



中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

国家示范性微电子学院
School of Microelectronics

模拟集成电路设计课程

第7章 噪声

程 林，韩 旭

eecheng@ustc.edu.cn

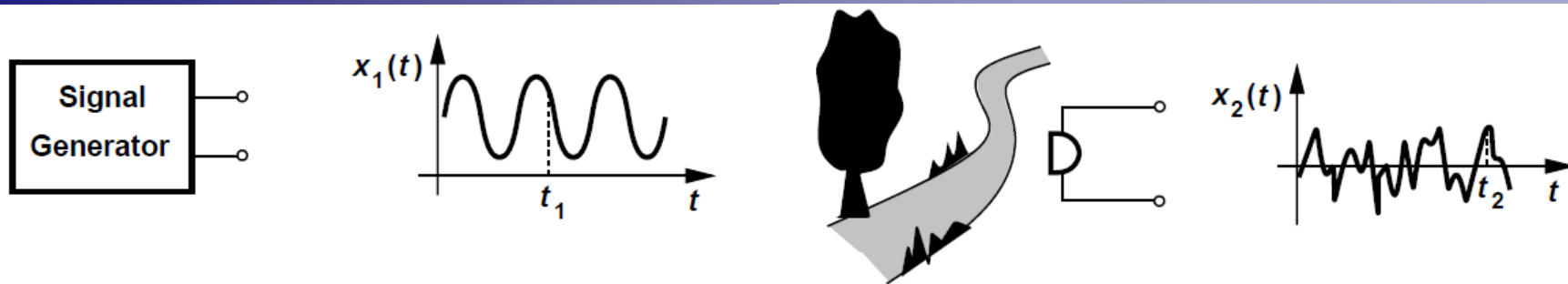


本章内容

- 7.1 噪声的统计特性
- 7.2 噪声类型
- 7.3 电路中的噪声表示
- 7.4 单级放大器中的噪声
- 7.5 电流镜中的噪声
- 7.6 差动对中的噪声
- 7.7 噪声与功率的折中
- 7.8 噪声带宽
- 7.9 输入噪声积分的问题

噪声限制了一个电路能够正确处理的最小信号电平，
噪声与功耗、速度和线性度之间存在折中

7.1 噪声的统计特性



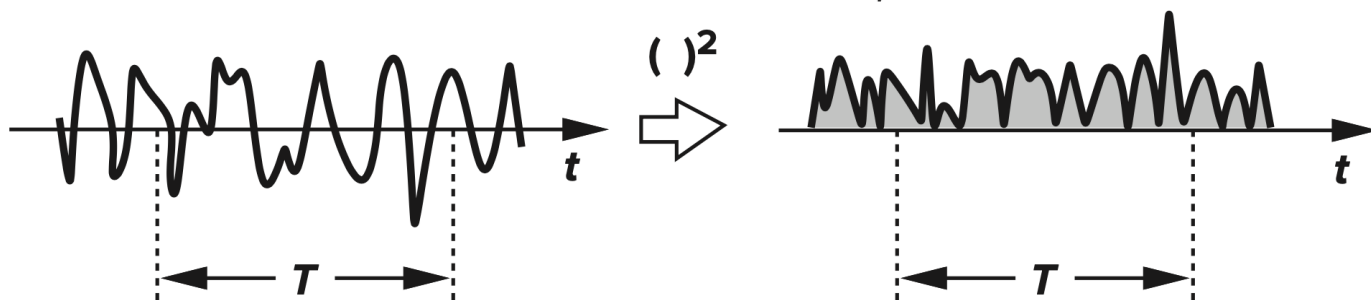
- 噪声是一个随机过程, 其值在任何时候都不能被预测
 - 信号发生器输出的正弦波 $x_1(t)$, 其在 t_1 时刻的值可以从观测到的波形预测
 - 麦克风拾取的水流声的输出 $x_2(t)$, 其在 t_2 时刻的值无法预测
- 如何将噪声引入到电路分析中?
 - 通过长时间的观测, 构造一个统计模型来描述噪声
 - 噪声的平均功率是可以被预测的, 电路中的大多数噪声源都被证明有固定的平均功率



平均功率

- 平均功率的定义：
$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \frac{v^2(t)}{R_L} dt$$
- 噪声的信号不是周期性的，所以必须进行长时间测量

$$P_{av} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \frac{x^2(t)}{R_L} dt$$



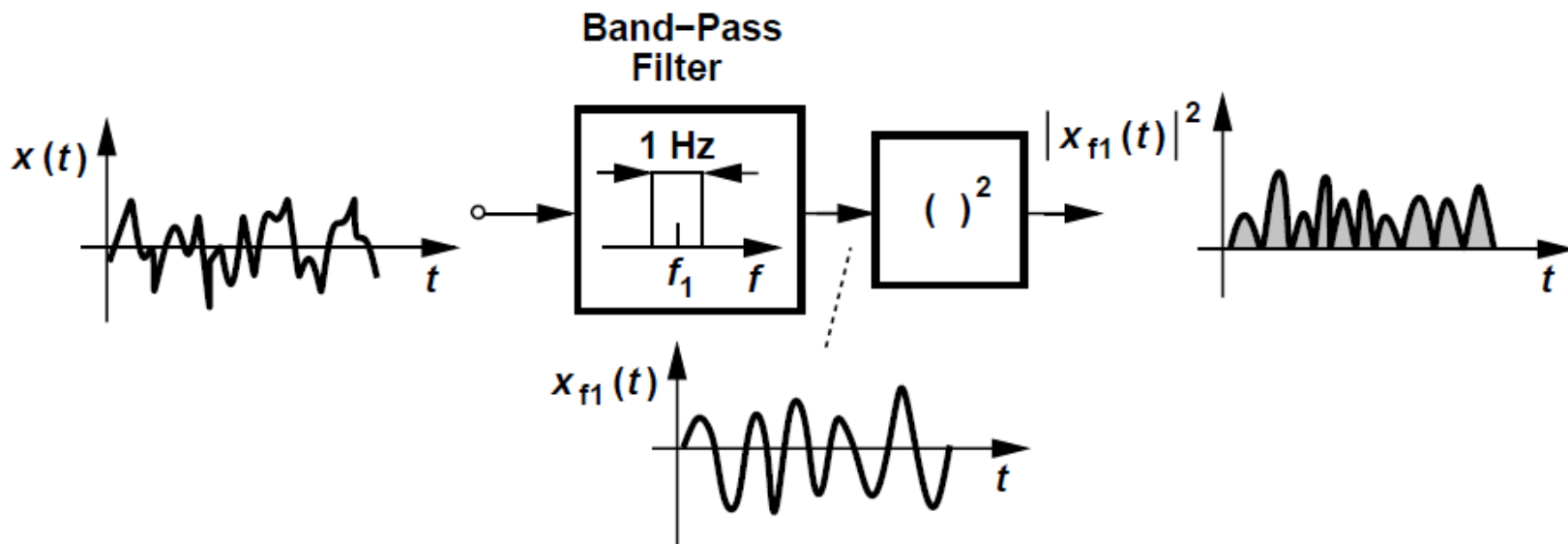
- 为简化计算， P_{av} 可定义为
$$P_{av} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x^2(t) dt$$
- 也可以为噪声定义一个均方根电压 $\sqrt{P_{av}}$

注意单位



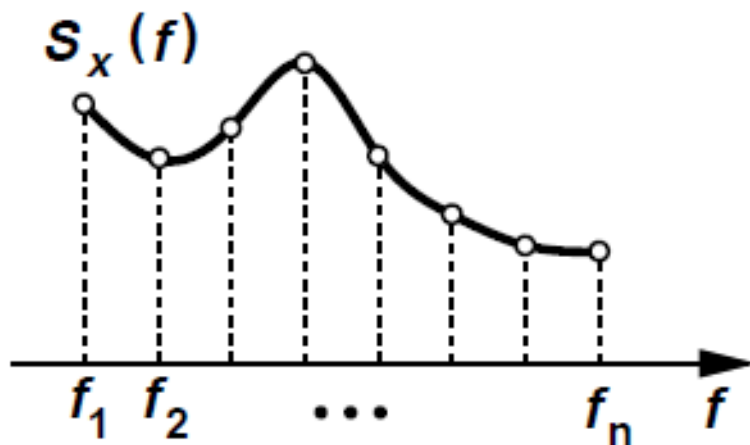
噪声谱

- 频谱表示在每个频率上信号具有的功率大小，也称为“功率谱密度” (Power Spectral Density, PSD)
- 噪声波形 $x(t)$ 的PSD $S_x(f)$ 定义为 f 附近1 Hz带宽内 $x(t)$ 具有的平均功率
- 如何得到 $S_x(f)$?
 - 把 $x(t)$ 加到中心频率为 f_1 ，带宽为1Hz的带通滤波器，对输出取平方，在一个长的时间内计算平均值





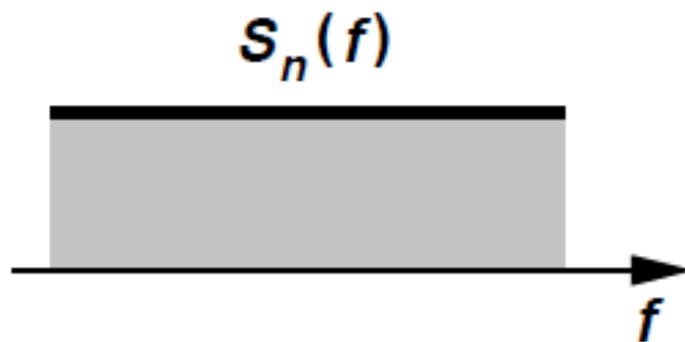
噪声谱



- 采用不同中心频率的带通滤波器，重复以上的过程，就可以得到 $S_x(f)$ 完整的波形
- $S_x(f)$ 以下的总面积表示噪声在所有频率中具有功率，即总功率
- 按照 P_{av} 的定义，习惯上从 $S_x(f)$ 中去掉 R_L ，则其单位应该为 V^2/Hz ，而不是 W/Hz
- 通常也对 $S_x(f)$ 取平方根，则单位为 V/\sqrt{Hz}



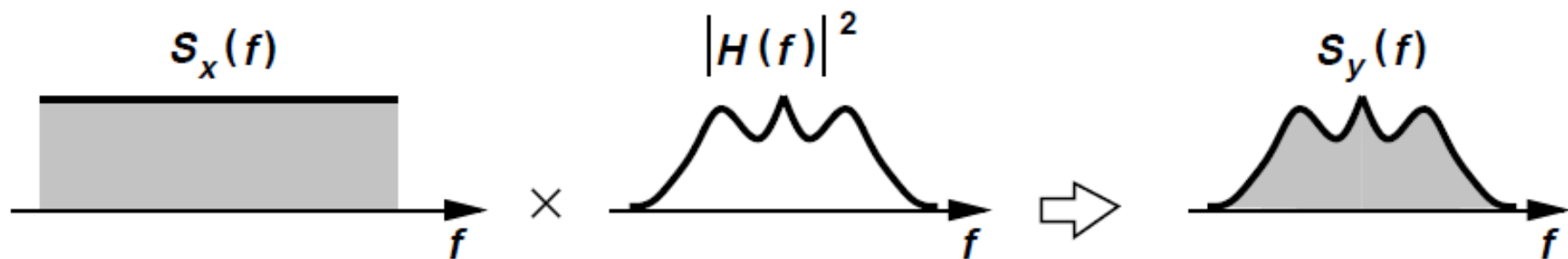
白噪声



- 白噪声的PSD在整个频率范围内显示出相同的值
- 严格地说，白噪声是不存在的，否则噪声的总功率是无限的
- 对于任何一种噪声谱，如果在所关心的频带内是平坦的，通常可被认为是白噪声



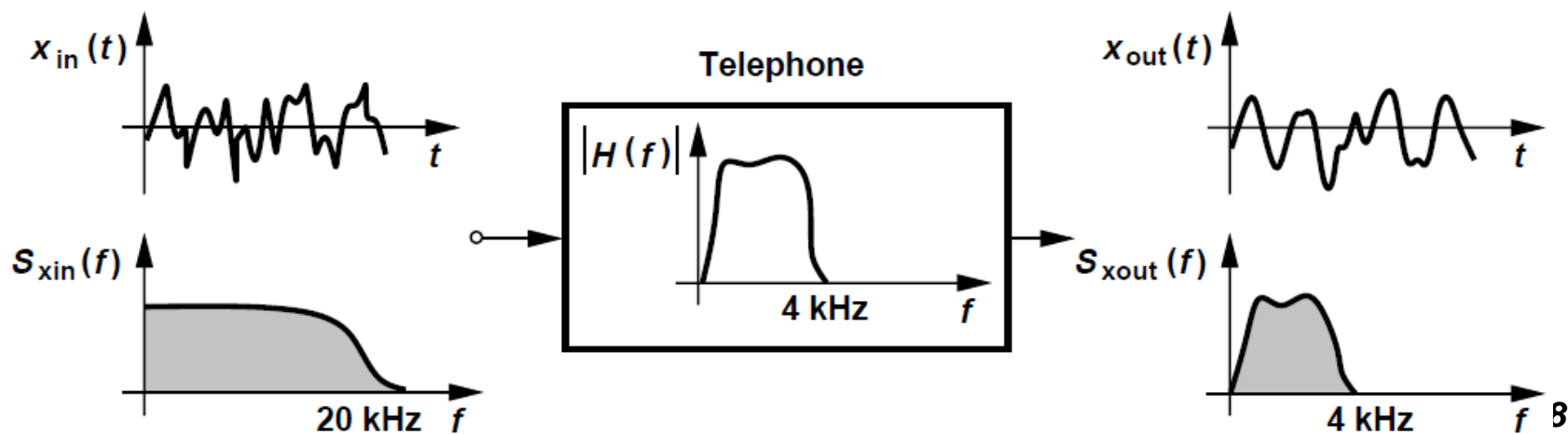
定理



- 如果把噪声谱为 $S_x(f)$ 的一个信号加在一个传输函数是 $H(s)$ 的线性时不变系统上，在输出谱为：

$$S_Y(f) = S_x(f)|H(f)|^2 \quad H(f) = H(s = 2\pi jf)$$

- 信号的噪声谱被系统的传输函数整形

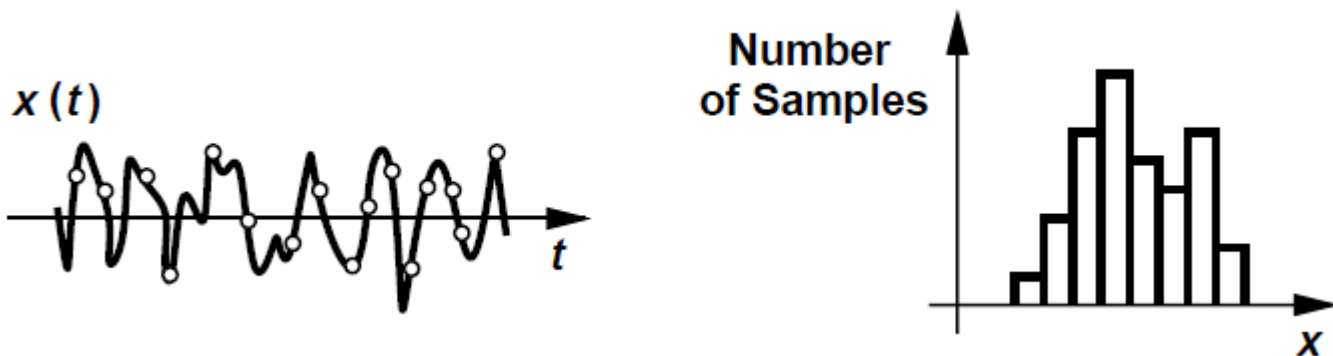




幅值分布

- 噪声的瞬时幅值是不可预测的，但是可以通过长时间的观察噪声波形构造出其幅值的分布，表示出每个值出现的频繁程度
- 概率密度函数(Probability density function, PDF), 被定义为:

$$p_X(x)dx = \text{probability of } x < X < x + dx$$



- 随机信号的PDF服从高斯分布

$$p_X(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(x - m)^2}{2\sigma^2}$$



相关噪声源和非相关噪声源

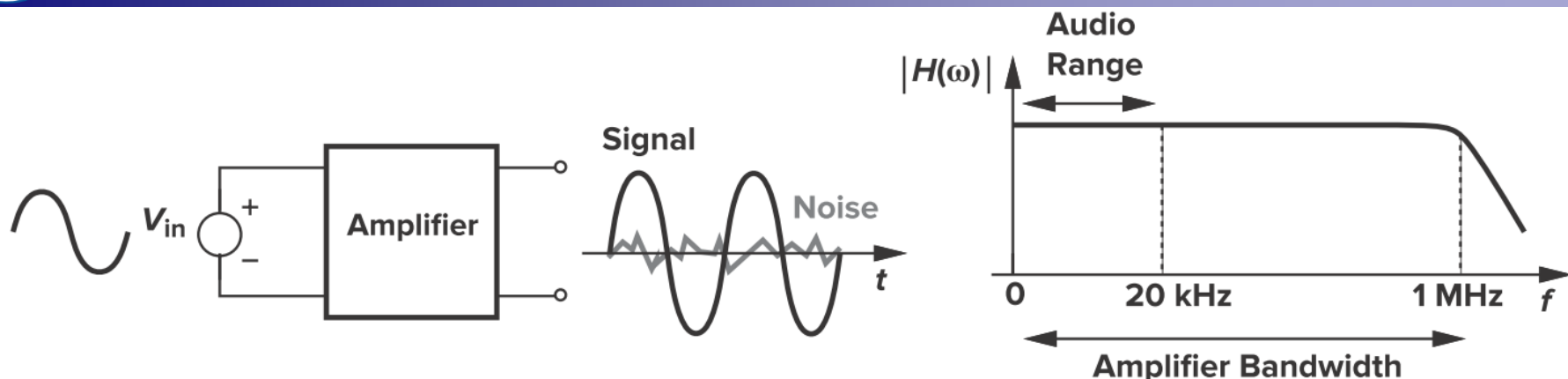
- 电路中通常存在多个噪声源，需要把所有噪声源的影响相加来获得总噪声
- 叠加原理适用于确定的电压和电流，但是不适用于随机噪声信号
- 噪声相加，总噪声的平均噪声功率为：

$$\begin{aligned} P_{av} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} [x_1(t) + x_2(t)]^2 dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x_1^2(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x_2^2(t) dt \\ &\quad + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} 2x_1(t)x_2(t) dt \\ &= P_{av1} + P_{av2} + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} 2x_1(t)x_2(t) dt \end{aligned}$$

- 非相关噪声源的功率可以叠加



信噪比



- 信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)

$$\text{SNR} = \frac{P_{sig}}{P_{noise}}$$

- 噪声具有的总平均功率等于噪声频谱下的面积

$$P_{noise} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{noise}(f) df$$

- 电路的带宽必须总是限制在可接受的最小值，以使被积分的噪声功率最小
 - 可以在放大器内实现，也可通过后置低通滤波器实现



噪声分析步骤

- 电路的输出信号被电路内的噪声源损坏，因此我们感兴趣的是输出端观察到的噪声
- 如何得到输出端的噪声？

Step 1. 识别各个噪声源，并写出每个噪声源的功率谱

Step 2. 求出每个噪声源到输出的传输函数（如同噪声源是一个确定性信号）

Step 3. 计算每个噪声源提供的输出噪声功率谱

$$S_Y(f) = S_x(f)|H(f)|^2$$

Step 4. 对所有的输出噪声功率谱进行叠加，主要区分相关源和非相关源

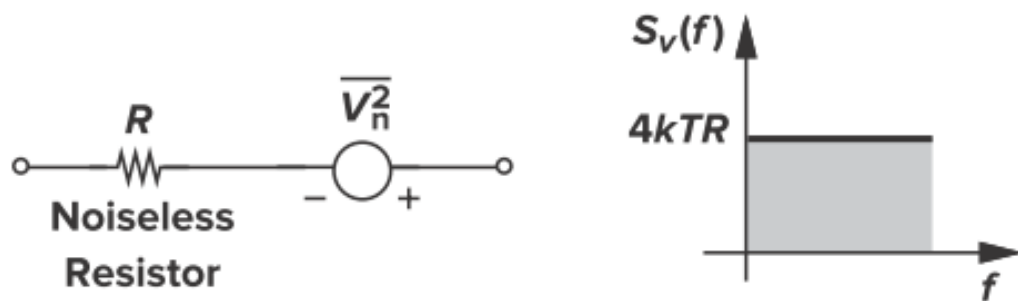
Step 5. 将输出噪声谱对频率积分，产生总输出噪声



7.2 噪声类型-热噪声

- 导体中电子的随机运动会引起两端电压的波动，尽管其平均电流为0.
- 电阻R上的热噪声可以用一个串联的电压源来模拟，其单边谱密度为

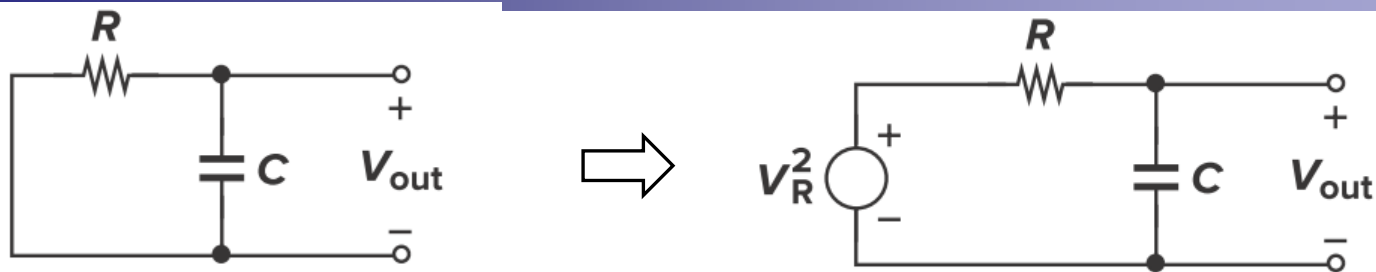
$$S_v(f) = 4kTR, \quad f \geq 0$$



- 可以认为，电阻的热噪声是白噪声
- 在常温300K下， 50Ω 的电阻的热噪声为 $8.28 \times 10^{-19} \text{ V}^2/\text{Hz}$
- 噪声是随机量，极性并不重要，但是需要在分析时保持一致



例7.3 计算RC低通电路的噪声



Step 1. R的噪声谱为 $S_v(f) = 4kTR$

Step 2. 用一个串联的电压源 V_R 模拟R的噪声， V_R 到 V_{out} 的传输函数为

$$\frac{V_{out}}{V_R}(s) = \frac{1}{RCs + 1}$$

Step 3. 输出噪声谱为

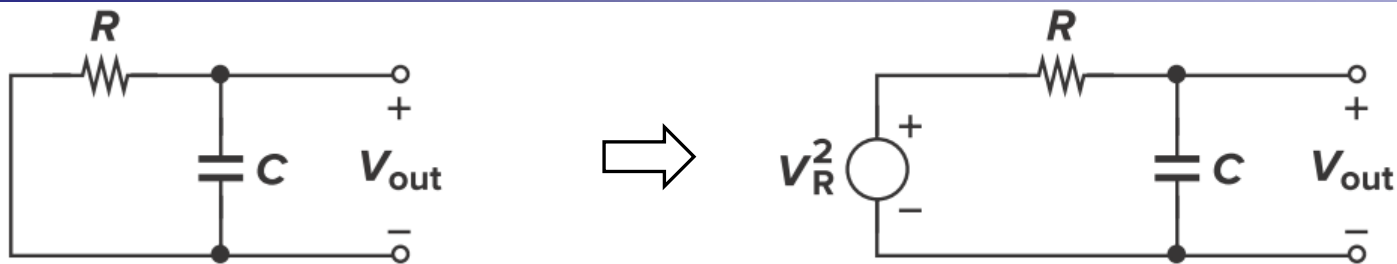
$$S_{out}(f) = S_v(f) \left| \frac{V_{out}}{V_R}(j\omega) \right|^2 = 4kTR \frac{1}{4\pi^2 R^2 C^2 f^2 + 1}$$

Step 4. 输出总噪声功率

$$P_{n,out} = \int_0^\infty \frac{4kTR}{4\pi^2 R^2 C^2 f^2 + 1} df$$



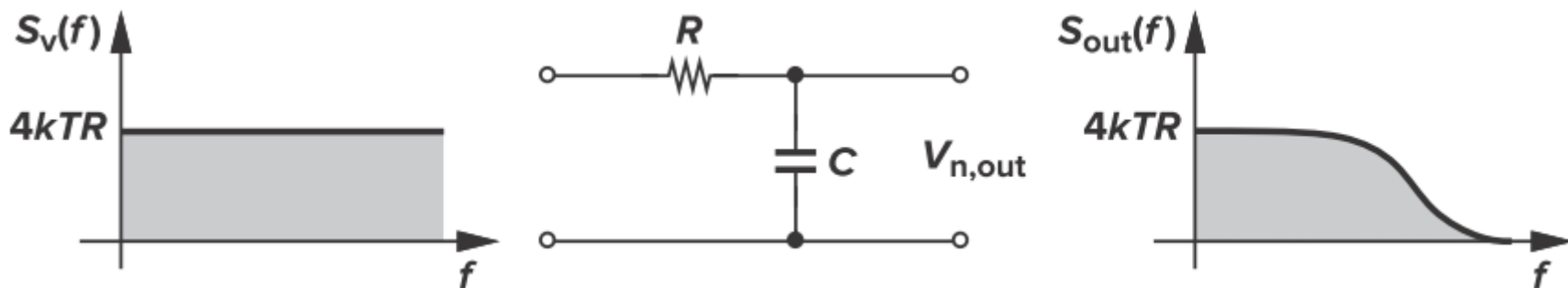
例7.3 计算RC低通电路的噪声



$$P_{n,out} = \int_0^{\infty} \frac{4kTR}{4\pi^2 R^2 C^2 f^2 + 1} df$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + 1} = \tan^{-1} x \Rightarrow P_{n,out} = \frac{2kT}{\pi C} \tan^{-1} u \Big|_{u=0}^{u=\infty} = \frac{kT}{C}$$

总噪声与R的值无关！



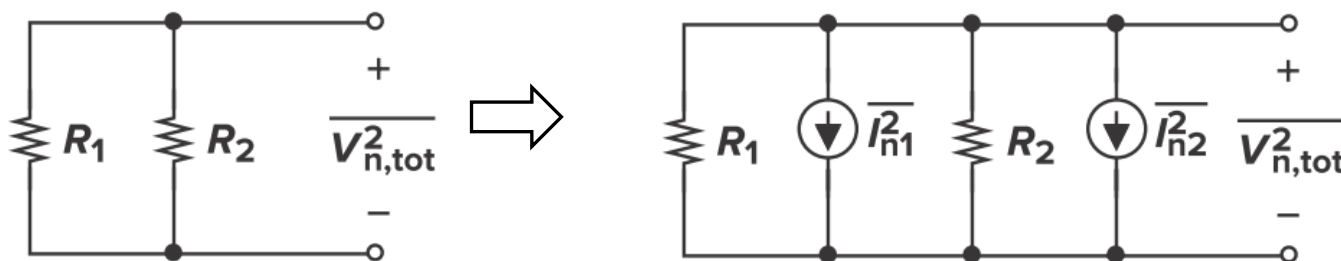
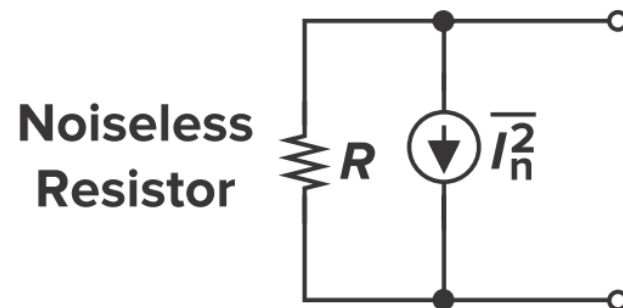
- 只能通过增加电容C的值来减小噪声



电流源表示热噪声

- 电阻的热噪声也可以用并联的电流源模型表示

$$\overline{V_n^2} / R^2 = \overline{I_n^2} \Rightarrow \overline{I_n^2} = 4kT / R$$



$$\overline{I_{n,tot}^2} = \overline{I_{n1}^2} + \overline{I_{n2}^2} = 4kT \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

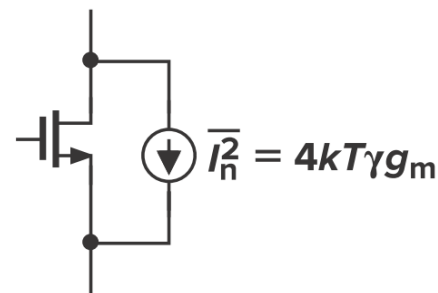
$$\Rightarrow \overline{V_{n,tot}^2} = \overline{I_{n,tot}^2} (R_1 \parallel R_2)^2 = 4kT (R_1 \parallel R_2)$$



MOS晶体管沟道的热噪声

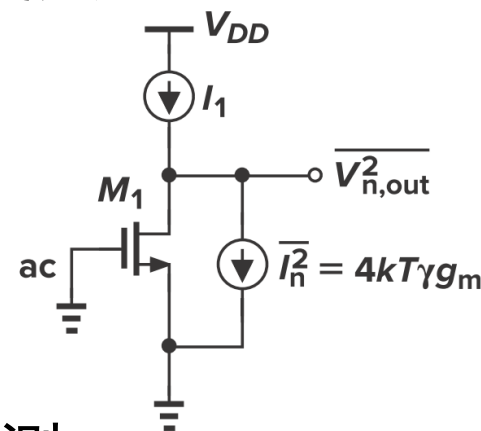
- 沟道中产生的热噪声，可以用一个连接在漏源两端的电流源来模拟，其功率谱密度为

$$\overline{I_n^2} = 4kT\gamma g_m$$



- 系数 γ (不是体效应系数)与工艺有关。对于长沟道晶体管为2/3，对于亚微米晶体管则值会更大
- 负载为电流源时输出端噪声电压最大

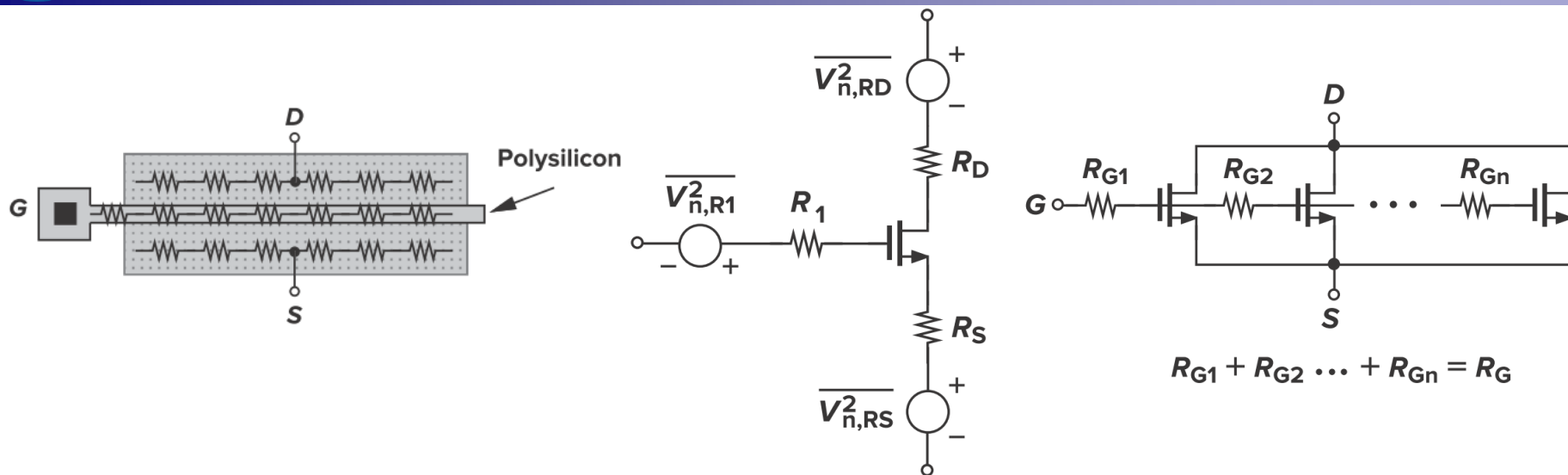
$$\overline{V_n^2} = \overline{I_n^2} r_O^2 = (4kT\gamma g_m) r_O^2$$



- 跨导减小，噪声电流也减小
- 计算输出噪声时输入置为0，所以输出端测得的噪声与输入端位置无关
- 输出电阻 r_o 不产生噪声，因为不是实体电阻



MOS晶体管栅极电阻的热噪声



- 栅、源和漏端的材料都有一定的电阻，会产生噪声。一般源漏电阻可忽略，但是栅极的分布电阻需考虑
- 用集总电阻 R_1 表示分布的栅电阻，则

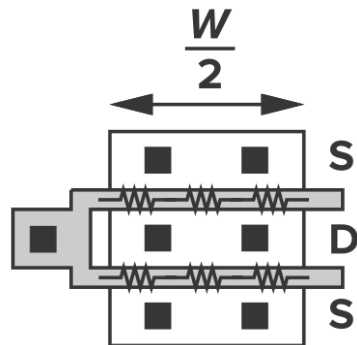
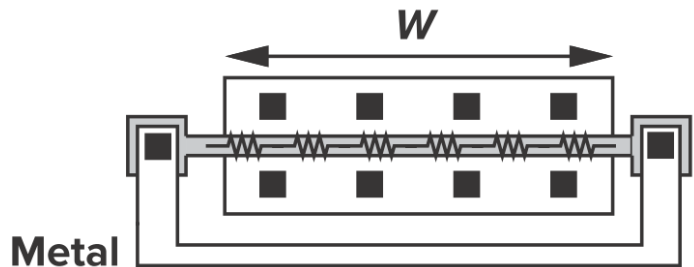
$$R_1 = R_G/3$$

- 栅电阻产生的热噪声为

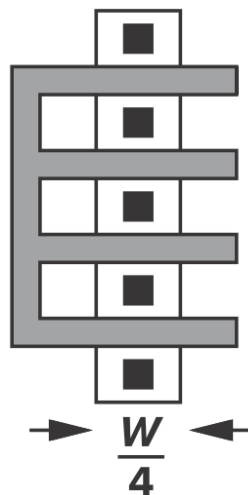
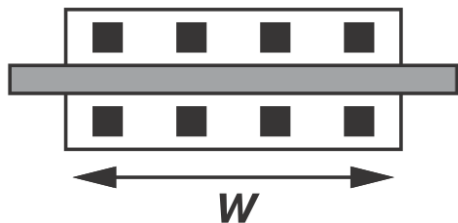
$$\overline{V_{nRG}^2} = 4kT R_G/3$$



通过版图设计减小 R_G 的影响



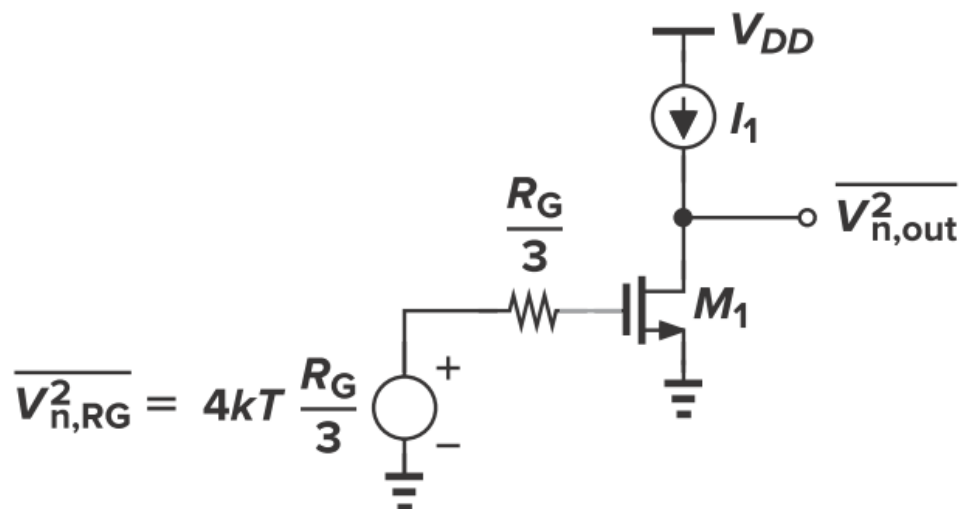
R_G 减小为
原来的 $1/4$



R_G 减小为
原来的
 $1/16$



栅电阻在输出端产生的热噪声



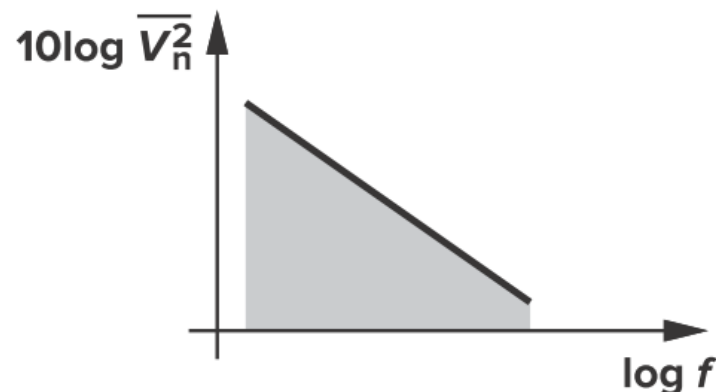
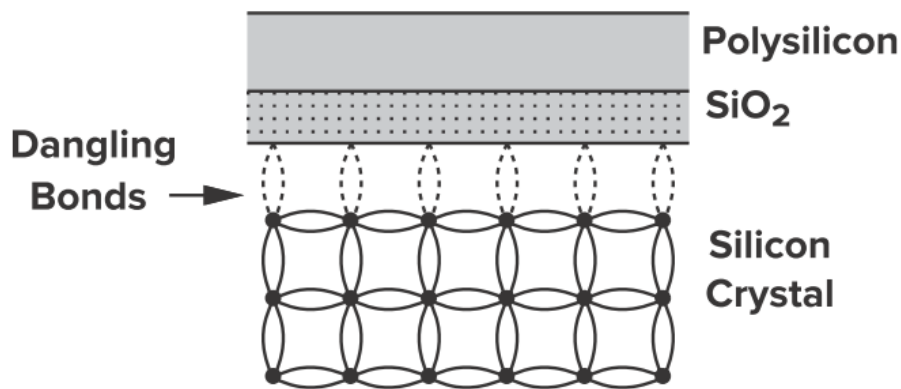
$$\overline{V_{n,out}^2} = 4kT \frac{R_G}{3} (g_m r_O)^2$$

- 栅电阻热噪声可以忽略的条件

$$\frac{R_G}{3} \ll \frac{\gamma}{g_m}$$



MOS管的闪烁噪声



- 栅氧化层和硅衬底的界面出现很多“悬挂”键，产生额外的能态。当电荷载流子运动到这个界面时，被随机地俘获，随后又被这些能态释放，在漏电流中产生“闪烁”噪声
- 闪烁噪声与具体工艺有关，一般用一个与栅极串联的电压源来模拟

$$\overline{V_n^2} = \frac{K}{C_{ox}WL} \cdot \frac{1}{f}$$

- 噪声谱密度与频率成反比，也成为 $1/f$ 噪声



例7.8 输出电流中闪烁噪声的计算

- 在1kHz到1MHz的频带内，计算一个NMOS电流源的漏电流总的热噪声和 $1/f$ 噪声

- 在频带内总的热噪声为：

$$\overline{I_{n,th,tot}^2} = 4kT\gamma g_m(10^6 - 10^3) \approx 4kT\gamma g_m \times 10^6 \text{ A}^2$$

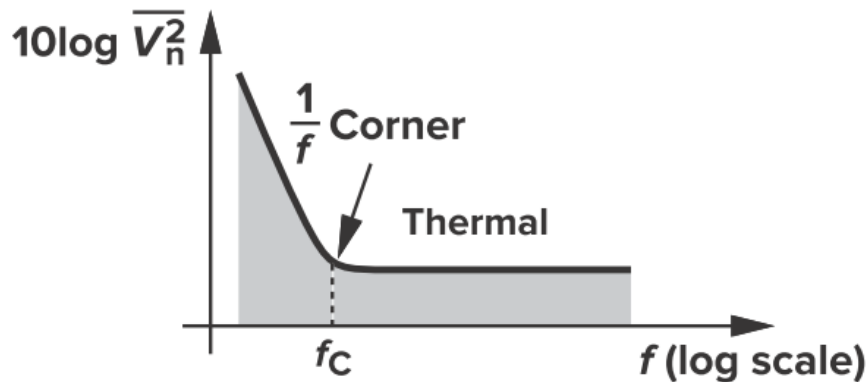
- 对于 $1/f$ 噪声，单位带宽内的漏噪声电流为

$$\overline{I_{n,1/f}^2} = \frac{K}{C_{ox}WL} \cdot \frac{1}{f} \cdot g_m^2$$

$$\Rightarrow \overline{I_{n,1/f,tot}^2} = \frac{K g_m^2}{C_{ox}WL} \int_{1 \text{ kHz}}^{1 \text{ MHz}} \frac{df}{f} = \frac{K g_m^2}{C_{ox}WL} \ln 10^3 = \frac{6.91 K g_m^2}{C_{ox}WL}$$



1/f 噪声的转角频率



- 交叉点对应的频率 f_c 称为1/f噪声的转角频率

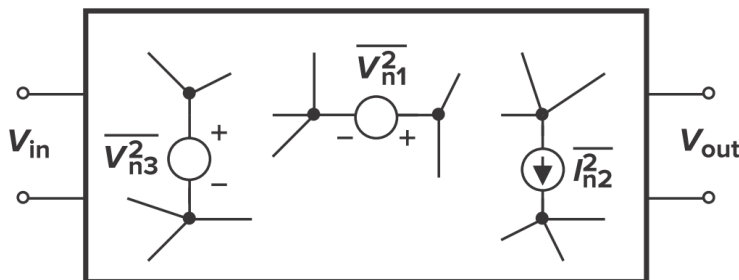
$$4kT\gamma g_m = \frac{K}{C_{ox}WL} \cdot \frac{1}{f_c} \cdot g_m^2 \quad \Rightarrow \quad f_c = \frac{K}{\gamma C_{ox}WL} g_m \frac{1}{4kT}$$

- f_c 一般由器件的面积和跨导决定
- 在低于 f_c 的频率，热噪声可以忽略不计
- 可由测得的转角频率反推出K的值

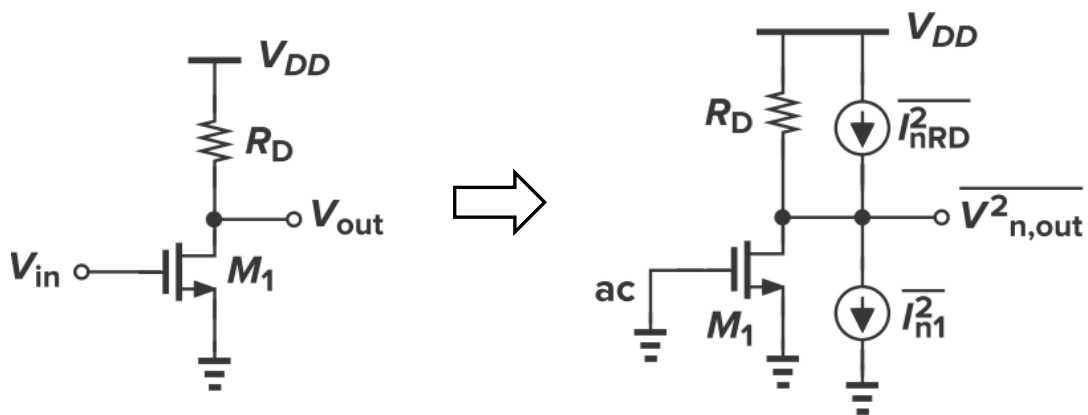


7.3 电路中的噪声表示

- 输出参考噪声



- 输入置为0，计算电路中各种噪声源在输出产生的总噪声，也是实验和仿真时测量噪声的方法



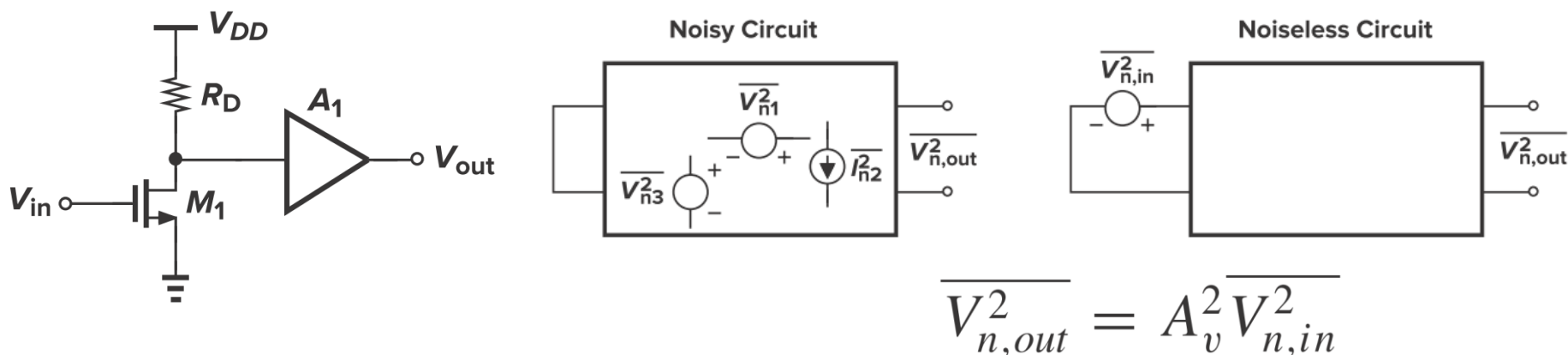
$$\overline{V_{n,out}^2} = \left(4kT\gamma g_m + \frac{K}{C_{ox}WL} \cdot \frac{1}{f} \cdot g_m^2 + \frac{4kT}{R_D} \right) R_D^2$$

噪声源是
非相关的



输入参考噪声

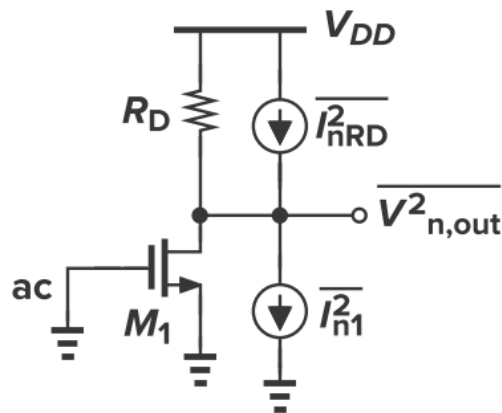
- 输出参考噪声无法对不同电路的噪声性能提供合理的比较



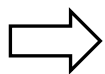
- 规定电路的“输入参考噪声”
 - 在输入端用一个信号源代表电路中所有噪声源的影响
 - 显示了输入信号被电路中的噪声损坏到什么程度，不同电路可以用输入参考噪声做合理的比较
 - 是一个虚构的量，不能在电路的输入端被测量到，只是在数学上等价



例7.11 计算输入参考噪声



$$\overline{V_{n,out}^2} = \left(4kT\gamma g_m + \frac{K}{C_{ox}WL} \cdot \frac{1}{f} \cdot g_m^2 + \frac{4kT}{R_D} \right) R_D^2$$



$$\overline{V_{n,in}^2} = \frac{\overline{V_{n,out}^2}}{A_v^2}$$

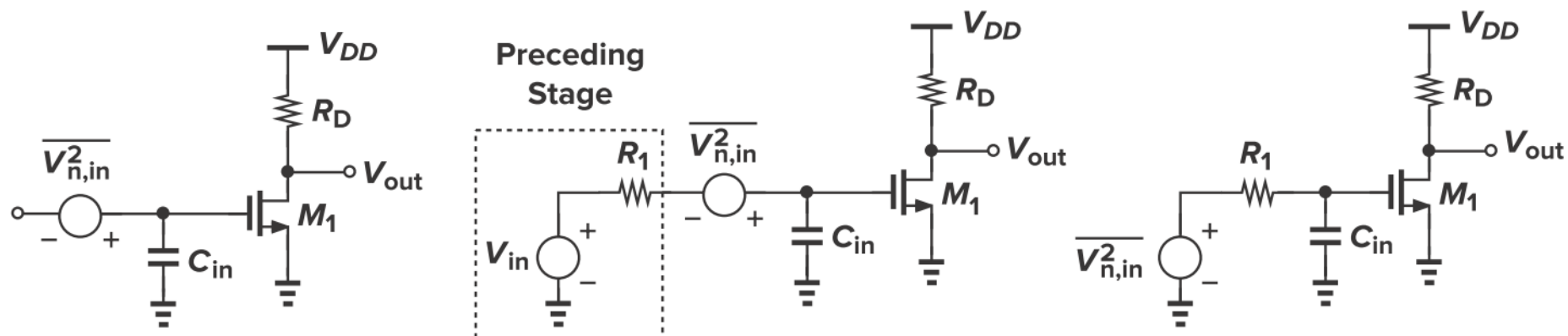
$$= \left(4kT\gamma g_m + \frac{K}{C_{ox}WL} \cdot \frac{1}{f} \cdot g_m^2 + \frac{4kT}{R_D} \right) R_D^2 \frac{1}{g_m^2 R_D^2}$$

$$= 4kT \frac{\gamma}{g_m} + \frac{K}{C_{ox}WL} \cdot \frac{1}{f} + \frac{4kT}{g_m^2 R_D}$$

为什么当 R_D 增大时
输入噪声会减小？



使用输入参考噪声的问题



- 如果电路有一定的输入阻抗，且前级电路有一定的输出阻抗，这种表示是不完善的
- 例如共源级电路的输出热噪声应该与前一级无关，但是采用输入参考噪声表示后，则输出噪声变为

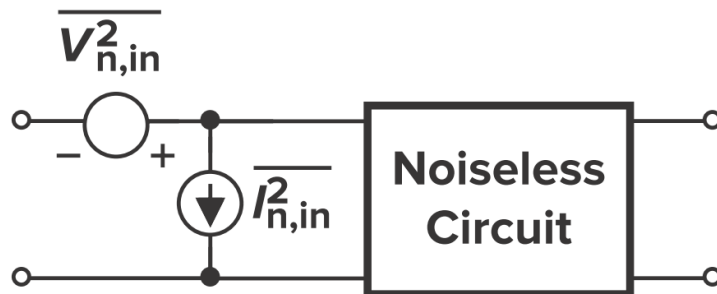
$$\overline{V_{n,out}^2} = \overline{V_{n,in}^2} \left| \frac{1}{R_1 C_{in} j\omega + 1} \right|^2 (g_m R_D)^2 = \frac{4kT\gamma g_m R_D^2}{R_1^2 C_{in}^2 \omega^2 + 1}$$

输出噪声
变小了，
不正确！

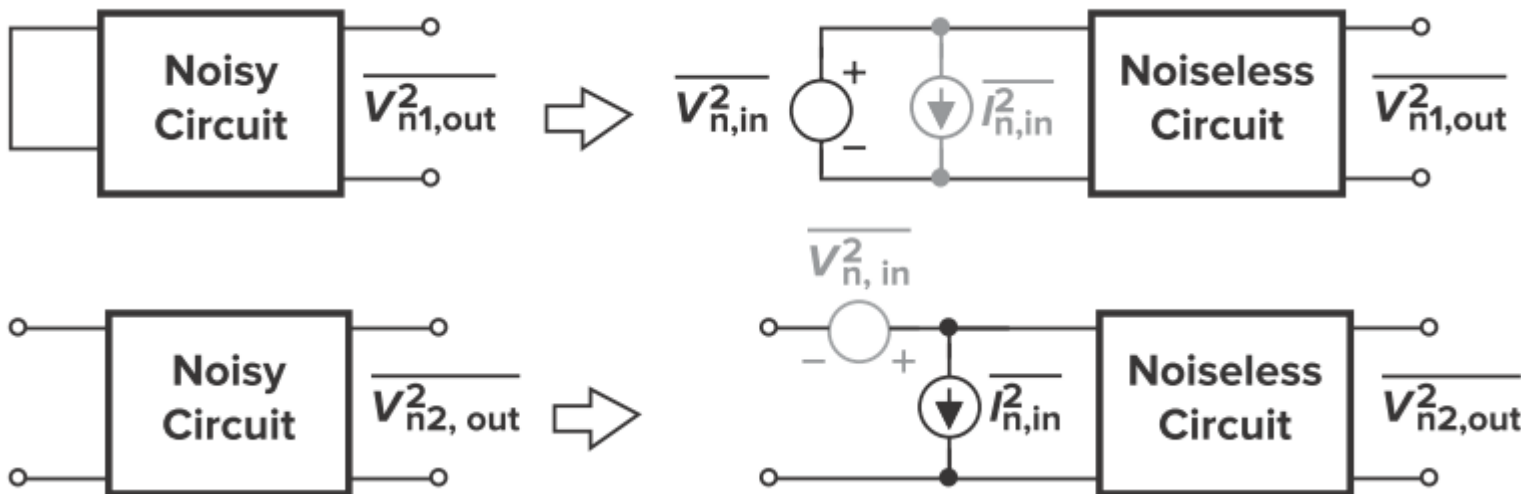
- 如果电路的输入阻抗有限，不可以仅用一个电压源模拟输入参考噪声



电压源+电流源表示输入参考噪声



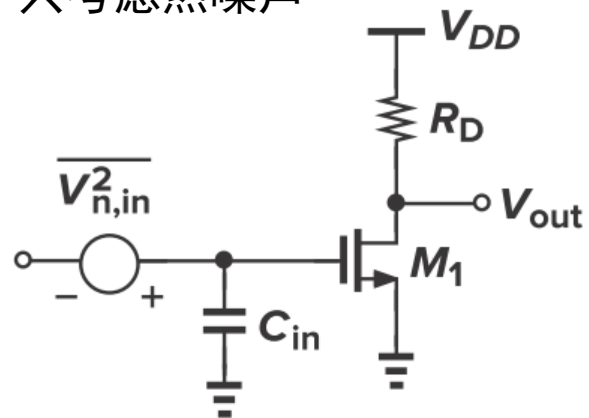
- 用一个串联电压源和一个并联电流源一起模拟输入参考噪声
- 如何计算 $\overline{V_{n,in}^2}$ 和 $\overline{I_{n,in}^2}$?
 - 考虑两种极端情况：信号源阻抗为0和无穷大





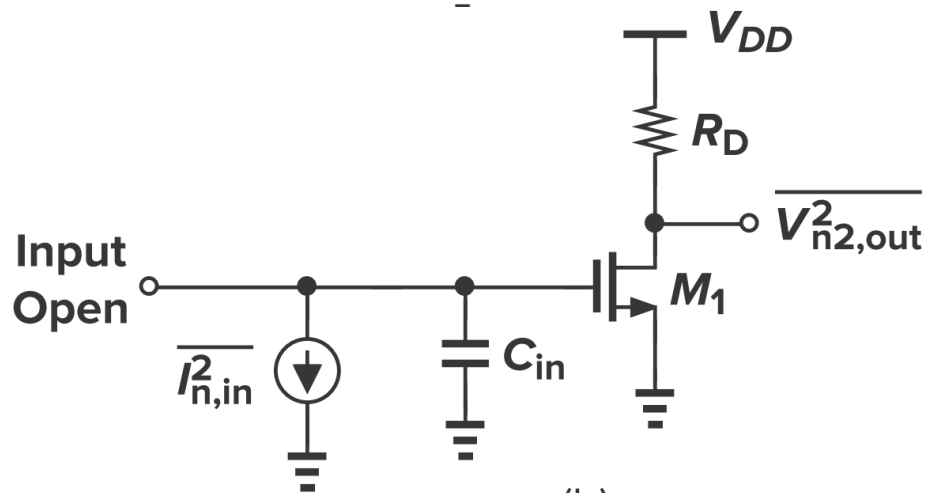
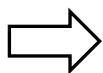
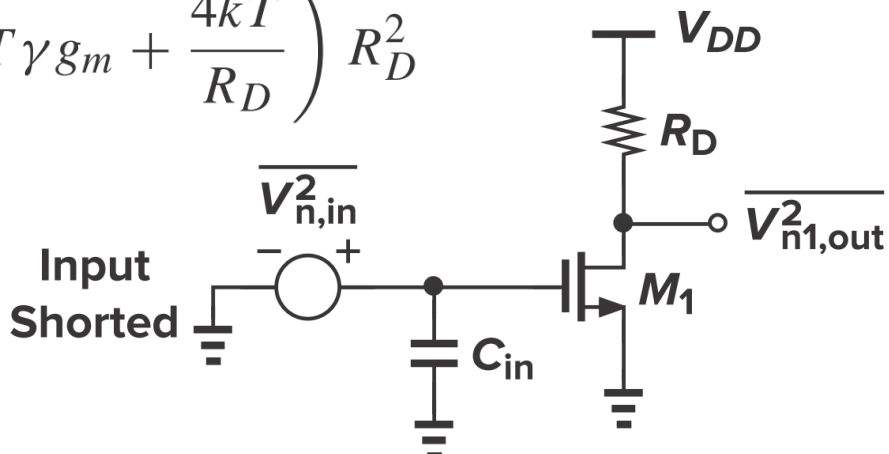
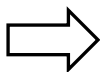
例7.12 计算输入参考噪声电压和电流

只考虑热噪声



$$\overline{V_{n,in}^2} = 4kT \frac{\gamma}{g_m} + \frac{4kT}{g_m^2 R_D}$$

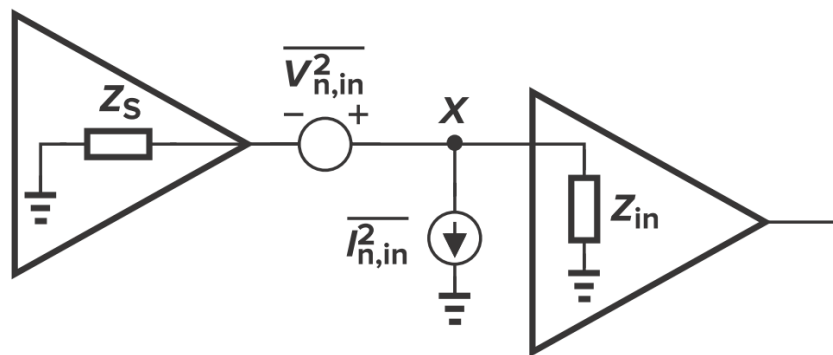
$$\overline{V_{n,out}^2} = \left(4kT \gamma g_m + \frac{4kT}{R_D} \right) R_D^2$$



$$\overline{V_{n2,out}^2} = \overline{I_{n,in}^2} \left(\frac{1}{C_{in} \omega} \right)^2 g_m^2 R_D^2 \Rightarrow \overline{I_{n,in}^2} = (C_{in} \omega)^2 \frac{4kT}{g_m^2} \left(\gamma g_m + \frac{1}{R_D} \right)$$



输入噪声电流的影响



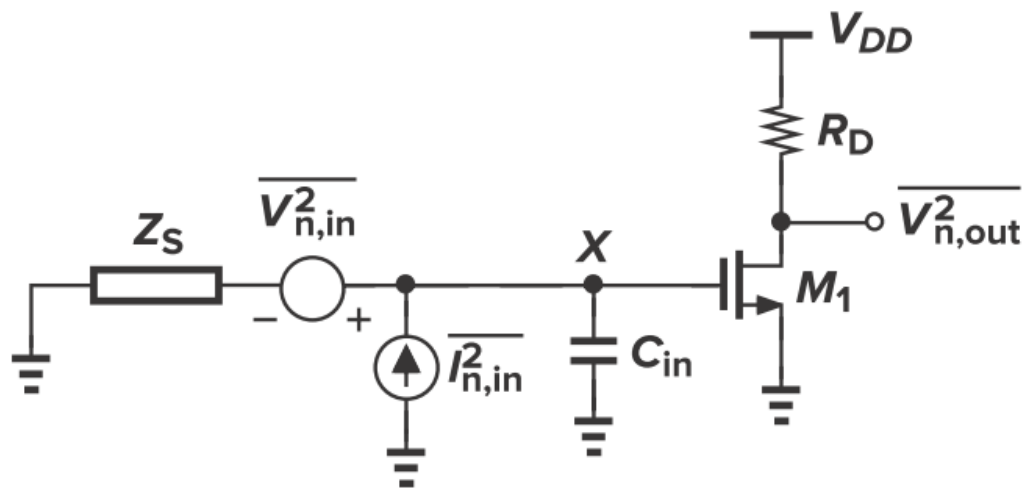
- 当 Z_{in} 不是很高时， $I_{n,in}$ 才变得重要
- 在X处的噪声电压为

$$V_{n,X} = \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_S} V_{n,in} + \frac{Z_{in} Z_S}{Z_{in} + Z_S} I_{n,in}$$

- 如果 $\overline{I_{n,in}^2} |Z_S|^2 \ll \overline{V_{n,in}^2}$ ，输入参考噪声电流可以忽略不计
- 输入参考噪声的电压和电流是相关的，因为包含来自同一噪声源的影响。噪声计算需要考虑两者相关性。



是否把噪声计算了2次？



非相关
噪声源

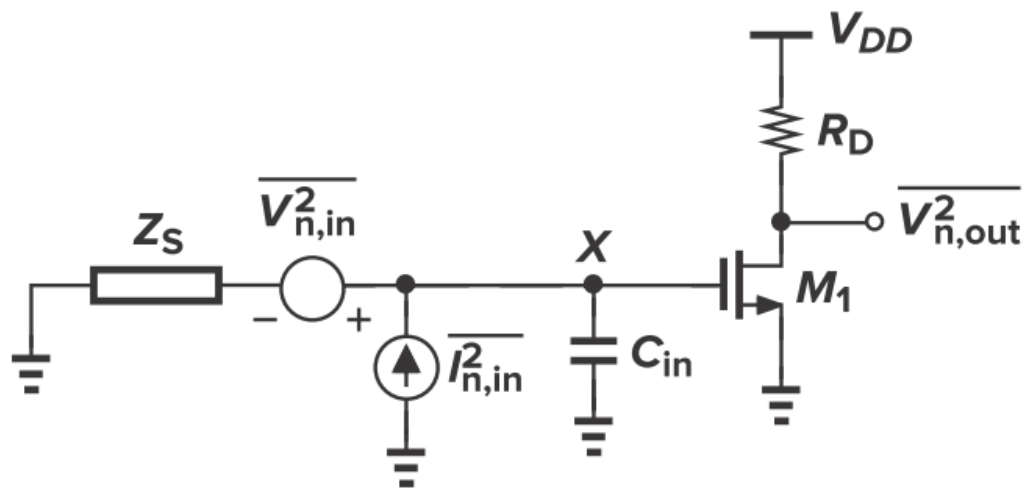
$$\overline{V_{n,in}^2} = 4kT \frac{\gamma}{g_m} + \frac{4kT}{g_m^2 R_D} \Rightarrow V_{n,in} = V_{n,M1} + \frac{1}{g_m R_D} V_{n,RD}$$

$$\overline{I_{n,in}^2} = (C_{in}\omega)^2 \frac{4kT}{g_m^2} \left(\gamma g_m + \frac{1}{R_D} \right) \Rightarrow I_{n,in} = C_{in}s V_{n,M1} + \frac{C_{in}s}{g_m R_D} V_{n,RD}$$

$$\Rightarrow V_{n,X} = V_{n,in} \frac{\frac{1}{C_{in}s}}{\frac{1}{C_{in}s} + Z_S} + I_{n,in} \frac{\frac{Z_S}{C_{in}s}}{\frac{1}{C_{in}s} + Z_S} = \frac{V_{n,in} + I_{n,in} Z_S}{Z_S C_{in}s + 1}$$



是否把噪声计算了2次？



$$\Rightarrow V_{n,X} = \frac{1}{Z_S C_{in} s + 1} \left[V_{n,M1} + \frac{1}{g_m R_D} V_{n,RD} + C_{in} s Z_S \left(V_{n,M1} + \frac{1}{g_m R_D} V_{n,RD} \right) \right]$$
$$= V_{n,M1} + \frac{1}{g_m R_D} V_{n,RD}$$

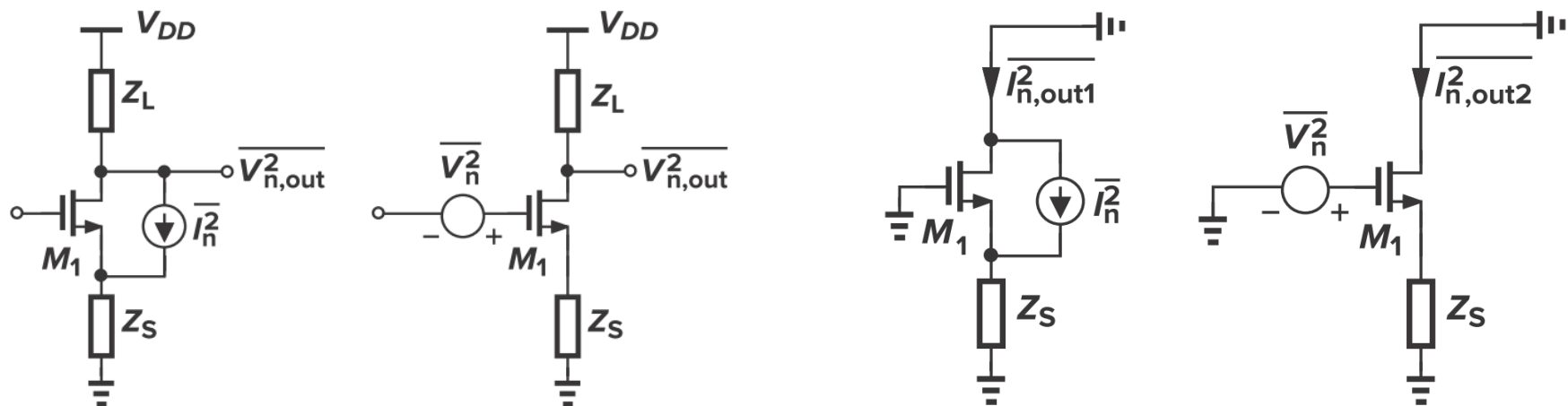
$$\Rightarrow \overline{V_{n,out}^2} = g_m^2 R_D^2 \overline{V_{n,X}^2} = 4kT \left(\gamma g_m + \frac{1}{R_D} \right) R_D^2$$

不会双倍计算噪声



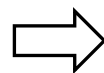
7.4 单级放大器中的噪声

- 辅助定理：如果 $\overline{V_n^2} = \overline{I_n^2} / g_m^2$ 并且两个电路均由有限阻抗驱动，则在低频时这两个电路是等效的



$$I_{n,out1} = \frac{I_n}{Z_S(g_m + g_{mb} + 1/r_O) + 1}$$

$$I_{n,out2} = \frac{g_m V_n}{Z_S(g_m + g_{mb} + 1/r_O) + 1}$$

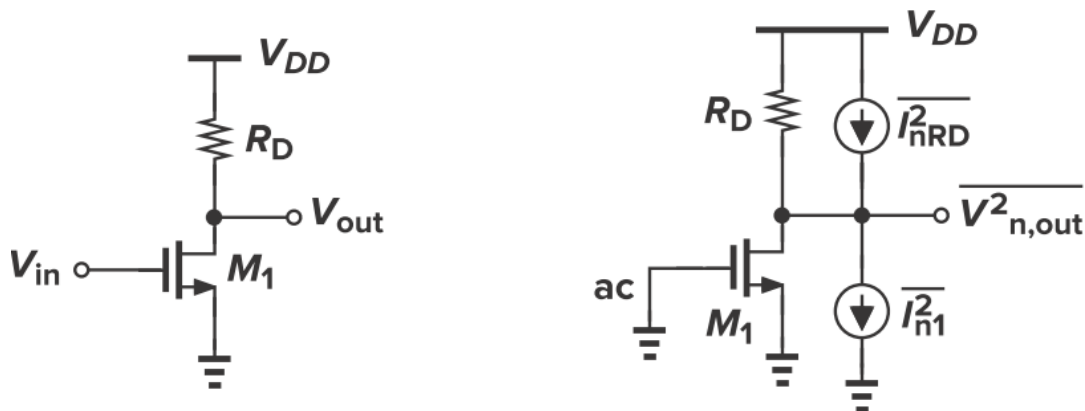


$$V_n = I_n / g_m$$

对于任意 Z_s ，噪声源都能由漏源电流变换成和栅串联的电压



7.4.1 共源级

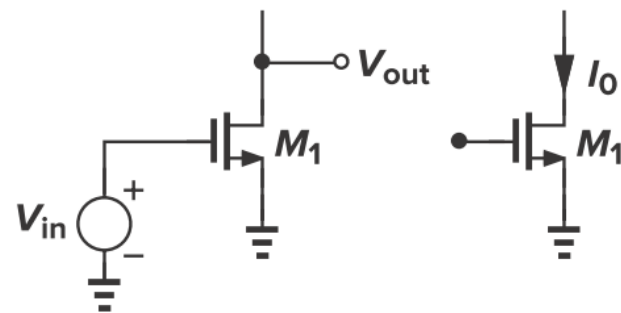


- 共源级电路每单位带宽的输入参考噪声电压为：

$$\overline{V_{n,in}^2} = 4kT \left(\frac{\gamma}{g_m} + \frac{1}{g_m^2 R_D} \right) + \frac{K}{C_{ox} W L} \frac{1}{f}$$

- 如何减小 $\overline{V_{n,in}^2}$?

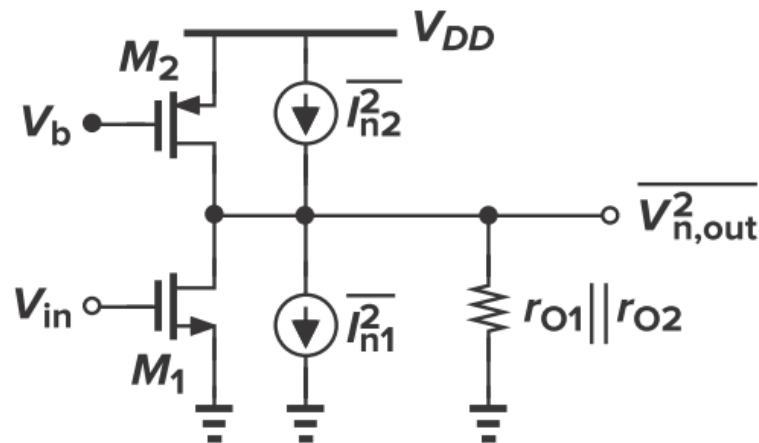
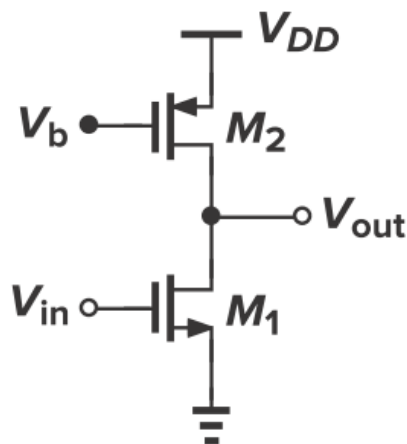
- 尽可能增大 M_1 的跨导
- 如果晶体管是要放大其栅极上的电压信号，则 g_m 尽可能大
- 如果作为电流源，则 g_m 尽可能小





例7.15 电流源作负载的共源级

- 求输入参考热噪声电压



$$\overline{V_{n,out}^2} = 4kT(\gamma g_{m1} + \gamma g_{m2})(r_{O1} \parallel r_{O2})^2$$

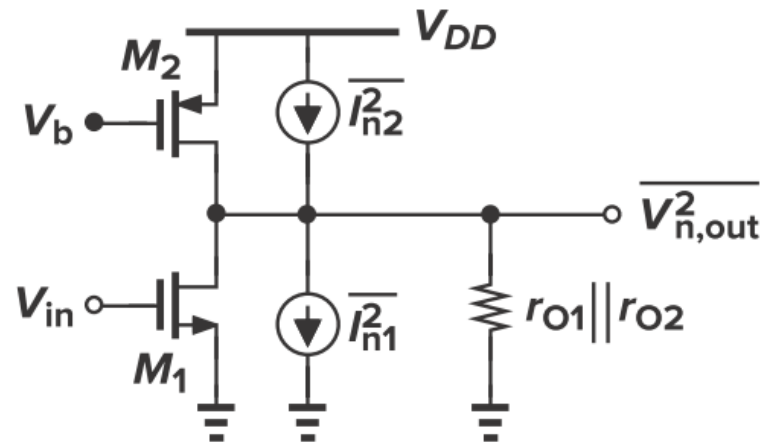
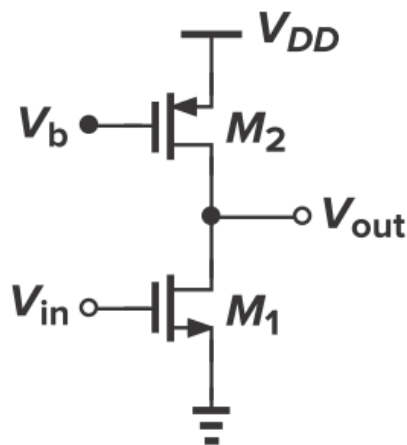
$$\Rightarrow \overline{V_{n,in}^2} = 4kT(\gamma g_{m1} + \gamma g_{m2}) \frac{1}{g_{m1}^2}$$

$$= 4kT\gamma \left(\frac{1}{g_{m1}} + \frac{g_{m2}}{g_{m1}^2} \right)$$



例7.15 电流源作负载的共源级

- 负载电容为 C_L ，
计算总的输出热噪声
- 输入信号振幅
 V_m ，求SNR



- 将每单位带宽输入参考噪声电压在整个频带内积分

$$\overline{V_{n,out,tot}^2} = \int_0^\infty 4kT\gamma(g_{m1} + g_{m2})(r_{O1} \parallel r_{O2})^2 \frac{df}{1 + (r_{O1} \parallel r_{O2})^2 C_L^2 (2\pi f)^2}$$

$$\Rightarrow \overline{V_{n,out,tot}^2} = \gamma(g_{m1} + g_{m2})(r_{O1} \parallel r_{O2}) \frac{kT}{C_L}$$

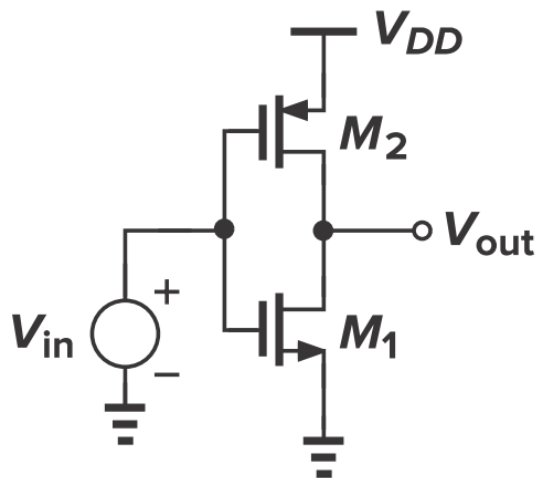
$$\text{SNR}_{out} = \left[\frac{g_{m1}(r_{O1} \parallel r_{O2})V_m}{\sqrt{2}} \right]^2 \cdot \frac{1}{\gamma(g_{m1} + g_{m2})(r_{O1} \parallel r_{O2})(kT/C_L)}$$

$$= \frac{C_L}{2\gamma kT} \cdot \frac{g_{m1}^2(r_{O1} \parallel r_{O2})}{g_{m1} + g_{m2}} V_m^2$$

信噪比与带宽的折中



例7.16 互补共源级输入参考热噪声电压



$$\overline{V_{n,out}^2} = 4kT(\gamma g_{m1} + \gamma g_{m2})(r_{O1} \parallel r_{O2})^2$$

与电流源负载共源级一样

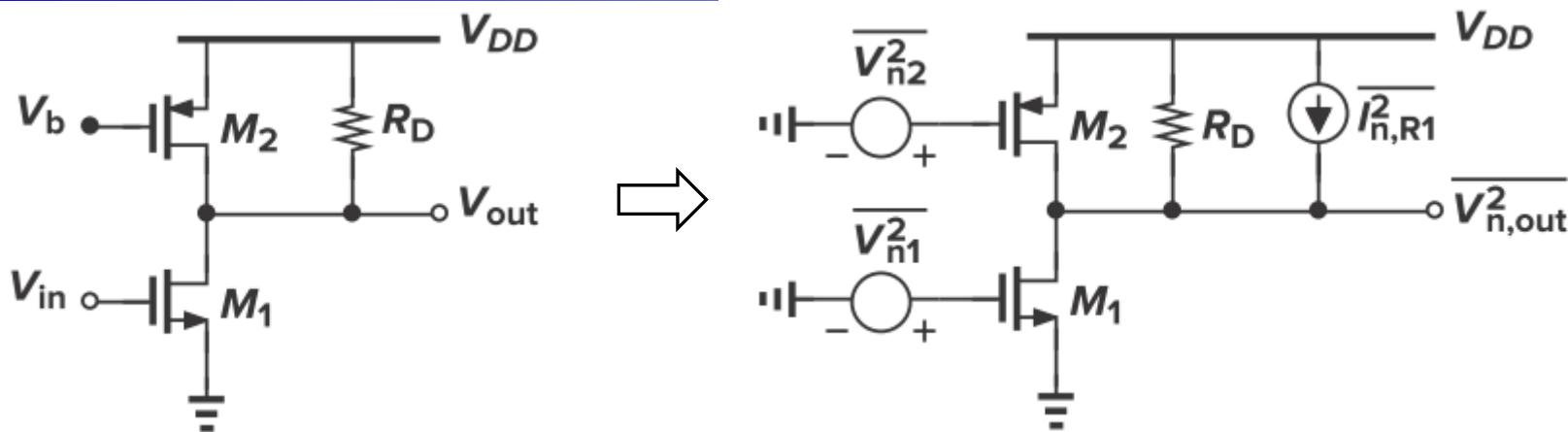
$$A_v = (g_{m1} + g_{m2})(r_{O1} \parallel r_{O2})$$

$$\Rightarrow \overline{V_{n,in}^2} = \frac{4kT\gamma}{g_{m1} + g_{m2}}$$

比电流源负载共源级低



例7.17 计算输入参考1/f和热噪声电压



$$\overline{V_{n,in}^2} = 4kT\gamma \left(\frac{g_{m2}}{g_{m1}^2} + \frac{1}{g_{m1}} \right)$$

M_1 和 M_2 的沟道热噪声

$$+ \frac{1}{C_{ox}} \left[\frac{K_P g_{m2}^2}{(WL)_2 g_{m1}^2} + \frac{K_N}{(WL)_1} \right] \frac{1}{f}$$

M_1 和 M_2 的1/f噪声

$$+ \frac{4kT}{g_{m1}^2 R_D}$$

R_D 的热噪声



减小共源级的噪声

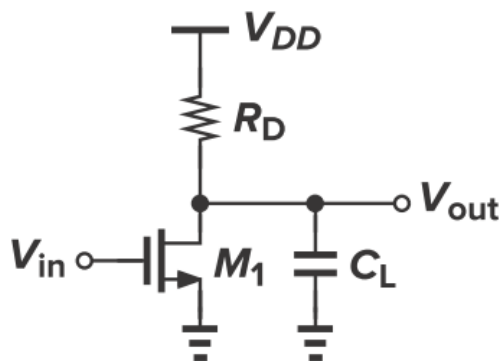
- 如何减少热噪声？
 - 增加 I_D 或 W/L 使 g_m 最大化
 - 增大 R_D
- 如何减少 $1/f$ 噪声？
 - 增加器件的面积

注意噪声与功耗、电压余度和速度之间的折中



例7.19 设计电阻负载的共源级

- 指标：总输入热参考噪声电压 $100 \mu\text{V}_{\text{rms}}$ ，功耗 1 mW ，带宽 1 GHz ，电源电压 1 V ，忽略沟道长度调制效应



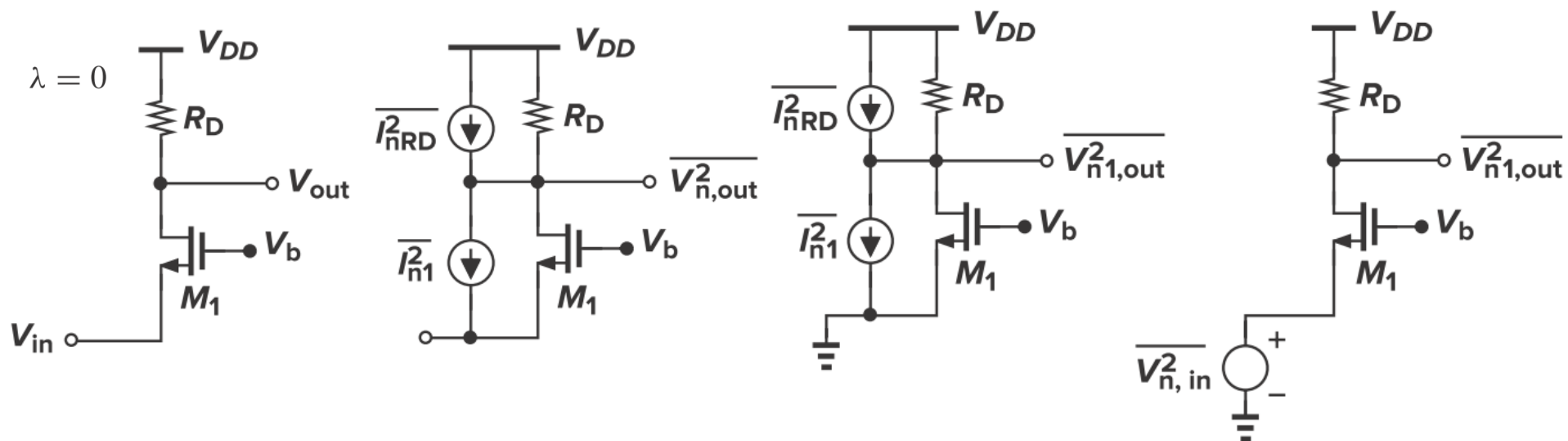
$$\overline{V_{n,out}^2} = (\overline{V_{n,RD}^2} + R_D^2 \overline{I_{n,M1}^2}) \frac{1}{R_D^2 C_L^2 \omega^2 + 1} = (4kT R_D + 4kT \gamma g_m R_D^2) \frac{1}{R_D^2 C_L^2 \omega^2 + 1}$$

$$\Rightarrow \overline{V_{n,out,tot}^2} = \frac{kT}{C_L} + \gamma g_m R_D \frac{kT}{C_L} = (1 + \gamma g_m R_D) \frac{kT}{C_L}$$

$$\Rightarrow \frac{1 + \gamma g_m R_D}{g_m^2 R_D} \cdot \frac{2\pi kT}{2\pi R_D C_L} = (100 \mu\text{V}_{\text{rms}})^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{g_m} \left(\frac{1}{g_m R_D} + \gamma \right) = 384 \Omega$$



7.4.2 共栅级



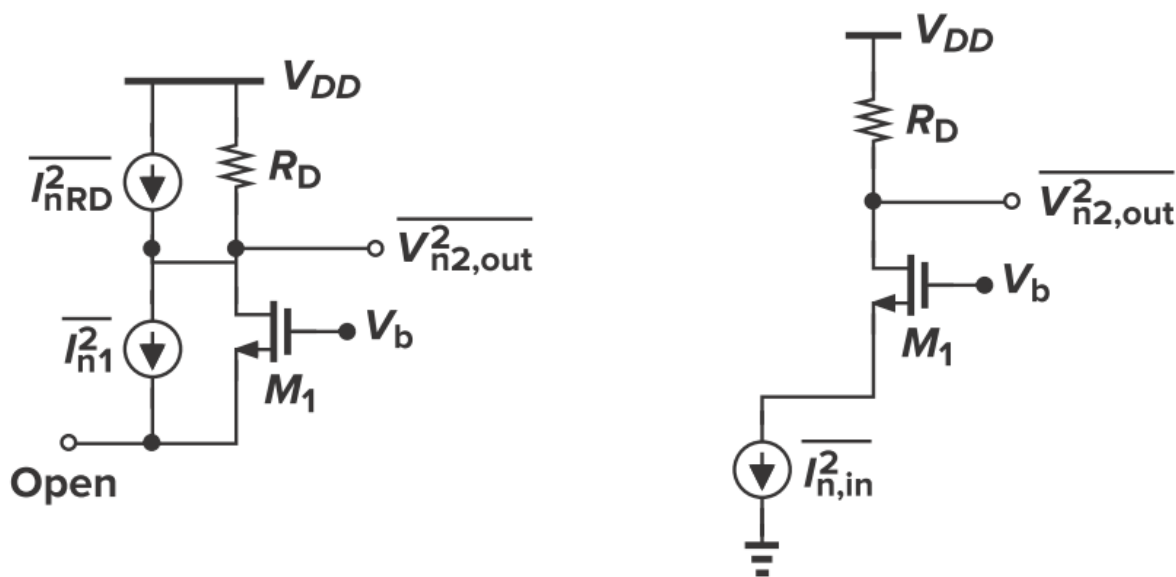
- 共栅级输入阻抗低，输入参考噪声电流不可忽略
- 求输入参考噪声电压，输入接地

$$\left(4kT\gamma g_m + \frac{4kT}{R_D}\right) R_D^2 = \overline{V_{n,in}^2} (g_m + g_{mb})^2 R_D^2$$

$$\Rightarrow \overline{V_{n,in}^2} = \frac{4kT(\gamma g_m + 1/R_D)}{(g_m + g_{mb})^2}$$



7.4.2 共栅级的热噪声



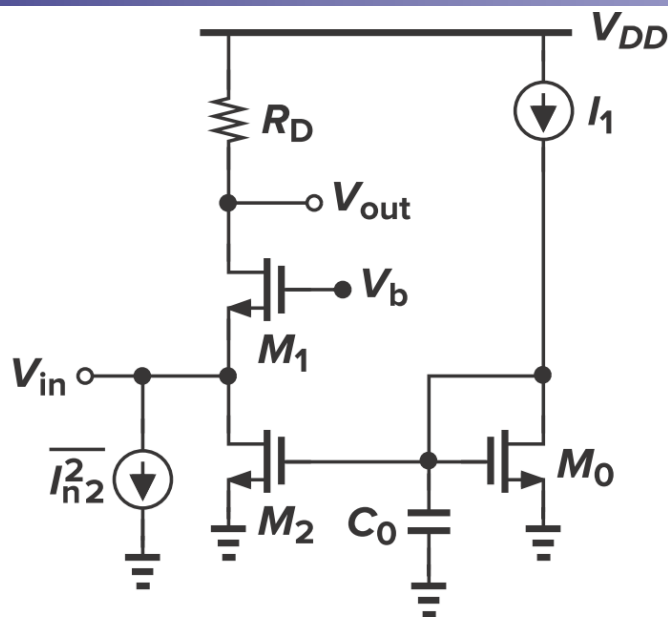
- 求输入参考噪声电流, 输入开路
 - M_1 的源端电流为0, 所以 $I_{n1} + I_{D1} = 0$ 。表明 I_{n1} 在 M_1 中产生一个与 I_{n1} 大小相等、方向相反的电流, 在输出端不产生噪声

$$\overline{I_{n,in}^2} R_D^2 = 4kTR_D \quad \Rightarrow \quad \overline{I_{n,in}^2} = \frac{4kT}{R_D}$$

负载产生的噪声电流直接等效到输入



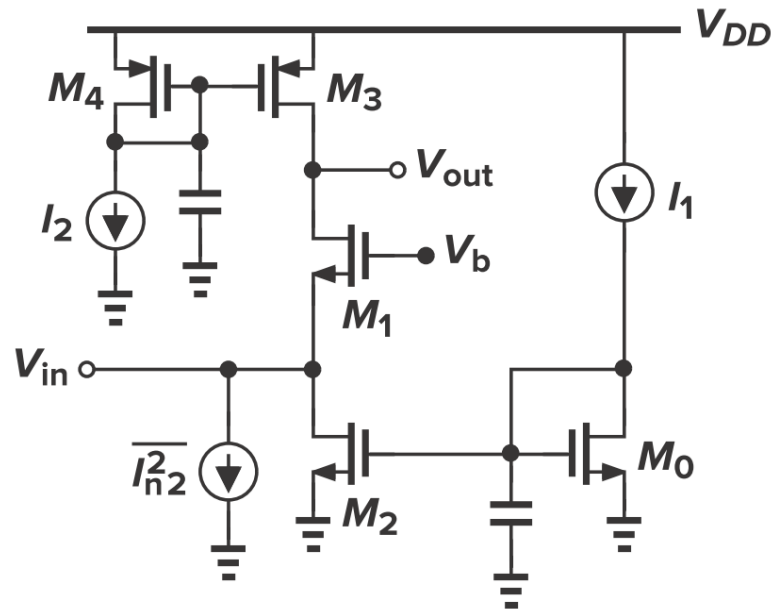
考虑偏置电路



- 采用一个简单电流镜为 M_1 产生偏置电流
- 电容 C_0 把 M_0 产生的噪声旁路倒地
- 输入接地， M_2 的漏噪声电流不流过 R_D ，对输入参考噪声电压没有贡献
- 输入开路，输入参考噪声电流由 M_2 和 R_D 产生， M_2 的噪声电流直接加到了输入参考噪声电流



例7.20 计算共栅级输入参考热噪声



- 计算输入参考热噪声电压，输入接地

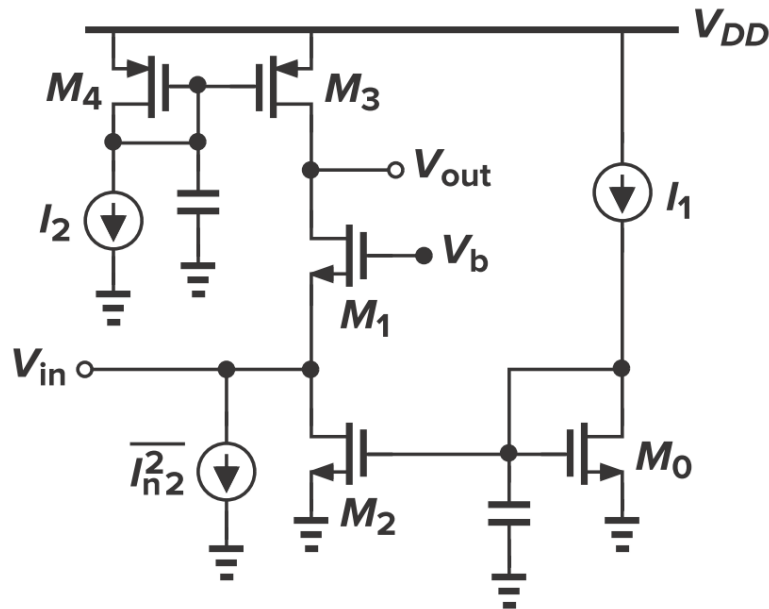
$$\overline{V_{n1,out}^2} = 4kT\gamma(g_{m1} + g_{m3})(r_{O1} \parallel r_{O3})^2$$

$$\Rightarrow \overline{V_{n,in}^2} (g_{m1} + g_{mb1})^2 (r_{O1} \parallel r_{O3})^2 = 4kT\gamma(g_{m1} + g_{m3})(r_{O1} \parallel r_{O3})^2$$

$$\Rightarrow \overline{V_{n,in}^2} = 4kT\gamma \frac{(g_{m1} + g_{m3})}{(g_{m1} + g_{mb1})^2}$$



例7.20 计算共栅级输入参考热噪声



- 计算输入参考热噪声电流，输入开路

$$I_{n,in|M3} \approx I_{n3} \approx 4kT\gamma g_{m3}$$

$$\Rightarrow \overline{I_{n,in}^2} = 4kT\gamma (g_{m2} + g_{m3})$$



共栅级的 $1/f$ 噪声

- 输入接地

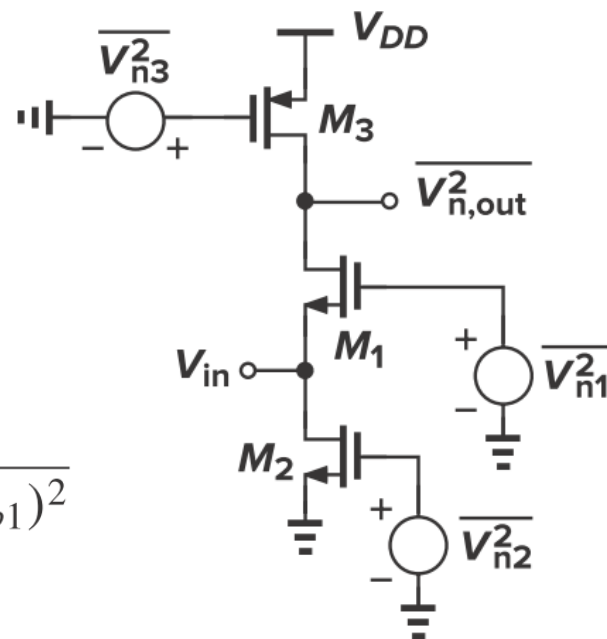
$$\overline{V_{n1,out}^2} = \frac{1}{C_{ox}f} \left[\frac{g_{m1}^2 K_N}{(WL)_1} + \frac{g_{m3}^2 K_P}{(WL)_3} \right] (r_{O1} \parallel r_{O3})^2$$

$$\Rightarrow \overline{V_{n,in}^2} = \frac{1}{C_{ox}f} \left[\frac{g_{m1}^2 K_N}{(WL)_1} + \frac{g_{m3}^2 K_P}{(WL)_3} \right] \frac{1}{(g_{m1} + g_{mb1})^2}$$

- 输入开路

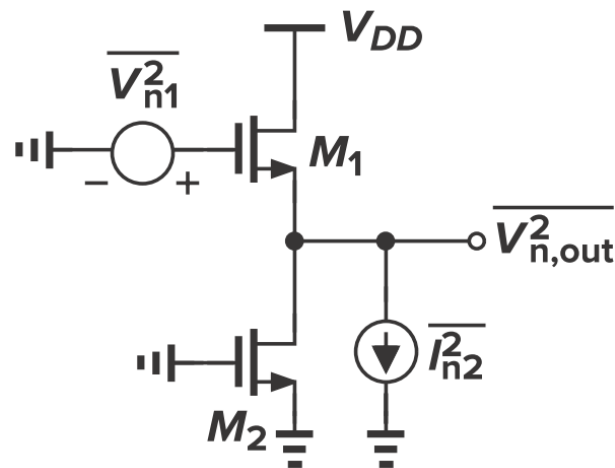
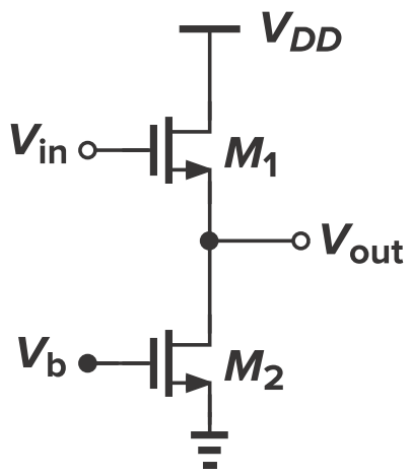
$$\overline{V_{n2,out}^2} = \frac{1}{C_{ox}f} \left[\frac{g_{m2}^2 K_N}{(WL)_2} + \frac{g_{m3}^2 K_P}{(WL)_3} \right] R_{out}^2$$

$$\Rightarrow \overline{I_{n,in}^2} = \frac{1}{C_{ox}f} \left[\frac{g_{m2}^2 K_N}{(WL)_2} + \frac{g_{m3}^2 K_P}{(WL)_3} \right]$$



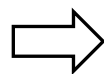


7.4.3 源跟随器的热噪声



$$\overline{V_{n,out}^2}|_{M2} = \overline{I_{n2}^2} \left(\frac{1}{g_{m1}} \parallel \frac{1}{g_{mb1}} \parallel r_{O1} \parallel r_{O2} \right)^2$$

$$A_v = \frac{\frac{1}{g_{mb1}} \parallel r_{O1} \parallel r_{O2}}{\frac{1}{g_{mb1}} \parallel r_{O1} \parallel r_{O2} + \frac{1}{g_{m1}}}$$

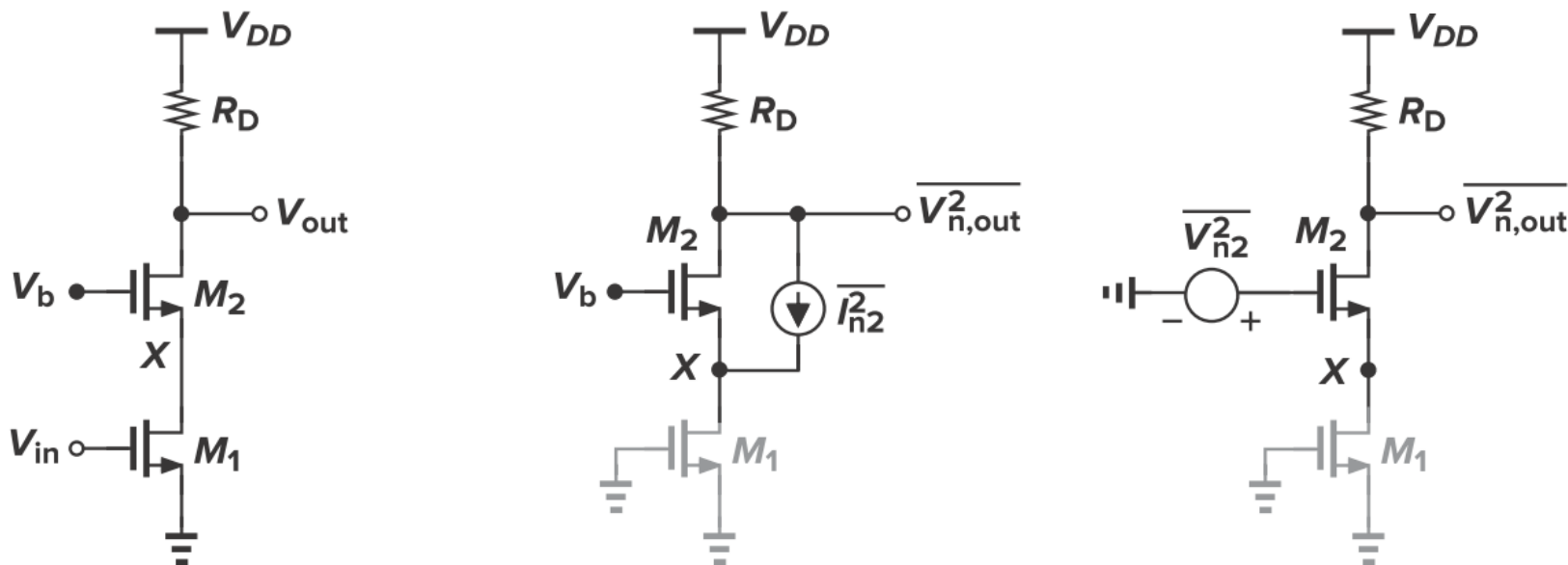


$$\begin{aligned} \overline{V_{n,in}^2} &= \overline{V_{n1}^2} + \frac{\overline{V_{n,out}^2}|_{M2}}{A_v^2} \\ &= 4kT\gamma \left(\frac{1}{g_{m1}} + \frac{g_{m2}}{g_{m1}^2} \right) \end{aligned}$$

低噪声放大器中通常不使用源跟随器



7.4.4 共源共栅级的热噪声



- M_1 和 R_D 的噪声电流基本上都流过 R_D ，其噪声贡献为

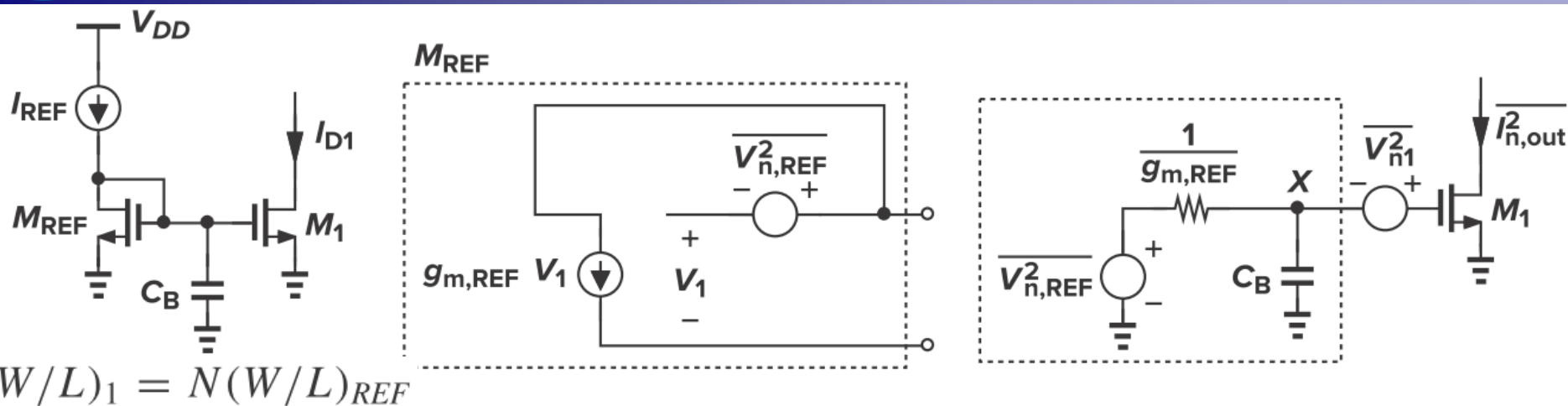
$$\overline{V_{n,in}^2}|_{M1, RD} = 4kT \left(\frac{\gamma}{g_{m1}} + \frac{1}{g_{m1}^2 R_D} \right)$$

- M_2 在低频时几乎不贡献噪声
- M_2 在高频时，输出噪声增加
- 在高频时，信号电流部分被电容旁路到地，增益减小，导致输入参考噪声增加

$$\frac{V_{n,out}}{V_{n2}} \approx \frac{-R_D}{1/g_{m2} + 1/(C_X s)}$$



7.5 电流镜中的 $1/f$ 噪声



- 二极管器件可以产生相当大的 $1/f$ 噪声，特别是偏置电流的倍乘因子加剧了影响

$$\overline{V_{n,REF}^2} = N \overline{V_{n1}^2}$$

- 对 M_{REF} 和噪声进行戴维宁等效
- M_{REF} 在结点X的噪声电压和 V_{n1} 相加

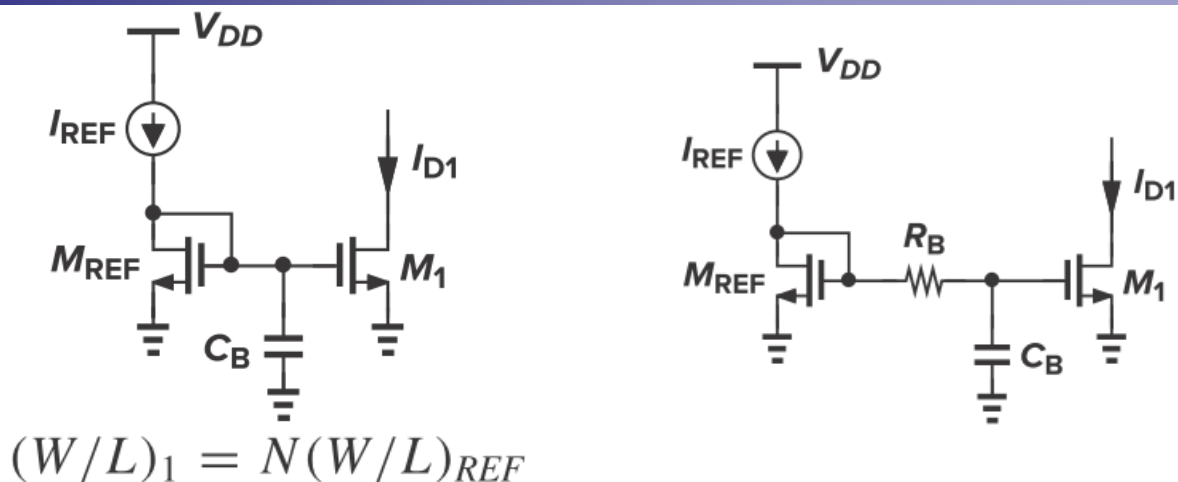
$$\overline{I_{n,out}^2} = \left(\frac{g_{m,REF}^2}{C_B^2 \omega^2 + g_{m,REF}^2} \overline{V_{n,REF}^2} + \overline{V_{n1}^2} \right) g_{m1}^2 \Rightarrow \overline{I_{n,out}^2} = \left(\frac{N g_{m,REF}^2}{C_B^2 \omega^2 + g_{m,REF}^2} + 1 \right) g_{m1}^2 \overline{V_{n1}^2}$$

- 二极管噪声可忽略的条件

$$(N-1)g_{m,REF}^2 \ll C_B^2 \omega^2 \Rightarrow C_B^2 \gg \frac{(N-1)g_{m,REF}^2}{\omega^2}$$



7.5 电流镜中的 $1/f$ 噪声



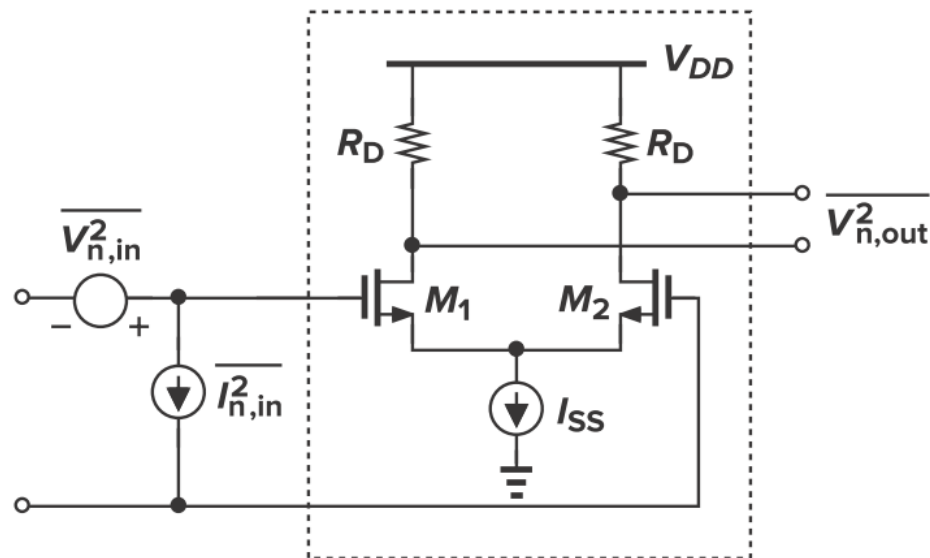
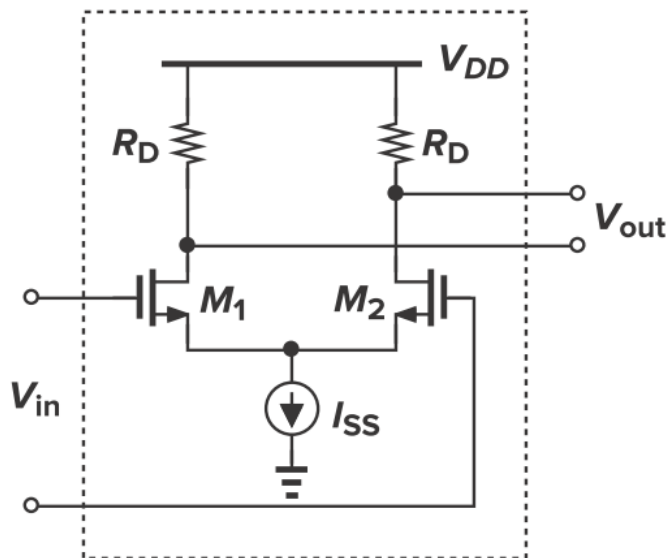
- 为了减少 M_{REF} 产生的噪声，同时避免如此大的电容，可以在栅极和 C_B 之间插入一个电阻

$$\overline{I_{n,out}^2} = \left[\frac{g_{m,REF}^2}{(1 + g_{m,REF} R_B)^2 C_B^2 \omega^2 + g_{m,REF}^2} (\overline{V_{n,REF}^2} + \overline{V_{n,RB}^2}) + \overline{V_{n1}^2} \right] g_{m1}^2$$

- R_B 降低了滤波器的截止频率，但本身也会产生噪声。



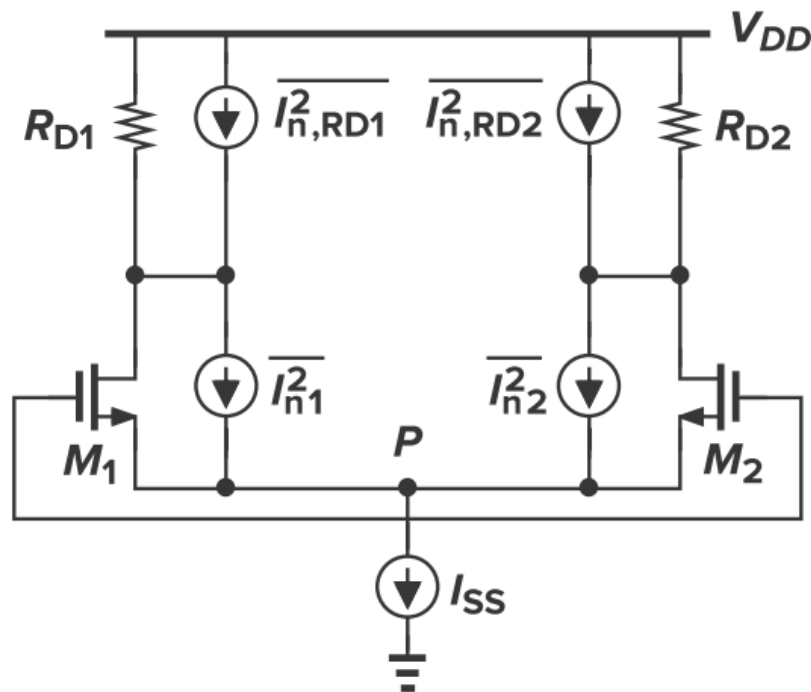
7.6 差动对中的噪声



- 差动对可以被看作是二端口电路，可以使用电压源和电流源来模拟总的输入噪声。
- 低频工作时，输入参考噪声电流源一般可忽略



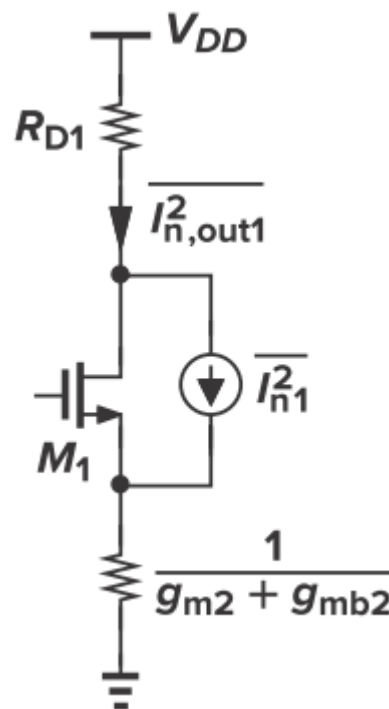
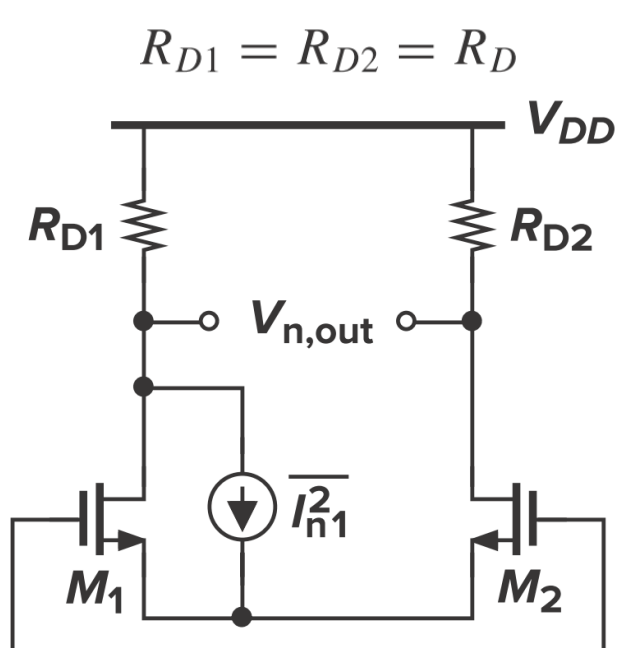
输入参考热噪声电压



- 为了计算输入参考噪声电压，将两个输入短接
- 电路中的噪声源是非相关的，可以功率叠加
- I_{n1} 和 I_{n2} 不相关，P点不能被认为是虚地，不能使用半边电路
- 分别推出每个噪声源的影响



输入参考热噪声电压



- 忽略沟道长度调制效应，则 I_{n1} 一半流过 M_1 ，一半流过 M_2 。

$$V_{n,out}|_{M1} = \frac{I_{n1}}{2} R_{D1} + \frac{I_{n1}}{2} R_{D2} \quad \Rightarrow \quad \overline{V_{n,out}^2}|_{M1} = \overline{I_{n1}^2} R_D^2$$

$$\overline{V_{n,out}^2}|_{M2} = \overline{I_{n2}^2} R_D^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{V_{n,out}^2}|_{M1,M2} = (\overline{I_{n1}^2} + \overline{I_{n2}^2}) R_D^2$$



输入参考热噪声电压

- 总输出噪声为

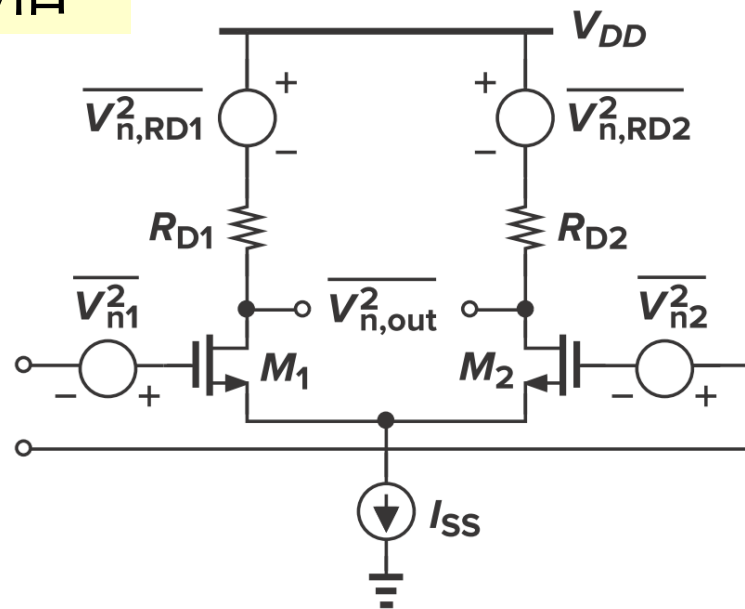
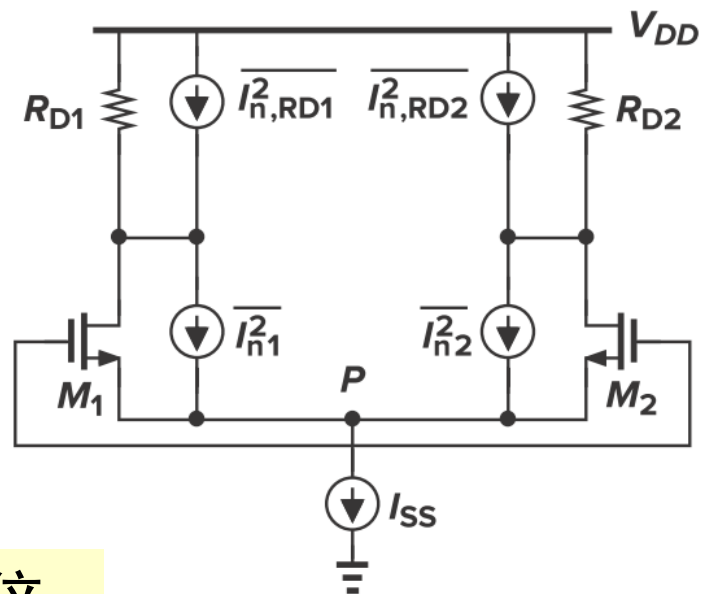
$$\begin{aligned}\overline{V_{n,out}^2} &= \left(\overline{I_{n1}^2} + \overline{I_{n2}^2} \right) R_D^2 + 2(4kTR_D) \\ &= 8kT \left(\gamma g_m R_D^2 + R_D \right)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \overline{V_{n,in}^2} = 8kT \left(\frac{\gamma}{g_m} + \frac{1}{g_m^2 R_D} \right)$$

是共源级输入参考噪声电压平方的2倍

- 也可使用辅助定理进行计算
- 包含1/f 噪声

$$\overline{V_{n,in,tot}^2} = 8kT \left(\frac{\gamma}{g_m} + \frac{1}{g_m^2 R_D} \right) + \frac{2K}{C_{ox}WL} \frac{1}{f}$$





尾电流源的噪声影响

- 如果电路对称且 ΔV_{in} 为0, I_{SS} 产生的噪声在 M_1 和 M_2 之间平均分配, 只在输出产生一个共模噪声电压
- 如果有一个很小的 ΔV_{in}

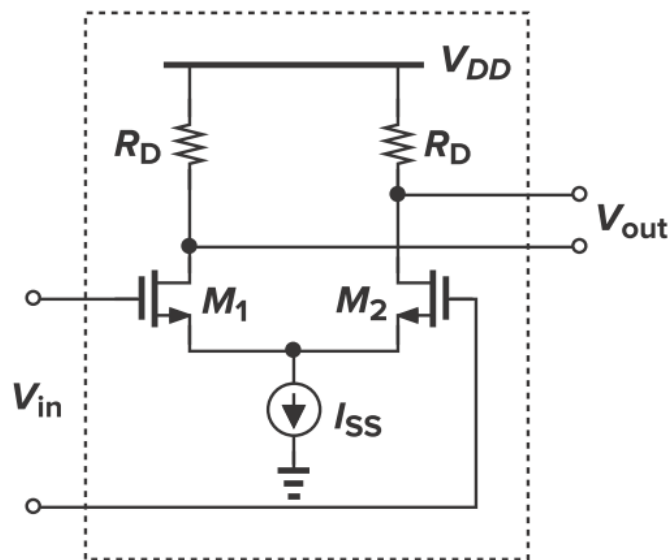
$$\Delta I_{D1} - \Delta I_{D2} = g_m \Delta V_{in}$$

$$= \sqrt{2\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left(\frac{I_{SS} + I_n}{2} \right)} \Delta V_{in}$$

$$\approx \sqrt{2\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \cdot \frac{I_{SS}}{2} \left(1 + \frac{I_n}{2I_{SS}} \right)} \Delta V_{in}$$

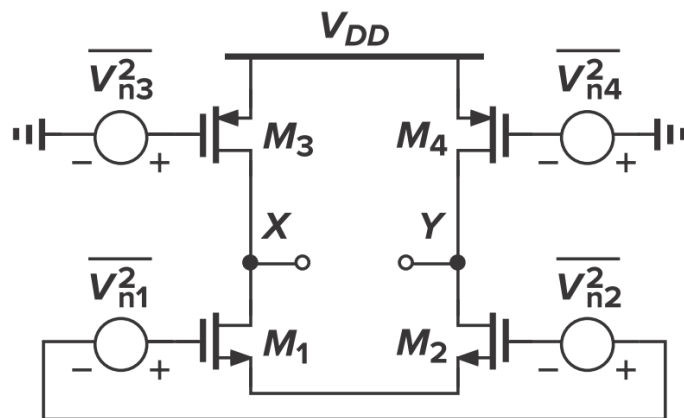
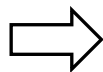
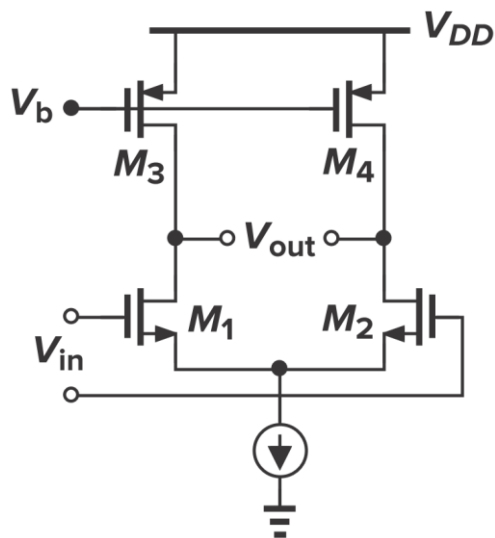
$$= g_{m0} \left(1 + \frac{I_n}{2I_{SS}} \right) \Delta V_{in} \quad (g_{m0} \text{为无噪声电路的跨导})$$

- 当电路离开平衡时, I_n 在输出产生差动噪声





例7.22 求输入参考噪声电压



- 计算 M_3 贡献的噪声

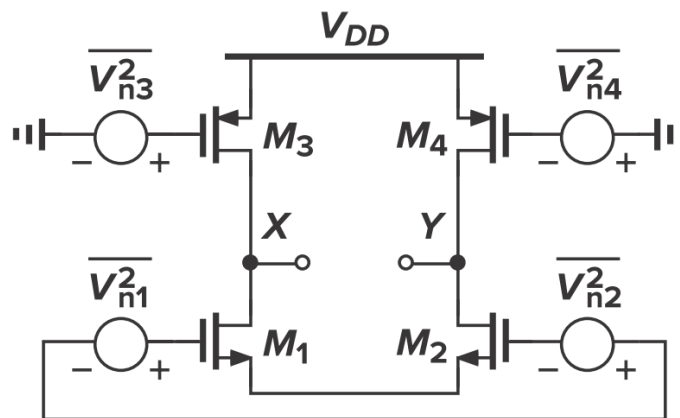
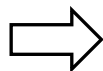
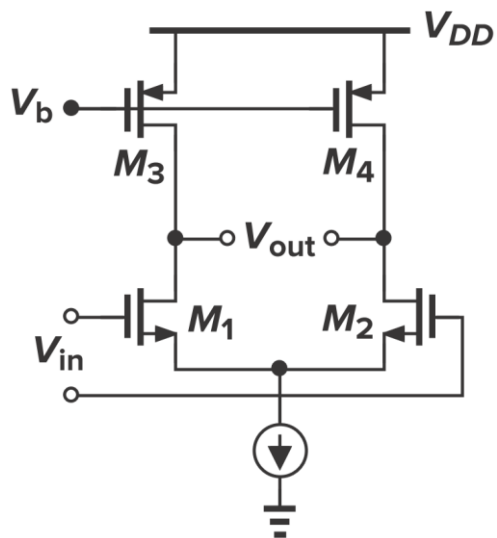
流过 r_{o3} 的电流: $I_{nA} = g_{m3} V_{n3} \frac{r_{o4} + 2r_{o1}}{2r_{o4} + 2r_{o1}} \Rightarrow V_{nX} = g_{m3} V_{n3} \frac{r_{o4} + 2r_{o1}}{2r_{o4} + 2r_{o1}} r_{o3}$

流过 $M_{1,2,4}$ 的电流: $I_{nB} = g_{m3} V_{n3} \frac{r_{o3}}{2r_{o4} + 2r_{o1}} \Rightarrow V_{nY} = g_{m3} V_{n3} \frac{r_{o3}}{2r_{o4} + 2r_{o1}} r_{o4}$

$$\Rightarrow V_{nXY} = V_{nX} - V_{nY} = g_{m3} V_{n3} \frac{r_{o3} r_{o1}}{r_{o3} + r_{o1}}$$



例7.22 求输入参考噪声电压

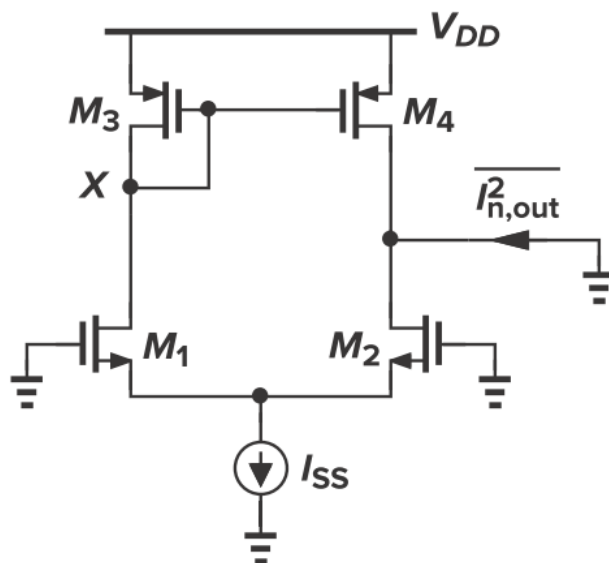


$$\overline{V_{n,in}^2} = 2\overline{V_{n1}^2} + 2\frac{g_{m3}^2}{g_{m1}^2}\overline{V_{n3}^2}$$

$$\overline{V_{n,in}^2} = 8kT\gamma \left(\frac{1}{g_{m1}} + \frac{g_{m3}}{g_{m1}^2} \right) + \frac{2K_N}{C_{ox}(WL)_1 f} + \frac{2K_P}{C_{ox}(WL)_3 f} \frac{g_{m3}^2}{g_{m1}^2}$$



五管OTA的热噪声



- 采用诺顿等效，计算输出短路噪声电流

$$\overline{I_{n,out}^2} = 4kT\gamma(2g_{m1,2} + 2g_{m3,4})$$

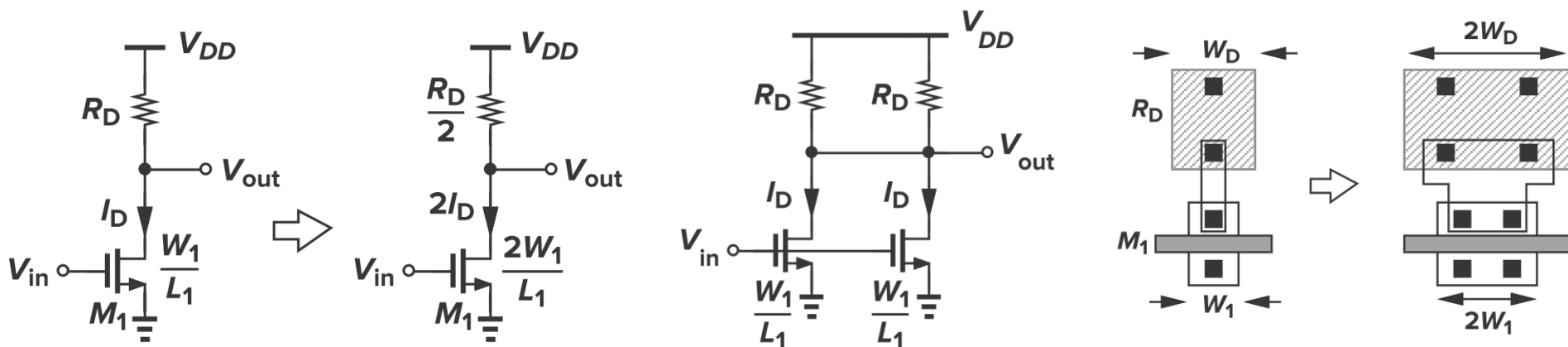
- 乘以输出电阻，再除以增益

$$R_{out}^2 \approx (r_{O1,2} || r_{O3,4})^2$$

$$\overline{V_{n,in}^2} = 8kT\gamma \left(\frac{1}{g_{m1,2}} + \frac{g_{m3,4}}{g_{m1,2}^2} \right)$$

7.7 噪声和功率的折中

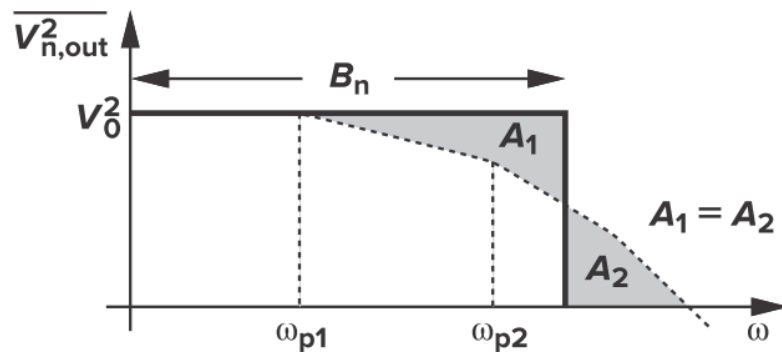
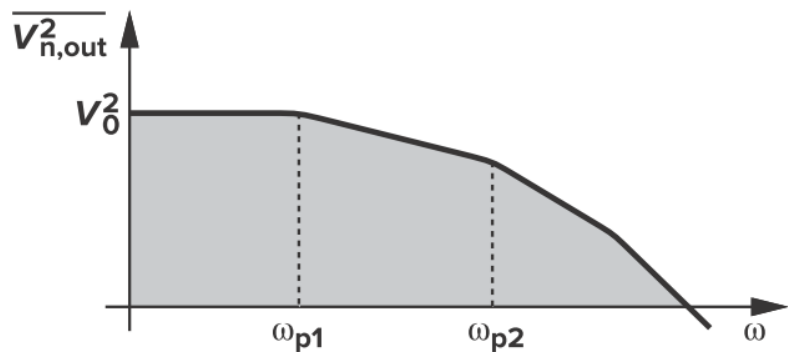
- 在“信号通路”上的MOS管所贡献的噪声和其跨导成反比，表明了噪声和功耗之间的折中



- 电流和宽长比加倍， R_D 减半，保持了增益和输出摆幅不变，输入参考热噪声和闪烁噪声的功率为原来一半
- 称为“线性缩放”，可以被视为两个原始电路的实例并联，电阻器和MOS管的宽度都增加了一倍



7.8 噪声带宽



- 电路中的总噪声由电路的带宽内所有频率成分的噪声组成

$$\overline{V_{n,out,tot}^2} = \int_0^{\infty} \overline{V_{n,out}^2} df$$

- 有时把总噪声简单地表示为 $V_0^2 \cdot B_n$

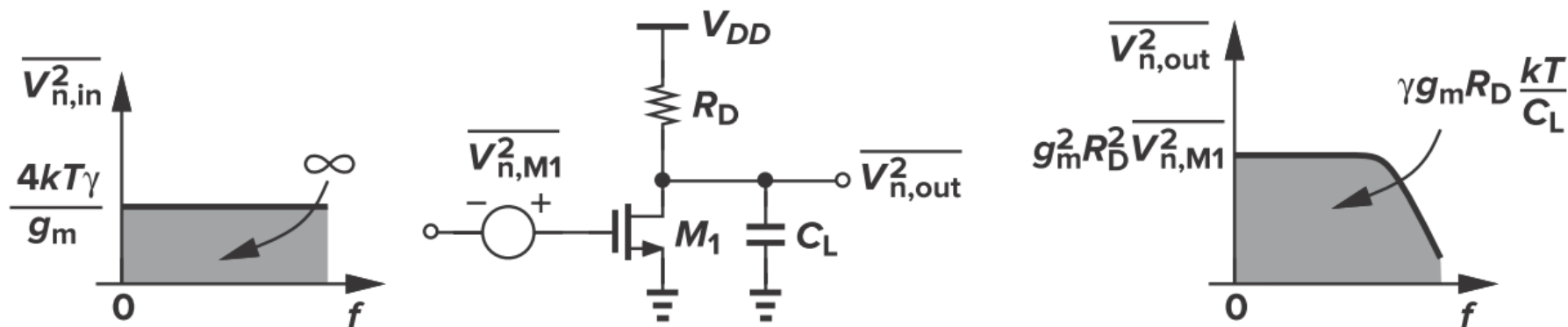
$$V_0^2 \cdot B_n = \int_0^{\infty} \overline{V_{n,out}^2} df$$

- B_n 被称为“噪声带宽”，使得具有相同低频噪声，但不同高频传输函数的电路进行合理的比较



7.9 输入噪声积分的问题

- 是否可以对输入参考噪声进行积分？



- 只可以对输出噪声进行积分，输入参考噪声是一个虚构的量
- 为了对不同的设计进行公平的比较，可以将积分输出噪声除以电路的低频增益

$$\overline{V_{n,in,tot}^2} = \gamma g_m R_D \frac{kT}{C_L} \cdot \frac{1}{g_m^2 R_D^2} = \frac{\gamma}{g_m R_D} \frac{kT}{C_L}$$



本章小结

- 噪声的统计特性
 - 噪声的平均功率可以被预测
 - 采用功率谱描述噪声
 - 白噪声
- 噪声类型
 - 热噪声：电阻、沟道电流、栅极电阻热噪声
 - 闪烁噪声： $1/f$ 噪声，MOS管
- 噪声的电路表示
 - 输出噪声
 - 输入参考噪声电压和电流
- 单级放大器、电流镜和差动对中的热噪声

Thank you

程 林

Email: eecheng@ustc.edu.cn