

DSP_HW2

msh

March 2024

Exercise 1

求下列序列的 Z 变换，并确定其收敛域.

$$(1) \ x(n) = \{x(-2), x(-1), x(0), x(1), x(2)\} = \left\{-\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right\}$$

$$(2) \ x(n) = a^n [\cos(\omega_0 n) + \sin(\omega_0 n)] u(n)$$

$$(3) \ x(n) = \begin{cases} \left(\frac{1}{4}\right)^n & n \geq 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{-n} & n < 0 \end{cases}$$

1.12.1 (1) $X(z) = \sum_{n=-1}^{\infty} x(n)z^{-n} = -\frac{1}{4}z^2 - \frac{1}{2}z + 1 + \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{4}z^{-2}$
 $ROC: 0 < |z| < \infty$.

(2) $X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n [\cos(\omega_0 n) + \sin(\omega_0 n)] z^{-n}$
 $= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2} a^n [e^{j\omega_0 n} + e^{-j\omega_0 n} - j(e^{j\omega_0 n} - e^{-j\omega_0 n})] z^{-n}$
 $= \frac{1}{2}(1-j) \sum_{n=0}^{\infty} a^n e^{j\omega_0 n} z^{-n} + \frac{1}{2}(1+j) \sum_{n=0}^{\infty} a^n e^{-j\omega_0 n} z^{-n}$
 $= \frac{1}{2}(1-j) \frac{1}{1 - ae^{j\omega_0} z^{-1}} + \frac{1}{2}(1+j) \frac{1}{1 - ae^{-j\omega_0} z^{-1}}$

如要使得 $|ae^{j\omega_0} z^{-1}| < 1$, $|ae^{-j\omega_0} z^{-1}| < 1$, 即 $|z| > |a|$, 则
 $X(z) = \frac{1 - az^{-1}\cos\omega_0 + az^{-1}\sin\omega_0}{1 - 2az^{-1}\cos\omega_0 + a^2 z^{-2}}$

$ROC: |z| > |a|$.

(3) $X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (\frac{1}{4})^n z^{-n} + \sum_{n=0}^{\infty} (\frac{1}{2})^n z^{-n}$
 $= \frac{1}{1 - \frac{1}{4}z} + \frac{\frac{z}{2}}{1 - \frac{z}{2}} = \frac{-7z}{4z^2 - 9z + 2}$

$ROC: \frac{1}{4} < |z| < 2$.



扫描全能王 创建

Exercise 2

图题 2.10 是一个三阶 FIR 系统，试写出该系统的差分方程及转移函数。

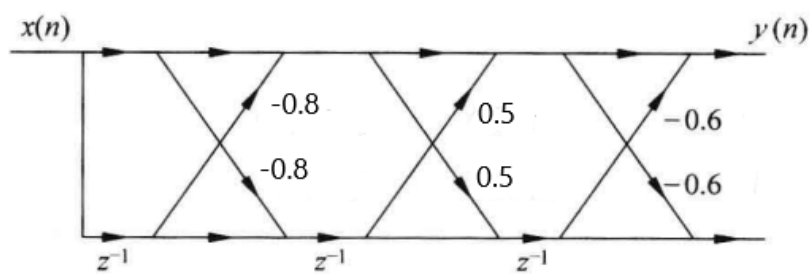
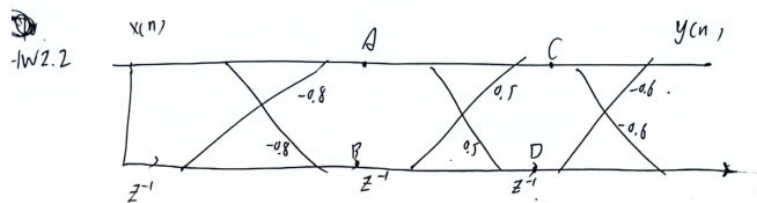


图 题 2.10



节点 A: $x(n) - 0.8x(n-1)$

B: $-0.8x(n) + x(n-1)$

C: $x(n) - 0.8x(n-1) + 0.5[-0.8x(n-1) + x(n-2)]$
 $= \cancel{0.6x(n-1)} - 0.5x(n-1) + x(n-2)$
 $= x(n) - 1.2x(n-1) + 0.5x(n-2)$

D: $0.5[x(n) - 0.8x(n-1)] + x(n-2) - 0.8x(n-1)$
 $= -1.2x(n-1) + 0.5x(n) + x(n-2)$

$y[n] = x(n) - 1.2x(n-1) + 0.5x(n-2) - 0.6[-1.2x(n-2) + 0.5x(n-1) + x(n-3)]$

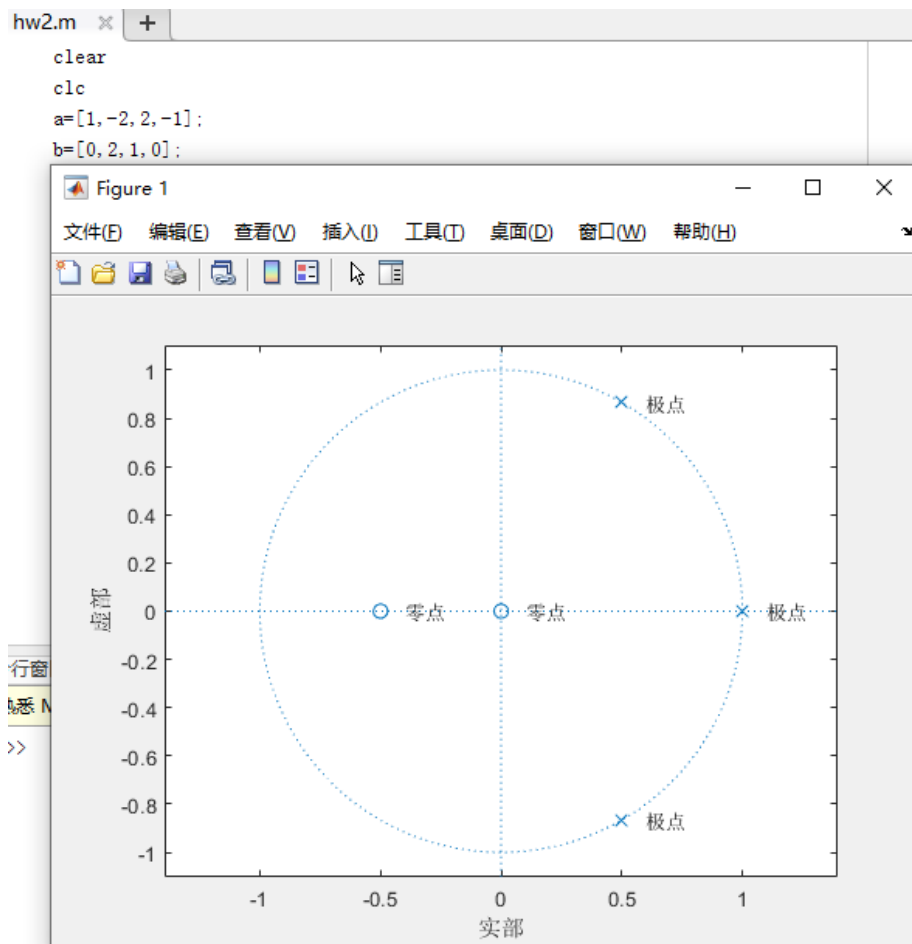
$= x(n) - 1.5x(n-1) + 1.22x(n-2) - 0.6x(n-3)$

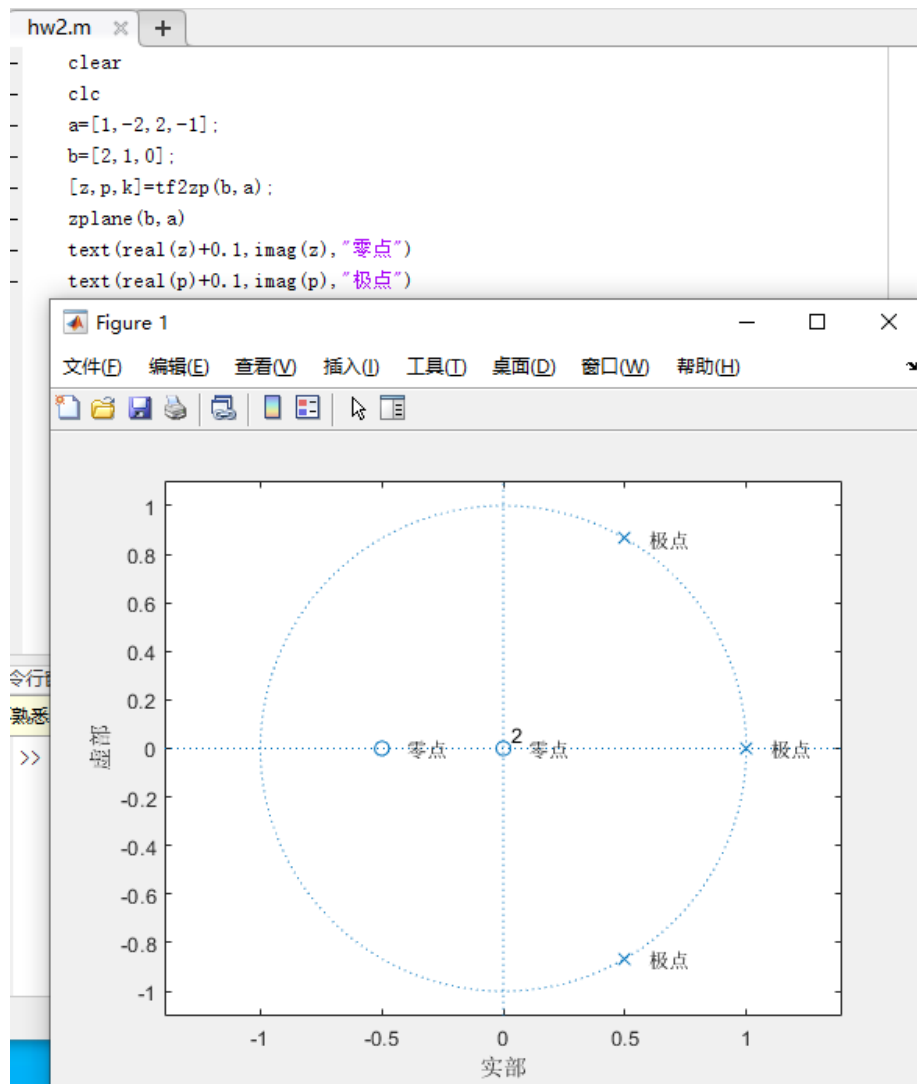
$1d(z) = 1 - 1.5z^{-1} + 1.22z^{-2} - 0.6z^{-3}$

Exercise 3

已知某离散系统的传输函数为 $H(z) = \frac{2z^2 + z}{z^3 - 2z^2 + 2z - 1}$ ，试用 tf2zp 函数求其零极点和

增益，并给出系统零极点模型表达式。分别设分子多项式系数向量为 [0 0 2 1 0]、[0 2 1 0]、[2 1 0] 时结果有什么不同？哪种合理？试给出合理解释。↵





```
hw2.m
1 - clear
2 - clc
3 - a=[1,-2,2,-1];
4 - b=[0,0,2,1,0];
5 - [z,p,k]=tf2zp(b,a);
6 - zplane(b,a)
7 - text(real(z)+0.1,imag(z),"零点")
8 - text(real(p)+0.1,imag(p),"极点")
```

命令行窗口

不熟悉 MATLAB? 请参阅有关[快速入门](#)的资源。

出错 **tf2zp** (第 33 行)
[num,den] = tfchk(num,den);

出错 **hw2** (第 5 行)
[z,p,k]=tf2zp(b,a);

该函数会对输入进行补长使得输入向量长度相等。分母不能以 0 开头。分子多项式元素个数必须小于或等于分母多项式元素个数。

Exercise 4

已知一个离散因果系统的系统函数为 $H(z) = \frac{z^2 + 2z + 1}{z^3 - 0.5z^2 - 0.005z + 0.3}$ ，画出该系统的

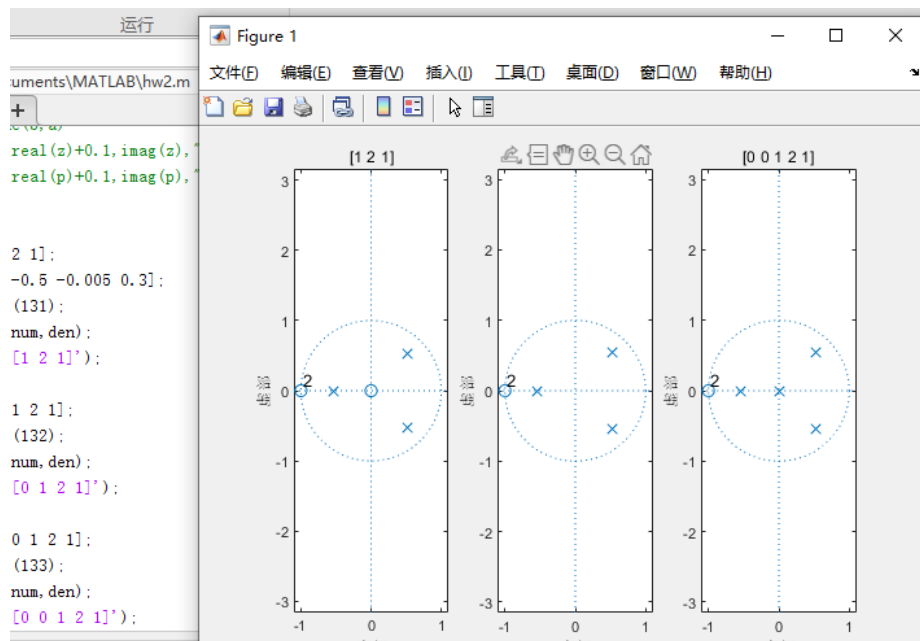
零极点分布图，求系统的单位冲激响应 $h(n)$ 和幅频响应 $|H(e^{j\omega})|$ ，并判定系统稳定性。要求使用系统分析函数 `zplane`、`impz` 和 `freqz`。在使用 `zplane` 和 `impz` 时，设分子多项式系数向量分别为 `[0 0 1 2 1]`、`[1 2 1]`、`[0 1 2 1]` 时结果有何不同？哪种合理？试给出合理解释。

注：可以在 MATLAB 的命令窗口中通过 `help` 命令打开某个函数的帮助信息。

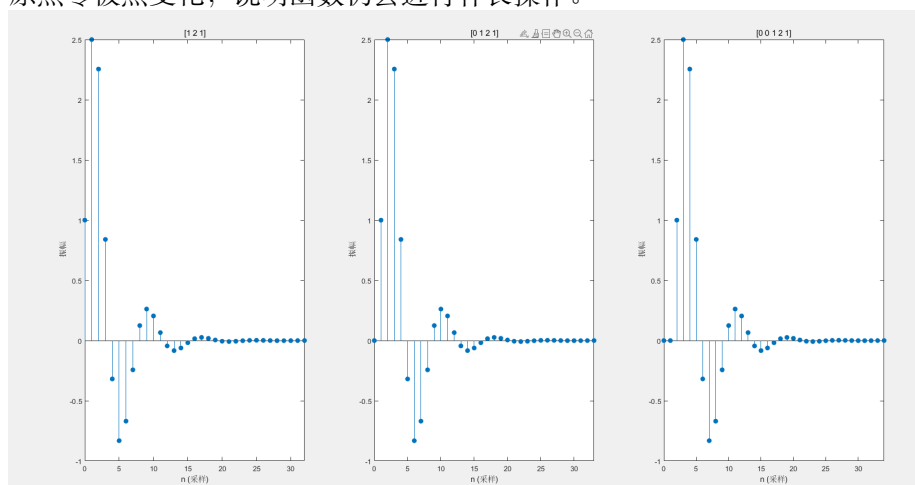
例如，在命令提示符 `>>` 后面键入 `help tf2zp` 并回车，可得到如下类似的帮助信息：

```
>> help tf2zp
tf2zp - Convert transfer function filter parameters to zero-pole-gain form
This MATLAB function finds the matrix of zeros z, the vector of poles p, and the
associated vector of gains k from the transfer function parameters b and a.
语法
[z,p,k] = tf2zp(b,a)
输入参数
b - Transfer function numerator coefficients
vector | matrix
a - Transfer function denominator coefficients
vector
输出参数
z - Zeros
matrix
p - Poles
column vector
k - Gains
column vector
示例
Zeros, Poles, and Gain of Continuous-Time System
另请参阅 sos2zp, ss2zp, tf2sos, tf2ss, tf2zpk, zp2tf
已在 R2006a 之前的 Signal Processing Toolbox 中引入
tf2zp 的文档
```

然后，在通过点击上一行 `tf2zp 的文档` 就可以打开关于 `tf2zp` 函数的更多帮助信息，包括使用案例。



原点零极点变化，说明函数仍会进行补长操作。



脉冲响应右移。如需得到正确的结果，应保证分子分母等长