

课程内容

- **研究主体：半导体中的电子**
- 第一部分：晶体结构
- 第二部分：能带结构
- 第三部分：热力学统计
- **第四部分：载流子输运**
 - 研究半导体中载流子在外场下的运动；电阻率
- 第五部分：非平衡载流子

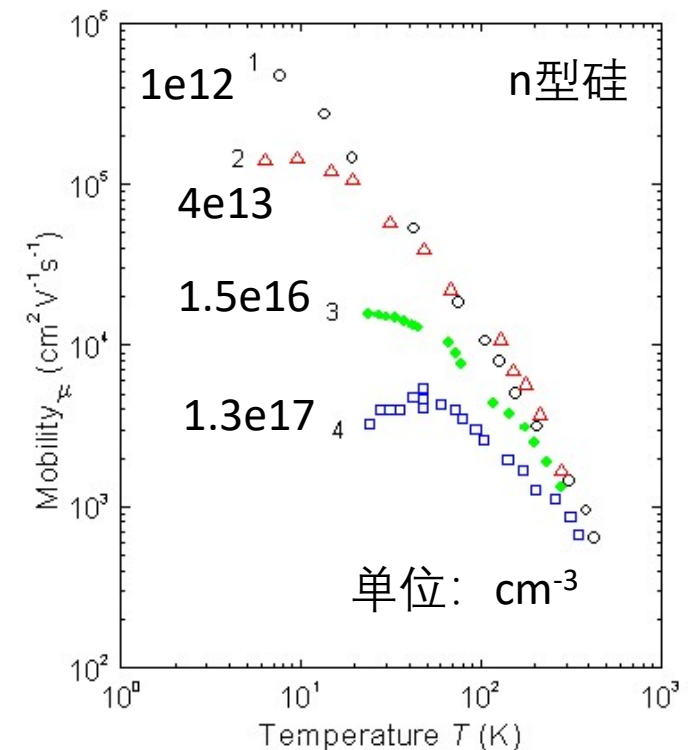
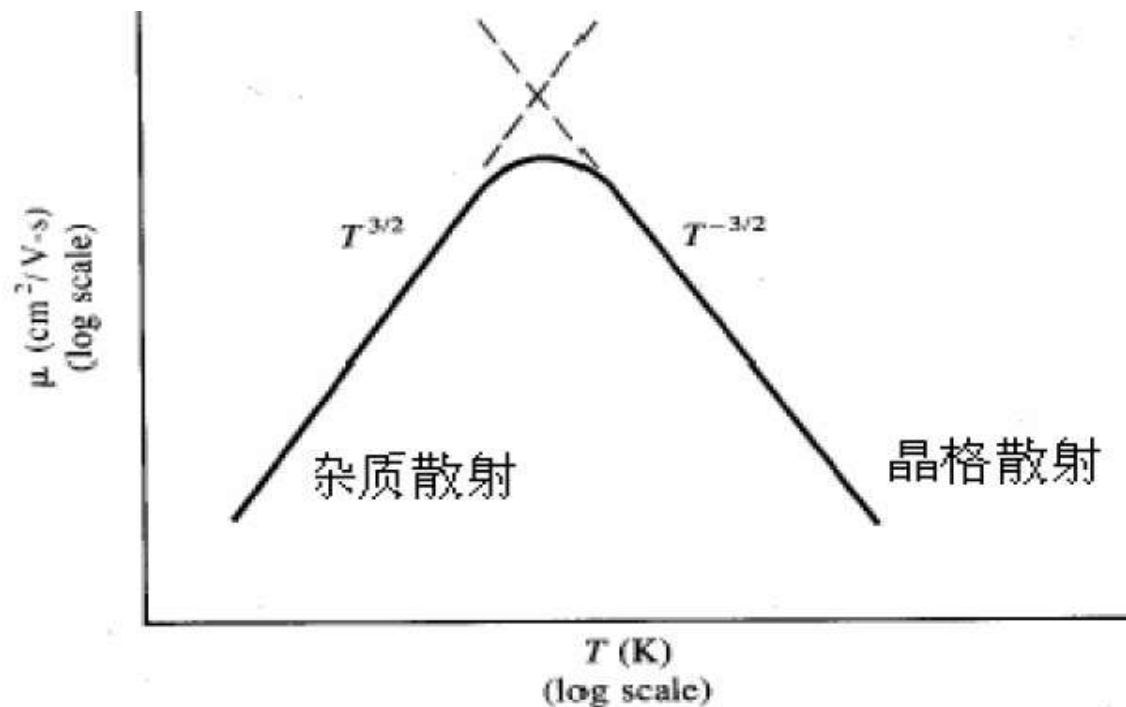
小结： 相关概念

- 散射： 单位时间散射概率（次数） P ， 平均自由时间 $\tau=1/P$
- 迁移率： $|\boldsymbol{v}_d| = \mu|\boldsymbol{E}| = \frac{q\tau}{m^*}|\boldsymbol{E}|$
- 电流密度 $\boldsymbol{j} = nq\boldsymbol{v}_d$ ， 电导率 $\sigma = nq\mu$
- 半导体的欧姆定律和电导率
 - $\boldsymbol{j} = ne\mu_n\boldsymbol{E} + pe\mu_p\boldsymbol{E}$
 - $\sigma = ne\mu_n + pe\mu_p$

小结：影响迁移率的因素

- 非极性半导体中，温度 T 、电离杂质浓度 N_i

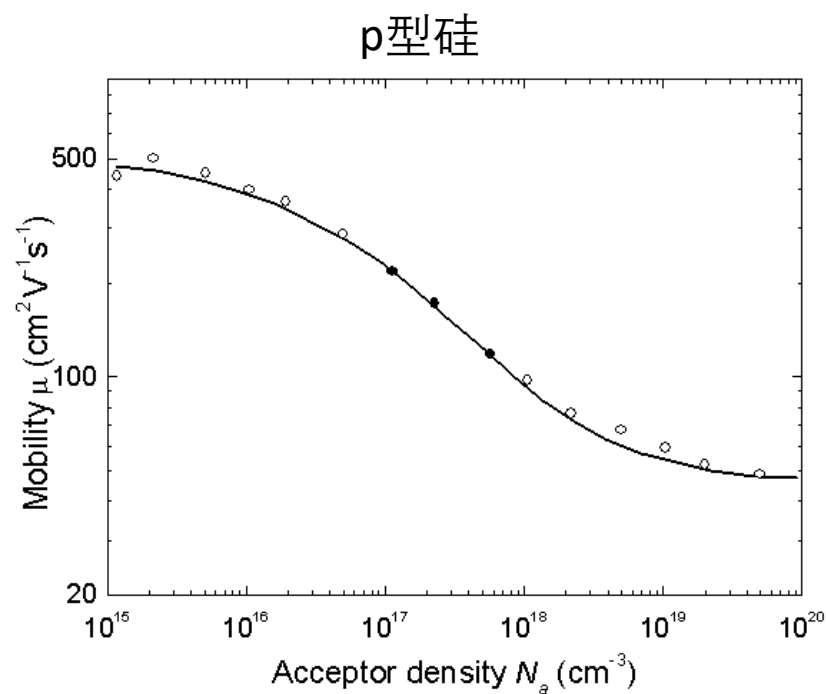
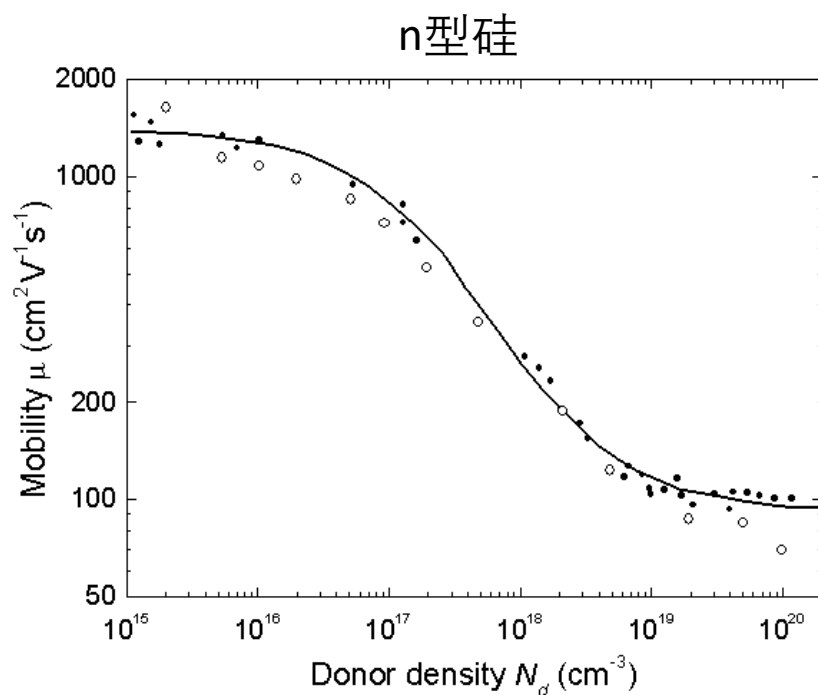
$$\mu = \frac{q\tau}{m^*} = \frac{q}{m^*(AN_iT^{-3/2} + BT^{3/2})}$$



小结：影响迁移率的因素

- 非极性半导体中，温度 T 、电离杂质浓度 N_i

室温下，掺杂浓度不太高($<10^{17} \text{ cm}^{-3}$)，声子散射为主，迁移率基本不变



重掺杂时杂质散射在室温也不能忽略。而且由于进入简并区，杂质能级扩展成能带，相当一部分载流子在杂质能带上运动，有效质量不同

小结：影响电阻率的因素

- 电阻率和载流子浓度、迁移率有关 $\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{ne\mu_n + pe\mu_p}$
- 载流子浓度和温度、掺杂浓度有关（第三章）
- 迁移率也和温度、掺杂浓度有关 $\mu = \frac{q}{m^*(AN_iT^{-3/2} + BT^{3/2})}$
- 因此，电阻率和温度、掺杂浓度有关

- 本征半导体随温度 $\rho \propto e^{\frac{E_g}{2k_B T}}$

- 掺杂半导体随温度

- 室温，非简并掺杂半导体

随掺杂浓度

$$\rho = \frac{1}{nq\mu} \propto \frac{1}{N_D} \text{ 或 } \frac{1}{N_A}$$

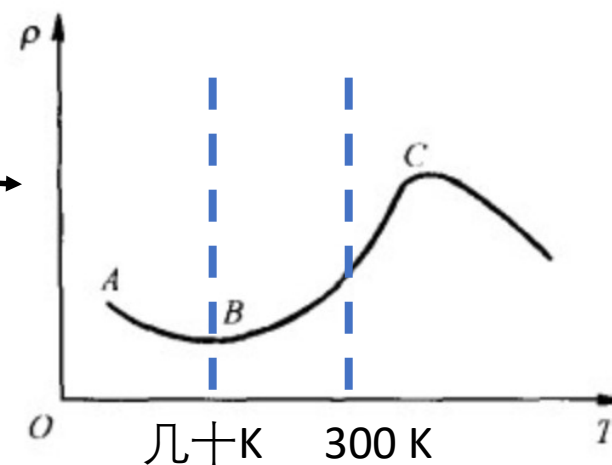
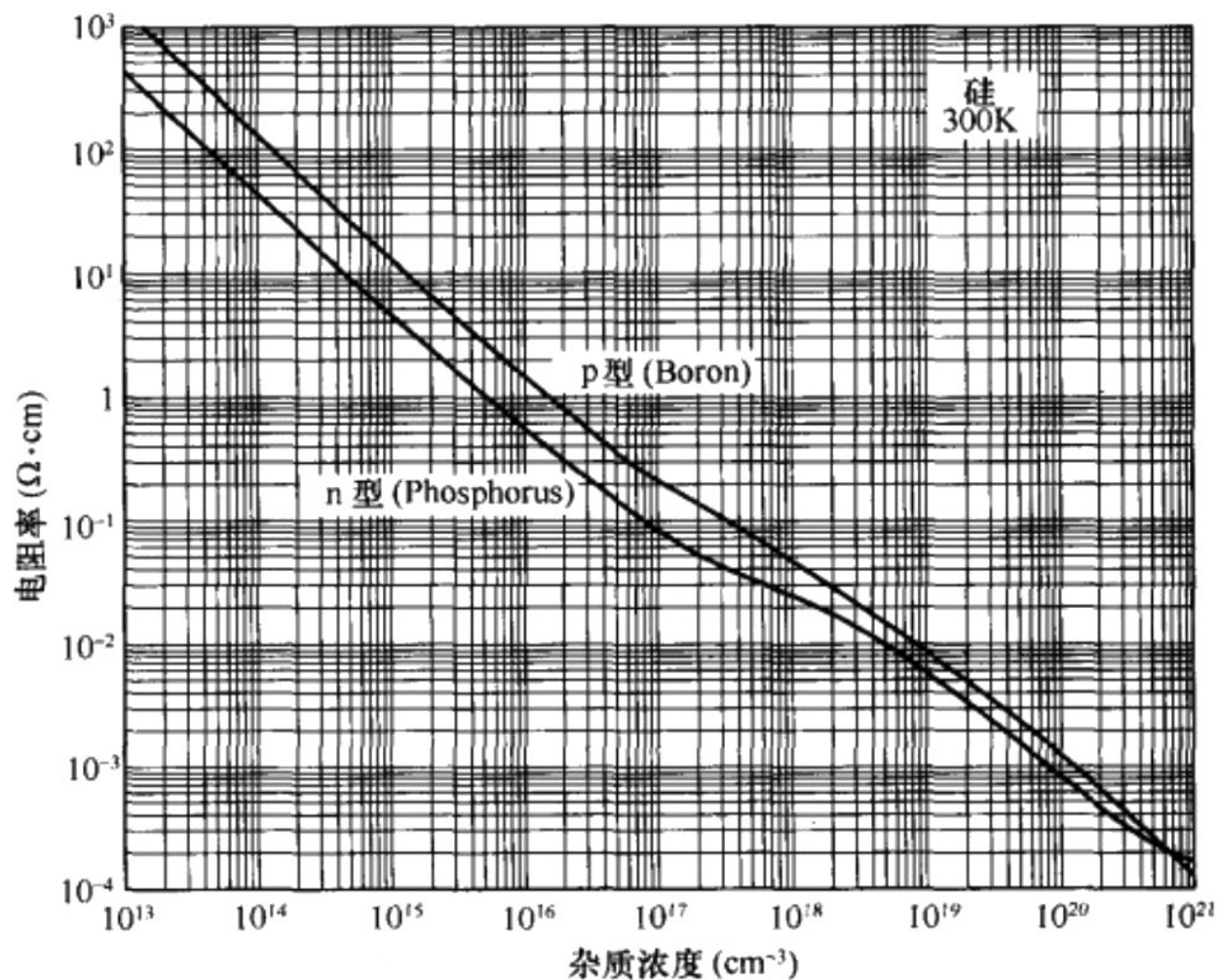


图 4-16 硅电阻率与温度关系示意图

电阻率和杂质浓度的关系

非简并掺杂半导体斜率为-1

重掺杂时由于迁移率降低，会向上偏



运输 (transport)

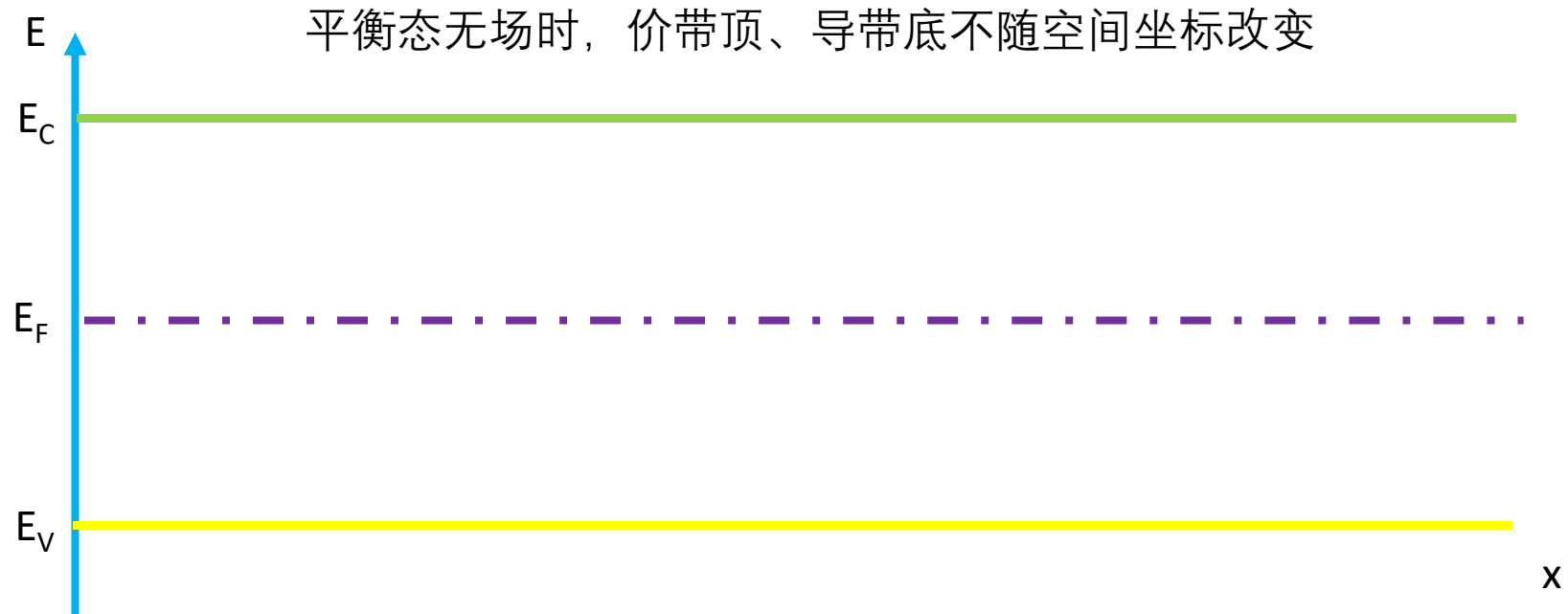
- 运输的定义
 - 载流子的定向运动行为
 - 指载流子产生电流的现象
 - 常见情况是在受到外场（电磁场）作用下产生的运动
- 本章讨论在如下情况下的运输
 - 弱场
 - 热平衡下（定温）、固定掺杂浓度（半导体各处掺杂相同）
 - 强场怎么办？

第四章： 大纲

- 输运、迁移率、散射的概念
 - 载流子的运动（复习第二章）
- 散射机制
 - 杂质散射
 - 晶格振动散射（声子散射）
- 电阻率、迁移率、散射的关系
- **能带图**
- 测量迁移率和电阻率的实验方法

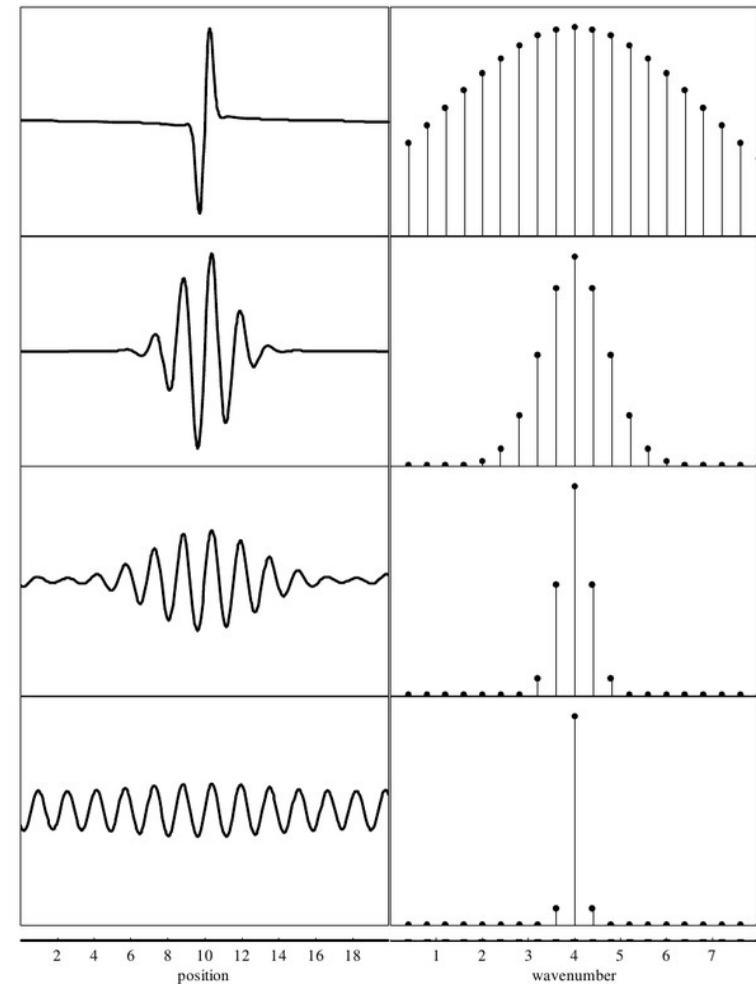
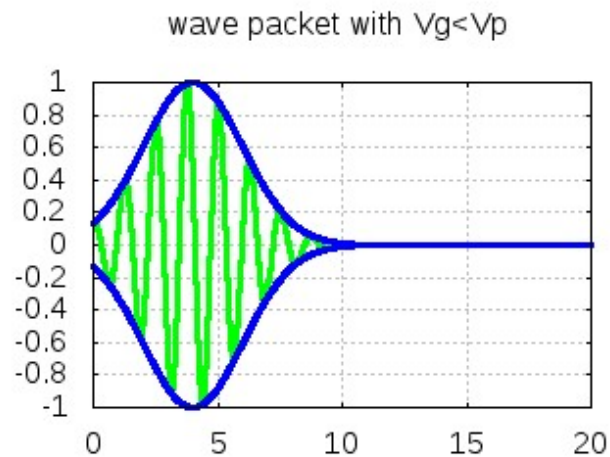
能带图 (band diagram)

- 显示能带随实空间的变化，在输运中很有用
- 能带随倒空间 (k) 的变化是能带结构，两者完全不同



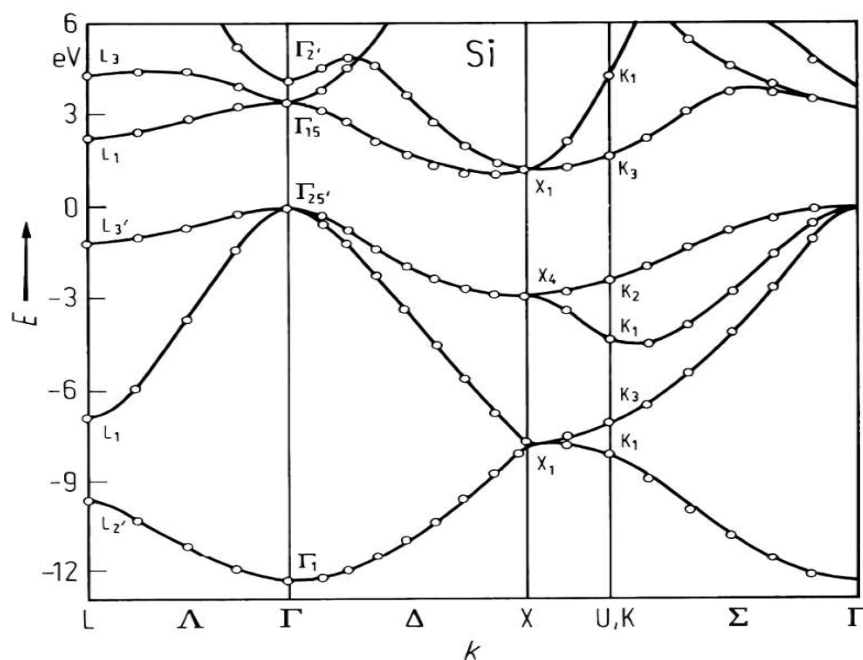
能带图能画是因为准经典近似

- 由于归一化条件，电子波函数会混合相邻波矢的成分，使得存在于晶体所有位置的理想平面波变成局域化的波包（“质包”）
- 此时，电子可以有类似经典的（平均）位置、速度、加速度

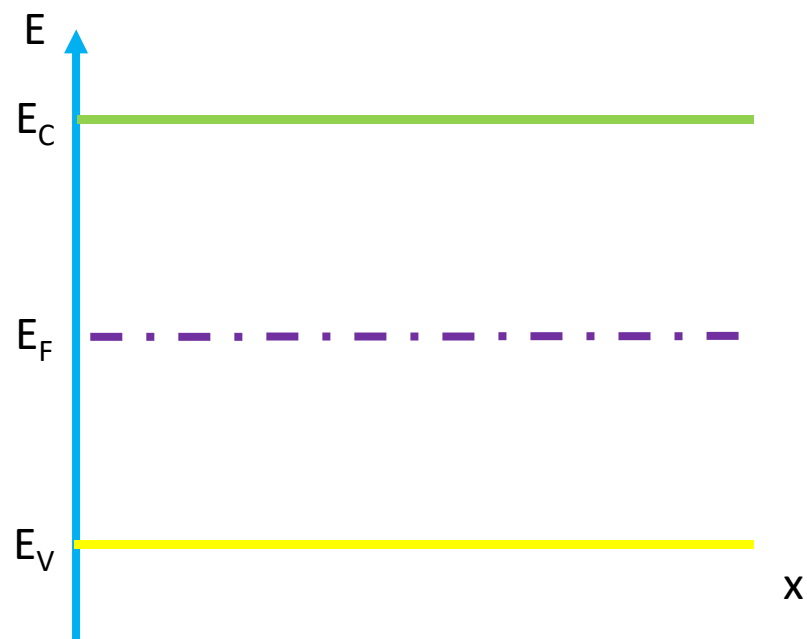


倒空间和实空间

能带结构：倒空间



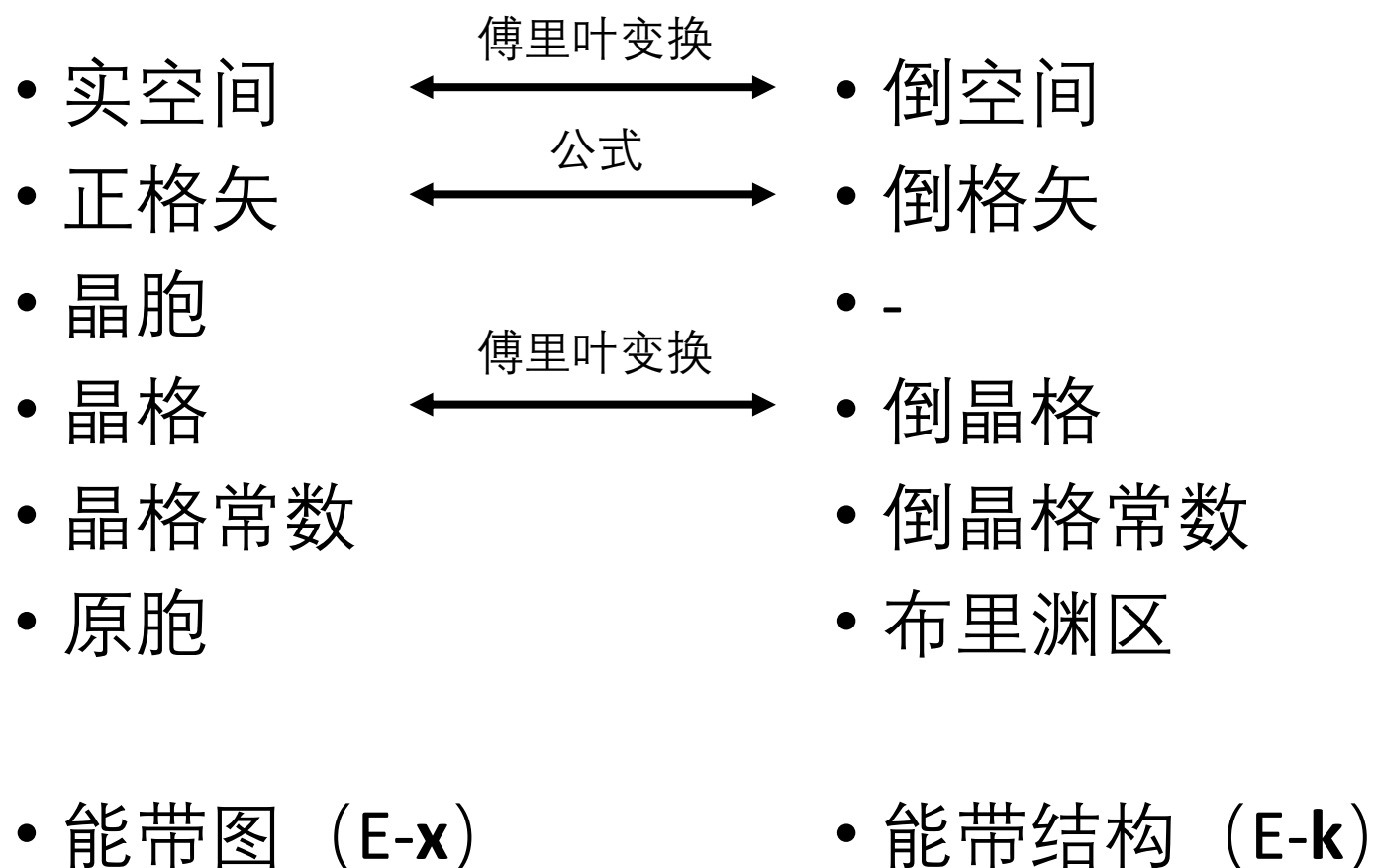
能带图：实空间



注意：能带图不体现 \mathbf{k}

例如，导带底和导带底上方能级波矢不同，但能带图中并不体现这一差异

复习：概念之间的关系

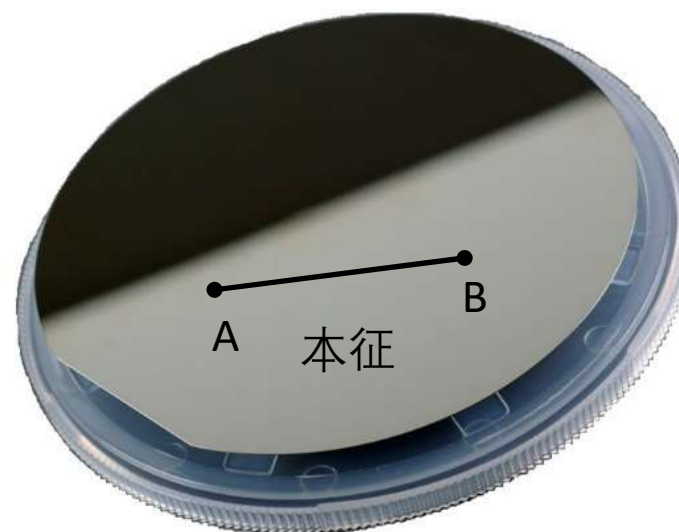
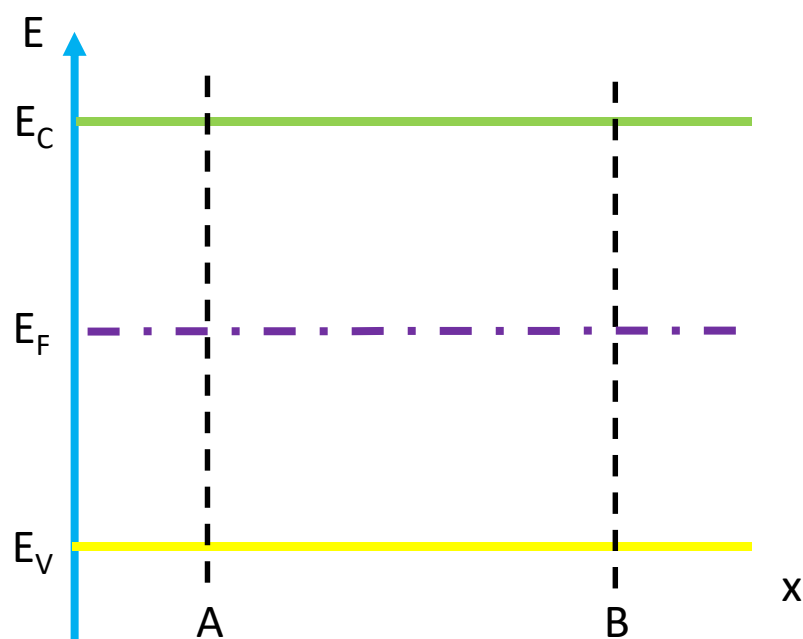


复习：倒空间的意义

- 对晶格进行傅里叶变换成为倒晶格
- 平移矢量：倒格矢 \mathbf{b}_i ($i=1,2,3$)，和对应脚标不同的正格矢构成的平面垂直
- 倒空间是波矢量 \mathbf{k} 所处的线性空间
- 能带结构 $E(\mathbf{k})$ 的定义域就位于倒空间中
 - 注意 E 为能量， \mathbf{E} 为电场
- 能带图 $E(\mathbf{x})$ 的定义域位于实空间中

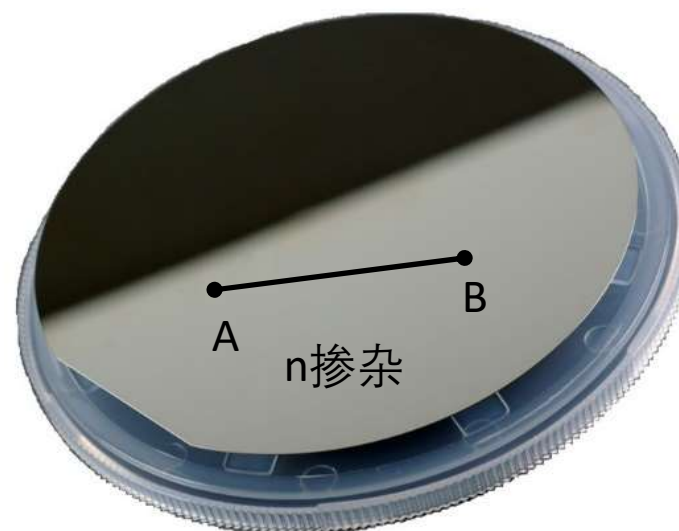
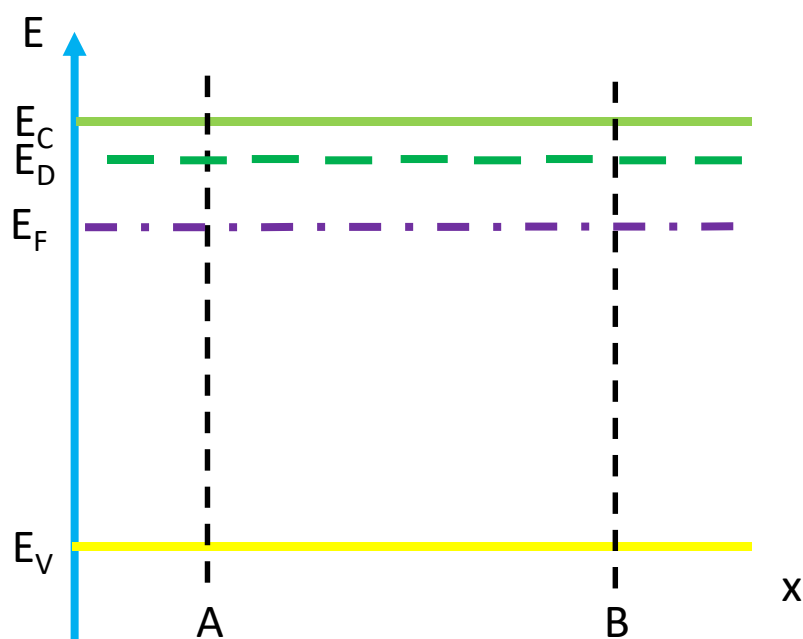
能带图与半导体位置

- 能带图显示半导体能带随半导体位置的变化



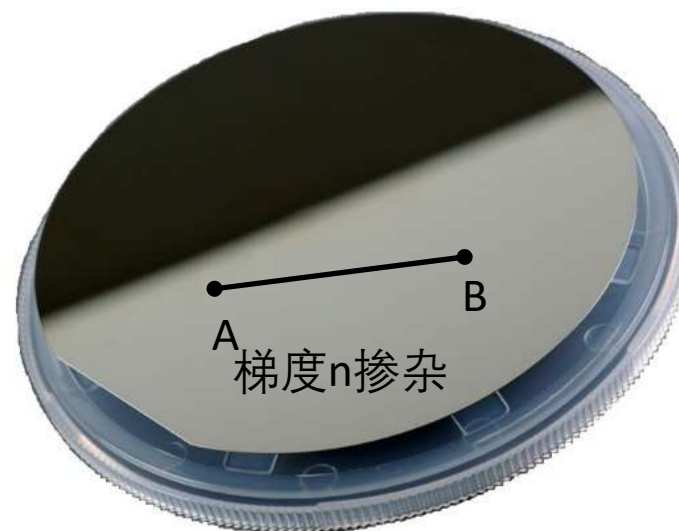
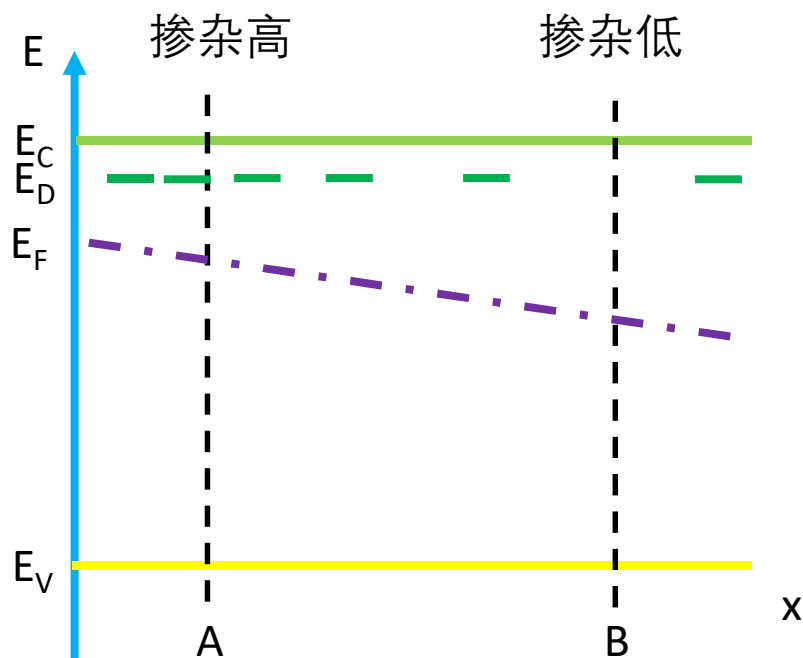
能带图与杂质能级

- 能带图显示半导体掺杂随半导体位置的变化



能带图与杂质能级（非均匀）

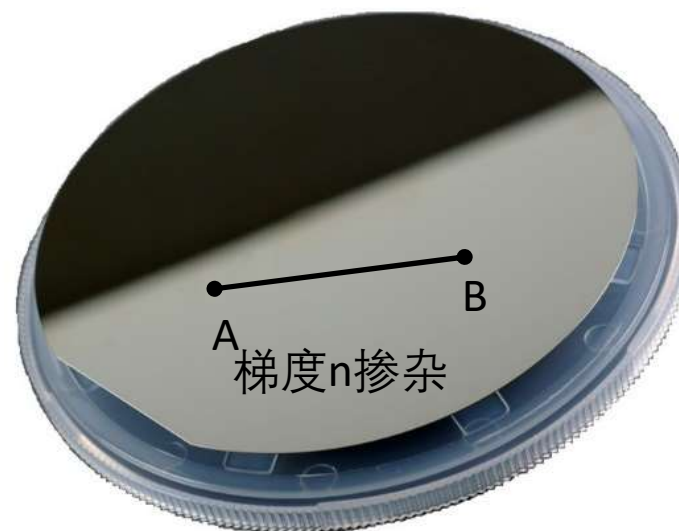
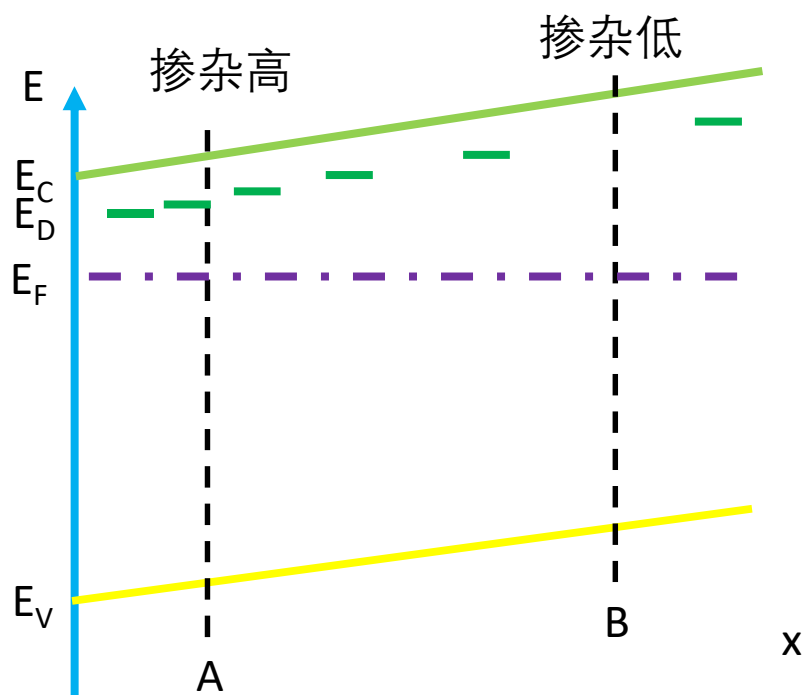
- 能带图显示半导体掺杂随半导体位置的变化



这样对吗？

能带图与杂质能级（非均匀）

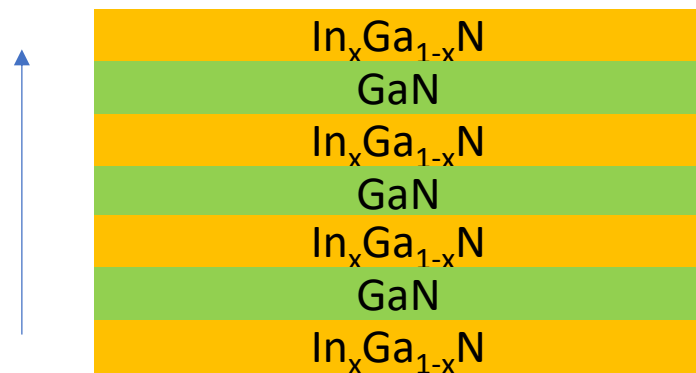
- 能带图显示半导体掺杂随半导体位置的变化



为什么 E_F 需要一致？第五章再讲

例题：能带图

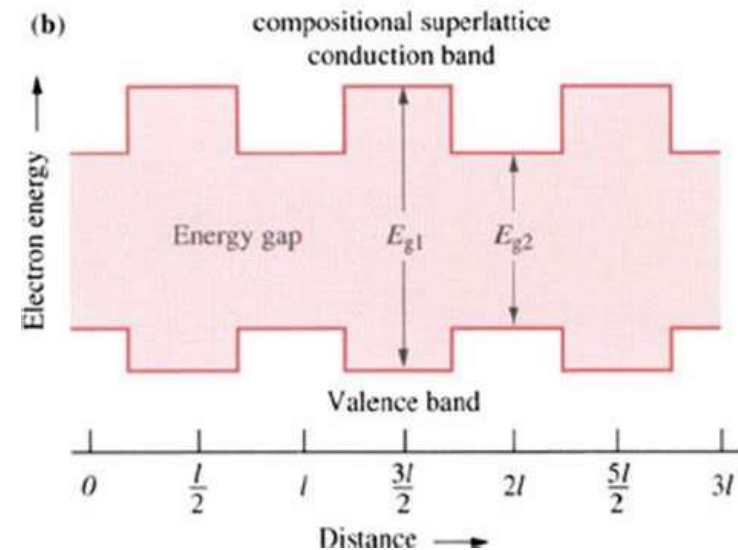
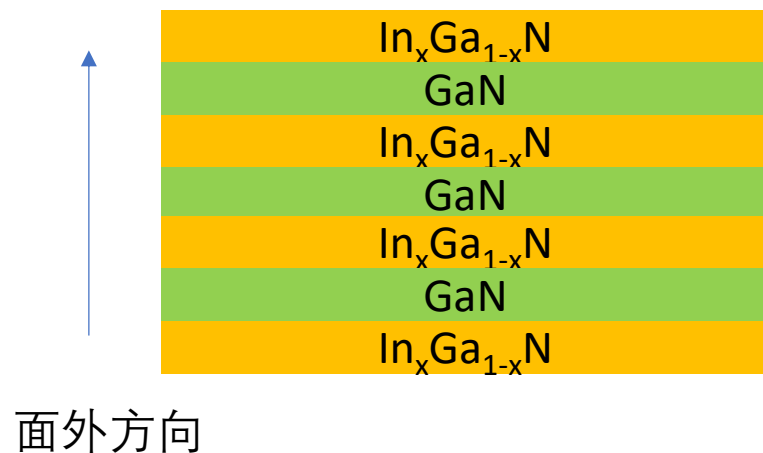
- 激光二极管里通常会用到半导体超晶格（如图）。以面外方向为横轴，试画出能带图。假设均为本征半导体，不同半导体 E_F 全部一致。



面外方向

例题：能带图

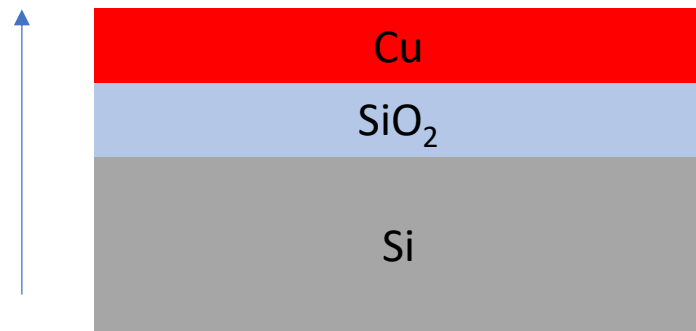
- 激光二极管里通常会用到半导体超晶格（如图）。以面外方向为横轴，试画出能带图。假设均为本征半导体，不同半导体 E_F 全部一致。



注意：仅为示意，有因素尚未考虑，需先学习第五章

例题：能带图

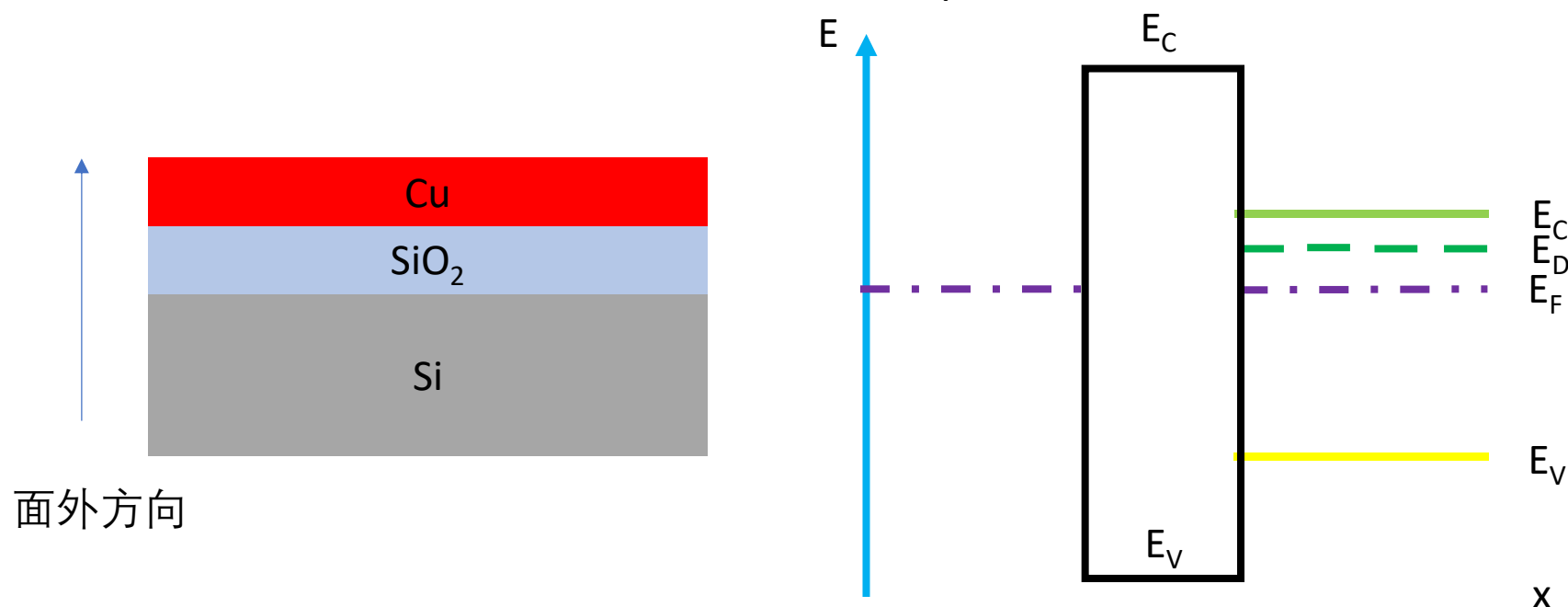
- 场效应晶体管里会用到金属-氧化物-半导体（MOS）结构（如图）。以面外方向为横轴，试画出能带图。假设Si为n型， E_F 全部一致。



面外方向

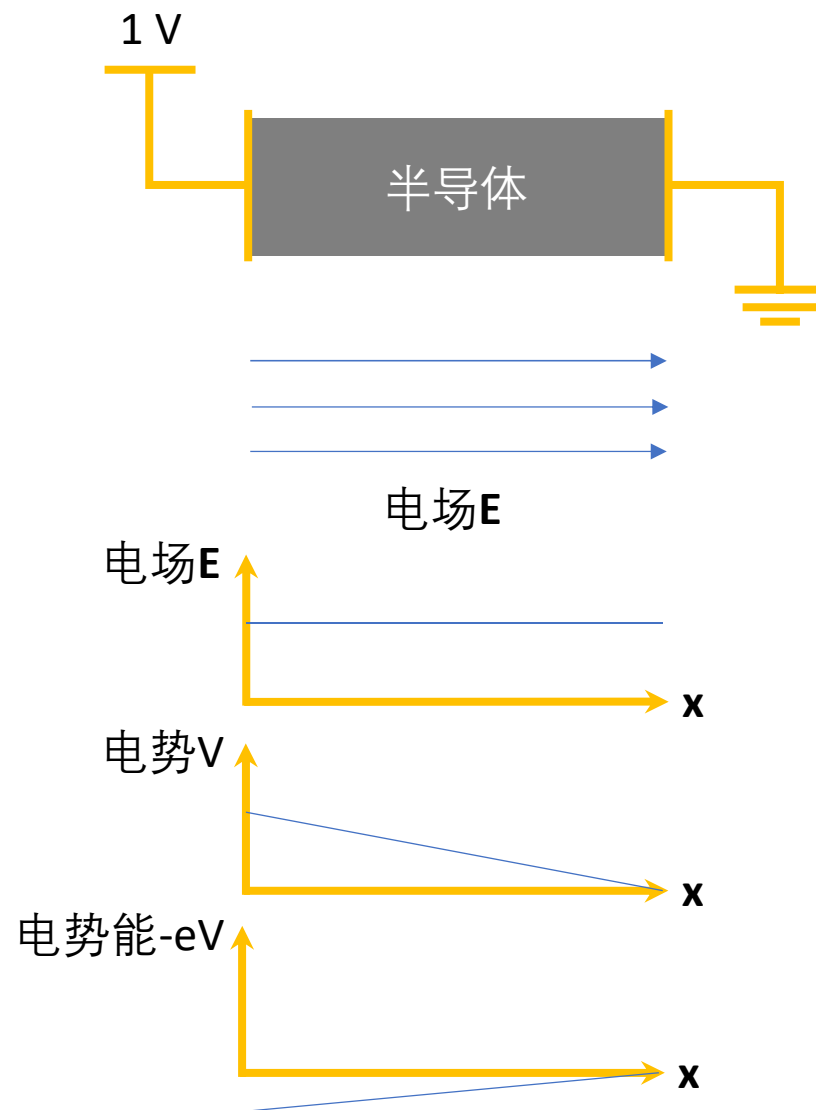
例题：能带图

- 场效应晶体管里会用到金属-氧化物-半导体（MOS）结构（如图）。以面外方向为横轴，试画出能带图。假设Si为n型， E_F 全部一致。



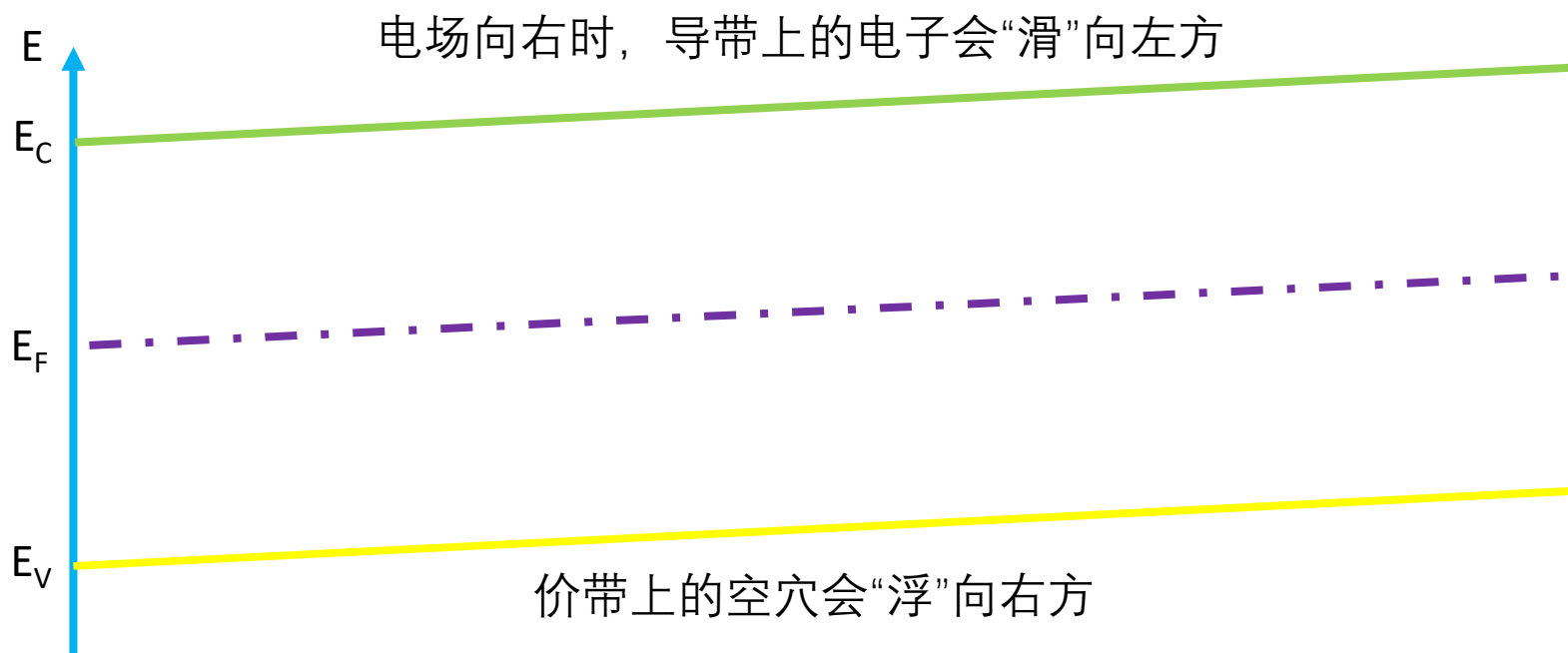
注意：仅为示意，有因素尚未考虑，需先学习第五章

电场和电势



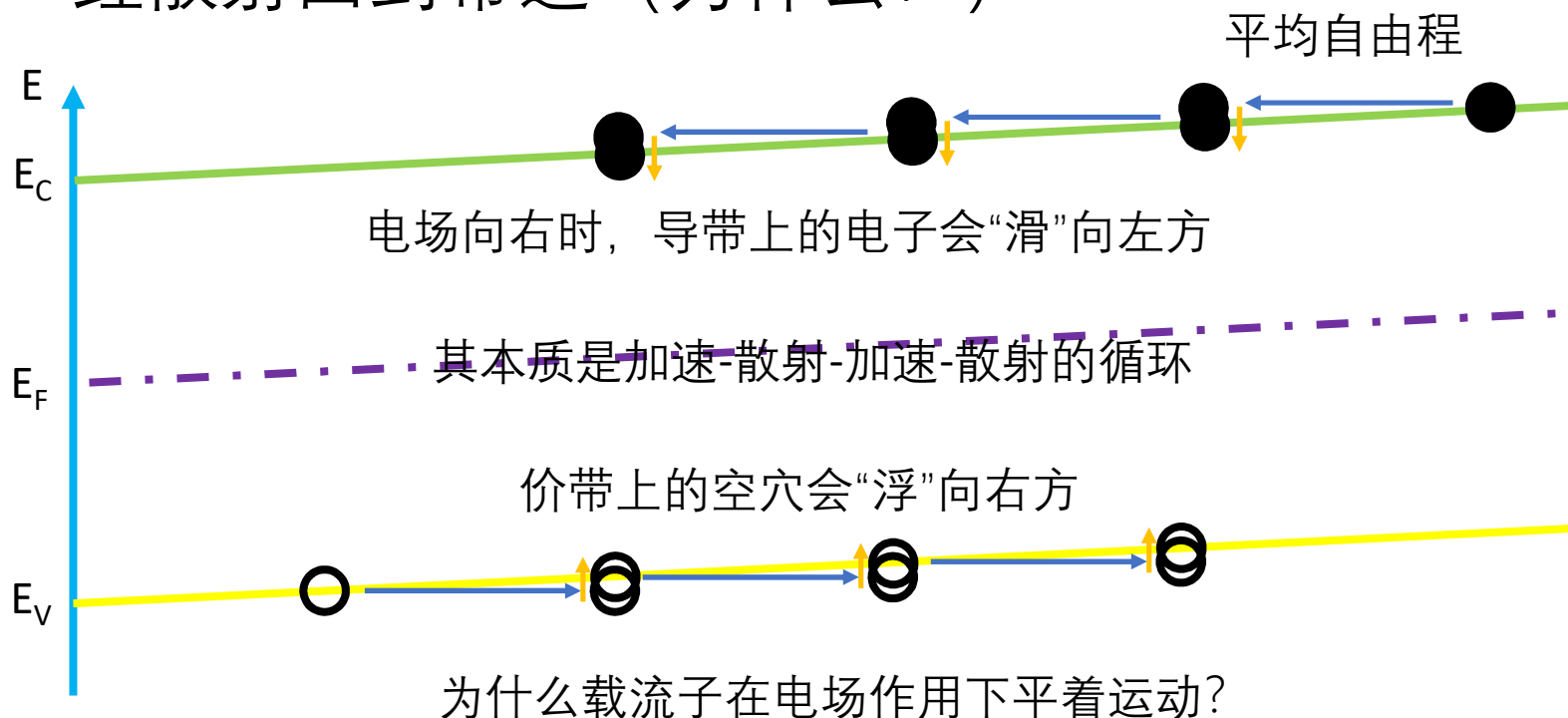
电场中的能带图

- 外加电场 \mathbf{E} 后，产生电势 $V=-\mathbf{E}\cdot\mathbf{x}$ 。电子能量附加 $E=e\mathbf{E}\cdot\mathbf{x}$
- 叠加在能带上即得弱场下的能带图



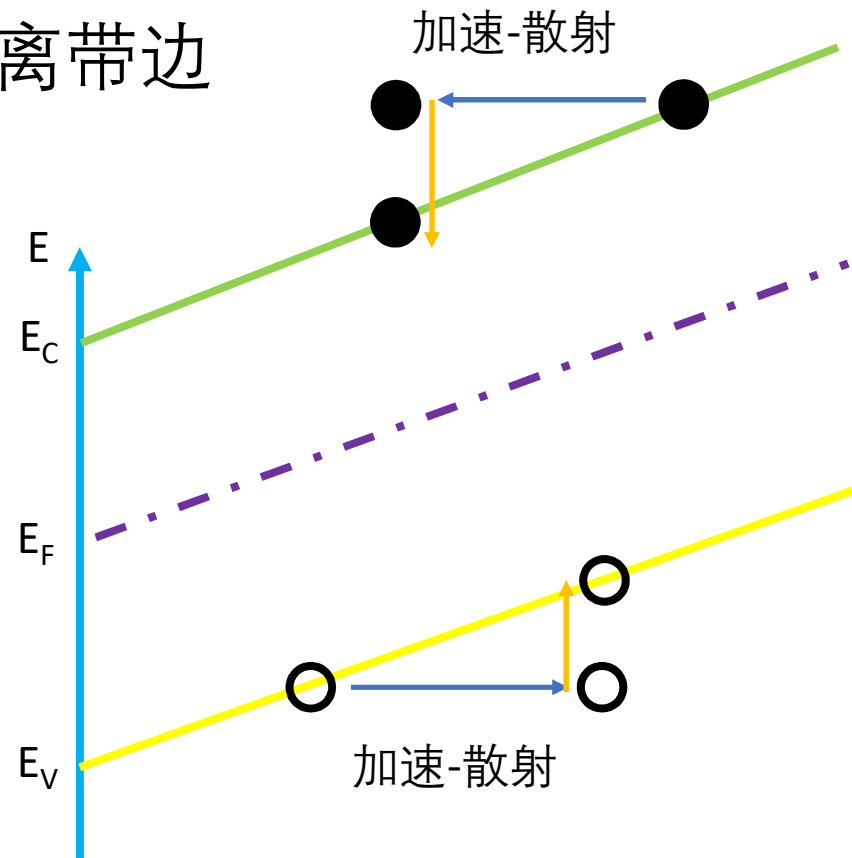
能带图中的散射

- 外加电场 E 后，电子加速，相对于带边能量提高
 - 空穴能量相对于带边也提高，但表现为“降低”
- 经散射回到带边（为什么？）



强场下的能带图

- 外加强电场 E 后，能带倾斜很大
- 载流子加速后会脱离带边
- 不再满足费米分布
- 不再处于热平衡
- 不适用之前结论

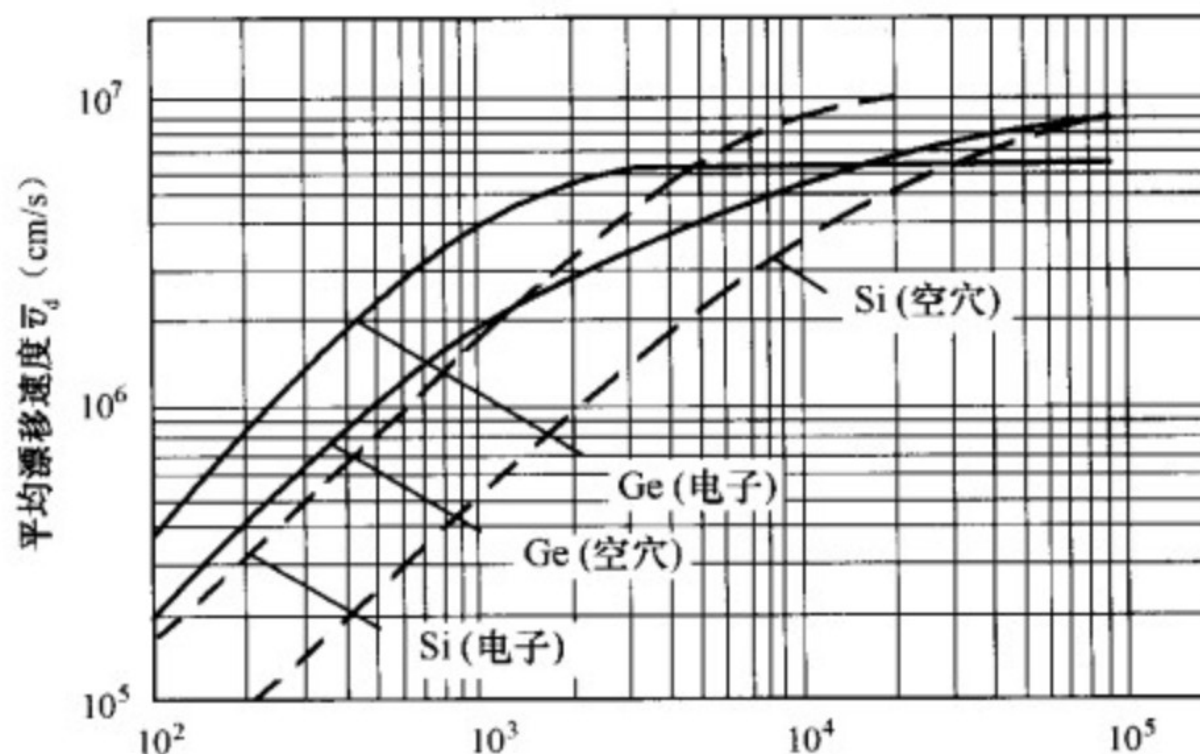


电子体系的热平衡状态

- 宏观：温度趋于确定
- 微观：孤立半导体系统中存在：
 - 载流子产生过程——电子从价带向导带跃迁（产生电子和空穴）；或者从杂质能级向导带跃迁（产生电子）；或者从价带向杂质能级跃迁（产生空穴）。
 - 载流子复合过程——电子从导带回到价带或杂质能级上；或者电子从价带回到杂质能级。
 - 对每个能级，产生数 = 复合数，即热平衡状态
- 不满足上述条件，或半导体系统存在外部作用如外加电压、光照、辐射等，则处于非平衡状态

强场下欧姆定律的失效

当E很强时，欧姆定律 $j = \sigma E$ 不再适用，因为 $|v_d| = \mu|E|$ 不再适用



注意双对数坐标 电场强度 \mathcal{E} (V/cm) 电场强度是什么量级?

图 4-17 锗、硅的平均漂移速度与电场强度的关系 (300K)

漂移速度的饱和

- 又称“速度饱和效应”
 - 一般而言，当外电场 $< 10^3\text{-}10^4\text{ V/cm}$ ，可认为迁移率是常数
 - 外电场 $> 10^3\text{-}10^4\text{ V/cm}$ 的强电场下，迁移率随电场增加而降低，漂移速度与电场强度不再成正比，直至漂移速度趋向饱和 \rightarrow 欧姆定律发生偏离
- 一个 $100\text{ }\mu\text{m}$ 的器件（假设工作电压 1 V ）属于强场吗？ 100 nm 呢？
- 原因：强电场下，散射增加，迁移率和电导率不再是常数（散射概率与电场有关）

用非平衡态解释强场效应

- 无外加电场，载流子与晶格处于热平衡
- 当存在外加电场，载流子从电场获得能量。到达稳态后，单位时间内载流子从电场获得的能量=载流子给予晶格的能量
 - 弱电场下，到达稳态后，仍可认为载流子与晶格仍达到热平衡，电子的平均能量可认为不变，迁移率为常数
 - 强电场下，载流子的平均动能显著超过热平衡时的平均动能—热载流子（等效温度 T_e ）

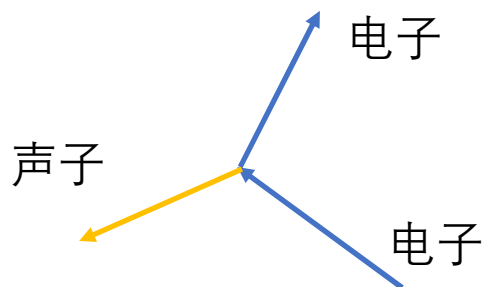
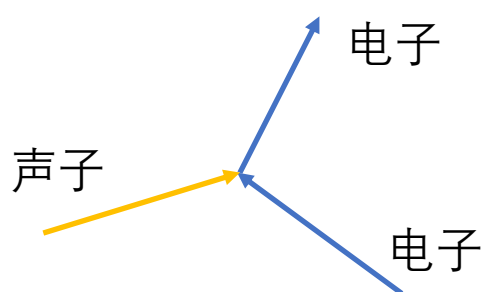
热载流子 (hot carrier)

- 热载流子是指能量高于系统（由温度而附加的）内能 $k_B T$ 的载流子，主要是部分载流子在强电场作用下，获得很高能量的物理效应
- 热载流子受到更强的晶格散射，迁移率随电场增加而降低，以至漂移速度达到饱和
 - 可认为电子等效温度 T_e 更高。由于热运动越剧烈越容易撞到声子，因此迁移率下降

声子的吸收和发射

- 弱场下，电子主要吸收发射长波声子，发生弹性散射
- 强场下热电子能量高，也可发射短波声子造成非弹性散射

晶格振动散射



声子：局域化的晶格振动，可带电（极性光学支）或不带电（其它）

热载流子和速度饱和

- 当电场较强时，电子等效温度 T_e 更高。由于热运动越剧烈越容易撞到声子，因此迁移率下降
- 当电场更强时，散射时可发射高能光学声子，电子很容易失去所获得的能量，微分迁移率为零，漂移速度可达到饱和

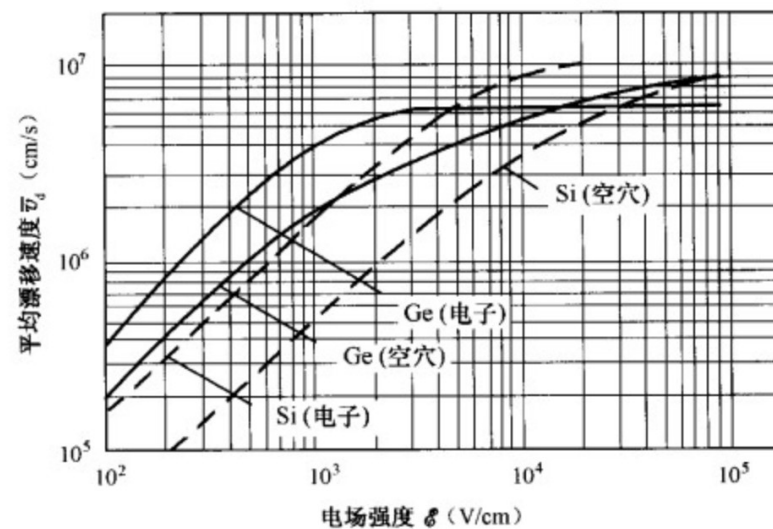


图 4-17 锗、硅的平均漂移速度与电场强度的关系 (300K)

高场下的负微分电导

某些半导体在高场下会出现漂移速度随电场下降的情况

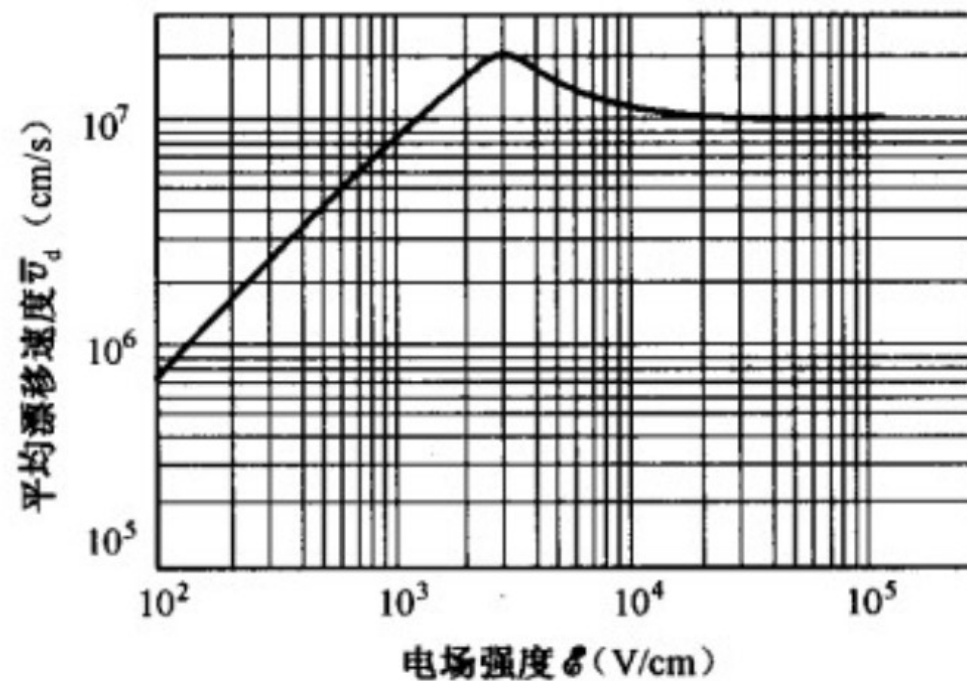


图 4-20 砷化镓电子平均漂移速度与电场强度的关系 (300K)

高场下的负微分电导

- GaAs等半导体在高场下会出现漂移速度随电场下降的情况
- 即 $d|\boldsymbol{v}_d|/d|\boldsymbol{E}| < 0$
- $|\boldsymbol{v}_d|/|\boldsymbol{E}|$ 为迁移率, $d|\boldsymbol{v}_d|/d|\boldsymbol{E}|$ 称为“微分迁移率”
- $|\boldsymbol{j}|/|\boldsymbol{E}|$ 为电导率, $d|\boldsymbol{j}|/d|\boldsymbol{E}|$ 称为“微分电导率”
- 因此又称为高场下的负微分电导

多能谷散射

- GaAs的导带存在三类能谷： Γ X、L、 Γ ， Γ 最低，L次低
- Γ 能谷的有效质量比L能谷小（比较GaAs有效质量 $0.06m$ @ Γ ，Ge有效质量 $1.64/0.08m$ @L）
- Γ 能谷的迁移率比L能谷大

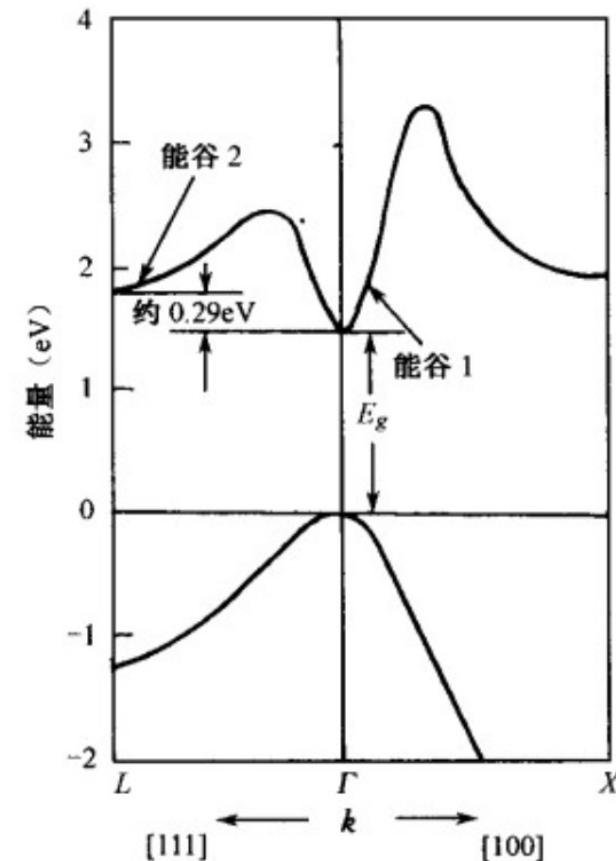


图 4-19 砷化镓能带结构

多能谷散射和负微分电导

- 当温度不太高、电场不太强时，导带电子绝大部分位于 Γ 能谷
- 当样品中的电场足够强，可形成热电子，发射一个声子，产生能谷间的散射

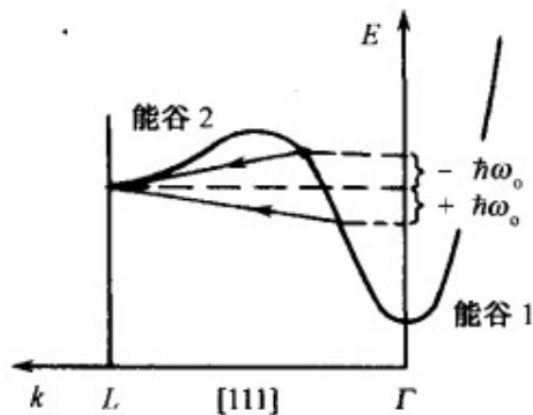


图 4-21 能谷间散射示意图

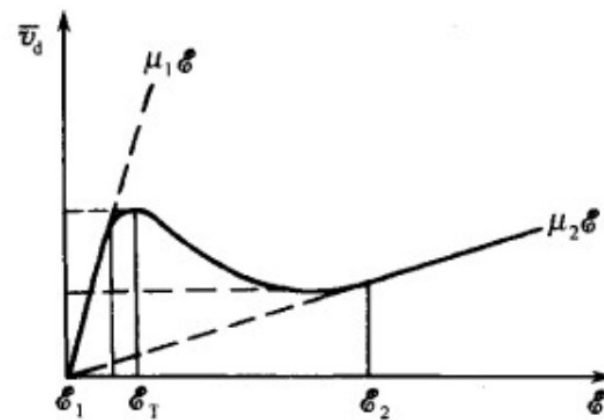


图 4-22 \bar{v}_d 与 E 的关系

多能谷散射和负微分电导

- 「能谷中的电子散射进入L能谷，有效质量上升，迁移率下降
- 电导率下降，产生负微分电导
 - 更高场时，电子发射高能声子损失能量，漂移速度又达到饱和

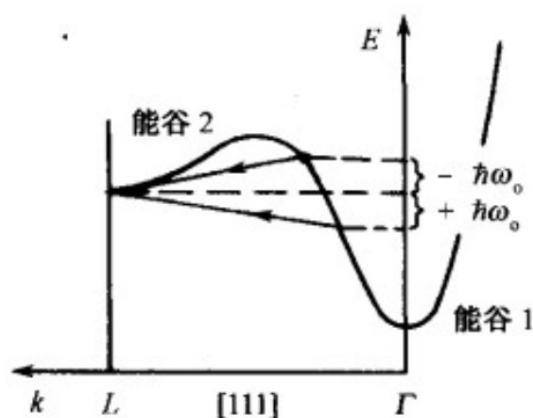


图 4-21 能谷间散射示意图

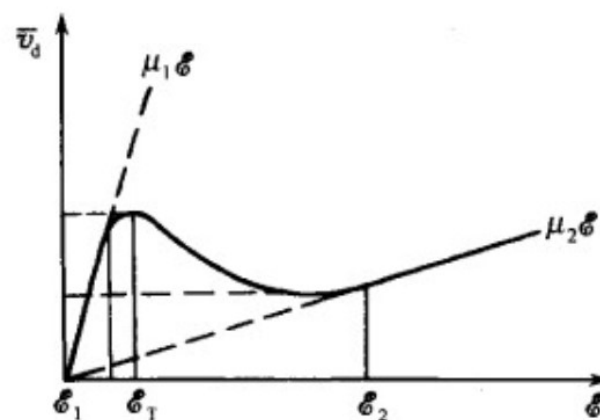


图 4-22 \bar{v}_d 与 E 的关系

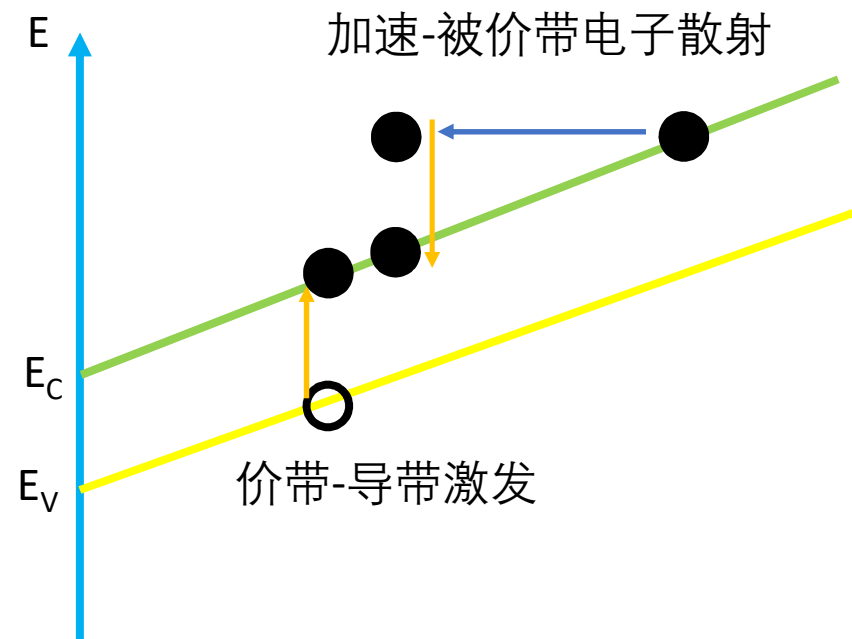
击穿 (breakdown)

- 极强场；一般量级为 10^6 V/cm
- 由于大量产生载流子而电导率急剧增加，电流急剧上升
 - 可能导致半导体烧毁
- 有些可逆有些不可逆

击穿：雪崩

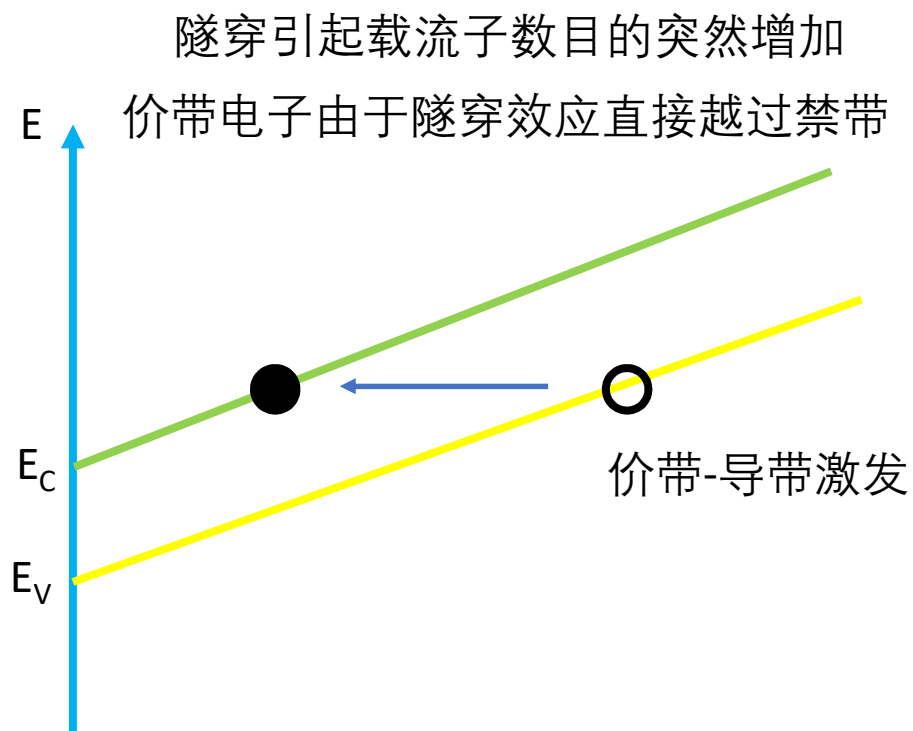
- 极高场下的热载流子有可能导致：
 - 发生碰撞电离，引起载流子数目的突然增加
 - 半导体电导率急剧增加，电流急剧上升

碰撞电离引起载流子数目的突然增加



击穿：隧穿

- 极高场下的热载流子有可能导致：
 - 电子从价带越过禁带进入导带，载流子数目突然增加
 - 半导体电导率急剧增加，电流急剧上升

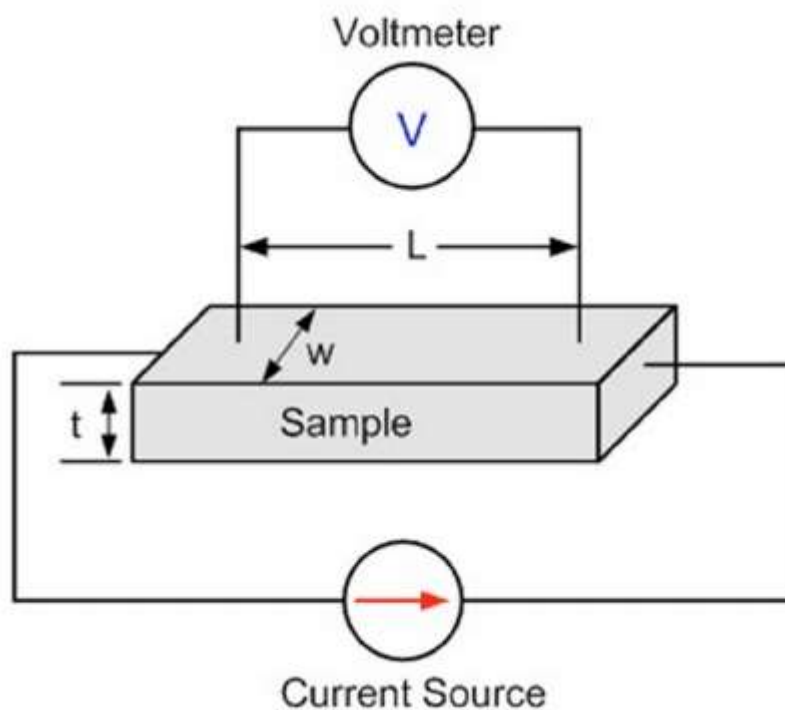


这些理论如何用实验
验证？

第四章： 大纲

- 输运、迁移率、散射的概念
 - 载流子的运动（复习第二章）
- 散射机制
 - 杂质散射
 - 晶格振动散射（声子散射）
- 电阻率、迁移率、散射的关系
- 能带图
- **测量迁移率和电阻率的实验方法**

电阻率：实验测量

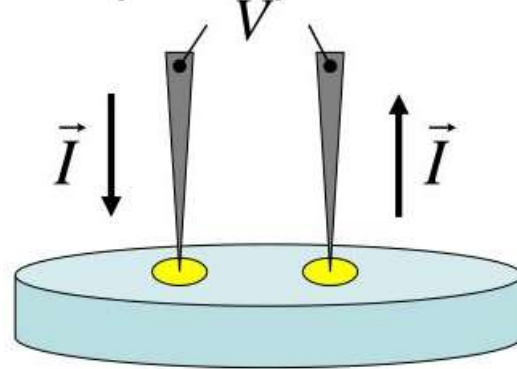


利用欧姆定律 $V=IR$ 测量电阻 R ,
然后用 $R=\rho L/wt$ 计算电阻率

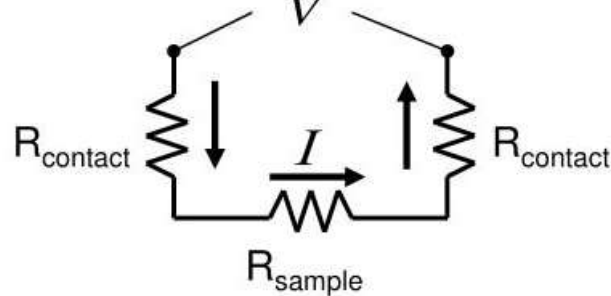
电阻率：实验测量

四端法准确测量电阻

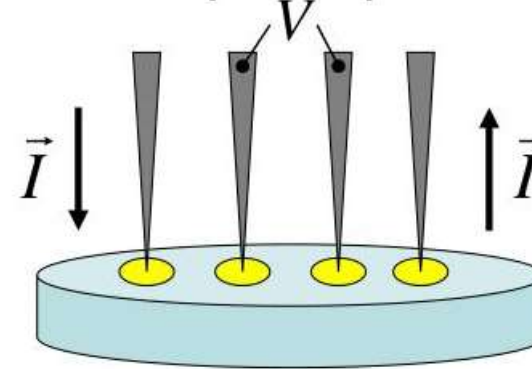
Two-point probe



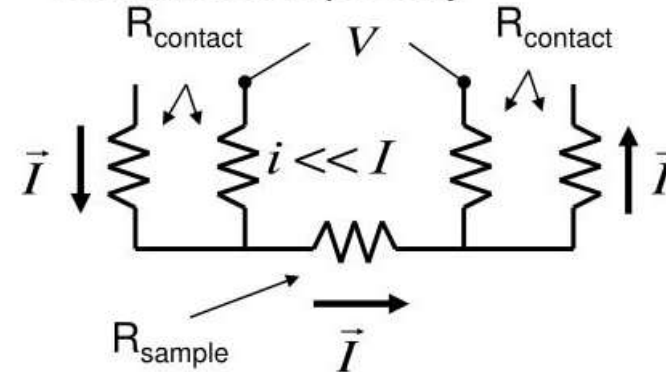
Measures sample + contact resistance + probe resistance



Four-point probe



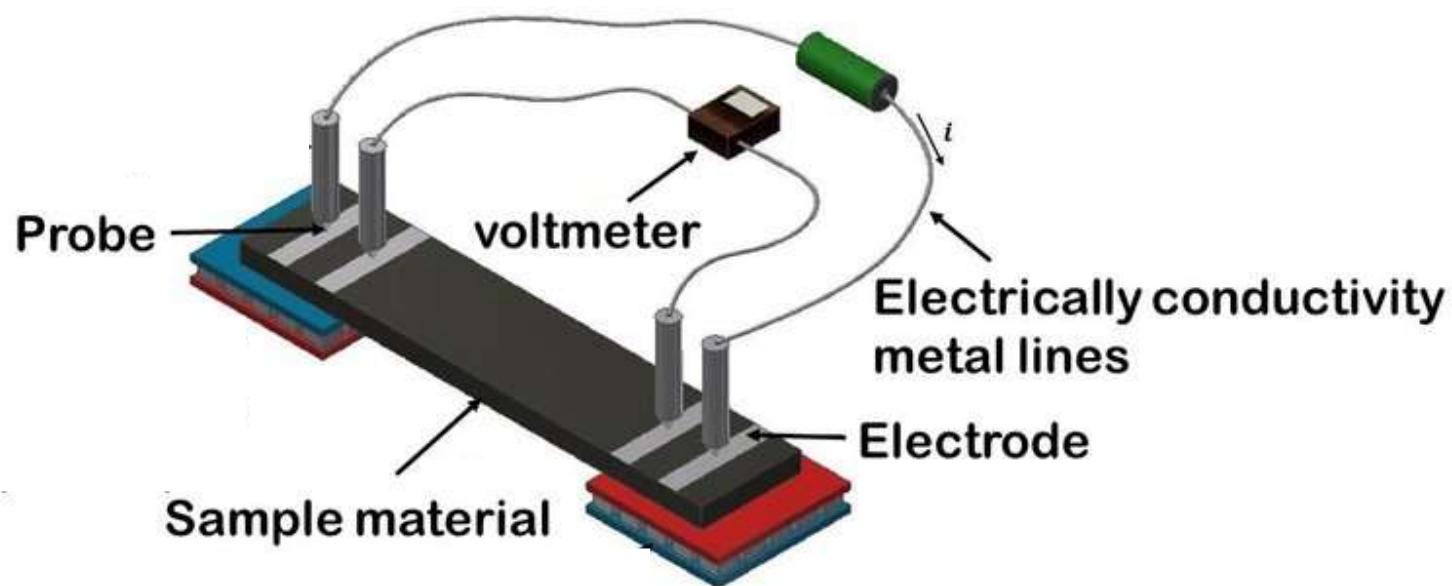
Measures sample only



In four-point probe, negligible current flows through the voltmeter, the only voltage drop measured is across R_{sample} .

电阻率：实验测量

四端法准确测量电阻：保持电流密度均匀

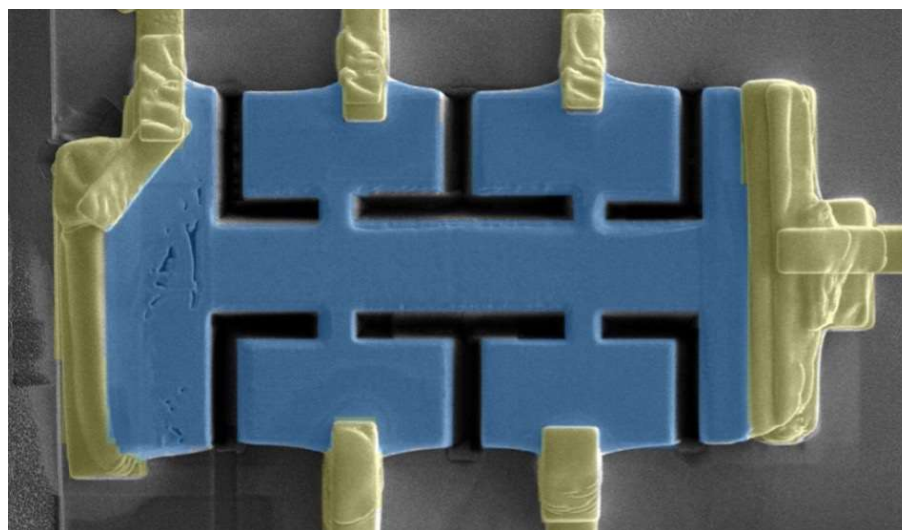
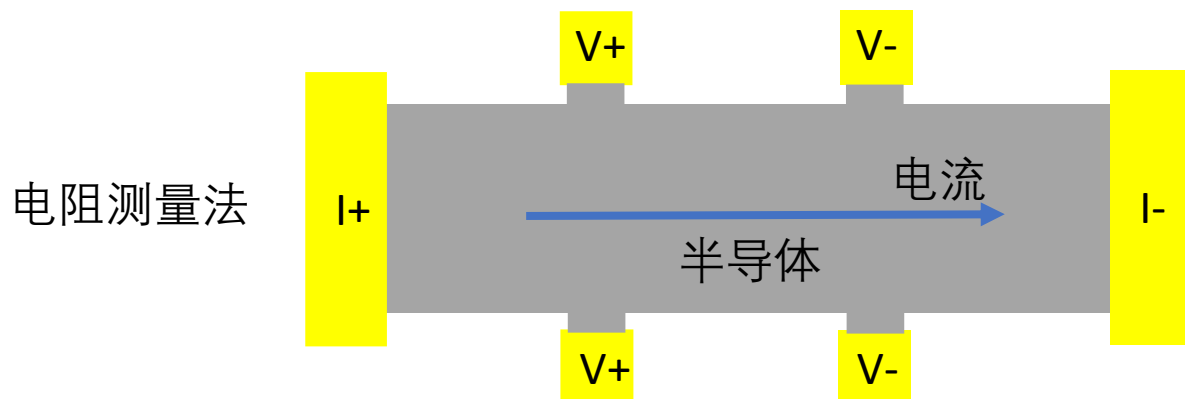


迁移率：实验测量

- 迁移率直接测量比较麻烦
- 利用 $\sigma = nq\mu$ 计算
 - 测量电阻率（电阻测量）
 - 测量载流子浓度（霍尔效应）

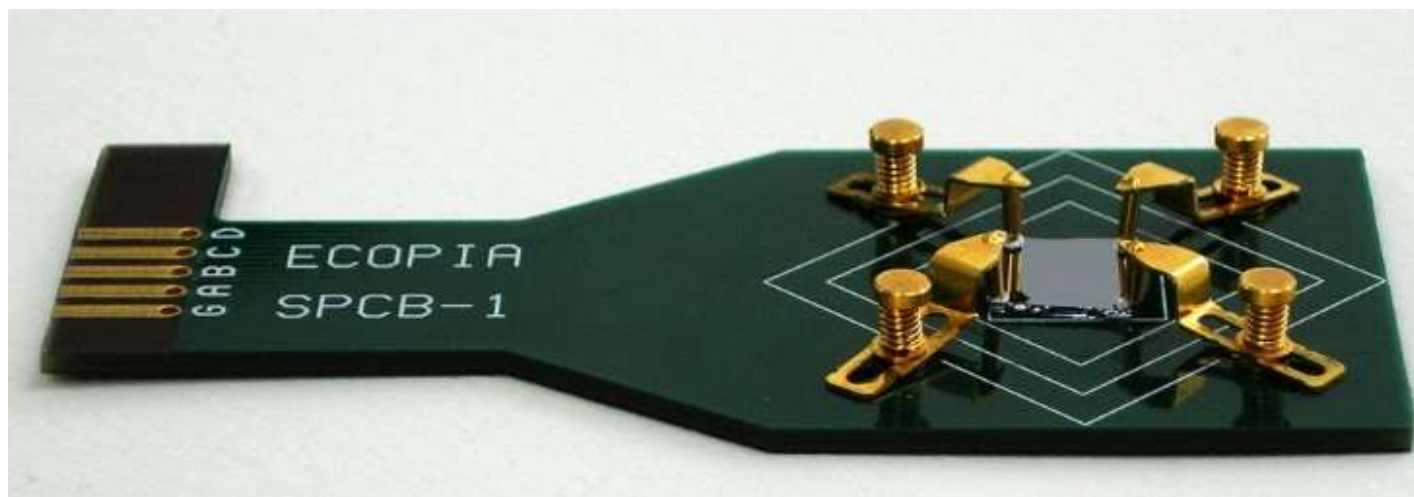
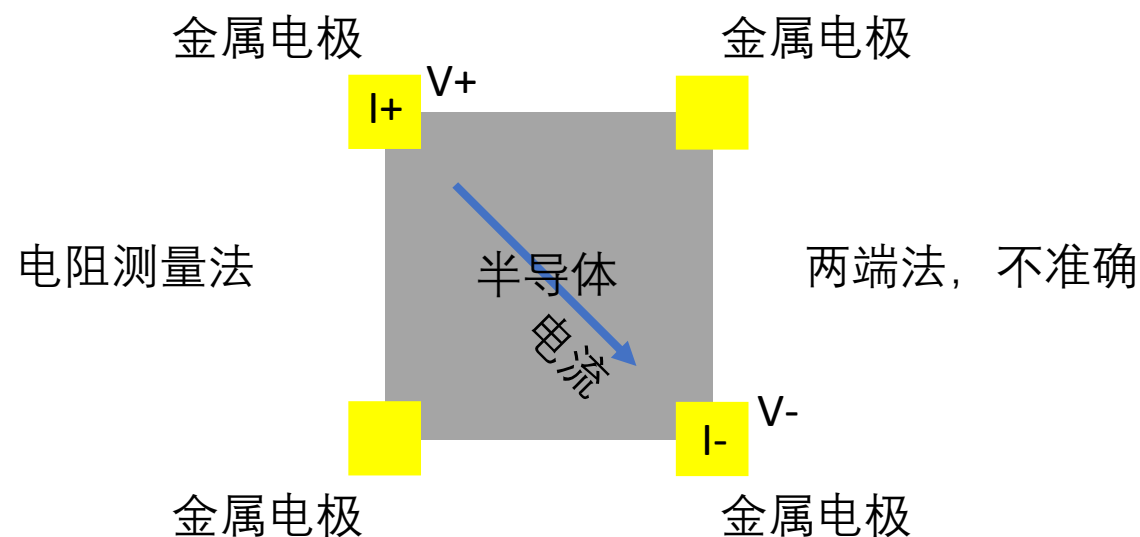
迁移率：实验测量

霍耳棒(Hall bar)测量法：同时测量电阻率和载流子浓度



迁移率：实验测量

范德坡(van der Pauw)测量法：同时测量电阻率和载流子浓度



习题

- 1.本征硅室温的载流子浓度约为 $n_i = 1 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ 。已知电子迁移率为 $1500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ，空穴迁移率为 $500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ，求它的电阻率。
- 2.在实验中发现一片硅，标明砷掺杂，电阻率为 $1-10 \text{ Ohm.cm}$ 。迁移率可查表。求载流子浓度。
- 3.砷化镓室温电子迁移率约为 $8000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ，空穴迁移率约为 $400 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ；电子有效质量约 $0.06m$ ，空穴有效质量约 $0.50m$ 。求两种载流子的平均自由时间。

习题

- 4.硅中掺杂了 $1e16 \text{ cm}^{-3}$ 的硼，300 K时迁移率约为 $500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ 。试估算其在200 K时的电阻率。注意判定200 K时是否还在饱和电离区。
- 5.硅的重空穴有效质量为 $m_{\text{ph}}^* = 0.53m$ ，轻空穴有效质量为 $m_{\text{pl}}^* = 0.16m$ 。假设两者室温下平均自由时间相同，为 $\tau_p = 150 \text{ fs}$ ，试推出硼掺杂的硅（饱和电离区）迁移率的表达式和数值。是否可以由此定义价带的电导有效质量？提示：请先计算轻重空穴各有多少。

习题

- 6. 有一硅基晶体管，可认为器件区（沟道）长宽厚各为100、20、20 nm。在开启后，沟道电子浓度为 $1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ，迁移率 $1000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ 。现在在长端（源漏）加上3 V电压，不考虑强场效应，求源漏电流。
- 7. 设电子、空穴迁移率不等。证明：对于非简并半导体，当 $n = n_i \sqrt{\mu_p / \mu_n}$ 、 $p = n_i \sqrt{\mu_n / \mu_p}$ 时，电导率最小，并求出它的表达式。

习题

- 8. 有一片未知半导体（ $100\text{ }\mu\text{m}$ 厚度），加上向右的电流 $I=1\text{ mA}$ 和垂直于纸面向里的磁场 $B=20\text{ Oe}$ 后，观察到上正下负的电电压 3.2 mV ，左正右负的电电压 2 V （长宽比 $2.5:1$ ）。求载流子迁移率。

