5.1 定态微扰方法

3. 作业

① 一维谐振子的哈密顿量为$\hat{H}^{(0)} = \hat{T} + \hat{V} = \frac{1}{2m}\hat{p}^2 + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2$，现在在它的基础上加入一个小的高阶势能项：$\hat{H}^{(1)} = \hat{V}' = \lambda\hat{x}^4$，即新的哈密顿量为$\hat{H} = \frac{1}{2m}\hat{p}^2 + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2 + \lambda\hat{x}^4$，其中$\lambda$很小，请给出加入$\hat{H}^{(1)}$以后，谐振子基态能量的一阶微扰修正

② 一维谐振子的哈密顿量为$\hat{H}^{(0)} = \hat{T} + \hat{V} = \frac{1}{2m}\hat{p}^2 + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2$，现在把$\omega$稍微改变为$\omega + \delta\omega$，请计算谐振子基态能量的一阶微扰修正

③ 证明二阶微扰能量表达式

$$E_n^{(2)} = \sum_{m \neq n} \frac{\left|\left\langle \psi_m^{(0)} \middle| \hat{H}^{(1)} \middle| \psi_n^{(0)} \right\rangle\right|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}}$$

5.1 定态微扰方法

3. 作业

① 根据3.1节，如果一个粒子在空间$0 < x < L$范围内自由运动，且受到周期性边界条件的限制，且它的两个归一化定态波函数为$\psi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{L}}\exp(i\frac{2\pi}{L}x)$和$\psi_{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{L}}\exp(-i\frac{2\pi}{L}x)$是简并的，对应的本征能量为$E_1 = \frac{2\hbar^2\pi^2}{mL^2}$ (注意这只是该体系无数个定态波函数中的两个)。现在假如粒子在$0 < x < L$的范围内并非自由运动，而是受到一个弱势场$V(x) = V_0\cos(\frac{4\pi}{L}x)$的作用（其中$V_0$很小），请利用简并态微扰方法，消除$\psi_1(x)$和$\psi_{-1}(x)$的简并（即计算波函数的零级修正），并计算$E_1$的一阶修正