

## 2.5 自旋与二能级体系

### 9. 作业

我们在课程中把二能级体系中的任意量子态对应到Bloch球面上，即

球面坐标为  $(\theta, \varphi)$  的点对应于态矢  $\begin{bmatrix} e^{-i\frac{\varphi}{2}} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{i\frac{\varphi}{2}} \sin \frac{\theta}{2} \end{bmatrix}$ ，请从以下几个方面验证这种对应是自洽的：

1. 在球面上， $(\theta, \varphi)$  和  $(\theta, \varphi + 2\pi)$  总是代表同一点，请验证按照我们的对应规则，它们也对应于同一个量子状态
2. 在球面上， $(\pi + \theta, \varphi)$  和  $(\pi - \theta, \pi + \varphi)$  总是代表同一点，请验证按照我们的对应规则，它们也对应于同一个量子状态
3. 在球面上， $(\theta, \varphi)$  点对面的点是  $(\pi + \theta, \varphi)$ ，证明这两个点分别对应于力学量  $\sigma_n = \sin\theta \cos\varphi \sigma_x + \sin\theta \sin\varphi \sigma_y + \cos\theta \sigma_z$  的本征值为 +1 和 -1 的本征态