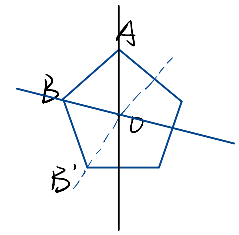
9-5 作业

16. 因为正多边形的对称性，我们只需要讨论某点固定的情况即可。在正多边形中任取一固定顶点 A，A 与中心 O 所连的直线是多边形的对称轴，若三角形满足题意，那么其余两个顶点必位于对称轴的两侧。下面讨论第二个顶点 B 的情况：B 与 A 之间边的条数分别为 $1, 2, ..., n$，满足题意的三角形个数为在对称轴另一侧中，落入直线 AO 和 BO 的点的个数，即分别有 $1, 2, ..., n$ 个三角形使得 O 落入三角形内部。所以



以正五边形为例.

$$P = \frac{\frac{(1+n)\times n}{2}}{\binom{2n}{2}} = \frac{n+1}{4n-2}.$$

25. 记 A:=" 第一次第二次取到红笔且第三次第四次取到黑笔"，则

$$P(A) = \frac{r}{r+b} \times \frac{r+a}{r+a+b} \times \frac{b}{r+2a+b} \times \frac{a+b}{r+3a+b}.$$

26. (1) 记 A:=" 随机抽取一产品为次品"，则

$$P(A) = \frac{1}{2} \times 1\% + \frac{1}{3} \times 1\% + \frac{1}{6} \times 2\% = \frac{7}{600}.$$

(2) 记 B:=" 抽取的产品是一号车间生产的"，则

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{1/200}{7/600} = \frac{3}{7}.$$

30. 记 $A :=$ “该人为带菌者”，$B_i :=$ “第 i 次检测为阳性”，则

(1)

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0.95 \times 0.1}{0.95 \times 0.1 + 0.01 \times 0.9} = \frac{0.095}{0.104} = 0.91.$$

(2)

$$P(A|B_1B_2) = \frac{P(AB_1B_2)}{P(B_1B_2)} = \frac{0.95^2 \times 0.1}{0.95^2 \times 0.1 + 0.01^2 \times 0.9} = 0.99.$$

31. (1) 记 A:=“取出的笔为红芯圆珠笔”，则

$$P(A)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{6}+\frac{1}{3}\times\frac{4}{6}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{2}.$$

(2) 记 B_i:= “笔从第 i 个笔筒中取出”，$i=1,2,3$，则

$$P(B_1|A)=\frac{P(AB_1)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{3}\times\frac{2}{6}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{9},$$

$$P(B_2|A)=\frac{P(AB_2)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{3}\times\frac{4}{6}}{\frac{1}{2}}=\frac{4}{9},$$

$$P(B_3|A)=\frac{P(AB_3)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{3}\times\frac{3}{6}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}.$$

所以笔从第二个笔筒中取出的概率最大。

33. 记 A:=“从乙袋中取出的球为白球”，B_i:=“第 i 次从甲袋中取出的球为白球”，$i=1,2$。则

(1)

$$\begin{aligned}P(A)&=P(AB_1B_2)+P(AB_1\bar{B}_2)+P(A\bar{B}_1B_2)+P(A\bar{B}_1\bar{B}_2)\\&=\frac{5}{7}\times\frac{4}{6}\times\frac{6}{11}+\frac{5}{7}\times\frac{2}{6}\times\frac{5}{11}+\frac{2}{7}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{11}+\frac{2}{7}\times\frac{1}{6}\times\frac{4}{11}\\&=\frac{38}{77}.\end{aligned}$$

(2)

$$1-P(\bar{B}_1\bar{B}_2|A)=1-\frac{P(A\bar{B}_1\bar{B}_2)}{P(A)}=1-\frac{\frac{2}{7}\times\frac{1}{6}\times\frac{4}{11}}{\frac{38}{77}}=1-\frac{2}{57}=\frac{55}{57}.$$