

2.2 力学量与算符

4. 作业

- a. 已知一维运动的粒子波函数为 $\psi(x) = e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$, 分别计算其动量和动能的期望值
- b. 证明
 $[\hat{A} + \hat{B}, \hat{C}] = [\hat{A}, \hat{C}] + [\hat{B}, \hat{C}]$
 $[\hat{A}\hat{B}, \hat{C}] = \hat{A}[\hat{B}, \hat{C}] + [\hat{A}, \hat{C}]\hat{B}$
- c. 推导出 $[\hat{L}_x, \hat{L}_y]$, $[\hat{L}_y, \hat{L}_z]$, $[\hat{L}_z, \hat{L}_x]$, $[\hat{L}^2, \hat{L}_x]$, $[\hat{L}^2, \hat{L}_y]$ 及 $[\hat{L}^2, \hat{L}_z]$ 的表达式
- d. 如果定义任意两个波函数 $\psi(x)$ 和 $\phi(x)$ 的内积为:
 $(\psi(x), \phi(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x)\phi(x)dx$, 证明
- ① $(\psi(x), \phi(x)) = (\phi(x), \psi(x))^*$
 - ② 任意波函数与自己的内积不小于零, 即 $(\psi(x), \psi(x)) \geq 0$
 - ③ 对任意的波函数 $\psi(x), \phi_1(x)$ 和 $\phi_2(x)$ 以及任意的复数 c_1 和 c_2 , 有
 $(\psi(x), c_1\phi_1(x) + c_2\phi_2(x)) = c_1(\psi(x), \phi_1(x)) + c_2(\psi(x), \phi_2(x))$
 $(c_1\psi_1(x) + c_2\psi_2(x), \phi(x)) = c_1^*(\psi_1(x), \phi(x)) + c_2^*(\psi_2(x), \phi(x))$