

第2章

2024春

第2章 ZT及离散时间系统分析

- 2.1 从理想采样信号的LT引出Z变换 ✓
- 2.2 Z变换的收敛域、性质、逆Z变换（不讲解）
- 2.3 离散时间系统的转移函数 ✓ （略）
- 2.4 离散时间系统的频率响应 ✓ （略）
- 2.5 离散时间系统的极零分析 ✓ （略）
- 2.6 IIR系统的信号流图与结构 ✓ （略）

2.1 从理想采样信号的LT引出Z变换

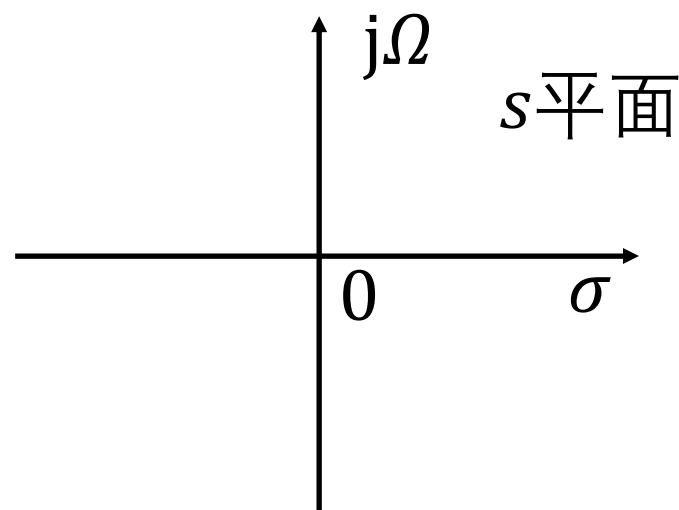
时域: $x(t)$

复频域: $X(s) = \mathcal{L}[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-st} dt$

 Laplace 变换

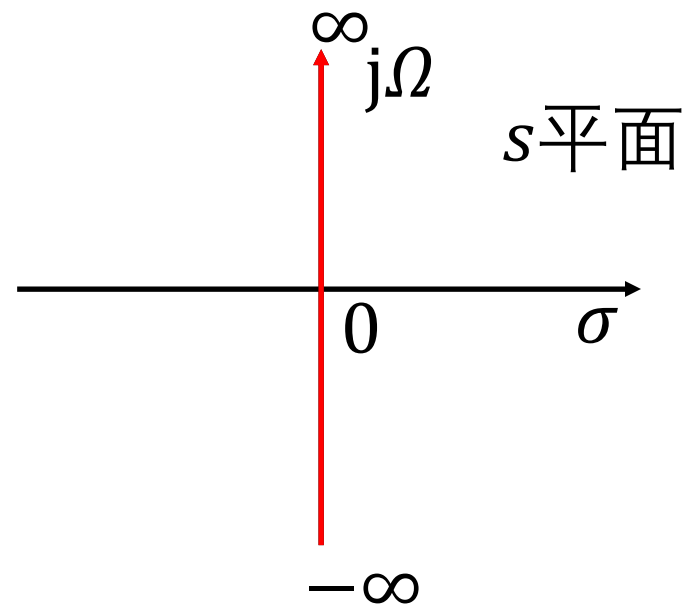
$$s = \sigma + j\Omega$$

$$\Omega = 2\pi f$$



因为 $s = \sigma + j\Omega$

所以 $\sigma = 0 \quad \Rightarrow \quad s = j\Omega$



频域:

$$X(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\Omega t} dt$$



Fourier 变换

傅里叶变换是s仅在虚轴上取值的拉普拉斯变换。

对离散信号，可否做拉普拉斯变换？


$$x(n) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$

$$= \sum_n x(nT_s) \delta(t - nT_s)$$

$x_s(t)$ 理想采样信号


$x_s(nT_s)$ 样本

$x(n)$ 序列


$$\mathcal{L}[x(n)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(n) e^{-st} dt$$

$$= \sum_n x(nT_s) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) e^{-st} dt$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) e^{-snT_s} = X(e^{sT_s}) = X(z)$$

令 $z = e^{sT_s}$ 

则： $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$ \longleftrightarrow 离散信号的
z变换

掌握序列z变换的重要性质，包括反变换的公式

拉普拉斯变换 \longleftrightarrow 对应连续信号
 z 变换 \longleftrightarrow 对应离散信号

} 关系 ?

$$z = re^{j\omega} = e^{sT_s} = e^{(\sigma + j\Omega)T_s} = e^{\sigma T_s} \cdot e^{j\Omega T_s}$$

$$re^{j\omega} = e^{\sigma T_s} \cdot e^{j\Omega T_s}$$

得到：

$$\begin{aligned} r &= e^{\sigma T_s} \\ \omega &= \Omega T_s \end{aligned} \longleftrightarrow s \text{ 与 } z$$

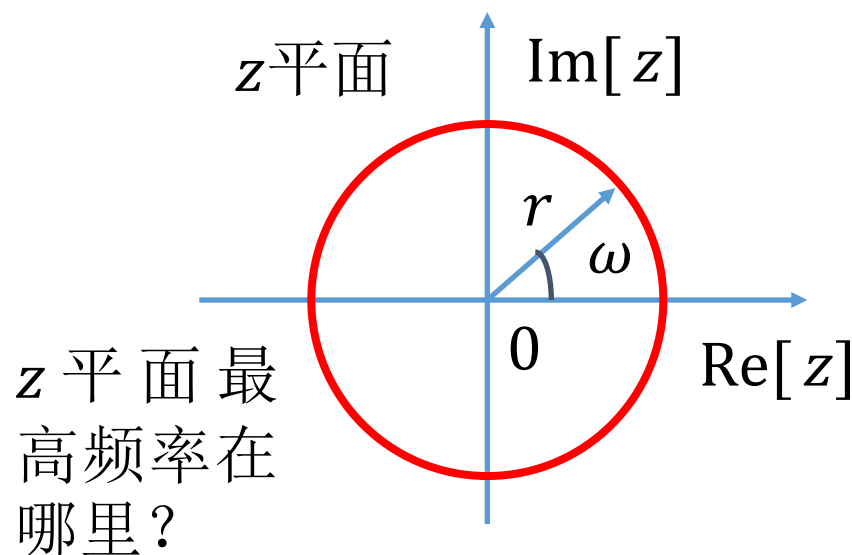
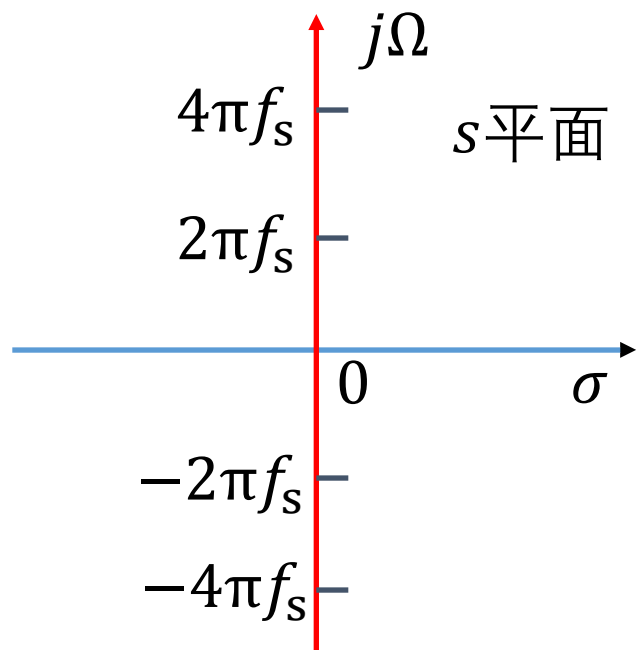
若令 $\sigma = 0$ ，则 $s = j\Omega$ ； $z = e^{j\Omega T_s}$ ， $r = 1$

直角坐标与极坐标； 虚轴与单位圆； 左半平面与圆内；
右半平面与圆外； 多次影射

$$\omega = \Omega T_s = 2\pi f / f_s$$

$$\left. \begin{array}{l} \Omega: 0 \rightarrow 2\pi f_s \\ 0 \rightarrow \Omega_s \\ \Omega_s \rightarrow 2\Omega_s \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega: 0 \rightarrow 2\pi \\ 0 \rightarrow 2\pi \\ 2\pi \rightarrow 4\pi \end{array} \right\}$$

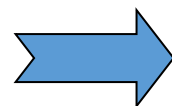


进而，离散信号，做傅里叶变换

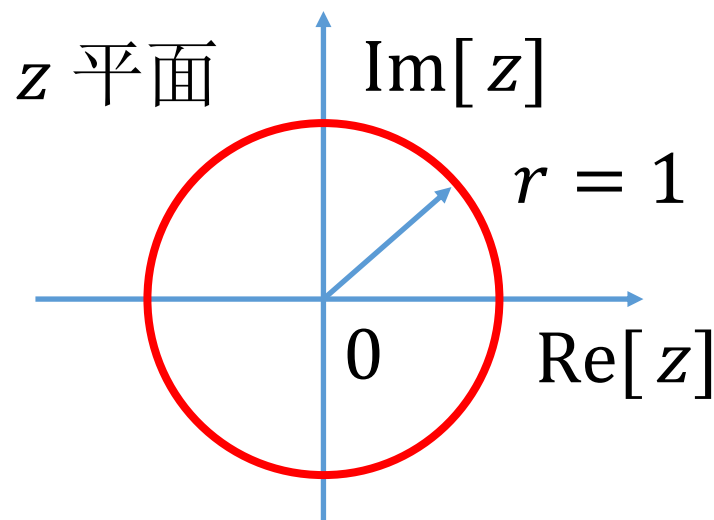
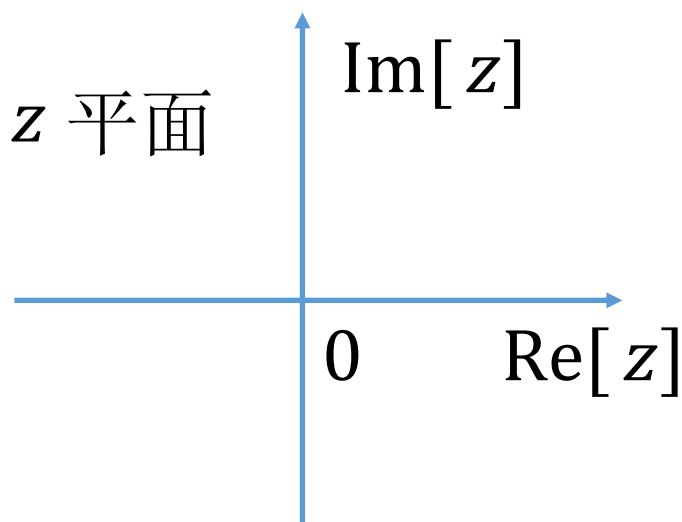
$$z = re^{j\omega}, \text{若 } r = 1, \text{则 } re^{j\omega}|_{r=1} = e^{j\omega}$$

$$\omega = \Omega T_s = 2\pi f / f_s$$

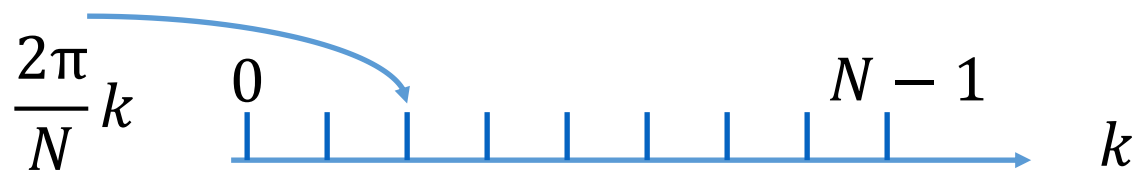
$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n}$$



离散时间序列的
傅里叶变换DTFT:
单位圆上 z 变换



频率轴定标



2.2 ZT的收敛域、性质、逆ZT

$$\begin{aligned} X(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [x(n)r^{-n}]e^{-j\omega n} \\ z = re^{j\omega} \big|_{r=1}: \quad X(e^{j\omega}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\sum_{n=-\infty}^{\infty}} \right\} \text{幂级数}$$

$$X(z) < \infty \quad : \text{级数收敛}$$

条件：除 $x(n)$ 外，还取决于 r 的取值

Note: r 是 z 的模，所以 ROC 具有“圆”，或“环”的形状

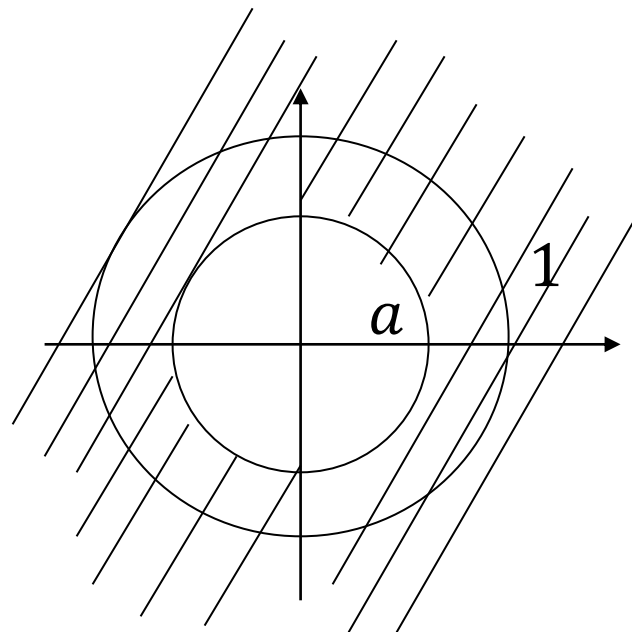
例1: $x(n) = a^n u(n)$

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} (az^{-1})^n$$

if $|az^{-1}| < 1$, that is $|z| > |a|$ ROC

then
$$X(z) = \frac{1}{1 - az^{-1}}$$

$$X(z) = \frac{z}{z - a}$$



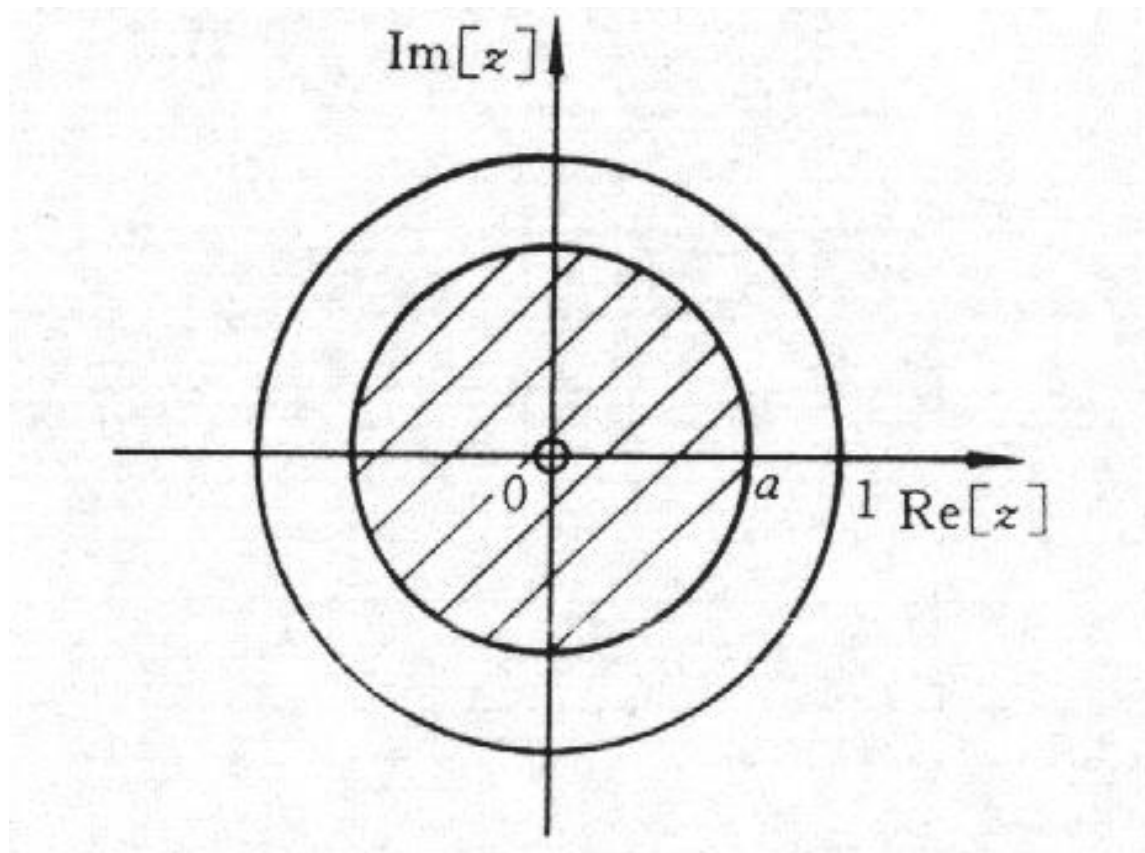
例2: $x(n) = -a^n u(-n - 1)$

$$u(-n - 1) = \begin{cases} 1 & n = -1, \dots, -\infty \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} X(z) &= - \sum_{n=-\infty}^{-1} a^n z^{-n} = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} (a^{-1} z)^n \\ &= 1 - \frac{1}{1 - a^{-1} z} = \frac{z}{z - a} \end{aligned}$$

$$\text{ROC: } |a^{-1} z| < 1, \quad |z| < |a|$$

ROC: $|z| < |a|$



注意

$$x(n) = a^n u(n)$$

$$X(z) = \frac{z}{z - a}$$

$$|z| > |a|$$

$$x(n) = -a^n u(-n - 1)$$

$$X(z) = \frac{z}{z - a}$$

$$|z| < |a|$$

$$1. \quad x(n) : n = N_1 \sim N_2 \quad N_1 > 0, N_2 > 0, N_2 > N_1$$

右边有限长序列

$$X(z) = \sum_{n=N_1}^{N_2} x(n)z^{-n} = x(N_1) \frac{1}{z^{N_1}} + \cdots + x(N_2) \frac{1}{z^{N_2}}$$

$$\text{ROC: } |z| > 0, \quad z \neq 0$$

$$2. \quad x(n) : n = N_1 \sim N_2 \quad N_1 < 0, N_2 > 0$$

双边有限长序列

$$\text{ROC: } 0 < |z| < \infty$$

$$z \neq 0, \quad z \neq \infty$$

3. $x(n) : n = N_1 \rightarrow \infty$

右边无限长序列

ROC: $|z| > R_1$

4. $x(n) : n = -\infty \rightarrow N_1$

左边无限长序列

ROC: $|z| < R_2$

5. $x(n) : n = -\infty \rightarrow \infty$

双边无限长序列

ROC: $R_1 < |z| < R_2$

思考：什么信号的z变换的收敛域是整个z平面？

Z变换的性质

1. 线性

$$\begin{aligned} \alpha x_1(n) + \beta x_2(n) \\ \Leftrightarrow \alpha X_1(z) + \beta X_2(z) \end{aligned}$$

如何求

$$x(n) = r^n \cos \omega n \Rightarrow X(z)$$



$$x(n) = \frac{r^n}{2} [e^{j\omega n} + e^{-j\omega n}]$$

2. 移位

(1) 双边Z变换

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

$$x(n - k) \Leftrightarrow z^{-k} X(z)$$

$$x(n + k) \Leftrightarrow z^k X(z)$$

$$x(n - 1) \Leftrightarrow z^{-1} X(z)$$

z^{-1} 表示
单位延迟

(2) 单边Z变换

$$X^+(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

$$x(n-k) \Leftrightarrow z^{-k} \left[X^+(z) + \sum_{n=-k}^{-1} x(n)z^{-n} \right]$$

$x(n)$ 仍为双边序列

$$x(n+k) \Leftrightarrow z^{-k} \left[X^+(z) - \sum_{n=0}^{k-1} x(n)z^{-n} \right]$$

单边Z变换的好处：自动引入...，便于求解系统的...，便于分析系统的...。

(3) $x(n)$ 为因果序列, 则

$$X^+(z) = X(z)$$

因果序列的双边Z变换
和其单边 Z 变换相同

$$x(n-k) \Leftrightarrow z^{-k} \left[X^+(z) + \sum_{n=-k}^{-1} x(n)z^{-n} \right] = z^{-k} X(z)$$

$$x(n+k) \Leftrightarrow z^{-k} \left[X(z) - \sum_{n=0}^{k-1} x(n)z^{-n} \right]$$

3. 卷积

$$\begin{array}{ccccc}
 y(n) & = & x(n) * h(n) & = & \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \\
 \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\
 Y(z) & & X(z) & & H(z)
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 Y(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n)z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \right] z^{-n} \\
 &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n-k)z^{-n} \\
 &= \sum_k x(k)z^{-k} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n-k)z^{-(n-k)} \\
 &= X(z) \cdot H(z)
 \end{aligned}$$

逆Z变换

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n}$$


$$\oint_c X(z)z^{m-1}dz = \oint_c \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n} z^{m-1}dz$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} x(n) \oint_c z^{m-n-1}dz$$

$$= \sum_n x(n) \int_{-\pi}^{\pi} r^{m-n-1} e^{j(m-n-1)\omega} dz$$

$$= \sum_n x(n) r^{m-n} \cdot j \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(m-n)\omega} d\omega$$

$$z = re^{j\omega}$$

$$dz = rje^{j\omega} d\omega$$


$$\oint_c X(z) z^{m-1} dz = \sum_n x(n) r^{m-n} \cdot j \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(m-n)\omega} d\omega$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{j(m-n)\omega} d\omega = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ 2\pi & m = n \end{cases}$$

$$x(n) = \frac{1}{j2\pi} \oint_c X(z) z^{n-1} dz$$



Z逆变换的基本公式

1. 长除法

$$X(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = x_0 + x_1 z^{-1} + \cdots + x_n z^{-n}$$

2. 部分分式法

$$X(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{A}{z-a} + \frac{B}{z-b} + \cdots + \frac{C_1}{(z-c)} + \frac{C_2}{(z-c)^2}$$

3. 留数法

$$x(n) = \text{Res}[X(z) \cdot z^{n-1}]$$

熟练掌握部分分式法!

2.3 离散时间系统的转移函数

$$x(n) \Rightarrow \boxed{h(n)} \Rightarrow y(n)$$

1.
$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)$$

2.
$$y(n) + \sum_{k=1}^N a_k y(n-k) = \sum_{r=0}^M b_r x(n-r)$$

3.
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

由ZT时域卷积性质得到



$$4. \quad H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)z^{-n}$$

←直接定义
可由特征函数 z^n 得到

$$5. \quad H(z) = \frac{\sum_{r=0}^M b_r z^{-r}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} = \frac{B(z)}{A(z)}$$

←LTI DTS
由差分方程ZT得到
关于 z^{-1} 的有理多项式之比

系统的 $H(z)$ 、差分方程、单位脉冲响应；IIR系统， $A(z) \neq 1$

IIR系统存在稳定性问题。G.729语音编码中按帧处理，声道模型为全极点IIR模型，系统要稳定。

作业题：3阶FIR格形结构的逆系统就是全极点IIR，反射系数绝对值小于1则系统稳定。

$$6. \quad H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)e^{-j\omega n} = H(z)|_{z=e^{j\omega}}$$

以上 6 个关系是离散时间系统中的基本关系，它们从不同的角度描述了系统的性质，它们彼此之间可以互相转换。

2.4 离散时间系统的频率响应

let $x(n) = e^{j\omega n}$  特殊输入（特征函数）

$$\begin{aligned} y(n) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{j\omega(n-k)} \\ &= e^{j\omega n} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{-j\omega k} \end{aligned}$$

令 $H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)e^{-j\omega n}$

则 $y(n) = e^{j\omega n} H(e^{j\omega})$

特征函数与
系统的正弦
稳态响应

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)e^{-j\omega n} \quad \text{系统的频率响应}$$

$$y(n) = e^{j\omega n} H(e^{j\omega})$$

系统的输出包含了和输入同频率的正弦，但受到一复函数的调制。

该复函数即是系统的频率响应。频率响应是系统单位抽样响应的傅里叶变换，在系统的分析和综合中起到了重要的作用。

频率响应进一步可分成幅频响应和相频响应，并有如下性质：

$$H(e^{j\omega}) = H(e^{j(\omega+2\pi)})$$

➡ 周期性, 2π

$$H(e^{j\omega}) = H_R(e^{j\omega}) + jH_I(e^{j\omega})$$

➡ 实部与
虚部

$$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})|e^{j\varphi(\omega)}$$

➡ 模与角度,
幅频与相频

$$|H(e^{j\omega})| = [H_R^2(e^{j\omega}) + H_I^2(e^{j\omega})]^{\frac{1}{2}}$$

➡ 偶函数

$$\varphi(\omega) = \tan^{-1} H_I(e^{j\omega}) / H_R(e^{j\omega})$$

➡ 奇函数

2.5 离散时间系统的极零分析

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

$$B(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_M z^{-M}$$

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_N z^{-N}$$

$$a_k, \quad k = 1, \cdots, N,$$

$$b_r, \quad r = 0, \cdots, M, \quad N > M$$

Z的有理分式!

上述表达式贯穿全书!

$$H(z) = G \frac{\prod_{r=1}^M (z - z_r)}{\prod_{k=1}^N (z - p_k)}$$

$z_r, r = 1, \dots, M$; Zeros
 $p_k, k = 1, \dots, N$; Poles

z^{-1} 的多项式之比转换成 z 的多项式之比，便于极零点分析。差个 z^{N-M} 。

使分子多项式 = 0 的 z_r



$H(z)$ 的 **Zeros** (零点)

使分母多项式 = 0 的 p_k



$H(z)$ 的 **Poles** (极点)

系统的极-零分析!

注意

$$H(z) = \frac{\sum_{r=0}^M b_r z^{-r}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} = \frac{B(z)}{A(z)} = G \frac{\prod_{r=1}^M (z - z_r)}{\prod_{k=1}^N (z - p_k)}$$

为了保证系统分子、分母多项式的系数始终为实数，所以，如果系统有复数的极、零点，那么这些复数的极、零点一定共轭出现。即：

$$\begin{aligned} z_r &= a + jb \\ z_r^* &= a - jb \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_k &= c + jd \\ p_k^* &= c - jd \end{aligned}$$

系统分析的任务

给定一个
系统，可
能是

$$h(n)$$

$$H(z)$$

$$H(e^{j\omega})$$

$$y(n) + \sum_{k=1}^N a_k y(n-k) = \sum_{r=0}^M b_r x(n-r)$$

判断（或
分析）

线性？ 移不变？ 稳定？ 因果？

幅频： 低通？ 高通？ 带通？ ...

相频： 线性相位？ 最小相位？

极零分析的应用

1. 稳定性

判别条件1: $\sum_{n=0}^{\infty} |h(n)| < \infty$

$$h(n) \in l_1$$

判别条件2 : $|p_k| < 1, k = 1, \dots, N$



所有极点都必需在单位圆内！

证明

$$H(z) = \sum_{k=1}^N \frac{c_k z}{z - p_k}$$

$$h(n) = \sum_{k=1}^N c_k p_k^n$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} |h(n)| &= \sum_{n=0}^{\infty} \left| \sum_{k=1}^N c_k p_k^n \right| \\ &\leq \sum_{k=1}^N |c_k| \sum_{n=0}^{\infty} |p_k^n| \end{aligned}$$

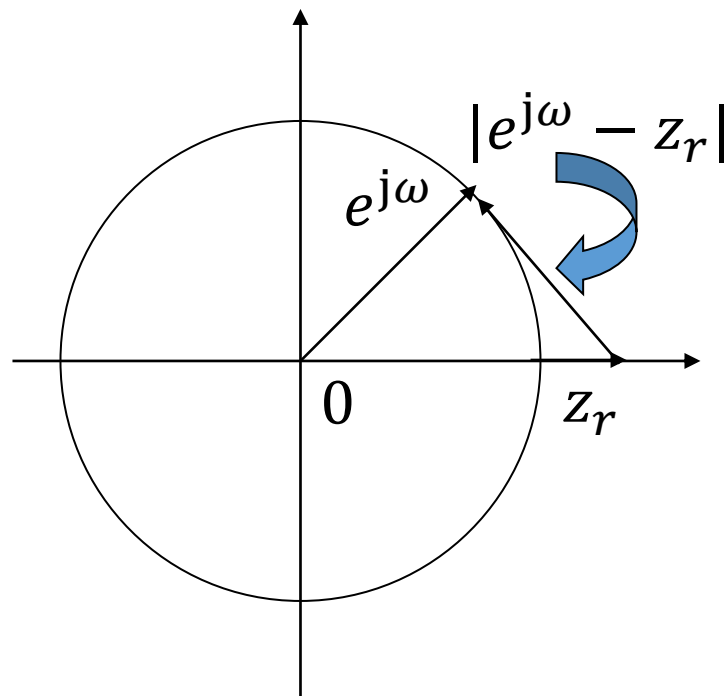
2. 幅频特性

$$H(z) = G \frac{\prod_{r=1}^M (z - z_r)}{\prod_{k=1}^N (z - p_k)}$$



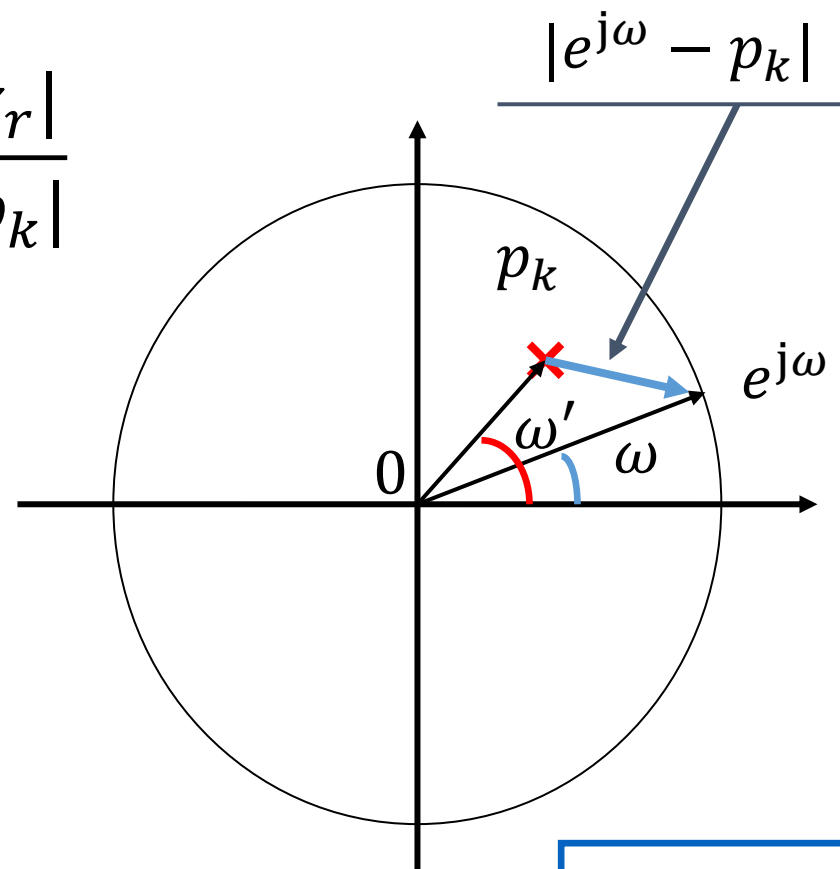
$$H(e^{j\omega}) = g e^{j(N-M)\omega} \frac{\prod_{r=1}^M (e^{j\omega} - z_r)}{\prod_{k=1}^N (e^{j\omega} - p_k)}$$

$$|H(e^{j\omega})| = g \frac{\prod_{r=1}^M |e^{j\omega} - z_r|}{\prod_{k=1}^N |e^{j\omega} - p_k|}$$



$$|H(e^{j\omega})| = g \frac{\prod_{r=1}^M |e^{j\omega} - z_r|}{\prod_{k=1}^N |e^{j\omega} - p_k|}$$

观察：



1. 当 $\omega = \omega'$ 时，

$|e^{j\omega} - p_k|$ 最小；

2. 极点 p_k 约接近于单位圆，

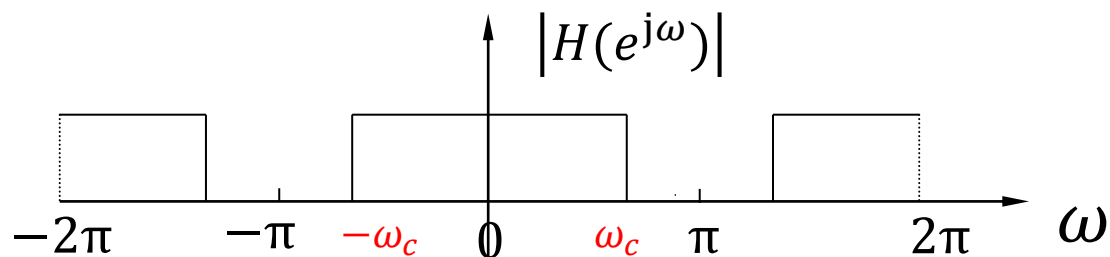
$|e^{j\omega} - p_k|$ 越小；

3. 注意，向量 $|e^{j\omega} - p_k|$ 在分母上。

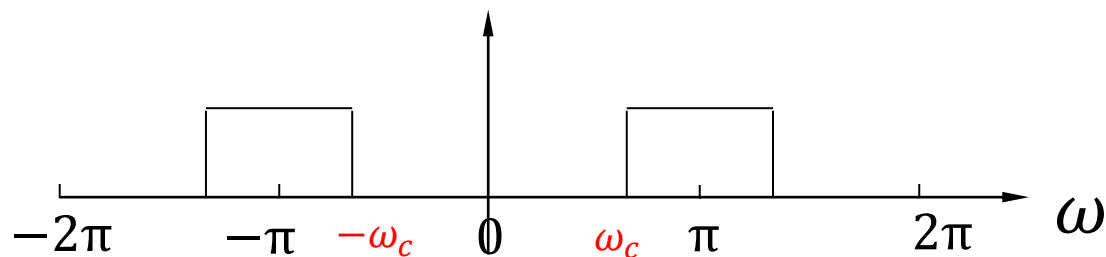
如何影响幅频



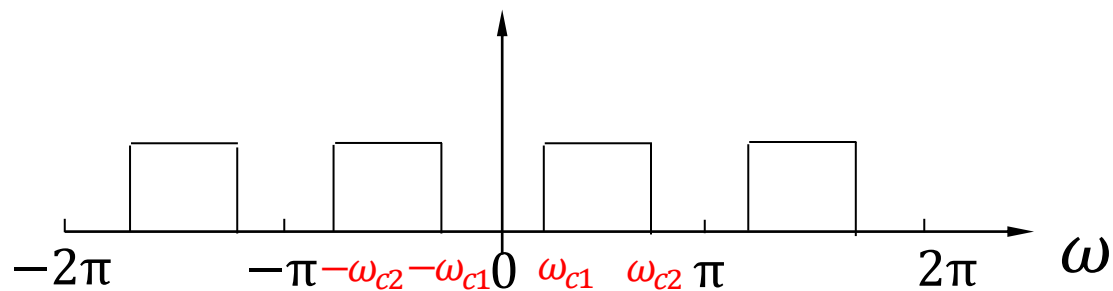
低通滤波器



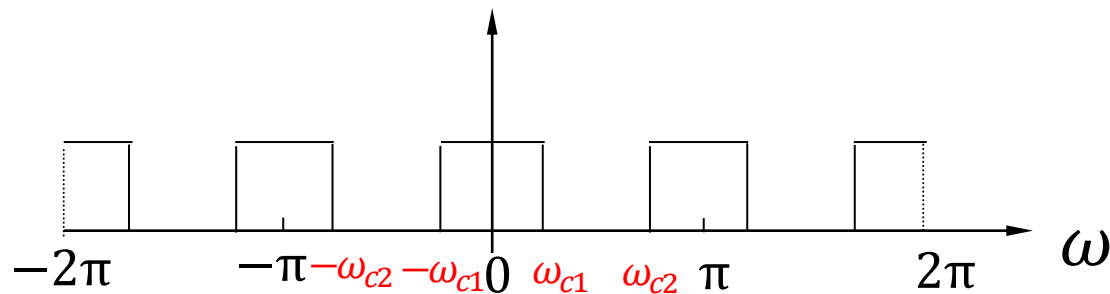
高通滤波器



带通滤波器



带阻滤波器



3. 相频

$$\arg[H(e^{j\omega})] = \sum_{r=1}^M \arg[e^{j\omega} - z_r] - \sum_{k=1}^N \arg[e^{j\omega} - p_k]$$

$$\arg[H(e^{j\omega})] = \arctan \frac{H_I(e^{j\omega})}{H_R(e^{j\omega})}$$

例： $H(z) = z$

$$|H(e^{j\omega})| = 1 \quad \forall \omega$$

$$\varphi(\omega) = \omega \quad \omega = 0 \rightarrow 2\pi$$



实际求出？

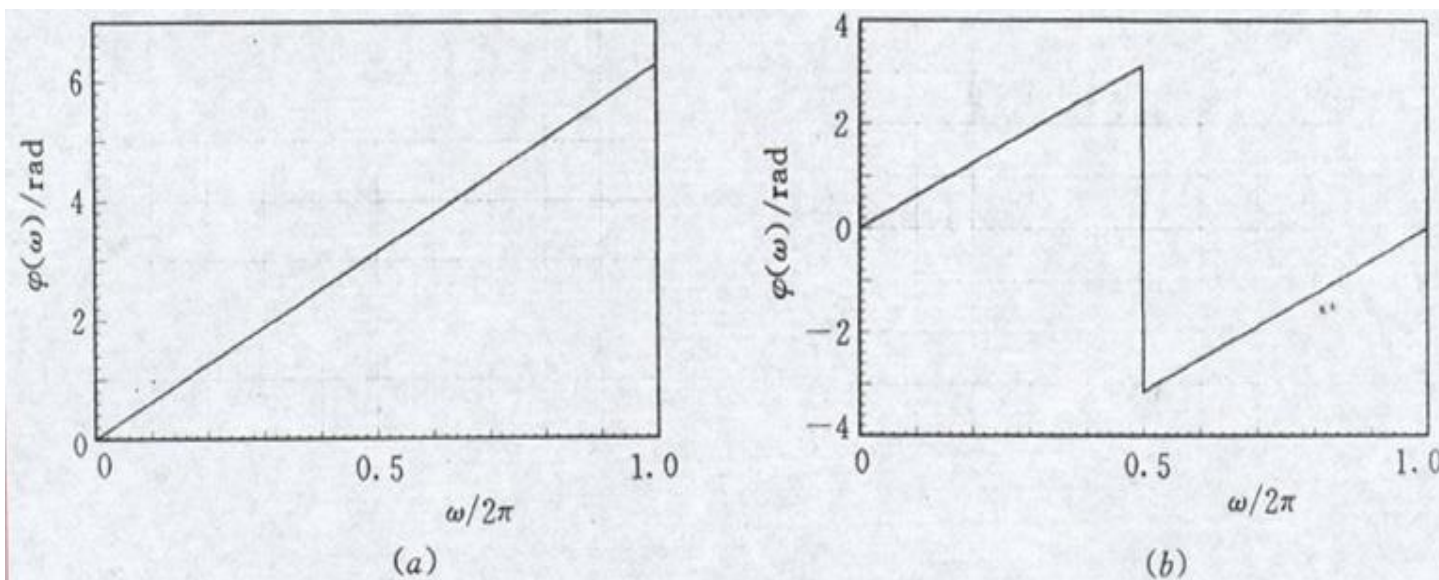


图 2.4.4 $H(z) = z$ 的相频响应；

(a) 解卷绕后的相频响应； (b) 用 $\text{ATAN2}(H_I, H_R)$ 求出的相频响应

解卷绕

相位的卷绕(wrapping)

相位卷绕现象：在计算机上计算相频特性时用到反正切函数 $\text{atan2}(H_I, H_R)$ ，入口参数分别为频率响应的虚部和实部。 atan2 规定1、2象限的角度为 $0 \sim \pi$ ，3、4象限的角度为 $0 \sim -\pi$ 。当角度从0变化到 2π 时，得到的结果先是 $0 \sim \pi$ ，再是 $-\pi \sim 0$ ，于是在 $\omega = \pi$ 处有幅度为 2π 的跳变。

解卷绕：为了得到连续的相频曲线，在发生跳变的地方都加上或减去 2π 以避免跳变。

4. 极--零点对系统幅频的影响

➤若在某一个 ω 处, 在单位圆上有一零点,

则
$$|H(e^{j\omega})| = 0$$

➤若在某一个 ω 处, 在接近单位圆有一极点,

则
$$|H(e^{j\omega})| \rightarrow \infty$$

➤低通滤波器在 $z = 1$ 处一定没有零点, 在其附近应有一个极点;

➤同理，高通滤波器在 $z = -1$ 处一定没有零点，在其附近应有一个极点；

➤带通、带阻滤波器的极—零位置有何特点？

➤在 $z = 0$ 处的极、零点不影响幅频，只影响相频。

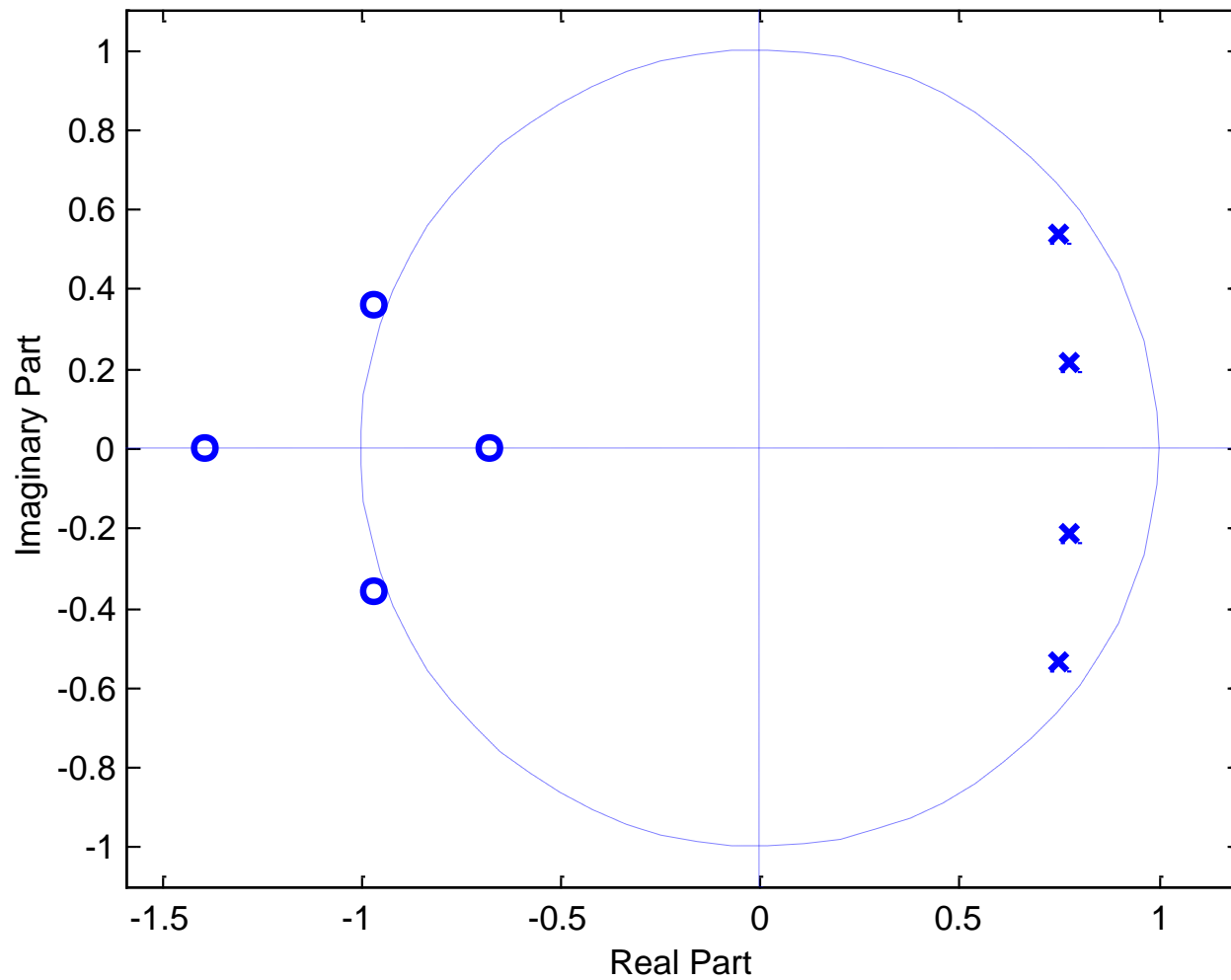
例：给定系统

$$H(z) = \frac{1}{100} \frac{.1836 + .7344z^{-1} + 1.1016z^{-2} + .7374z^{-3} + .1836z^{-4}}{1 - 3.0544z^{-1} + 3.8291z^{-2} - 2.2925z^{-3} + .55075z^{-4}}$$

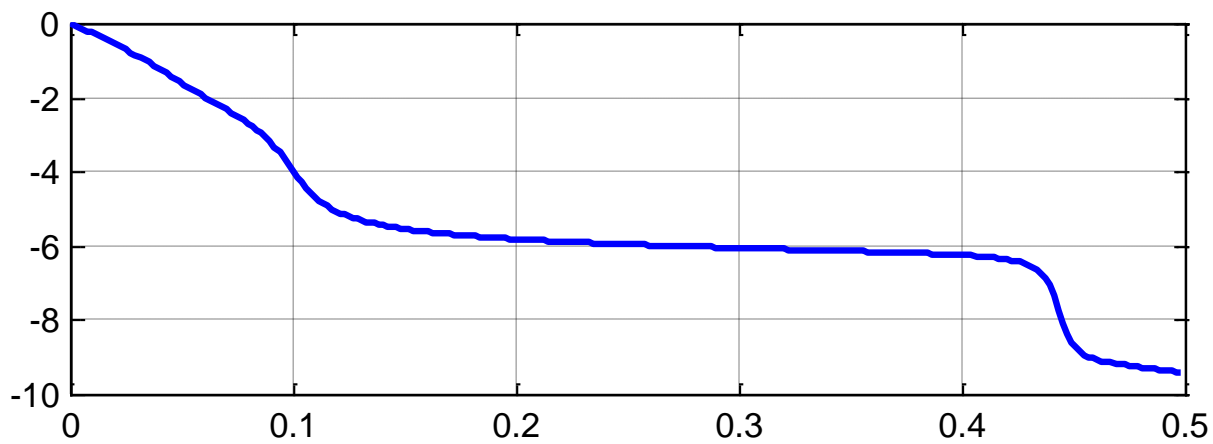
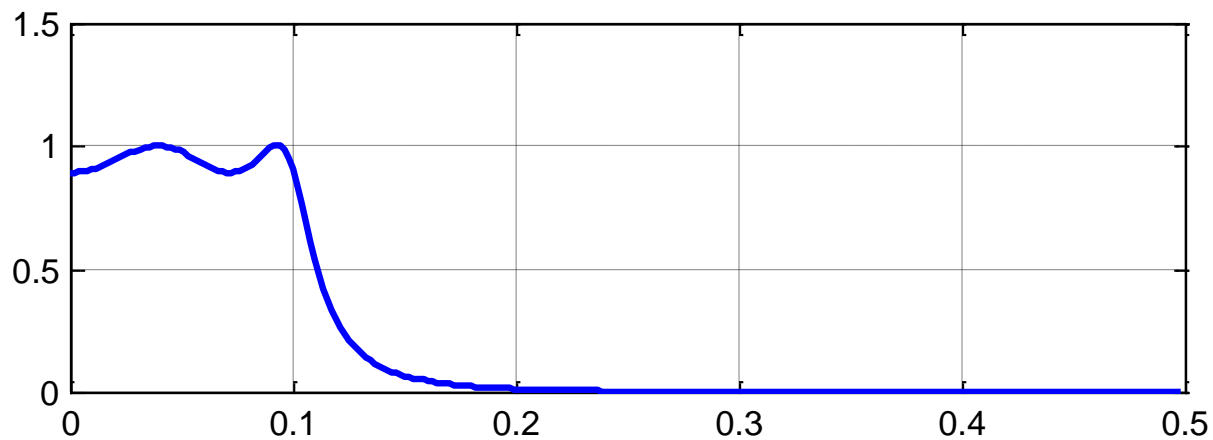
求： 频率响应

单位抽样响应

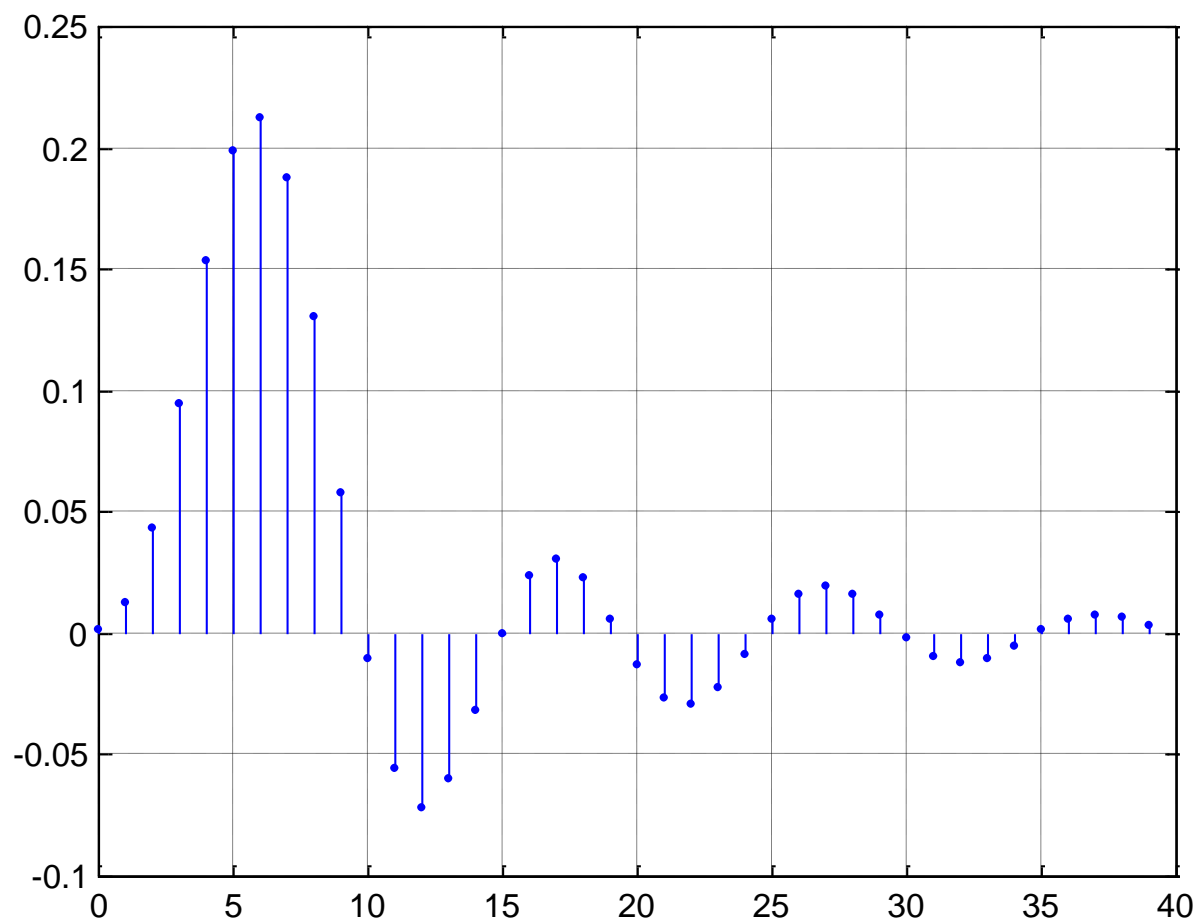
极—零图



极—零图



频率响应



单位抽样响应

非原点处的零极点对幅频特性都有影响，但引入极点会改善性能。

例：给定三个系统，分析其幅频相应，分析哪个是低通、高通、带通。

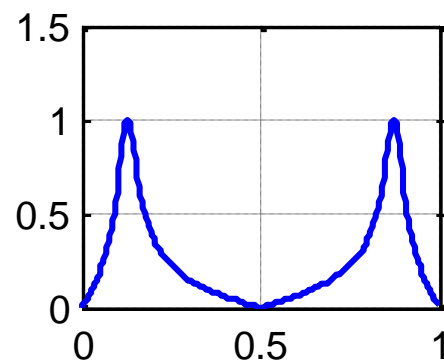
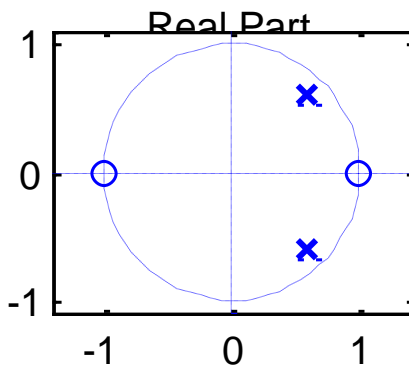
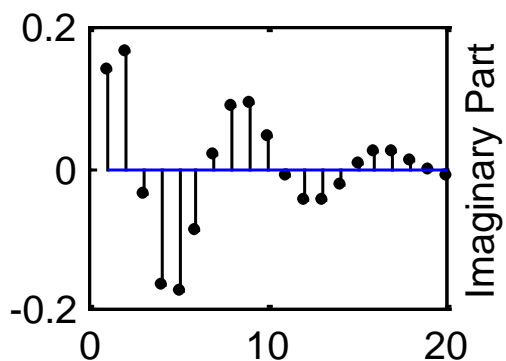
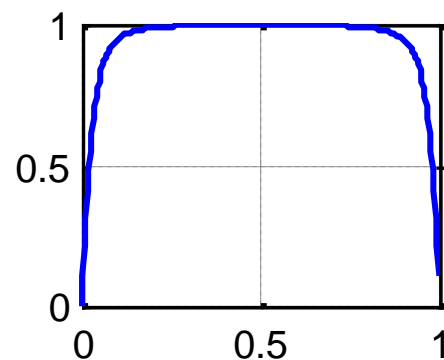
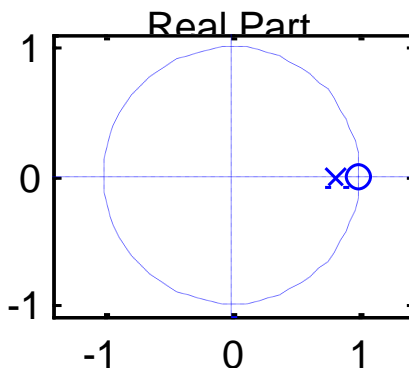
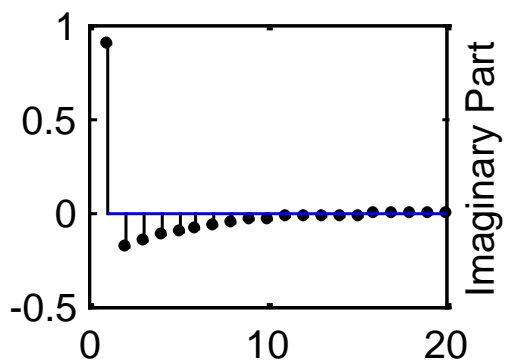
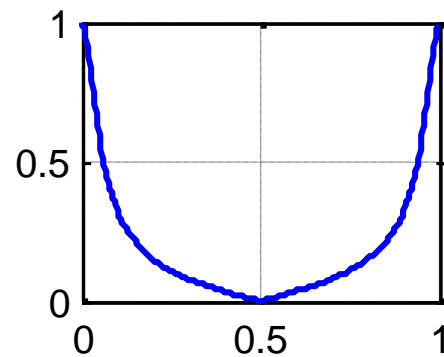
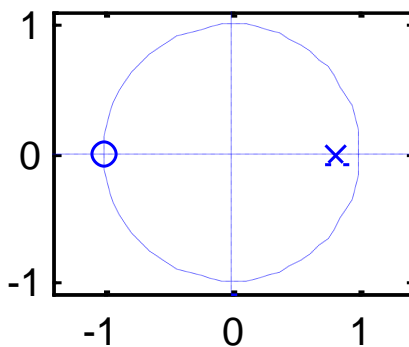
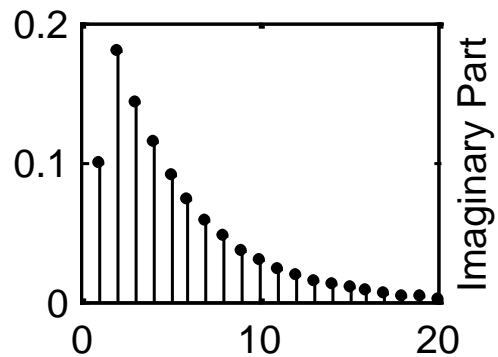
$$H_0(z) = a \frac{1 + z^{-1}}{1 - pz^{-1}}$$

$$H_1(z) = b \frac{1 - z^{-1}}{1 - pz^{-1}}$$

$$H_2(z) = c \frac{(1 + z^{-1})(1 - z^{-1})}{(1 - re^{j\alpha}z^{-1})(1 - re^{-j\alpha}z^{-1})}$$

$h(n)$

极零图

 $|H(e^{j\omega})|$ 

Real Part

**极-零分析是数字信号处理的基本功，
对不太复杂的系统，应能从系统的极-
零分布图大致判断出该系统的幅频特性。**

基本的简单的思路：要削弱某个频率分量，就在单位圆上相应频率处设置一个零点；要突出某个频率分量，就在单位圆内相应频率处设置一个极点。

原点处的极点、零点不影响幅频响应，但影响相频响应。

零极点配置系统设计。

与本章内容有关的MATLAB文件

1. filter.m

本文件用来求离散系统的输出 $y(n)$ 。

若系统的 $h(n)$ 已知，由 $y(n)=x(n)*h(n)$ ，用 conv.m文件可求出 $y(n)$ 。

filter文件是在 $A(z)$ 、 $B(z)$ 已知，但不知道 $h(n)$ 的情况下求 $y(n)$ 的。

调用格式是：

$$y=\text{filter}(b, a, x)$$

x , y , a 和 b 都是向量。

2. impz.m

在 $A(z)$ 、 $B(z)$ 已知情况下，求系统的单位抽样响应 $h(n)$ 。调用格式是：

$$h = \text{impz}(b, a, N)$$

或

$$[h, t] = \text{impz}(b, a, N)$$

N 是所需的长度。前者绘图时 n 从 1 开始，而后者从 0 开始。

3. freqz.m

已知 $A(z)$ 、 $B(z)$ ，求系统的频率响应。基本的调用格式是：

$$[H,w]=\text{freqz}(b,a,N,\text{'whole'},F_s)$$

N 是频率轴的分点数，建议 N 为2的整次幂； w 是返回频率轴坐标向量，绘图用；

F_s 是抽样频率，若 $F_s=1$ ，频率轴给出归一化频率；'whole'指定计算的频率范围是从 $0\sim F_s$ ，缺省时是从 $0\sim F_s/2$ 。

4. zplane.m

本文件可用来显示离散系统的极—零图。其调用格式是：

`zplane(z,p)` 或 `zplane(b,a)`

前者是在已知系统零点的列向量 z 和极点的列向量 p 的情况下画出极—零图；

后者是在仅已知 $A(z)$ 、 $B(z)$ 的情况下画出极—零图。

5. residuez.m

将 $H(z)$ 的有理分式分解成简单有理分式的和，因此可用来求逆变换。调用格式：

$$[r,p,k]= \text{residuez}(b,a)$$

假如知道了向量 r 、 p 和 k ，利用`residuez.m`还可反过来求出多项式 $A(z)$ 、 $B(z)$ 。格式是

$$[b,a]= \text{residuez}(r,p,k)$$