

20230306 作业:

$$A. \quad m\ddot{x} = F = -kx - c\dot{x}$$

根据微积分知识, 设其解形式为:  $x = e^{\lambda t}$ , 有:

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}$$

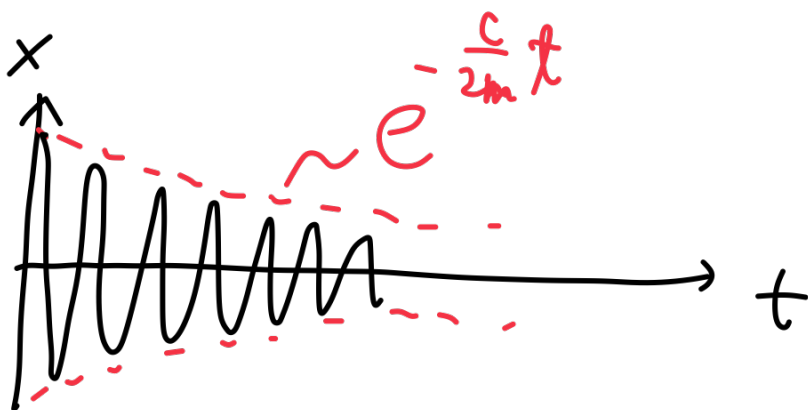
①  $k \gg c$  时 (严格说是  $4mk \gg c^2$ ).

$$\lambda \approx \frac{-c \pm 2i\sqrt{mk} \left(1 - \frac{c^2}{8mk}\right)}{2m} \approx -\frac{c}{2m} \pm i\sqrt{\frac{k}{m}}$$

代入  $x(t=0) = x_0$   $\dot{x}(t=0) = 0$ , 有:

$$x = x_0 e^{-\frac{c}{2m}t} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$$

这曲线为:



②  $k \ll (mg)$  (严格说是  $4mk \ll c^2$ ).

$$\lambda \cong \frac{-c \pm c(1 - \frac{2mk}{c^2})}{2m}$$

即  $\lambda_1 \cong -\frac{k}{c}$      $\lambda_2 \cong -\frac{c}{m} + \frac{k}{c}$

$$x(t) = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}$$

代入  $x(t=0) = x_0$      $\dot{x}(t=0) = 0$  有:

$$A_1 + A_2 = x_0 \quad \lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2 = 0$$

$$\Rightarrow A_1 \cong x_0 \quad A_2 \cong -\frac{km}{c^2} x_0$$

$$x(t) \cong x_0 e^{-\frac{k}{c} t}$$

∴ 运动曲线为



b. 根据折射和反射定律, 正确答案为 C. D