

Fundamental of Circuit Analysis

# 线性动态电路暂态过程复频域分析

Huarui Yin

中国科学技术大学  
电子工程与信息科学系  
Hefei, Anhui, 230027

# 主要内容简介

## ■ 拉普拉斯变换及其基本性质



# 主要内容简介

- 拉普拉斯变换及其基本性质
- 电路的复频域模型，包括基尔霍夫定律和元件复频域形式



# 主要内容简介

- 拉普拉斯变换及其基本性质
- 电路的复频域模型，包括基尔霍夫定律和元件复频域形式
- 复频域分析方法及网络函数

作业：

P 1 2 3 8 11 12 14 15 17 20 23 26 28 29 31

# 拉普拉斯变换

函数  $f(t)$  的定义域包含  $[0_-, 0_+]$  区间, 而且满足在某个邻域内收敛, 则定义**拉普拉斯变换**:

$$F(s) = \int_{0_-}^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

# 拉普拉斯变换

函数  $f(t)$  的定义域包含  $[0_-, 0_+]$  区间, 而且满足在某个邻域内收敛, 则定义**拉普拉斯变换**:

$$F(s) = \int_{0_-}^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

★ 基本概念: 象函数  $F(s)$ , 复频率  $s$ ,  $F(s)$  单位是  $f(t)$  单位  
× 时间

# 拉普拉斯变换

函数  $f(t)$  的定义域包含  $[0_-, 0_+]$  区间, 而且满足在某个邻域内收敛, 则定义**拉普拉斯变换**:

$$F(s) = \int_{0_-}^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

★ 基本概念: 象函数  $F(s)$ , 复频率  $s$ ,  $F(s)$  单位是  $f(t)$  单位  $\times$  时间

★ 拉普拉斯逆变换:

$$f(t) = L^{-1} \{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s)e^{st} ds$$

# 拉普拉斯变换

函数  $f(t)$  的定义域包含  $[0_-, 0_+]$  区间, 而且满足在某个邻域内收敛, 则定义**拉普拉斯变换**:

$$F(s) = \int_{0_-}^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

★ 基本概念: 象函数  $F(s)$ , 复频率  $s$ ,  $F(s)$  单位是  $f(t)$  单位  $\times$  时间

★ 拉普拉斯逆变换:

$$f(t) = L^{-1} \{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s)e^{st} ds$$

★  $f(t)$  称为原函数,  $F(s)$  和  $f(t)$  构成拉普拉斯变换对



# 拉普拉斯变换基本性质

## 基本拉普拉斯变换对

原函数 $f(t)(t \geq 0)$	像函数 $F(s)$	重要性
$\epsilon(t)$	$\frac{1}{s}$	✓
$e^{\alpha t}$	$\frac{1}{s-\alpha}$	✓
$\delta(t)$	1	✓

# 拉普拉斯变换基本性质

## 基本拉普拉斯变换对

原函数 $f(t)(t \geq 0)$	像函数 $F(s)$	重要性
$\epsilon(t)$	$\frac{1}{s}$	✓
$e^{\alpha t}$	$\frac{1}{s-\alpha}$	✓
$\delta(t)$	1	✓

## 常用拉普拉斯变换对

原函数	像函数	原函数	像函数
$t^n e^{-\alpha t} (n \in N)$	$\frac{n!}{(s+\alpha)^{n+1}}$	$\sin(\omega t + \phi)$	$\frac{s \sin \phi + \omega \cos \phi}{s^2 + \omega^2}$

# 拉普拉斯变换基本性质

## ★ 线性性质:

$$f_1(t) \leftrightarrow F_1(s), f_2(t) \leftrightarrow F_2(s), a, b \in C \\ \Rightarrow af_1(t) + bf_2(t) \leftrightarrow aF_1(s) + bF_2(s)$$

## ★ 微分性质:

$$f(t) \leftrightarrow F(s) \Rightarrow \frac{df(t)}{dt} \leftrightarrow sF(s) - f(0_-)$$

## ★ 积分性质:

$$f(t) \leftrightarrow F(s) \Rightarrow \int_{t=0_-}^{\infty} f(t)dt \leftrightarrow F(s)/s$$

## ★ 延迟性质:

$$f(t - t_0) \leftrightarrow e^{-st_0} F(s)$$

## ★ 位移性质:

$$e^{\alpha t} f(t) \leftrightarrow F(s - \alpha), [Re(s - \alpha) > 0]$$

# 拉普拉斯变换基本性质

★ 初值定理:  $f(0_+) = \lim_{t \rightarrow 0_+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$

★ 终值定理:  $f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

★ 卷积定理:  $f_1(t) * f_2(t) \leftrightarrow F_1(s)F_2(s)$

---

■  $A(1 - e^{-\alpha t}) \leftrightarrow \frac{A\alpha}{s(s+\alpha)}$

$t\epsilon(t) \leftrightarrow \int_{0_-}^t \epsilon(\xi)d\xi \leftrightarrow \frac{1}{s} \times L\{\epsilon(t)\} = \frac{1}{s^2}$

# 拉普拉斯逆变换

性质 任何一个集中参数电路的像函数  $F(s)$  均可以写成有理分式的形式:

$$F(s) = \frac{F_1(s)}{F_2(s)} = \frac{\sum_{k=0}^m b_k s^k}{\sum_{k=0}^n a_k s^k}$$

★  $n > m$ , 且  $F_2(s)$  仅仅有单根  $p_k, 1 \leq k \leq n$

$$\blacksquare F(s) = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{s-p_k}$$

$$A_k = \lim_{s \rightarrow p_k} F(s)(s-p_k) = \lim_{s \rightarrow p_k} \frac{F_1(s)(s-p_k)}{F_2(s)} = \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)}$$

$$f(t) = \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}$$

$$\blacksquare 1. F(s) = \frac{2s+1}{s^3+7s^2+10s}, \text{求 } f(t).$$

$$\blacksquare 2. F(s) = \frac{s+1}{s^3+2s^2+2s}, \text{求 } f(t).$$

# 拉普拉斯逆变换

★  $F_2(s) = 0$  含有重根

$$F_2(s) = \prod_{l=1}^L (s - p_l)^{k_l}, \sum_{l=1}^L k_l = n$$

$$F(s) = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^{k_l} \frac{A_{l,k}}{(s-p_l)^k}$$

$$A_{l,k} = \frac{1}{(k_l - k)!} \lim_{s \rightarrow p_l} \frac{d^k}{ds^{k_l - k}} \left[ \frac{F_1(s)}{F_2(s)} (s - p_l)^{k_l} \right], 1 \leq l \leq L, 1 \leq k \leq k_l$$

$$f(t) = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^{k_l} \frac{A_{l,k}}{(k_l - k - 1)!} t^{k_l - k - 1} e^{p_l t}$$

■  $F(s) = \frac{10s^2 + 4}{s(s+1)(s+2)^2}$ , 求  $f(t)$

# 复频域中的电路定律和电路模型

★ 基尔霍夫定律,**KCL**,**KVL** 依然成立, 线性性质

$$\begin{aligned}\sum i_k(t) = 0 &\rightarrow \sum I_k(s) = 0 \\ \sum u_k(t) = 0 &\rightarrow \sum U_k(s) = 0\end{aligned}$$

★ 复频域下元件电压和电流关系

★ 电阻元件:  $u = Ri \rightarrow U(s) = RI(s)$



# 复频域中的电路定律和电路模型

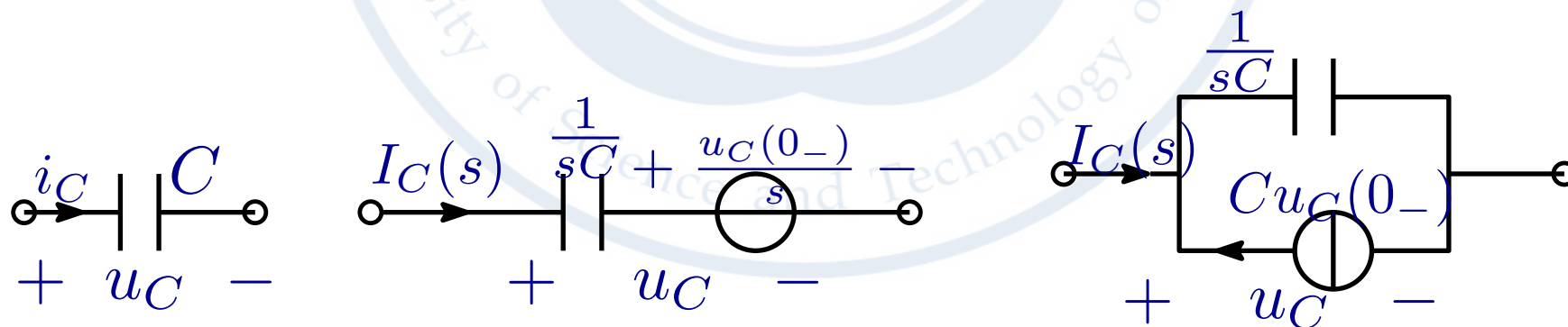
- ★ 基尔霍夫定律,**KCL**,**KVL** 依然成立, 线性性质

$$\sum i_k(t) = 0 \rightarrow \sum I_k(s) = 0$$
$$\sum u_k(t) = 0 \rightarrow \sum U_k(s) = 0$$

- ★ 复频域下元件电压和电流关系

- ★ 电阻元件:  $u = Ri \rightarrow U(s) = RI(s)$

- ★ 电容元件:  $i = C \frac{du_c}{dt} \rightarrow I(s) = CsU_c(s) - CU_c(0_-)$   
 $U_c(s) = \frac{I_C(s)}{sC} + \frac{u_C(0_-)}{s}$



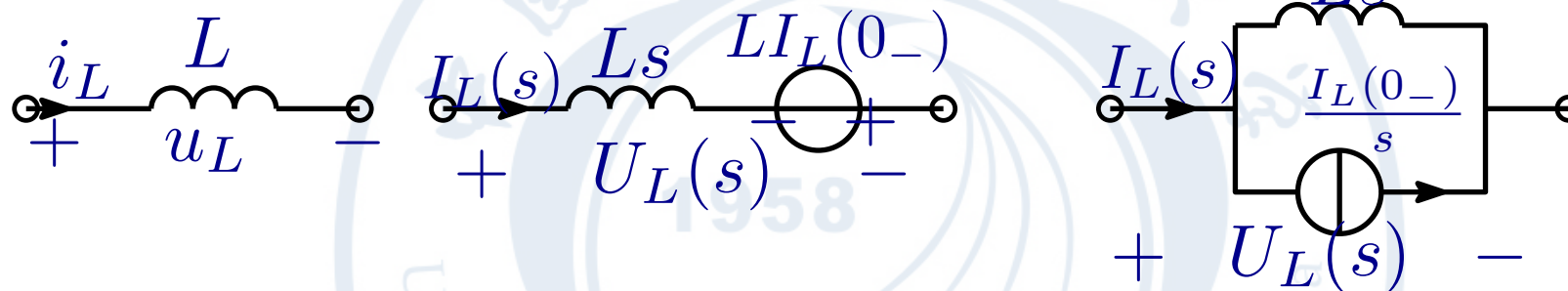


# 复频域电路中的电路定律和电路模型

## ★ 电感元件

$$u = L \frac{di}{dt} \rightarrow U_L(s) = L(sI_L(s) - I_L(0_-)) = LsI_L(s) - LI_L(0_-)$$

$$\rightarrow I_L(s) = \frac{U_L(s)}{Ls} + \frac{I_L(0_-)}{s}$$

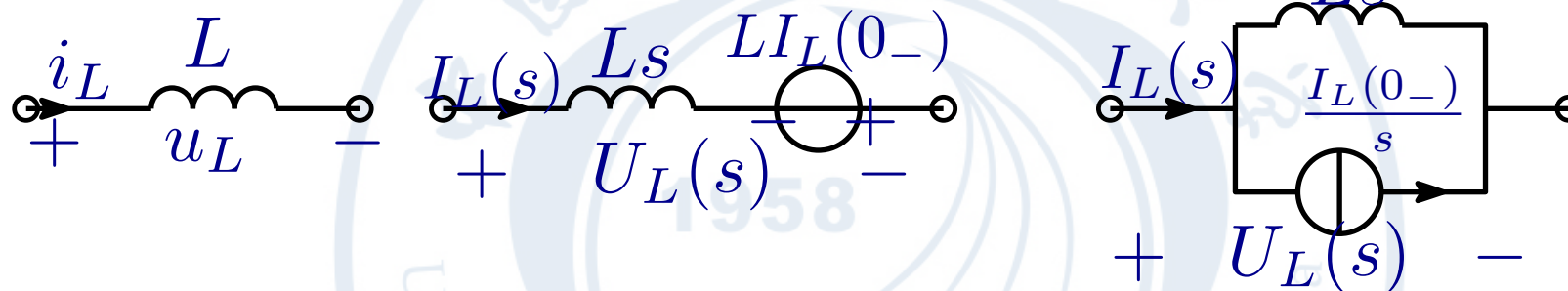


# 复频域电路中的电路定律和电路模型

## ★ 电感元件

$$u = L \frac{di}{dt} \rightarrow U_L(s) = L(sI_L(s) - I_L(0_-)) = LsI_L(s) - LI_L(0_-)$$

$$\rightarrow I_L(s) = \frac{U_L(s)}{Ls} + \frac{I_L(0_-)}{s}$$



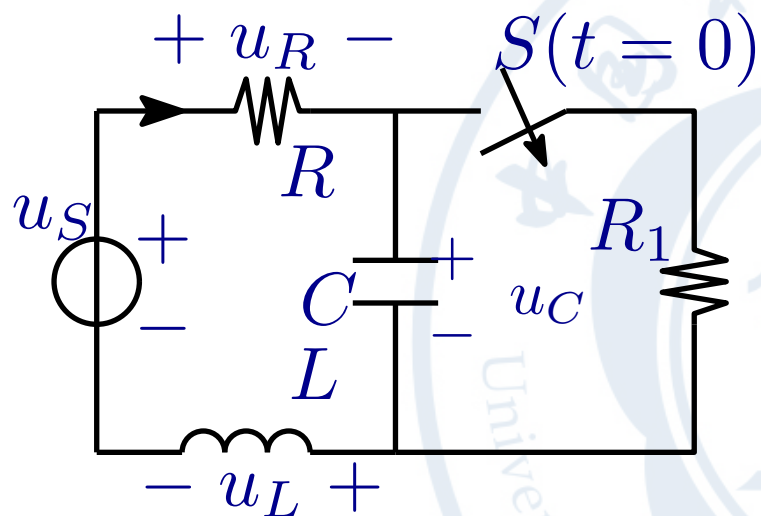
## ★ 互感元件:

$$\begin{aligned} u_1 &= L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 &= M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} U_1(s) &= sL_1I_1(s) + MI_2(s) - L_1I_1(0_-) - MI_2(0_-) \\ U_2(s) &= sMI_1(s) + sL_2I_2(s) - MI_1(0_-) - L_2I_2(0_-) \end{aligned}$$

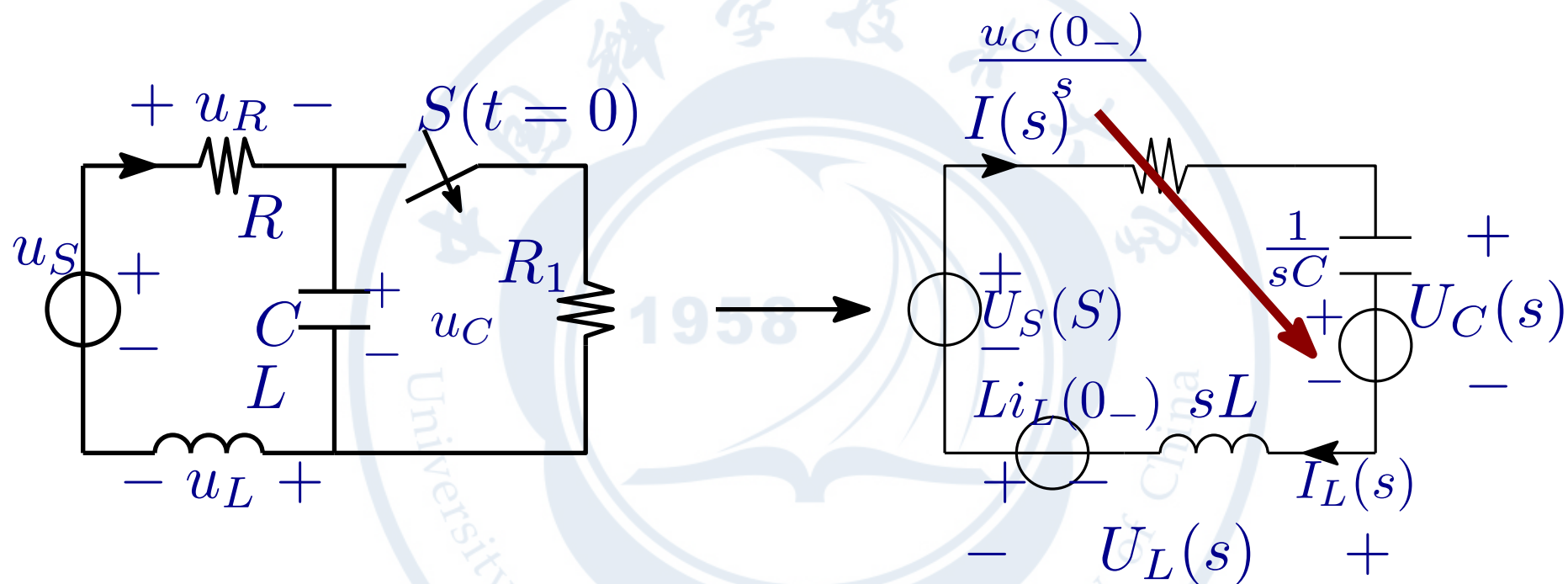
# 复频域中的电路定律和电路模型

■ **运算电路：** 电路中所有元件均采用复频域模型表示得到的电路模型



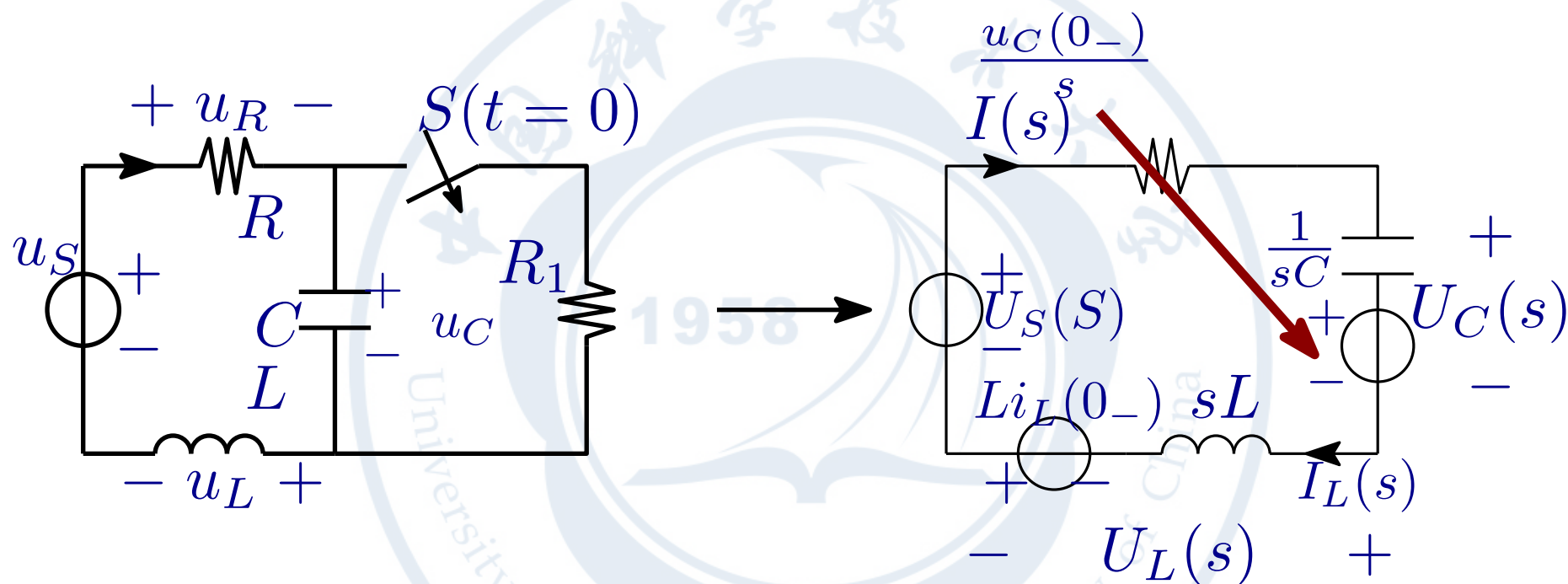
# 复频域中的电路定律和电路模型

■ **运算电路：** 电路中所有元件均采用复频域模型表示得到的电路模型



# 复频域中的电路定律和电路模型

■ **运算电路：** 电路中所有元件均采用复频域模型表示得到的电路模型



$$I(S) = \frac{U_S(s) + Li_L(0_-) - \frac{u_C(0_-)}{s}}{\boxed{R + sL + \frac{1}{Cs}}}$$

运算阻抗

# 线性动态电路暂态过程复频域分析

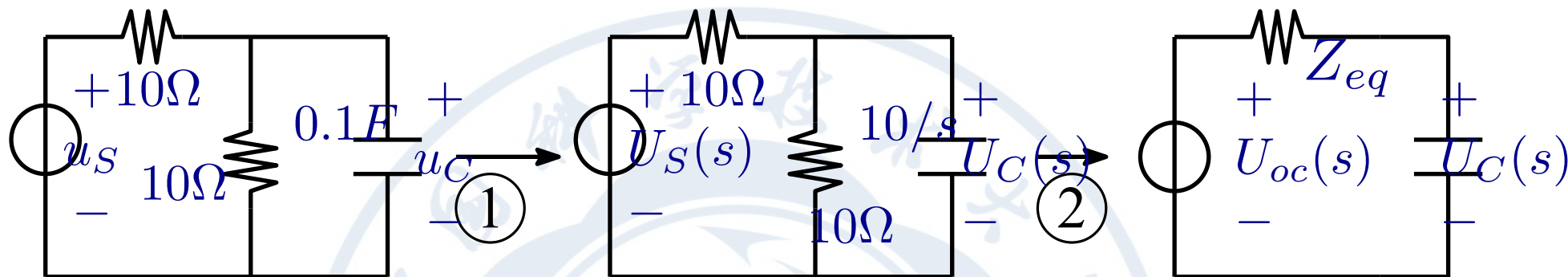
复频域表达形式下，基尔霍夫定律和元件的电压电流关系仍然保持线性代数方程（其中电路初始值使用附加电源进行表征）。理论上可以将直流电路求解的各种方法推广到复频域中的运算电路。

- ★ 计算电容初始值  $u_C(0_-)$  和电感初始值  $i_L(0_-)$ ，将激励源的时间域函数转换为象函数；
- ★ 画出换路后的运算电路电容电压初值和电感电流初值利用附加电源表示， $RLC$  元件用复频域阻抗表示，所有已知激励和待求量使用像函数表示；
- ★ 利用直流电路求解方法求解各个电路变量的像函数；
- ★ 将复频域的像函数还原为时间域函数。



# 电路复频域分析方法举例

$u_S(t) = 20e^{-t}\epsilon(t)$ , 电路为零状态, 求  $u_o$ .



★ 1. 将电路重写为运算电路

$$U_S(s) = \frac{20}{s+1} V, \text{ 电容映射为 } \frac{10}{s}$$

★ 2. 利用直流电路求解方法求解运算电路-戴维南定理

$$U_{oc}(s) = \frac{10\Omega \cdot U_S(s)}{10\Omega + 10\Omega} = \frac{10V}{s+1}, Z_{eq} = 5\Omega$$

$$U_C(s) = \frac{U_{oc}(s) \frac{10}{s}}{5 + \frac{10}{s}} = \frac{20}{(s+1)(s+2)} = \frac{A_1}{s+1} + \frac{A_2}{s+2}$$

# 电路复频域分析方法举例

$$U_C(s) = \frac{U_{oc}(s) \frac{10}{s}}{5 + \frac{10}{s}} = \frac{20}{(s+1)(s+2)} = \frac{A_1}{s+1} + \frac{A_2}{s+2}$$

$$A_1 = \lim_{s \rightarrow -1} U_C(s)(s+1) = 20V$$

$$A_2 = \lim_{s \rightarrow -2} U_C(s)(s+2) = -20V$$

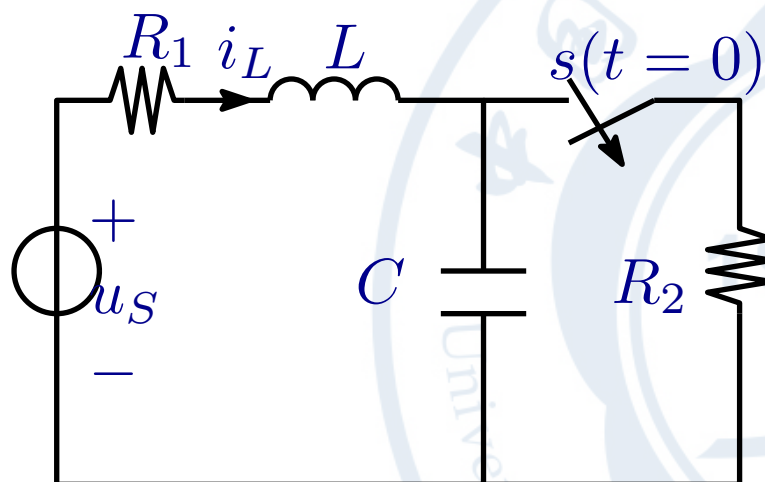
★ 3. 写出  $U_C(s)$  的原函数

$$u_C(t) = (20e^{-t} - 20e^{-2t}) \epsilon(t)V$$



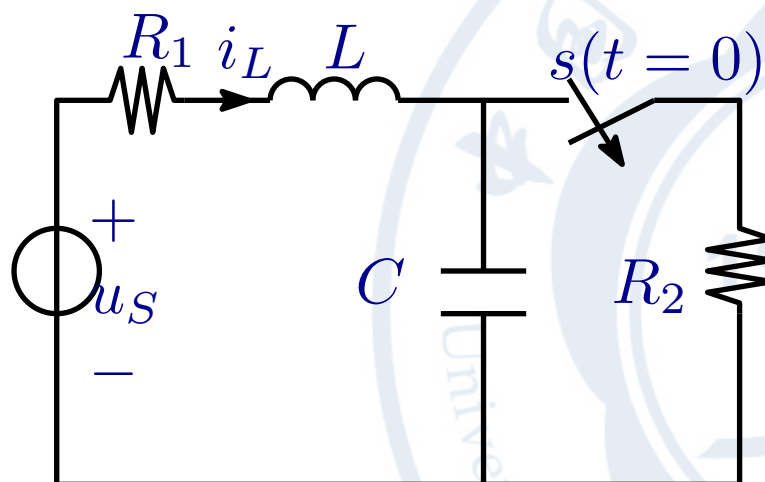
# 电路复频域分析方法举例

电路在  $t < 0$  稳态,  $t = 0$  开关断开。已知  $u_S = 30V$ ,  $R_1 = 25\Omega$ ,  $R_2 = 75\Omega$ ,  $L = 0.5H$ ,  $C = 5 \times 10^{-3}F$ , 求  $t > 0$  时的全响应  $u_L$  和  $u_C$



# 电路复频域分析方法举例

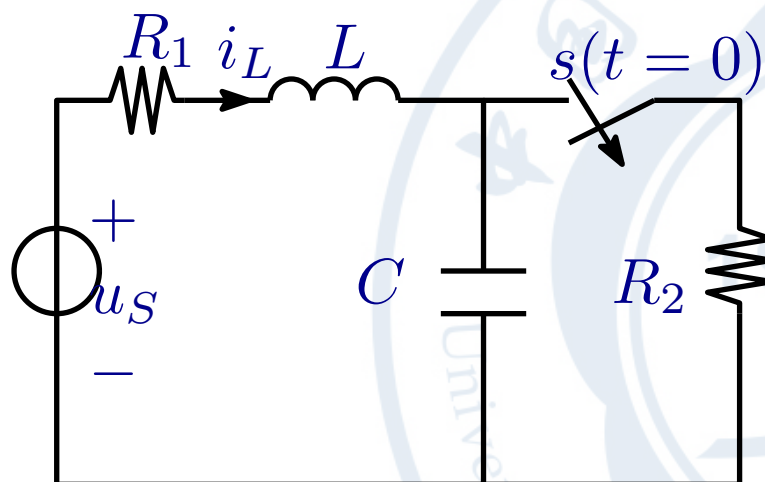
电路在  $t < 0$  稳态,  $t = 0$  开关断开。已知  $u_S = 30V$ ,  $R_1 = 25\Omega$ ,  $R_2 = 75\Omega$ ,  $L = 0.5H$ ,  $C = 5 \times 10^{-3}F$ , 求  $t > 0$  时的全响应  $u_L$  和  $u_C$



★ 1. 电路初值  $i_L(0_-) = 0.3A, u_C(0_-) = 22.5V$

# 电路复频域分析方法举例

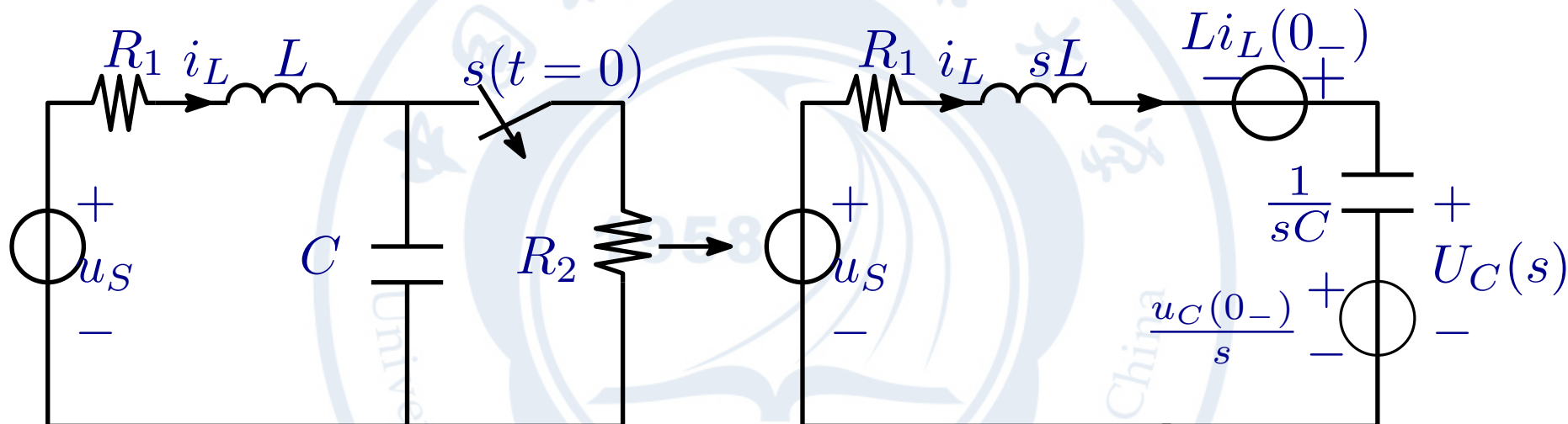
电路在  $t < 0$  稳态,  $t = 0$  开关断开。已知  $u_S = 30V$ ,  $R_1 = 25\Omega$ ,  $R_2 = 75\Omega$ ,  $L = 0.5H$ ,  $C = 5 \times 10^{-3}F$ , 求  $t > 0$  时的全响应  $u_L$  和  $u_C$



- ★ 1. 电路初值  $i_L(0_-) = 0.3A, u_C(0_-) = 22.5V$
- ★ 2. 映射为运算电路,  $U_S(s) = 30/sV$

# 电路复频域分析方法举例

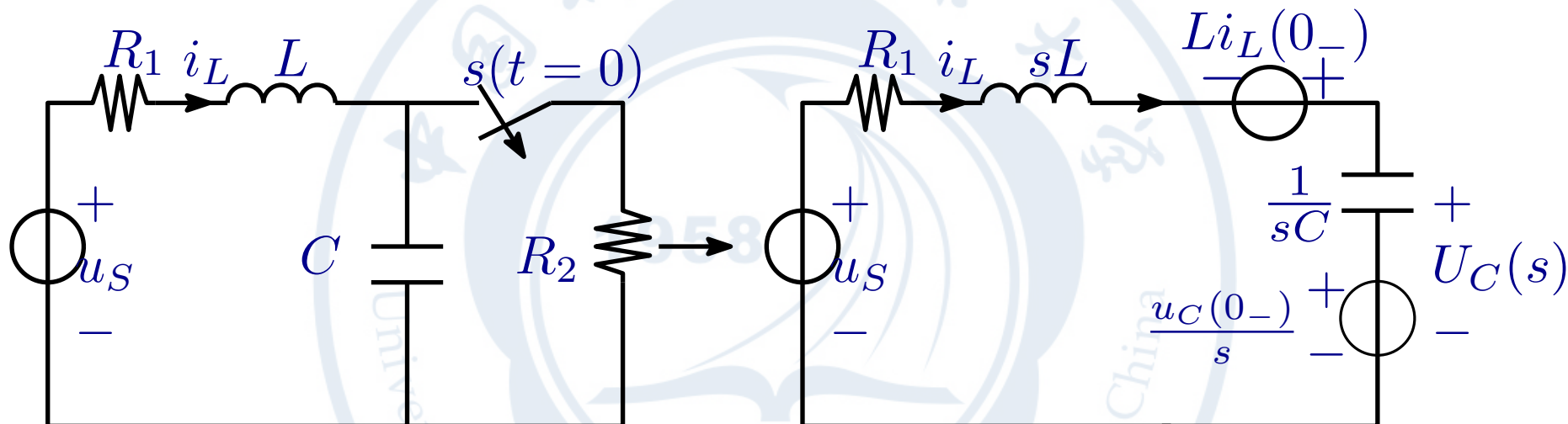
电路在  $t < 0$  稳态,  $t = 0$  开关断开。已知  $u_S = 30V$ ,  $R_1 = 25\Omega$ ,  $R_2 = 75\Omega$ ,  $L = 0.5H$ ,  $C = 5 \times 10^{-3}F$ , 求  $t > 0$  时的全响应  $u_L$  和  $u_C$



- ★ 1. 电路初值  $i_L(0_-) = 0.3A, u_C(0_-) = 22.5V$
- ★ 2. 映射为运算电路,  $U_S(s) = 30/sV$
- ★ 3. 按照直流分析方法求取  $I_L(s)$ , 进一步求取  $u_C(s), u_L(s)$   
$$U_L(s) = \frac{-60}{s^2 + 50s + 400}, U_C(s) = \frac{22.5s^2 + 1185s + 12000}{s(s^2 + 50s + 400)}$$

# 电路复频域分析方法举例

电路在  $t < 0$  稳态,  $t = 0$  开关断开。已知  $u_S = 30V$ ,  $R_1 = 25\Omega$ ,  $R_2 = 75\Omega$ ,  $L = 0.5H$ ,  $C = 5 \times 10^{-3}F$ , 求  $t > 0$  时的全响应  $u_L$  和  $u_C$



- ★ 1. 电路初值  $i_L(0_-) = 0.3A, u_C(0_-) = 22.5V$
- ★ 2. 映射为运算电路,  $U_S(s) = 30/sV$
- ★ 3. 按照直流分析方法求取  $I_L(s)$ , 进一步求取  $u_C(s), u_L(s)$   
$$U_L(s) = \frac{-60}{s^2 + 50s + 400}, U_C(s) = \frac{22.5s^2 + 1185s + 12000}{s(s^2 + 50s + 400)}$$

# 电路复频域分析方法举例

$$U_L(s) = \frac{-60}{s^2 + 50s + 400}, U_C(s) = \frac{22.5s^2 + 1185s + 12000}{s(s^2 + 50s + 400)}$$

★ 4. 根据像函数写出原函数  $u_C(t), i_L(t)$

$$u_L(t) = (-2e^{-10t} + 2e^{-40t})\epsilon(t)V$$

$$u_C(t) = (30 - 8e^{-10t} + 0.5e^{-40t})\epsilon(t)V$$

# 电路复频域分析方法举例

$$U_L(s) = \frac{-60}{s^2 + 50s + 400}, U_C(s) = \frac{22.5s^2 + 1185s + 12000}{s(s^2 + 50s + 400)}$$

★ 4. 根据像函数写出原函数  $u_C(t), i_L(t)$

$$u_L(t) = (-2e^{-10t} + 2e^{-40t})\epsilon(t)V$$

$$u_C(t) = (30 - 8e^{-10t} + 0.5e^{-40t})\epsilon(t)V$$

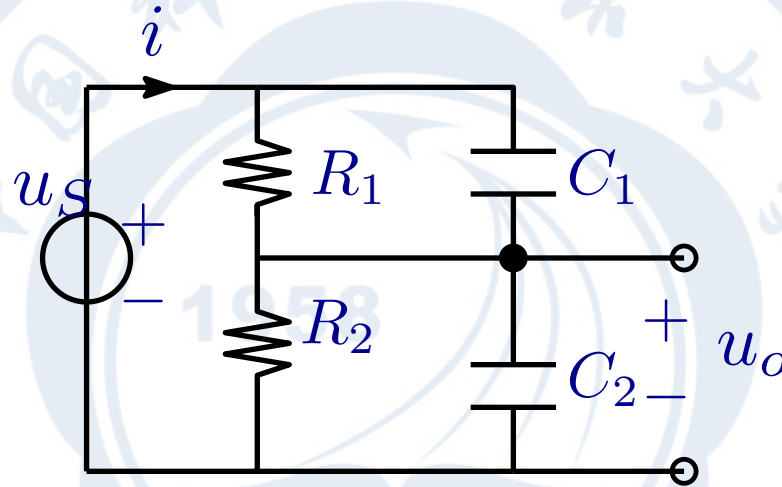
稳态响应

暂态响应, 自由响应



# 电路复频域分析方法举例

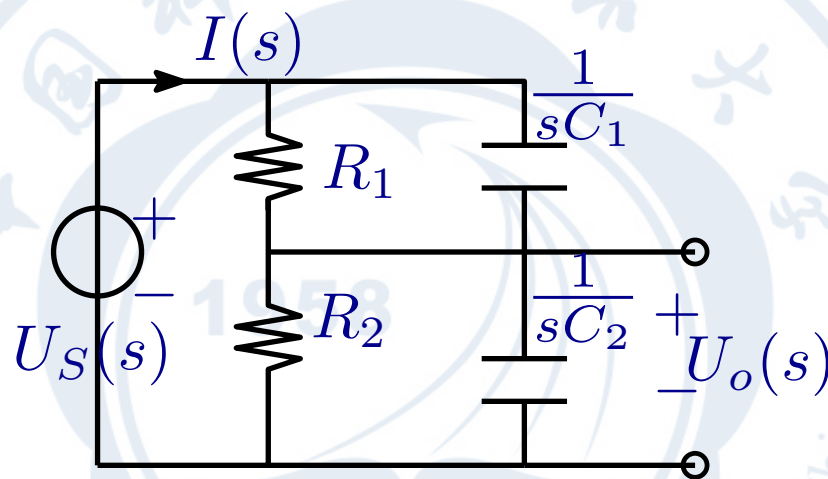
$R_1 = 9\Omega$ ,  $R_2 = 1\Omega$ ,  $C_1 = 1F$ ,  $C_2 = 4F$ , 外加电压  $u_S = 10\epsilon(t)V$ , 电路为零状态, 求电流  $i$  和电压  $u_o$





# 电路复频域分析方法举例

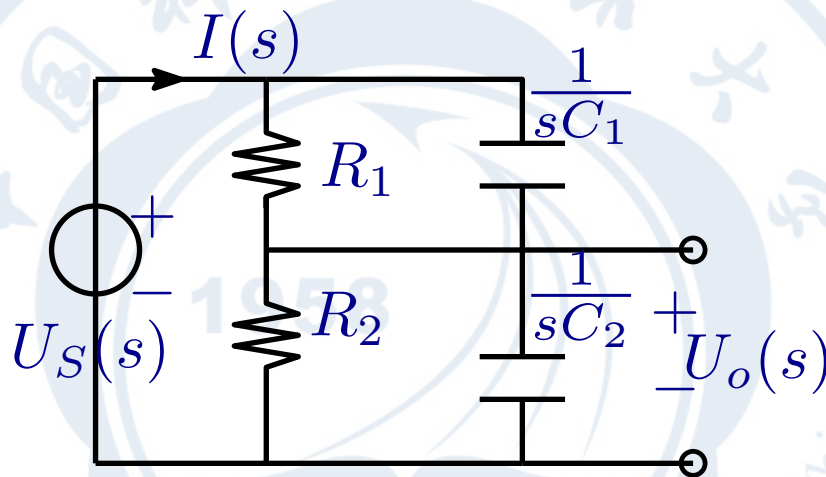
$R_1 = 9\Omega$ ,  $R_2 = 1\Omega$ ,  $C_1 = 1F$ ,  $C_2 = 4F$ , 外加电压  $u_S = 10\epsilon(t)V$ , 电路为零状态, 求电流  $i$  和电压  $u_o$



★ 1. 零状态响应无附加电源,  $U_S(s) = \frac{10}{s}V$ , 转化运算电路

# 电路复频域分析方法举例

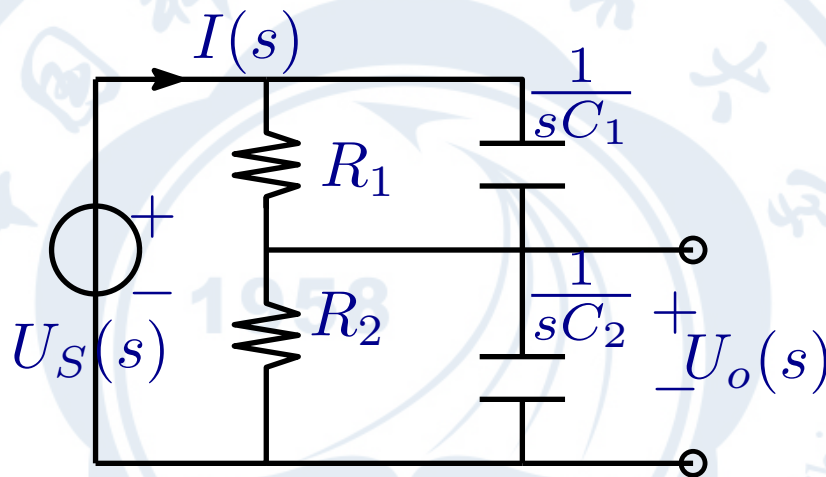
$R_1 = 9\Omega$ ,  $R_2 = 1\Omega$ ,  $C_1 = 1F$ ,  $C_2 = 4F$ , 外加电压  $u_S = 10\epsilon(t)V$ , 电路为零状态, 求电流  $i$  和电压  $u_o$



- ★ 1. 零状态响应无附加电源,  $U_S(s) = \frac{10}{s}V$ , 转化运算电路
  - ★ 2. 按照直流电路求解  $U_O(s), I(s)$
- $$I(s) = \frac{U_S(s)}{Z(s)} = 8C + \frac{1A}{s} + \frac{1/9A}{s+1/4.5}, U_o(s) = \frac{1V}{s} + \frac{1}{s+1/4.5}$$

# 电路复频域分析方法举例

$R_1 = 9\Omega$ ,  $R_2 = 1\Omega$ ,  $C_1 = 1F$ ,  $C_2 = 4F$ , 外加电压  $u_S = 10\epsilon(t)V$ , 电路为零状态, 求电流  $i$  和电压  $u_o$



★ 1. 零状态响应无附加电源,  $U_S(s) = \frac{10}{s}V$ , 转化运算电路

★ 2. 按照直流电路求解  $U_O(s), I(s)$

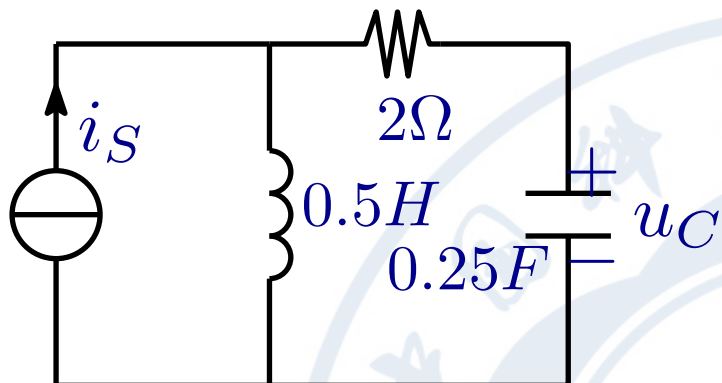
$$I(s) = \frac{U_S(s)}{Z(s)} = 8C + \frac{1A}{s} + \frac{1/9A}{s+1/4.5}, U_o(s) = \frac{1V}{s} + \frac{1}{s+1/4.5}$$

★ 3. 将像函数映射为原函数

$$i(t) = 8C \times \delta(t) + (1 + \frac{1}{9}e^{-\frac{2t}{9}})\epsilon(t)V, u_o(t) = (1 + e^{-\frac{2t}{9}})\epsilon(t)V$$

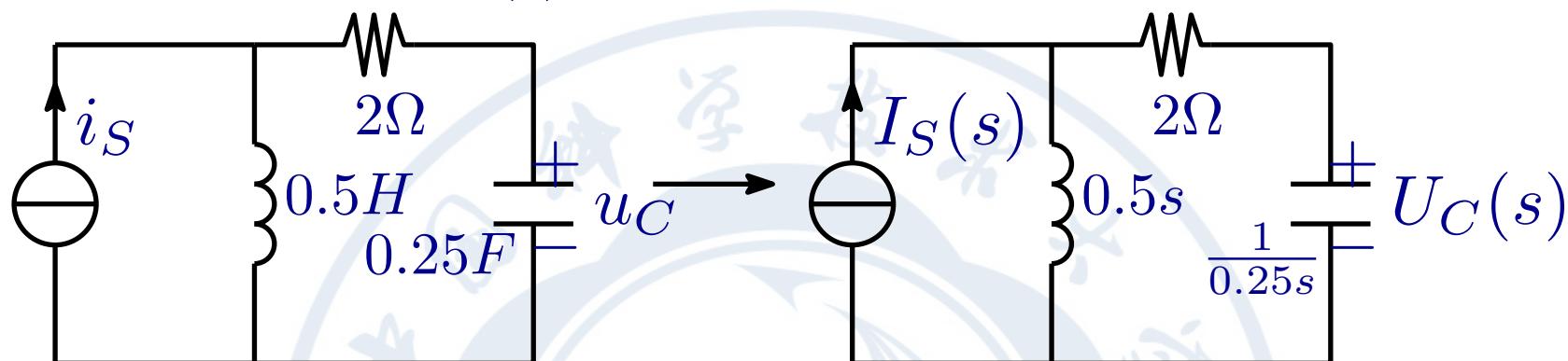
# 电路复频域分析方法举例

■ 已知  $i_S = 1C \times \delta(t)$ 。求冲激响应  $u_C$



# 电路复频域分析方法举例

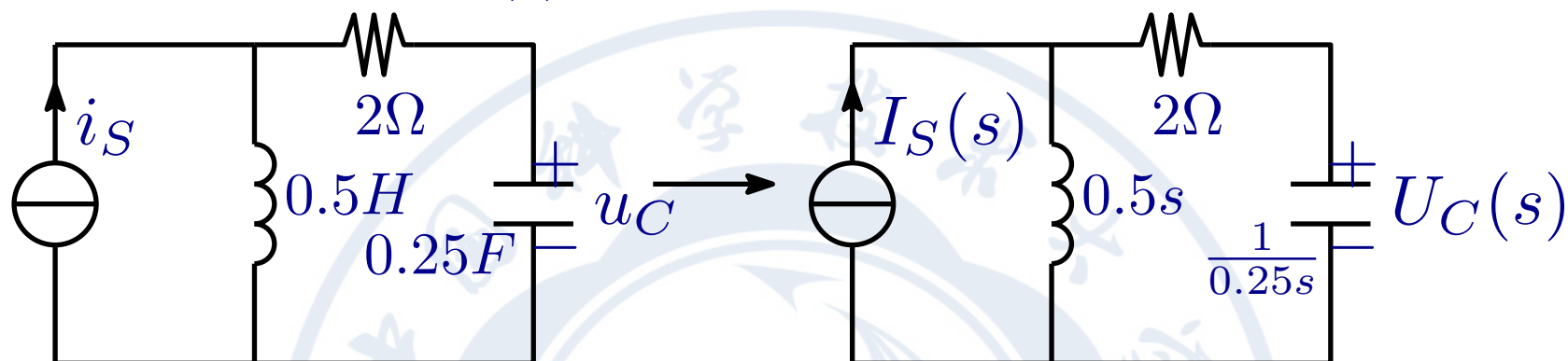
■ 已知  $i_S = 1C \times \delta(t)$ 。求冲激响应  $u_C$



★ 1. 冲激响应，零状态，无附加电源， $I_S(s) = 1As$

# 电路复频域分析方法举例

■ 已知  $i_S = 1C \times \delta(t)$ 。求冲激响应  $u_C$

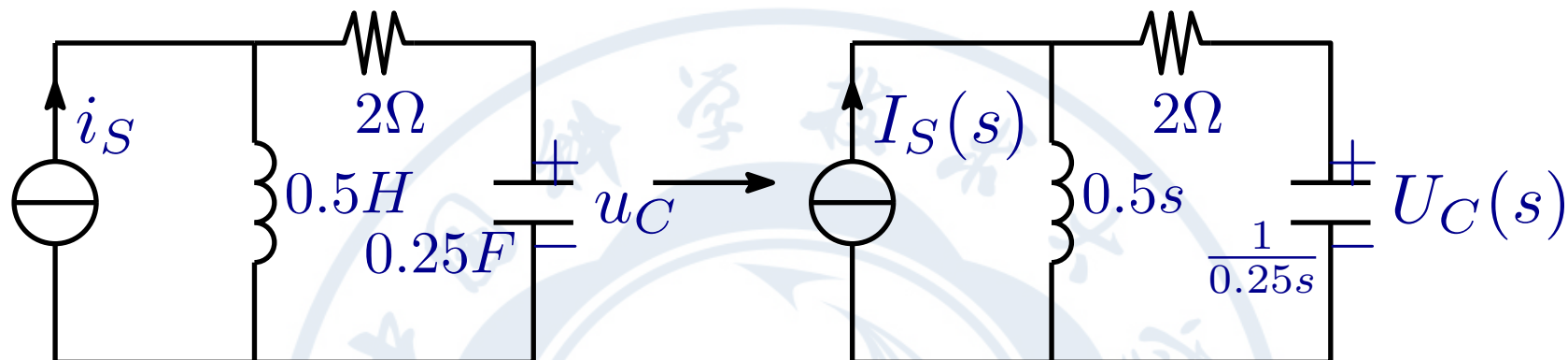


- ★ 1. 冲激响应，零状态，无附加电源， $I_S(s) = 1As$
- ★ 2. 利用直流分析方法分析运算电路得到  $U_C(s)$

$$U_C(s) = \frac{4s}{s^2 + 4s + 8} V$$

# 电路复频域分析方法举例

■ 已知  $i_S = 1C \times \delta(t)$ 。求冲激响应  $u_C$



★ 1. 冲激响应，零状态，无附加电源， $I_S(s) = 1As$

★ 2. 利用直流分析方法分析运算电路得到  $U_C(s)$

$$U_C(s) = \frac{4s}{s^2 + 4s + 8} V$$

★ 3. 计算原函数  $u_C(t)$ ，即为单位冲激响应

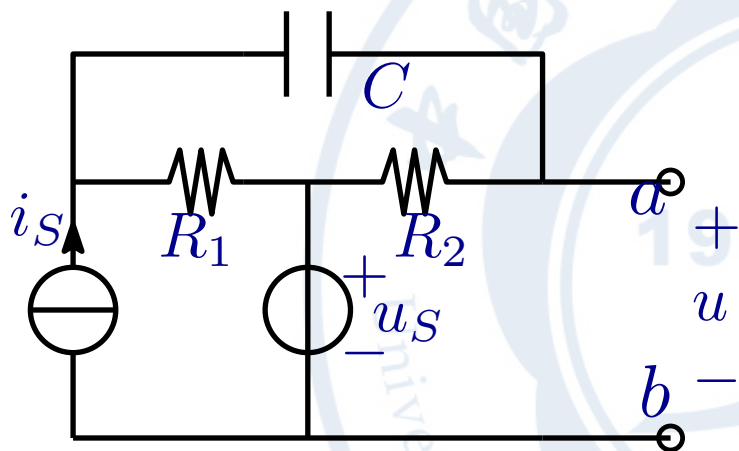
$$U_C(s) = 4\sqrt{2} \frac{(s+2) \cos 45^\circ - 2 \sin 45^\circ}{(s+2)^2 + 2^2}$$

$$\rightarrow u_C(t) = 4\sqrt{2} e^{-2t} \cos(2t + 45^\circ) V$$



# 电路复频域分析方法举例

$R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 1.5\Omega$ ,  $u_s, i_s$  为阶跃函数。  $R = 3\Omega$  时, 全响应  $i(t) = (2 + 2e^{-50t})\epsilon(t)A$ 。求  $a, b$  端接电感为  $L = 0.25H$ , 零状态, 求电压  $u_{ab}$



- ★ 1. 外接  $R = 3\Omega$  时自由分量为  $e^{-50t}\epsilon(t)$ , 于是  $\tau = 0.02s$
- ★ 2.  $\tau = (R_1 + R_2 // R_3)C = 0.02s \rightarrow C = 0.01F$
- ★ 3. 按照规定动作继续求解即可



# 复频域下的电路定理

定理项目	成立条件	暂态复频域
置换定理	电路唯一解	✓
线性叠加定理	线性代数方程可描述	附加电源
特勒根定理	$KCL, KVL$	✓
戴维南定理	线性代数方程可描述	附加电源
诺顿定理	线性代数方程可描述	附加电源
互易定理	元件皆为电阻	$L, C$ 必须初值为 0

# 网络函数

**网络函数**：单个激励源  $x(t)$  作用于**线性零状态网络**，以某支路电流或者某两点电压为响应  $y(t)$ ，对应的象函数的比值。

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$



# 网络函数

**网络函数**：单个激励源  $x(t)$  作用于**线性零状态网络**，以某支路电流或者某两点电压为响应  $y(t)$ ，对应的象函数的比值。

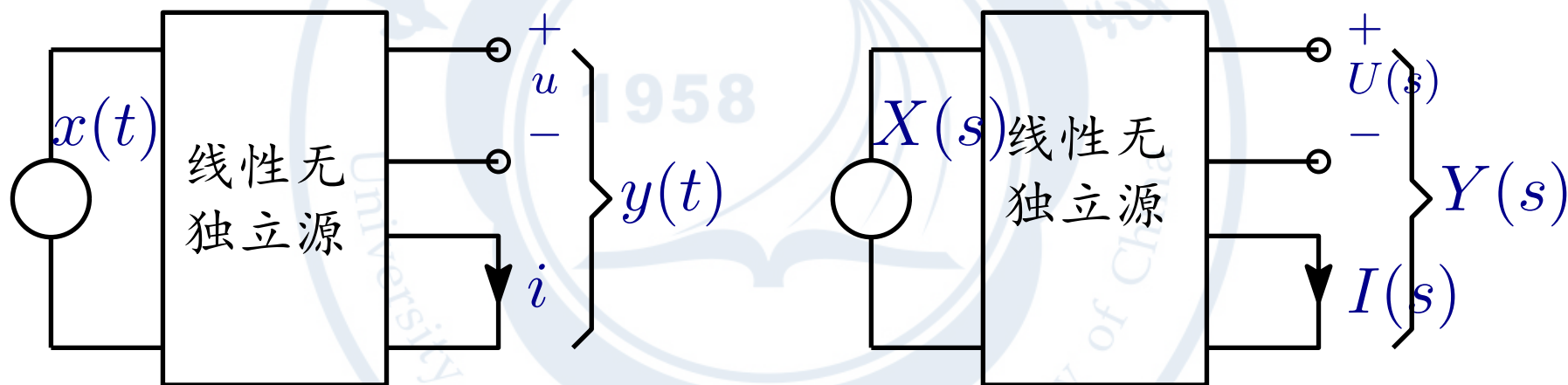
$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$



# 网络函数

**网络函数：**单个激励源  $x(t)$  作用于**线性零状态网络**，以某支路电流或者某两点电压为响应  $y(t)$ ，对应的象函数的比值。

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$



$$h(t) \xleftrightarrow{L} H(s)$$

# 网络函数

## ★ 线性零状态系统的响应与输入关系

$$Y(s) = H(s) \times X(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \times \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{F_1(s)}{F_2(s)}$$

# 网络函数

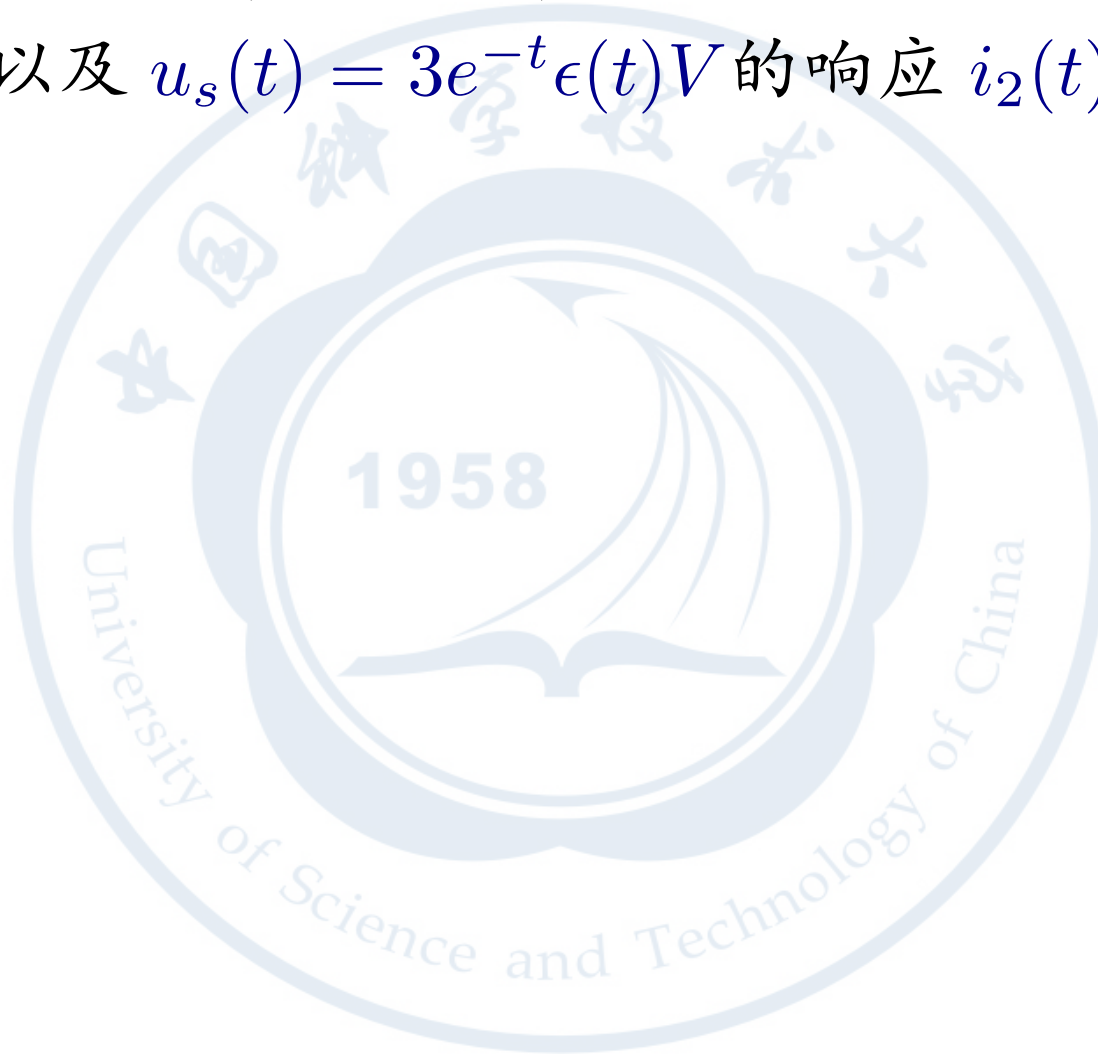
## ★ 线性零状态系统的响应与输入关系

$$Y(s) = H(s) \times X(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \times \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{F_1(s)}{F_2(s)}$$

- ◇  $Q(s)$  激励极点, 该部分对应的极点由激励源决定, 对应**强制响应**
- ◇  $P(s)$  系统网络函数极点, 该部分对应的极点由电路自己决定, 对应**自由响应**或者**暂态响应**

# 网络函数

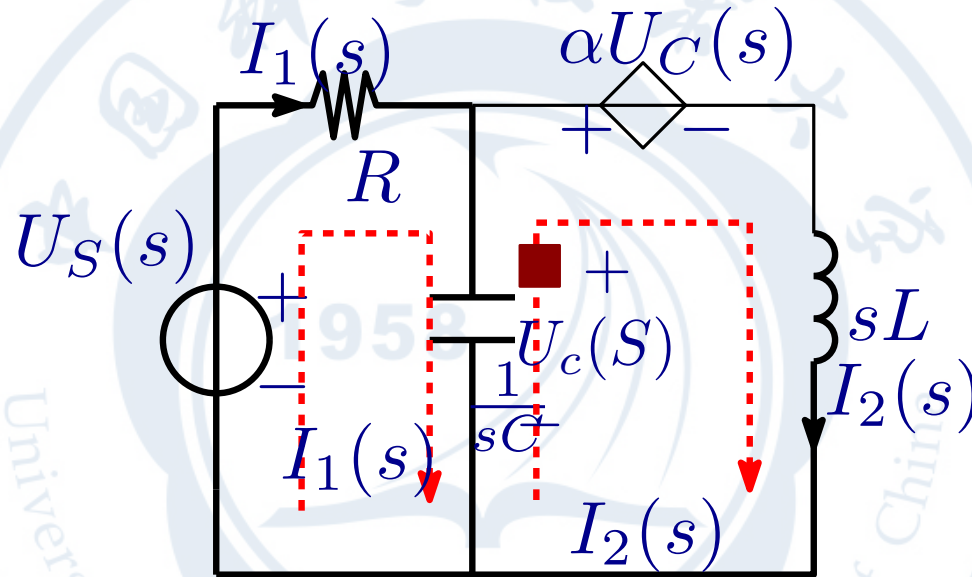
$R = 0.25\Omega$ ,  $L = 1H$ ,  $C = 1F$ ,  $\alpha = 0.25$ 。求  $H(s) = \frac{I_2(s)}{U_S(s)}$  及对应的  $h(t)$  以及  $u_s(t) = 3e^{-t}\epsilon(t)V$  的响应  $i_2(t)$





# 网络函数

$R = 0.25\Omega$ ,  $L = 1H$ ,  $C = 1F$ ,  $\alpha = 0.25$ 。求  $H(s) = \frac{I_2(s)}{U_S(s)}$  及对应的  $h(t)$  以及  $u_s(t) = 3e^{-t}\epsilon(t)V$  的响应  $i_2(t)$



■ 回路电流方程:

$$\begin{bmatrix} R + \frac{1}{sC} & -\frac{1}{sC} \\ -\frac{1}{sC} & sL + \frac{1}{sC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_S(s) \\ \alpha(I_1(s) - I_2(s))/sC \end{bmatrix}$$

$$\diamond H(s) = \frac{I_2(s)}{U_S(s)} = \frac{1.5}{s^2 + 2s + 0.75}, \dots\dots\dots$$

# 网络函数极点位置与单位冲激特性

$$H(s) = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{s-p_k}$$
$$\alpha_k = \operatorname{Re}[p_k], \beta_k = \operatorname{Im}[p_k]$$

位置	对应响应	大体描述
$p_k = 0$	$h_k(t) = \epsilon(t)$	阶跃信号
$\alpha_k < 0, \beta_k = 0$	$h_k(t) = A_k e^{\alpha_k t}$	指数规律衰减
$\alpha_k > 0, \beta_k = 0$	$h_k(t) = A_k e^{\alpha_k t}$	指数规律增长
$\alpha_k = 0$	$h_k(t) = A_k \cos(\beta_k t + \phi_k)$	恒包络自由震荡
$\alpha_k < 0, \beta_k \neq 0$	$h_k(t) = 2 A_k  e^{\alpha_k t} \cos(\beta_k t + \phi_k)$	衰减自由震荡
$\alpha_k > 0, \beta_k \neq 0$	$h_k(t) = 2 A_k  e^{\alpha_k t} \cos(\beta_k t + \phi_k)$	增长自由震荡

# 复频率网络函数与复数网络函数的关系

$$H(j\omega) = H(s)|_{s=j\omega}$$

- ★ 复频率网络函数在虚轴的结果即为复数网络函数
- ★ 复数网络函数将推广到  $s = j\omega$  到复平面