第八章 角度调制与解调

8.1 调角波的基本性质

8.2 调频信号通过非线性电路

8.3 调频信号通过线性网络

8.4 调频波的产生

8.5 鉴频

8.2 调频信号通过非线性电路

非线性电路：放大、倍频、混频、动态限幅等。

8.2.1 FM信号的倍频

$$u_{FM}(t) \longrightarrow \boxed{\text{非线性电阻}} \longrightarrow u_0(t)$$

$u_i = U\cos\omega t$ 非线性电阻响应为周期函数，傅里叶展开可得到响应的频率成分为 $n\omega$

$$u_{FM}(t) = U_{FM}\cos[\omega_0 t + \Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau]$$ t 时间域内，非周期函数

$$t' = t + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\int_0^t s(\tau)d\tau$$ t' 时间域内，周期函数

$$u_{FM} = U_{FM}\cos\omega_0 t'$$

$u_o(t')$ 可展开为

$$u_o(t') = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_0 t'$$

$$u_o(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos[n\omega_0 t + n\Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau]$$ 调频波

8.2 调频信号通过非线性电路

结论：调频信号通过 n 倍频电路，输出仍为调频波，但调频波参数发生如下变化。

中心频率 $\omega_{on} = n\omega_0$

最大频偏 $\Delta\omega_n = n\Delta\omega$

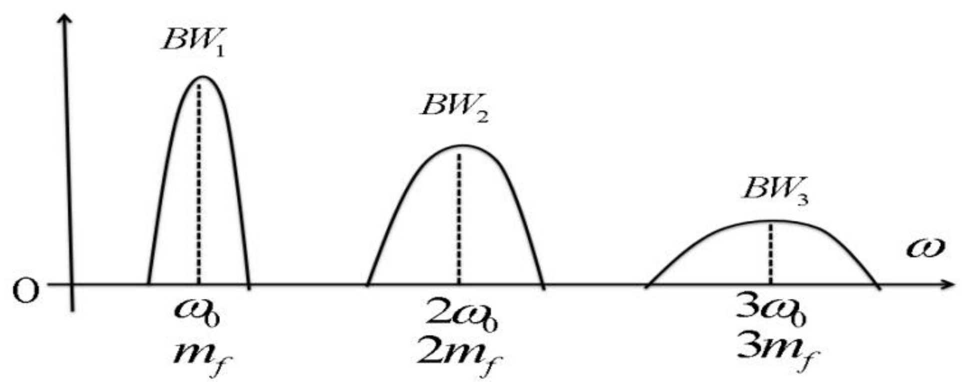
调频指数 $m_{f,n} = \dfrac{n\Delta\omega}{\Omega_{\max}} = nm_f$

放大n倍

相对频偏 $D_n = \dfrac{n\Delta\omega}{n\omega_0} = D_1 = \dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}$　　不变

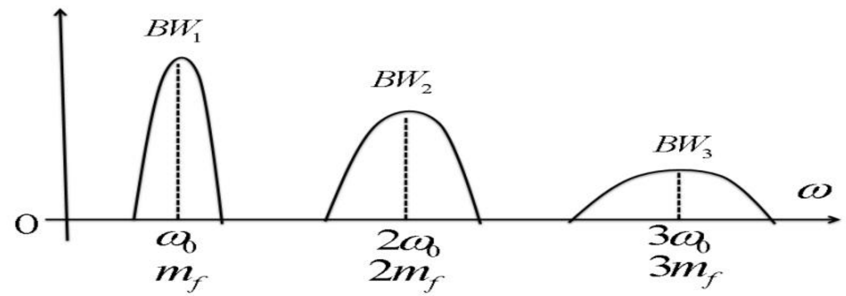
带宽 $BW_n = 2(m_{f,n} + 1)\Omega_{\max} = 2(nm_f + 1)\Omega_{\max}$　　变大

输出信号频谱结构



8.2 调频信号通过非线性电路

输出信号频谱结构



基波可分离条件： $\dfrac{BW_1}{2}+\dfrac{BW_2}{2}<\omega_0 \quad \Rightarrow (3m_f+2)\Omega_{\max}<\omega_0$

或 $D=\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}=\dfrac{m_f\Omega_{\max}}{\omega_0}<\dfrac{m_f}{(3m_f+2)}$

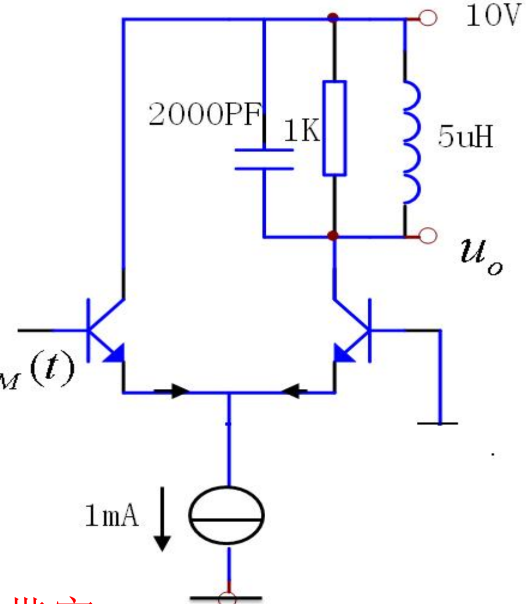
n 次谐波可分离条件： $\dfrac{BW_{n+1}}{2}+\dfrac{BW_n}{2}<\omega_0 \quad \Rightarrow [(2n+1)m_f+2]\Omega_{\max}<\omega_0$

或 $D=\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}<\dfrac{m_f}{(2n+1)m_f+2}$

8.2 调频信号通过非线性电路

举例： $u_{FM}=100\cos[10^7 t+10^5\int_0^t s(\tau)d\tau](mV),\ \Omega_{\max}=2\times 10^4 rad/s,$

写出图示电路的输出电压表达式。



解答：

调频波参数 $\begin{cases}\omega_0=10^7 rad/s, \quad \Delta\omega=10^5 rad/s \\ m_f=\dfrac{\Delta\omega}{\Omega_{\max}}=5 \\ BW=2(1+m_f)\Omega_{\max}=2.4\times 10^5 rad/s\end{cases}$

调谐回路参数 $\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}=10^7 rad/s$

$$BW=\frac{1}{RC}=5\times 10^5 rad/s$$ 大于信号带宽

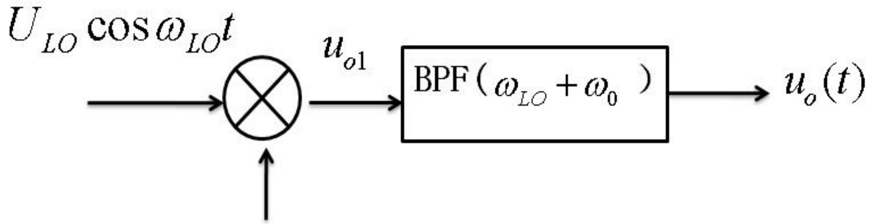
基波频谱与3次谐波不重叠条件： $[3m_f+1+m_f+1]\Omega_{\max}=4.4\times 10^5 rad/s<2\omega_0$ 满足

$$\therefore I_{C2,1}=I_K a_1(x)=1\cdot a_1(\frac{100}{26})=0.55mA$$

$$u_o(t)=V_{CC}+I_{C2,1}R_L\cos[10^7t+10^5\int_0^t s(\tau)d\tau]=10+0.55\cos[10^7t+10^5\int_0^t s(\tau)d\tau](V)$$

8.2 调频信号通过非线性电路

8.2.2 调频信号通过混频电路



$$u_{FM}(t)=U_{FM}\cos[\omega_0 t+\Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau]$$

设中心频率在 $\omega_{LO}+\omega_0$ 的BPF的通带大于调频波的带宽 $2\Delta\omega+2\Omega_{\max}$，且在通带内呈平坦特性。

$$u_{01}=U_{LO}U_{FM}\cos\omega_{LO}t\cdot\cos[\omega_0 t+\Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau]$$

$$=\frac{U_{LO}U_{FM}}{2}\cos[(\omega_{LO}+\omega_0)t+\Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau]$$

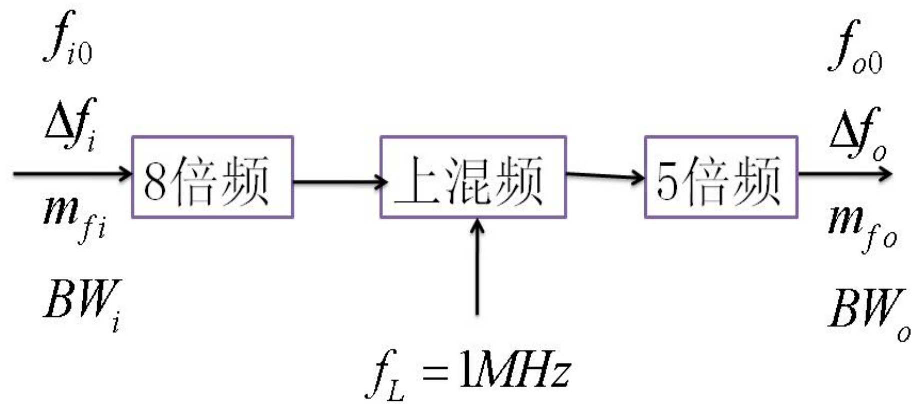
$$+\frac{U_{LO}U_{FM}}{2}\cos[(\omega_{LO}-\omega_0)t-\Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau]$$

$$\therefore u_o(t)=\frac{1}{2}U_{LO}U_{FM}\cos[(\omega_{LO}+\omega_0)t+\Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau]$$

调频信号通过混频电路改变的仅是中心频率和相对频偏，最大频偏与调频指数保持不变。

8.2 调频信号通过非线性电路

举例：已知图示系统的输入调频波参数：$f_{i0}=250KHz$，$\Delta f_i=350Hz$，$f_{\max}=800Hz$。求输出调频波参数。



解答：

$$f_{o0}=5\times(8f_{i0}+f_L)=5(8\times250+1000)=15MHz$$

$$\Delta f_o=5\times8\Delta f_i=40\times350Hz=14KHz$$

$$mf_o=5\times8\times mf_i=5\times8\times\frac{\Delta f}{f_{\max}}=40\times\frac{350}{800}=17.5$$

$$BW_O=2(mf_o+1)f_{\max}=2\times18.5\times800Hz=29.6KHz$$

8.3 调频信号通过线性网络

线性网络传递函数：

$$u_{FM}(t) \longrightarrow \boxed{|H(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}} \longrightarrow u_0(t)$$

$$H(j\omega) = |H(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$$

1. 单一频率信号通过线性网络 $u_i = U \cos\omega_0 t$

$$u_o(t) = U|H(j\omega_0)|\cos[\omega_0 t + \varphi(\omega_0)]$$

2. FM信号通过线性网络

$$u_{FM}(t) = U_{FM}\cos[\omega_0 t + \Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau]$$

在满足准静态条件的前提下，工程上可近似计算：

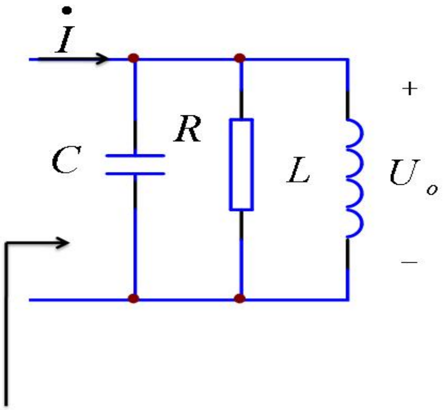
$$u_o(t) = U_{FM}|H(j\omega)|\cos\{\omega_0 t + \Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau + \varphi(\omega)\}$$

准静态条件：

$$\left|\frac{\psi^{(2)}(t)}{2}\frac{H^{(2)}(j\omega)}{H(j\omega)}\right|_{\max} \le \left|\frac{\psi^{(2)}(t)}{2}\right|_{\max}\cdot\left|\frac{H^{(2)}(j\omega)}{H(j\omega)}\right|_{\max} << 1$$

其中：$\psi(t) = \Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau$

3. 设线性网络为常用的RLC网络 $Q=\omega_0 RC$



$$H(j\omega)=Z(j\omega)=\frac{U_o(j\omega)}{I(j\omega)}=\frac{R}{1+jQ\dfrac{\omega^2-\omega_0^2}{\omega\omega_0}}\overset{\omega\approx\omega_0}{=}\frac{R}{1+j\dfrac{\omega-\omega_0}{\alpha}}$$

$$\left(Q\frac{\omega^2-\omega_0^2}{\omega\omega_0}=\omega_0 RC\frac{(\omega-\omega_0)(\omega+\omega_0)}{\omega\omega_0}=2RC(\omega-\omega_0)=\frac{\omega-\omega_0}{\alpha}\right)$$

$$\Rightarrow H'(j\omega)=\frac{-(j/\alpha)R}{(1+j\dfrac{\omega-\omega_0}{\alpha})^2}\quad\Rightarrow H''(j\omega)=\frac{2(j/\alpha)^2R}{(1+j\dfrac{\omega-\omega_0}{\alpha})^3}$$

$$s(t)=\cos\Omega_{\max}t\Rightarrow\begin{cases}\psi(t)=\Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau\\ \psi'(t)=\Delta\omega s(t)\\ \psi''(t)=\Delta\omega s'(t)=-\Delta\omega\Omega_{\max}\sin\Omega_{\max}t\end{cases}$$

8.3 调频信号通过线性网络

准静态条件：

$$\left|\frac{\Delta\omega\Omega_{\max}\sin\Omega_{\max}t}{2}\right|_{\max}\cdot\left|\frac{2(j/\alpha)^2R}{(1+j\dfrac{\omega-\omega_0}{\alpha})^3}\Big/\frac{R}{1+j\dfrac{\omega-\omega_0}{\alpha}}\right|_{\max}$$

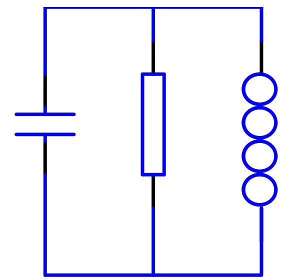
$$=\frac{\Delta\omega\Omega_{\max}}{2}\frac{2}{\alpha^2}=\frac{\Delta\omega}{\alpha}\cdot\frac{\Omega_{\max}}{\alpha}<<1$$

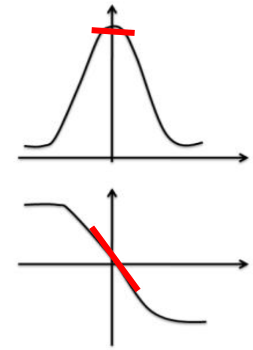
① 频偏<<回路半带宽（等价于调频波的频带宽度远小于回路带宽）；

② $\Omega_{\max}<<\alpha$ 。

8.3 调频信号通过线性网络

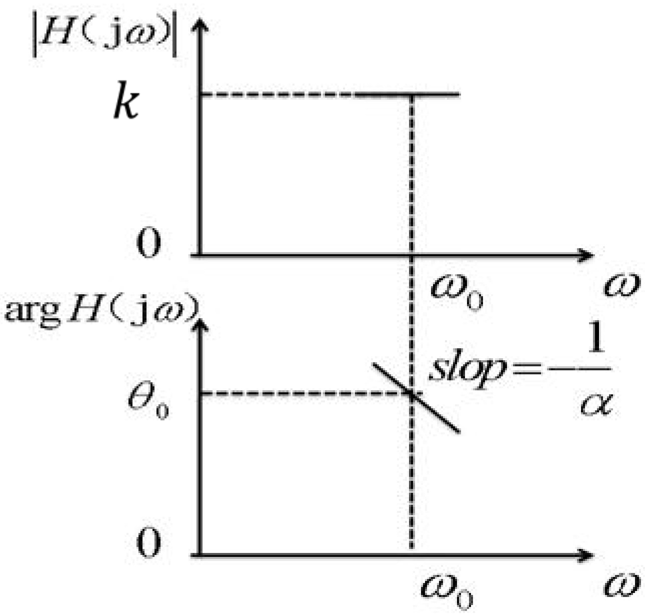
4. 两种特殊有用的 $H(j\omega)$





① $$\begin{cases} |H(j\omega)| = k \\ \varphi(\omega) = \theta_0 - \dfrac{1}{\alpha}(\omega - \omega_0) \end{cases}$$

$$H(j\omega) = k \cdot \exp\{-j[\frac{1}{\alpha}(\omega-\omega_0)-\theta_0]\}$$



$$u_{FM}(t) = U_{FM}\cos[\omega_0 t + \Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau]$$

$$u_o(t) = kU_{FM}\cdot\cos[\omega_0 t + \Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau + \theta_0 - \frac{\omega-\omega_0}{\alpha}]$$

$$= \underbrace{kU_{FM}}_{\text{等幅}}\cos[\underbrace{\omega_0 t + \Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau}_{\text{调频}} + \underbrace{\theta_0 - \frac{\Delta\omega s(t)}{\alpha}}_{\text{调相}}]$$

FM波被变换成FM-PM波，调相波的初相位为：

$$\varphi(t) = \theta_0 - \frac{\Delta\omega s(t)}{\alpha}$$

与基带信号成线性关系，可用鉴相器对调相波解调。

8.3 调频信号通过线性网络

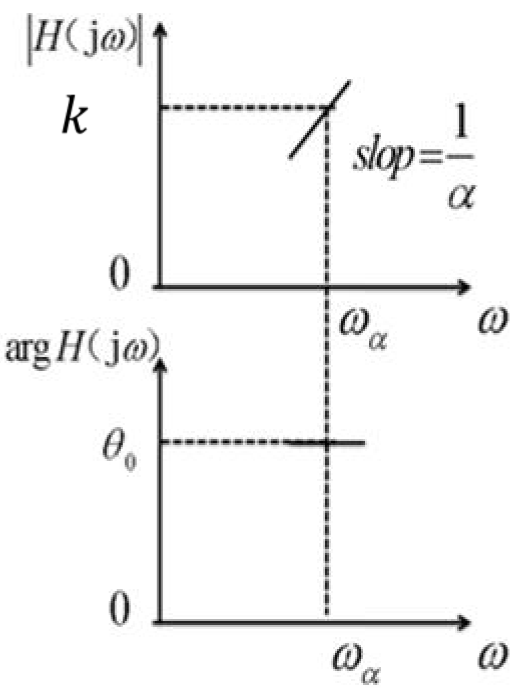
4. 两种特殊有用的 $H(j\omega)$

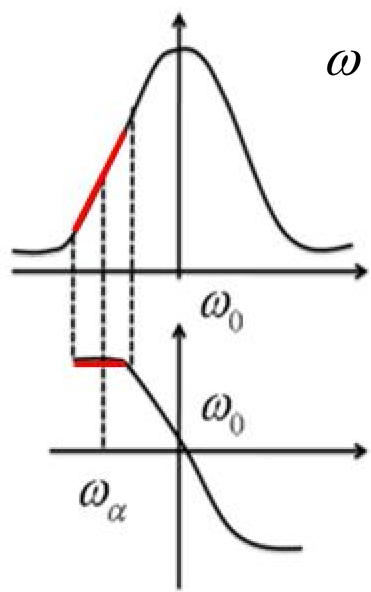
$$u_{FM}(t)=U_{FM}\cos[\omega_0 t+\Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau]$$

$u_{FM}(t) \longrightarrow$ 线性网络 $\longrightarrow u_0(t)$

②
$$\begin{cases} |H(j\omega)| = H(\omega_\alpha)+\dfrac{\omega-\omega_\alpha}{\alpha} = k+\dfrac{\omega-\omega_\alpha}{\alpha} \\ \varphi(\omega) = \theta_0 \end{cases}$$

$$\therefore u_o(t)=\underbrace{U_{FM}[H(\omega_\alpha)+\frac{\omega-\omega_\alpha}{\alpha}]}_{AM}\cdot\cos[\underbrace{\omega_0 t+\Delta\omega\int_0^t s(\tau)d\tau}_{FM}+\theta_0]$$





$$\omega=\omega_0+\Delta\omega s(t) \qquad \omega-\omega_\alpha=\omega_0-\omega_\alpha+\Delta\omega s(t)$$

FM波被变换成AM-FM波，调相波的幅值为：

$$b(t)=U_{FM}(k+\frac{\omega-\omega_\alpha}{\alpha})$$

$$=U_{FM}(k+\frac{\omega_0-\omega_\alpha+\Delta\omega s(t)}{\alpha})$$

AM包络与基带信号成线性关系，可用幅度检波器解调。

- 作业：**8.7，8.8**