

第三章： 双极型晶体管

§3.1 双极型晶体管基本原理 (1学时)

§3.2 直流 IV 特性 (3学时)

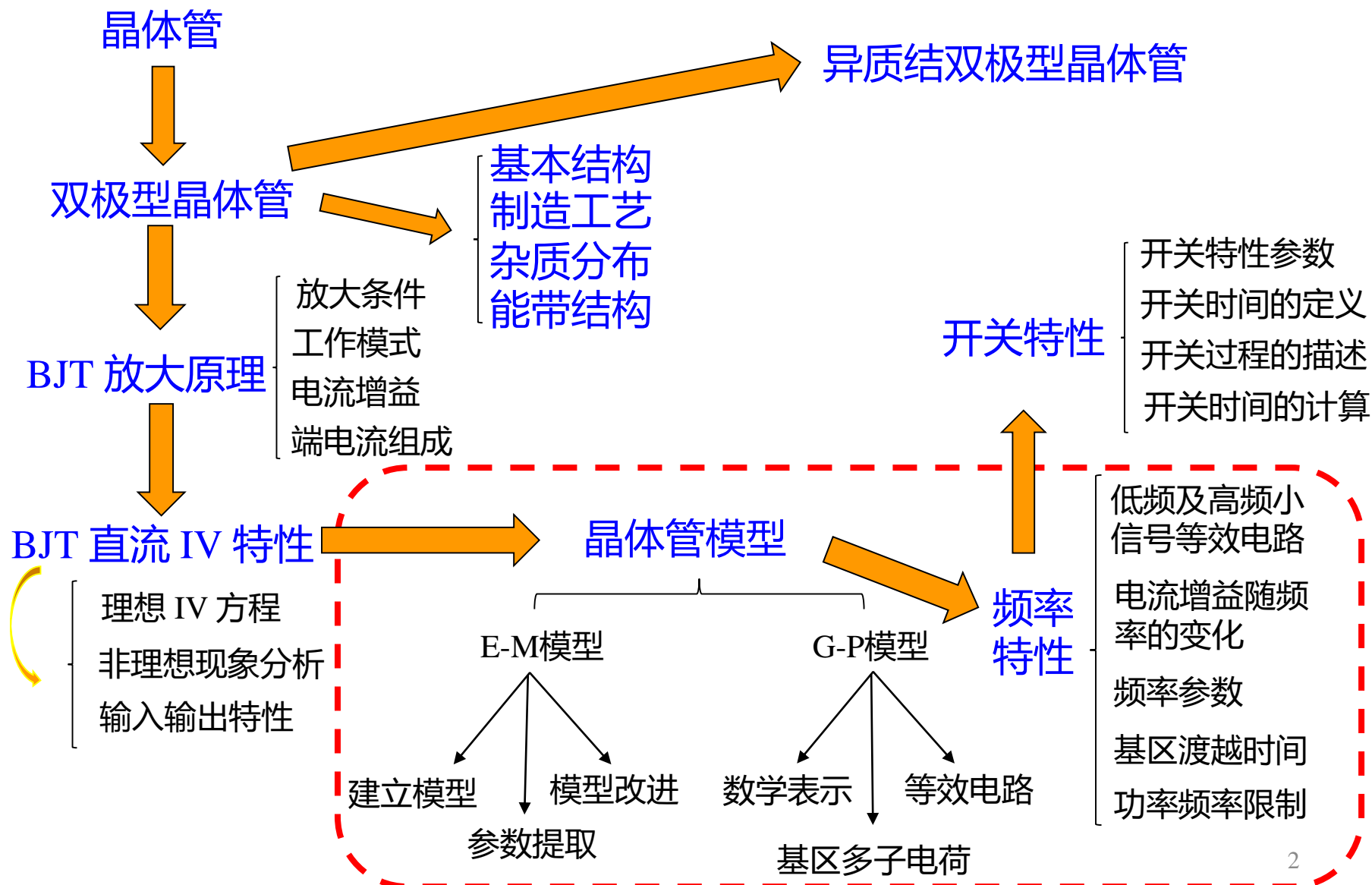
§3.3 晶体管模型 (2学时)

§3.4 频率特性 (2学时)

§3.5 开关特性 (1学时)

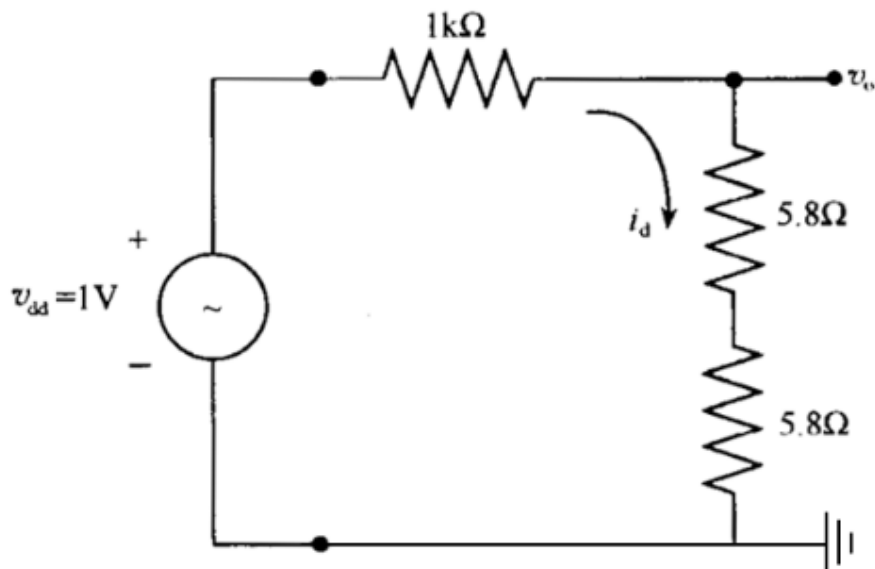
§3.6 异质结晶体管HBT (1学时)

双极型晶体管基本知识体系框架



§3.3 晶体管模型

晶体管内部物理过程非常复杂，而在电路应用中，只需要关心器件的端特性。如果用一些基本的元件构造一个端网络，能与晶体管表现出同样的电学特性，则该端网络称为晶体管的等效电路或模型。



基本元件构成的一端口网络

§3.3 晶体管模型

晶体管在不同的应用场合可以有不同的模型。从构造途径划分可以分为两类：

- ① 由器件物理分析给出，称为物理模型，其物理意义明确，反映了器件内部的物理过程；
- ② 从应用角度出发，将器件视为“黑匣子”，不管其内部发生的过程，仅根据器件的端特性来构造模型，称为电路模型，这类模型的参数也可以与晶体管的内部参数联系起来。

多年来，在SPICE之类的电路模拟器中，概括双极型晶体管的电学特性的模型主要有E-M模型（Ebers-Moll）和G-P模型（Gummel-Poon）。其中E-M模型使器件的电学特性和器件的工艺参数相联系，是物理模型；而G-P模型则是建立在器件电学特性和基区多子电荷相联系的基础之上的，是电路模型。

1、E-M模型—模型的建立

E-M模型是1954年由 J. J. Ebers 和 J. L. Moll 首先提出的，属于晶体管的物理模型，其模型参数能较好反映物理本质且易于测量。基本思想是晶体管可以认为是一个正向的二极管和一个反向的二极管的叠加。E-M模型是SPICE电路模拟软件中BJT模型的核心，它适用于BJT的任何一种工作模式。根据考虑物理效应内容的不同，E-M模型可分为三个级别：

- ① E-M1模型，为描述BJT基本工作原理的直流特性模型；
- ② 在E-M1模型基础上考虑串联电阻以及势垒电容和扩散电容就成为E-M2模型；
- ③ 在E-M2模型基础上再考虑Early效应等二级效应就成为E-M3模型。

本节主要讨论E-M1模型，以下将其直接称为E-M模型。

1、E-M模型—模型的建立

$$I_E = a_{11} \left[\exp \left(\frac{qV_{be}}{kT} \right) - 1 \right] + a_{12} \left[\exp \left(\frac{qV_{bc}}{kT} \right) - 1 \right]$$

$$I_C = a_{21} \left[\exp \left(\frac{qV_{be}}{kT} \right) - 1 \right] + a_{22} \left[\exp \left(\frac{qV_{bc}}{kT} \right) - 1 \right]$$

$$I_B = (a_{11} - a_{21}) \left[\exp \left(\frac{qV_{be}}{kT} \right) - 1 \right] + (a_{12} - a_{22}) \left[\exp \left(\frac{qV_{bc}}{kT} \right) - 1 \right]$$

$$J = J_p(x_n) + J_n(-x_p) = J_S(e^{qV/kT} - 1)$$

肖克莱方程

晶体管电流方程

前面已经推导出了晶体管三个电极电流普适性的表达式，从上面的表达式中，可以看到三个电流都和两个**结电压**有关，且表达式右边的每一项均类似PN结的电流方程（肖克莱方程），所以首先把NPN晶体管看作是**两个背靠背的互相有关联的二极管**，这种关联是指**一个二极管正向电流的大部分流入另一个反向偏置的二极管中**。

1、E-M模型—模型的建立

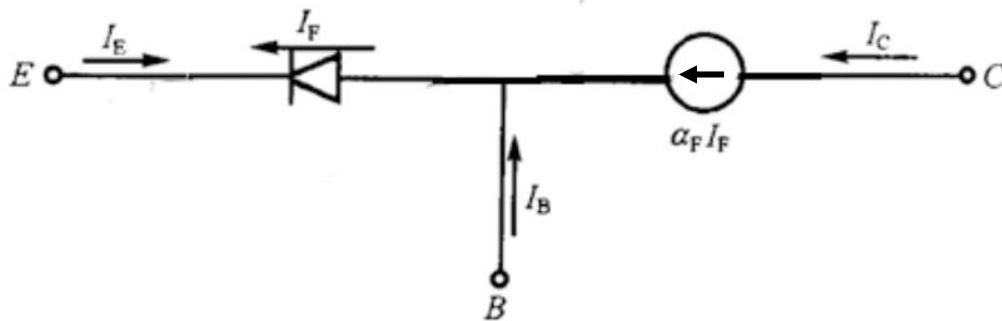
放大状态下晶体管电流表达式

$$I_E = a_{11} \left[\exp \left(\frac{qV_{be}}{kT} \right) - 1 \right] + a_{12}$$

$$I_C = a_{21} \left[\exp \left(\frac{qV_{be}}{kT} \right) - 1 \right] + a_{22}$$

当晶体管工作在放大状态下，发射极电流 I_E 类似于一个正向偏置的PN结电流，并且形成该电流的电子大部分流入集电区成为形成集电极电流 I_C 的主要成分，分别用 I_F 和 $\alpha_F I_F$ 表示这两股电流（ α_F 是正向共基极电流增益），用下面等效电路简单表示放大状态下晶体管的工作机理。

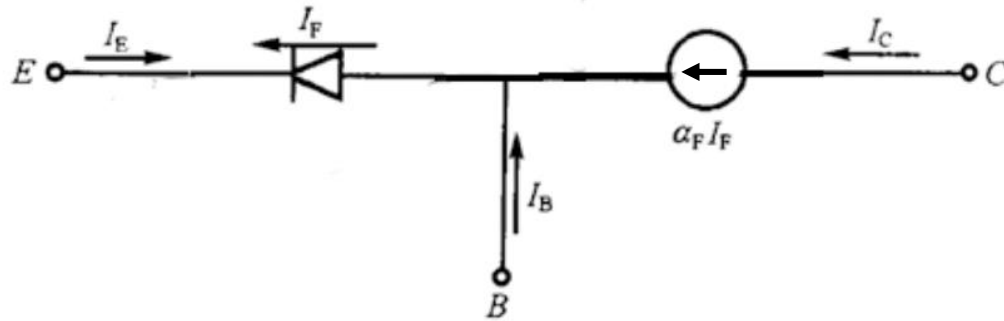
放大状态下： $I_{nC} = \alpha_0 I_E$



这里每个端点的电流方向都定义为流进该端点为正，发射极电流与前面分析时采用的方向相反，但只要我们在分析时保持一致，那么如何定义方向就无关紧要。

放大状态下晶体管等效电路

1、E-M模型—模型的建立



放大状态下: $I_{nC} = \alpha_0 I_E$

放大状态下晶体管等效电路

二极管的电流 I_F 可以表示为 $I_F = I_{F0} [\exp(qV_{BE}/kT) - 1]$ | I_{F0} 是二极管的反向饱和电流

所以根据等效电路 I_E 表示为 $I_E = -I_{F0} [\exp(qV_{BE}/kT) - 1]$

实际上晶体管放大状态下 I_E 的表达式还有一个常数项, 但 $V_{be} > 0$ 指数项比较大, 建模时忽略常数项

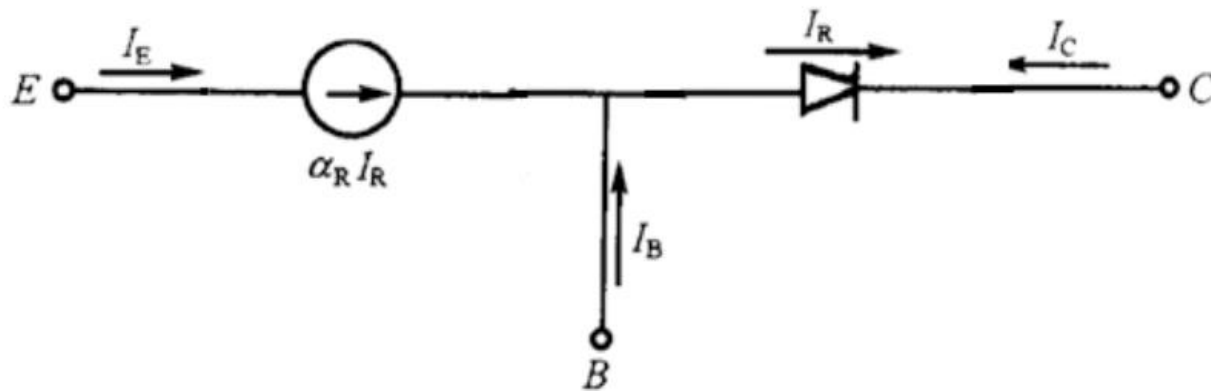
$$I_E = a_{11} \left[\exp\left(\frac{qV_{be}}{kT}\right) - 1 \right] + a_{12}$$

$$a_{11} = -qA \left(\frac{D_{nb}n_{pb0}}{W_b} + \frac{D_{pe}p_{ne0}}{L_{pe}} \right) \quad a_{12} = -\frac{qAD_{nb}n_{pb0}}{W_b}$$

根据等效电路 I_C 表示为 $I_C = \alpha_F I_F$

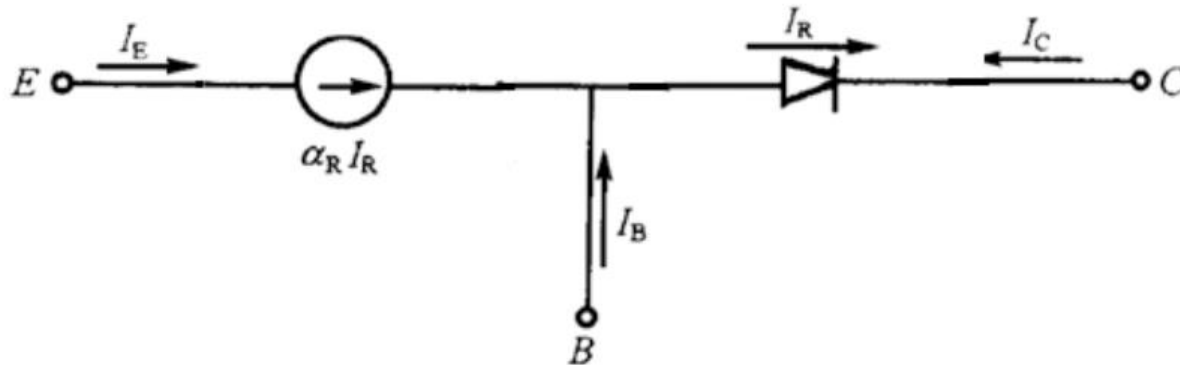
1、E-M模型—模型的建立

当晶体管工作在反向有源状态下，情况恰好相反，此时集电极电流类似于一个正向偏置的PN结电流，并且形成该电流的电子大部分流入发射区成为形成发射极电流的主要成分，分别用 I_R 和 $\alpha_R I_R$ 表示这两股电流（ α_R 是反向共基极电流增益），用下面等效电路简单表示反向有源状态下晶体管的工作机理。



反向有源状态下晶体管等效电路

1、E-M模型—模型的建立



反向有源状态下晶体管等效电路

二极管电电流 I_R 表示为 $I_R = I_{R0} [\exp(qV_{BC}/kT) - 1]$

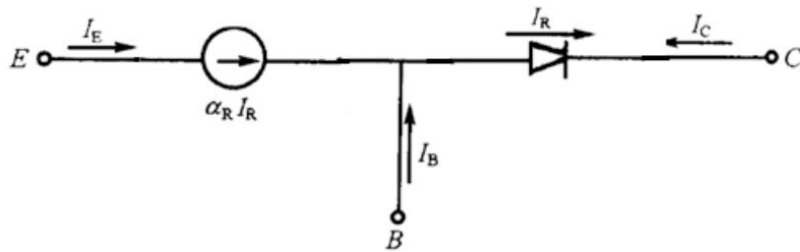
I_{R0} 是二极管的反向饱和电流

根据等效电路 I_C 表示为 $I_C = -I_{R0} [\exp(qV_{BC}/kT) - 1]$

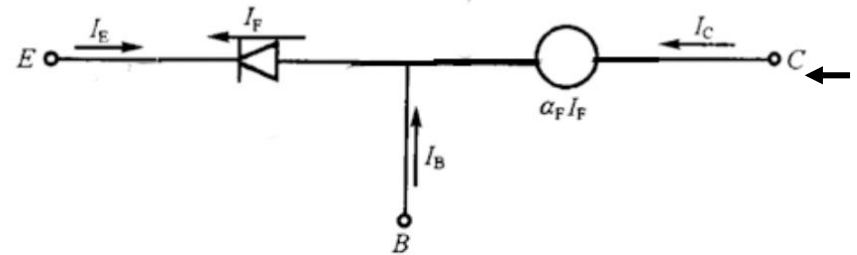
根据等效电路 I_E 表示为 $I_E = \alpha_R I_R$

1、E-M模型—模型的建立

通过建立晶体管放大状态和反向有源状态的等效电路，现在可以把这两种情况组合起来建立适用于这两种工作模式的等效电路



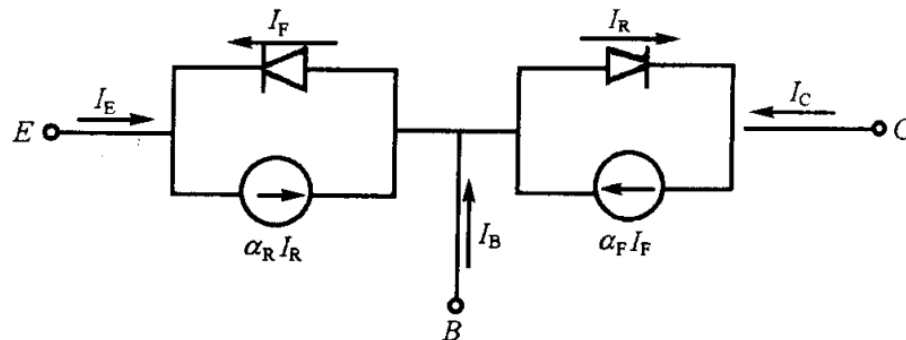
反向有源状态下晶体管等效电路



放大状态下晶体管等效电路

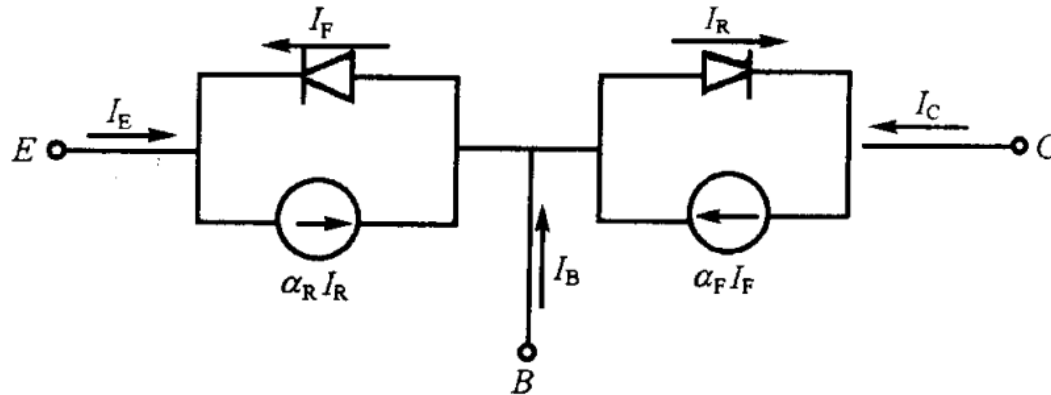
将反向有源状态和放大状态的等效电路中相对应的电路元件**并联**就得到了新的等效电路

当晶体管工作反向有源状态时， $I_F \approx 0$ ，等效电路和反向有源状态下的等效电路一致



当晶体管工作放大状态时， $I_R \approx 0$ ，等效电路和放大状态下的等效电路一致

1、E-M模型—模型的建立



对于上面的等效电路图，利用电路分析的知识很容易得到 I_E 和 I_C 的表达式

$$I_E = -I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1] + \alpha_R I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1]$$

$$I_C = -I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1] + \alpha_F I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1]$$

这就是**E-M模型的基本方程**，方程有 I_{F0} 、 I_{R0} 、 α_F 、 α_R 四个参数，前面已经介绍了它们的含义，因为方程的形式和第2节推导的 I_E 和 I_C 的普适性方程非常相似，所以为了将E-M模型推广到使其适用于晶体管的所有工作状态，就必须重新定义四个参数的含义。

1、E-M模型—模型的建立

$$I_E = -I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1] + \alpha_R I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1]$$

$$I_C = -I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1] + \alpha_F I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1]$$

$$I_E = a_{11} \left[\exp\left(\frac{qV_{be}}{kT}\right) - 1 \right] + a_{12} \left[\exp\left(\frac{qV_{bc}}{kT}\right) - 1 \right] \quad a_{12} = \frac{qAD_{nb}n_{pb0}}{L_{nb}} \operatorname{csch}\left(\frac{W_b}{L_{nb}}\right)$$

$$I_C = a_{21} \left[\exp\left(\frac{qV_{be}}{kT}\right) - 1 \right] + a_{22} \left[\exp\left(\frac{qV_{bc}}{kT}\right) - 1 \right] \quad a_{21} = \frac{qAD_{nb}n_{pb0}}{L_{nb}} \operatorname{csch}\left(\frac{W_b}{L_{nb}}\right)$$

将E-M模型中得到的 I_E 和 I_C 的表达式与前面推导得到的普适性方程比较，可以容易地发现：

$$I_{F0} = -a_{11} \quad \alpha_R I_{R0} = a_{12} \quad \alpha_F I_{F0} = a_{21}$$

这样一来E-M模型就适用于晶体管的所有工作状态

1、E-M模型—模型的建立

$$I_E = -I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1] + \alpha_R I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1]$$

$$I_C = -I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1] + \alpha_F I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1]$$

$$I_E = a_{11} \left[\exp\left(\frac{qV_{be}}{kT}\right) - 1 \right] + a_{12} \left[\exp\left(\frac{qV_{bc}}{kT}\right) - 1 \right] \quad a_{12} = \frac{qAD_{nb}n_{pb0}}{L_{nb}} \operatorname{csch}\left(\frac{W_b}{L_{nb}}\right)$$

$$I_C = a_{21} \left[\exp\left(\frac{qV_{be}}{kT}\right) - 1 \right] + a_{22} \left[\exp\left(\frac{qV_{bc}}{kT}\right) - 1 \right] \quad a_{21} = \frac{qAD_{nb}n_{pb0}}{L_{nb}} \operatorname{csch}\left(\frac{W_b}{L_{nb}}\right)$$

$$I_{F0} = -a_{11} \quad \alpha_R I_{R0} = a_{12} \quad \alpha_F I_{F0} = a_{21}$$

前面的推导中我们发现 $a_{12} = a_{21}$ ，所以理所当然应该有

$$\alpha_R I_{R0} = \alpha_F I_{F0}$$

以上的等式使E-M模型的基本参数 I_{F0} 、 I_{R0} 、 α_F 、 α_R 通过 a_{11} 、 a_{12} 、 a_{21} 、 a_{22} 同器件的工艺参数相联系。由于 $a_{12} = a_{21}$ ，即 $\alpha_R I_{R0} = \alpha_F I_{F0}$ ，所以模型中的四个参数只有三个是独立的。

1、E-M模型—模型的建立

$$I_E = -I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1] + \alpha_R I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1]$$

$$I_C = -I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1] + \alpha_F I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1]$$

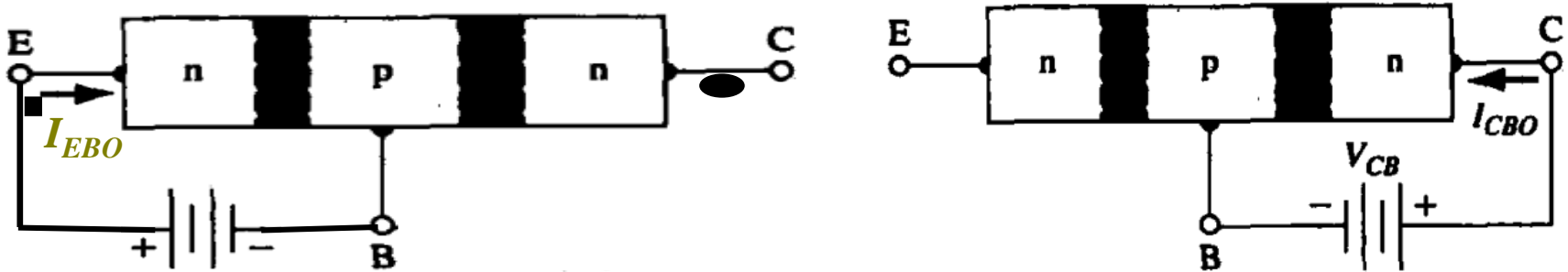
$$I_E = a_{11} \left[\exp\left(\frac{qV_{be}}{kT}\right) - 1 \right] + a_{12} \left[\exp\left(\frac{qV_{bc}}{kT}\right) - 1 \right] \quad a_{12} = \frac{qAD_{nb}n_{pb0}}{L_{nb}} \operatorname{csch}\left(\frac{W_b}{L_{nb}}\right)$$

$$I_C = a_{21} \left[\exp\left(\frac{qV_{be}}{kT}\right) - 1 \right] + a_{22} \left[\exp\left(\frac{qV_{bc}}{kT}\right) - 1 \right] \quad a_{21} = \frac{qAD_{nb}n_{pb0}}{L_{nb}} \operatorname{csch}\left(\frac{W_b}{L_{nb}}\right)$$

与前面推导得到的方程相比，最重要的区别是E-M模型方程的系数都可以通过实验提取得到，因此这样就有可能对实际制造出来的晶体管建模，进而可以对晶体管进行模拟仿真。

1、E-M模型—参数提取

在讨论如何用实验的方法提取E-M模型方程中的系数前，先介绍集电极开路时发射极饱和电流 I_{EBO} 和发射极开路时集电极饱和电流 I_{CBO} 。



上面左图是集电极开路发射结反偏的NPN型BJT，集电极电流为0，发射极电流和基极电流相等为发射结反偏饱和电流 I_{EBO} 。上面右图是发射极开路集电结反偏的NPN型BJT，发射极电流为0，集电极电流和基极电流相等为集电结反偏饱和电流 I_{CBO} 。 I_{EBO} 和 I_{CBO} 可以通过上面对应的电路测得。

1、E-M模型—参数提取

现在来讨论如何通过实验提取E-M模型方程中的系数

当BJT集电极开路且发射结反偏时, $I_C=0$, 并可以测出发射极饱和电流 I_{EBO} , 即, $I_E=I_{EBO}$ 。

根据E-M模型方程

$$I_E = -I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1] + \alpha_R I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1]$$

$$I_C = -I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1] + \alpha_F I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1]$$

可以得到:

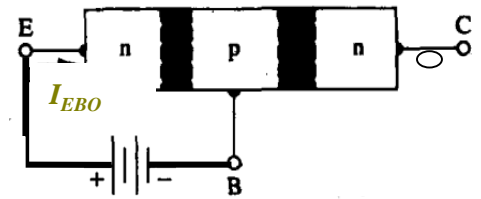
$$I_C = 0 \quad \Rightarrow \quad I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1] = \alpha_F I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1]$$

$$I_E = I_{EBO} \quad \Rightarrow \quad I_{EBO} = -I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1] + \alpha_R I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1]$$

联立上面两式可以得到

$$I_{EBO} = (-1 + \alpha_F \alpha_R) I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1] \quad \Rightarrow \quad I_{F0} = I_{EBO} / (1 - \alpha_F \alpha_R)$$

近似条件: $V_{BE} < 0$, $\exp(qV_{BE}/kT) \approx 0$



1、E-M模型—参数提取

当BJT发射极开路且集电结反偏时, $I_E=0$, 并可以测出集电极饱和电流 I_{CBO} , 即, $I_C=I_{CBO}$ 。

根据E-M模型方程

$$I_E = -I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1] + \alpha_R I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1]$$

$$I_C = -I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1] + \alpha_F I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1]$$

可以得到:

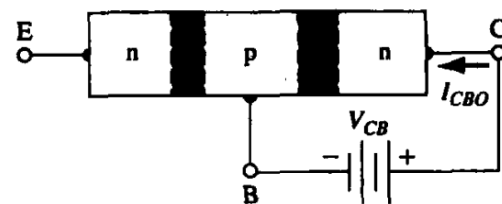
$$I_E = 0 \quad \Rightarrow \quad I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1] = \alpha_R I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1]$$

$$I_C = I_{CBO} \quad \Rightarrow \quad I_{CBO} = -I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1] + \alpha_F I_{F0}[\exp(qV_{BE}/kT) - 1]$$

联立上面两式可以得到

$$I_{CBO} = (-1 + \alpha_F \alpha_R) I_{R0}[\exp(qV_{BC}/kT) - 1] \quad \Rightarrow \quad I_{R0} = I_{CBO} / (1 - \alpha_F \alpha_R)$$

近似条件: $V_{BC} < 0$, $\exp(qV_{BC}/kT) \approx 0$



1、E-M模型—参数提取

通过前面的讨论，现在可以将E-M模型方程重新书写为

$$I_E = -\frac{1}{1-\alpha_F\alpha_R} I_{EBO} \left[\exp\left(\frac{qV_{BE}}{kT}\right) - 1 \right] + \frac{\alpha_R}{1-\alpha_F\alpha_R} I_{CBO} \left[\exp\left(\frac{qV_{BC}}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$I_C = \frac{\alpha_F}{1-\alpha_F\alpha_R} I_{EBO} \left[\exp\left(\frac{qV_{BE}}{kT}\right) - 1 \right] - \frac{1}{1-\alpha_F\alpha_R} I_{CBO} \left[\exp\left(\frac{qV_{BC}}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$I_E = a_{11} \left[\exp\left(\frac{qV_{be}}{kT}\right) - 1 \right] + a_{12} \left[\exp\left(\frac{qV_{bc}}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$I_C = a_{21} \left[\exp\left(\frac{qV_{be}}{kT}\right) - 1 \right] + a_{22} \left[\exp\left(\frac{qV_{bc}}{kT}\right) - 1 \right]$$

对比上面两组等式发现： $\frac{\alpha_R}{1-\alpha_F\alpha_R} I_{CBO} = a_{12}$ $\frac{\alpha_F}{1-\alpha_F\alpha_R} I_{EBO} = a_{21}$

因为 $a_{12} = a_{21}$ ，所以得到 $\alpha_R I_{CBO} = \alpha_F I_{EBO}$

重新书写得到的E-M模型方程中有 α_R 、 α_F 、 I_{EBO} 、 I_{CBO} 四个参数，通过 $\alpha_R I_{CBO} = \alpha_F I_{EBO}$ 约束关系实际上只有三个独立参数。

1、E-M模型—参数提取

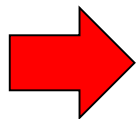
$$I_E = -\frac{1}{1-\alpha_F\alpha_R} I_{EBO} \left[\exp\left(\frac{qV_{BE}}{kT}\right) - 1 \right] + \frac{\alpha_R}{1-\alpha_F\alpha_R} I_{CBO} \left[\exp\left(\frac{qV_{BC}}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$\alpha_R I_{CBO} = \alpha_F I_{EBO}$$

$$I_C = \frac{\alpha_F}{1-\alpha_F\alpha_R} I_{EBO} \left[\exp\left(\frac{qV_{BE}}{kT}\right) - 1 \right] - \frac{1}{1-\alpha_F\alpha_R} I_{CBO} \left[\exp\left(\frac{qV_{BC}}{kT}\right) - 1 \right]$$

实验提取模型参数的步骤

测参数 I_{CBO} 、 I_{EBO}



测出放大状态下 I_C 与 I_E 得到 $\alpha_F = \frac{I_{nC}}{I_E} \approx \frac{I_C}{I_E}$

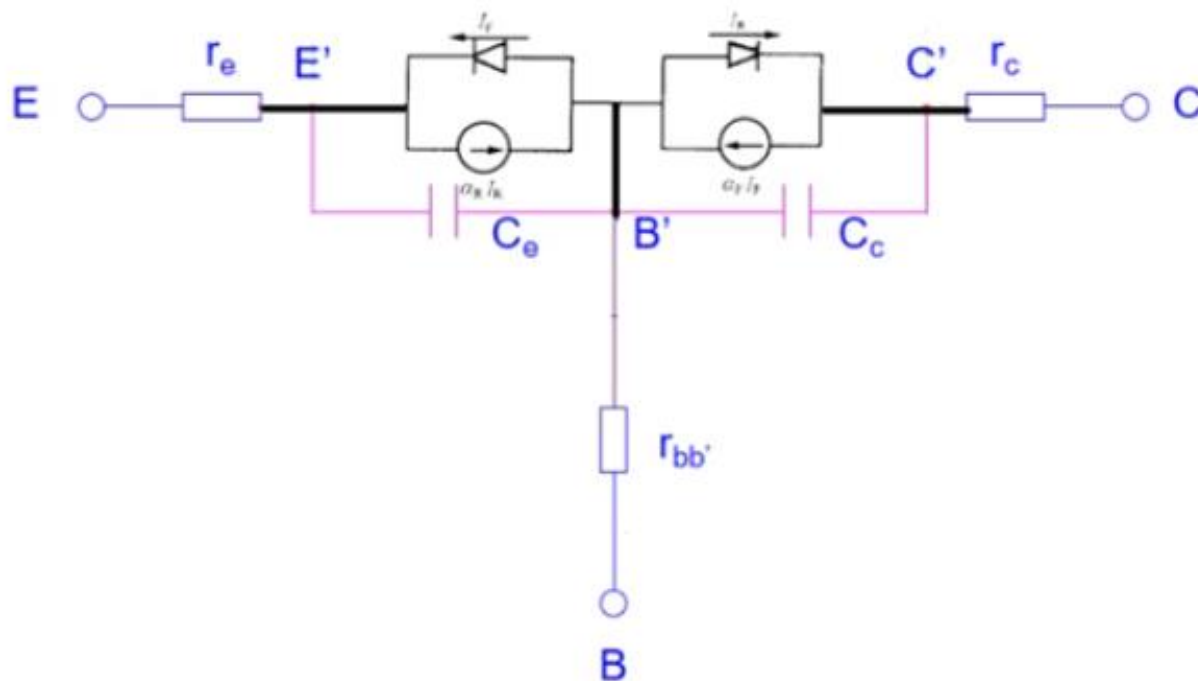


利用 $\alpha_R I_{CBO} = \alpha_F I_{EBO}$ 得到 α_R

E-M模型中的四个参数均通过实验的方法得到了，这也就意味着可以利用E-M模型画出BJT的I-V特性曲线，进而进行器件的模拟仿真或运用到电路设计仿真中。

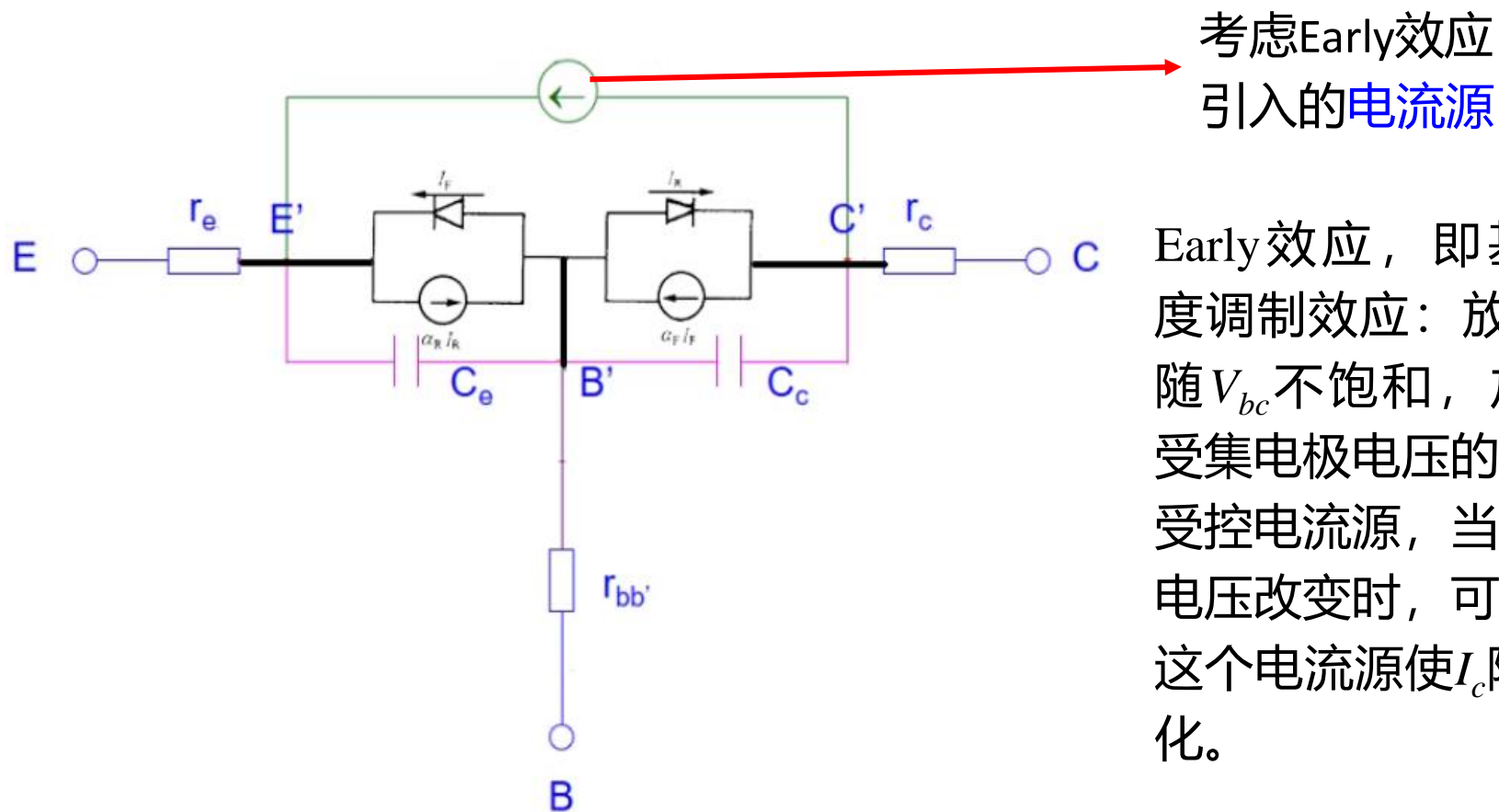
1、E-M模型—模型的改进

上述模型是E-M1模型，其忽略了很多因素，只能描述晶体管工作的基本原理，为了改善模型的精确度，可以在E-M1模型的基础上加串联电阻和耗尽层电容以改进模型。



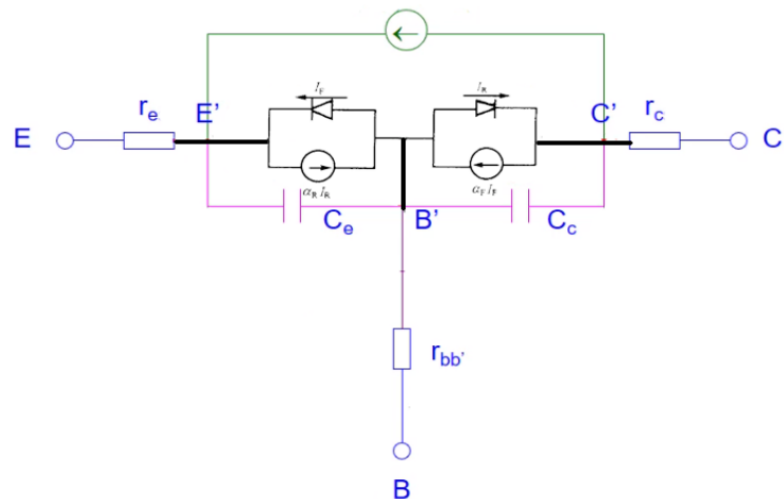
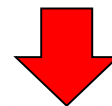
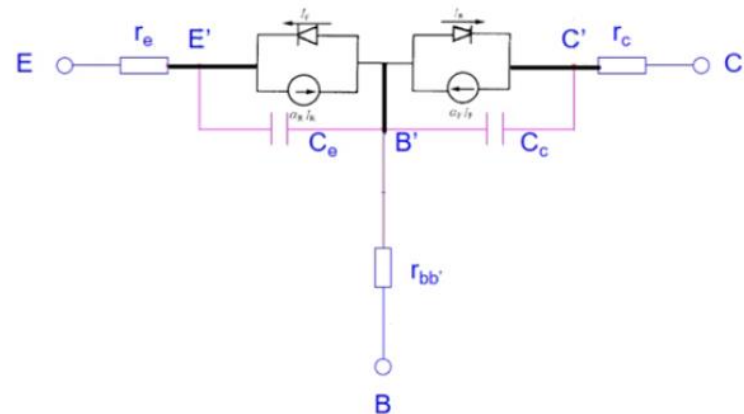
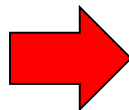
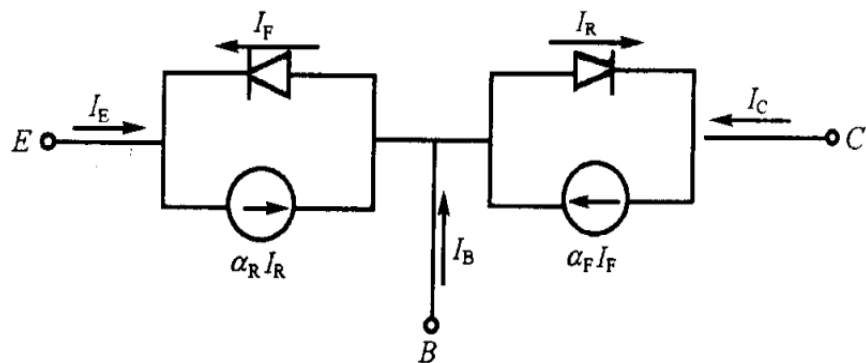
1、E-M模型—模型的改进

还可以考虑在内部发射极和集电极两端之间加上额外的电流源来包括Early效应。



Early效应，即基区宽度调制效应：放大区 I_c 随 V_{bc} 不饱和，加一个受集电极电压的控制的受控电流源，当集电极电压改变时，可以利用这个电流源使 I_c 随 V_{bc} 变化。

1、E-M模型—模型的改进



总结：从等效电路图中可以看到，随着模型的改进，等效电路中包含的元件越来越多，模型的精确度也越来越高，但是电路元件的增加意味着模型方程更复杂，提取模型参数也更困难。

1、E-M模型—总结

E-M1模型实际上是基于正向和反向工作的两个BJT的叠加，并分别用两个PN结二极管来代表发射结和集电结而建立起来的，不考虑电荷存储效应，适合所有工作区域，E-M1模型包含3个独立参数，形式简单，适合直流非线性模型，但忽略了晶体管的电荷存储效应。如果考虑非线性电荷存储效应，则应在基本模型的基础上增添两个结的耗尽层电容，为了更为准确还可以在两端加上串联电阻。

2、G-P模型

G-P模型通过分析基区多子电荷的作用，建立起器件性能与基区多子电荷的联系，其优点是物理意义清楚，直接把器件的电学特性与基区多子电荷联系起来，可有效地处理大信号问题，而且精度高。G-P模型相对于E-M模型来说考虑了晶体管的更多物理特性，该模型可以用于分析非均匀掺杂的情况。

2、G-P模型—模型的数学表示

首先推导模型的数学表示

根据半导体物理中的知识可知，半导体中的电流密度（包括扩散电流和漂移电流）可以表示为

$$J_n = \mu_n n \frac{dE_{Fn}}{dx} \quad J_p = \mu_p p \frac{dE_{Fp}}{dx}$$

E_{Fn} 、 E_{Fp} 分别为电子和空穴的准费米能级。对于NPN晶体管，由于基区中不存在明显的空穴电流（晶体管任何一种工作模式下，基区中的电流主要由电子运动形成），可假定 $dE_{Fp}/dx=0$ 。由此可得到

$$J_n \approx \mu_n n \frac{d(E_{Fn} - E_{Fp})}{dx}$$

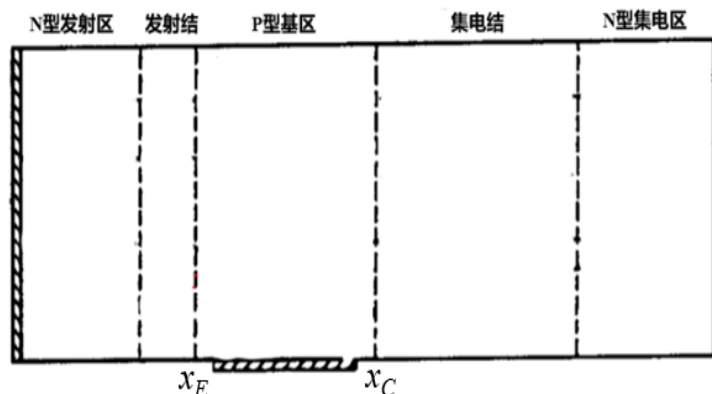
2、G-P模型—模型的数学表示

应用关系式 $np=n_i^2\exp[(E_{Fn}-E_{Fp})/kT]$ ，以及爱因斯坦关系式 $D_n=kT\mu_n/q$ ，可做以下变换

$$J_n \approx \mu_n n \frac{d(E_{Fn} - E_{Fp})}{dx} \quad \longrightarrow \quad J_n = qD_n \frac{1}{p(x)} \frac{d(n(x)p(x))}{dx}$$

为方便下面的讨论，现在用 x_E 和 x_C 来表示基区边界的位置。在忽略基区复合和假定 D_n 为常量的条件下，将上面变换后的式子从 x_E 至 x_C 积分

2、G-P模型—模型的数学表示



忽略基区复合并假定 D_n 为常量，将上面推导的式子从 x_E 至 x_C 积分

$$J_n = qD_n \frac{1}{p(x)} \frac{d(n(x)p(x))}{dx} \xrightarrow{\text{代入 } n(x)p(x)} J_n = qD_n \frac{1}{p(x)} \frac{d \left[n_i^2 \exp \left(\frac{E_{Fn}(x) - E_{Fp}(x)}{kT} \right) \right]}{dx}$$

$n(x)p(x) = n_i^2 \exp \left(\frac{E_{Fn}(x) - E_{Fp}(x)}{kT} \right)$

两边同时乘以 $p(x)dx$ ，
从 x_E 至 x_C 积分

$$J_n \int_{x_E}^{x_C} p(x) dx = qD_n n_i^2 \left[\exp \left(\frac{E_{Fn}(x_C) - E_{Fp}(x_C)}{kT} \right) - \exp \left(\frac{E_{Fn}(x_E) - E_{Fp}(x_E)}{kT} \right) \right] \quad \leftarrow J_n \int_{x_E}^{x_C} p(x) dx = qD_n n_i^2 \int_{x_E}^{x_C} d \left[\exp \left(\frac{E_{Fn}(x) - E_{Fp}(x)}{kT} \right) \right]$$

将下面两式代入

$$\exp \left(\frac{E_{Fn}(x_C) - E_{Fp}(x_C)}{kT} \right) = \exp \left(\frac{qV_{BC}}{kT} \right)$$

$$\exp \left(\frac{E_{Fn}(x_E) - E_{Fp}(x_E)}{kT} \right) = \exp \left(\frac{qV_{BE}}{kT} \right)$$

$$J_n = \frac{-qD_n n_i^2 [e^{qV_{BE}/k_B T} - e^{qV_{BC}/k_B T}]}{\int_{x_E}^{x_C} p(x) dx}$$

2、G-P模型—模型的数学表示

$$J_n = \frac{-qD_n n_i^2 [e^{qV_{BE}/k_B T} - e^{qV_{BC}/k_B T}]}{\int_{X_E}^{X_C} p(x) dx}$$

将上式写成发射极和集电极之间的传输电流 I_{CC}

**G-P
模型
基本
方程**

$$I_{CC} = \frac{A^2 q^2 D_n n_i^2}{qA \int_{X_E}^{X_C} p(x) dx} [(e^{qV_{BE}/k_B T} - 1) - (e^{qV_{BC}/k_B T} - 1)]$$

$$= \frac{I_S Q_{B0}}{Q_B} [(e^{qV_{BE}/k_B T} - 1) - (e^{qV_{BC}/k_B T} - 1)]$$

$$= I_{CE} - I_{EC} \quad \boxed{I_S = A^2 q^2 D_n n_i^2 / Q_{B0} \quad Q_B = qA \int_{X_E}^{X_C} p(x) dx}$$

I_{CE} 称为正向传输电流（方向从集电区指向发射区）

I_{EC} 称为反向传输电流（方向从发射区指向集电区）

Q_B 是基区中总的多子电荷

Q_{B0} 是热平衡态 ($V_{BE} = V_{BC} = 0$) 时基区的多子电荷总量

2、G-P模型—基区多子电荷

$$\begin{aligned}
 I_{CC} &= \frac{A^2 q^2 D_n n_i^2}{qA \int_{X_E}^{X_C} p(x) dx} [(e^{qV_{BE}/k_B T} - 1) - (e^{qV_{BC}/k_B T} - 1)] \\
 &= \frac{I_S Q_{B0}}{Q_B} [(e^{qV_{BE}/k_B T} - 1) - (e^{qV_{BC}/k_B T} - 1)] \\
 &= I_{CE} - I_{EC} \quad \boxed{I_S = A^2 q^2 D_n n_i^2 / Q_{B0} \quad Q_B = qA \int_{X_E}^{X_C} p(x) dx}
 \end{aligned}$$

通过G-P模型的基本方程可以知道，G-P模型的主要特点是把BJT的电学性质和基区多子电荷的积分形式联系在一起，所以问题转化成为基区的电荷模型，主要要讨论 Q_B

$$Q_B = qA \int_{X_E}^{X_C} p(x) dx$$

Q_B 由5个分量组成，可表示为

$$Q_B = Q_{B0} + Q_{jE} + Q_{jC} + Q_{dE} + Q_{dC}$$

接下来对这5个分量逐一分析讨论

2、G-P模型—基区多子电荷

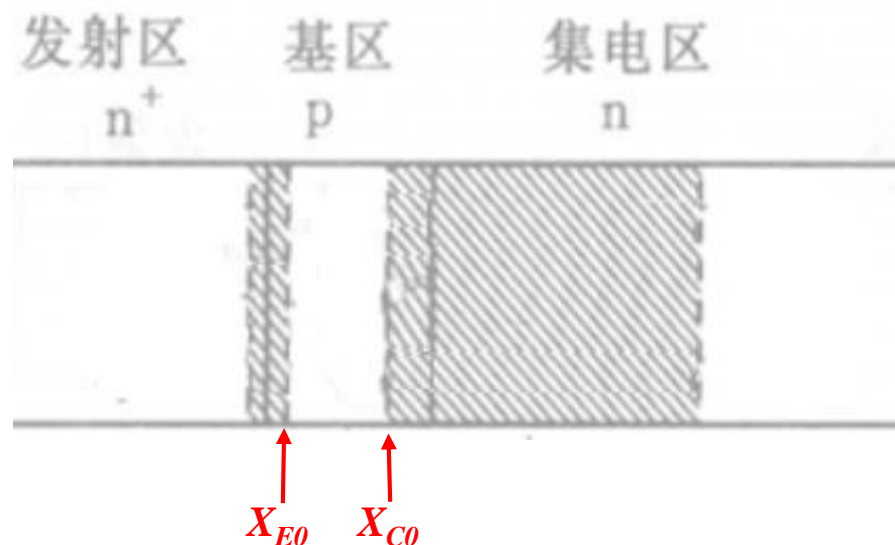
$$Q_B = Q_{B0} + Q_{jE} + Q_{jC} + Q_{dE} + Q_{dC}$$

1) Q_{B0} : 代表热平衡态($V_{BE}=V_{BC}=0$)下基区的多子空穴电荷总量

$$Q_{B0} = qA \int_{X_{E0}}^{X_{C0}} N_B(x) dx$$

X_{C0} 、 X_{E0} 表示热平衡态基区边界

$N_B(x)$ 表示基区掺杂浓度



对BJT施加偏压时，基区边界会发生移动，造成基区内电荷总量发生改变，这些附加的电荷就是 Q_B 表达式中其他4个分量

2、G-P模型—基区多子电荷

$$Q_B = Q_{B0} + Q_{jE} + Q_{jC} + Q_{dE} + Q_{dC}$$

2) Q_{jE} : 发射结正偏时因其耗尽层变窄而使基区多子电荷增加的数量

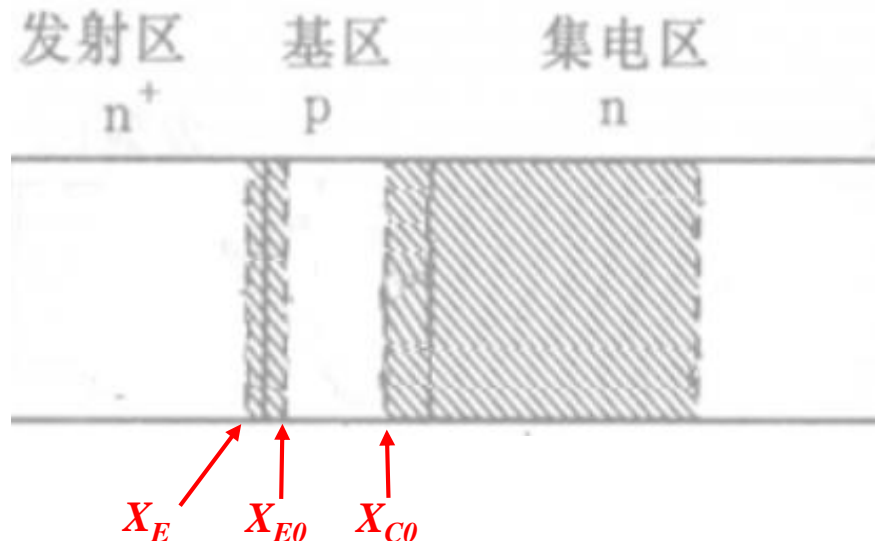
发射结正偏，耗尽区宽度变小，基区展宽，基区左边界从 X_{E0} 向左移动到了 X_E ，基区多子数量增加

$$Q_{jE} = -qA \int_{X_{E0}}^{X_E} N_B(x) dx$$

积分时选取向右为正方向，此时 $X_{E0} > X_E$ ，带负号是为了保证结果为正值

因为 Q_{jE} 与发射结耗尽层变化密切相关，所以可以引入发射结势垒电容 C_{jE} 来表示

$$Q_{jE} = qA \int_0^{V_{BE}} C_{jE} dV$$



2、G-P模型—基区多子电荷

$$Q_B = Q_{B0} + Q_{jE} + Q_{jC} + Q_{dE} + Q_{dC}$$

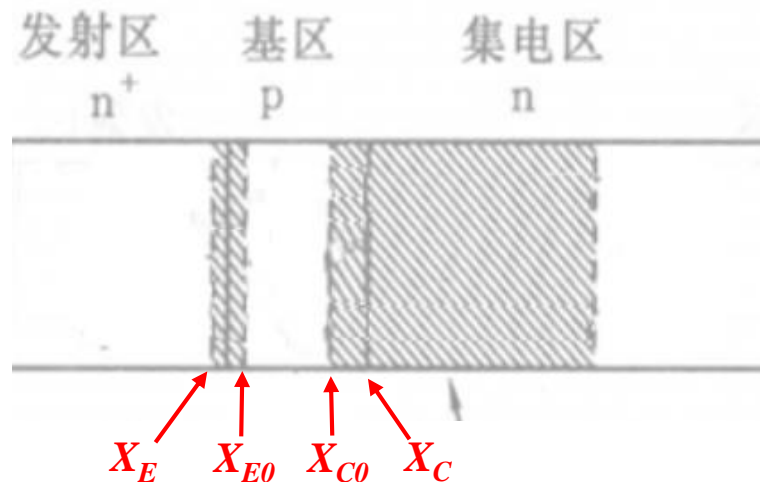
3) Q_{jC} : 集电结正偏时因其耗尽层变窄而使基区多子电荷增加的数量

集电结正偏，耗尽宽度变小，基区多子数量增加，基区一侧边界从 X_{C0} 向右移动到了 X_C ，带负号原因和前面类似

$$Q_{jC} = -qA \int_{X_C}^{X_{C0}} N_B(x) dx$$

因为 Q_{jC} 与集电结耗尽层变化密切相关，所以可以引入集电结势垒电容 C_{jC} 来表示

$$Q_{jC} = qA \int_0^{V_{BC}} C_{jC} dV$$



2、G-P模型—基区多子电荷

$$Q_B = Q_{B0} + Q_{jE} + Q_{jC} + Q_{dE} + Q_{dC}$$

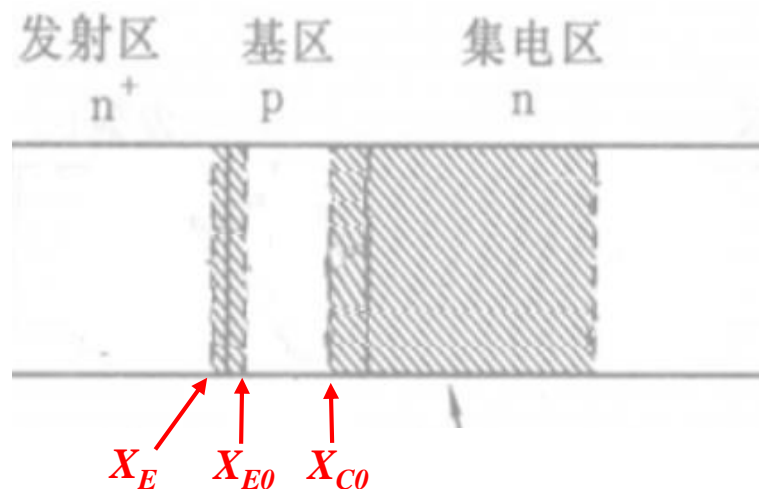
4) $Q_{dE}+Q_{dC}$: 基区中存储电荷的数量。由于电子和空穴是成对存储的, Q_{dE} 和 Q_{dC} 为注入存储效应使基区多子电荷增加的数量。

Q_{dE} 代表发射结正偏、集电结零偏时基区中多子电荷的增加量

p 为基区中多子总数, 减去掺杂浓度 N_B 即为注入的电荷数量

发射结正偏、集电结零偏时基区一侧发射结边缘移动到 x_E 处, 集电结边界不变。

$$Q_{dE} = qA \int_{x_E}^{x_{\infty}} (p - N_B) dx$$



2、G-P模型—基区多子电荷

$$Q_B = Q_{B0} + Q_{jE} + Q_{jC} + Q_{dE} + Q_{dC}$$

4) $Q_{dE} + Q_{dC}$: 基区中存储电荷的数量

Q_{dE} 代表发射结正偏、集电结零偏时基区中多子电荷的增加量

$$Q_{dE} = qA \int_{X_E}^{X_\infty} (p - N_B) dx$$

发射结正偏、集电结零偏时的电流称为**正向传输电流** I_{CE} ，因此可以把 Q_{dE} 与正向传输电流联系起来：

$$Q_{dE} = B\tau_B I_{CE}$$

$$I_{CE} - I_{EC} = \frac{I_S Q_{B0}}{Q_B} [(e^{qV_{BE}/k_B T} - 1) - (e^{qV_{BC}/k_B T} - 1)]$$



$$I_{CE} = \frac{I_S Q_{B0}}{Q_B} (e^{qV_{BE}/k_B T} - 1)$$

◆ B 为基区扩展系数，小注入时 $B=1$ ，大注入时 $B>1$

◆ τ_B 是少子基区渡越时间，即少子穿过基区需要时间，其定义为 $\tau_B = \int_0^W \frac{dx}{v(x)}$ ， W 基区宽度， $v(x)$ 载流子速度

2、G-P模型—基区多子电荷

$$Q_B = Q_{B0} + Q_{jE} + Q_{jC} + Q_{dE} + Q_{dC}$$

4) $Q_{dE} + Q_{dC}$: 基区中存储电荷的数量

Q_{dC} 代表集电结正偏、发射结零偏时基区中多子电荷的增加量

$$Q_{dC} = qA \int_{X_{E0}}^{X_C} (p - N_B) dx$$

p 为基区中多子总数，减去掺杂浓度 N_B 即为注入的电荷数量

集电结正偏、发射结零偏时基区一侧集电结边缘移动到 x_C 处，发射结边界不变

集电结正偏、发射结零偏时的电流称为反向传输电流 I_{EC} ，因此可以把 Q_{dC} 与反向传输电流联系起来：

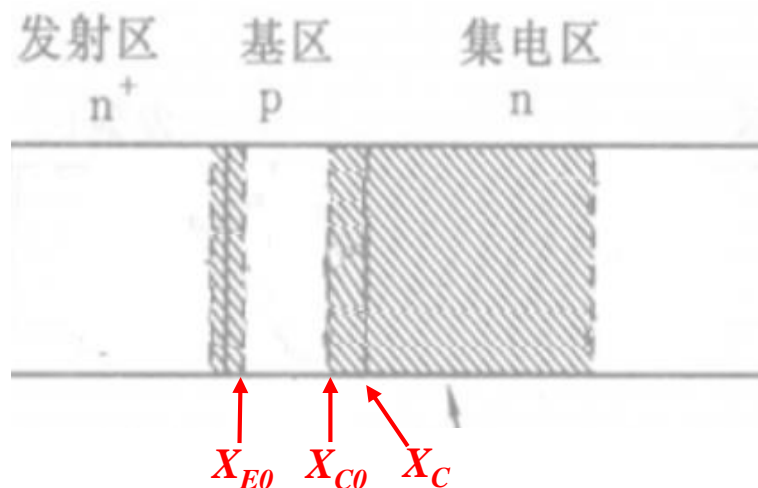
$$I_{CE} - I_{EC} = \frac{I_S Q_{B0}}{Q_B} [(e^{qV_{BE}/k_B T} - 1) - (e^{qV_{BC}/k_B T} - 1)]$$

这里不加基区扩展系数的原因是，反向传输电流比较小，一般不会发生大注入，所以不考虑基区扩展

$$Q_{dC} = \tau_{BR} I_{EC}$$

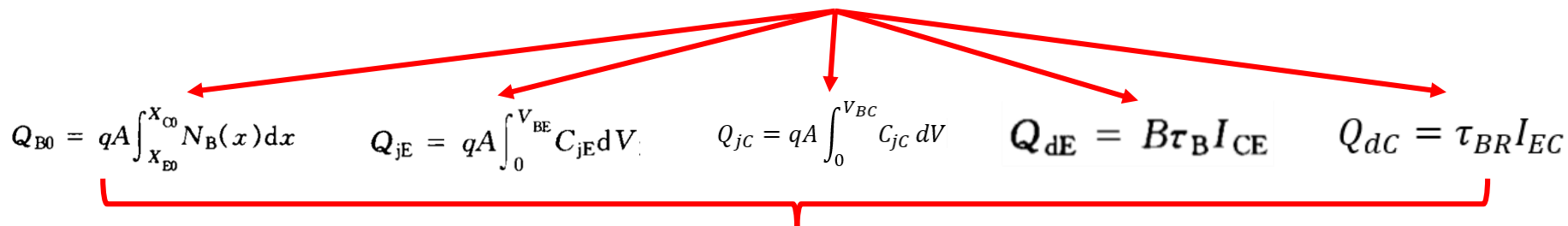
τ_{BR} 是少数载流子反向基区渡越时间，定义式与 $\tau_B = \int_0^W \frac{dx}{v(x)}$ 相同

$$I_{EC} = \frac{I_S Q_{B0}}{Q_B} (e^{qV_{BC}/k_B T} - 1)$$



2、G-P模型—基区多子电荷

$$Q_B = Q_{B0} + Q_{jE} + Q_{jC} + Q_{dE} + Q_{dC}$$



$$Q_{B0} = qA \int_{X_{E0}}^{X_{C0}} N_B(x) dx \quad Q_{jE} = qA \int_0^{V_{BE}} C_{jE} dV \quad Q_{jC} = qA \int_0^{V_{BC}} C_{jC} dV \quad Q_{dE} = B\tau_B I_{CE} \quad Q_{dC} = \tau_{BR} I_{EC}$$

$$Q_B = qA \int_{X_{E0}}^{X_{C0}} N_B(x) dx + qA \int_0^{V_{BE}} C_{jE} dV + qA \int_0^{V_{BC}} C_{jC} dV + B\tau_B I_{CE} + \tau_{BR} I_{EC}$$

总结：在 Q_B 的五个分量中， Q_{B0} 、 Q_{jE} 、 Q_{jC} 是和**基区杂质分布**有关的多子电荷量， Q_{dE} 、 Q_{dC} 是由于**注入存储**在基区中的多子电荷量。小注入时，注入的电荷和掺杂相比可忽略，所以**前3个量是 Q_B 的主要分量**，只有大注入时后两个分量才变得显著。

2、G-P模型—基区多子电荷

$$Q_B = qA \int_{X_{E0}}^{X_{C0}} N_B(x) dx + qA \int_0^{V_{BE}} C_{jE} dV + qA \int_0^{V_{BC}} C_{jC} dV + B\tau_B I_{CE} + \tau_{BR} I_{CE}$$

$$I_{EC} = \frac{I_S Q_{B0}}{Q_B} (e^{qV_{BC}/k_B T} - 1)$$

$$I_{CE} = \frac{I_S Q_{B0}}{Q_B} (e^{qV_{BE}/k_B T} - 1)$$

代入

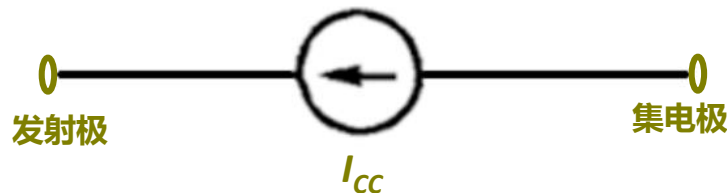
$$I_{CC} = \frac{A^2 q^2 D_n n_i^2}{qA \int_{X_E}^{X_C} p(x) dx} [(e^{qV_{BE}/k_B T} - 1) - (e^{qV_{BC}/k_B T} - 1)]$$

$$= \frac{I_S Q_{B0}}{Q_B} [(e^{qV_{BE}/k_B T} - 1) - (e^{qV_{BC}/k_B T} - 1)]$$

$$= I_{CE} - I_{EC}$$

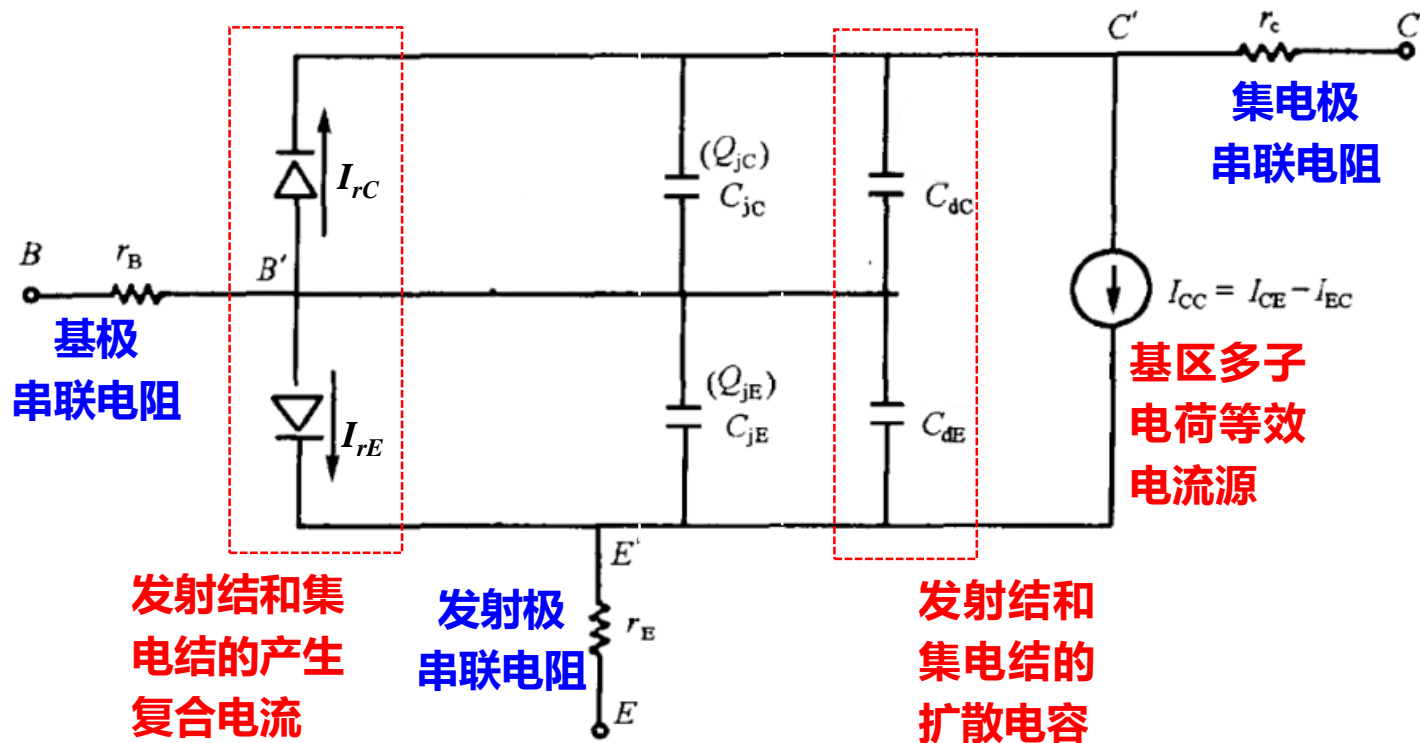
$I_S = A^2 q^2 D_n n_i^2 / Q_{B0} \quad Q_B = qA \int_{X_E}^{X_C} p(x) dx$

通过求 Q_B 可以把BJT发射极和集电极间的传输电流 I_{CC} 表示出来，而且 I_{CC} 考虑了大注入效应、基区宽度调制效应等二阶效应，模型更为准确，在模型的等效电路中可用一个位于集电极和发射极之间的电流源来表示 I_{CC} ，如下图所示



2、G-P模型—等效电路

计入串联电阻 r_E 、 r_B 、 r_C 以及发射结和集电结产生复合电流 I_{rE} 、 I_{rC} ，NPN型BJT的等效电路如下图所示



2、G-P模型—讨论

- ◆ G-P模型能很好描述BJT的许多非理想效应，如基区宽度调制效应、大注入效应、产生复合效应。
- ◆ G-P模型中用基区多子电荷描述晶体管的瞬态行为，只能是一种近似。特别是，瞬态电荷的真实分布与G-P模型中基区多子电荷分布是不同的。
- ◆ 为了精确描述晶体管的基区电阻和发射结集电结电容，需要使用分布电阻-电容网络。为简化起见，G-P模型只考虑了单一的基极串联电阻，而器件的大部分电容的充放电都必须经过该电阻，在更精确的模型中，基区被分成几部分，分别定义了不同的串联电阻和相关的电容。

3、EDA工具—器件仿真与电路仿真

	软件名称	出品公司	用途	主要模型
器件仿真工具	Silvaco TCAD	Silvaco	半导体器件和工艺特性仿真	迁移率模型、泊松方程等
	Sentaurus	Synopsys	半导体器件和工艺特性仿真	扩散模型、晶格失配模型
电路仿真工具	Cadence Virtuoso	Cadence	IC设计、封装、PCB协同设计	Hspice模型
	PT (Prime Time)	Synopsys	全芯片、门级静态时序分析	时序分析算法
	Modelsim SE	Mentor	数字集成电路设计	基于SWIFT的SmartModel逻辑模型和硬件模型

§3.4 频率特性

晶体管在实际应用中大都是用来放大交流信号，特别是随着现代电子技术的发展，越来越多地被用于高频、超高频和微波领域，但当信号频率升高时，晶体管的放大特性要发生变化，如电流增益减小、相移增加等，这些变化的主要原因是势垒区电容和扩散电容的充放电。本节主要讨论以下内容：

1. BJT的交流小信号等效电路
2. 电流增益 β 、 α 随频率的变化
3. 频率参数 f_β 、 f_α 、 f_T
4. 基区渡越时间
5. 功率-频率限制

1、BJT的交流小信号等效电路

BJT是**非线性器件**，但对于小信号条件下的工作状态可以看作**线性器件**。因此，常用**四端网络**的等效电路来研究晶体管电学特性。前面讨论G-P模型等效电路时我们已经知道BJT两个结区存在势垒电容和扩散电容，在考虑BJT的频率特性时，尤其要注意对这些电容的处理，**当器件工作在低频情况下时，一般视电容开路，高频情形下则要考虑电容的影响。**

1、BJT的交流小信号等效电路

1) 首先利用图示电路来推导工作在放大状态下BJT的
低频小信号等效电路

在直流偏置下 ($\widetilde{v_{BE}} = 0$) 集电极电流 I_C 为

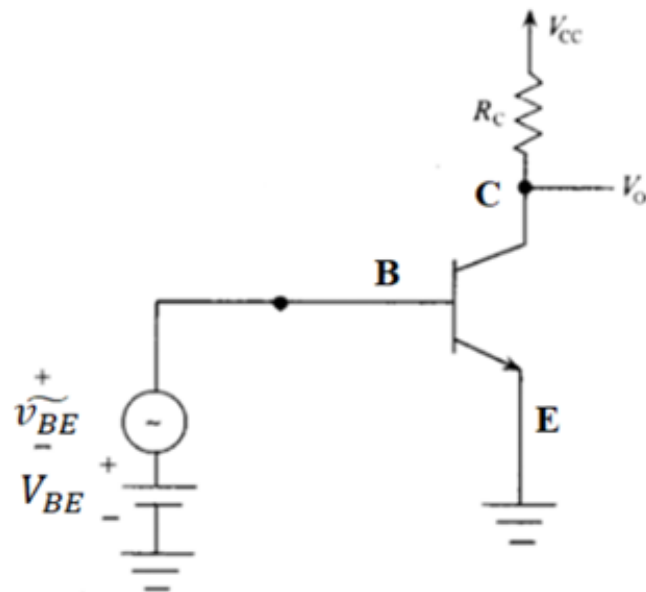
$$I_C = I_S \exp\left(\frac{qV_{BE}}{kT}\right)$$

这里忽略了理想NPN型BJT集电极电流表达式中的常数项，并认为发射结正偏状态下
 $\exp(\frac{qV_{BE}}{kT}) \gg 1$

理想NPN型BJT I_C 表达式

$$I_C = a_{21} \left[\exp\left(\frac{qV_{be}}{kT}\right) - 1 \right] + a_{22}$$

共射极BJT放大电路



◆ $\widetilde{v_{BE}}$ 表示交流电压信号，后面均用小写字母加~表示交流量

◆ V_{BE} 表示直流偏压，后面均用大写字母表示直流量

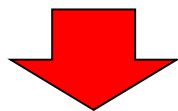
1、BJT的交流小信号等效电路

直流偏置下的 I_C

$$I_C = I_S \exp\left(\frac{qV_{BE}}{kT}\right)$$

在交流小信号下 ($\widetilde{v}_{BE} \neq 0$)

$$v_{BE} = V_{BE} + \widetilde{v}_{BE}$$



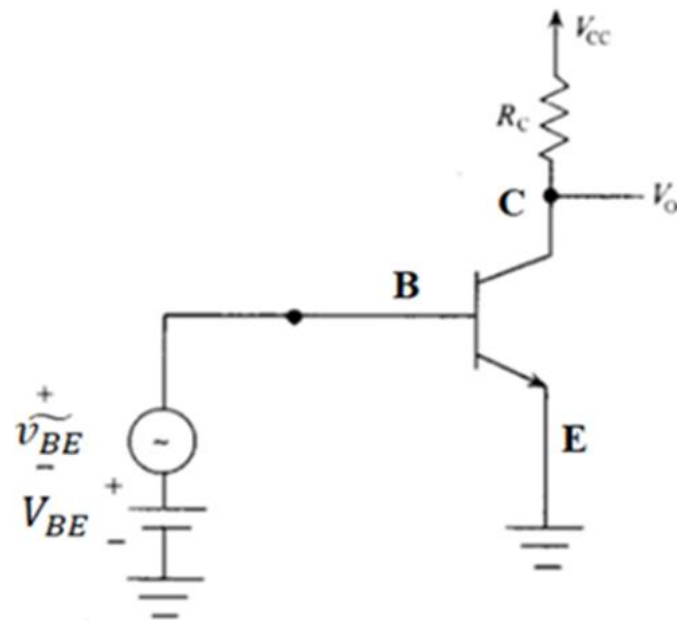
$$i_C = I_S \exp\left(\frac{qv_{BE}}{kT}\right) = I_S \exp\left[\frac{q(V_{BE} + \widetilde{v}_{BE})}{kT}\right] = I_C \exp\left(\frac{q\widetilde{v}_{BE}}{kT}\right)$$

v_{BE} 表示直流电压加交流电压

i_C 表示直流电流加交流电流

用小写字母加大写字母的下标表示直流量加交流量

共射极BJT放大电路



1、BJT的交流小信号等效电路

$$i_c = I_S \exp\left(\frac{q v_{BE}}{kT}\right) = I_S \exp\left[\frac{q(V_{BE} + \widetilde{v_{BE}})}{kT}\right] = I_C \exp\left(\frac{q \widetilde{v_{BE}}}{kT}\right)$$

若认为 $\widetilde{v_{BE}}$ 是使BJT工作在线性状态下的小信号，则必须使 i_c 表达式中的指数项近似等于 $\exp(qV_{BE}/kT)$ ，即， $\widetilde{v_{BE}} \ll kT/q$ ，这就是小信号条件。

将 $\exp(\frac{q \widetilde{v_{BE}}}{kT})$ 用泰勒级数展开保留前两项可得：

$$\exp\left(\frac{q \widetilde{v_{BE}}}{kT}\right) = 1 + \frac{q \widetilde{v_{BE}}}{kT} \quad \left(\frac{q \widetilde{v_{BE}}}{kT} \ll 1\right)$$

所以

$$i_c = I_C \exp\left(\frac{q \widetilde{v_{BE}}}{kT}\right) = I_C \left(1 + \frac{q \widetilde{v_{BE}}}{kT}\right) = I_C + I_C \frac{q \widetilde{v_{BE}}}{kT}$$

1、BJT的交流小信号等效电路

$$i_c = I_C \exp\left(\frac{q\widetilde{v_{BE}}}{kT}\right) = I_C \left(1 + \frac{q\widetilde{v_{BE}}}{kT}\right) = I_C + I_C \frac{q\widetilde{v_{BE}}}{kT}$$

根据电路分析中的叠加原理，可以知道总的电流应等于交流电流加上直流电流，从上式中可以看到，等式右边第一项为直流偏置电流，所以第二项应为交流小信号电流

$$\widetilde{i}_C = I_C \frac{q\widetilde{v_{BE}}}{kT}$$

上式表明集电极电流交流小信号电流与基极-发射极交流小信号电压之间近似呈线性关系， \widetilde{i}_C 与 $\widetilde{v_{BE}}$ 的比例因子称为跨导 g_m ，即 $\widetilde{i}_C = g_m \widetilde{v_{BE}}$ 。

1、BJT的交流小信号等效电路

$$\tilde{i}_C = I_C \frac{q \widetilde{v}_{BE}}{kT} \quad \tilde{i}_C = g_m \widetilde{v}_{BE}$$

根据上面两个式子，可以得到 g_m 的定义式

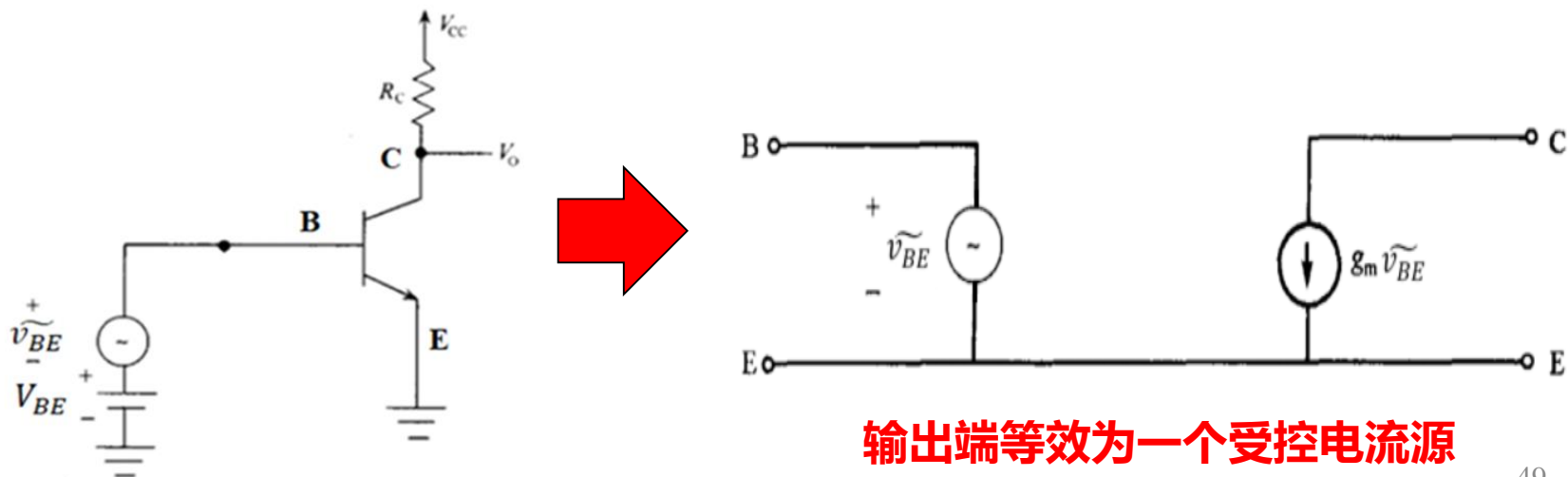
$$g_m = I_C \frac{q}{kT}$$

可见，**跨导 g_m** 正比于集电极直流偏置电流，因此，想要获得 g_m 必须先确定集电极的直流偏置电流，且在分析小信号电路时 g_m 为常数。

1、BJT的交流小信号等效电路

$$\tilde{i}_C = g_m \tilde{v}_{BE} \quad (g_m \text{为常数})$$

根据上面的式子，小信号条件下共发射极接法输出端集电极小信号电流正比于发射结小信号电压，所以集电极小信号电流可用一个受控电流源来表示，这样得到BJT小信号等效电路的输出端。



1、BJT的交流小信号等效电路

BJT处于放大状态时，在低频下，同直流情况一样，基极交流电流为集电极电流的 $1/\beta_0$ （ $\frac{\widetilde{i}_C}{\widetilde{i}_B} = \beta_0$ ， β_0 为低频交流共发射极电流增益），即 $\widetilde{i}_B = \frac{\widetilde{i}_C}{\beta_0} = \frac{g_m \widetilde{v}_{BE}}{\beta_0}$

$$\widetilde{i}_C = g_m \widetilde{v}_{BE} \quad (g_m \text{为常数})$$

因此，从BJT基极看，输入阻抗为

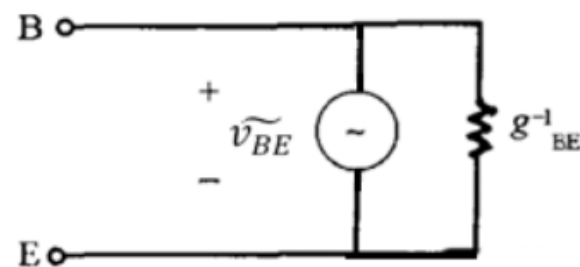
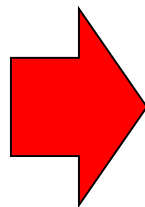
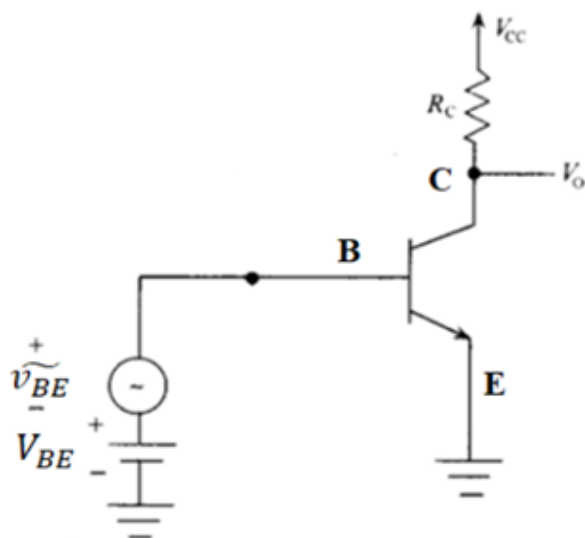
$$r_b = \frac{\widetilde{v}_{BE}}{\widetilde{i}_B} = \frac{\beta_0}{g_m}$$

r_b 为纯阻性，这里我们用 g_{BE}^{-1} 来表示 r_b

1、BJT的交流小信号等效电路

$$g_{BE}^{-1} = \frac{\widetilde{v_{BE}}}{\widetilde{i_B}} = \frac{\beta_0}{g_m}$$

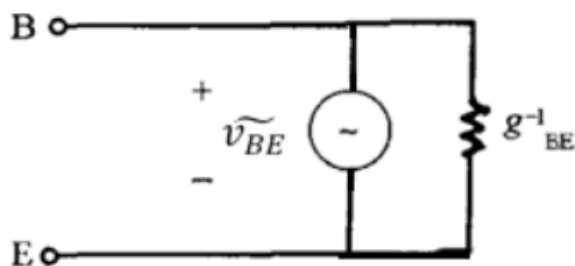
通过上面分析，可以知道小信号条件下共发射极接法的BJT的输入端可视为一个简单的电阻 g_{BE}^{-1}



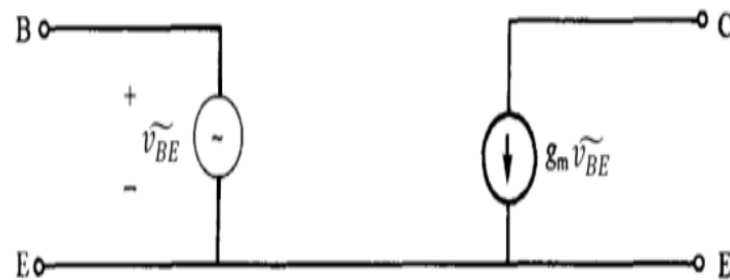
输入端等效为一个电阻

1、BJT的交流小信号等效电路

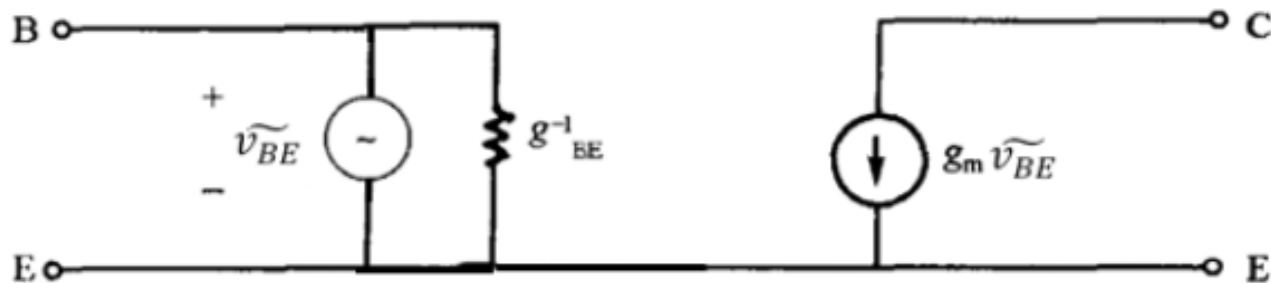
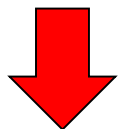
通过在小信号条件下对共射极接法的BJT输入输出端的分析，可以得到BJT在交流小信号条件下的完整的等效电路



输入端等效为一个电阻



输出端等效为一个受控电流源



BJT低频交流小信号等效电路

1、BJT的交流小信号等效电路



BJT低频交流小信号等效电路

$$g_{BE}^{-1} = \frac{\widetilde{v_{BE}}}{\widetilde{i_B}} = \frac{\beta_0}{g_m} \quad g_m = I_C \frac{q}{kT}$$

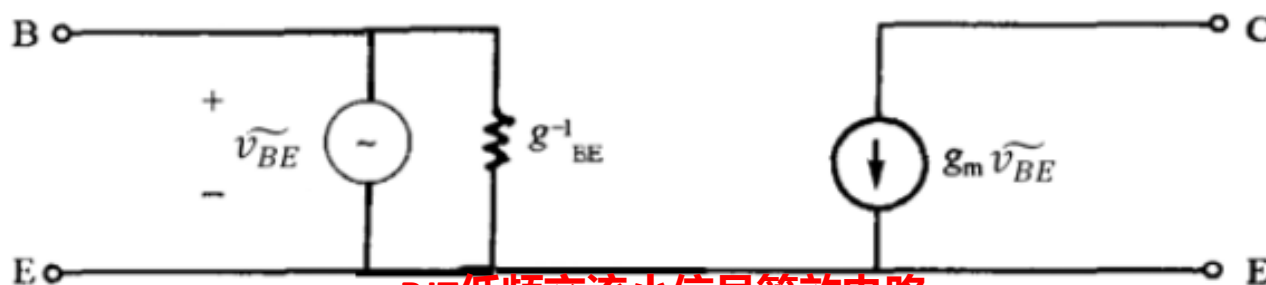
$$\widetilde{i_C} = g_m \widetilde{v_{BE}} \quad (g_m \text{ 为常数})$$

上面的等效电路，BJT被看成了电压控制电流源，通过输入端的小信号电压 $\widetilde{v_{BE}}$ 控制输出端的小信号电流 $\widetilde{i_C}$ ，而且小信号条件下 g_m 为常数（取决于直流偏置电压 I_C ），这样 $\widetilde{i_C}$ 就随 $\widetilde{v_{BE}}$ 线性变化，非线性器件BJT在小信号条件下线性化了。

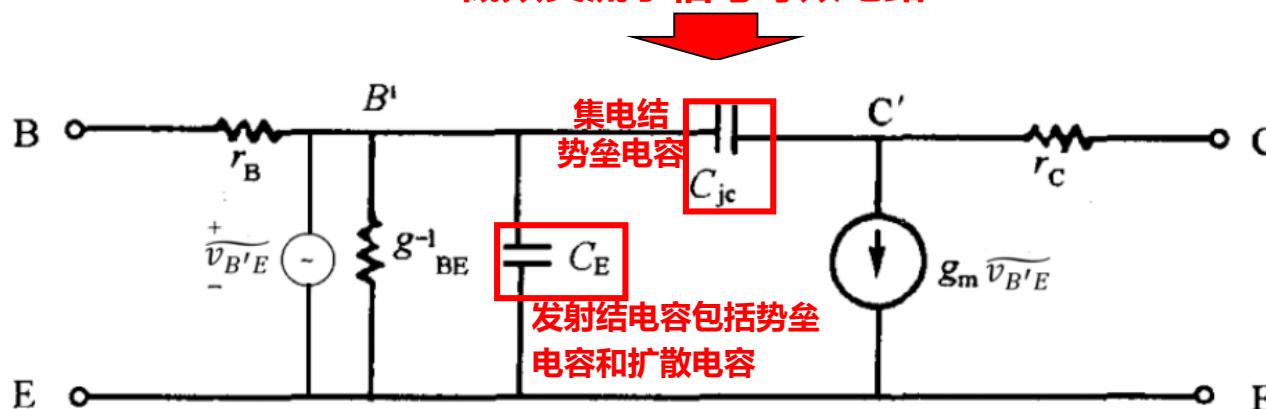
1、BJT的交流小信号等效电路

2) 高频交流小信号等效电路

BJT各结存在势垒电容和扩散电容，当BJT工作在高频条件下时，必须考虑这些电容，BJT高频交流小信号等效电路是在低频交流小信号等效电路的基础上添加两个结的电容，为了更准确可以再添加基极和集电极的串联电阻



BJT低频交流小信号等效电路



BJT高频交流小信号等效电路

$C_E = C_{jE} + C_{dE}$ 是发射极电容，包括势垒电容 C_{jE} 和扩散电容 C_{dE}

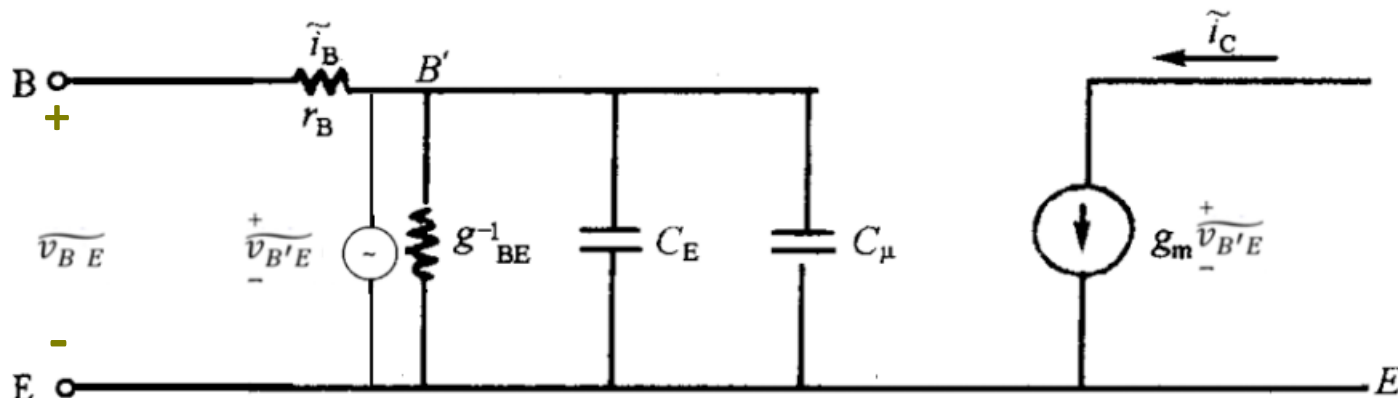
C_{jc} 是集电结势垒电容

集电结扩散电容较小可忽略(反偏)

r_B 、 r_C ：基极、集电极串联电阻

发射极串联电阻太小可忽略(发射区重掺)

1、BJT的交流小信号等效电路



根据密勒定理变换得到 $C_{\mu} = (1 + r_C g_m) C_{jC}$

事实上外加小信号输入电压是加在B和E两端（后面为了便于分析我们假定B'E两端的小信号电压已知），对高频小信号等效电路输入端分析可得

$$\widetilde{v_{B'E}} = \frac{\widetilde{v_{BE}}}{\left[\frac{1}{j\omega(C_E + C_{\mu})} \parallel g_{BE}^{-1} \right] + r_B} \left[\frac{1}{j\omega(C_E + C_{\mu})} \parallel g_{BE}^{-1} \right]$$

所以等效电路输出端电流为

$$\widetilde{i_C} = g_m \widetilde{v_{B'E}} = g_m \frac{\widetilde{v_{BE}}}{\left[\frac{1}{j\omega(C_E + C_{\mu})} \parallel g_{BE}^{-1} \right] + r_B} \left[\frac{1}{j\omega(C_E + C_{\mu})} \parallel g_{BE}^{-1} \right]$$

输出电流和
输入电压不
成线性

2、电流增益随频率的变化

直流特性下我们已经讨论了BJT的共基极直流电流增益 α_0 和共发射极直流电流增益 β_0 ，两者的定义分别是

$$\alpha_0 = \frac{I_{nC}}{I_E} \quad \beta_0 = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$$

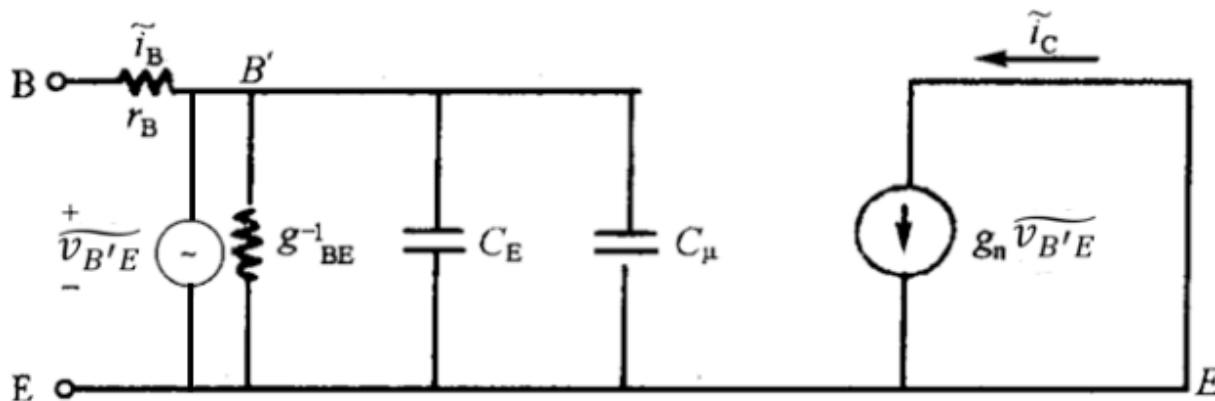
考虑BJT的频率特性时，一般讨论共基极交流短路电流增益 α 和共发射极交流短路电流增益 β 随信号频率变化而如何变化，而且通过BJT的交流小信号等效电路来求解电流增益随频率变化的情况。 α 和 β 的定义如下

$$\alpha = \frac{\tilde{i}_C}{\tilde{i}_E} \quad \beta = \frac{\tilde{i}_C}{\tilde{i}_B}$$

2、电流增益随频率的变化— β

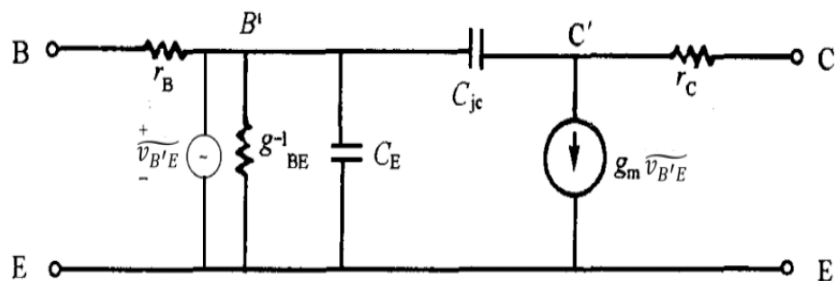
前面我们已经得到了BJT共发射极交流小信号等效电路，所以先来求解 β 随频率的变化情况

在输出端交流短路时，共发射极高频小信号等效电路可以改成下图所示的电路

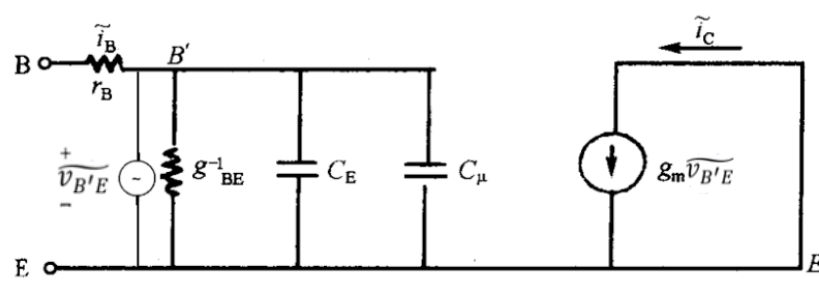


2、电流增益随频率的变化— β

在利用输出端交流短路的电路分析 β 随频率的变化情况之前，有必要先讨论一下电路的变化



BJT高频交流小信号等效电路



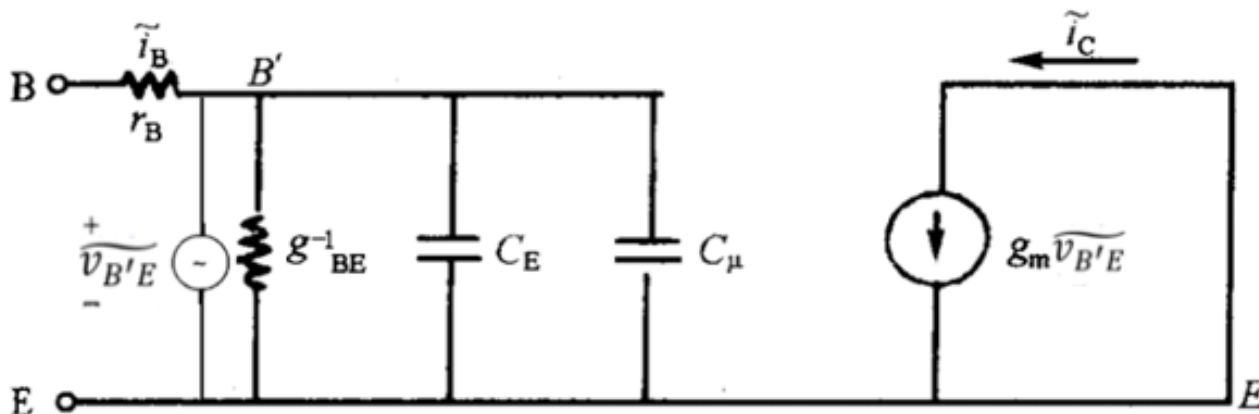
输出端交流短路时的高频小信号等效电路

对比两图可以看到电路最大的变化是将跨接在输入和输出的集电结电容 C_{jc} 和输出端集电极串联电阻 r_C 变换为与发射结电容并联的 C_{μ} ， C_{μ} 和 C_{jc} 及 r_C 变换关系是密勒定理，这样变换的目的是使计算更为简洁， C_{μ} 和 C_{jc} 及 r_C 间的约束关系为

$$C_{\mu} = (1 + r_C g_m) C_{jc}$$

2、电流增益随频率的变化— β

现在利用变换后的高频等效电路来讨论 β 随频率的变化情况



利用电路分析的知识可以很容易地得到下面的式子

$$\beta \equiv \frac{\tilde{i}_C}{\tilde{i}_B} = \frac{g_m}{g_{BE} + j\omega(C_E + C_{\mu})}$$

2、电流增益随频率的变化— β

$$\beta \equiv \frac{\tilde{i}_C}{\tilde{i}_B} = \frac{g_m}{g_{BE} + j\omega(C_E + C_\mu)}$$

对上式作变换

$$\beta = \frac{\frac{g_m}{g_{BE}}}{1 + j\omega \frac{C_E + C_\mu}{g_{BE}}}$$

$$g_{BE}^{-1} = \frac{\widetilde{v_{BE}}}{\widetilde{i_B}} = \frac{\beta_0}{g_m}$$

$$\beta_0 = g_{BE}^{-1} g_m$$

是 β_0 (共射极直流增益)

$$\text{令 } \frac{g_{BE}}{C_E + C_\mu} = \omega_\beta$$

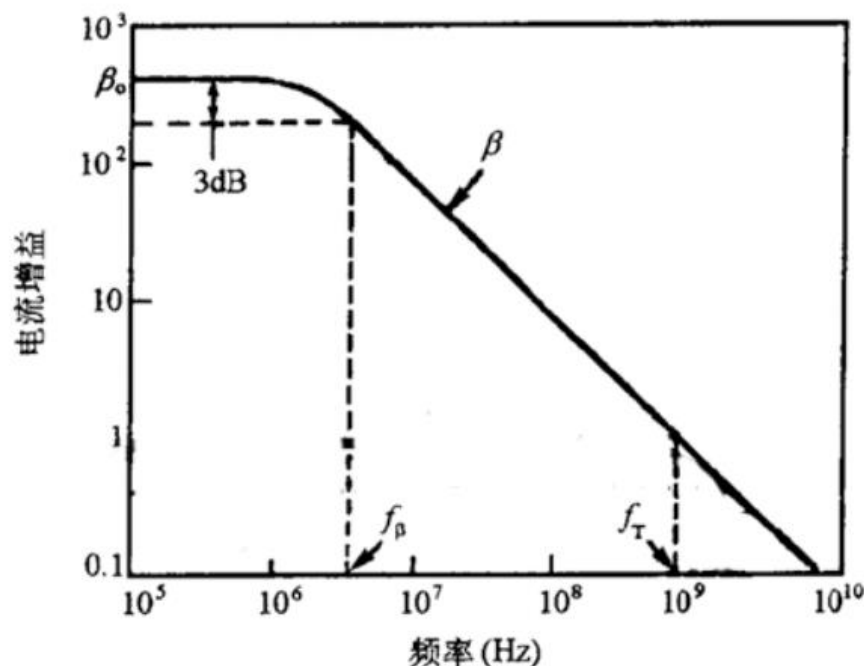
$$\beta = \frac{\beta_0}{1 + j\omega/\omega_\beta} \quad \omega_\beta = \frac{g_{BE}}{C_E + C_\mu}$$

f (频率)和 ω 之间有关系: $2\pi f = \omega$

$$\beta = \frac{\beta_0}{1 + jf/f_\beta} \quad f_\beta = \frac{1}{2\pi} \omega_\beta \quad \text{共发射极截止频率}$$

f 频率下 β 的大小通过对 β 求模得到 $|\beta| = \beta_0 / \sqrt{1 + (f/f_\beta)^2}$

2、电流增益随频率的变化— β



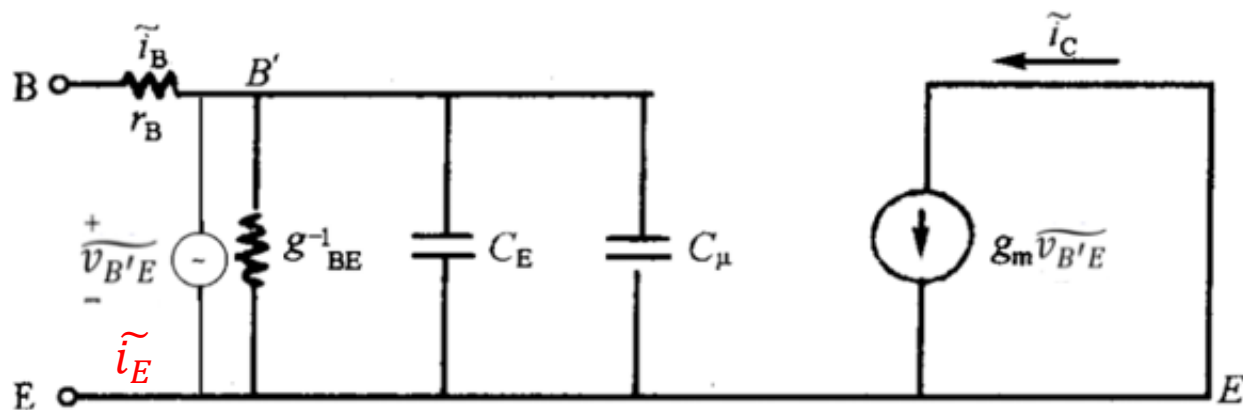
- ◆ 电流增益还可以用分贝(dB)描述
- ◆ 分贝定义为将 β 的模取以10为底的对数再乘以20，即 dB 值 $=20\lg(|\beta|)$
- ◆ 如 $\beta_1/\beta_2=\sqrt{2}$ ，其相应的增益分贝差为3dB
- ◆ f_β ：称为共发射极截止频率，定义为 $|\beta|$ 从 β_0 下降到 $\beta_0/\sqrt{2}$ （下降3dB）时的频率。

$$\beta = \frac{\beta_0}{1 + jf/f_\beta} \quad |\beta| = \beta_0 / \sqrt{1 + (f/f_\beta)^2}$$

如图为共发射极交流增益 β 随频率 f 变化的关系，可以得知，BJT在低频下增益高于在高频下的，且当频率超过 f_β 时 β 开始呈线性减小。**共发射极截止频率 f_β** 是BJT的一个重要**频率参数**。

2、电流增益随频率的变化— α

α 表示**共基极交流短路增益**，即**输出端交流短路**时集电极交流电流与发射极交流电流之比，计算 α 的定义式为： $\alpha = \frac{\tilde{i}_c}{\tilde{i}_E}$ ，我们仍然可以用计算 β 时用的**输出端交流短路高频小信号电路**来计算 α 。



通过分析上面电路中的 \tilde{i}_c 和 \tilde{i}_E ，利用计算 β **类似**的方法求解 α ，最终可得到以下关系式

$$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

$$\beta_0 = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0}$$

与直流电流增益 α_0 和 β_0 之间的关系类似 直流电流增益 α_0 和 β_0 的关系

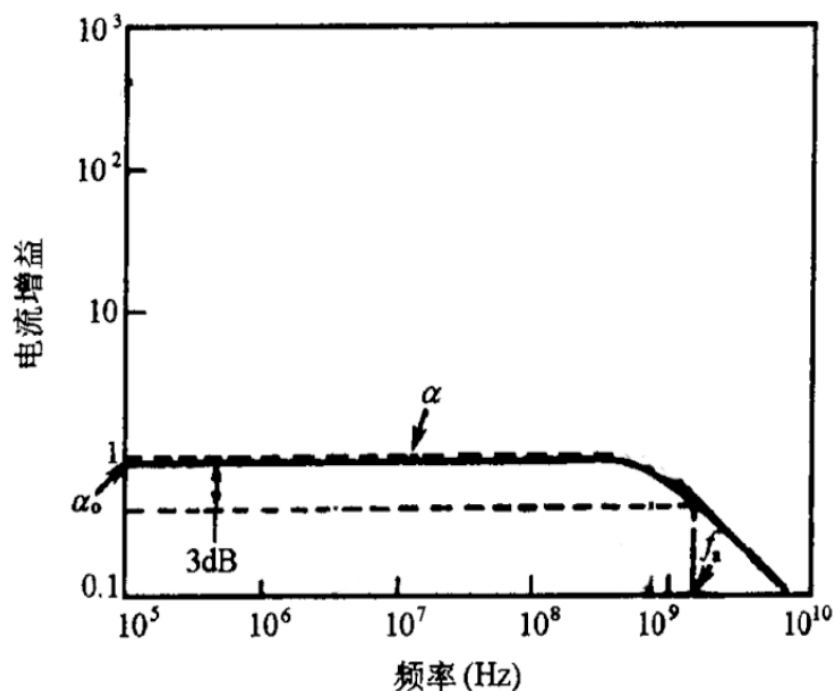
2、电流增益随频率的变化— α

$$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

$$\beta = \frac{\beta_0}{1 + jf/f_\beta}$$

通过上面两个式子还可以得到

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + jf/f_\alpha} \quad f_\alpha = (\beta_0 + 1)f_\beta$$

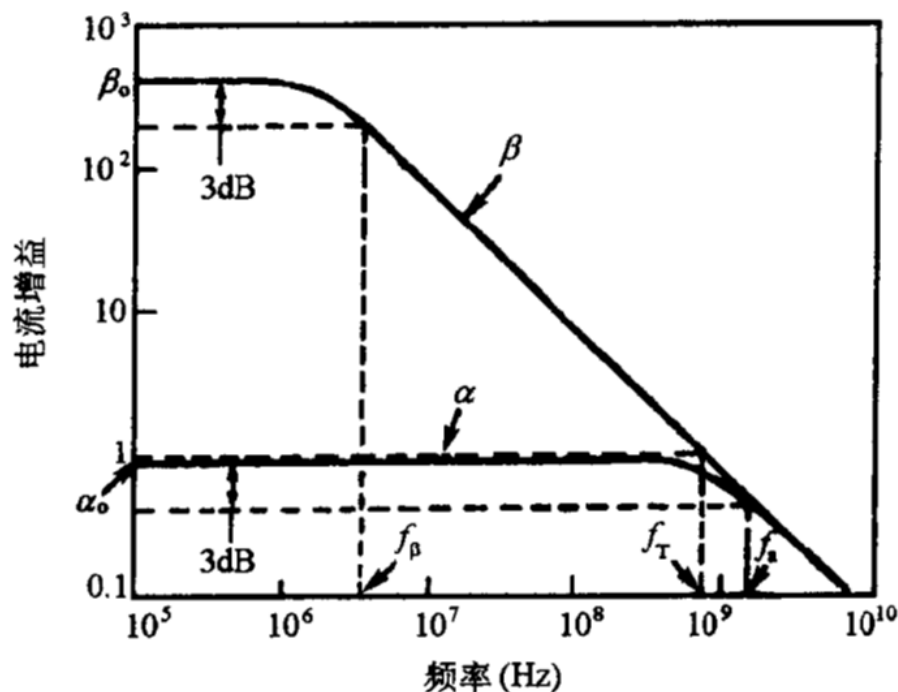


图中电流增益也可用分贝(dB)为单位, 定义:
把 α 的模取以10为底的对数再乘以20, 即dB值
 $=20\lg(|\alpha|)$

α - f 曲线:

- ◆ 低频下 α 的大小和 α_0 相差不大。
- ◆ 在高频段 α 会减小。
- ◆ α 可以在较宽的频段保持不变。
- ◆ f_α : 称为**共基极截止频率**, 定义为
 $|\alpha|$ 从 α_0 下降到 $\alpha_0/\sqrt{2}$ (下降3dB)
时的频率。
- ◆ f_α 是一个重要的频率参数, 称为
共基极截止频率, 当 $f > f_\alpha$ 时 α
开始线性减小。

2、电流增益随频率的变化— α 、 β 对比



对比 α 和 β 随工作频率的变化关系可以得到：

- ◆ 在中频段和低频段 β 远大于 α ，所以在放大电路中**共射极接法**更为常用。
- ◆ 当 $f=f_T$ 时 α 和 β 开始接近，并随频率增大两者继续保持接近。
- ◆ 在高频段 α 和 β 都会下降，当 $f > f_\alpha$ 时两者下降的速率基本一致。
- ◆ α 比 β 有更宽的**稳定**增益频段。

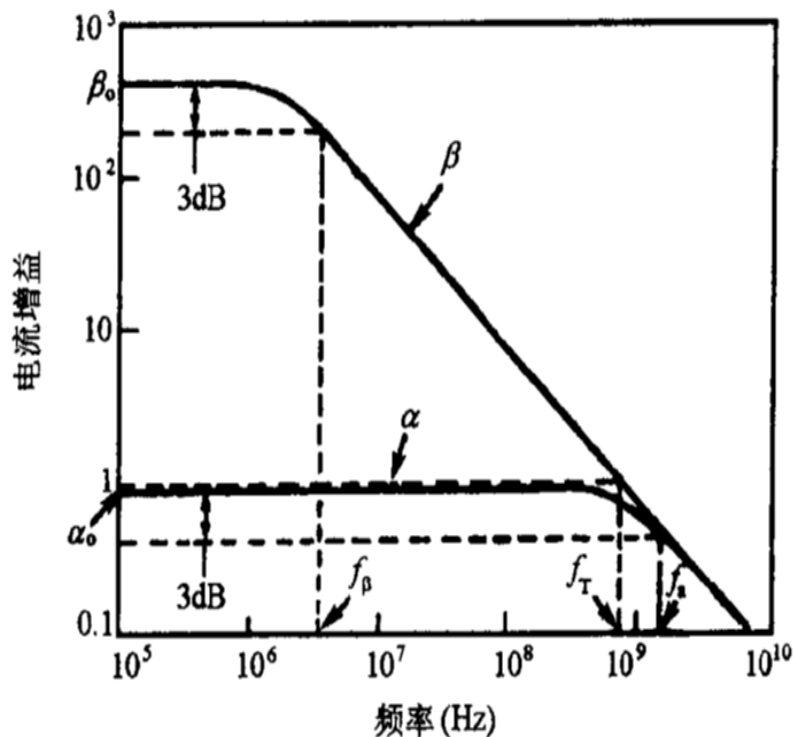
3、频率参数

下图中引入了三个频率参数，引入这三参数的意义是当BJT应用于处理交流信号时，用它们来表征BJT交流放大特性。

$$|\beta| = \beta_0 / \sqrt{1 + (f/f_\beta)^2}$$

表征BJT交流放大特性的频率参数：

- ◆ f_β ：称为**共发射极截止频率**，定义为 $|\beta|$ 从 β_0 下降到 $\beta_0/\sqrt{2}$ （下降3dB）时的频率，当 $f > f_\beta$ 时， β 开始呈线性减小。
- ◆ f_T ：称为**特征频率**，定义为 $|\beta|=1$ 时的频率，当 $f=f_T$ 时 α 和 β 开始接近，并随频率增大两者更接近。
- ◆ f_α ：称为**共基极截止频率**，定义为 $|\alpha|$ 从 α_0 下降到 $\alpha_0/\sqrt{2}$ （下降3dB）时的频率，当 $f > f_\alpha$ 时， α 开始线性减小。



3、频率参数— f_β

f_β 称为共发射极截止频率，定义为 $|\beta|$ 从 β_0 下降到 $\beta_0/\sqrt{2}$ 时的频率

$$|\beta| = \beta_0 / \sqrt{1 + (f/f_\beta)^2}$$

根据 $|\beta|$ 的表达式，当 $|\beta|$ 下降到 $\beta_0/\sqrt{2}$ 时 $f = f_\beta$

因为 f_β 和 ω_β 间的关系为 $f_\beta = \frac{1}{2\pi} \omega_\beta$

前面已经得到 ω_β 的表达式为 $\omega_\beta = \frac{g_{BE}}{C_E + C_\mu}$

所以 f_β 的表达式为 $f_\beta = \frac{1}{2\pi} \omega_\beta = \frac{1}{2\pi} \frac{g_{BE}}{C_E + C_\mu}$

3、频率参数— f_β

$$g_{BE}^{-1} = \frac{\beta_0}{g_m}$$

$$C_\mu = (1 + r_c g_m) C_{jc} \quad C_E = C_{jE} + C_{dE}$$

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi} \omega_\beta = \frac{1}{2\pi} \frac{g_{BE}}{C_E + C_\mu}$$

将 f_β 表达式中
 C_E 、 C_μ 、 g_{BE}
相应的表达式
代入

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi\beta_0} \frac{1}{\frac{C_{jE}}{g_m} + \frac{C_{dE}}{g_m} + \frac{C_{jc}}{g_m} + r_c C_{jc}}$$

C_{jE} : 发射结势垒电容
 C_{dE} : 发射结扩散电容
 C_{jc} : 集电结势垒电容

$\frac{kT}{q}$: 近似认为小信号电压

$C_{dE} \frac{kT}{q}$: 小信号电压下发射区和基区中的存储电荷

$\frac{C_{dE} kT}{I_c q} = \tau_F$: 少子正向渡越时间, 可理解为移走器件内 (主要是基区和发射区) 存储电荷所需的时间

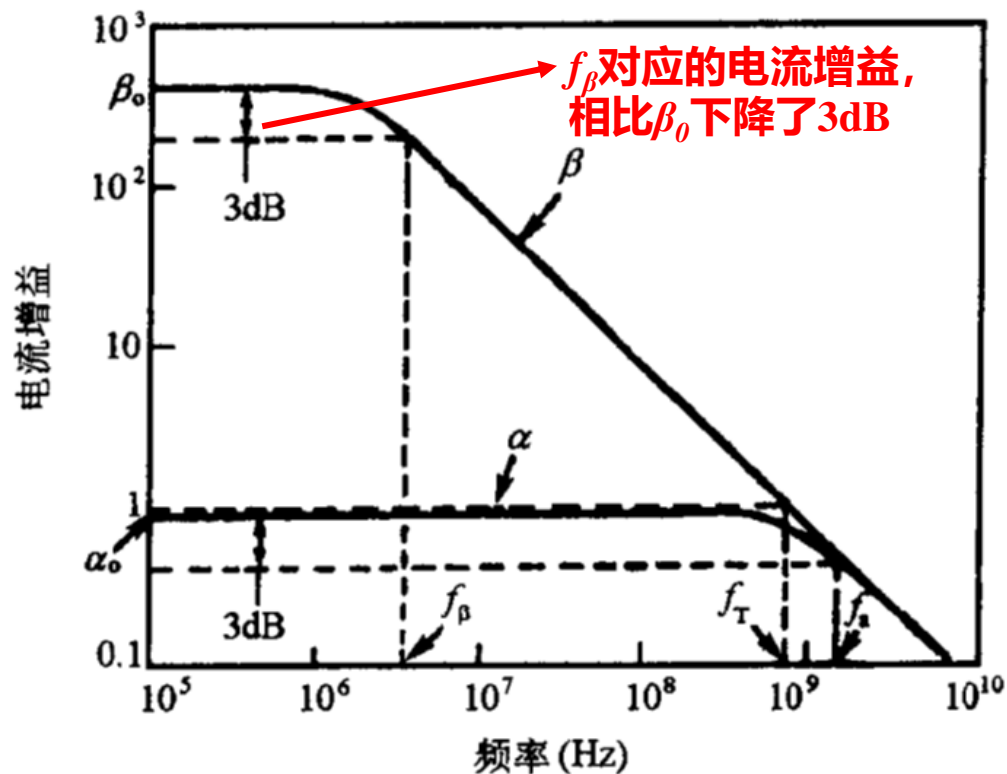
将 f_β 表达中 g_m
表达式代入

$$g_m = I_c \frac{q}{kT}$$

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi\beta_0} \frac{1}{\frac{C_{jE} kT}{I_c q} + \frac{C_{dE} kT}{I_c q} + \frac{C_{jc} kT}{I_c q} + r_c C_{jc}}$$

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi\beta_0} \frac{1}{\tau_F + \frac{kT}{q I_c} (C_{jE} + C_{jc}) + r_c C_{jc}}$$

3、频率参数— f_β



从图中可以看到，当BJT工作频率 $f > f_\beta$ 时，共射极增益开始明显呈线性下降，因此为保证器件放大信号的能力一般使其工作在小于 f_β 的频率范围内。

3、频率参数— f_T

f_T : 称为特征频率, 定义为 $|\beta|=1$ 时的频率

$$|\beta| = \beta_0 / \sqrt{1 + (f/f_\beta)^2}$$

令 $|\beta|=1$, 得到 $f \approx \beta_0 f_\beta$, 即 $f_T \approx \beta_0 f_\beta$, 从上面 $|\beta|$ 表达式中可以看到当 $f \gg f_\beta$ 时, 有

$$|\beta| f = \beta_0 f_\beta = f_T$$

一个结论: 频率 f 和增益 $|\beta|$ 的乘积是一个常数, 即特征频率 f_T , 因此 f_T 又称为增益-带宽积, 并且表明可以在比 f_T 低得多的频率下测量 $|\beta|$ 来得到 f_T

3、频率参数— f_T

$$|\beta| f = \beta_0 f_\beta = f_T$$

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi\beta_0} \frac{1}{\tau_F + \frac{kT}{qI_C} (C_{jE} + C_{jC}) + r_C C_{jC}}$$

由上面两式可以得到 f_T 的具体表达式

$$f_T = \beta_0 f_\beta = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\tau_F + \frac{kT}{qI_C} C_{jE} + (\frac{kT}{qI_C} + r_C) C_{jC}}$$

f_T 表达式分母中每一项的含义

$$\tau_F = \frac{C_{dE} kT}{I_C q}$$

或

$$\tau_F = \tau_B = \int_0^W \frac{dx}{v(x)}$$

$$\tau_E = \frac{kT}{qI_C} C_{jE}$$

τ_E : 发射结充电时间

$$\tau_C = (\frac{kT}{qI_C} + r_C) C_{jC}$$

τ_C : 集电结充电时间

τ_F : 少子正向渡越基区的时间,
与 τ_B 意义相近, 只是表示不同

3、频率参数— f_T

通过上面的分析，可以重新写为

$$f_T = \beta_0 f_\beta = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\tau_F + \tau_E + \tau_C}$$

$$\tau_F = \frac{C_{dE} kT}{I_c q}$$

或

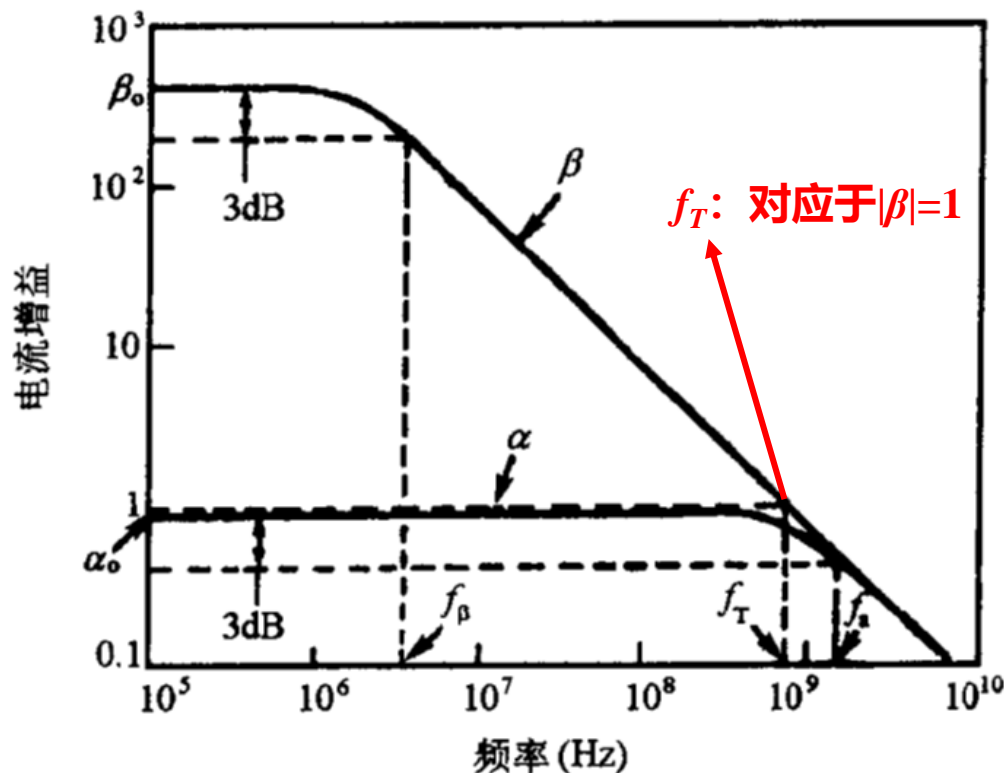
$$\tau_F = \tau_B = \int_0^W \frac{dx}{v(x)}$$

$$\tau_E = \frac{kT}{qI_c} C_{jE}$$

$$\tau_C = \left(\frac{kT}{qI_c} + r_c \right) C_{jC}$$

- ◆ f_T 是晶体管的**特征频率**，当工作频率高于 f_T 时，晶体管共射极交流电流增益基本小于1，也就意味着晶体管的放大性能变得很差，实际应用中一般不会使晶体管的工作频率大于 f_T 。
- ◆ 要想提高晶体管的特征频率就必须**减小 τ_F 、 τ_E 、 τ_C 这些时间常数**，常用的做法就是**减小结电容和基区宽度**。因为 f_β 和 f_T 成正比（比例系数为 β_0 ），所以提高 f_T 的同时 f_β 也会提高。

3、频率参数— f_T

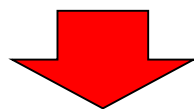


◆ f_T : 称为特征频率, 定义为 $|\beta|=1$ 时的频率。

从图中可以看到, 当 $f=f_T$ 时, 共射极增益 β 和共基极增益 α 开始逐渐接近, 并且当 $f>f_T$ 时共射极交流增益 β 和共基极交流增益 α 开始几乎以同样的下降的速率而下降。

3、频率参数— f_α

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi\beta_0} \frac{1}{\tau_F + \tau_E + \tau_C} \xrightarrow{\text{代入}} f_\alpha = (\beta_0 + 1)f_\beta$$



$$f_\alpha = \frac{\beta_0 + 1}{2\pi\beta_0} \frac{1}{\tau_F + \tau_E + \tau_C}$$

$$f_T = \beta_0 f_\beta = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\tau_F + \tau_E + \tau_C}$$

$$\tau_F = \frac{C_{dE}kT}{I_c q}$$

或

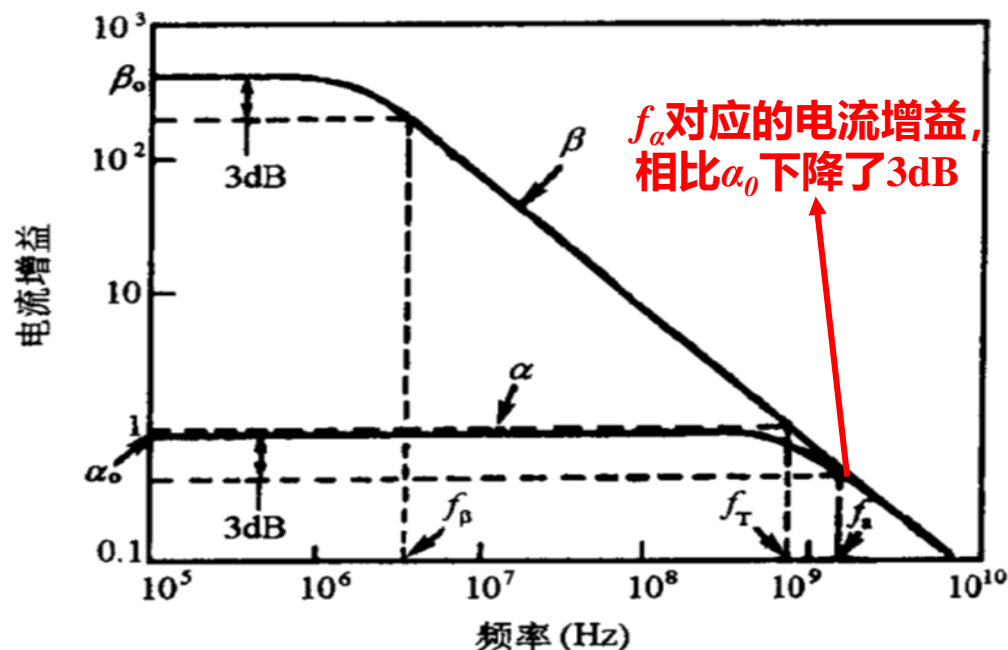
$$\tau_F = \tau_B = \int_0^W \frac{dx}{v(x)}$$

$$\tau_E = \frac{kT}{qI_c} C_{jE}$$

$$\tau_C = \left(\frac{kT}{qI_c} + r_C\right) C_{jC}$$

利用前面推导的 f_α 和 f_β 之间的关系以及 f_β 的表达式，可以得到上面的 f_α 的表达式，和 f_T 的表达式项相比发现， f_α 和 f_T 也成正比（比例系数为 $\frac{\beta_0 + 1}{\beta_0}$ ），所以可以得出结论提高 f_T 的同时 f_α 也会提高。

3、频率参数— f_α



当频率达到 f_α 时，BJT共基极交流增益 α 和 α_0 相比下降了3dB，我们认为此时BJT**不再具有放大能力**，且此时BJT的共发射极交流增益 β 和共基极交流增益 α 无论是大小还是**随频率变大而下降的速率**都相同。

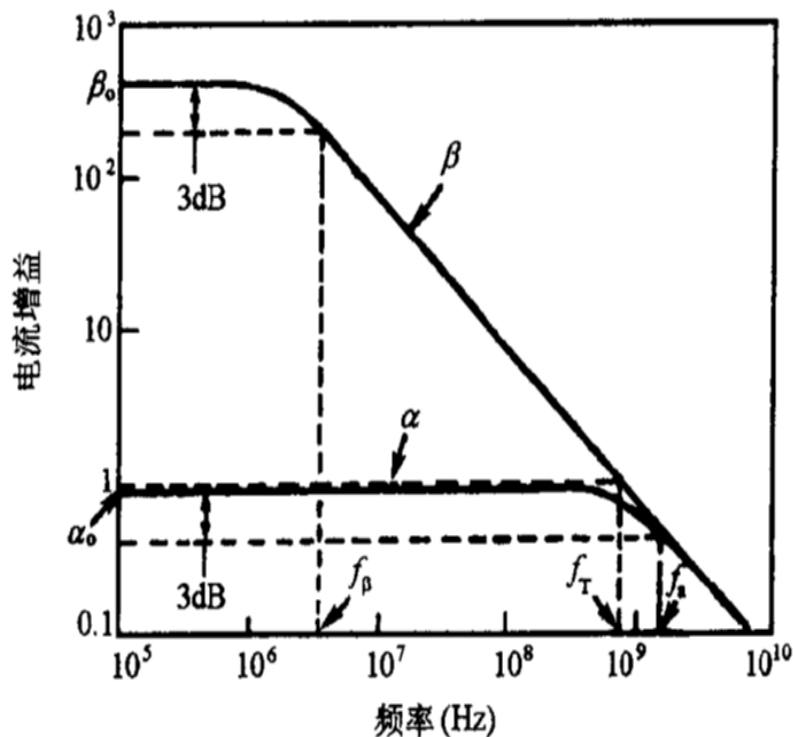
3、频率参数

下图中引入了三个频率参数，引入这三参数的意义是当BJT应用于处理交流信号时，用它们来表征BJT交流放大特性。

$$|\beta| = \beta_0 / \sqrt{1 + (f/f_\beta)^2}$$

表征BJT交流放大特性的频率参数：

- ◆ f_β ：称为**共发射极截止频率**，定义为 $|\beta|$ 从 β_0 下降到 $\beta_0/\sqrt{2}$ （下降3dB）时的频率，当 $f > f_\beta$ 时， β 开始呈线性减小。
- ◆ f_T ：称为**特征频率**，定义为 $|\beta|=1$ 时的频率，当 $f=f_T$ 时 α 和 β 开始接近，并随频率增大两者更接近。
- ◆ f_α ：称为**共基极截止频率**，定义为 $|\alpha|$ 从 α_0 下降到 $\alpha_0/\sqrt{2}$ （下降3dB）时的频率，当 $f > f_\alpha$ 时， α 开始线性减小。



4、基区渡越时间

少子渡越基区的时间 τ_B 的延迟作用对于BJT的频率响应能力是一个重要的限制，特别是基区宽度比较大时， τ_B 实际上决定着BJT的特征频率 f_T 。 τ_B 可用以下式子表示

$$\tau_B = \int_0^W \frac{dx}{v(x)}$$

$v(x)$ 是基区内少子的有效速度， W 是基区宽度

$v(x)$ 和载流子运动引起的电流之间的关系是 $I_n = qn_p(x)v(x)A$

联立 τ_B 和 I_n 可以将 τ_B 重新书写为 $\tau_B = \int_0^W \frac{qAn_p(x)}{I_n(x)} dx$

A 是BJT的横截面积， $n_p(x)$ 是基区内少子在 x 处的浓度

忽略基区复合，则 $I_n = I_{nE} \approx I_C$ ， I_n 与 x 无关，所以又有

对 τ_B 理解：以电流 I_C 移走基区内少子电荷所需要的时间

$$\tau_B = \frac{qA \int_0^W n_p(x) dx}{I_C} \simeq \frac{Q_B}{I_C}$$

Q_B 是基区内少子总量

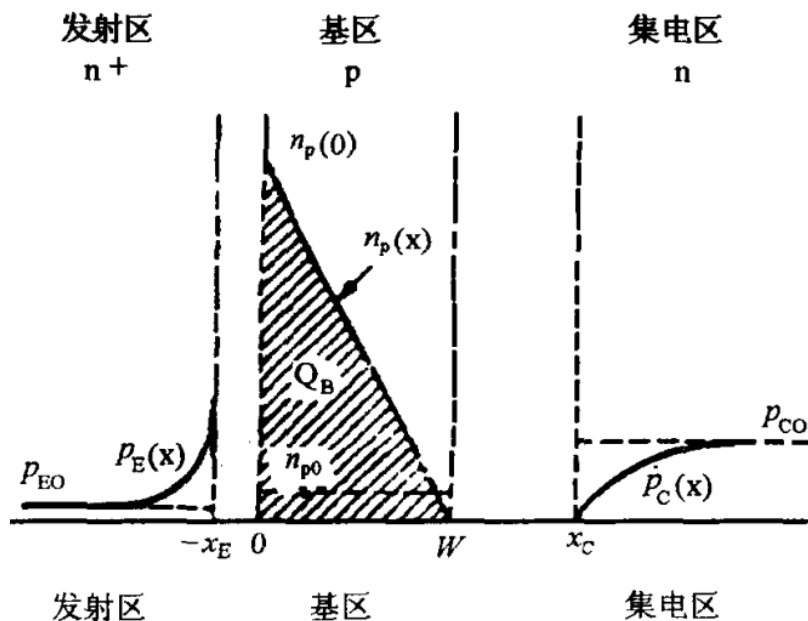
4、基区渡越时间

$$\tau_B = \frac{qA \int_0^W n_p(x) dx}{I_C} \simeq \frac{Q_B}{I_C}$$

Q_B 是基区内少子电荷总量

1) 均匀掺杂和小注入条件下，求解 τ_B

第2节我们已经求出了放大状态下均匀掺杂且小注入时基区少子分布情况，如下图所示



由图可知，基区中少子电荷总量可用图中阴影部分的面积表示

$$Q_B = qA \int_0^W n_p(x) dx$$

$$= qA \frac{W n_p(0)}{2}$$

4、基区渡越时间

$$\tau_B = \frac{qA \int_0^W n_p(x) dx}{I_C} \simeq \frac{Q_B}{I_C}$$

Q_B 是基区内少子电荷总量

1) 均匀掺杂和小注入条件下，求解 τ_B

放大状态下均匀掺杂且小注入时集电极电流 I_C 表示为

$$I_C = a_{21} \left[\exp\left(\frac{qV_{be}}{kT}\right) - 1 \right] + a_{22}$$
$$a_{21} = \frac{qAD_n n_{p0}}{W}$$
$$a_{22} = -qA \left(\frac{D_{nb} n_{p0}}{W} + \frac{D_{pc} p_{nc0}}{L_{pc}} \right)$$

放大状态 $V_{be} > 0$ ，指数项比较大，所以这里忽略 a_{22} ，将 I_C 简化为

$$I_C = \frac{qAD_n n_{p0}}{W} \exp\left(\frac{qV_{be}}{kT}\right)$$

4、基区渡越时间

1) 均匀掺杂和小注入条件下，求解 τ_B

$$\tau_B = \frac{qA \int_0^W n_p(x) dx}{I_C} \simeq \frac{Q_B}{I_C}$$

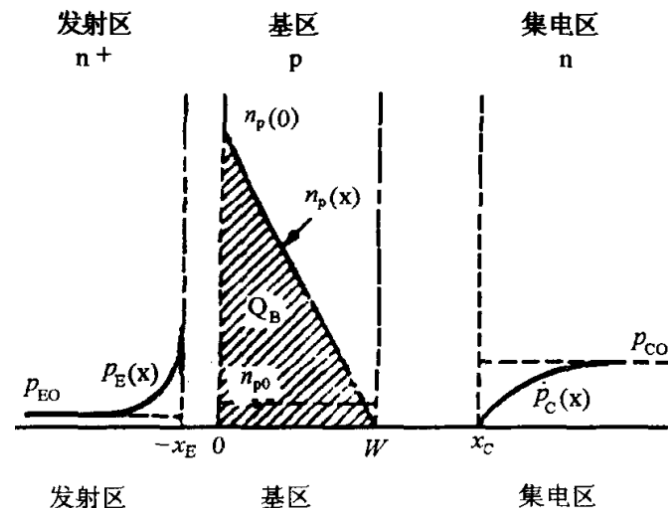
Q_B 是基区内少子电荷总量

$$Q_B = qA \int_0^W n_p(x) dx$$

$$= qA \frac{W n_p(0)}{2}$$

$$I_C = \frac{qAD_{nb}n_{pb0}}{W} \exp\left(\frac{qV_{be}}{kT}\right)$$

$$\tau_B = \frac{W^2}{2D_n}$$



结论：由于大多数半导体中电子的扩散系数比空穴的大，高频BJT大都采用NPN结构。为了改善频率响应，必须缩短 τ_B ，所以高频BJT的基区宽度必须很小。

4. 基区渡越时间

$$\tau_B = \frac{qA \int_0^W n_p(x) dx}{I_C} \simeq \frac{Q_B}{I_C}$$

Q_B 是基区内存
储电荷总量

2) 非均匀掺杂和小注入情形, 求解 τ_B

非均匀掺杂和小注入 I_C 的表达式为

$$I_C \simeq I_{En} = \frac{qAD_n n_i^2 e^{qV_{BE}/k_B T}}{\int_0^W p_p(x) dx}$$

将 I_C 的表达式代入 τ_B 的表达式得到

$$\tau_B = \frac{\int_0^W p_p(x) dx \int_0^W n_p(x) dx}{D_n n_i^2 e^{qV_{BE}/k_B T}}$$

结论: 对于非均匀掺杂BJT, 要使 τ_B 很小以实现好的高频性能, 除了要求**载流子扩散系数大**之外, 还需要**减小基区掺杂浓度**。

5. 功率-频率限制

BJT的最大输出功率受 P_m 雪崩击穿电压 V_m （或者临界场强 E_c ）和载流子饱和漂移速度 v_s 的限制。

1) 首先分析雪崩击穿电压 V_m 和截止频率 f_T 之间的限制关系

BJT允许的最大电压是BJT开始发生雪崩击穿时的电压 V_m

利用临界场强可以写出 $V_m = \mathcal{E}_c L_{EC}$ L_{EC} 是发射极和集电极之间的距离

假设载流子以饱和漂移速度运动, 则 $\tau_{EC} = L_{EC} / v_s$ $f_T = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\tau_F + \tau_E + \tau_C}$

前面已经求得BJT截止频率 f_T 与 τ_{EC} 之间的关系 $f_T = \frac{1}{2\pi\tau_{EC}}$

所以可以得到 $f_T = \frac{1}{2\pi\tau_{EC}} = \frac{v_s}{2\pi L_{EC}}$ $V_m = \mathcal{E}_c L_{EC}$ $V_m f_T = \frac{\mathcal{E}_c v_s}{2\pi}$

5. 功率-频率限制

2) 再分析雪崩击穿电压 V_m 和BJT最大功率间的关系

可以把BJT的阻抗简单地用 χ_C 来表示

所以BJT最大功率 P_m 和BJT能承受的最大电压 V_m 间的关系为

$$P_m = V_m^2 / \chi_C \Rightarrow V_m^2 = P_m \chi_C$$

3) 最后求BJT功率和频率的限制关系

$$V_m^2 = P_m \chi_C \xrightarrow{\text{代入}} V_m f_T = \frac{e_c v_s}{2\pi}$$

最后得到功率-频率的限制关系为

$$(P_m \chi_C)^{1/2} f_T = \frac{e_c v_s}{2\pi}$$

结论：功率-频率的极限关系说明，对于一定的器件阻抗，器件的功率输出能力随截止频率升高而下降