Fundmental of Circuit Analysis

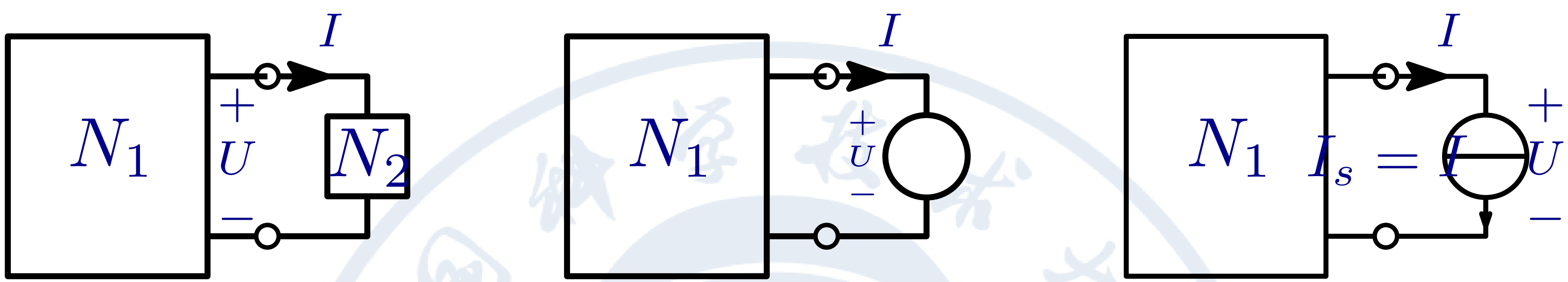
电路定理

Department of Electronics and Information Science
University of Science and Technology of China
Hefei, Anhui, 230027

教学内容

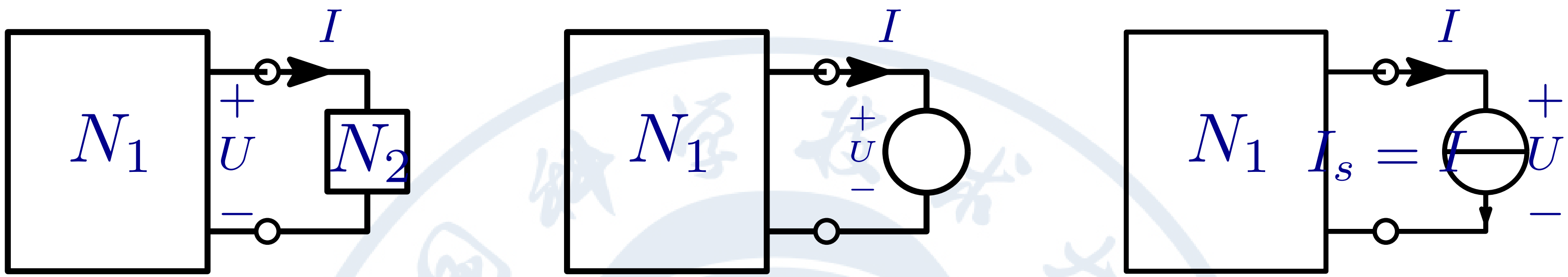
- 置换定理
- 齐次定理和叠加定理
- 戴维南定理和诺顿定理
- 特勒根定理、互易定理
- 对偶定理
- 作业：P78 3 5 8 10 12 16 17 19

置换定理（Subtitution Theorem）



任意的的非线性电路和线性电路中，若某一端口的电压和电流为 U 和 I，则可以用 $U_s = U$ 的电压源或者 $I_S = I$ 的电流源替换此端口，该操作不影响电路其他部分的电流和电压。

置换定理（Subtitution Theorem）

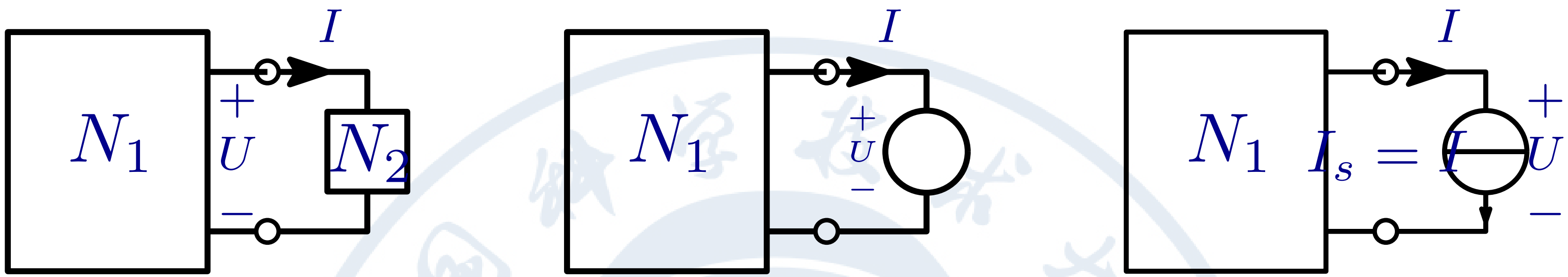


任意的的非线性电路和线性电路中，若某一端口的电压和电流为 U 和 I，则可以用 $U_s = U$ 的电压源或者 $I_S = I$ 的电流源替换此端口，该操作不影响电路其他部分的电流和电压。

置换定理成立的前提条件:

- ★ 置换定理要求置换后的电路具有唯一解
- ★ 除了被置换部分以外，其余部分在置换前后必须保持完全相同

置换定理（Subtitution Theorem）



任意的的非线性电路和线性电路中，若某一端口的电压和电流为 U 和 I，则可以用 $U_s = U$ 的电压源或者 $I_S = I$ 的电流源替换此端口，该操作不影响电路其他部分的电流和电压。

■ 置换定理成立的前提条件:

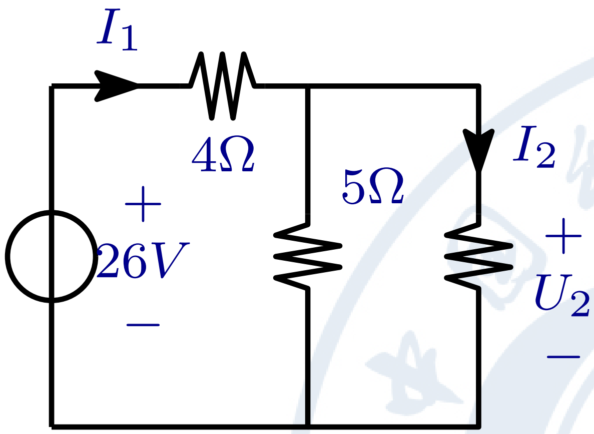
- ★ 置换定理要求置换后的电路具有唯一解
- ★ 除了被置换部分以外，其余部分在置换前后必须保持完全相同

■ 推论:

若两节点间电压为 0，则可直接将该两点短路；若两点间电流为 0，可直接将支路断开。

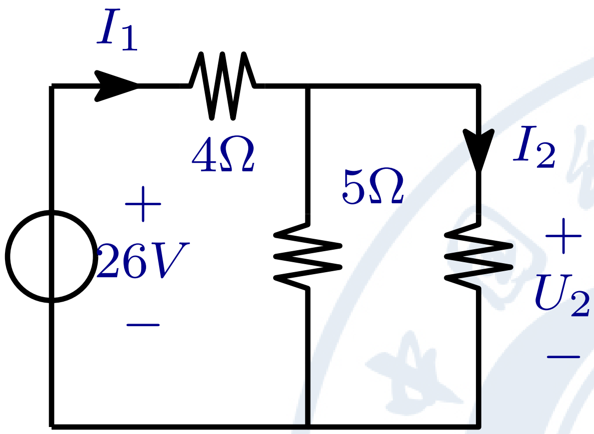
置换定理举例

已知图中 $I_2 = 2A$, 求电阻 R和电流 I_1



置换定理举例

已知图中 $I_2 = 2A$, 求电阻 R和电流 I_1

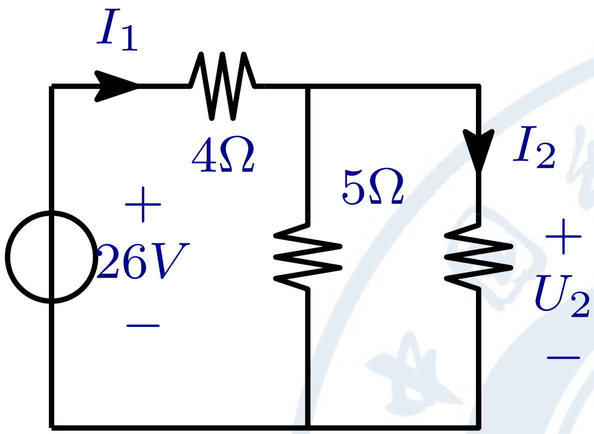


Solution:

使用 $2A$电流源替换 I_2所在支路，然后将 Norton 电路转换为戴维南电路即可解决。

置换定理举例

已知图中 $I_2 = 2A$, 求电阻 R和电流 I_1



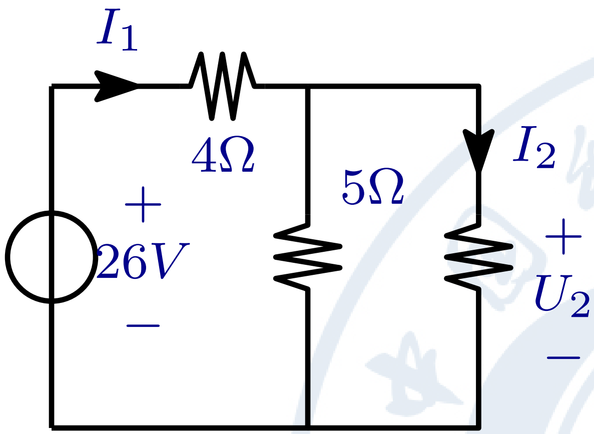
Solution:

使用 $2A$电流源替换 I_2所在支路，然后将 Norton 电路转换为戴维南电路即可解决。

求图中所示电路的等效电阻 R

置换定理举例

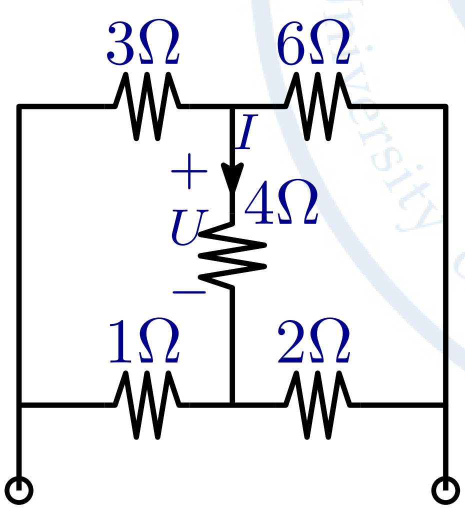
已知图中 $I_2 = 2A$, 求电阻 R和电流 I_1



Solution:

使用 $2A$电流源替换 I_2所在支路，然后将 Norton 电路转换为戴维南电路即可解决。

求图中所示电路的等效电阻 R



Solution:

注意到 4Ω电阻上 $U = 0$和 $I = 0$，可选择将 4Ω电阻断开或者短路处理，均可得到结果

齐次定理和叠加定理（Homogeneity and Superposition

- 齐次定理：在任何只有一个激励 X 作用下的线性电路中，设任一响应为 Y，记作 $Y=f(X)$。则函数 f 满足:

$$f(kX)=kf(X),\forall k\in R.$$

★ 线性电路中，系统仅仅有单一独立激励源，激励与响应成正比例。
★ X 并不要求是唯一独立源，所有独立源等比例缩放即可

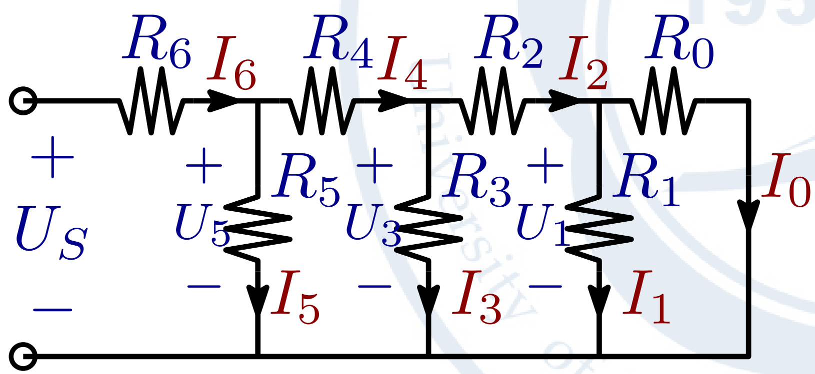
齐次定理和叠加定理（Homogeneity and Superposition

■ 齐次定理：在任何只有一个激励 X 作用下的线性电路中，设任一响应为 Y，记作 $Y = f(X)$。则函数 f 满足：

$$f(kX) = kf(X), \forall k \in R.$$

★ 线性电路中，系统仅仅有单一独立激励源，激励与响应成正比例。

★ X 并不要求是唯一独立源，所有独立源等比例缩放即可



$R_0 = R_2 = R_4 = R_6 = 4\Omega,$
$R_1 = R_3 = R_5 = 8\Omega$。

1) $I_0 = 1A, U_s = ?$

2) $U_S = 66V$，求各支路电流

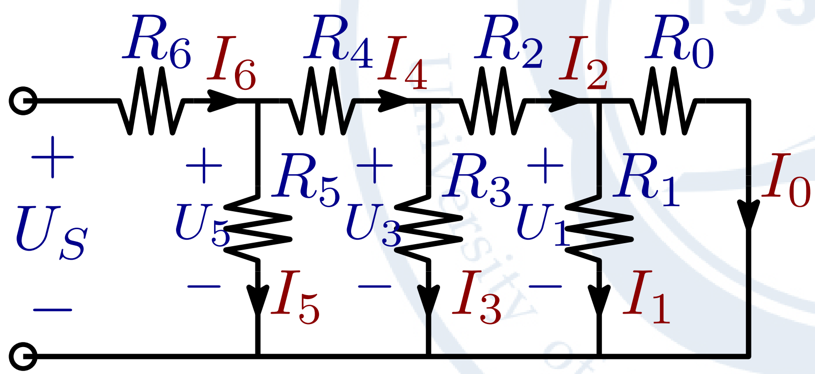
齐次定理和叠加定理（Homogeneity and Superposition

■ 齐次定理：在任何只有一个激励 X 作用下的线性电路中，设任一响应为 Y，记作 $Y = f(X)$。则函数 f 满足：

$$f(kX) = kf(X), \forall k \in R.$$

★ 线性电路中，系统仅仅有单一独立激励源，激励与响应成正比例。

★ X 并不要求是唯一独立源，所有独立源等比例缩放即可



$R_0 = R_2 = R_4 = R_6 = 4\Omega$,
$R_1 = R_3 = R_5 = 8\Omega$。

1) $I_0 = 1A, U_s = ?$

2) $U_S = 66V$，求各支路电流

解决思路：

★ $I_0 = 1A \to U_1 \to I_2 \to U_3, I_4, U_5, I_6, U_S$

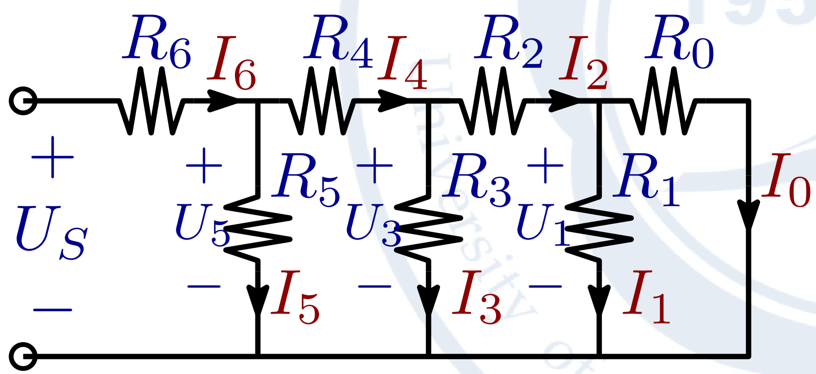
齐次定理和叠加定理（Homogeneity and Superposition

■ 齐次定理：在任何只有一个激励 X作用下的线性电路中，设任一响应为 Y，记作 $Y = f(X)$。则函数 f满足:

$$f(kX) = kf(X), \forall k \in R.$$

★ 线性电路中，系统仅仅有单一独立激励源，激励与响应成正比例。

★ X并不要求是唯一独立源，所有独立源等比例缩放即可



$R_0 = R_2 = R_4 = R_6 = 4\Omega,$
$R_1 = R_3 = R_5 = 8\Omega$。

1) $I_0 = 1A, U_s = ?$

2) $U_S = 66V$，求各支路电流

解决思路:

★ $I_0 = 1A \rightarrow U_1 \rightarrow I_2 \rightarrow U_3, I_4, U_5, I_6, U_S$

★ 根据上述表达式中的 $I_k, 0 \leq k \leq 6$,$U_l, 1 \leq l \leq 5$与 U_s关系，利用齐次定理即可求出响应结果

齐次定理和叠加定理

■ 存在线性唯一解的电路中，有几个独立电源共同作用产生的响应等于各个独立电源单独作用时产生相应响应的代数叠加。

齐次定理和叠加定理

- 存在线性唯一解的电路中，有几个独立电源共同作用产生的响应等于各个独立电源单独作用时产生相应响应的代数叠加。

- 物理解释：考虑线性代数方程组的解的叠加性

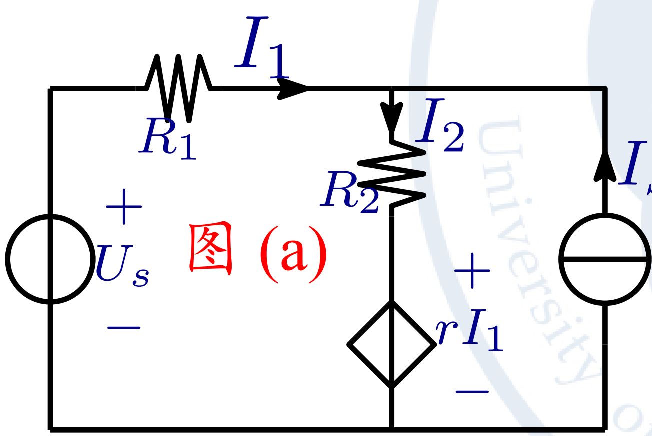
$$AX_1 = B_1, AX_2 = B_2 \Rightarrow A(X_1 + X_2) = B_1 + B_2$$

齐次定理和叠加定理

- 存在线性唯一解的电路中，有几个独立电源共同作用产生的响应等于各个独立电源单独作用时产生相应响应的代数叠加。

- 物理解释：考虑线性代数方程组的解的叠加性

$$AX_1 = B_1, AX_2 = B_2 \Rightarrow A(X_1 + X_2) = B_1 + B_2$$



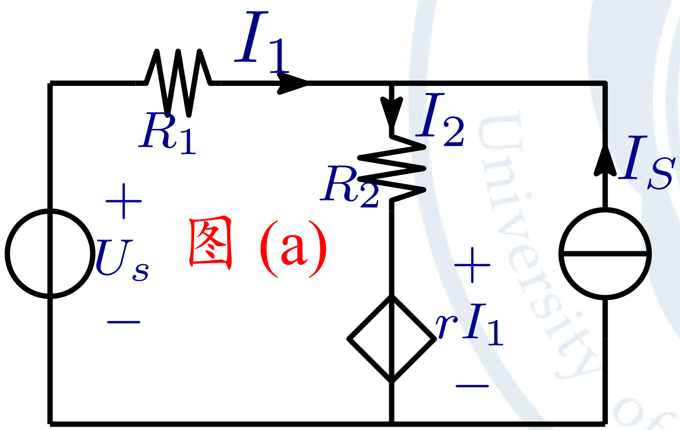
★ 将图 (a) 中的两个电源独立，分别计算 $U_s = 0$和 $I_S = 0$时的系统响应 I_1', I_2'或者 I_1'', I_2''。

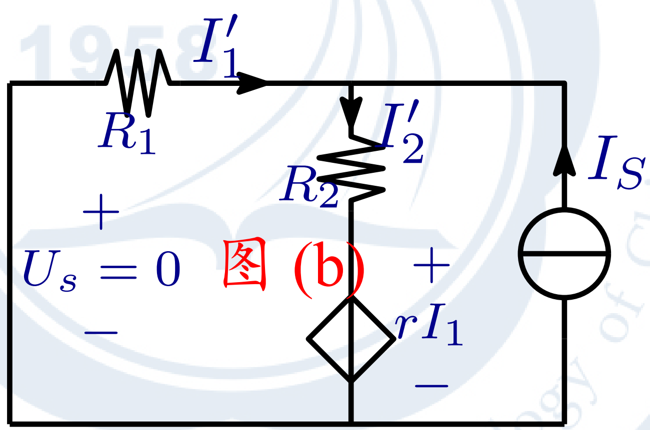
齐次定理和叠加定理

■ 存在线性唯一解的电路中，有几个独立电源共同作用产生的响应等于各个独立电源单独作用时产生相应响应的代数叠加。

■ 物理解释：考虑线性代数方程组的解的叠加性

$$AX_1 = B_1, AX_2 = B_2 \Rightarrow A(X_1 + X_2) = B_1 + B_2$$





★ 将图 (a) 中的两个电源独立，分别计算 $U_s = 0$和 $I_S = 0$时的系统响应 I_1', I_2'或者 I_1'', I_2''。

★ 将两个独立电源分别作用下的电路响应进行合并:

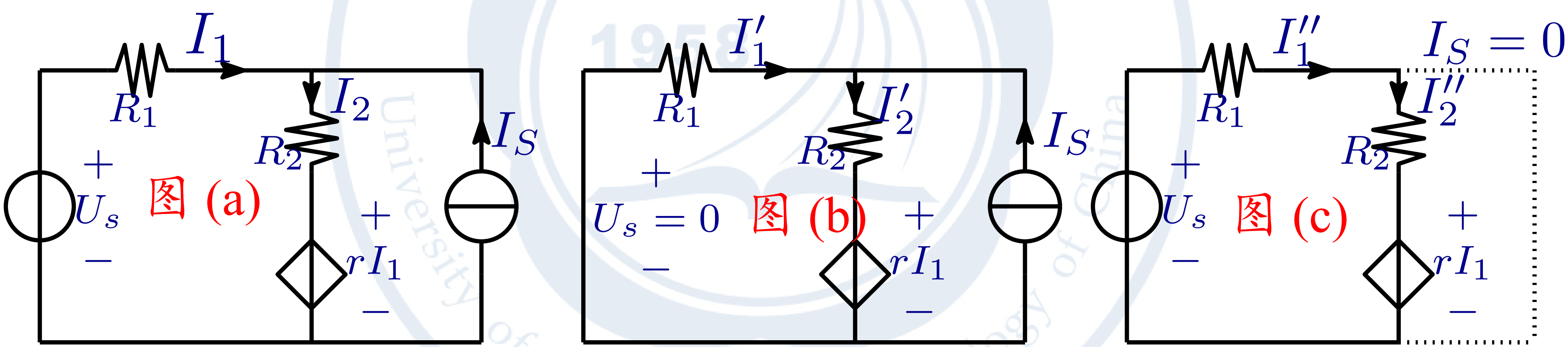
$$I_1 = I_1' + I_1'', I_2 = I_2' + I_2''$$

齐次定理和叠加定理

- 存在线性唯一解的电路中，有几个独立电源共同作用产生的响应等于各个独立电源单独作用时产生相应响应的代数叠加。

- 物理解释：考虑线性代数方程组的解的叠加性

$$AX_1 = B_1, AX_2 = B_2 \Rightarrow A(X_1 + X_2) = B_1 + B_2$$



★ 将图 (a) 中的两个电源独立，分别计算 $U_s = 0$和 $I_S = 0$时的系统响应 I_1', I_2'或者 I_1'', I_2''。

★ 将两个独立电源分别作用下的电路响应进行合并:

$$I_1 = I_1' + I_1'', I_2 = I_2' + I_2''$$

叠加定理讨论

- 受控源的输出由电路其他部分决定，每个独立电源的作用都已经包含了受控源的作用。受控源无需单独处理

叠加定理讨论

- 受控源的输出由电路其他部分决定，每个独立电源的作用都已经包含了受控源的作用。受控源无需单独处理

- 功率与独立电源的源电压和源电流不是线性关系，功率不能直接用叠加关系来计算；必须通过计算电压，电流才能计算

叠加定理讨论

- 受控源的输出由电路其他部分决定，每个独立电源的作用都已经包含了受控源的作用。受控源无需单独处理

- 功率与独立电源的源电压和源电流不是线性关系，功率不能直接用叠加关系来计算；必须通过计算电压，电流才能计算

- 线性电路的线性定理：(Linearity Property)
  线性直流电路的任一响应都是该电路中独立电源的线性组合，即：

$$Y = K_1X_1 + K_2X_2 + \cdots + K_mX_m$$

叠加定理讨论

- 受控源的输出由电路其他部分决定，每个独立电源的作用都已经包含了受控源的作用。受控源无需单独处理

- 功率与独立电源的源电压和源电流不是线性关系，功率不能直接用叠加关系来计算；必须通过计算电压，电流才能计算

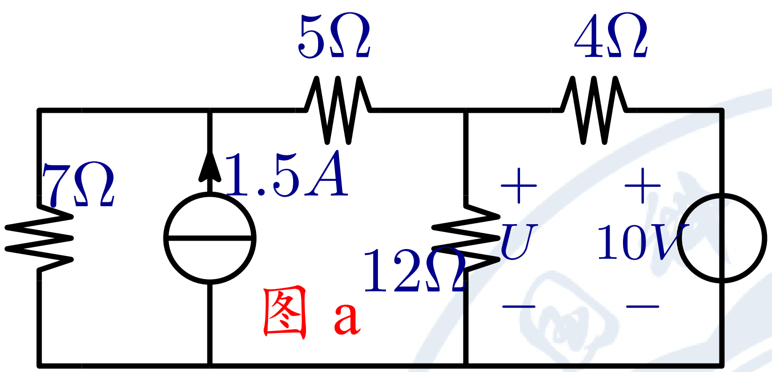
- 线性电路的线性定理: (Linearity Property)

  线性直流电路的任一响应都是该电路中独立电源的线性组合，即:

$$Y = K_1X_1 + K_2X_2 + \cdots + K_mX_m$$

$X_j(1 \leq j \leq m)$表示第 j个独立源，K_j是一个由电路结构和元件参数决定的常数，与独立电源无关。$'+'$代表叠加定理，K_jX_j体现齐次定理。

线性定理应用举例



线性定理应用举例

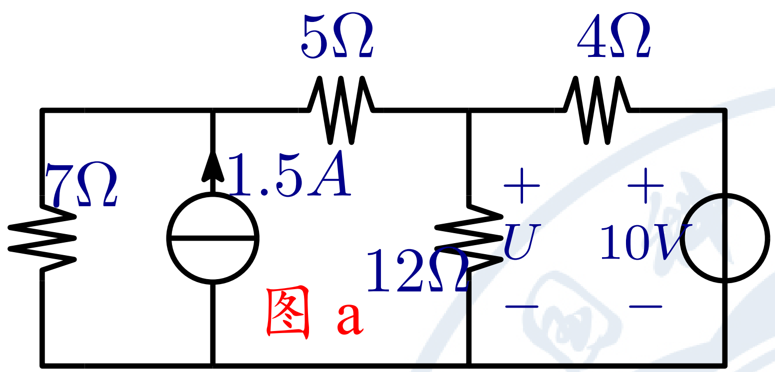
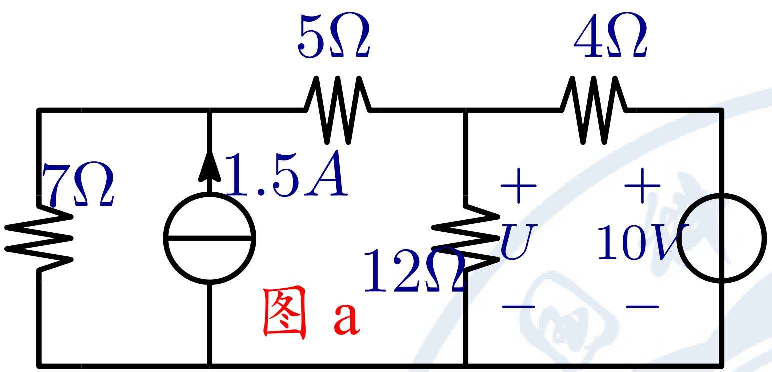


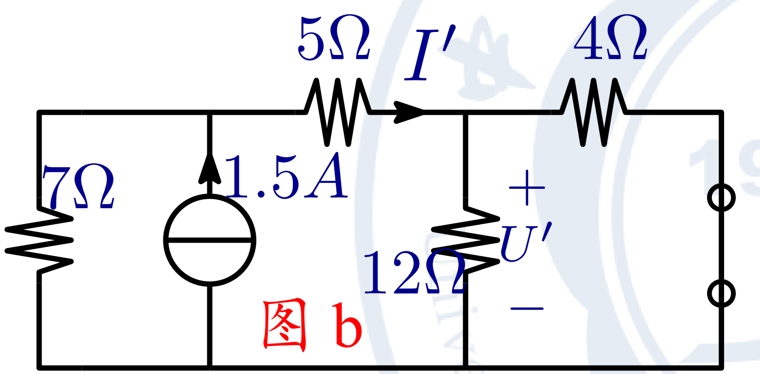
图 a

思路:

对两个独立源分别作用时的响应，然后利用叠加原理求解。

线性定理应用举例

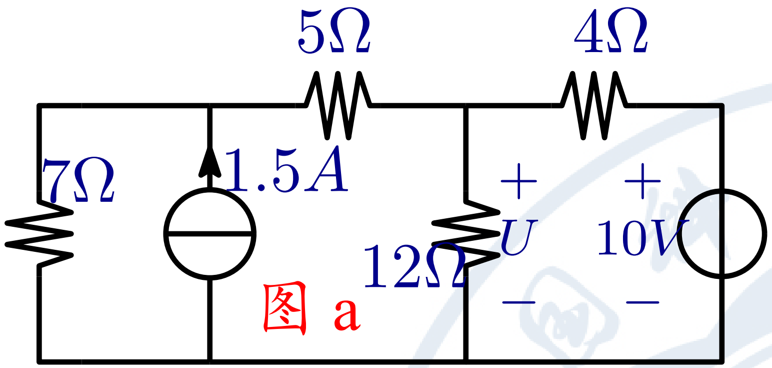


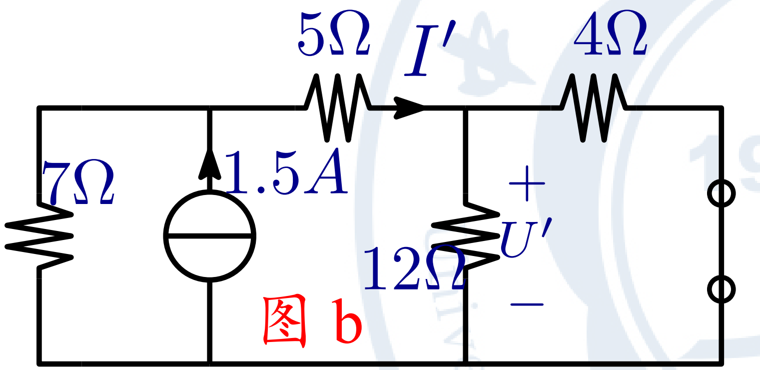


思路:

对两个独立源分别作用时的响应，然后利用叠加原理求解。

线性定理应用举例





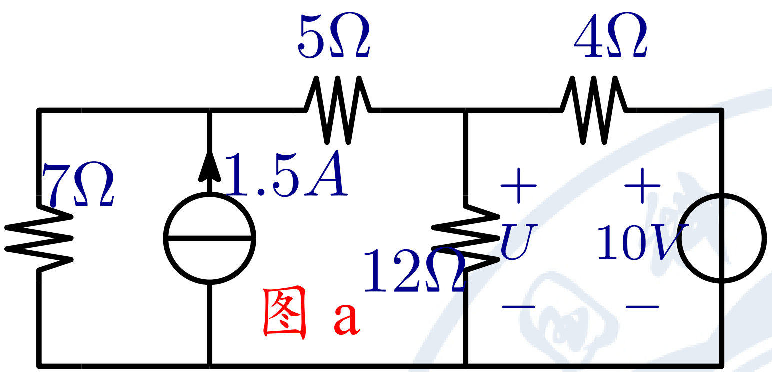
思路:

对两个独立源分别作用时的响应，然后利用叠加原理求解。

将 $10V$ 电压源置零，相当于短路。将 Norton 电路转换为戴维南电路，然后利用串联分压可以得到:

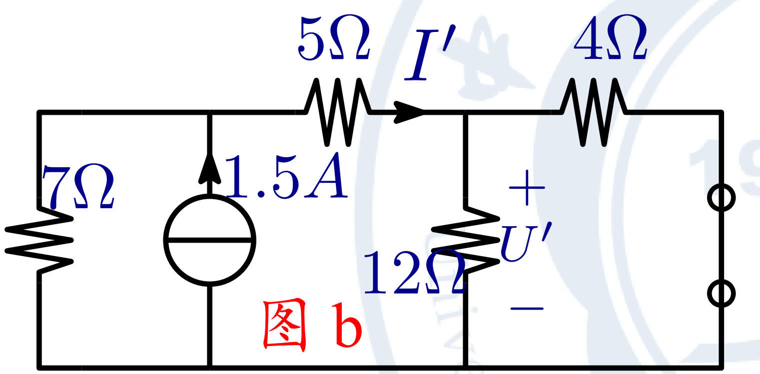
$$U' = \frac{1.5A \times 7\Omega \times 3\Omega}{7\Omega + 5\Omega + 3\Omega} = 2.1V$$

线性定理应用举例



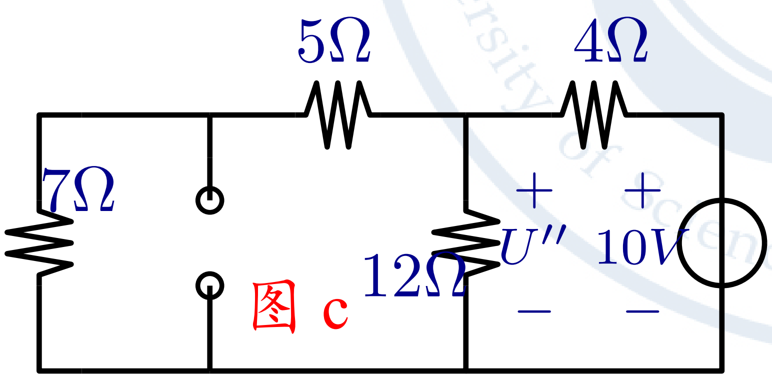
思路:

对两个独立源分别作用时的响应，然后利用叠加原理求解。



将 $10V$ 电压源置零，相当于短路。将 Norton 电路转换为戴维南电路，然后利用串联分压可以得到:

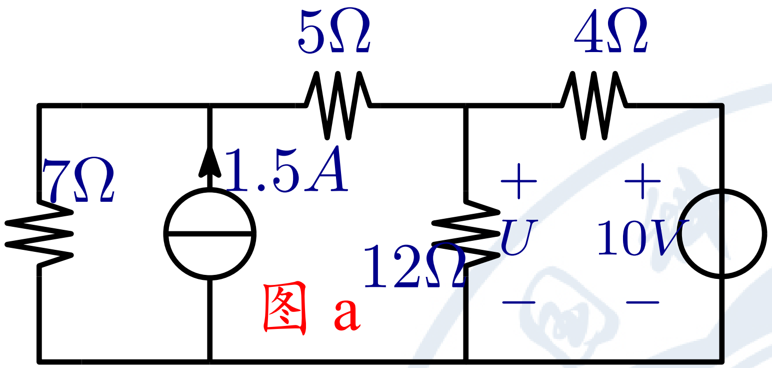
$$U' = \frac{1.5A \times 7\Omega \times 3\Omega}{7\Omega + 5\Omega + 3\Omega} = 2.1V$$

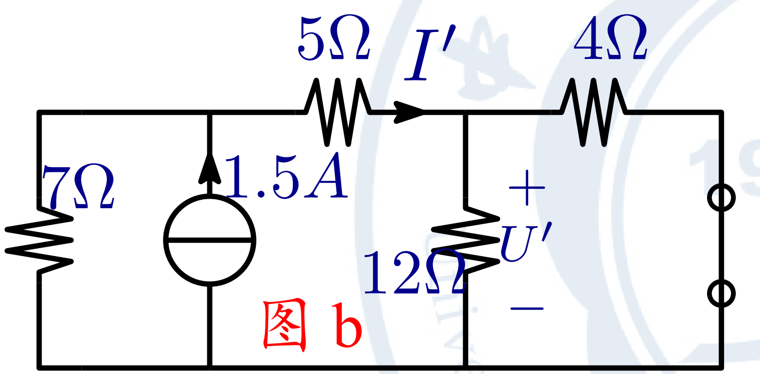


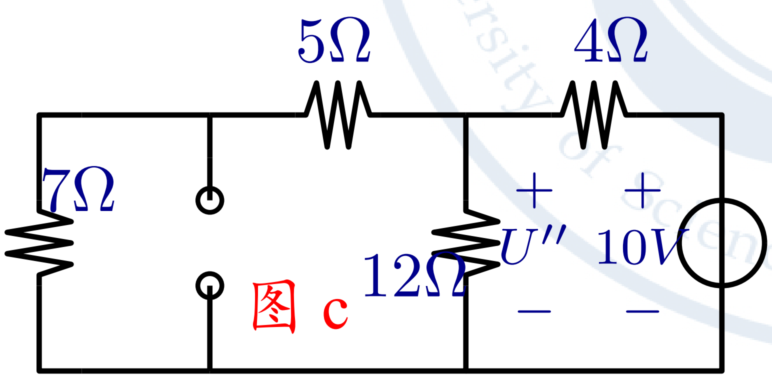
将 $1.5A$ 电流源置 0，相当于开路。很容易得到:

$$U'' = \frac{10V \times 6\Omega}{6\Omega + 4\Omega} = 6V$$

线性定理应用举例







思路:

对两个独立源分别作用时的响应，然后利用叠加原理求解。

将 $10V$ 电压源置零，相当于短路。将 Norton 电路转换为戴维南电路，然后利用串联分压可以得到：

$$U' = \frac{1.5A \times 7\Omega \times 3\Omega}{7\Omega + 5\Omega + 3\Omega} = 2.1V$$

将 $1.5A$ 电流源置 0，相当于开路。很容易得到：

$$U'' = \frac{10V \times 6\Omega}{6\Omega + 4\Omega} = 6V$$

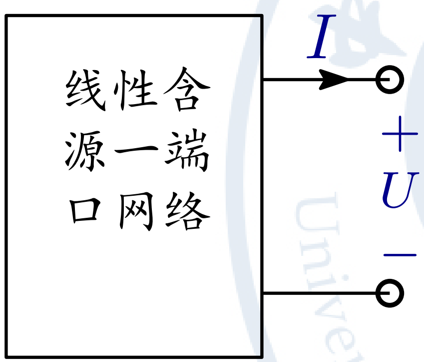
★ 利用叠加原理，$U = U' + U'' = 8.1V$

等效电源定理-戴维南定理（Thevenin's Theroem)

■ 线性含源一端口网络对外可以等效一个电压源串联电阻的来替换。

★ 电压源电压为该一端口电路的开路电压

★ 电阻为该一端口网络内部独立电源置 0 后的等效电阻

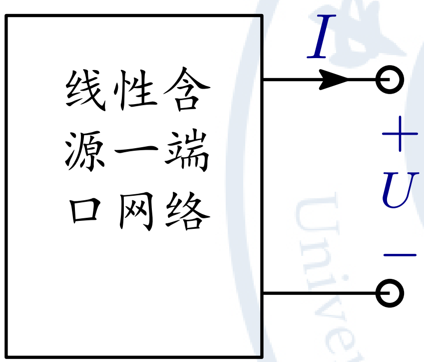


等效电源定理-戴维南定理（Thevenin's Theroem)

■ 线性含源一端口网络对外可以等效一个电压源串联电阻的来替换。

★ 电压源电压为该一端口电路的开路电压

★ 电阻为该一端口网络内部独立电源置 0 后的等效电阻



1）假定内部独立电源分别为 X_k，利用线性定理，可以得到电压表达式为：

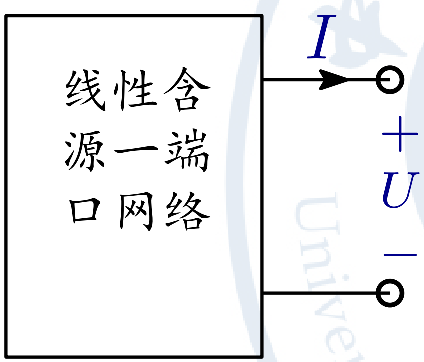
$$U = A_0 I + \sum_k A_k X_k = A_0 I + B$$

等效电源定理-戴维南定理（Thevenin's Theroem)

■ 线性含源一端口网络对外可以等效一个电压源串联电阻的来替换。

★ 电压源电压为该一端口电路的开路电压

★ 电阻为该一端口网络内部独立电源置 0 后的等效电阻



1）假定内部独立电源分别为 X_k，利用线性定理，可以得到电压表达式为：

$$U = A_0 I + \sum_k A_k X_k = A_0 I + B$$

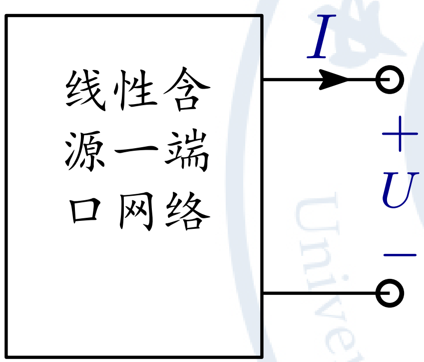
2）开路该 1 端口，$I = 0 \rightarrow B = U_{oc}$，$U_{oc}$开路电压

等效电源定理-戴维南定理（Thevenin's Theroem)

■ 线性含源一端口网络对外可以等效一个电压源串联电阻的来替换。

★ 电压源电压为该一端口电路的开路电压

★ 电阻为该一端口网络内部独立电源置 0 后的等效电阻



1）假定内部独立电源分别为 X_k，利用线性定理，可以得到电压表达式为：

$$U = A_0 I + \sum_k A_k X_k = A_0 I + B$$

2）开路该 1 端口，$I = 0 \rightarrow B = U_{oc}$，$U_{oc}$开路电压

3）将内部独立源置零：

$$B = \sum A_k X_k = 0 \rightarrow A_0 = U/I = -R_i$$

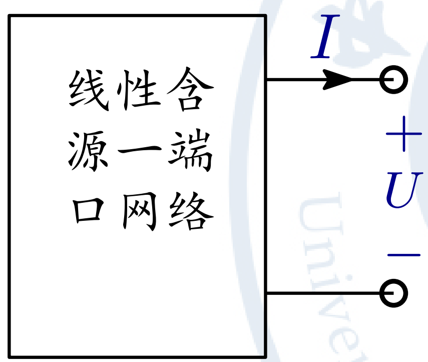
$$\Rightarrow U = U_{oc} - R_i I$$

等效电源定理-戴维南定理（Thevenin’s Theroem)

■ 线性含源一端口网络对外可以等效一个电压源串联电阻的来替换。

★ 电压源电压为该一端口电路的开路电压

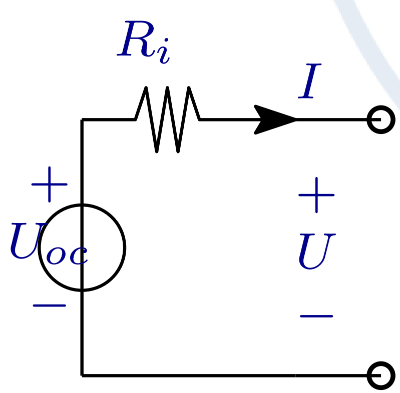
★ 电阻为该一端口网络内部独立电源置 0 后的等效电阻



1）假定内部独立电源分别为 X_k，利用线性定理，可以得到电压表达式为：

$$U = A_0 I + \sum_k A_k X_k = A_0 I + B$$

2）开路该 1 端口，$I = 0 \rightarrow B = U_{oc}$，$U_{oc}$开路电压



3）将内部独立源置零：

$$B = \sum A_k X_k = 0 \rightarrow A_0 = U/I = -R_i$$

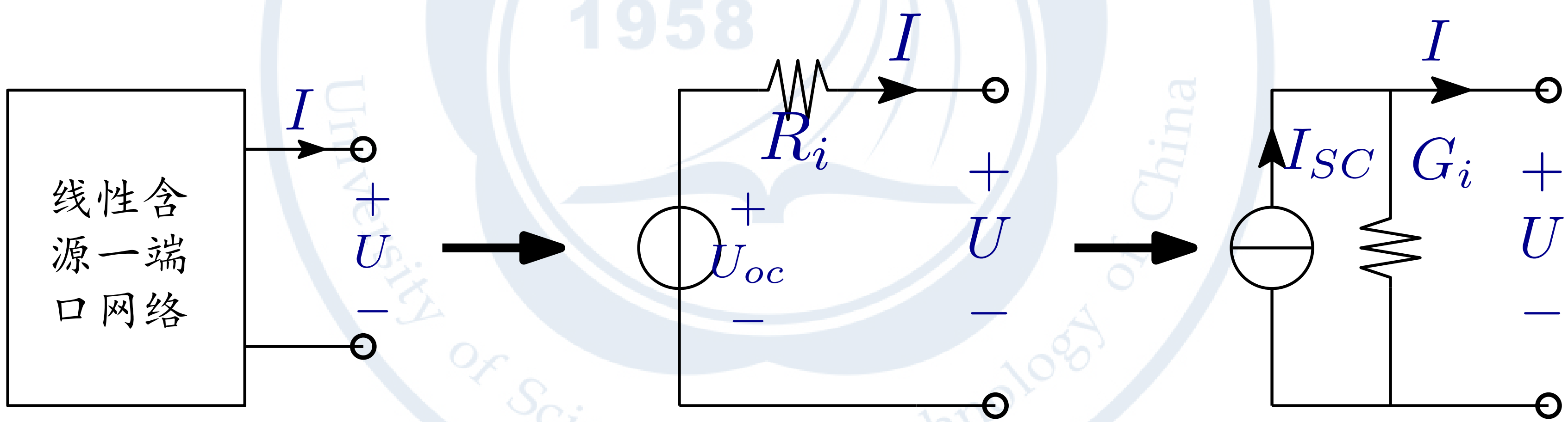
$$\Rightarrow U = U_{oc} - R_i I$$

等效电源定理-诺顿定理（Norton Theorem)

■ 线性含源一端口网络的对外作用可以由一个电流源并联电导的电路来代替等效。

★ 电流源数值等于将一端口网络短路时的电流

★ 电导等于一端口网络内部独立电源置 0 后的无独立源一端口网络的等效电导

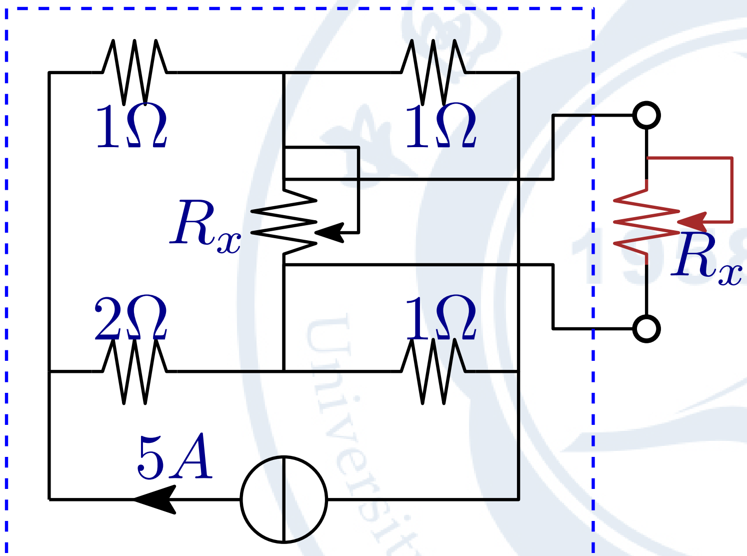


★ 先将含源一端口网络等效为戴维南电路

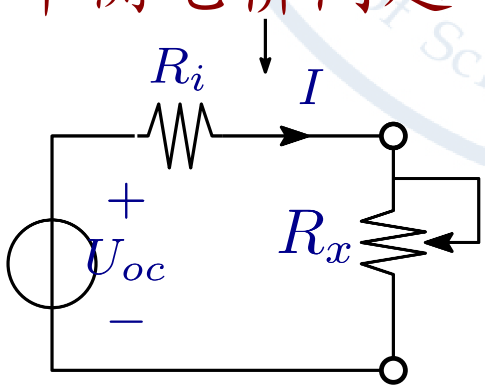
★ 利用含源支路的等效，将戴维南表示转换为 Norton 表示

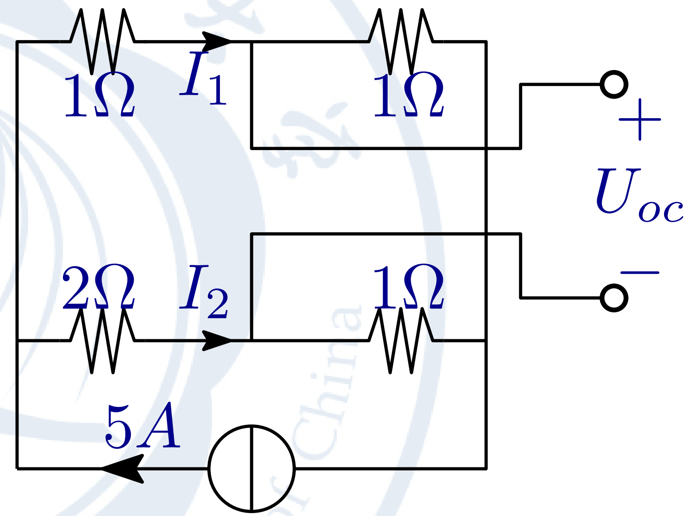
等效电源原理

- 电路中某个部分以外的电路不发生改变，可仅关注这部分电路改变对电路行为的影响，可以将未改变部分利用戴维南电路或者诺顿电路等效简化。

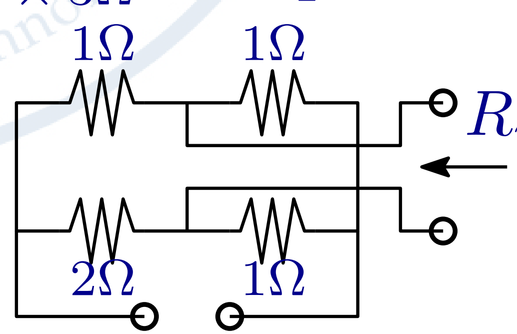


非平衡电桥问题



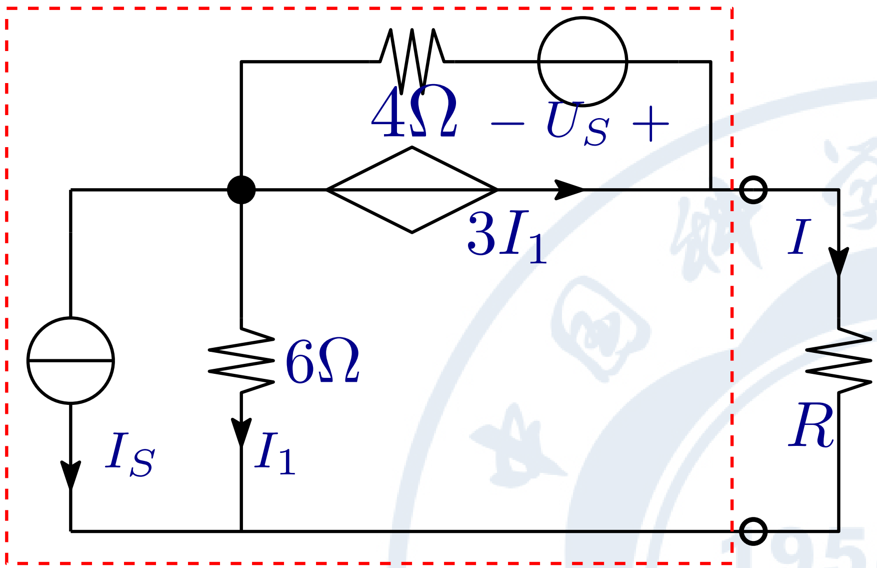


$$\begin{cases} I_1 + I_2 = 5A \\ I_1 \times 2\Omega = I_2 \times 3\Omega \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 = 3A \\ I_2 = 2A \end{cases} \rightarrow U_{oc} = 1V$$

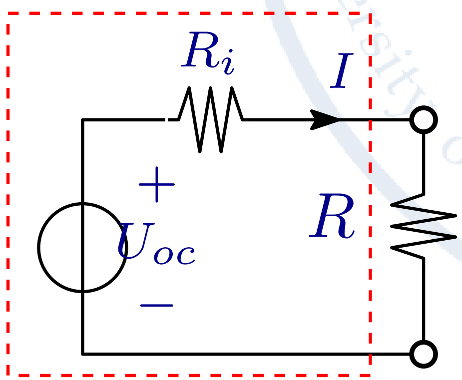


$R_i = 1.2\Omega$

等效电源应用举例

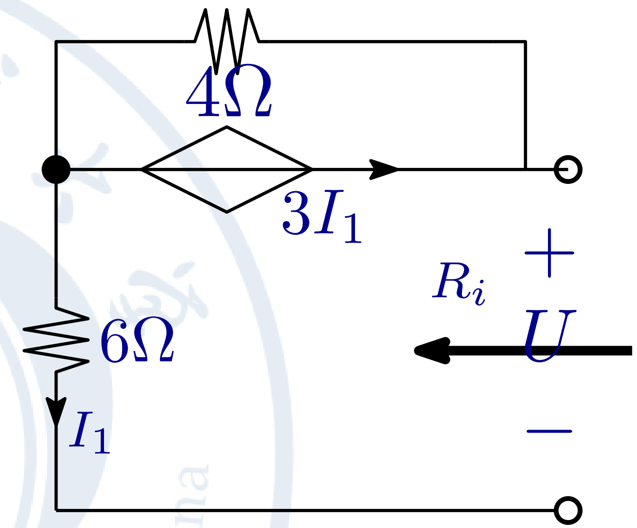


$R=8\Omega$时， $I=1A$。求
$R=?$时,$I=0.5A$



$$U_{oc}=(R_i+8\Omega)\times 1A$$

★ 只需要再获取到 U_{oc}或者 R_i之一，即可确定等效电路。



$$U=(3I_1+I_1)\times 4\Omega+I_1\times 6\Omega$$
$$\rightarrow U=22I_1\times R_i\rightarrow R_i=22\Omega$$

◇于是可以得到 $U_{oc}=30V$, 进一步知道若 $I=0.5A$, 必然有 $R_i+R=60\Omega$，从而 $R=38\Omega$。

特勒根定理 (Tellegen’s Theroem)

- 电路结构相同: 对于两个电路 N和 $\tilde{N}$, 各有 b个支路，n个节点。如果具有相同的连接关系，即称为相同的电路结构。

特勒根定理 (Tellegen's Theroem)

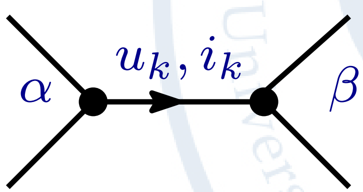
■ 电路结构相同: 对于两个电路 N和 $\tilde{N}$, 各有 b个支路，n个节点。如果具有相同的连接关系，即称为相同的电路结构。

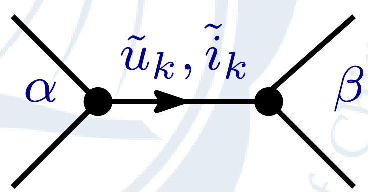
★ 在 N和 $\tilde{N}$中，编号时对应支路、节点具有相同的编号，而且 u_k, i_k选择相同的关联参考方向。

特勒根定理 (Tellegen’s Theroem)

■ 电路结构相同: 对于两个电路 N和 $\tilde{N}$, 各有 b个支路， n个节点。如果具有相同的连接关系，即称为相同的电路结构。

★ 在 N和 $\tilde{N}$ 中，编号时对应支路、节点具有相同的编号，而且 u_k, i_k选择相同的关联参考方向。





★ 电路 N中各支路电压 u_k，与电路 $\tilde{N}$中对应支路的电流 $\tilde{i}_k$的乘积之和为 0。即：

$$\sum_{k=1}^{b} u_k \tilde{i}_k = 0, \sum_{k=1}^{b} \tilde{u}_k i_k = 0$$

特勒根定理 (Tellegen's Theroem)

1）考虑任意一个支路 k, 其两端的节点分别为 α,β。对应电压电流分别为 u_k, i_k,$\tilde{u}_k, \tilde{i}_k$，选定参考方向为 α为 $+$。则：

$$u_k\tilde{i}_k = (u_{n\alpha} - u_{n\beta})\,\tilde{i}_{\alpha\beta} = u_{n\alpha}\tilde{i}_{\alpha\beta} - u_{n\beta}\tilde{i}_{\alpha\beta} = u_{n\alpha}\tilde{i}_{\alpha\beta} + u_{n\beta}\tilde{i}_{\beta\alpha}$$

特勒根定理 (Tellegen's Theroem)

1）考虑任意一个支路 k, 其两端的节点分别为 α,β。对应电压电流分别为 $u_k, i_k, \tilde{u}_k, \tilde{i}_k$，选定参考方向为 α 为 $+$。则：

$$u_k\tilde{i}_k = (u_{n\alpha} - u_{n\beta})\,\tilde{i}_{\alpha\beta} = u_{n\alpha}\tilde{i}_{\alpha\beta} - u_{n\beta}\tilde{i}_{\alpha\beta} = u_{n\alpha}\tilde{i}_{\alpha\beta} + u_{n\beta}\tilde{i}_{\beta\alpha}$$

2）将上述结果遍历所有的支路 k 并求和：

$$\sum_k u_k\tilde{i}_k = \sum_{\alpha,\beta}(u_{n\alpha}\tilde{i}_{\alpha\beta} + u_{n\beta}\tilde{i}_{\beta\alpha})$$

特勒根定理 (Tellegen’s Theroem)

1）考虑任意一个支路 k, 其两端的节点分别为 α, β。对应电压电流分别为 u_k, i_k,$\tilde{u}_k, \tilde{i}_k$，选定参考方向为 α为 $+$。则：

$$u_k\tilde{i}_k = (u_{n\alpha} - u_{n\beta})\,\tilde{i}_{\alpha\beta} = u_{n\alpha}\tilde{i}_{\alpha\beta} - u_{n\beta}\tilde{i}_{\alpha\beta} = u_{n\alpha}\tilde{i}_{\alpha\beta} + u_{n\beta}\tilde{i}_{\beta\alpha}$$

2）将上述结果遍历所有的支路 k并求和：

$$\sum_k u_k\tilde{i}_k = \sum_{\alpha,\beta}(u_{n\alpha}\tilde{i}_{\alpha\beta} + u_{n\beta}\tilde{i}_{\beta\alpha})$$

3）利用 KCL, 对于节点 α, 以 α为一个端点的所有支路电流满足：

$$\forall\alpha \sum_\beta u_{n\alpha\tilde{i}_{\alpha\beta}} = 0$$

特勒根定理 (Tellegen’s Theroem)

1）考虑任意一个支路 k, 其两端的节点分别为 α,β。对应电压电流分别为 u_k, i_k,$\tilde{u}_k, \tilde{i}_k$，选定参考方向为 α为 $+$。则：

$$u_k\tilde{i}_k = (u_{n\alpha} - u_{n\beta})\,\tilde{i}_{\alpha\beta} = u_{n\alpha}\tilde{i}_{\alpha\beta} - u_{n\beta}\tilde{i}_{\alpha\beta} = u_{n\alpha}\tilde{i}_{\alpha\beta} + u_{n\beta}\tilde{i}_{\beta\alpha}$$

2）将上述结果遍历所有的支路 k并求和：

$$\sum_k u_k\tilde{i}_k = \sum_{\alpha,\beta}(u_{n\alpha}\tilde{i}_{\alpha\beta} + u_{n\beta}\tilde{i}_{\beta\alpha})$$

3）利用 KCL, 对于节点 α, 以 α为一个端点的所有支路电流满足：

$$\forall\alpha \sum_\beta u_{n\alpha\tilde{i}_{\alpha\beta}} = 0$$

特勒根定理仅仅利用了 KCL,KVL，所以仅仅决定于电路结构，和具体的电路元件无关

特勒根定理 (Tellegen's Theroem)

1）考虑任意一个支路 k, 其两端的节点分别为 α, β。对应电压电流分别为 $u_k, i_k, \tilde{u}_k, \tilde{i}_k$，选定参考方向为 α 为 $+$。则：

$$u_k \tilde{i}_k = (u_{n\alpha} - u_{n\beta})\, \tilde{i}_{\alpha\beta} = u_{n\alpha}\tilde{i}_{\alpha\beta} - u_{n\beta}\tilde{i}_{\alpha\beta} = u_{n\alpha}\tilde{i}_{\alpha\beta} + u_{n\beta}\tilde{i}_{\beta\alpha}$$

2）将上述结果遍历所有的支路 k 并求和：

$$\sum_k u_k \tilde{i}_k = \sum_{\alpha,\beta} (u_{n\alpha}\tilde{i}_{\alpha\beta} + u_{n\beta}\tilde{i}_{\beta\alpha})$$

3）利用 KCL, 对于节点 α, 以 α 为一个端点的所有支路电流满足：

$$\forall \alpha \sum_\beta u_{n\alpha \tilde{i}_{\alpha\beta}} = 0$$

特勒根定理仅仅利用了 KCL,KVL，所以仅仅决定于电路结构，和具体的电路元件无关

于是, 我们可以得到：

$$\sum_k u_k \tilde{i}_k = 0, \sum_k \tilde{u}_k i_k = 0$$

特勒根定理 (Tellegen's Theroem)

- 对于同一个物理电路（即 $\tilde{N}$与 N相同), 利用特勒根定理:

$$\sum_k u_k i_k = 0$$

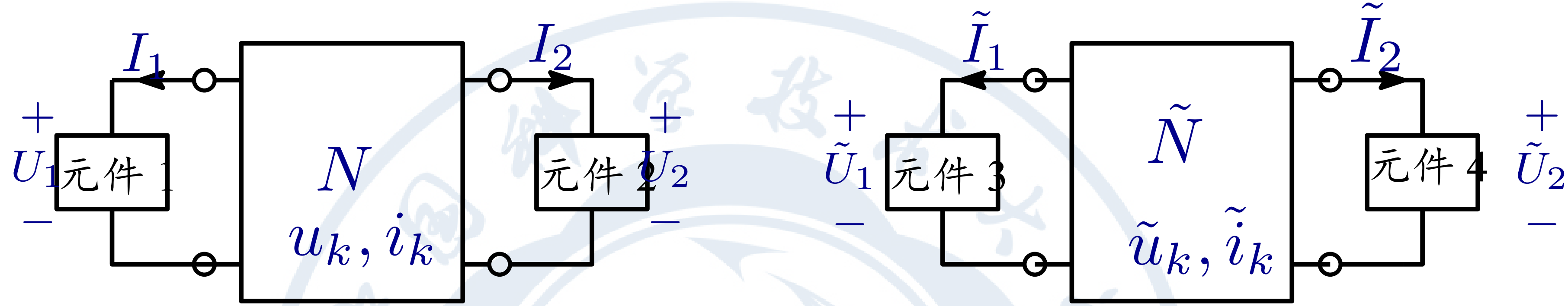
★ 电路功率守恒定理

对于任何一个集中参数电路，电路各支路吸收功率代数和为 0.

$$\sum_{k=1}^{b} p_k = 0$$

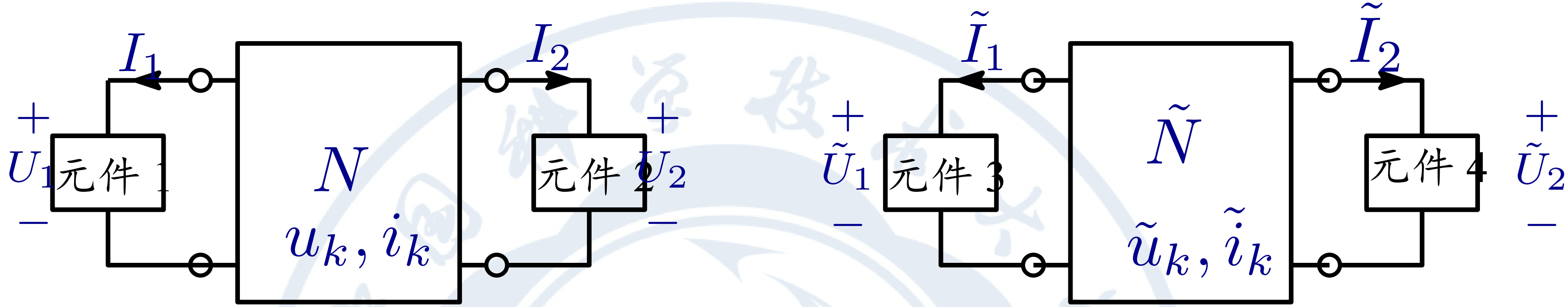
互易定理

- 考虑一个**线性电阻元件**组成的二端电路:



互易定理

- 考虑一个线性电阻元件组成的二端电路:



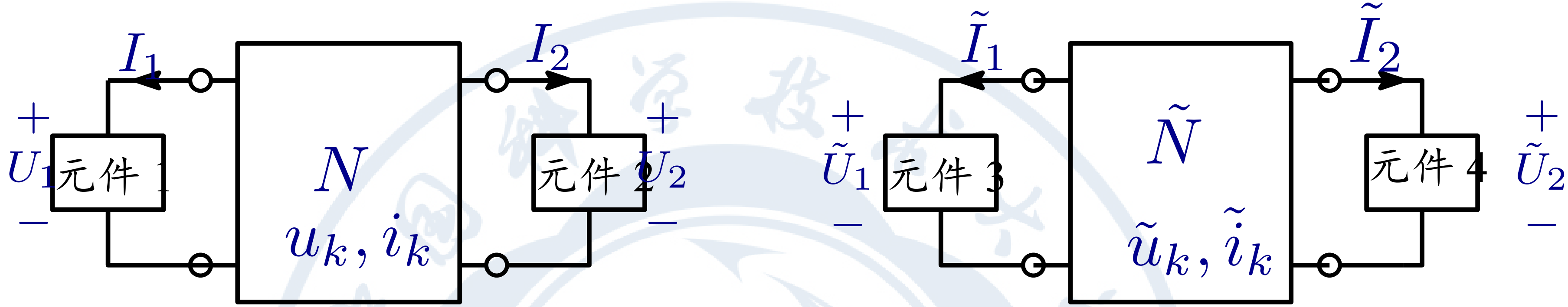
- 根据特勒根定理，如果 N和 $\tilde{N}$是同一网络:

$$U_1\tilde{I}_1 + U_2\tilde{I}_2 + \sum_k u_k\tilde{i}_k = 0$$

$$\tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2 + \sum_k \tilde{u}_k i_k = 0$$

互易定理

- 考虑一个线性电阻元件组成的二端电路:



- 根据特勒根定理，如果 N和 $\tilde{N}$是同一网络:

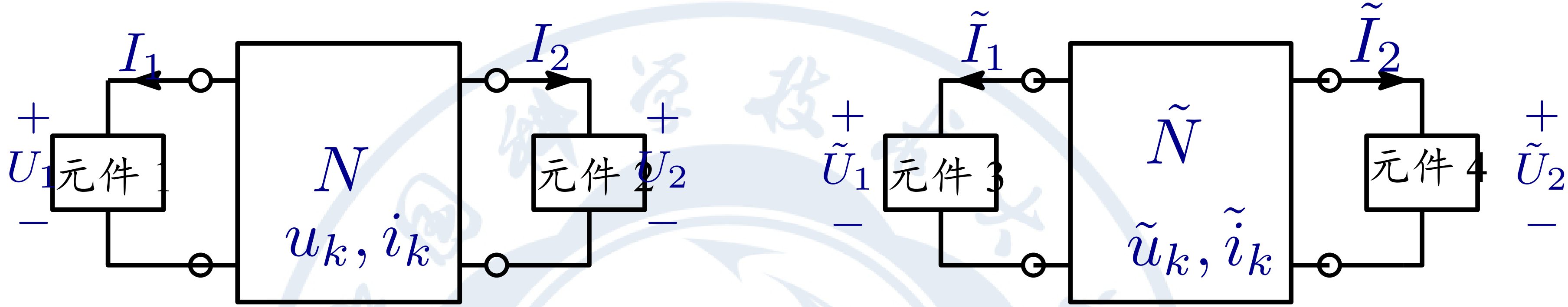
$$U_1\tilde{I}_1 + U_2\tilde{I}_2 + \sum_k u_k\tilde{i}_k = 0$$

$$\tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2 + \sum_k \tilde{u}_k i_k = 0$$

- N,$\tilde{N}$是同一个线性电阻网络，所以 $\tilde{u}_k = R_k\tilde{i}_k, u_k = R_k i_k$

互易定理

- 考虑一个线性电阻元件组成的二端电路:



- 根据特勒根定理，如果 N和 $\tilde{N}$是同一网络:

$$U_1\tilde{I}_1 + U_2\tilde{I}_2 + \sum_k u_k\tilde{i}_k = 0$$

$$\tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2 + \sum_k \tilde{u}_k i_k = 0$$

- N,$\tilde{N}$是同一个线性电阻网络，所以 $\tilde{u}_k = R_k\tilde{i}_k, u_k = R_k i_k$

$$\longrightarrow U_1\tilde{I}_1 + U_2\tilde{I}_2 = \tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2$$

互易定理

- 在纯电阻二端口网络一个端口 A 加独立电压源，在另一个另一个端口 B 测量短路电流与在端口 B 加独立电压源，在端口 A 测量短路电流。两者结果一致。

互易定理

■ 在纯电阻二端口网络一个端口 A 加独立电压源，在另一个另一个端口 B 测量短路电流与在端口 B 加独立电压源，在端口 A 测量短路电流。两者结果一致。

测量短路电流：$U_2 = 0, \tilde{U}_1 = 0 \quad U_1\tilde{I}_1 + U_2\tilde{I}_2 = \tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2$

$$\longrightarrow U_1\tilde{I}_1 = \tilde{U}_2 I_2$$

$$U_1 = \tilde{U}_2 \quad \longrightarrow \quad \tilde{I}_1 = I_2$$

互易定理

■ 在纯电阻二端口网络一个端口 A 加独立电压源，在另一个另一个端口 B 测量短路电流与在端口 B 加独立电压源，在端口 A 测量短路电流。两者结果一致。

测量短路电流：$U_2 = 0, \tilde{U}_1 = 0$ $\quad U_1\tilde{I}_1 + U_2\tilde{I}_2 = \tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2$

$$\longrightarrow U_1\tilde{I}_1 = \tilde{U}_2 I_2$$

$$U_1 = \tilde{U}_2 \longrightarrow \tilde{I}_1 = I_2$$

■ 在纯电阻二端口网络一个端口 A 加独立电流源，在另一个另一个端口 B 测量开路电压与在端口 B 加独立电流源，在端口 A 测量开路电压。两者结果一致。

测量开路电压：$I_2 = 0, \tilde{I}_1 = 0$ $\quad U_1\tilde{I}_1 + U_2\tilde{I}_2 = \tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2$

互易定理

■ 在纯电阻二端口网络一个端口 A 加独立电压源，在另一个另一个端口 B 测量短路电流与在端口 B 加独立电压源，在端口 A 测量短路电流。两者结果一致。

测量短路电流：$U_2=0, \tilde{U}_1=0$ $U_1\tilde{I}_1+U_2\tilde{I}_2=\tilde{U}_1 I_1+\tilde{U}_2 I_2$

$$\longrightarrow U_1\tilde{I}_1=\tilde{U}_2 I_2$$

$$U_1=\tilde{U}_2 \longrightarrow \tilde{I}_1=I_2$$

■ 在纯电阻二端口网络一个端口 A 加独立电流源，在另一个另一个端口 B 测量开路电压与在端口 B 加独立电流源，在端口 A 测量开路电压。两者结果一致。

测量开路电压：$I_2=0, \tilde{I}_1=0$ $U_1\tilde{I}_1+U_2\tilde{I}_2=\tilde{U}_1 I_1+\tilde{U}_2 I_2$

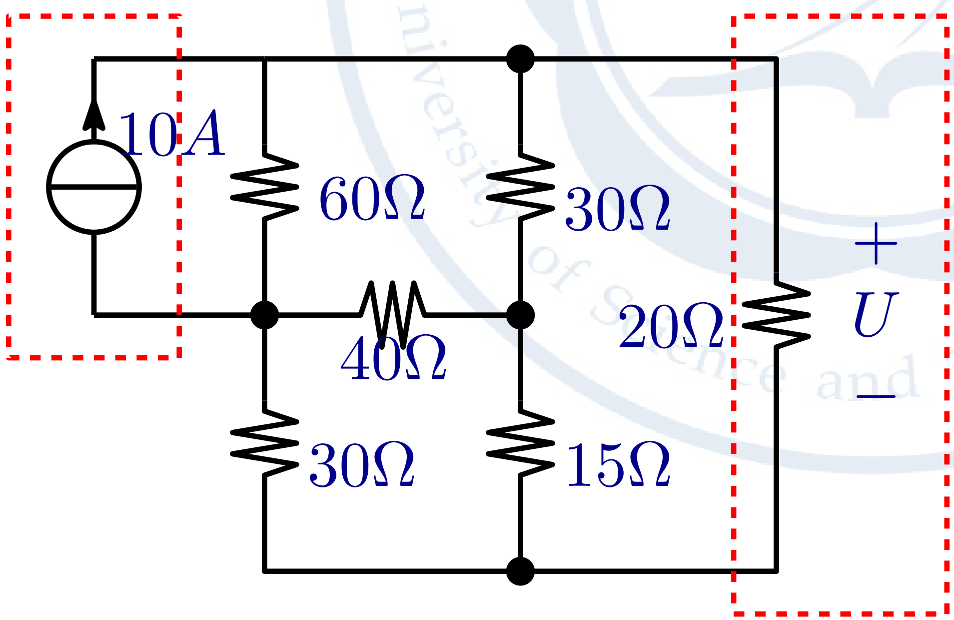
$$\longrightarrow \tilde{U}_1\ I_1=U_2\tilde{I}_2$$

$$I_1=\tilde{I}_2 \longrightarrow U_2=\tilde{U}_1$$

互易定理

- 互易定理成立的条件是线性无源电阻网络，特别提醒受控源也不允许。核心条件是 $u_k = r_k i_k, \tilde{u}_k = r_k \tilde{i}_k$
- 互易定理的核心数学表达式是:

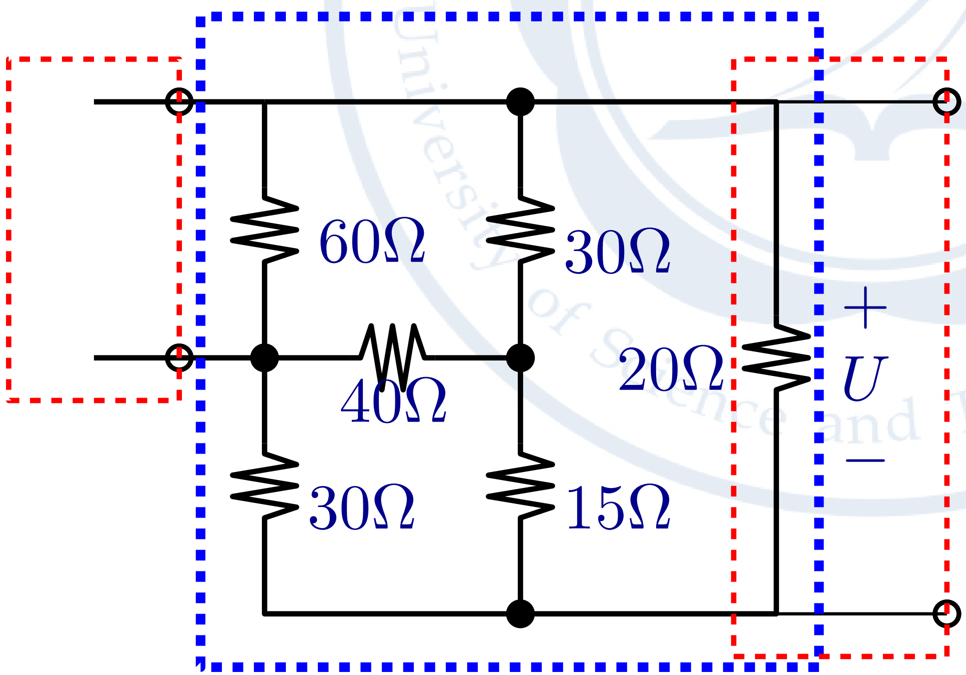
$$U_1\tilde{I}_1 + U_2\tilde{I}_2 = \tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2$$



互易定理

- 互易定理成立的条件是线性无源电阻网络，特别提醒受控源也不允许。核心条件是 $u_k = r_k i_k$,$\tilde{u}_k = r_k \tilde{i}_k$
- 互易定理的核心数学表达式是:

$$U_1\tilde{I}_1 + U_2\tilde{I}_2 = \tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2$$



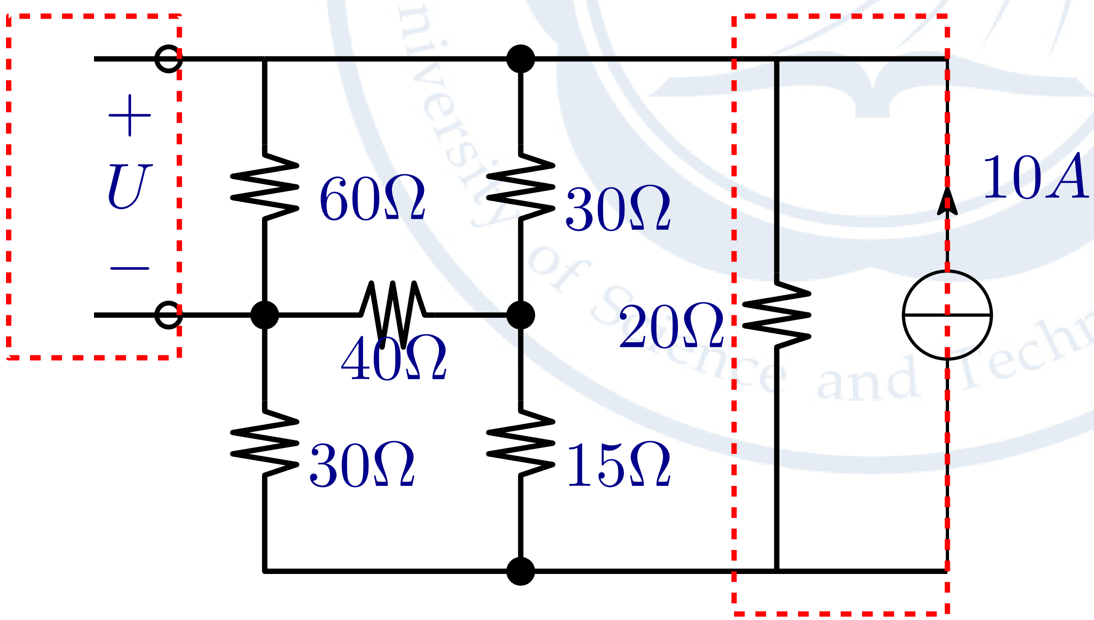
此问题可以看作一个二端口网络，激励源是一个电流源，响应是另外一个端口的电压。

该二端口是一个纯电阻网络，符合互易特性，即在某个端口加激励，另一端口测量响应具有不变性。

互易定理

- 互易定理成立的条件是线性无源电阻网络，特别提醒受控源也不允许。核心条件是 $u_k = r_k i_k, \tilde{u}_k = r_k \tilde{i}_k$
- 互易定理的核心数学表达式是:

$$U_1\tilde{I}_1 + U_2\tilde{I}_2 = \tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2$$



- 此时仅需要使用含源支路的等效和平衡电桥的求解方法即可

对偶原理

■ 如果电路中某一定理（方程，关系式）的表述是成立的，则将其中的定义（变量，参数，元件，结构）等用其对偶因素置换所得的对偶表述也一定是成立的。

对偶因素		对偶因素	
电压	电流	星形联结	三角形联结
KCL	KVL	Open	Close
R	G	自阻	自导
电压源	电流源	互阻	互导
VCCS	CCVS	戴维南定理	诺顿定理
VCVS	CCCS	互易定理形式 1	互易定理形式 2
节点	网孔		
并联	串联		