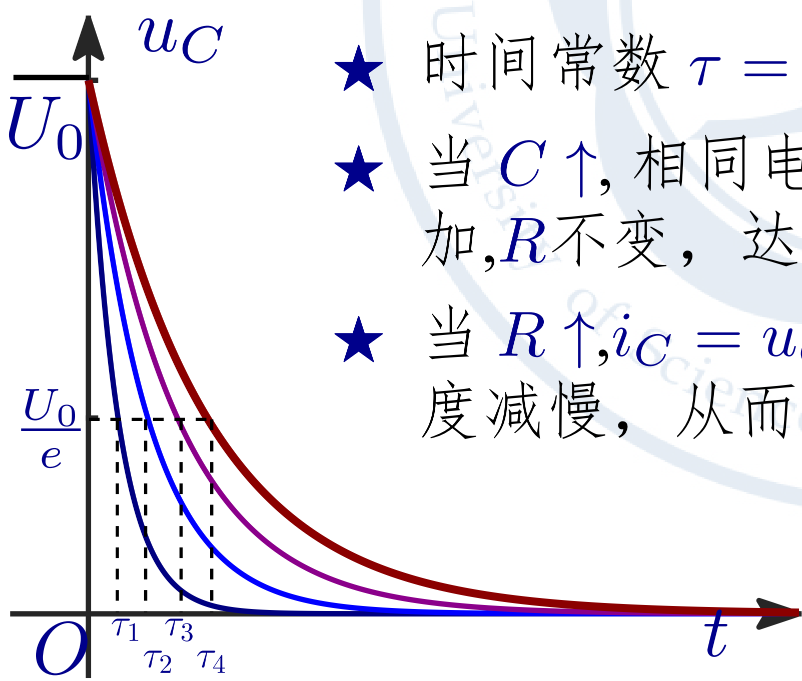


一阶电路的零输入响应

■ 电容电流可以表示为：

$$i_C(t) = -\frac{u_C(t)}{R} = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}} \boxed{(t>0)}$$

$i_C(0_+) \neq i_C(0_-)$不是连续函数，所以定义域 $t>0$.

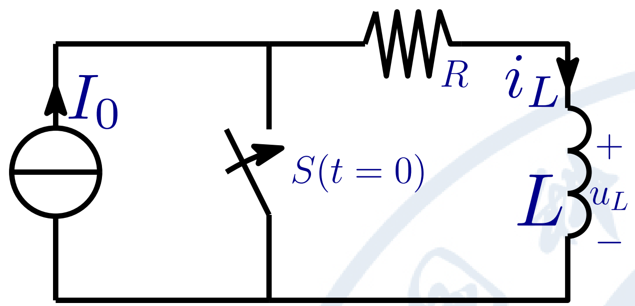


★ 时间常数 $\tau = RC$, 随着 R, C 增加，所需放电时间越长

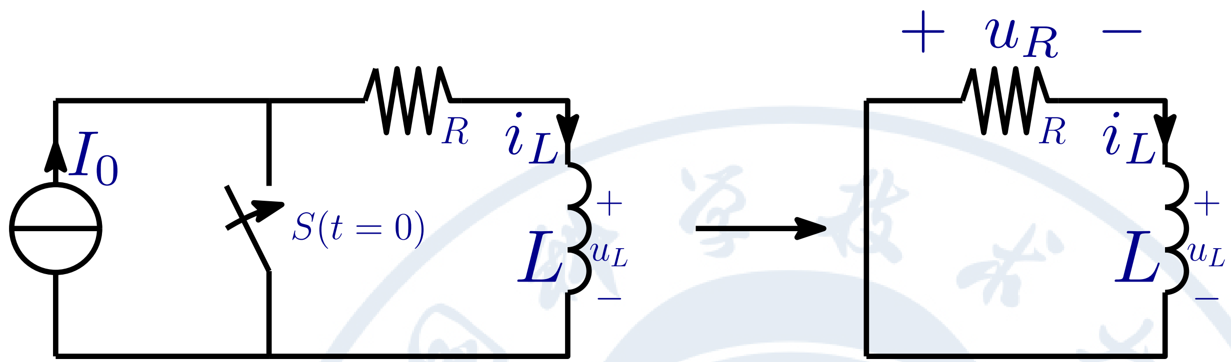
★ 当 $C\uparrow$, 相同电压对应的储存能量 $w_c = 0.5Cu_C^2$ 增加,R不变，达到相同的电压所需要的放电时间 $\uparrow$

★ 当 $R\uparrow$,$i_C = u_C/R$在 u_C 相同时减小，因此电荷释放速度减慢，从而放电时间 $\uparrow$.

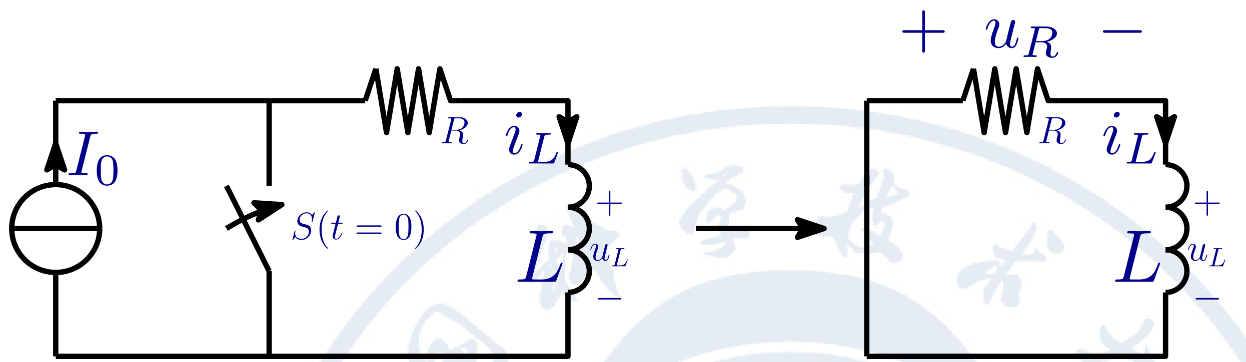
一阶电路的零输入响应-RL 电路



一阶电路的零输入响应-RL 电路

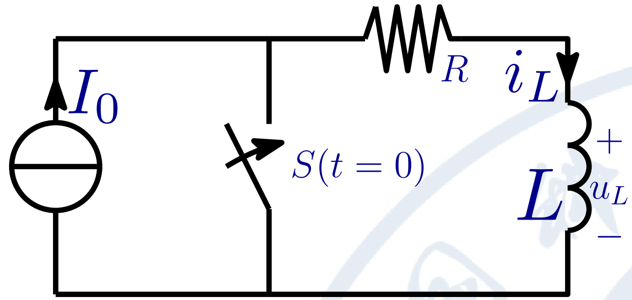


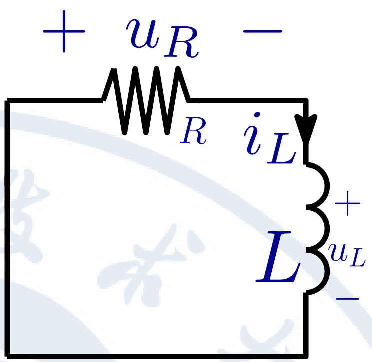
一阶电路的零输入响应-RL 电路



$$\begin{cases} u_L + u_R = L\frac{di_L}{dt} + Ri_L = 0 \\ i_L(0_+) = i_L(0_-) = I_0 \end{cases}$$

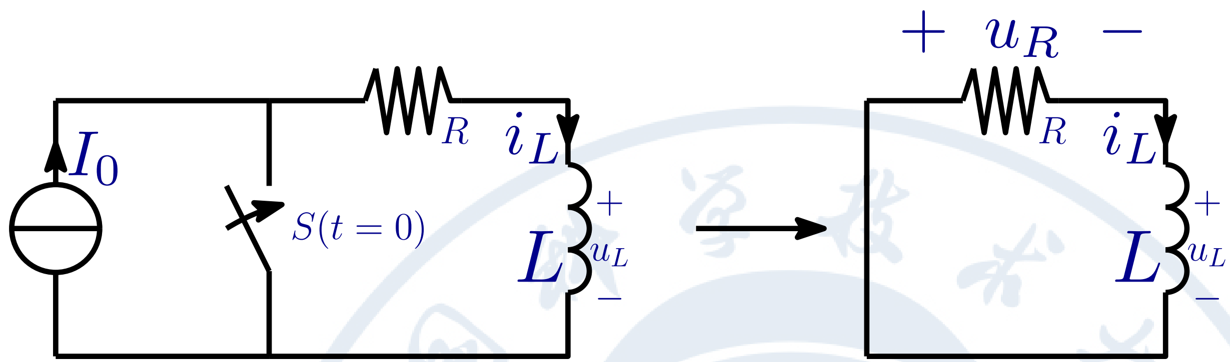
一阶电路的零输入响应-RL 电路





$$\begin{cases} u_L + u_R = L\dfrac{di_L}{dt} + Ri_L = 0 \\ i_L(0_+) = i_L(0_-) = I_0 \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} i_L(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \\ u_L(t) = -RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \end{array}$$

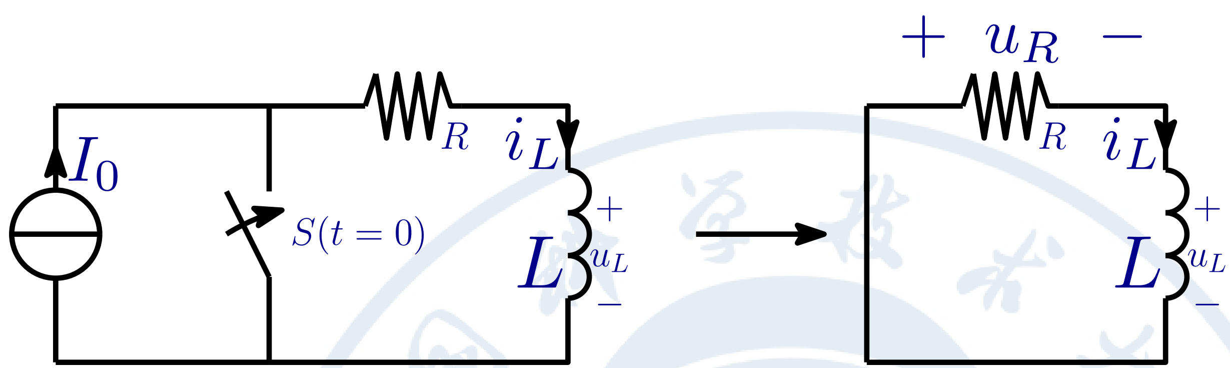
一阶电路的零输入响应-RL 电路



$$\begin{cases} u_L + u_R = L\frac{di_L}{dt} + Ri_L = 0 \\ i_L(0_+) = i_L(0_-) = I_0 \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} i_L(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \\ u_L(t) = -RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \end{array}$$

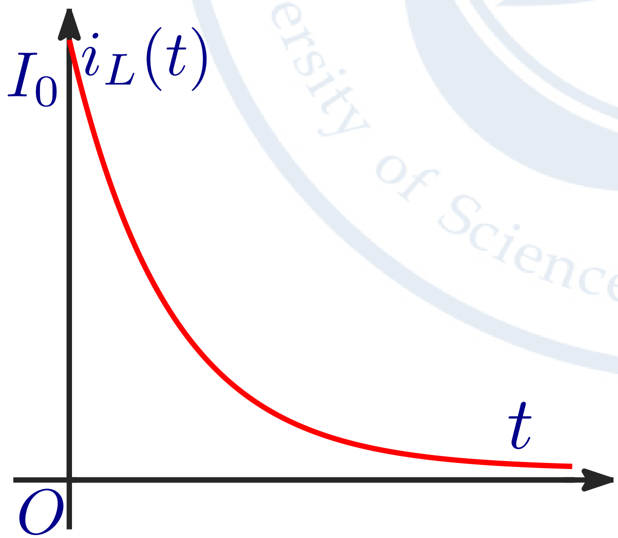
★ 时间常数 $\tau = L/R$

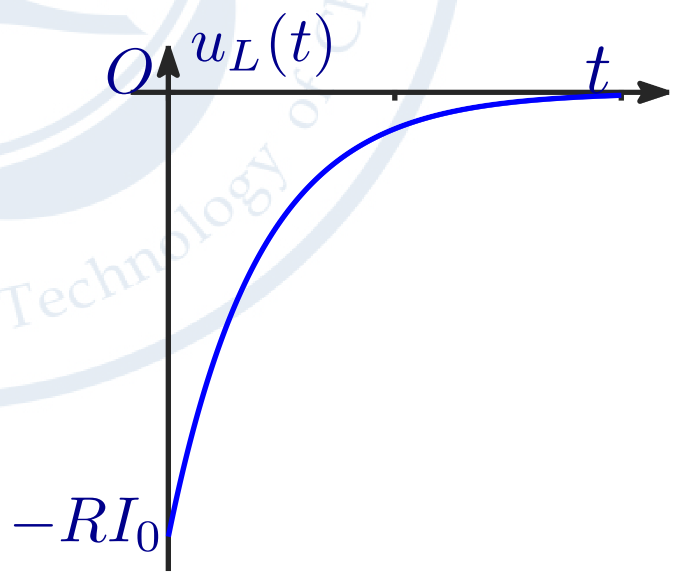
一阶电路的零输入响应-RL 电路



$$\begin{cases} u_L + u_R = L\frac{di_L}{dt} + Ri_L = 0 \\ i_L(0_+) = i_L(0_-) = I_0 \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} i_L(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \\ u_L(t) = -RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \end{array}$$

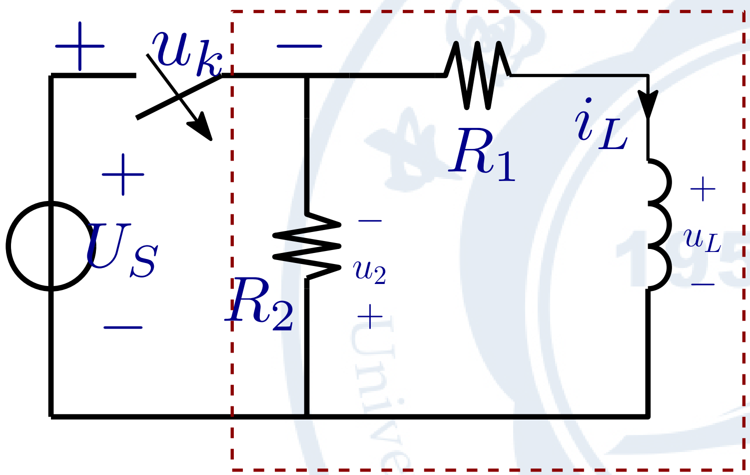
★ 时间常数 $\tau = L/R$





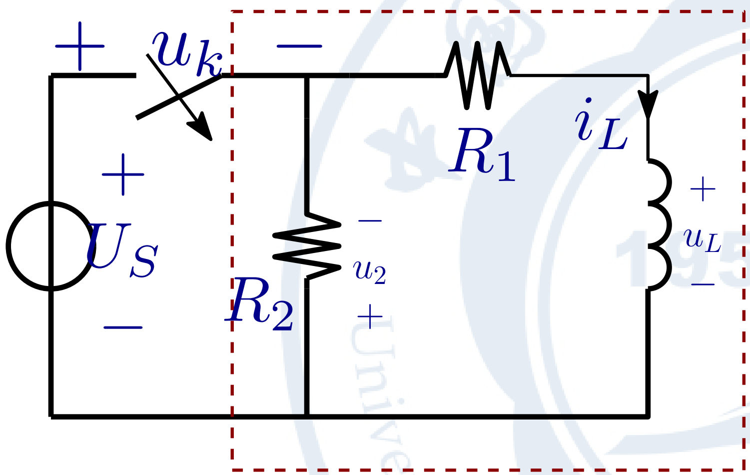
一阶动态电路的零输入响应

$U_S = 35V, R_1 = 5\Omega, R_2 = 5K\Omega, L - 0.4H, L = 0.4H.t < 0$时电路处于直流稳态。$t = 0$时开关断开，求 $t > 0$时电流 i_L及开关两端电压 u_k



一阶动态电路的零输入响应

$U_S = 35V, R_1 = 5\Omega, R_2 = 5K\Omega, L - 0.4H, L = 0.4H.t < 0$时电路处于直流稳态。$t = 0$时开关断开，求 $t > 0$时电流 i_L及开关两端电压 u_k

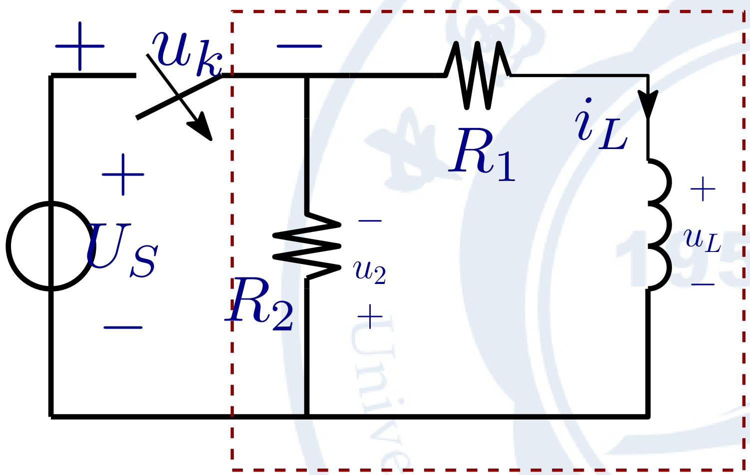


1. 换路后电路储能如红框内电路，电感电流初值：

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 7A$$

一阶动态电路的零输入响应

$U_S = 35V, R_1 = 5\Omega, R_2 = 5K\Omega, L - 0.4H, L = 0.4H.t < 0$时电路处于直流稳态。$t = 0$时开关断开，求 $t > 0$时电流 i_L及开关两端电压 u_k



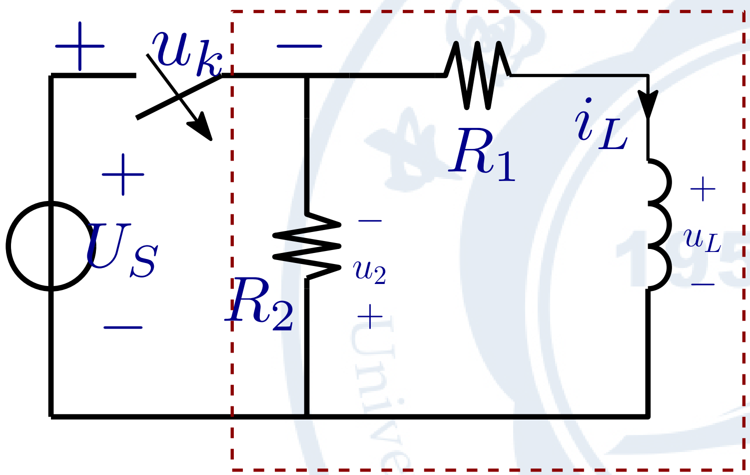
1. 换路后电路储能如红框内电路，电感电流初值：

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 7A$$

2. 换路后电路时间常数：$\tau = \frac{L}{R_1+R_2} = 8 \times 10^{-5}s$

一阶动态电路的零输入响应

$U_S = 35V, R_1 = 5\Omega, R_2 = 5K\Omega, L - 0.4H, L = 0.4H. t < 0$时电路处于直流稳态。$t = 0$时开关断开，求 $t > 0$时电流 i_L及开关两端电压 u_k



1. 换路后电路储能如红框内电路，电感电流初值：

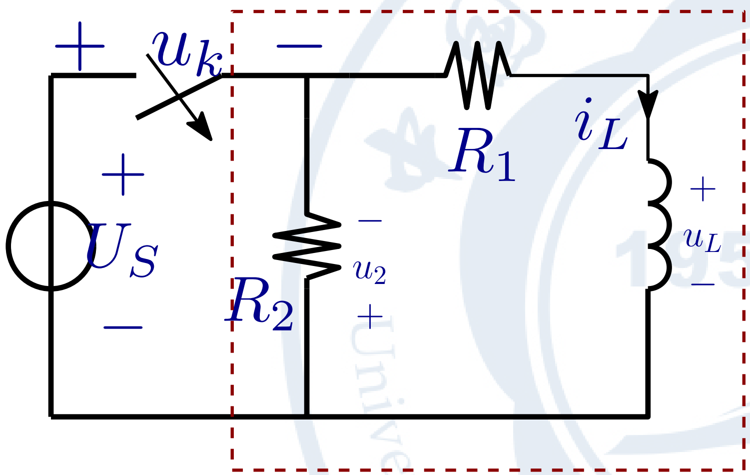
$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 7A$$

2. 换路后电路时间常数：$\tau = \frac{L}{R_1+R_2} = 8 \times 10^{-5}s$

3. 换路后电感电流为：$i_L(t) = i_L(0_+)e^{-t/\tau} = 7e^{-1.25\times10^4 t}A$

一阶动态电路的零输入响应

$U_S = 35V, R_1 = 5\Omega, R_2 = 5K\Omega, L - 0.4H, L = 0.4H.t < 0$时电路处于直流稳态。$t = 0$时开关断开，求 $t > 0$时电流 i_L及开关两端电压 u_k



1. 换路后电路储能如红框内电路，电感电流初值：

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 7A$$

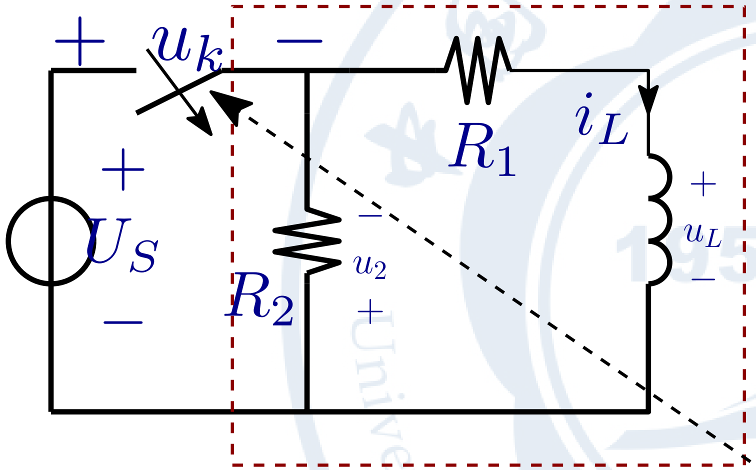
2. 换路后电路时间常数：$\tau = \frac{L}{R_1+R_2} = 8 \times 10^{-5}s$

3. 换路后电感电流为：$i_L(t) = i_L(0_+)e^{-t/\tau} = 7e^{-1.25\times10^4 t}A$

4. 开关电压 $u_k = u_2 + U_s = (35 + 3.5 \times 10^4 e^{-1.25\times10^4 t})V$

一阶动态电路的零输入响应

$U_S = 35V, R_1 = 5\Omega, R_2 = 5K\Omega, L - 0.4H, L = 0.4H.t < 0$时电路处于直流稳态。$t = 0$时开关断开，求$t > 0$时电流$i_L$及开关两端电压$u_k$



1. 换路后电路储能如红框内电路，电感电流初值：

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 7A$$

2. 换路后电路时间常数：$\tau = \frac{L}{R_1+R_2} = 8 \times 10^{-5}s$

开关承受电压远高于电源电压！

4. 开关电压 $u_k = u_2 + U_s = \boxed{(35 + 3.5 \times 10^4 e^{-1.25\times 10^4 t})V}$

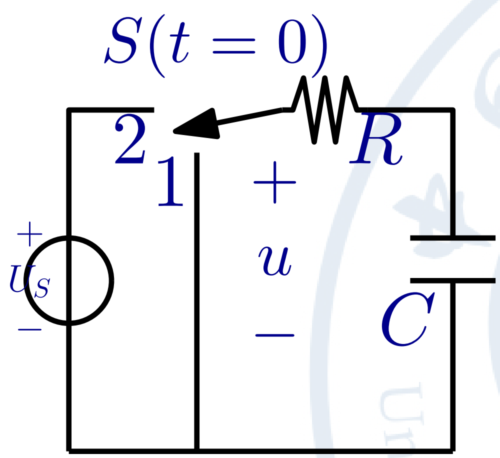
阶跃函数和冲激函数

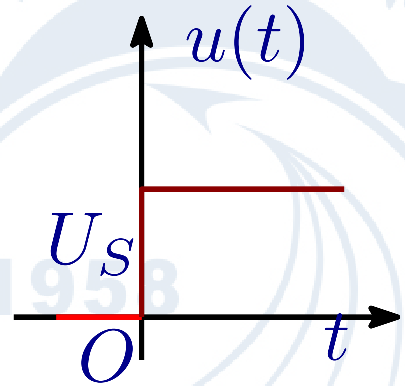
- 奇异函数：存在不连续点的函数

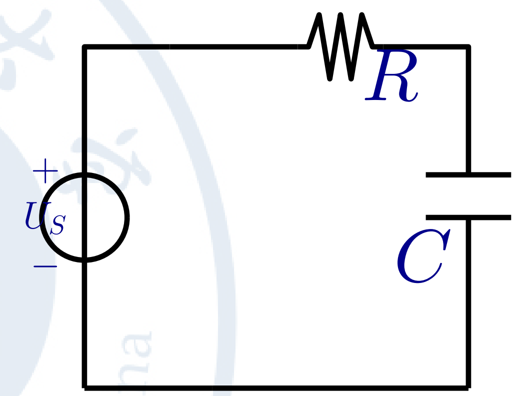
阶跃函数和冲激函数

■ 奇异函数：存在不连续点的函数

单位阶跃函数





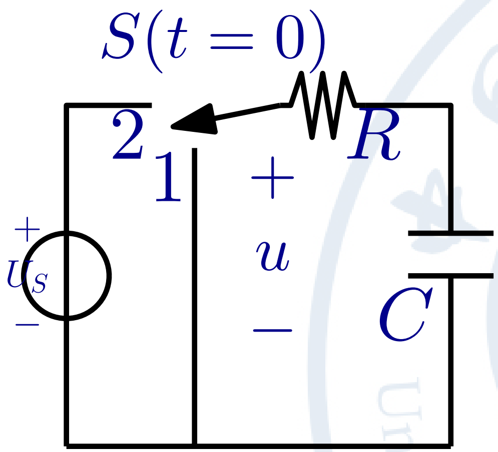


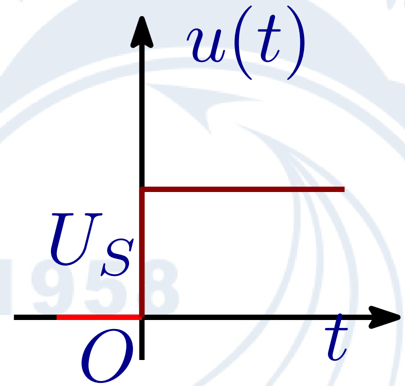
$$\epsilon(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t > 0) \end{cases}$$

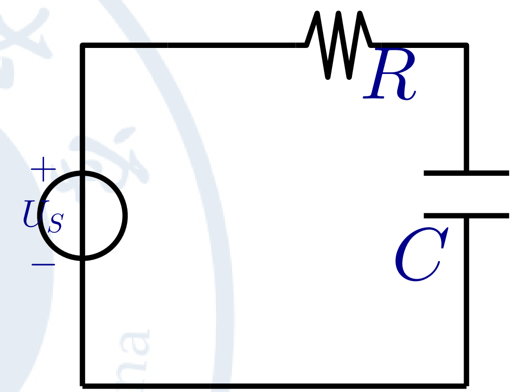
阶跃函数和冲激函数

■ 奇异函数：存在不连续点的函数

单位阶跃函数







$$\epsilon(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t > 0) \end{cases}$$

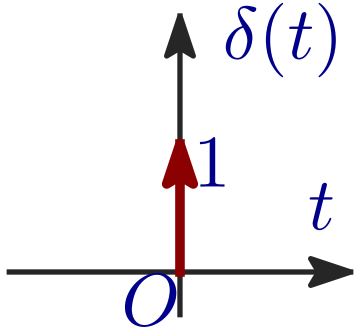
延迟单位阶跃函数	$\epsilon(t - t_0)$
矩形脉冲	$G(t) = \epsilon(t) - \epsilon(t - t_0)$

单位冲激函数

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & (t \neq 0) \\ \infty & (t = 0) \end{cases}, \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

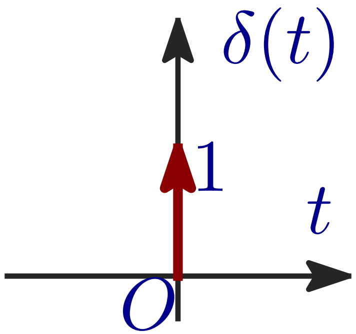
单位冲激函数

$$\delta(t)=\begin{cases}0 & (t\neq 0)\\ \infty & (t=0)\end{cases},\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1$$



单位冲激函数

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & (t \neq 0) \\ \infty & (t = 0) \end{cases}, \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1$$

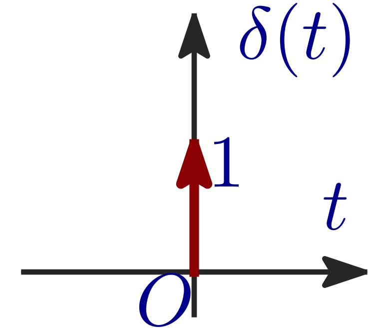


- $\delta(t)$可以由下述极限表达：

$$\lim_{\Delta\xi \to 0} \frac{(\epsilon(t) - \epsilon(t - \Delta\xi))}{\Delta\xi}$$

单位冲激函数

$$\delta(t)=\begin{cases}0 & (t\neq 0)\\ \infty & (t=0)\end{cases},\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1$$



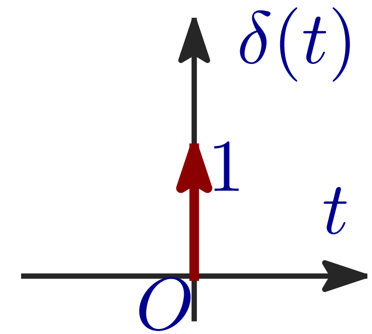
- $\delta(t)$可以由下述极限表达：

$$\lim_{\Delta\xi\to 0}\frac{(\epsilon(t)-\epsilon(t-\Delta\xi))}{\Delta\xi}$$

- $\delta(t)$单位：$1/s, 1/sec$

单位冲激函数

$$\delta(t)=\begin{cases}0 & (t\neq 0)\\ \infty & (t=0)\end{cases},\quad \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1$$



- $\delta(t)$可以由下述极限表达：

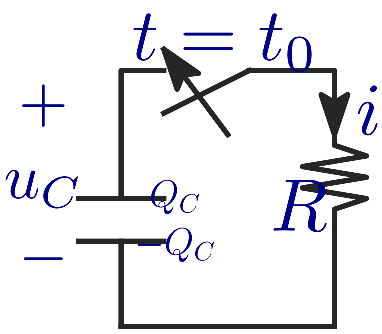
$$\lim_{\Delta\xi\to 0}\frac{(\epsilon(t)-\epsilon(t-\Delta\xi))}{\Delta\xi}$$

- $\delta(t)$单位：$1/s, 1/sec$

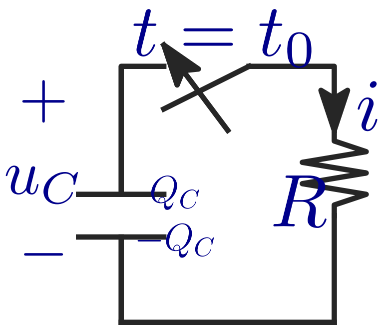
- 冲击电流 $K\delta(t)$，单位是安培，则常数 K单位是 As, 即库仑;

对应冲击电压 $K\delta(t)$, 单位是伏特，对应常数 K单位是 Vs，即韦伯

单位冲激函数



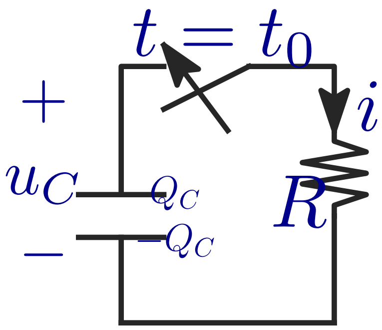
单位冲激函数



$$u_C(t) = u_C(0_-)e^{-\frac{(t-t_0)}{RC}}$$

$$i(t) = \frac{u_C(0_-)}{R}e^{-\frac{t-t_0}{RC}}$$

单位冲激函数

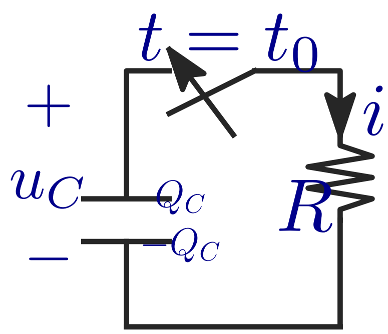


$$u_C(t) = u_C(0_-)e^{-\frac{(t-t_0)}{RC}}$$

$$i(t) = \frac{u_C(0_-)}{R}e^{-\frac{t-t_0}{RC}}$$

★ 当 $R \to 0$时， $i(t) \to 0, t \neq t_0; i(t_0) \to \infty$

单位冲激函数



$$u_C(t) = u_C(0_-)e^{-\frac{(t-t_0)}{RC}}$$

$$i(t) = \frac{u_C(0_-)}{R}e^{-\frac{t-t_0}{RC}}$$

★ 当 $R \to 0$时， $i(t) \to 0, t \neq t_0; i(t_0) \to \infty$

★ $\int_{-\infty}^{\infty} i(t)dt = Q_c$

$$\longrightarrow i(t) = Q_C\delta(t - t_0) \longrightarrow u_C(t_{0_+}) = 0$$

关于单位冲击函数的一些性质

- $\delta(t) = \delta(-t)$
- $\delta(t - t_1) = \delta(t_1 - t)$
- $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$
- $f(t)\delta(t - t_0) = f(t_0)\delta(t - t_0)$
- $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t - t_1)dt = f(t_1)$
- $\int\limits_{-\infty}^{t} \delta(\xi - t_1)d\xi = \epsilon(t - t_1)$

一阶电路的零状态响应

■ 零状态响应

电路中的初始储能为 0($u_C(0_-) = 0, i_L(0_-) = 0$)，仅由独立电源作用引起的响应

一阶电路的零状态响应

零状态响应

电路中的初始储能为 0($u_C(0_-)=0, i_L(0_-)=0$)，仅由独立电源作用引起的响应

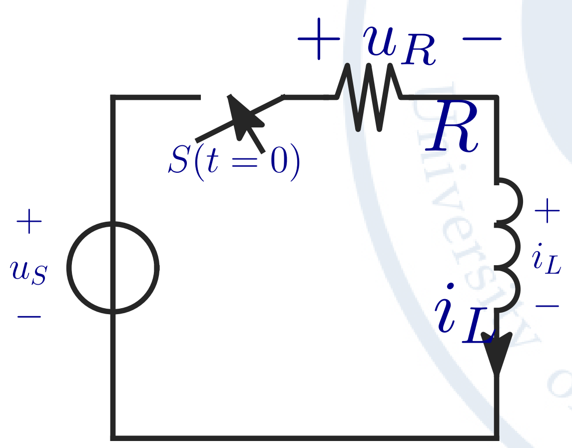
不同的独立电源，零状态响应的形式不同。我们首先关注**正弦电源**:$u_S = U_m\cos(\omega t+\phi_u)$

一阶电路的零状态响应

■ 零状态响应

电路中的初始储能为 0($u_C(0_-)=0, i_L(0_-)=0$)，仅由独立电源作用引起的响应

不同的独立电源，零状态响应的形式不同。我们首先关注**正弦电源**:$u_S=U_m\cos(\omega t+\phi_u)$



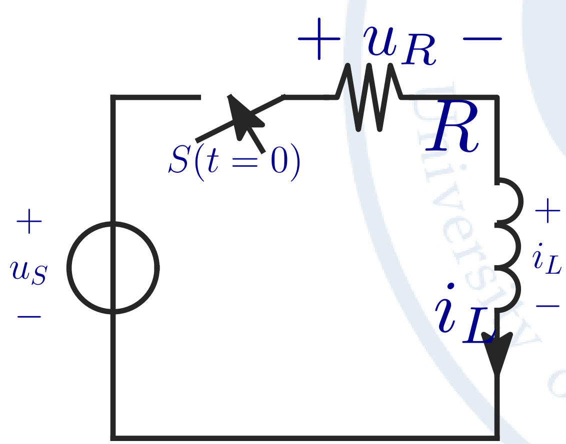
- $i_L(0_+)=i_L(0_-)=0$
- $L\frac{di_L}{dt}+i_LR=u_S$

一阶电路的零状态响应

■ 零状态响应

电路中的初始储能为 0($u_C(0_-)=0, i_L(0_-)=0$)，仅由独立电源作用引起的响应

不同的独立电源，零状态响应的形式不同。我们首先关注**正弦电源**:$u_S = U_m\cos(\omega t+\phi_u)$



- $i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$
- $L\frac{di_L}{dt} + i_L R = u_S$

非齐次微分方程的解一般写成：

$$i(t) = i_{Lp} + i_{Lh}$$

一阶电路的零状态响应

★ 求特解 对于正弦驱动信号，可以使用相量法求解

一阶电路的零状态响应

★ 求特解 对于正弦驱动信号，可以使用相量法求解

$$j\omega L\dot{I}_{mLp}+R\dot{I}_{mLp}=\dot{U}_m$$

$$\rightarrow \dot{I}_{mLp}=\frac{\dot{U}_m}{R+j\omega L}=\frac{U_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}e^{j(\phi_u-\phi)}\Big|_{\phi=\arctan(\frac{\omega L}{R})}$$

$$\rightarrow i_{Lp}=I_{mLp}\cos(\omega t+\phi_u-\phi),I_{mLp}=\frac{U_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$$

一阶电路的零状态响应

★ 求特解 对于正弦驱动信号，可以使用相量法求解

$$j\omega L\dot{I}_{mLp} + R\dot{I}_{mLp} = \dot{U}_m$$

$$\longrightarrow \dot{I}_{mLp} = \frac{\dot{U}_m}{R+j\omega L} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}} e^{j(\phi_u-\phi)}\Big|_{\phi=\arctan(\frac{\omega L}{R})}$$

$$\longrightarrow i_{Lp} = I_{mLp}\cos(\omega t + \phi_u - \phi), I_{mLp} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$$

★ 求齐次微分方程的通解 $i_{Lh}(t)$

一阶电路的零状态响应

★ 求特解 对于正弦驱动信号，可以使用相量法求解

$$j\omega L\dot{I}_{mLp} + R\dot{I}_{mLp} = \dot{U}_m$$

$$\rightarrow \dot{I}_{mLp} = \frac{\dot{U}_m}{R+j\omega L} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}e^{j(\phi_u-\phi)}\Big|_{\phi=\arctan(\frac{\omega L}{R})}$$

$$\rightarrow i_{Lp} = I_{mLp}\cos(\omega t+\phi_u-\phi), I_{mLp} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$$

★ 求齐次微分方程的通解 $i_{Lh}(t)$

$$L\frac{di_{Lh}}{dt} + Ri_{Lh} = 0$$

$$\rightarrow i_{Lh}(t) = Ae^{-\frac{Rt}{L}} = Ae^{-t/\tau}$$

一阶电路的零状态响应

★ 求特解 对于正弦驱动信号，可以使用相量法求解

$$j\omega L\dot{I}_{mLp} + R\dot{I}_{mLp} = \dot{U}_m$$

$$\rightarrow \dot{I}_{mLp} = \frac{\dot{U}_m}{R+j\omega L} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}} e^{j(\phi_u - \phi)}\Big|_{\phi=\arctan(\frac{\omega L}{R})}$$

$$\rightarrow i_{Lp} = I_{mLp}\cos(\omega t + \phi_u - \phi), I_{mLp} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}}$$

★ 求齐次微分方程的通解 $i_{Lh}(t)$

$$L\frac{di_{Lh}}{dt} + Ri_{Lh} = 0$$

$$\rightarrow i_{Lh}(t) = Ae^{-\frac{Rt}{L}} = Ae^{-t/\tau}$$

★ 写出非齐次微分方程的通解 $i_L(t)$

$$i_L = I_{mLp}\cos(\omega t + \phi_u - \phi) + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

一阶电路的零状态响应

★ 求特解 对于正弦驱动信号，可以使用相量法求解

$$j\omega L\dot{I}_{mLp} + R\dot{I}_{mLp} = \dot{U}_m$$

$$\longrightarrow \dot{I}_{mLp} = \frac{\dot{U}_m}{R+j\omega L} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}e^{j(\phi_u-\phi)}\Big|_{\phi=\arctan(\frac{\omega L}{R})}$$

$$\longrightarrow i_{Lp} = I_{mLp}\cos(\omega t + \phi_u - \phi), I_{mLp} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$$

★ 求齐次微分方程的通解 $i_{Lh}(t)$

$$L\frac{di_{Lh}}{dt} + Ri_{Lh} = 0$$

$$\longrightarrow i_{Lh}(t) = Ae^{-\frac{Rt}{L}} = Ae^{-t/\tau}$$

★ 写出非齐次微分方程的通解 $i_L(t)$

$$i_L = I_{mLp}\cos(\omega t + \phi_u - \phi) + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

★ 求出待定系数 A

一阶电路的零状态响应

★ 求特解 对于正弦驱动信号，可以使用相量法求解

$$j\omega L\dot{I}_{mLp} + R\dot{I}_{mLp} = \dot{U}_m$$

$$\rightarrow \dot{I}_{mLp} = \frac{\dot{U}_m}{R+j\omega L} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}e^{j(\phi_u-\phi)}\Big|_{\phi=\arctan(\frac{\omega L}{R})}$$

$$\rightarrow i_{Lp} = I_{mLp}\cos(\omega t+\phi_u-\phi), I_{mLp} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$$

★ 求齐次微分方程的通解 $i_{Lh}(t)$

$$L\frac{di_{Lh}}{dt} + Ri_{Lh} = 0$$

$$\rightarrow i_{Lh}(t) = Ae^{-\frac{Rt}{L}} = Ae^{-t/\tau}$$

★ 写出非齐次微分方程的通解 $i_L(t)$

$$i_L = I_{mLp}\cos(\omega t+\phi_u-\phi) + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

★ 求出待定系数 A

$$A = -I_{mLp}\cos(\phi_u-\phi)$$

一阶电路的零状态响应

★ 求特解 对于正弦驱动信号，可以使用相量法求解

$$j\omega L\dot{I}_{mLp} + R\dot{I}_{mLp} = \dot{U}_m$$

$$\rightarrow \dot{I}_{mLp} = \frac{\dot{U}_m}{R+j\omega L} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}} e^{j(\phi_u-\phi)}\Big|_{\phi=\arctan(\frac{\omega L}{R})}$$

$$\rightarrow i_{Lp} = I_{mLp}\cos(\omega t + \phi_u - \phi), I_{mLp} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$$

★ 求齐次微分方程的通解 $i_{Lh}(t)$

$$L\frac{di_{Lh}}{dt} + Ri_{Lh} = 0$$

$$\rightarrow i_{Lh}(t) = Ae^{-\frac{Rt}{L}} = Ae^{-t/\tau}$$

★ 写出非齐次微分方程的通解 $i_L(t)$

$$i_L = I_{mLp}\cos(\omega t + \phi_u - \phi) + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

一阶电路的零状态响应

★ 一阶 RL电路的全响应表达式：

$$i_L(t) = \boxed{I_{mLp}\cos(\omega t + \phi_u - \phi)} - \boxed{I_{mLp}\cos(\phi_u - \phi)e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

一阶电路的零状态响应

★ 一阶 RL 电路的全响应表达式：

$$i_L(t) = \boxed{I_{mLp}\cos(\omega t + \phi_u - \phi)} - \boxed{I_{mLp}\cos(\phi_u - \phi)e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$\downarrow$

特解，强制分量 由激励决定，如果是恒定电源或者正弦电源驱动，又可以称为**稳态分量**

一阶电路的零状态响应

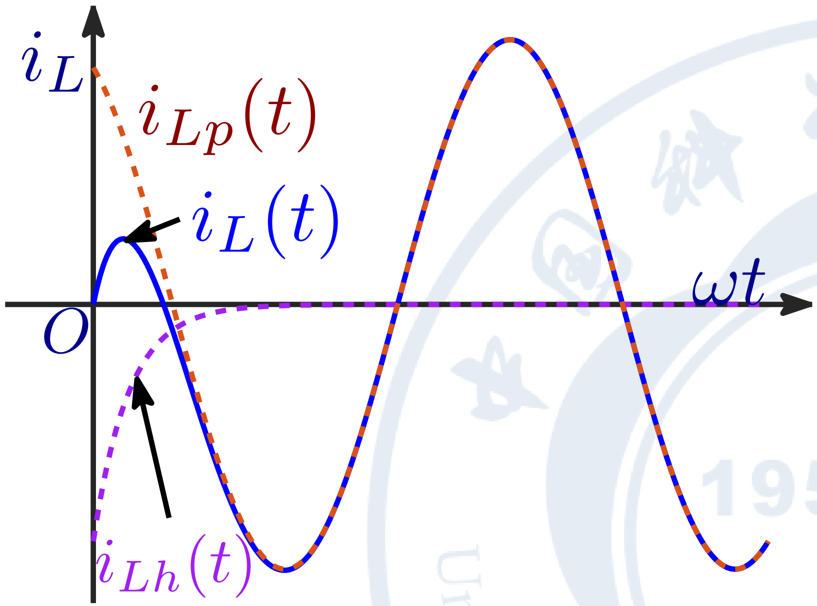
★ 一阶 RL 电路的全响应表达式：

$$i_L(t) = \boxed{I_{mLp}\cos(\omega t + \phi_u - \phi)} - \boxed{I_{mLp}\cos(\phi_u - \phi)e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

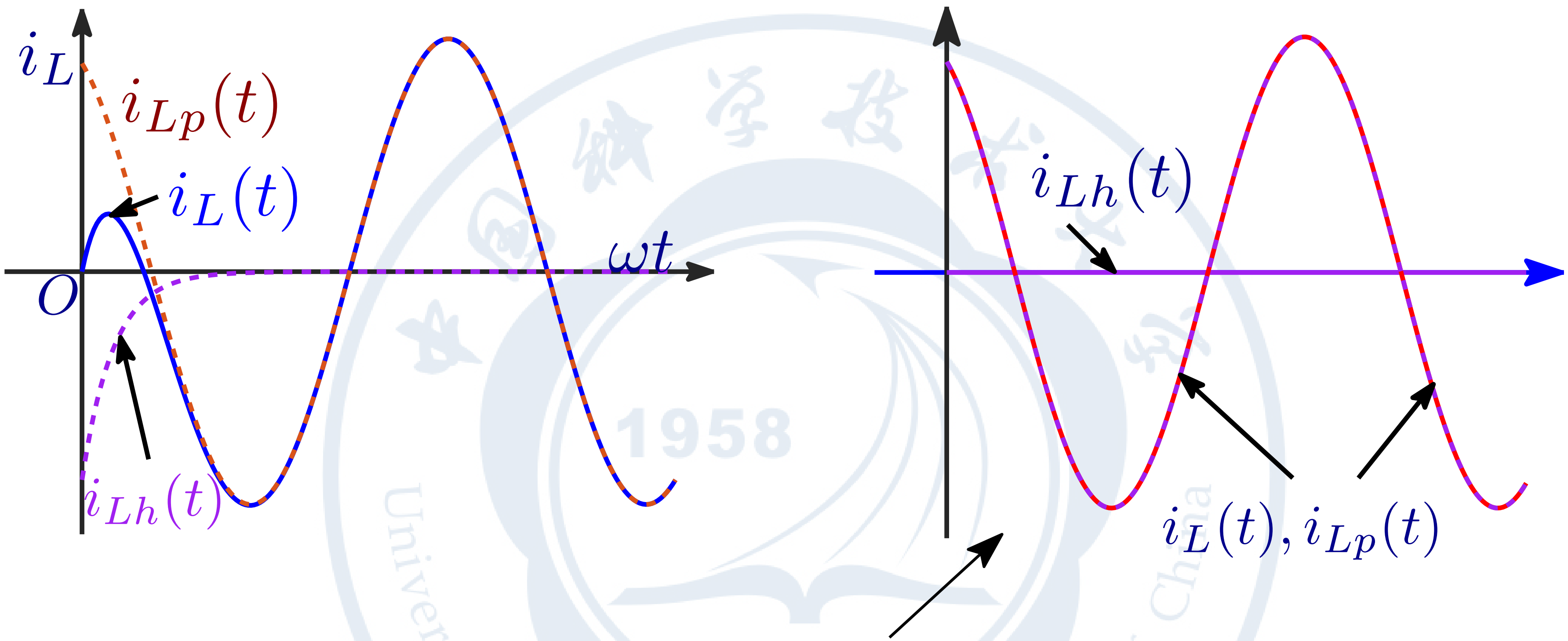
特解，强制分量 由激励决定，如果是恒定电源或者正弦电源驱动，又可以称为**稳态分量**

通解，自由分量 自由分量的形式与激励无关，决定于电路结构和元件参数，**自由分量**的量值仍然和独立电源有关。自由分量最后必然衰减到 0，又被称为**暂态分量**

一阶电路的零状态响应

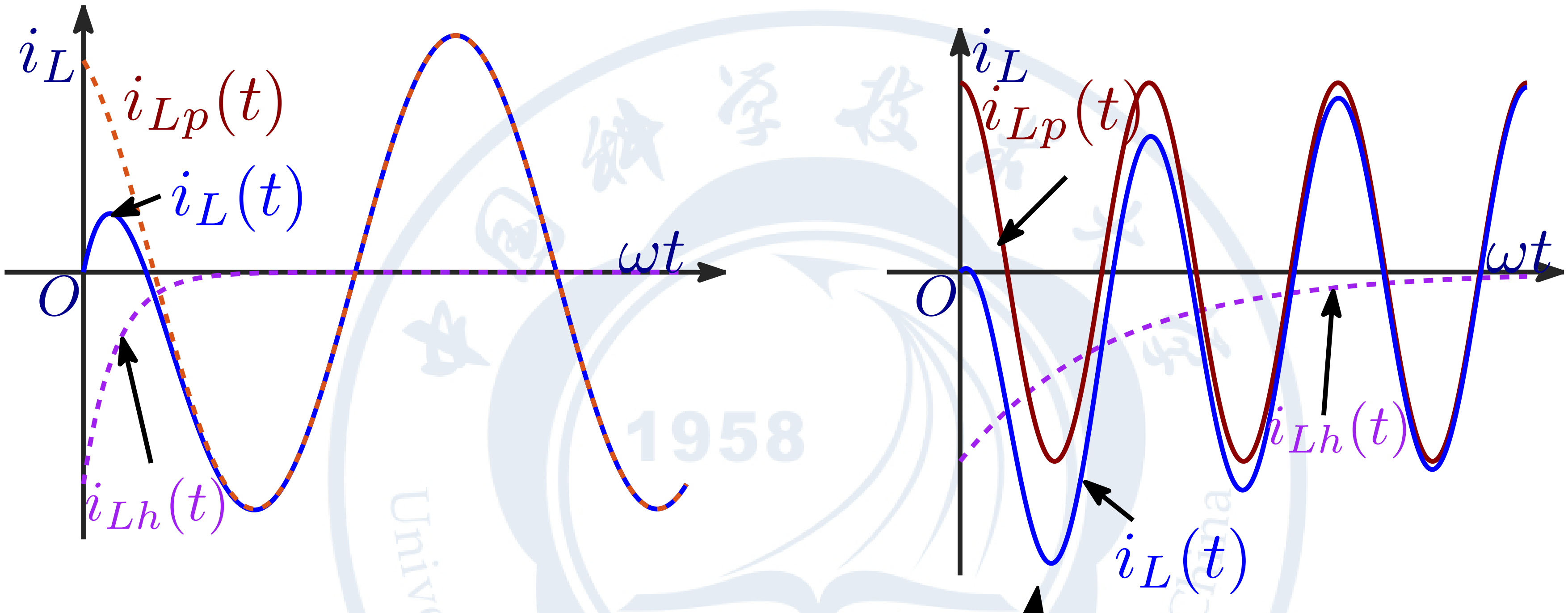


一阶电路的零状态响应



◇ $\phi_u - \phi = \pm\pi/2$, 暂态分量 $I_{mLp}\cos(\phi_u - \phi)e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$

一阶电路的零状态响应

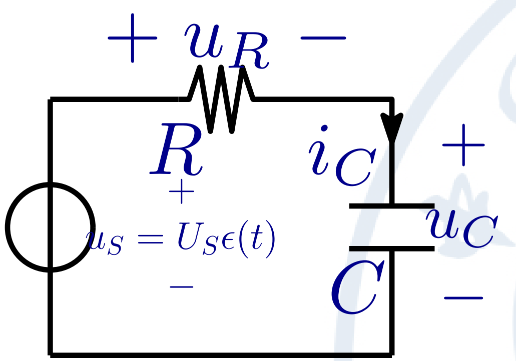


- ◇ $\phi_u - \phi = \pm\pi/2$, 暂态分量 $I_{mLp}\cos(\phi_u - \phi)e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$
- ◇ $\phi_u - \phi = 0, \pi$, 暂态分量 $I_{mLp}\cos(\phi_u - \phi)e^{-\frac{t}{\tau}} = \mp I_{mLp}e^{-\frac{t}{\tau}}$, 最大

阶跃响应与单位阶跃响应

★ **阶跃响应** 电路在**阶跃电源**作用下的**零状态响应**

★ **单位阶跃特性** 线性电路的阶跃响应与阶跃电源幅值之比



$$s(t) = \frac{u_C(t)}{U_s},$$ 这是无量纲的函数

$$u_R + u_C = u_S$$

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = u_S\epsilon(t)$$
$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$

$$\downarrow$$

$$RC\frac{ds(t)}{dt} + s(t) = \epsilon(t)$$
$$s(0_+) = s(0_-) = 0$$

★ 求特解: $s_p(t) = 1$

★ 求齐次方程通解:

$$s_h(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} = A^{-\frac{t}{\tau}}$$

★ 非齐次方程的通解:

$$s(t) = s_p(t) + s_h(t) = 1 + A^{-\frac{t}{\tau}}$$

★ 积分常数:

$$s(0_+) = 1 + A = 0 \rightarrow A = -1$$

阶跃响应与单位阶跃响应

★ 单位阶跃特性： $s(t) = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\epsilon(t)$

阶跃响应与单位阶跃响应

★ 单位阶跃特性： $s(t) = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\epsilon(t)$

★ 当激励为 $u_S = u_S\epsilon(t)$的响应电压 u_C和电流 i_C：

$$u_C(t) = U_S s(t) = U_S\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$i_C(t) = C\frac{du_c}{dt} = \frac{C}{\tau}U_S e^{-\frac{t}{\tau}}\epsilon(t)$$

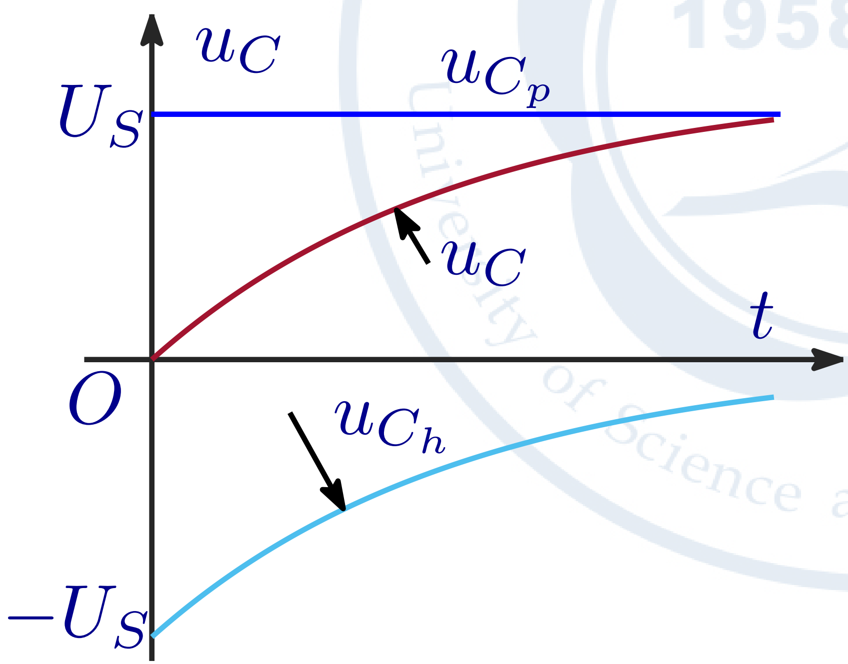
阶跃响应与单位阶跃响应

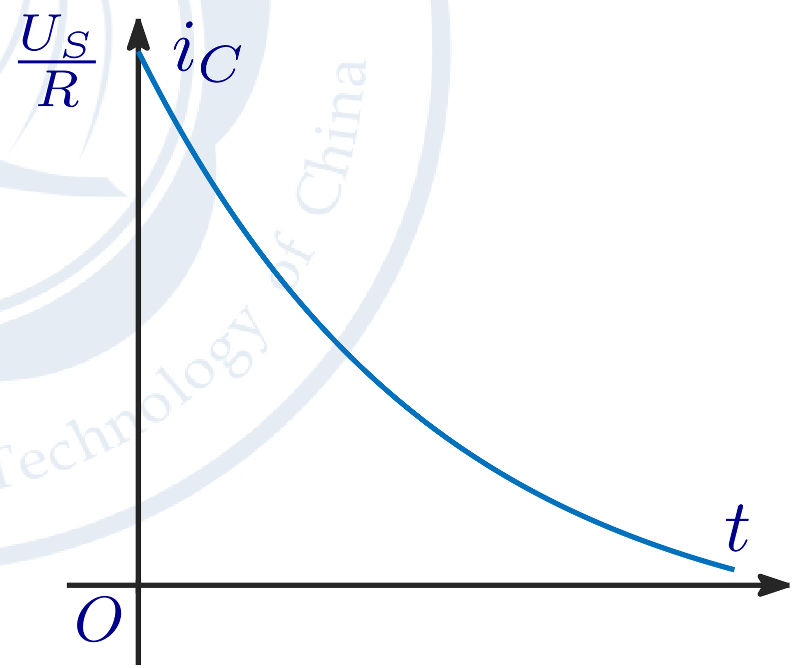
★ 单位阶跃特性： $s(t) = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\epsilon(t)$

★ 当激励为 $u_S = u_S\epsilon(t)$的响应电压 u_C和电流 i_C：

$$u_C(t) = U_S s(t) = U_S\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$i_C(t) = C\frac{du_c}{dt} = \frac{C}{\tau}U_S e^{-\frac{t}{\tau}}\epsilon(t)$$





阶跃响应与单位阶跃响应

★ RC 电路的在门信号上的响应

$$u_S(t) = u_S(\epsilon(t) - \epsilon(t - t_0))$$

$$u_C(t) = U_S(s(t) - s(t - t_0)) = \begin{cases} 0; \quad (t < 0) \\ U_S(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}); \quad 0 \le t \le t_0 \\ U_S(1 - e^{-\frac{t_0}{\tau}})e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}; \ t > t_0 \end{cases}$$

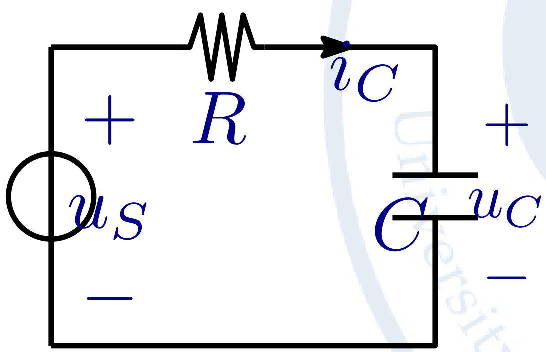
冲激响应和单位冲激特性

★ 冲激响应　　电路在冲激电源下的零状态响应

★ 单位冲激响应　线性电路的冲激响应与冲激强度之比

求解思路，利用线性电路的响应具有线性性质来求取

$$h(t) = \frac{u_C(t)}{\psi}$$



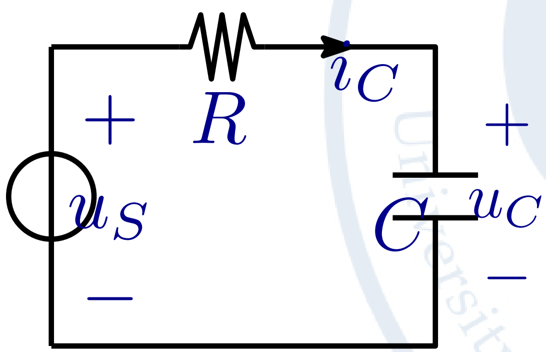
冲激响应和单位冲激特性

★ 冲激响应　　电路在冲激电源下的零状态响应

★ 单位冲激响应　线性电路的冲激响应与冲激强度之比

求解思路，利用线性电路的响应具有线性性质来求取

$$h(t) = \frac{u_C(t)}{\psi}$$



$$u_S(t) = \frac{\psi}{\Delta\xi}(\epsilon(t) - \epsilon(t-\Delta\xi))$$

$$\rightarrow u_C(t) = \frac{\psi}{\Delta\xi}(s(t) - s(t-\Delta\xi))$$

$$\xrightarrow{\Delta\xi \to 0}$$

$$u_S(t) = \psi\delta(t) \Leftrightarrow u_C(t) = \frac{\psi ds(t)}{dt}$$

$$\rightarrow h(t) = \frac{ds(t)}{dt} = \frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\epsilon(t)$$

$$u_C(t) = \psi h(t) = \frac{\psi}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}}\epsilon(t)$$

■ ψ/R的单位是 $VS/Q = As = C$, 所以 $Q = \psi/R$

冲激响应与单位冲激响应

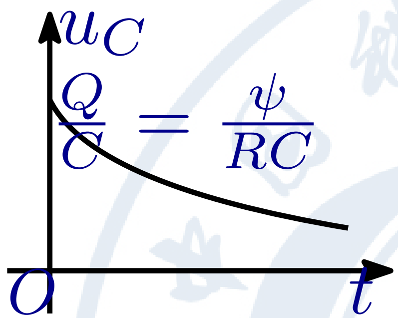
- 冲激电源激励下的电流:

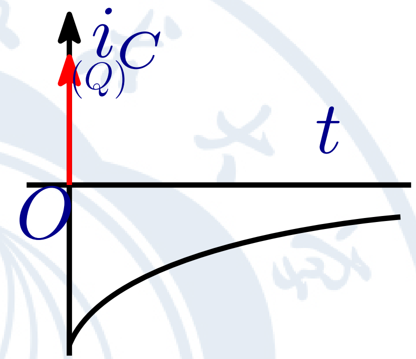
$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = \frac{\psi}{R}\delta(t) - \frac{U}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}\epsilon(t)$$

冲激响应与单位冲激响应

- 冲激电源激励下的电流:

$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = \frac{\psi}{R}\delta(t) - \frac{U}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}\epsilon(t)$$

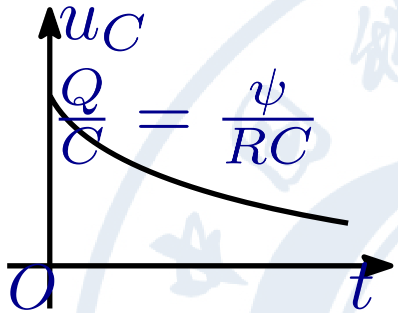


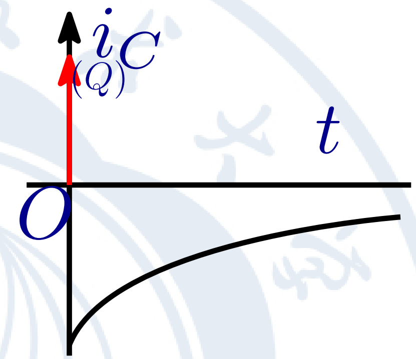


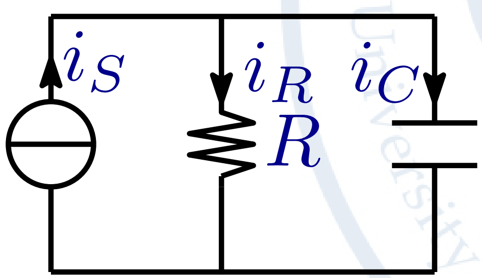
冲激响应与单位冲激响应

- 冲激电源激励下的电流:

$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = \frac{\psi}{R}\delta(t) - \frac{U}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}\epsilon(t)$$







$$i_C + i_R = C\frac{du_C}{dt} + \frac{u_c}{R} = i_S = Q\delta(t)$$

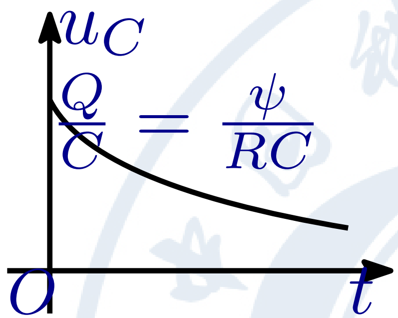
- 对上述表达式从 0_- 到 0_+ 进行积分，可以得到:

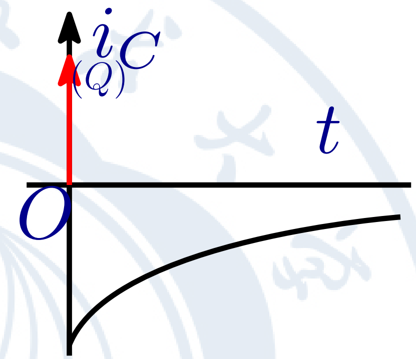
$$C\int_{0_-}^{0_+}\frac{u_C}{dt} + \frac{1}{R}\int_{0_-}^{0_+}u_C dt = \int_{0_-}^{0_+}Q\delta(t)dt$$

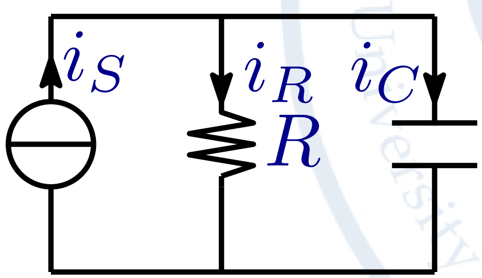
冲激响应与单位冲激响应

- 冲激电源激励下的电流:

$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = \frac{\psi}{R}\delta(t) - \frac{U}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}\epsilon(t)$$







$$i_C + i_R = C\frac{du_C}{dt} + \frac{u_c}{R} = i_S = Q\delta(t)$$

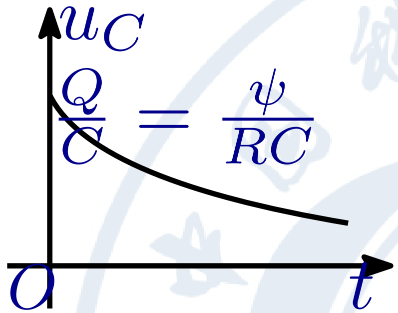
- 对上述表达式从 0_- 到 0_+ 进行积分，可以得到:

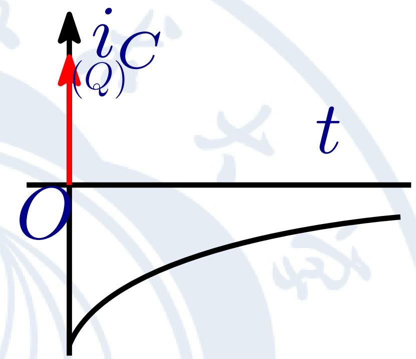
$$\underbrace{\boxed{C\int_{0_-}^{0_+}\frac{u_C}{dt}}}_{C(u_C(0_+)-u_C(0_-))} + \underbrace{\boxed{\frac{1}{R}\int_{0_-}^{0_+}u_C dt}}_{0} = \underbrace{\boxed{\int_{0_-}^{0_+}Q\delta(t)dt}}_{Q}$$

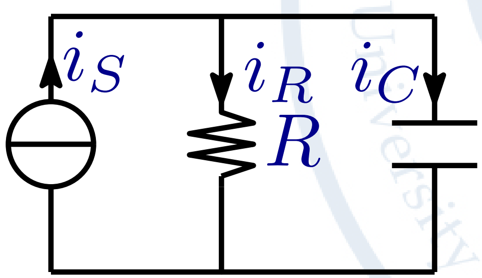
冲激响应与单位冲激响应

- 冲激电源激励下的电流:

$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = \frac{\psi}{R}\delta(t) - \frac{U}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}\epsilon(t)$$







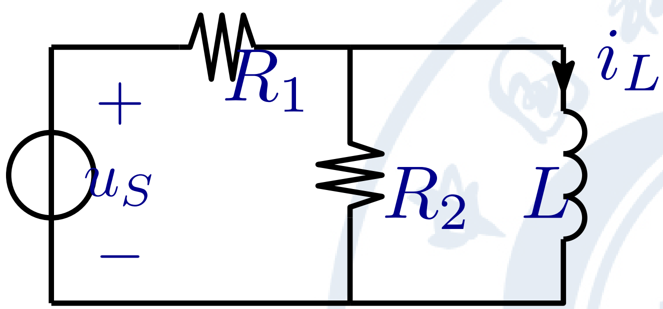
$$i_C + i_R = C\frac{du_C}{dt} + \frac{u_c}{R} = i_S = Q\delta(t)$$

- 对上述表达式从 0_- 到 0_+进行积分，可以得到:

$$\underbrace{\boxed{C\int_{0_-}^{0_+}\frac{u_C}{dt}}}_{C(u_C(0_+)-u_C(0_-))} + \underbrace{\boxed{\frac{1}{R}\int_{0_-}^{0_+}u_C dt}}_{0} = \underbrace{\boxed{\int_{0_-}^{0_+}Q\delta(t)dt}}_{Q} \longrightarrow u_C(0_+) = \frac{Q}{C} + u_C(0_-)$$

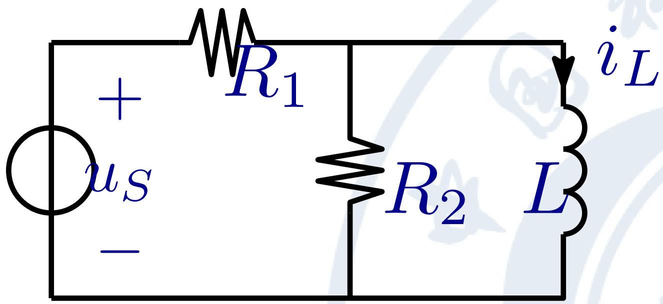
冲激响应与单位冲激响应

- 设 $R_1 = 30\Omega$. $R_2 = 60\Omega, L = 0.1H, u_s = 18Wb \times \delta(t)$. 求冲激响应 i_L



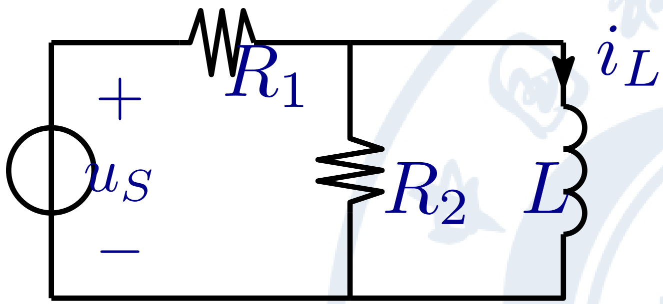
冲激响应与单位冲激响应

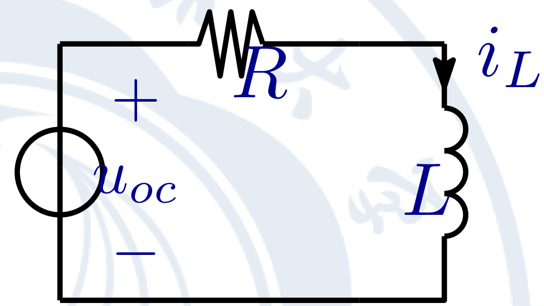
- 设 $R_1 = 30\Omega.\ R_2 = 60\Omega, L = 0.1H, u_s = 18Wb \times \delta(t)$. 求冲激响应 i_L



冲激响应与单位冲激响应

■ 设 $R_1 = 30\Omega$. $R_2 = 60\Omega$,$L = 0.1H$,$u_s = 18Wb \times \delta(t)$. 求冲激响应 i_L



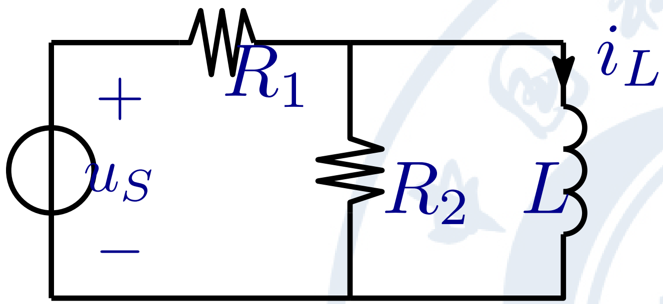


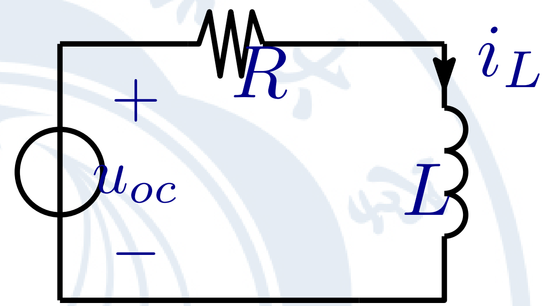
★ 戴维南等效：$U_{oc} = \frac{U_S R_2}{R_1+R_2} = 12Wb \times \delta(t)$

$$R = R_1//R_2 = 20\Omega$$

冲激响应与单位冲激响应

■ 设 $R_1 = 30\Omega$. $R_2 = 60\Omega$,$L = 0.1H$,$u_s = 18Wb \times \delta(t)$. 求冲激响应 i_L





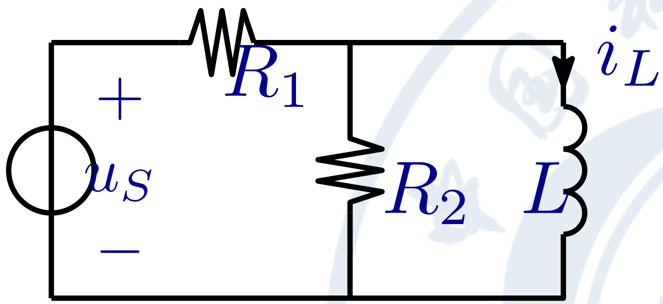
★ 戴维南等效：$U_{oc} = \frac{U_S R_2}{R_1+R_2} = 12Wb \times \delta(t)$

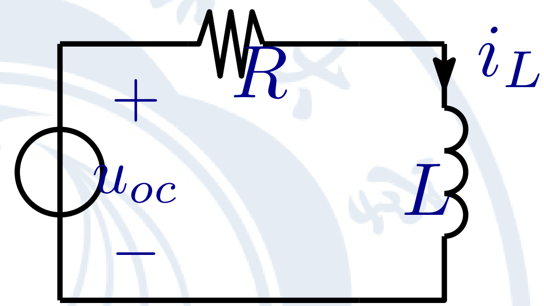
$$R = R_1//R_2 = 20\Omega$$

★ $L\frac{di_L}{dt} + i_L R = U_{oc}, i_L(0_-) = 0A$

冲激响应与单位冲激响应

■ 设 $R_1 = 30\Omega$. $R_2 = 60\Omega$,$L = 0.1H$,$u_s = 18Wb \times \delta(t)$. 求冲激响应 i_L





★ 戴维南等效：$U_{oc} = \frac{U_S R_2}{R_1+R_2} = 12Wb \times \delta(t)$

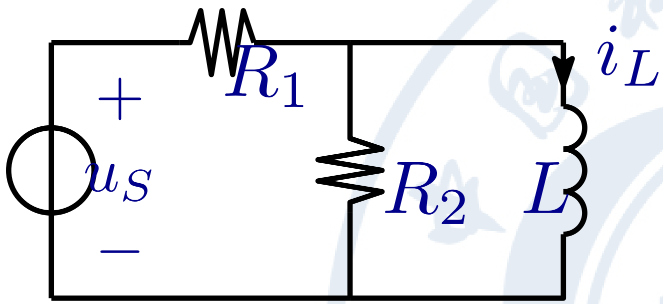
$$R = R_1//R_2 = 20\Omega$$

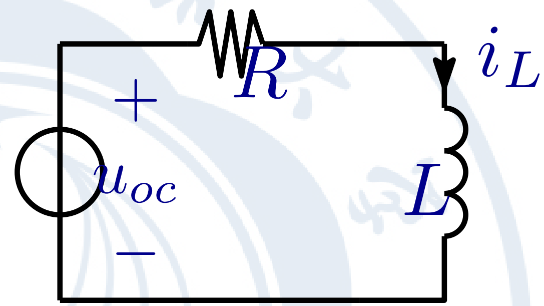
★ $L\frac{di_L}{dt} + i_L R = U_{oc}, i_L(0_-) = 0A$

★ 从 0_- 到 0_+ 积分，可以得到 $i_L(0_+) = \frac{\psi}{L} + i_L(0_-) = 120A$

冲激响应与单位冲激响应

■ 设 $R_1=30\Omega$. $R_2=60\Omega$,$L=0.1H$,$u_s=18Wb\times\delta(t)$. 求冲激响应 i_L





★ 戴维南等效：$U_{oc}=\frac{U_S R_2}{R_1+R_2}=12Wb\times\delta(t)$

$$R=R_1//R_2=20\Omega$$

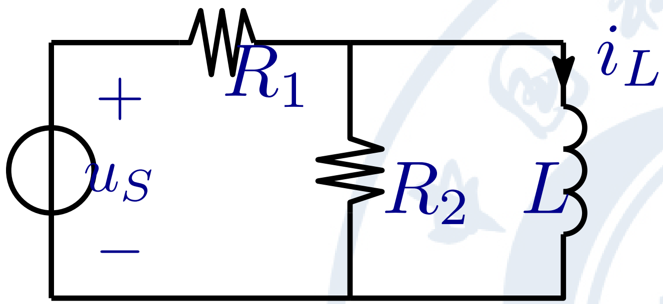
★ $L\frac{di_L}{dt}+i_L R=U_{oc},i_L(0_-)=0A$

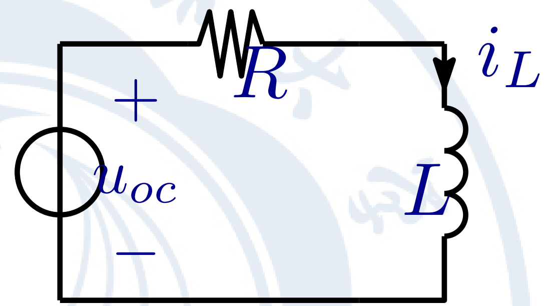
★ 从 0_- 到 0_+ 积分，可以得到 $i_L(0_+)=\frac{\psi}{L}+i_L(0_-)=120A$

★ 时间常数 τ：$\tau=\frac{L}{R}=0.005s$

冲激响应与单位冲激响应

■ 设 $R_1 = 30\Omega$. $R_2 = 60\Omega$,$L = 0.1H$,$u_s = 18Wb \times \delta(t)$. 求冲激响应 i_L





★ 戴维南等效：$U_{oc} = \frac{U_S R_2}{R_1+R_2} = 12Wb \times \delta(t)$

$$R = R_1//R_2 = 20\Omega$$

★ $L\frac{di_L}{dt} + i_L R = U_{oc}, i_L(0_-) = 0A$

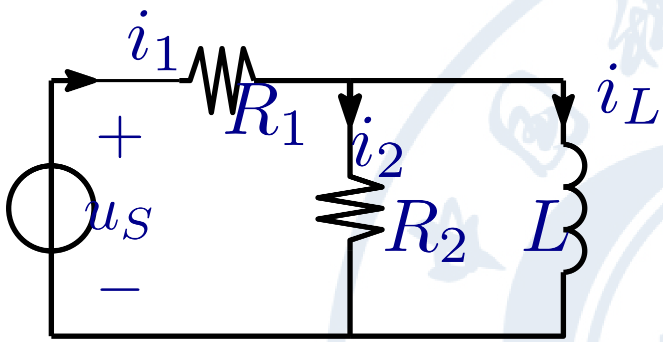
★ 从 0_- 到 0_+ 积分，可以得到 $i_L(0_+) = \frac{\psi}{L} + i_L(0_-) = 120A$

★ 时间常数 τ：$\tau = \frac{L}{R} = 0.005s$

★ 电感电流的冲激响应：$i_L(t) = i_L(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}A = 120e^{-200t}A$

冲激响应与单位冲激响应

■ 设 $R_1 = 30\Omega$. $R_2 = 60\Omega$,$L = 0.1H$,$u_s = 18Wb \times \delta(t)$. 求冲激响应 i_L



$$i_2R_2 = L\frac{di_L}{dt}, i_1 = i_2 + i_L$$

$$\longrightarrow i_1 = \frac{L}{R_2}\frac{di_L}{dt} + i_L$$

$$u_s = i_1R_1 + i_2R_2$$

$$\longrightarrow u_s = \frac{L(R_1+R_2)}{R_2}\frac{di_L}{dt} + R_1 i_L$$

$$\longrightarrow 0.15H\frac{di_L}{dt} + 30\Omega \times i_L = 18Wb \times \delta(t), i_L(0^-) = 0A$$

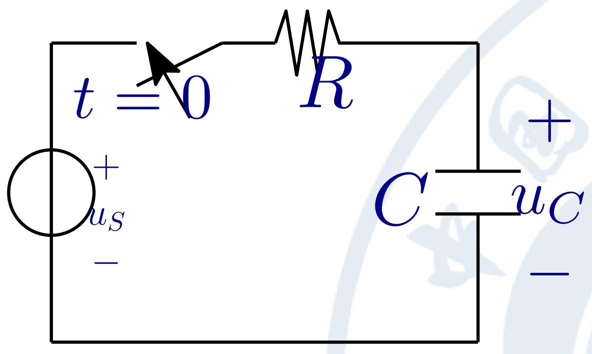
★ 从 0_- 到 0_+ 积分，可以得到 $i_L(0_+) = \frac{180Wb}{0.15H} + i_L(0_-) = 120A$

★ 时间常数 τ： $\tau = \frac{L}{R} = 0.005s$

★ 电感电流的冲激响应： $i_L(t) = i_L(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}A = 120e^{-200t}A$

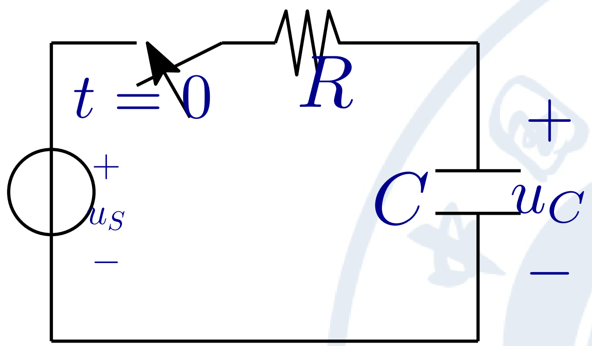
一阶电路的全响应

■ 全响应由独立源和储能元件的原始储能共同作用引起的响应



一阶电路的全响应

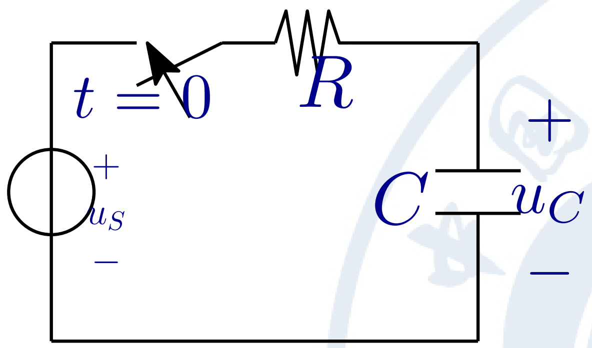
■ 全响应由独立源和储能元件的原始储能共同作用引起的响应



$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=u_S$$
$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=U_0$$

一阶电路的全响应

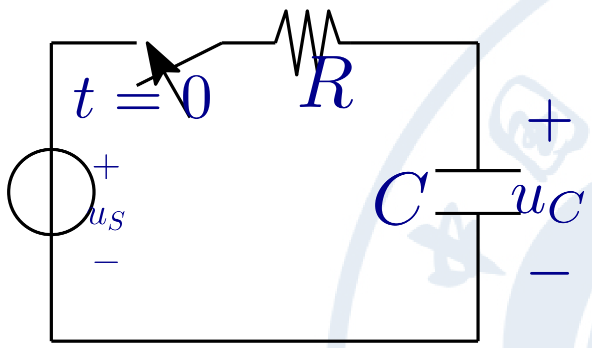
■ 全响应由独立源和储能元件的原始储能共同作用引起的响应



$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = u_S$$
$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_0$$

一阶电路的全响应

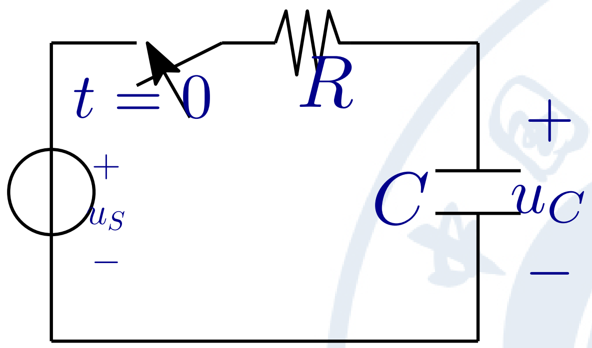
■ 全响应由独立源和储能元件的原始储能共同作用引起的响应



$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=u_S$$
$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=U_0$$

一阶电路的全响应

■ 全响应由独立源和储能元件的原始储能共同作用引起的响应



$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=u_S$$
$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=U_0$$

◇ $[u_S=0]$ $RC\frac{du'_C}{dt}+u'_C=0, u_C(0_+)=U_0$

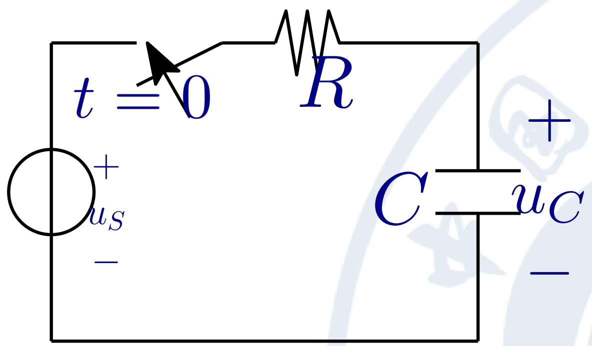
◇ $[u_C(0_+)=u_C(0_-)=0]$

$$RC\frac{du''_C}{dt}+u''_C=u_S, u''_C(0_+)=u''_C(0_-)=0$$

$$\rightarrow \begin{cases} RC\frac{d(u'_C+u''_C)}{dt}+(u'_C+u''_C)=u_S \\ u'_C(0_+)+u''_C(0_+)=U_0 \end{cases}$$

一阶电路的全响应

■ 全响应由独立源和储能元件的原始储能共同作用引起的响应



$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=u_S$$
$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=U_0$$

◇ $[u_S=0]\ RC\frac{du'_C}{dt}+u'_C=0, u_C(0_+)=U_0$

◇ $[u_C(0_+)=u_C(0_-)=0]$

$$RC\frac{du''_C}{dt}+u''_C=u_S, u''_C(0_+)=u''_C(0_-)=0$$

$$\rightarrow\begin{cases} RC\frac{d(u'_C+u''_C)}{dt}+(u'_C+u''_C)=u_S \\ u'_C(0_+)+u''_C(0_+)=U_0\end{cases}$$

RC 电路的全响应 u_C 等于其零状态相应 u'_C 和零输入响应 u''_C 的和

一阶电路的全响应

★ 全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

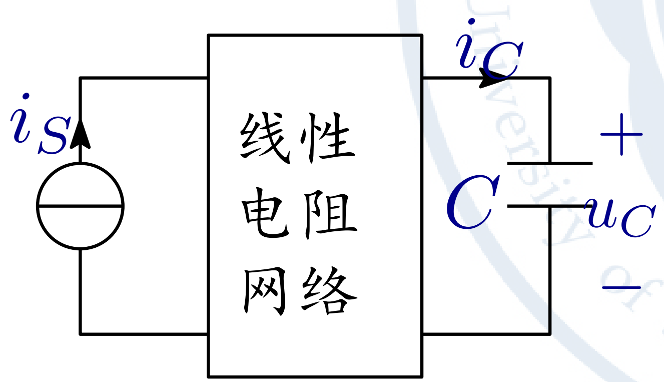
★ 全响应 = 自由分量 + 强制分量

一阶电路的全响应

★ 全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

★ 全响应 = 自由分量 + 强制分量

电流源 i_S 为激励, 电压 u_C 为响应, 单位阶跃特性
$s(t) = 2(1 - e^{-5t})\Omega \times \epsilon(t)$。$t < 0$时电容满足 $u_C(0_-) = 3V$。求
$i_S = 2\epsilon(t)A$和 $i_S = 0.2C \times \delta(t)$两种情况下的全响应。

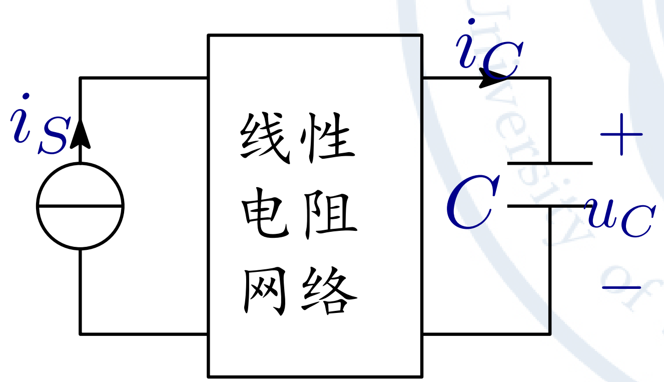


一阶电路的全响应

★ 全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

★ 全响应 = 自由分量 + 强制分量

电流源 i_S 为激励，电压 u_C 为响应，单位阶跃特性 $s(t) = 2(1 - e^{-5t})\Omega \times \epsilon(t)$。$t < 0$时电容满足 $u_C(0_-) = 3V$。求 $i_S = 2\epsilon(t)A$和 $i_S = 0.2C \times \delta(t)$两种情况下的全响应。



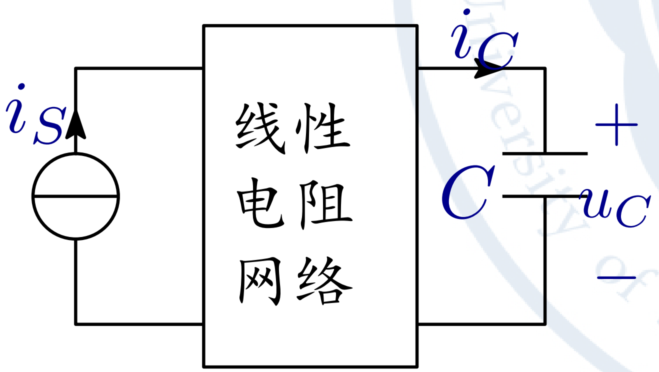
★ 全响应在直流激励时的暂态响应就是自由分量，因此 $\tau = 0.2s$

一阶电路的全响应

★ 全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

★ 全响应 = 自由分量 + 强制分量

电流源 i_S 为激励, 电压 u_C 为响应, 单位阶跃特性 $s(t) = 2(1 - e^{-5t})\Omega \times \epsilon(t)$。$t < 0$时电容满足 $u_C(0_-) = 3V$。求 $i_S = 2\epsilon(t)A$和 $i_S = 0.2C \times \delta(t)$两种情况下的全响应。



★ 全响应在直流激励时的暂态响应就是自由分量, 因此 $\tau = 0.2s$

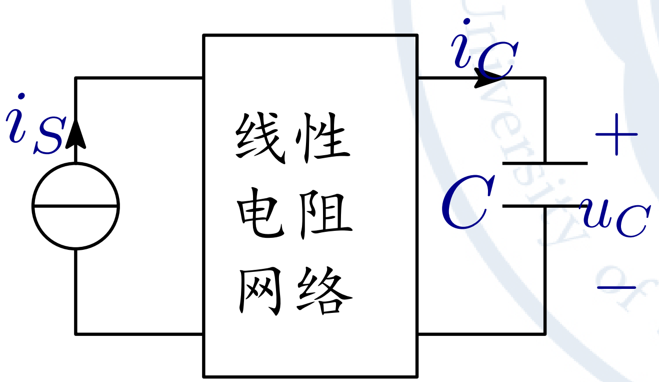
★ 零输入响应:$u_C' = u_C(0_-)e^{-\frac{t}{\tau}} = 3Ve^{-5t}V$

一阶电路的全响应

★ 全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

★ 全响应 = 自由分量 + 强制分量

电流源 i_S 为激励，电压 u_C 为响应，单位阶跃特性 $s(t) = 2(1 - e^{-5t})\Omega \times \epsilon(t)$。$t < 0$时电容满足 $u_C(0_-) = 3V$。求 $i_S = 2\epsilon(t)A$和 $i_S = 0.2C \times \delta(t)$两种情况下的全响应。



★ 全响应在直流激励时的暂态响应就是自由分量，因此 $\tau = 0.2s$

★ 零输入响应:$u'_C = u_C(0_-)e^{-\frac{t}{\tau}} = 3Ve^{-5t}V$

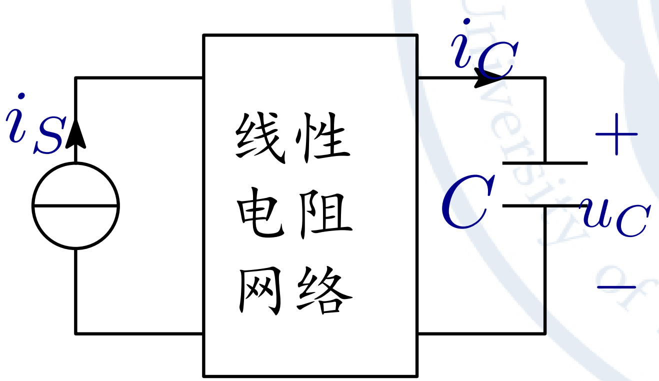
$i_S = 2\epsilon(t)A$的零状态响应：$u''_C = 2A \times s(t) = 4(1 - e^{-5t})\epsilon(t)V$

一阶电路的全响应

★ 全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

★ 全响应 = 自由分量 + 强制分量

电流源 i_S 为激励，电压 u_C 为响应，单位阶跃特性 $s(t) = 2(1 - e^{-5t})\Omega \times \epsilon(t)$。$t < 0$时电容满足 $u_C(0_-) = 3V$。求 $i_S = 2\epsilon(t)A$和 $i_S = 0.2C \times \delta(t)$两种情况下的全响应。



★ 全响应在直流激励时的暂态响应就是自由分量，因此 $\tau = 0.2s$

★ 零输入响应:$u_C' = u_C(0_-)e^{-\frac{t}{\tau}} = 3Ve^{-5t}V$

$i_S = 2\epsilon(t)A$的零状态响应：$u_C'' = 2A \times s(t) = 4(1 - e^{-5t})\epsilon(t)V$

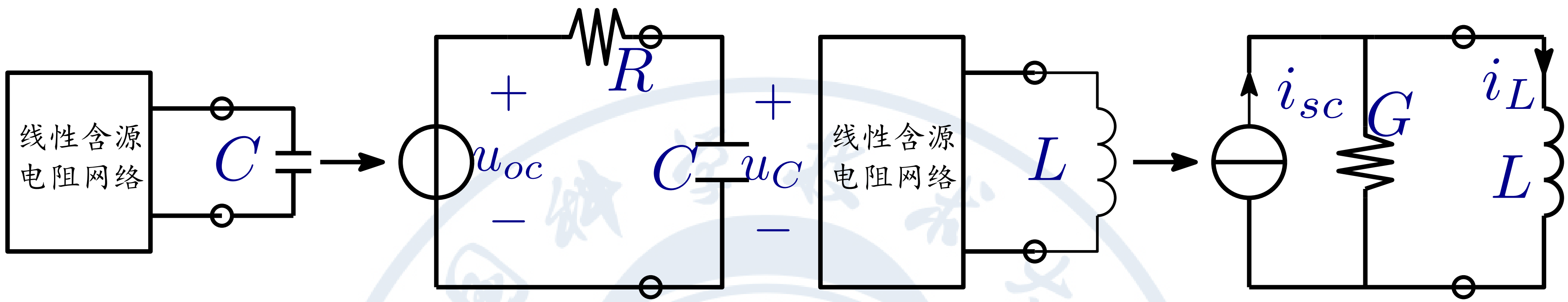
$i_S = 0.2C \times \delta(t)$的零状态响应：$u_C'' = 0.2C \times \frac{ds(t)}{dt} = 2e^{-5t}\epsilon(t)V$

一阶电路的全响应

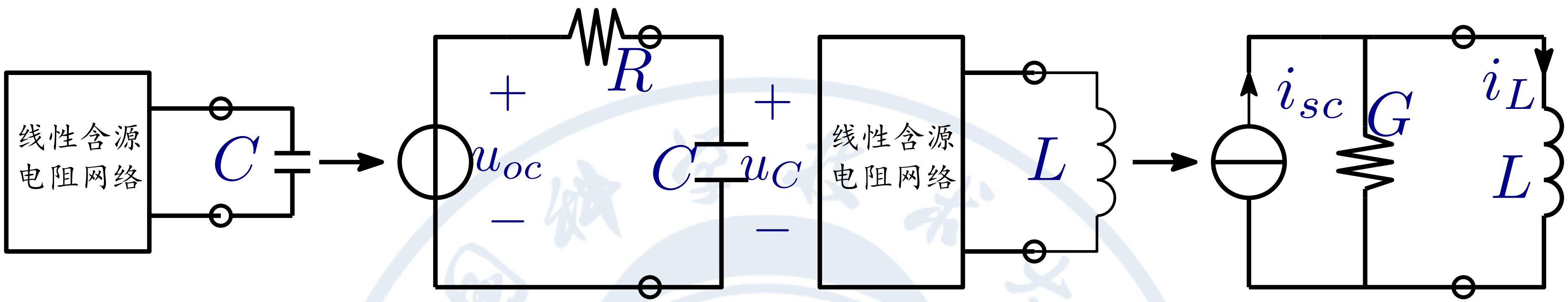
- ★ 当 $i_S = 2\epsilon(t)A$或者 $i_S = 2C \times \delta(t)$时.$u_C$全响应可以表示为 $u_C = u'_C + u''_C$

- ★ 根据电压全响应求出电流全响应 $i_C = C\frac{du_C}{dt}$

一阶电路暂态过程求解的三要素公式



一阶电路暂态过程求解的三要素公式



$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = u_{oc}$$
$$u_C(0_+) = U_0$$

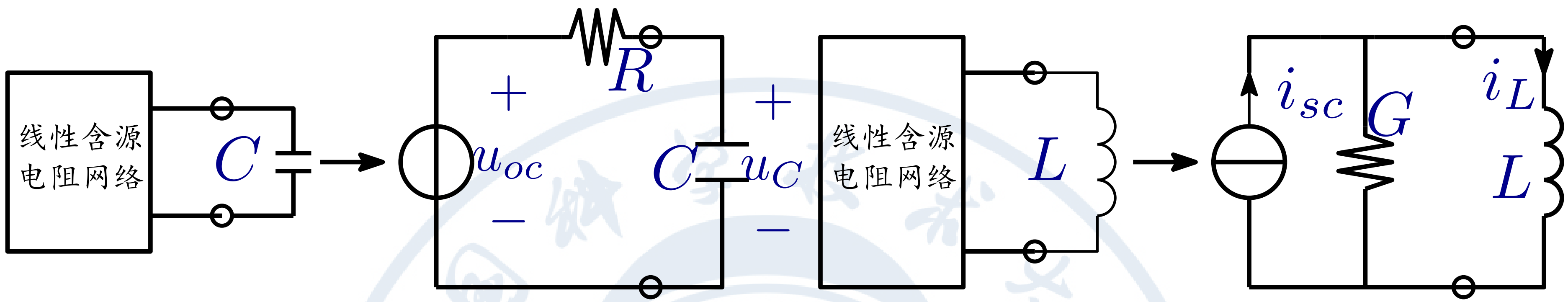
$$GL\frac{di_L}{dt} + i_L = i_{sc}$$
$$i_L(0_+) = I_0$$

$\tau : RC \; f(t) = u_C$
$U_0 = F_0, g(t) = u_{oc}$

$$\begin{cases} \tau\dfrac{df(t)}{dt} + f(t) = g(t) \\ f(0_+) = F_0 \end{cases}$$

$\tau : GL \; f(t) = i_L$
$I_0 = F_0, g(t) = i_{sc}$

一阶电路暂态过程求解的三要素公式



$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = u_{oc}$$
$$u_C(0_+) = U_0$$

$$GL\frac{di_L}{dt} + i_L = i_{sc}$$
$$i_L(0_+) = I_0$$

$\tau : RC \quad f(t) = u_C$

$U_0 = F_0, g(t) = u_{oc}$

$$\begin{cases} \tau\dfrac{df(t)}{dt} + f(t) = g(t) \\ f(0_+) = F_0 \end{cases}$$

$\tau : GL \quad f(t) = i_L$

$I_0 = F_0, g(t) = i_{sc}$

具有一个储能元件的任意复杂的含源电路的方程，都能等效为一阶常系数线性非齐次微分方程.

一阶电路暂态过程求解的三要素公式

★ 一阶常系数非齐次微分方程通解为：

$$f(t) = f_p(t) + f_h(t) = f_p(t) + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

其中积分常数 A 由下述表达式给出：

$$A = f(0_+) - f_p(0_+)$$

一阶电路暂态过程求解的三要素公式

★ 一阶常系数非齐次微分方程通解为：

$$f(t) = f_p(t) + f_h(t) = f_p(t) + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

其中积分常数 A由下述表达式给出：

$$A = f(0_+) - f_p(0_+)$$

★ 一阶电路暂态过程解：

$$f(t) = f_p(t) + [f(0_+) - f_p(0_+)]\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

一阶电路暂态过程求解的三要素公式

★ 一阶常系数非齐次微分方程通解为：

$$f(t) = f_p(t) + f_h(t) = f_p(t) + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

其中积分常数 A由下述表达式给出：

$$A = f(0_+) - f_p(0_+)$$

★ 一阶电路暂态过程解：

$$f(t) = f_p(t) + [f(0_+) - f_p(0_+)]\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- ◇ 特解（强制分量）：$f_p(t)$, 取决于激励 $g(t)$。对于周期激励稳态解可作强制分量，比如直流激励，正弦激励等。
- ◇ 初值： $f_p(0_+)$
- ◇ 时间常数：τ，取决于电路结构和元件参数

一阶电路暂态过程求解的三要素公式

★ 一阶常系数非齐次微分方程通解为：

$$f(t) = f_p(t) + f_h(t) = f_p(t) + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

其中积分常数 A由下述表达式给出：

$$A = f(0_+) - f_p(0_+)$$

★ 一阶电路暂态过程解：

$$f(t) = f_p(t) + [f(0_+) - f_p(0_+)]\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- ◇ 特解（强制分量）：$f_p(t)$, 取决于激励 $g(t)$。对于周期激励稳态解可作强制分量，比如直流激励，正弦激励等。
- ◇ 初值： $f_p(0_+)$
- ◇ 时间常数：τ，取决于电路结构和元件参数

特别地，如果激励源为直流源，响应的强制分量可以表示为 $f_p(t) = f_p(0_+) = f(\infty)$.

一阶电路暂态过程求解的三要素公式

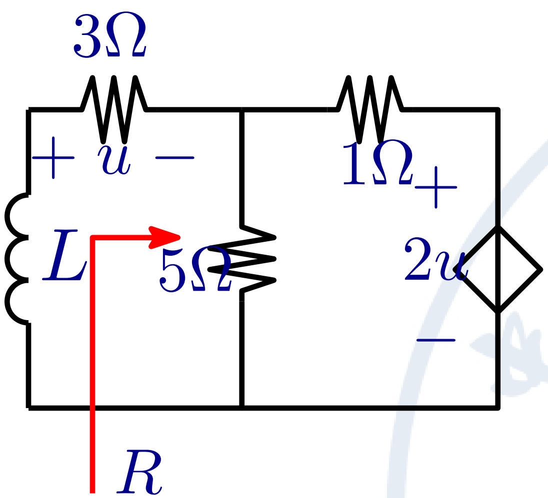
■ 强制分量 $f_p(t)$ 与激励 $g(t)$ 的对应关系

$g(t)$ 形式	$f_p(t)$ 形式	重要性
K	A	✓
Kt	$A+Bt$	×
Kt^2	$A+Bt+Ct^2$	×
$Ke^{-bt}(b\neq 1/\tau)$	Ae^{-bt}	✓
$Ke^{-bt}(b=1/\tau)$	Ate^{-bt}	✓
$K\cos(\omega t+\phi)$	$A\cos(\omega t+\phi)$	✓

这里特别指出，上述表达形式需要用待定系数法求出对应的参数

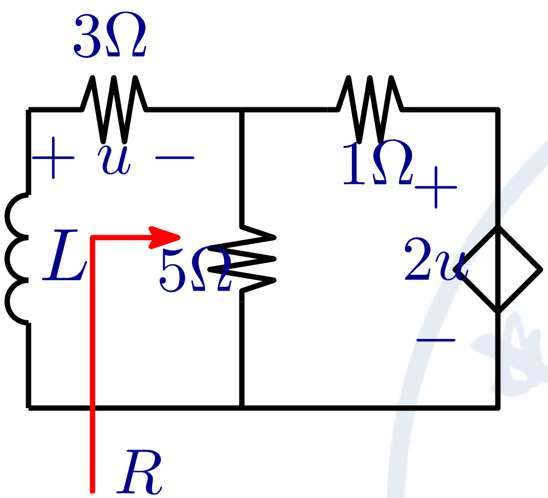
一阶电路暂态过程求解的三要素公式

已知电感电流 $i(0_-) = 10A, L = 1/6H$. 求 $t \geq 0$ 电流 i



一阶电路暂态过程求解的三要素公式

已知电感电流 $i(0_-) = 10A, L = 1/6H$. 求 $t \geq 0$电流 i



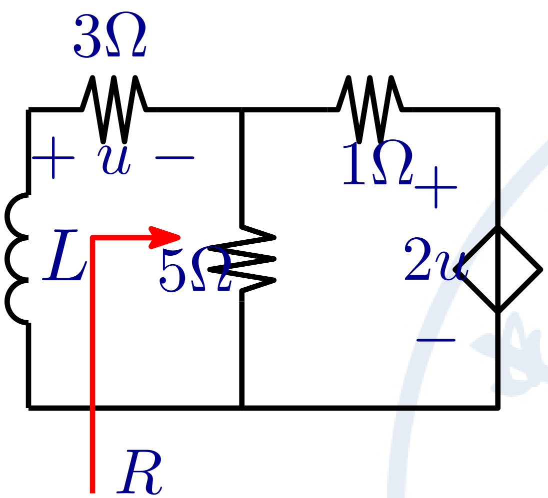
★ 思路：无激励源，所以 $i_p(t) = i(\infty) = 0$

★ 计算从电感端看进来的等效电阻 R

$$R = \frac{53}{6}\Omega \rightarrow \tau = \frac{L}{R} = 1/53s$$

一阶电路暂态过程求解的三要素公式

已知电感电流 $i(0_-) = 10A, L = 1/6H$. 求 $t \geq 0$电流 i



★ 思路：无激励源，所以 $i_p(t) = i(\infty) = 0$

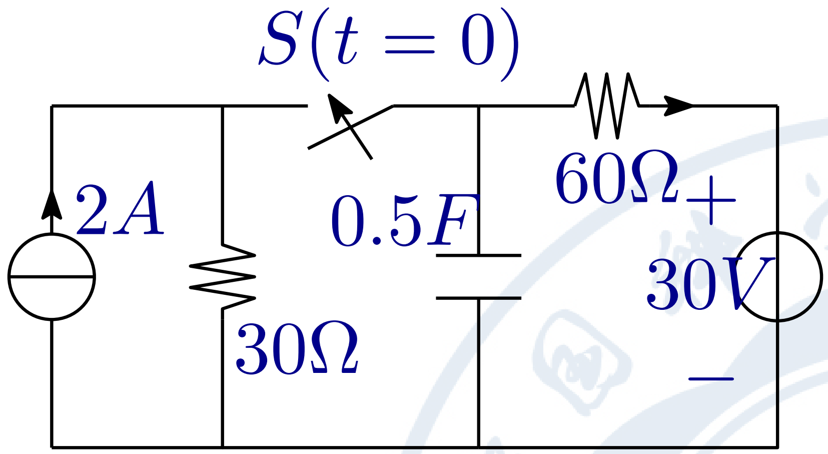
★ 计算从电感端看进来的等效电阻 R

$$R = \frac{53}{6}\Omega \rightarrow \tau = \frac{L}{R} = 1/53s$$

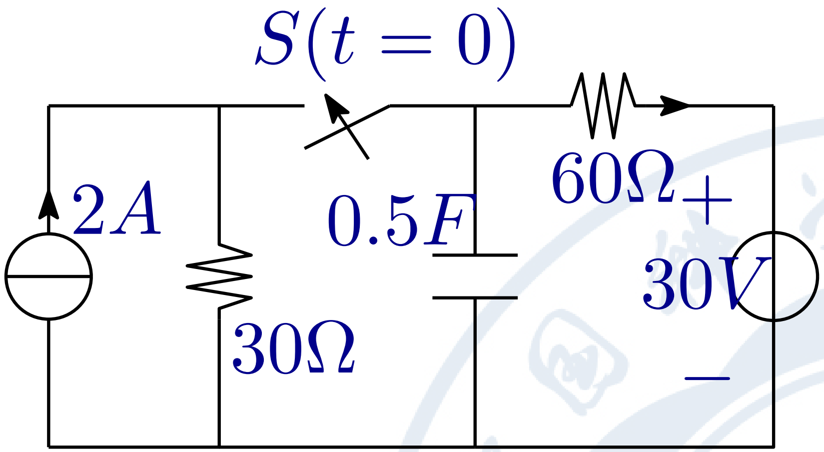
★ 因为无冲激电源，所以 $i(0_+) = i(0_-) = 10A$，于是：

$$i(t) = i(\infty) + (i(0_+) - i(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}} = 10e^{-53t}\epsilon(t)A$$

一阶电路暂态过程求解的三要素公式

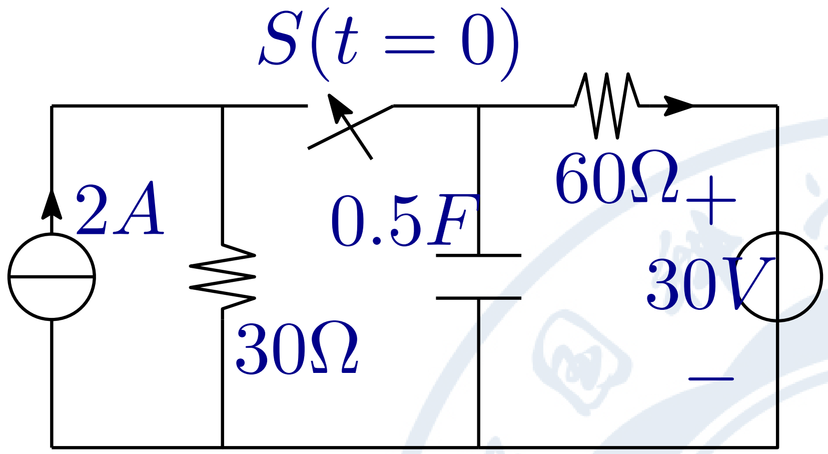


一阶电路暂态过程求解的三要素公式



★ 激励源为直流，强制响应稳态解，$u_C(\infty) = 50V$

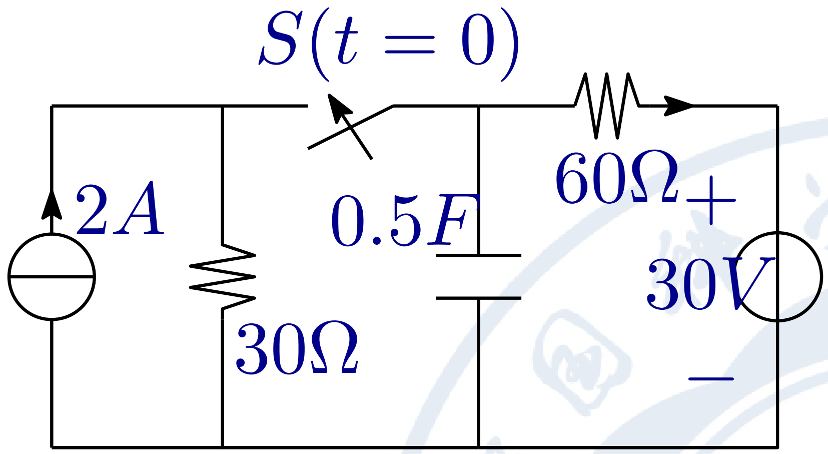
一阶电路暂态过程求解的三要素公式



★ 激励源为直流，强制响应稳态解，$u_C(\infty) = 50V$

★ 电容电压初值：$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 30V$

一阶电路暂态过程求解的三要素公式

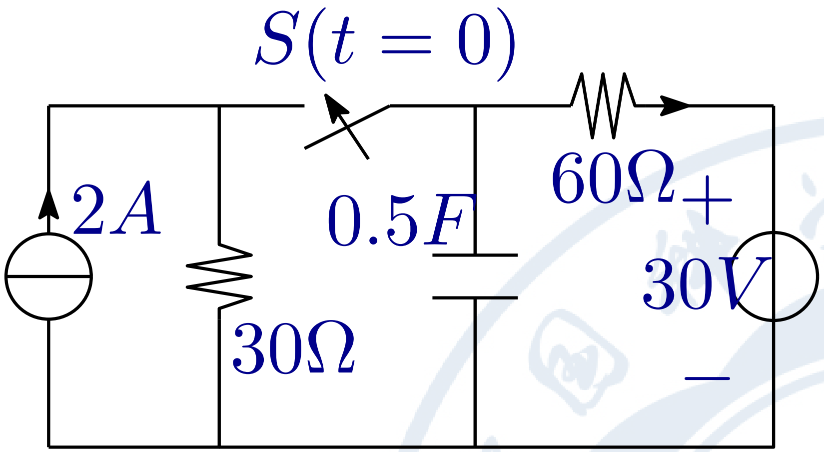


★ 激励源为直流，强制响应稳态解，$u_C(\infty)=50V$

★ 电容电压初值：$u_C(0_+)=u_C(0_-)=30V$

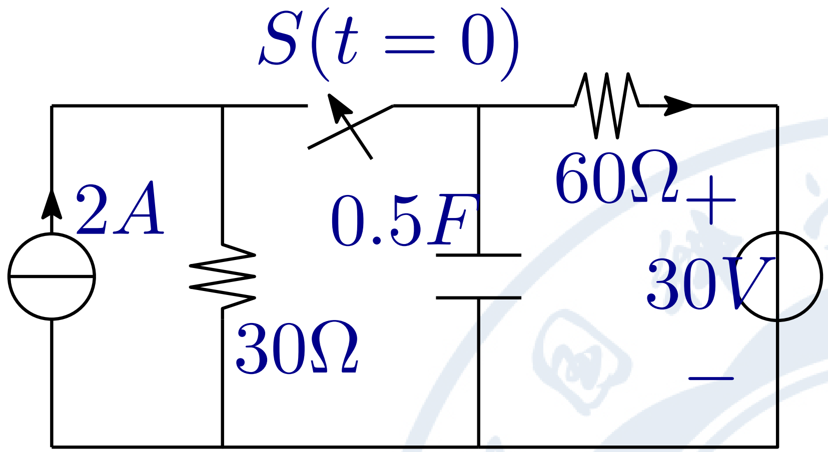
★ 关闭所有独立源后从电容看进去的等效电阻为：$30\Omega//60\Omega=20\Omega$

一阶电路暂态过程求解的三要素公式



- ★ 激励源为直流，强制响应稳态解，$u_C(\infty) = 50V$
- ★ 电容电压初值：$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 30V$
- ★ 关闭所有独立源后从电容看进去的等效电阻为：$30\Omega // 60\Omega = 20\Omega$
- ★ 时间常数：$\tau = RC = 10s$

一阶电路暂态过程求解的三要素公式



★ 激励源为直流，强制响应稳态解，$u_C(\infty)=50V$

★ 电容电压初值：$u_C(0_+)=u_C(0_-)=30V$

★ 关闭所有独立源后从电容看进去的等效电阻为：$30\Omega//60\Omega=20\Omega$

★ 时间常数：$\tau=RC=10s$

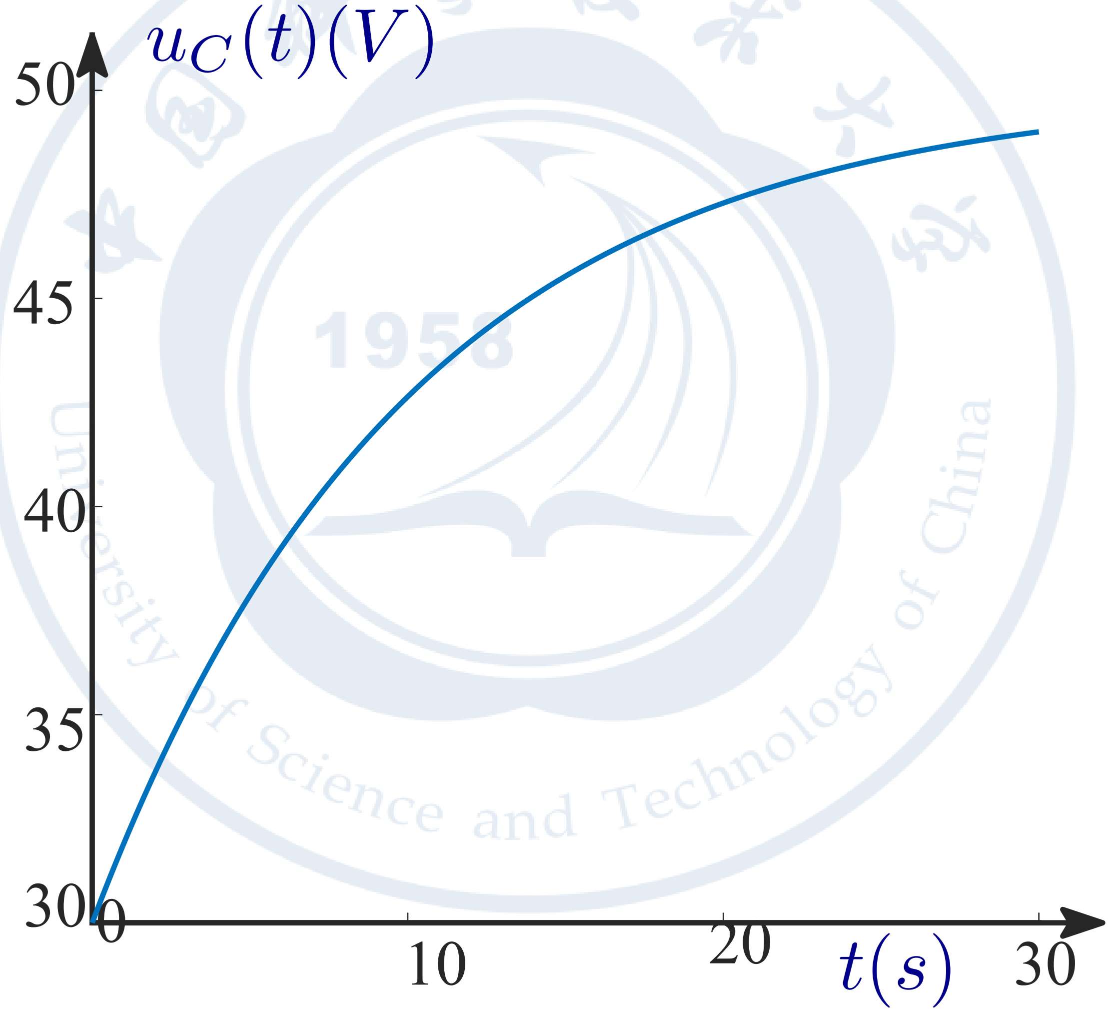
根据三要素公式，写出电容电压表达式为：

$$u_C(t)=u_C(\infty)+(u_C(0_+)-u_C(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}}=(50-20e^{-0.1t})V(t\geq 0)$$

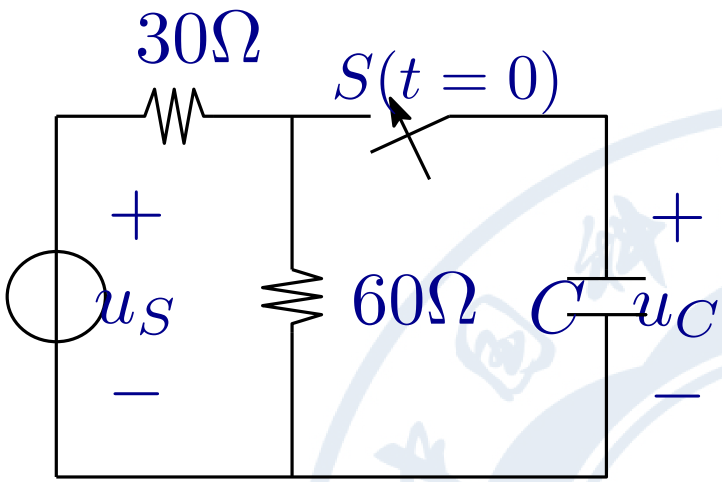
一阶电路暂态过程求解的三要素公式

电流 i如下述表达式给出：

$$i(t) = \frac{u_C(t) - 30V}{60\Omega} = \frac{1}{3}(1 - e^{-0.1t})A(t > 0)$$

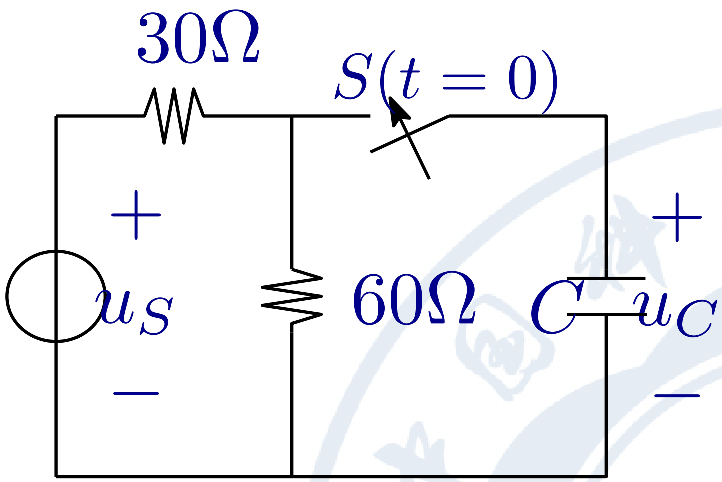


一阶电路暂态过程求解的三要素公式



$C = 0.001F$, u_S为正弦电源，幅值为90V，$\omega = 50rad/s$。当 u_S为正最大值时，开关接通。已知 $u_C(0_-) = 0V$，求 $u_C(t)$

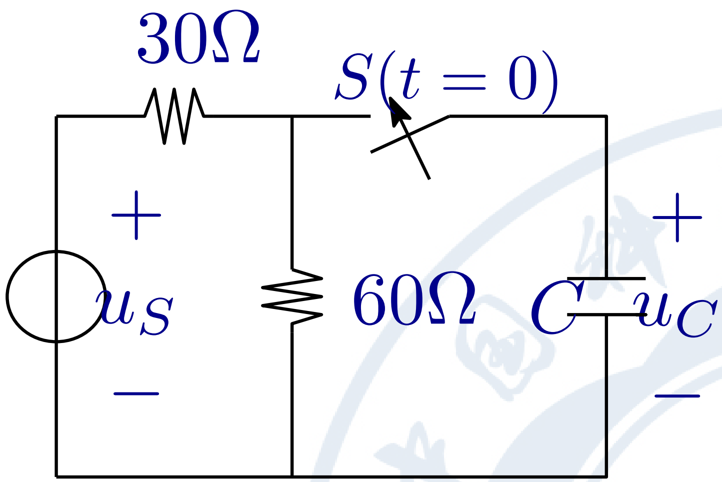
一阶电路暂态过程求解的三要素公式



$C = 0.001F$, u_S为正弦电源，幅值为90V，$\omega = 50rad/s$。当u_S为正最大值时，开关接通。已知$u_C(0_-) = 0V$，求$u_C(t)$

★ 等效电阻：$R = 30\Omega//60\Omega = 20\Omega$

一阶电路暂态过程求解的三要素公式

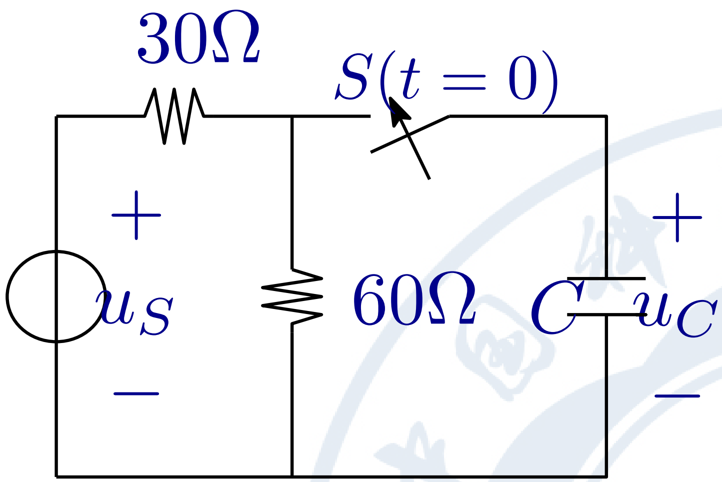


$C=0.001F$, u_S为正弦电源，幅值为90V，$\omega=50rad/s$。当u_S为正最大值时，开关接通。已知$u_C(0_-)=0V$，求$u_C(t)$

★ 等效电阻：$R=30\Omega//60\Omega=20\Omega$

★ 时间常数：$\tau=RC=0.02s$

一阶电路暂态过程求解的三要素公式



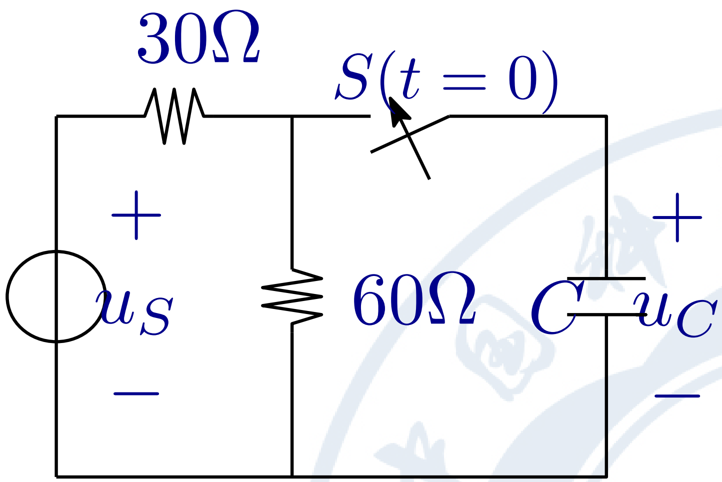
$C = 0.001F$, u_S 为正弦电源，幅值为 90V，$\omega = 50rad/s$。当 u_S 为正最大值时，开关接通。已知 $u_C(0_-) = 0V$，求 $u_C(t)$

★ 等效电阻：$R = 30\Omega//60\Omega = 20\Omega$

★ 时间常数：$\tau = RC = 0.02s$

★ 电容电压初值：$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 10V$

一阶电路暂态过程求解的三要素公式



$C=0.001F$, u_S为正弦电源，幅值为90V，$\omega=50rad/s$。当u_S为正最大值时，开关接通。已知$u_C(0_-)=0V$，求$u_C(t)$

★ 等效电阻：$R=30\Omega//60\Omega=20\Omega$

★ 时间常数：$\tau=RC=0.02s$

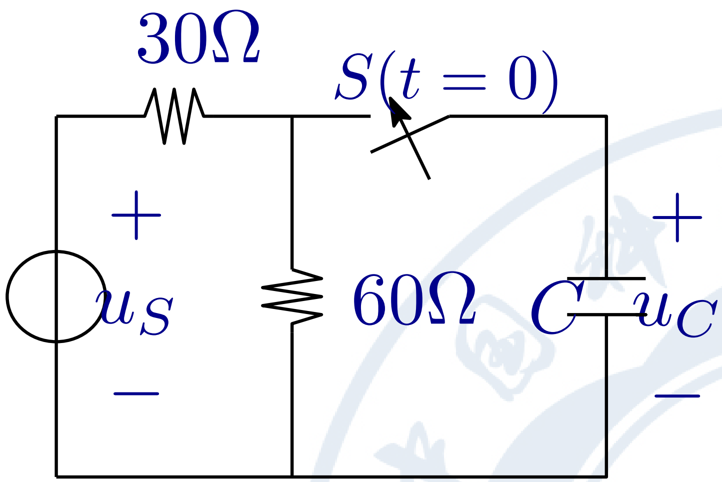
★ 电容电压初值：$u_C(0_+)=u_C(0_-)=10V$

★ 特解：

$$\dot{U}_{mp}(\frac{1}{30\Omega}+\frac{1}{60\Omega}+j0.05S)=\frac{90\angle 0^\circ}{30\Omega}\rightarrow\dot{U}_{mp}=30\sqrt{2}\angle-45^\circ$$

$$u_P(t)=30\sqrt{2}\cos(50t-45^\circ)$$

一阶电路暂态过程求解的三要素公式



$C=0.001F$, u_S为正弦电源，幅值为90V，$\omega=50rad/s$。当u_S为正最大值时，开关接通。已知$u_C(0_-)=0V$，求$u_C(t)$

★ 等效电阻：$R=30\Omega//60\Omega=20\Omega$

★ 时间常数：$\tau=RC=0.02s$

★ 电容电压初值：$u_C(0_+)=u_C(0_-)=10V$

★ 特解：

$$\dot{U}_{mp}\left(\frac{1}{30\Omega}+\frac{1}{60\Omega}+j0.05S\right)=\frac{90\angle 0^\circ}{30\Omega}\rightarrow \dot{U}_{mp}=30\sqrt{2}\angle-45^\circ$$

$$u_P(t)=30\sqrt{2}\cos(50t-45^\circ)$$

★ 代入三要素公式: $u(t)=u_p(t)+(u(0_+)-u_p(0_+))e^{-\frac{t}{\tau}}$

$=30\sqrt{2}\cos(50t-45^\circ)-20e^{-50t}V(t\geq 0)$

卷积积分

已知某电路的单位冲激响应是 $h(t)$, 则在激励为 $x(t)$时对应的响应 $y(t) = \int_{0_-}^{t_{0_+}} x(\xi)h(t-\xi)d\xi$

卷积积分

已知某电路的单位冲激响应是 $h(t)$, 则在激励为 $x(t)$时对应的响应 $y(t) = \int_{0_-}^{t_{0_+}} x(\xi)h(t-\xi)d\xi$

★ 输入激励信号可以表示为:

$$x(t) = \lim_{\Delta\xi \to 0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta\xi)\left[\epsilon(t-k\Delta\xi) - \epsilon(t-(k+1)\Delta\xi)\right]$$

卷积积分

已知某电路的单位冲激响应是 $h(t)$, 则在激励为 $x(t)$时对应的响应 $y(t)=\int_{0_-}^{t_{0+}} x(\xi)h(t-\xi)d\xi$

★ 输入激励信号可以表示为:

$$x(t)=\lim_{\Delta\xi\to 0}\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta\xi)\left[\epsilon(t-k\Delta\xi)-\epsilon(t-(k+1)\Delta\xi)\right]$$

★ 响应可以表示为:

$$y(t)=\lim_{\Delta\xi\to 0}\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta\xi)\frac{[s(t-k\Delta\xi)-s(t-(k+1)\Delta\xi)]}{\Delta\xi}\Delta\xi$$

$$y(t)=\int_{t=0_-}^{t} x(\xi)h(t-\xi)d\xi$$

卷积积分

已知某电路的单位冲激响应是 $h(t)$, 则在激励为 $x(t)$时对应的响应 $y(t)=\int_{0_-}^{t_{0+}} x(\xi)h(t-\xi)d\xi$

★ 输入激励信号可以表示为:

$$x(t)=\lim_{\Delta\xi\to 0}\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta\xi)\left[\epsilon(t-k\Delta\xi)-\epsilon(t-(k+1)\Delta\xi)\right]$$

★ 响应可以表示为:

$$y(t)=\lim_{\Delta\xi\to 0}\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta\xi)\boxed{\frac{[s(t-k\Delta\xi)-s(t-(k+1)\Delta\xi)]}{\Delta\xi}}\Delta\xi$$

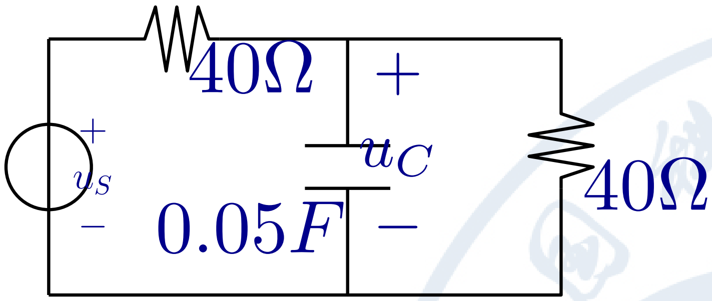
$$y(t)=\int_{t=0_-}^{t} x(\xi)h(t-\xi)d\xi$$

★ 卷积: 线性非时变系统对任意激励 $x(t)$的零状态响应等于 $x(t)$与单位冲激响应 h(t) 的卷积:

$$y(t)=x(t)*h(t)=\int_{\xi=0_-}^{t} x(\xi)h(t-\xi)d\xi$$

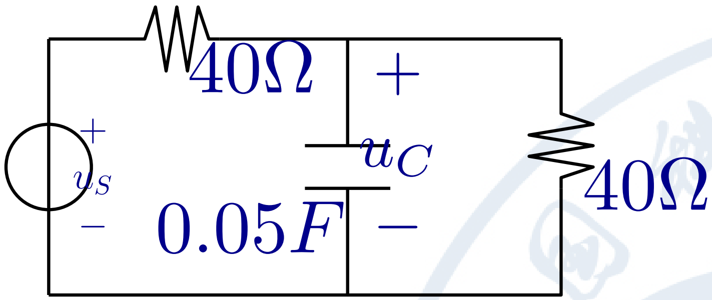
卷积积分

所示电路中 $u_S = 15e^{-0.25t}\epsilon(t)V$。计算 u_C



卷积积分

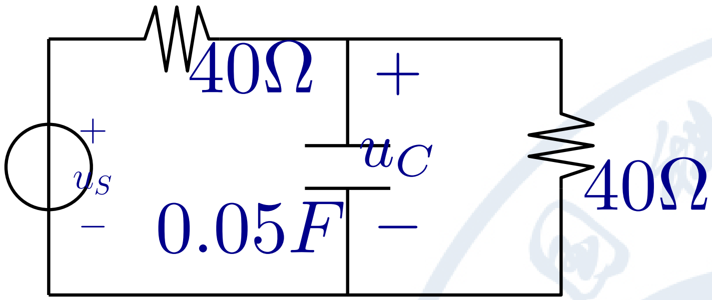
所示电路中 $u_S = 15e^{-0.25t}\epsilon(t)V$。计算 u_C



★ 当 $u_S = \epsilon(t)$时,$u_C(\infty) = 0.5V$,$\tau = RC = 1s$, $u_C(0_+) = 0$

卷积积分

所示电路中 $u_S = 15e^{-0.25t}\epsilon(t)V$。计算 u_C

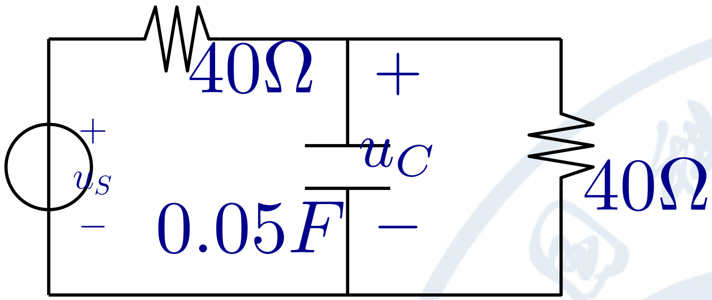


★ 当 $u_S = \epsilon(t)$时,$u_C(\infty) = 0.5V$,$\tau = RC = 1s$, $u_C(0_+) = 0$

$$s(t) = 0.5 + (0 - 0.5)e^{-\frac{t}{\tau}}V = 0.5(1 - e^{-t})V$$

卷积积分

所示电路中 $u_S = 15e^{-0.25t}\epsilon(t)V$。计算 u_C

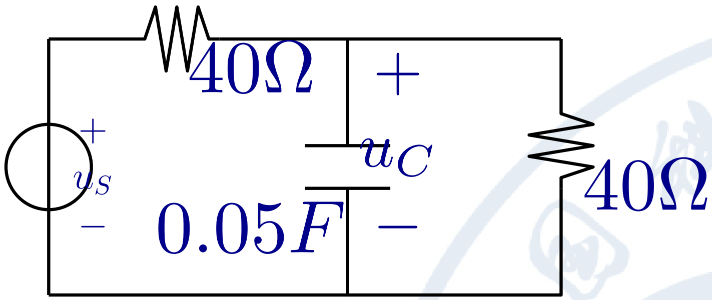


★ 当 $u_S = \epsilon(t)$时,$u_C(\infty) = 0.5V$,$\tau = RC = 1s$, $u_C(0_+) = 0$

$$s(t) = 0.5 + (0 - 0.5)e^{-\frac{t}{\tau}}V = 0.5(1 - e^{-t})V$$
$$h(t) = \frac{ds(t)}{dt} = 0.5e^{-t}s^{-1}$$

卷积积分

所示电路中 $u_S = 15e^{-0.25t}\epsilon(t)V$。计算 u_C



★ 当 $u_S = \epsilon(t)$时,$u_C(\infty) = 0.5V$,$\tau = RC = 1s$, $u_C(0_+) = 0$

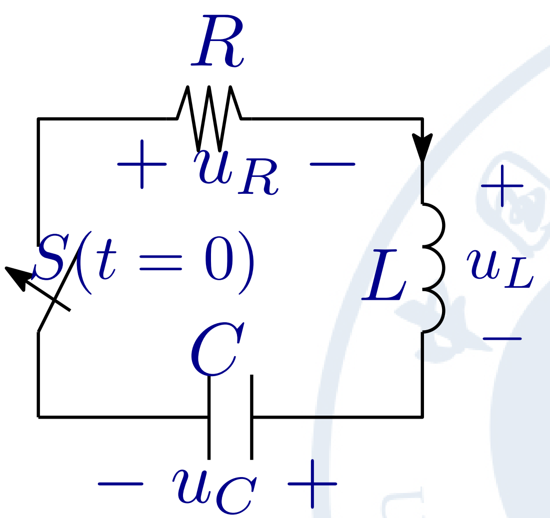
$$s(t) = 0.5 + (0 - 0.5)e^{-\frac{t}{\tau}}V = 0.5(1 - e^{-t})V$$
$$h(t) = \frac{ds(t)}{dt} = 0.5e^{-t}s^{-1}$$

★ 当 $u_S = 15e^{-0.25t}\epsilon(t)$时:

$$y(t) = x(t) * h(t) = 10(e^{-0.25t} - e^{-t})V$$

二阶电路的暂态过程

★ 二阶电路：用二阶微分方程描述的电路



该电路是标准的零输入响应：

$$KVL: u_R + u_L + u_C = 0$$

$$u_R = iR, u_L = L\frac{dt}{dt}, i = C\frac{du_C}{dt}$$

$$\rightarrow RC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\begin{cases} u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_0 \\ i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0 \\ C\frac{du_C}{dt}\Big|_{t=0_+} = 0 \end{cases} \rightarrow$$

特征方程：

$$p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC} = 0$$

$$p = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

■ $\alpha = R/(2L), \omega_0 = 1/\sqrt{LC}, p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$

二阶电路的暂态过程

★ 两个实特征根 $\alpha > \omega_0, R > 2\sqrt{L/C}$

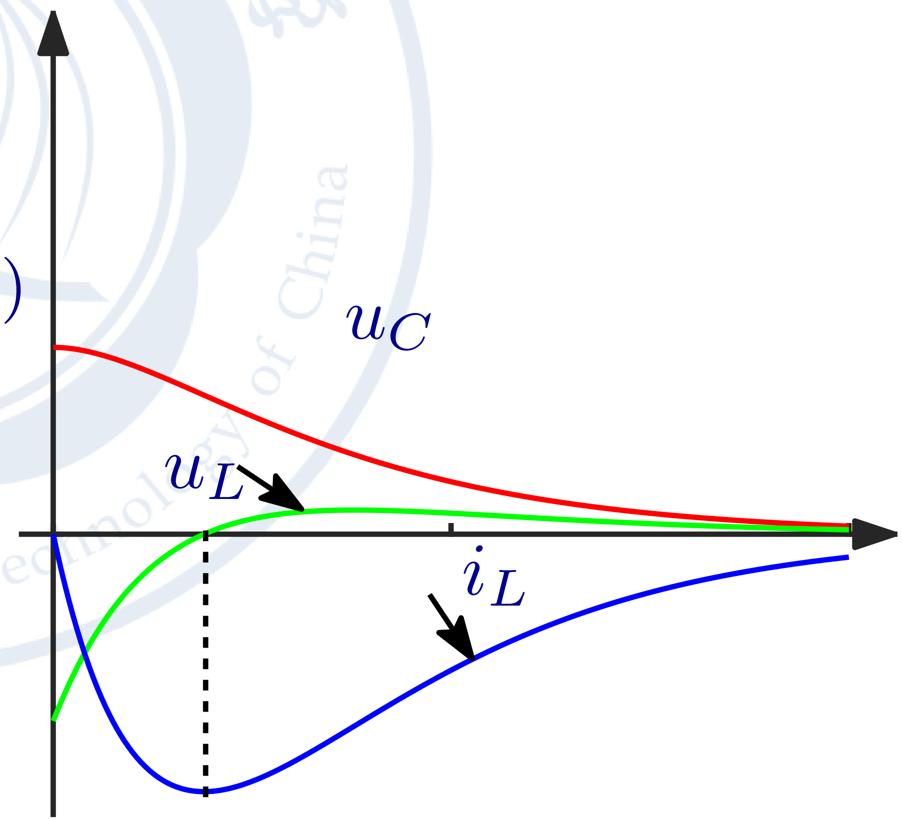
$$\begin{cases} u_C(0_+) = A_1 + A_2 = 0 \\ \frac{du_C}{dt}\Big|_{t=0_+} = A_1 p_1 + A_2 p_2 = 0 \end{cases} \rightarrow A_i = \frac{p_i}{p_i - p_{2-i}} U_{c0}, i = 1,2$$

$$u_C = \frac{U_{C0}}{p_2 - p_1}(p_2 e^{p_1 t} - p_1 e^{p_2 t})$$

$$i = C\frac{du_C}{dt} = \frac{U_{C0}}{L(p_2 - p_1)}(e^{p_1 t} - e^{p_2 t})$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} = \frac{U_{C0}}{(p_2 - p_1)}(p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t})$$

$$p_1 < 0, p_2 < 0, |p_1| < |p_2|$$



电压、电流均为出现正负交替变化，非震荡过程（过阻尼过程）

二阶电路的暂态过程

★ 两个实特征根 $\alpha > \omega_0, R > 2\sqrt{L/C}$

$$\begin{cases} u_C(0_+) = A_1 + A_2 = 0 \\ \frac{du_C}{dt}\Big|_{t=0_+} = A_1 p_1 + A_2 p_2 = 0 \end{cases} \rightarrow A_i = \frac{p_i}{p_i - p_{2-i}} U_{c0}, i = 1, 2$$

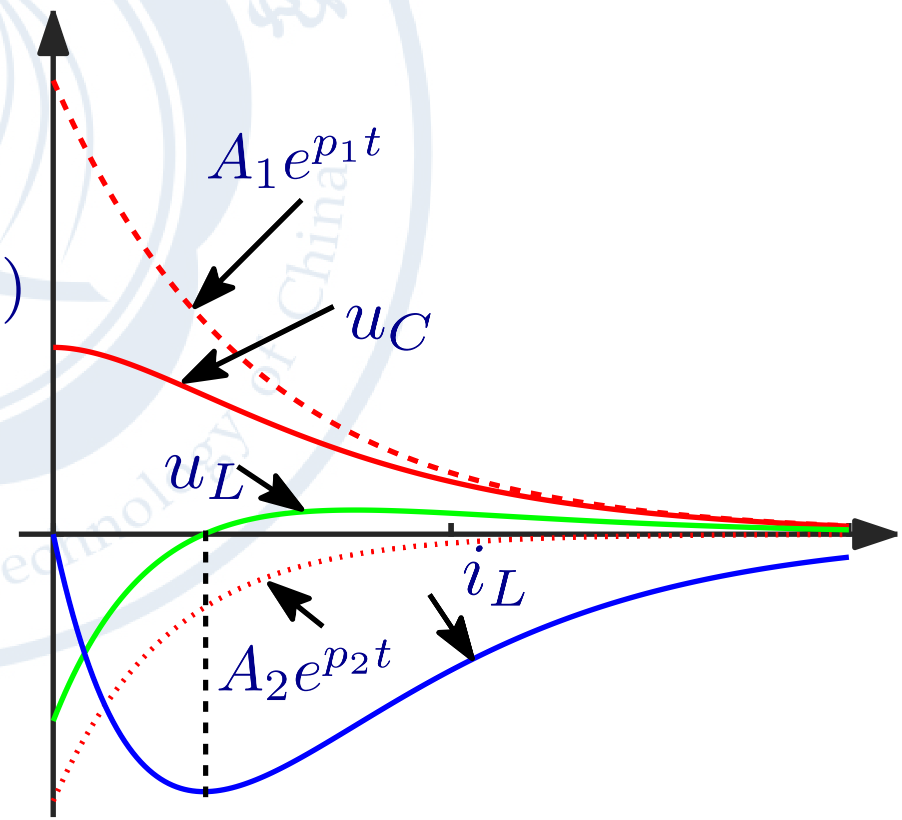
$$u_C = \frac{U_{C0}}{p_2 - p_1}(p_2 e^{p_1 t} - p_1 e^{p_2 t})$$

$$i = C\frac{du_C}{dt} = \frac{U_{C0}}{L(p_2 - p_1)}(e^{p_1 t} - e^{p_2 t})$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} = \frac{U_{C0}}{(p_2 - p_1)}(p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t})$$

$$p_1 < 0, p_2 < 0, |p_1| < |p_2|$$

电压、电流均为出现正负交替变化，非震荡过程（过阻尼过程）



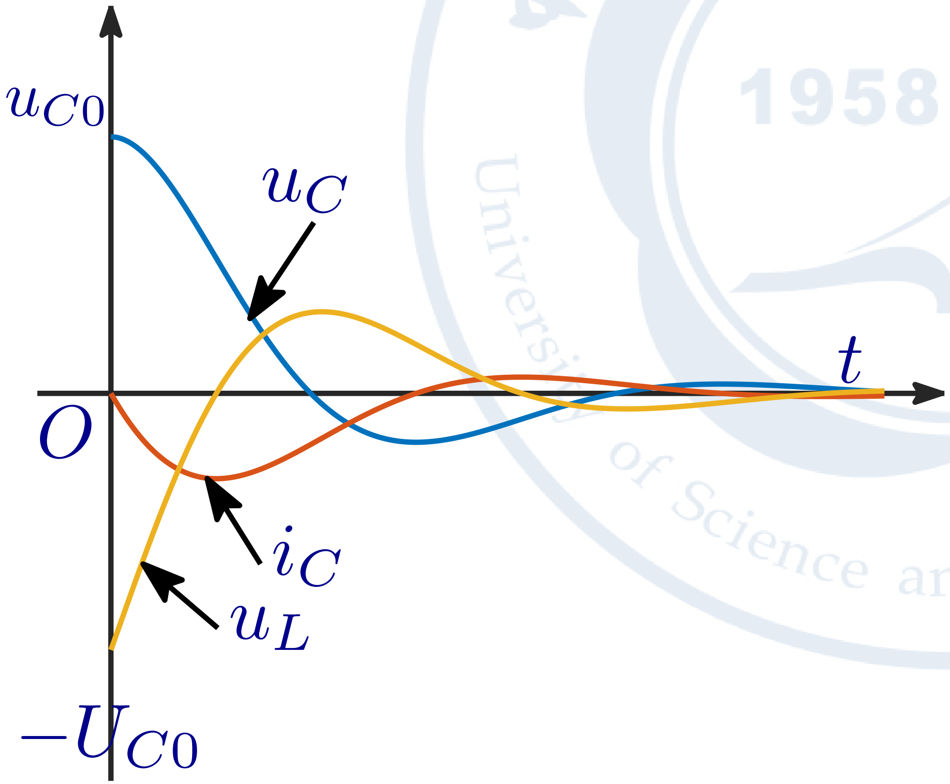
二阶电路的暂态过程

★ 两个共轭复根 $\alpha < \omega_0, R < 2\sqrt{L/C}$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}, u_C = \frac{\omega_0}{\omega_d} U_{C0} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t + \theta)$$

$$i_L = -\frac{U_{C0}}{\omega_d L} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t)$$

$$u_L = \frac{\omega_0}{\omega_d} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t - \theta)$$



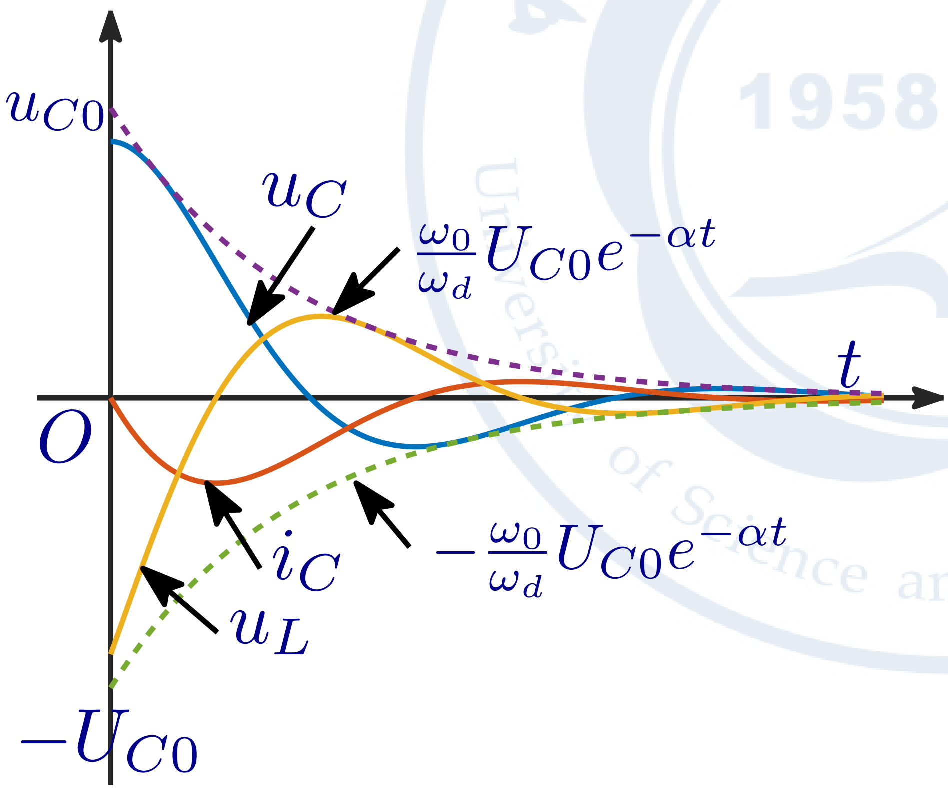
二阶电路的暂态过程

★ 两个共轭复根 $\alpha < \omega_0, R < 2\sqrt{L/C}$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}, u_C = \frac{\omega_0}{\omega_d} U_{C0} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t + \theta)$$

$$i_L = -\frac{U_{C0}}{\omega_d L} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t)$$

$$u_L = \frac{\omega_0}{\omega_d} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t - \theta)$$



自由震荡,阻尼振荡, 欠阻尼过程:电压电流都是振幅按照指数规律衰减的正弦函数, 以相同的角频率 ω_d 交替变化。

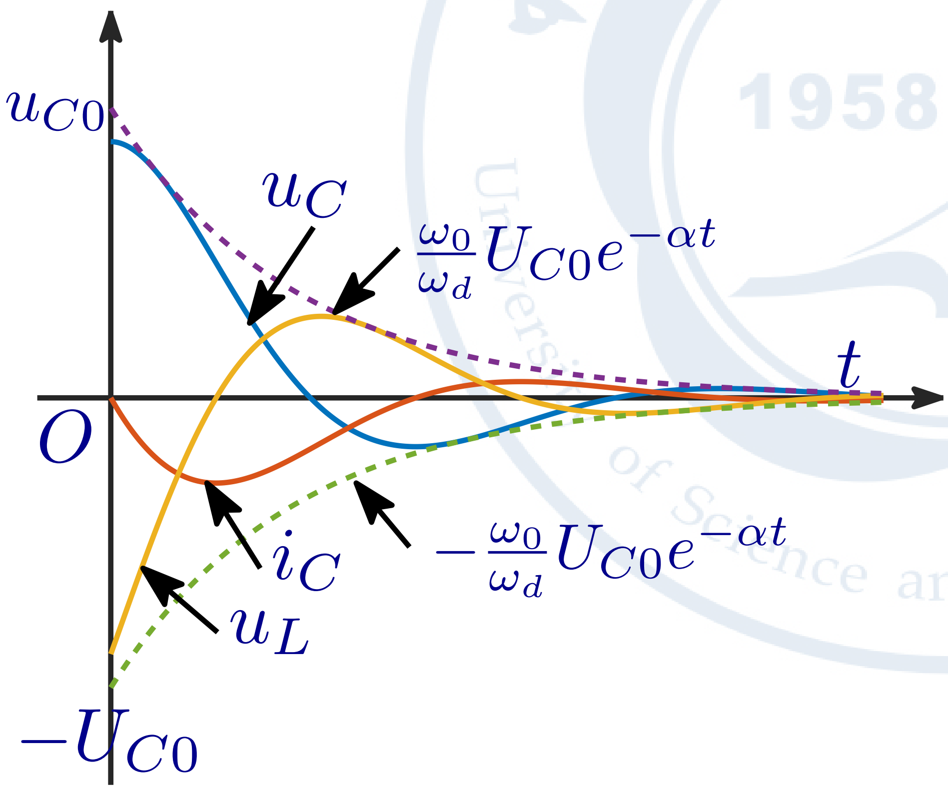
二阶电路的暂态过程

★ 两个共轭复根 $\alpha < \omega_0, R < 2\sqrt{L/C}$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}, u_C = \frac{\omega_0}{\omega_d} U_{C0} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t + \theta)$$

$$i_L = -\frac{U_{C0}}{\omega_d L} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t)$$

$$u_L = \frac{\omega_0}{\omega_d} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t - \theta)$$



自由震荡,阻尼振荡, 欠阻尼过程：电压电流都是振幅按照指数规律衰减的正弦函数，以相同的角频率 ω_d交替变化。

■ 思考：当电阻 $R = 0$时，系统响应应当如何?

二阶电路的暂态过程

★ $\alpha = \omega_0$, 即电路参数 $R = 2\sqrt{L/C}$

$p_1 = p_2 = \alpha \rightarrow u_C = (A_1 + A_2 t)e^{-\alpha t}$

二阶电路的暂态过程

★ $\alpha = \omega_0$, 即电路参数 $R = 2\sqrt{L/C}$

$$p_1 = p_2 = \alpha \rightarrow u_C = (A_1 + A_2 t)e^{-\alpha t}$$

$$\begin{cases} u_C(0_+) = A_1 = u_{C0} \\ \frac{du_C}{dt}\Big|_{t=0_+} = A_1 - \alpha A_2 = 0 \end{cases}$$

二阶电路的暂态过程

★ $\alpha=\omega_0$, 即电路参数 $R=2\sqrt{L/C}$

$p_1=p_2=\alpha \to u_C=(A_1+A_2t)e^{-\alpha t}$

$$\begin{cases} u_C(0_+)=A_1=u_{C0} \\ \frac{du_C}{dt}\Big|_{t=0_+}=A_1-\alpha A_2=0 \end{cases} \longrightarrow A_1=U_{C0}, A_2=\alpha U_{C0}$$

二阶电路的暂态过程

★ $\alpha = \omega_0$, 即电路参数 $R = 2\sqrt{L/C}$

$$p_1 = p_2 = \alpha \rightarrow u_C = (A_1 + A_2 t)e^{-\alpha t}$$

$$\begin{cases} u_C(0_+) = A_1 = u_{C0} \\ \frac{du_C}{dt}\big|_{t=0_+} = A_1 - \alpha A_2 = 0 \end{cases} \longrightarrow A_1 = U_{C0}, A_2 = \alpha U_{C0}$$

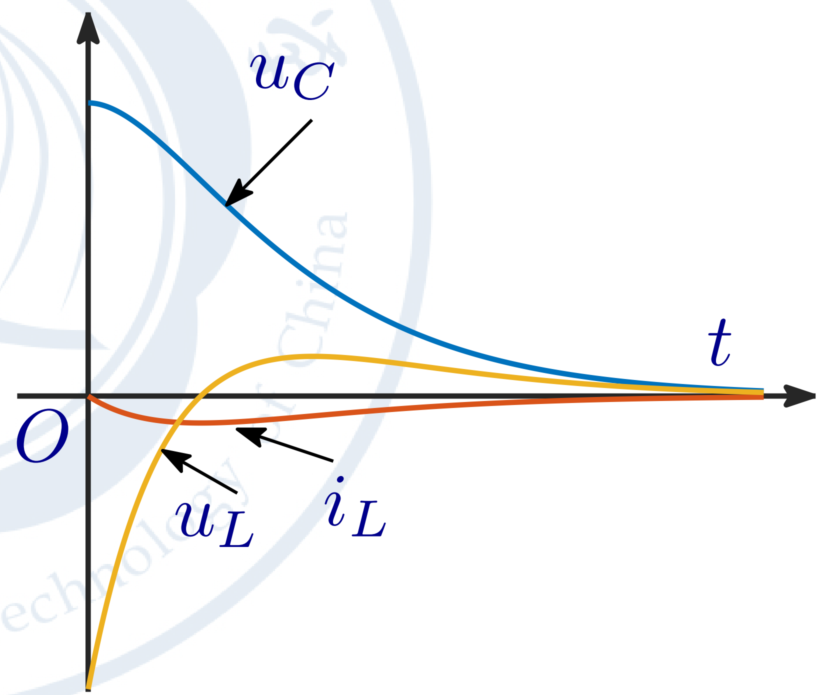
$$u_C = U_{C0}(1 + \alpha t)e^{-\alpha t}$$
$$i = C\frac{du_C}{dt} = -\frac{U_{C0}}{L}te^{-\alpha t}$$
$$u_L = L\frac{di}{dt} = U_{C0}(\alpha t - 1)e^{-\alpha t}$$

二阶电路的暂态过程

★ $\alpha=\omega_0$, 即电路参数 $R=2\sqrt{L/C}$

$$p_1=p_2=\alpha\rightarrow u_C=(A_1+A_2t)e^{-\alpha t}$$

$$\begin{cases} u_C(0_+)=A_1=u_{C0} \\ \frac{du_C}{dt}\big|_{t=0_+}=A_1-\alpha A_2=0 \end{cases} \longrightarrow A_1=U_{C0}, A_2=\alpha U_{C0}$$



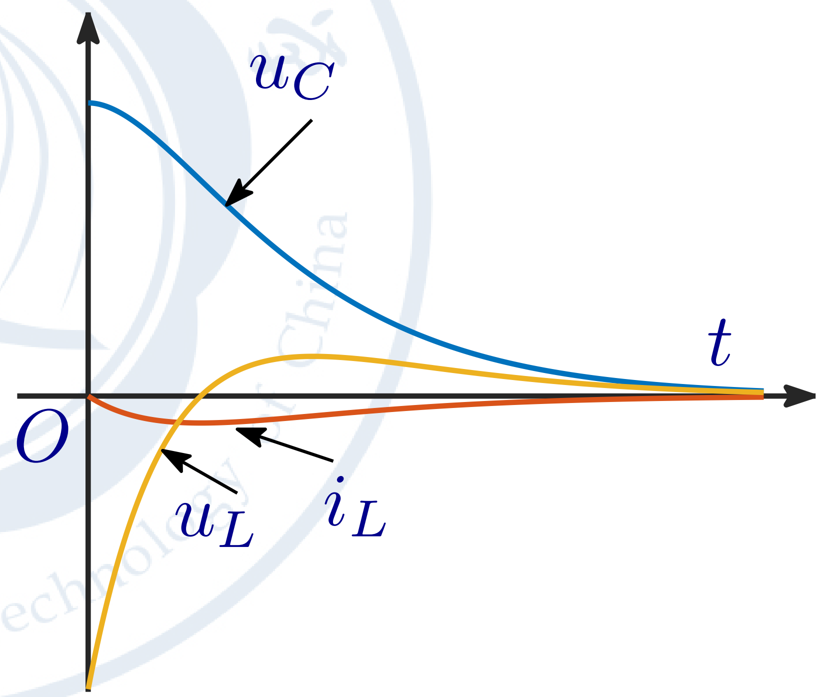
$$u_C=U_{C0}(1+\alpha t)e^{-\alpha t}$$
$$i=C\frac{du_C}{dt}=-\frac{U_{C0}}{L}te^{-\alpha t}$$
$$u_L=L\frac{di}{dt}=U_{C0}(\alpha t-1)e^{-\alpha t}$$

二阶电路的暂态过程

★ $\alpha=\omega_0$, 即电路参数 $R=2\sqrt{L/C}$

$$p_1=p_2=\alpha\rightarrow u_C=(A_1+A_2t)e^{-\alpha t}$$

$$\begin{cases} u_C(0_+)=A_1=u_{C0} \\ \frac{du_C}{dt}\Big|_{t=0_+}=A_1-\alpha A_2=0 \end{cases}\longrightarrow A_1=U_{C0}, A_2=\alpha U_{C0}$$



$$u_C=U_{C0}(1+\alpha t)e^{-\alpha t}$$
$$i=C\frac{du_C}{dt}=-\frac{U_{C0}}{L}te^{-\alpha t}$$
$$u_L=L\frac{di}{dt}=U_{C0}(\alpha t-1)e^{-\alpha t}$$

★ 仅仅有实根，非震荡。临界状态，R 称为临界电阻，