

# 课程内容

- **研究主体：半导体中的电子**
- 第一部分：晶体结构
- 第二部分：能带结构
- **第三部分：热力学统计**
  - 研究半导体中载流子数目在不同温度下的行为
- 第四部分：载流子输运
- 第五部分：非平衡载流子

# 小结： 温度和费米分布

- 确定的温度对应某种确定的粒子能量分布
- 对于电子，该分布为费米分布

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1}$$

其中E代表能量， $E_F$ 表示费米能级， $k_B$ 为玻尔兹曼常数，T为温度  
f(E)表示粒子占据能量为E的态的概率

- f(E)表示一个态中电子的平均个数
- 当状态数为g时，gf(E)表示能量为E的态中电子的（平均）个数
- 当态密度为g(E)时，g(E)f(E)dE表示能量为E到E+dE的态中电子的个数，积分得到载流子浓度

# 小结：半导体的载流子浓度

导带电子浓度  $n = \int \frac{1}{V} g_C(E) f(E) dE$

导带C：态密度  $g_C(E)$

电子数  $g_C(E) f(E) dE$

施主D：状态数  $V N_D$

电子数  $V N_D f(E)$

$N_D$ ：施主浓度

受主A：状态数  $V N_A$

电子数  $V N_A f(E)$

$N_A$ ：受主浓度

空穴数  $V N_A (1 - f(E))$

价带V：态密度  $g_V(E)$

电子数  $g_V(E) f(E) dE$

空穴数  $g_V(E) (1 - f(E)) dE$

$V$ ：半导体体积

价带空穴浓度  $p = \int \frac{1}{V} g_V(E) (1 - f(E)) dE$

# 非简并半导体的载流子浓度

玻尔兹曼

导带电子浓度  $n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}}$

导带C: 状态数  $VN_C$   
 $N_C$ : 导带等效状态浓度

电子数  $VN_C f(E_C)$

施主D: 状态数  $VN_D$   
 $N_D$ : 施主浓度

电子数  $VN_D f(E_D)$

受主A: 状态数  $VN_A$   
 $N_A$ : 受主浓度

电子数  $VN_A f(E_A)$   
 空穴数  $VN_A (1 - f(E_A))$

价带V: 态密度  $VN_V$   
 $N_V$ : 价带等效状态浓度

电子数  $VN_V f(E_V)$   
 空穴数  $VN_V (1 - f(E_V))$

$V$ : 半导体体积

价带空穴浓度  $p = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}}$  玻尔兹曼

要求: 非简并 -  $E_C$ 、 $E_V$  和  $E_F$  足够远 ( $>$  几个  $k_B T$ , “几”至少要有 2.5)

# 小结：本征半导体载流子浓度

- 仅考虑导带底“能级”和价带顶“能级”

载流子浓度的计算结果

$$n = 2 \frac{(m_{dn}^* k_B T / 2\pi)^{3/2}}{\hbar^3} e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}}$$

$$p = 2 \frac{(m_{dp}^* k_B T / 2\pi)^{3/2}}{\hbar^3} e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}} = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}}$$

- 适用于非简并半导体+热平衡态

# 小结：本征半导体模型求解

- 1.列出导带价带载流子浓度

$$n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} \quad p = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}}$$

- 2.“巧解”求出本征载流子浓度

$$n_i = \sqrt{np} = \sqrt{N_C N_V e^{-\frac{E_g}{k_B T}}} = \frac{(m_n^* m_p^*)^{3/4}}{\sqrt{2} \pi^{3/2} \hbar^3} (k_B T)^{3/2} e^{-\frac{E_g}{2 k_B T}}$$

- 3.利用电中性条件求出本征费米能级

$$n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}} = p$$

$$E_F = \frac{1}{2} (E_C + E_V - k_B T \log \frac{N_C}{N_V}) \equiv E_i$$

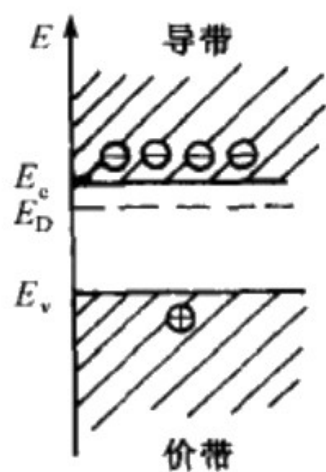
通常禁带不是太窄的半导体都满足非简并条件

## 第三章： 大纲

- 回顾热力学里温度的概念（复习）
- **电子系统中温度和能量分布的关系**
  - 费米分布
  - 态密度（复习第二章）
  - 本征半导体中的载流子浓度
  - **掺杂半导体中的载流子浓度**
- 霍耳效应（教材12.1）

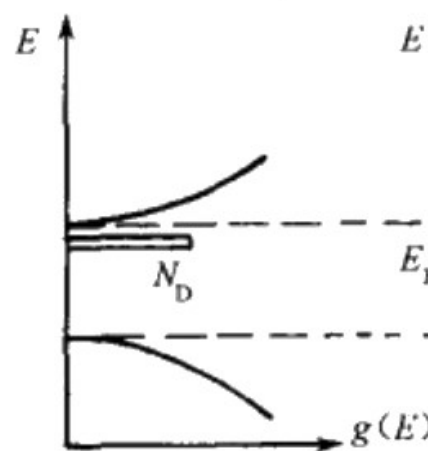
# 杂质半导体 (n型)

能带

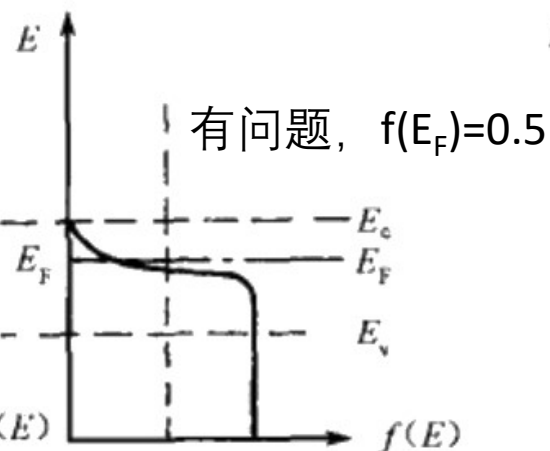


(a) 简单能带

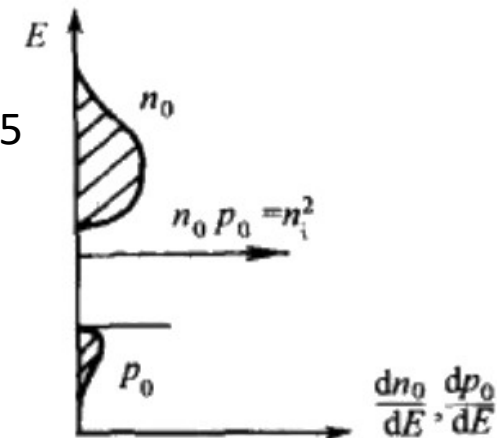
态密度

(b)  $g(E)$ 

费米分布

(c)  $f(E)$ 

单位能量中的载流子浓度

(d)  $dn_0/dE, dp_0/dE$ 图 3-8 n 型半导体<sup>[5]</sup>n型半导体 $E_F$ 高于 $E_i$



# 杂质半导体 (p型)

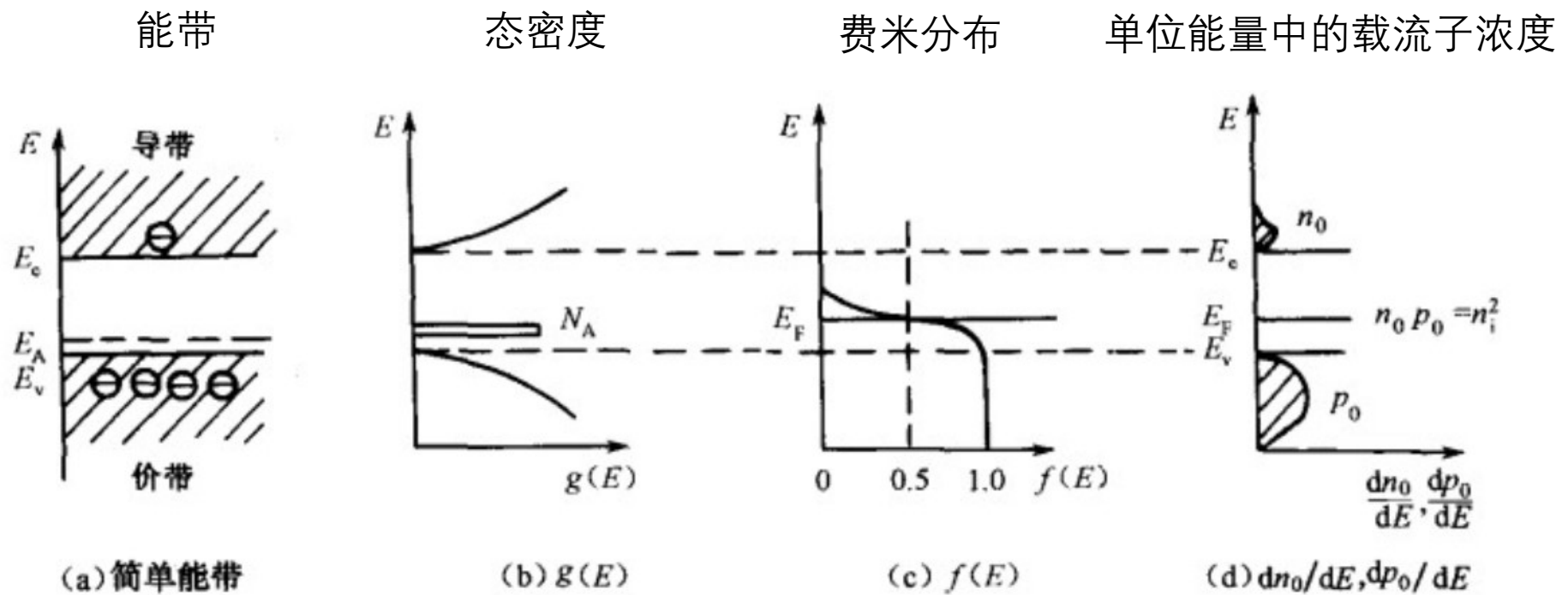


图 3-12 p 型半导体的能带

p型半导体  $E_F$  低于  $E_i$

# 非简并半导体的载流子浓度

玻尔兹曼

导带电子浓度  $n = N_C f(E_C)$

导带C: 状态数  $VN_C$   
 $N_C$ : 导带等效状态浓度

电子数  $VN_C f(E_C)$

施主D: 状态数  $VN_D$   
 $N_D$ : 施主浓度

电子数  $VN_D f(E_D)$

受主A: 状态数  $VN_A$   
 $N_A$ : 受主浓度

电子数  $VN_A f(E_A)$   
 空穴数  $VN_A (1 - f(E_A))$

价带V: 态密度  $VN_V$   
 $N_V$ : 价带等效状态浓度

电子数  $VN_V f(E_V)$   
 空穴数  $VN_V (1 - f(E_V))$

玻尔兹曼

$V$ : 半导体体积

价带空穴浓度  $p = N_V (1 - f(E_V))$

要求: 非简并 -  $E_C$ 、 $E_V$  和  $E_F$  足够远 ( $>$  几个  $k_B T$ , “几”至少要有 2.5)

# 杂质能级的费米分布函数

电子在能带中服从费米分布

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1}$$

但在施主能级中，电子服从的费米分布略有不同

$$f_D(E_D) = \frac{1}{\frac{1}{g_D} e^{\frac{E_D-E_F}{k_B T}} + 1} \quad \text{其中 } g_D \text{ 为导带的简并度（包含自旋）}$$

受主能级中，空穴服从的费米分布也略有不同

$$1 - f_A(E_A) = \frac{1}{\frac{1}{g_A} e^{\frac{E_F-E_A}{k_B T}} + 1} \quad \text{其中 } g_A \text{ 为价带的简并度（包含自旋）}$$

$g_D$ 和 $g_A$ 合称简并因子

注意：这和“简并半导体”（玻尔兹曼近似所需满足的条件）完全无关！

# 杂质能级的占据概率

- 杂质能级和能带中的能级是有区别的：
  - 在能带中，每一个能级可容纳二个电子（自旋上下）
  - 有些时候还有多个能带（例如硅的价带：重空穴带、轻空穴带）
  - 电子或空穴占据杂质能级时，施主能级只能容纳一个电子，受主能级只能容纳一个空穴
  - 因此，需要对这个费米分布作出修正
- 对Si, Ge, GaAs等常见半导体， $g_D=2$ ,  $g_A=4$ 
  - 导带：自旋上下
  - 价带：重空穴带自旋上下、轻空穴带自旋上下

# 掺杂半导体的载流子浓度

玻尔兹曼

导带电子浓度  $n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}}$

导带C: 状态数  $VN_C$   
 $N_C$ : 导带等效状态浓度

电子数  $VN_C f(E_C)$

施主D: 状态数  $VN_D$   
 $N_D$ : 施主浓度

电子数  $VN_D f_D(E_D)$

简并因子修正过的费米分布

受主A: 状态数  $VN_A$   
 $N_A$ : 受主浓度

电子数  $VN_A f_A(E_A)$   
 空穴数  $VN_A (1 - f_A(E_A))$

价带V: 态密度  $VN_V$   
 $N_V$ : 价带等效状态浓度

电子数  $VN_V f(E_V)$   
 空穴数  $VN_V (1 - f(E_V))$

$V$ : 半导体体积

价带空穴浓度  $p = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}}$  玻尔兹曼

要求: 非简并 -  $E_C$ 、 $E_V$  和  $E_F$  足够远 ( $>$  几个  $k_B T$ , “几”至少要有 2.5)

# 掺杂半导体模型的解法

- 解法：
- 1.画出能级图，写出能级上的电子数
  - 即 $gf(E)$ 。注意，其中含未知的 $E_F$ ，无法直接计算
- 2.列出电子数守恒/电中性条件方程
  - 即所有电子数加起来等于多少
- 3.利用该方程求出 $E_F$
- 4.利用 $E_F$ 求出载流子浓度

# 掺杂半导体的电中性条件

- n型半导体（只考虑施主杂质）
  - $n = p + (N_D - n_D)$ （考虑价带导带激发和施主激发）
  - $n_D = N_D f_D(E_D)$ ：施主能级上电子浓度
- p型半导体（只考虑受主杂质）
  - $n + (N_A - p_A) = p$ （考虑价带导带激发和受主激发）
  - $p_A = N_A (1 - f_A(E_A))$ ：受主能级上空穴浓度
- 半导体中既有施主杂质又有受主杂质时：
  - $n + (N_A - p_A) = p + (N_D - n_D)$ （全部考虑）

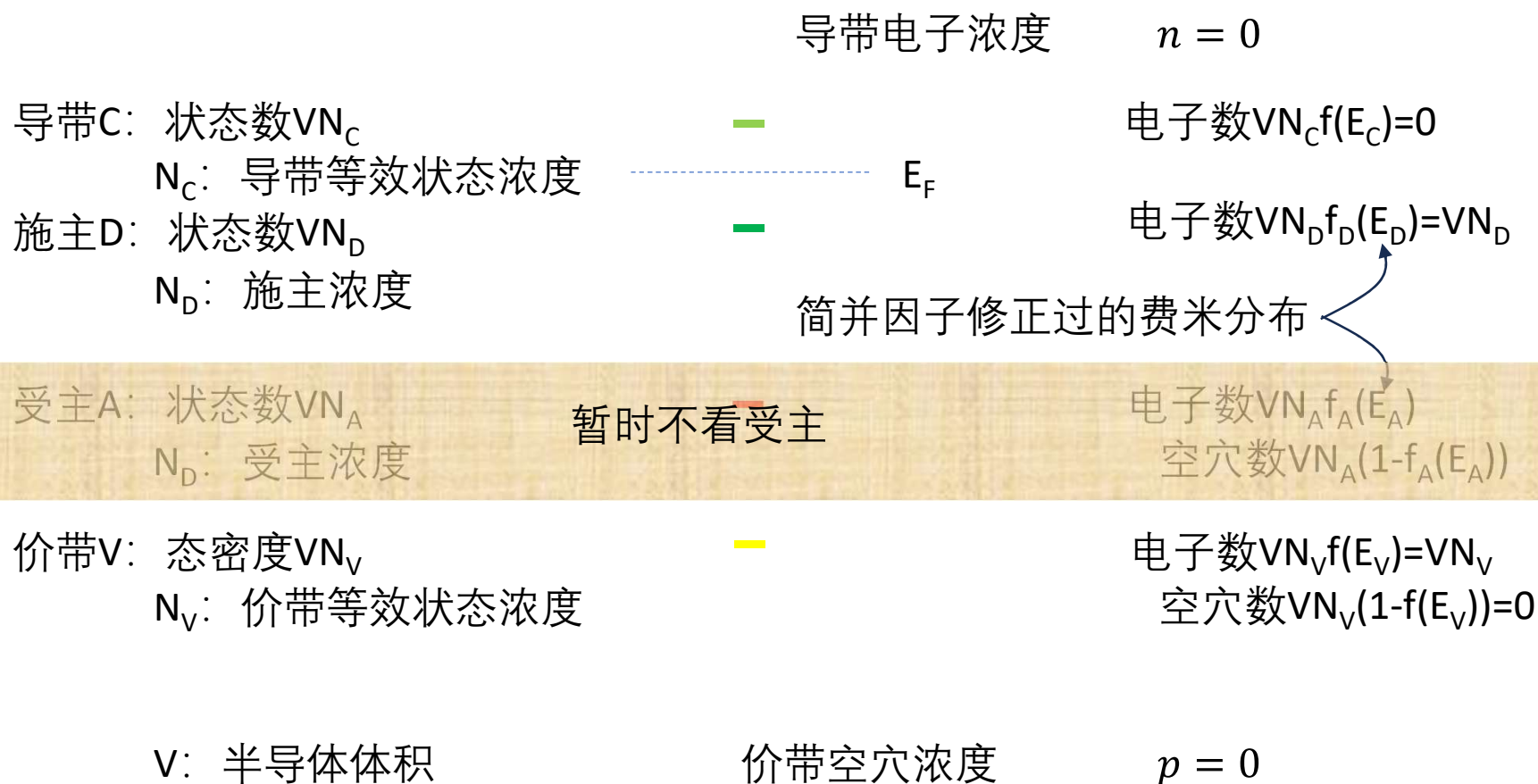
# n型半导体的载流子浓度

$$n = p + (N_D - n_D)$$

- 分情况讨论：温度从低到高
- $T=0$ ，无激发
- 低温，依照感性认识，施主容易激发，价带导带激发可忽略： $p \ll N_D - n_D$ ， $n = N_D - n_D$ 
  - 1. 低温弱电离区（杂质电离也很弱）
  - 2. 中间电离区
  - 3. 强电离区（杂质完全电离）
- 高温，价带导带激发不可忽略
  - 4. 过渡区（ $p \sim N_D - n_D$ ）
  - 5. 高温本征激发区（ $p \gg N_D - n_D$ ， $n = p$ ）



# 0. $T=0$ , 无激发



$E_F$  在哪里? 大致在  $(E_C + E_D)/2$  处

# 1.2.3.低温施主激发区

玻尔兹曼

施主能级电子浓度  $n_D = \frac{N_D}{\frac{1}{g_D} e^{\frac{E_D - E_F}{k_B T}} + 1}$

导带电子浓度  $n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}}$

导带C: 状态数  $VN_C$   
 $N_C$ : 导带等效状态浓度

施主D: 状态数  $VN_D$   
 $N_D$ : 施主浓度

电子数  $VN_C f(E_C)$

电子数  $VN_D f_D(E_D)$

简并因子修正过的费米分布

受主A: 状态数  $VN_A$   
 $N_A$ : 受主浓度

暂时不看受主

电子数  $VN_A f_A(E_A)$   
 空穴数  $VN_A (1 - f_A(E_A))$

价带V: 态密度  $VN_V$   
 $N_V$ : 价带等效状态浓度

电子数  $VN_V f(E_V) = VN_V$   
 空穴数  $VN_V (1 - f(E_V)) = 0$

$V$ : 半导体体积

价带空穴浓度  $p = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}} \sim 0$

注意:  $np = n_i^2 = N_C N_V e^{-\frac{E_C - E_V}{k_B T}}$  还是成立

# 1. 低温弱电离区

$$n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} \quad n_D = \frac{N_D}{\frac{1}{g_D} e^{\frac{E_D - E_F}{k_B T}} + 1} \quad \text{电中性条件} \quad n = N_D - n_D$$

$$N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} = n = N_D - n_D = \frac{N_D}{g_D e^{-\frac{E_D - E_F}{k_B T}} + 1}$$

温度较低时,  $E_F > E_D$ ,  $T$ 又很小, 因此  $g_D e^{-\frac{E_D - E_F}{k_B T}} \gg 1$

$$N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} = n = N_D - n_D \sim \frac{N_D}{g_D} e^{\frac{E_D - E_F}{k_B T}} \ll N_D \quad \text{杂质电离很弱, 叫做低温弱电离区}$$

用巧解法得到电子浓度  $n = N_D - n_D = \left( \frac{N_C N_D}{g_D} \right)^{1/2} e^{-\frac{E_C - E_D}{2k_B T}}$  和哪些量成正比?

解电中性条件可得费米能级  $E_F = \frac{1}{2} (E_C + E_D + k_B T \log \frac{N_D}{N_C g_D})$

# 1. 低温弱电离区

$$n = N_D - n_D = \left( \frac{N_C N_D}{g_D} \right)^{1/2} e^{-\frac{E_C - E_D}{2k_B T}}$$

$$E_F = \frac{1}{2} (E_C + E_D + k_B T \log \frac{N_D}{N_C g_D})$$

$$T=0, \quad E_F = \frac{1}{2} (E_C + E_D)$$

$$\frac{dE_F}{dT} = \frac{1}{2} k_B \left( \log \frac{N_D}{N_C g_D} - \frac{3}{2} \right)$$

$N_C$  正比于  $T^{3/2}$

通常半导体  $g_D = 2$

$N_C < 0.11N_D$  时,  $E_F$  上升;

$N_C > 0.11N_D$  时,  $E_F$  下降

$N_C = 0.11N_D$  时,  $E_F$  取极大值

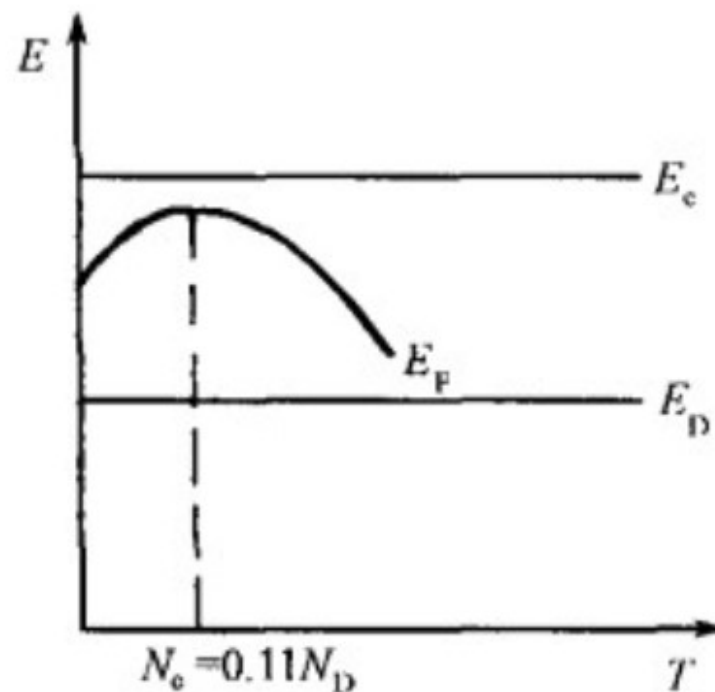
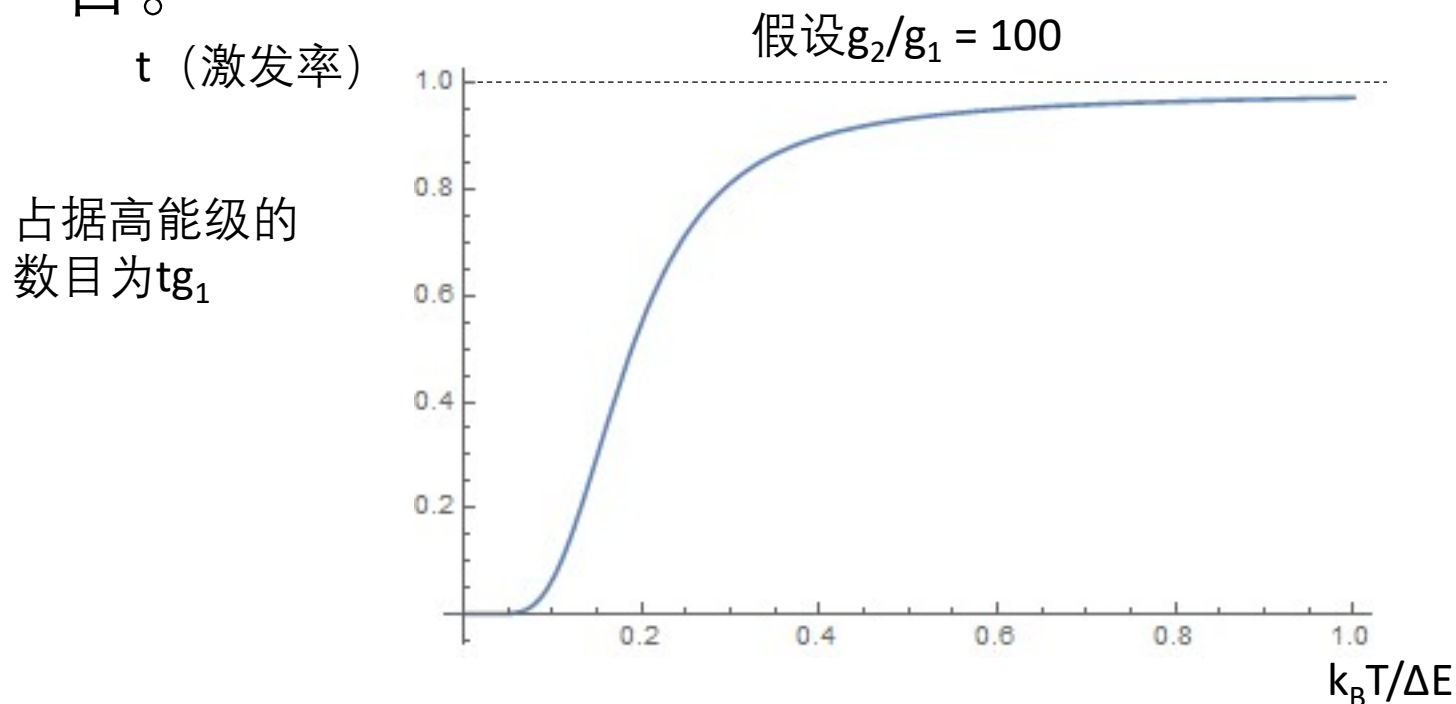


图 3-9 低温弱电离区  
 $E_F$  与  $T$  的关系

# 例题：简化的施主电离模型

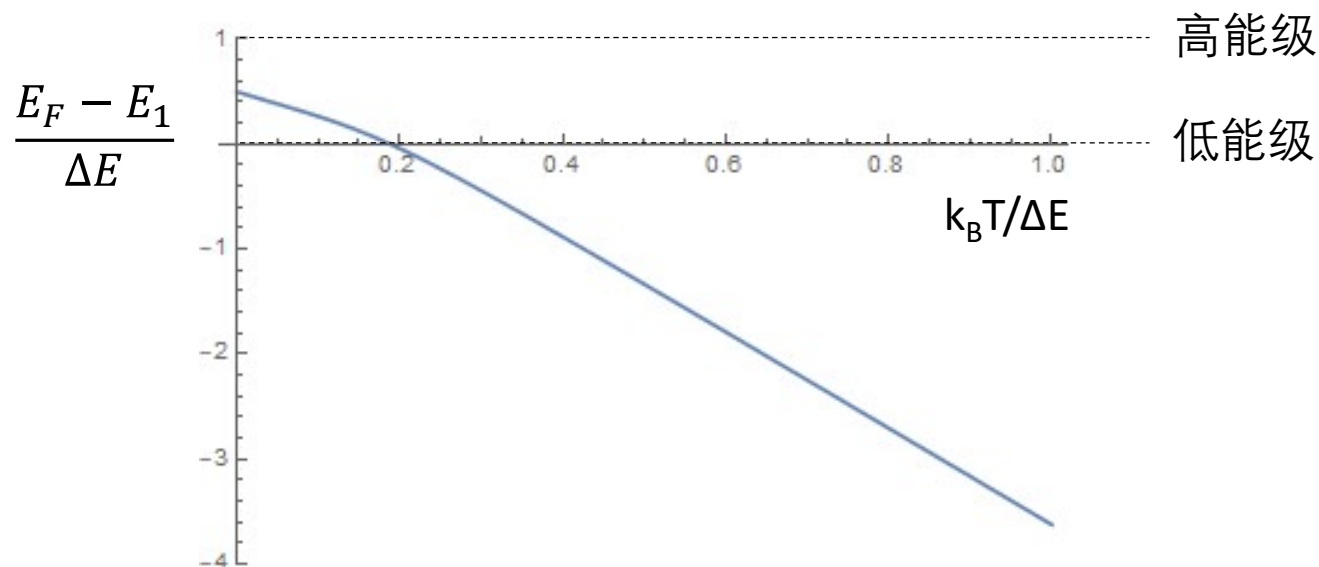
- 假设电子能占据2个能级，能量间隔为 $\Delta E$ 。从低到高每个能级的状态数为 $g_1$ 和 $g_2$ （ $g_1 \ll g_2$ ）。电子总数为 $g_1$ 。求温度为 $T$ 时电子占据高能级的数目。



# 例题：简化的施主电离模型

- 假设电子能占据2个能级，能量间隔为 $\Delta E$ 。从低到高每个能级的状态数为 $g_1$ 和 $g_2$ （ $g_1 \ll g_2$ ）。电子总数为 $g_1$ 。求温度为 $T$ 时电子占据高能级的数目。

假设 $g_2/g_1 = 100$



简化模型中，没有 $E_F$ 先增加后减小的现象；因为 $N_C$ 是温度的函数

## 2. 中间电离区

$$n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} \quad n_D = \frac{N_D}{\frac{1}{g_D} e^{\frac{E_D - E_F}{k_B T}} + 1} \quad \text{电中性条件} \quad n = N_D - n_D$$

$$N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} = n = N_D - n_D = \frac{N_D}{g_D e^{-\frac{E_D - E_F}{k_B T}} + 1}$$

温度适中时,  $E_F \sim E_D$ , 因此  $g_D e^{-\frac{E_D - E_F}{k_B T}} \sim 1$

此时不能进行进一步近似, 叫做中间电离区

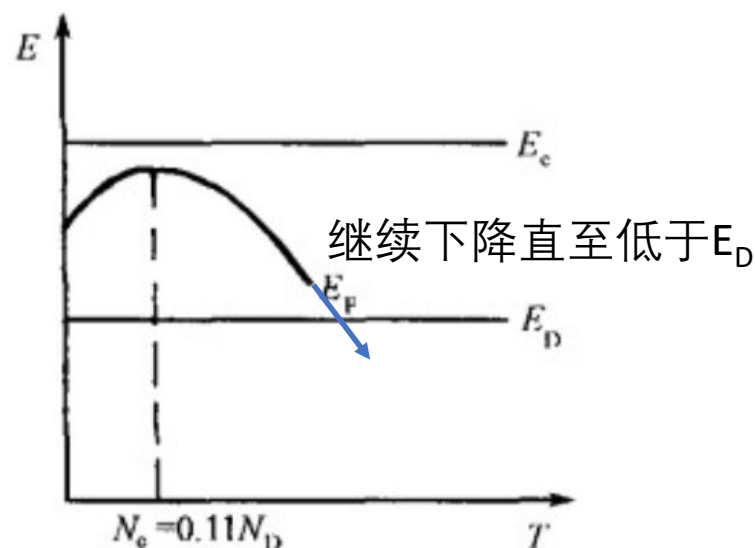
解电中性条件可得费米能级和电子浓度 $n$ 。和简化的施主电离模型类似

## 2. 中间电离区

解为 
$$E_F = k_B T \log \left( \frac{\sqrt{1 + \frac{4g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C - E_D}{k_B T}}} - 1}{2g_D} \right) + E_D$$

$$n = \frac{N_C}{2g_D} e^{-\frac{E_C - E_D}{k_B T}} \left( \sqrt{1 + \frac{4g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C - E_D}{k_B T}}} - 1 \right)$$

$E_F$  继续下降  
 $n$  继续上升





### 3. 强电离区（饱和区）

$$n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} \quad n_D = \frac{N_D}{\frac{1}{g_D} e^{\frac{E_D - E_F}{k_B T}} + 1} \quad \text{电中性条件} \quad n = N_D - n_D$$

$$N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} = n = N_D - n_D = \frac{N_D}{g_D e^{-\frac{E_D - E_F}{k_B T}} + 1}$$

温度升高时,  $E_F < E_D$ ,  $E_F$  可降得很低, 此时  $g_D e^{-\frac{E_D - E_F}{k_B T}} \ll 1$

$$N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} = n = N_D - n_D \sim N_D$$

即施主完全电离（饱和）。解电中性条件可得费米能级

$$E_F = E_C - k_B T \log \frac{N_C}{N_D}$$

注意:  $N_C$  正比于  $T^{3/2}$ , 不是常数  $E_F$  随着  $T$  上升继续下降  $n \sim N_D$  保持恒定

## 1.2.3.低温施主激发区

$$n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} \quad n_D = \frac{N_D}{\frac{1}{g_D} e^{\frac{E_D - E_F}{k_B T}} + 1} \quad \text{电中性条件} \quad n = N_D - n_D$$

$$N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} = n = N_D - n_D = \frac{N_D}{g_D e^{-\frac{E_D - E_F}{k_B T}} + 1}$$

1.2.3.三个区域的通解为  $E_F = k_B T \log \left( \frac{\sqrt{1 + \frac{4g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C - E_D}{k_B T}}} - 1}{2g_D} \right) + E_D$

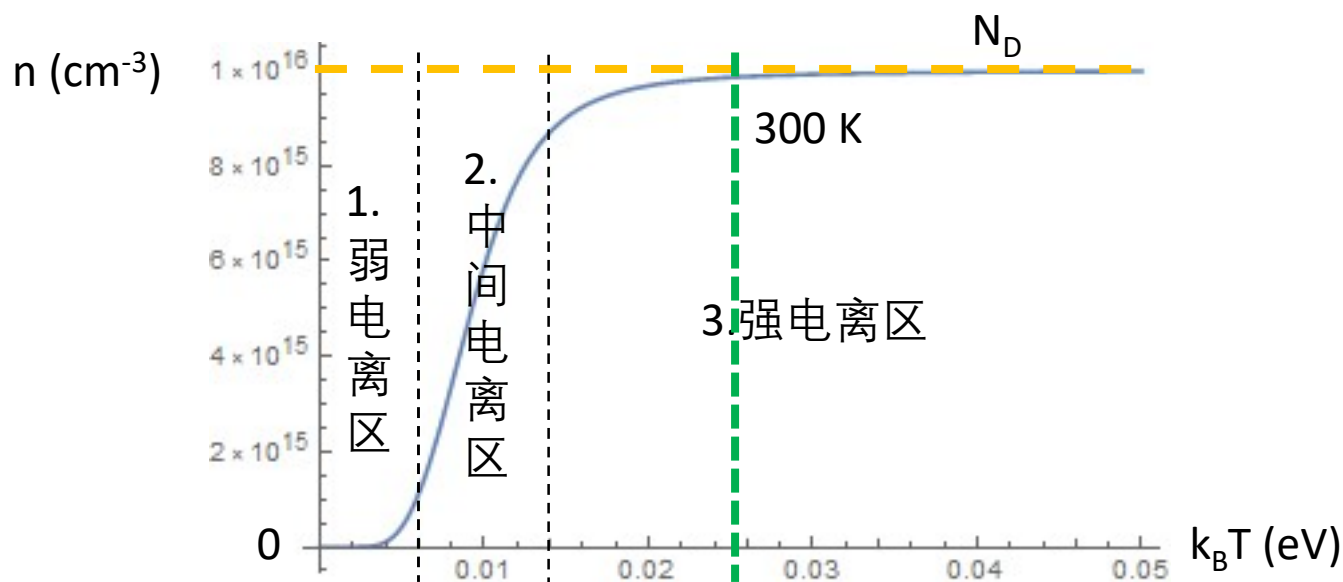
$$n = \frac{N_C}{2g_D} e^{-\frac{E_C - E_D}{k_B T}} \left( \sqrt{1 + \frac{4g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C - E_D}{k_B T}}} - 1 \right)$$

## 1.2.3.低温施主激发区

表 3-2 300K 下锗、硅、砷化镓的本征载流子浓度

各项参数	$E_g$ (eV)	$m_n^*$ ( $m_{dn}$ )	$m_p^*$ ( $m_{dp}$ )	$N_c$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	$N_v$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	$n_i$ ( $\text{cm}^{-3}$ ) (计算值)	$n_i$ ( $\text{cm}^{-3}$ ) (测量值)
Ge	0.67	$0.56m_0$	$0.29m_0$	$1.05 \times 10^{19}$	$3.9 \times 10^{18}$	$1.7 \times 10^{13}$	$2.33 \times 10^{13}$
Si	1.12	$1.062m_0$	$0.59m_0$	$2.8 \times 10^{19}$	$1.1 \times 10^{19}$	$7.8 \times 10^9$	$1.02 \times 10^{10}$
GaAs	1.428	$0.068m_0$	$0.47m_0$	$4.5 \times 10^{17}$	$8.1 \times 10^{18}$	$2.3 \times 10^6$	$1.1 \times 10^7$

- 对于硅，取  $N_D = 1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ， $N_C$  (300 K) =  $1 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ， $E_C - E_D = 50 \text{ meV}$ ，可算得



## 1.2.3.低温施主激发区

表 3-2 300K 下锗、硅、砷化镓的本征载流子浓度

各项参数	$E_g$ (eV)	$m_n^*$ ( $m_{dn}$ )	$m_p^*$ ( $m_{dp}$ )	$N_c$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	$N_v$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	$n_i$ ( $\text{cm}^{-3}$ ) (计算值)	$n_i$ ( $\text{cm}^{-3}$ ) (测量值)
Ge	0.67	$0.56m_0$	$0.29m_0$	$1.05 \times 10^{19}$	$3.9 \times 10^{18}$	$1.7 \times 10^{13}$	$2.33 \times 10^{13}$
Si	1.12	$1.062m_0$	$0.59m_0$	$2.8 \times 10^{19}$	$1.1 \times 10^{19}$	$7.8 \times 10^9$	$1.02 \times 10^{10}$
GaAs	1.428	$0.068m_0$	$0.47m_0$	$4.5 \times 10^{17}$	$8.1 \times 10^{18}$	$2.3 \times 10^6$	$1.1 \times 10^7$

在哪个区域的判定标准

$$n = \frac{N_C}{2g_D} e^{-\frac{E_C-E_D}{k_B T}} \left( \sqrt{1 + \frac{4g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C-E_D}{k_B T}}} - 1 \right)$$

T 比较小,  $\frac{4g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C-E_D}{k_B T}} \gg 1$   $n \sim \left( \frac{N_C N_D}{g_D} \right)^{1/2} e^{-\frac{E_C-E_D}{2k_B T}}$  为弱电离区

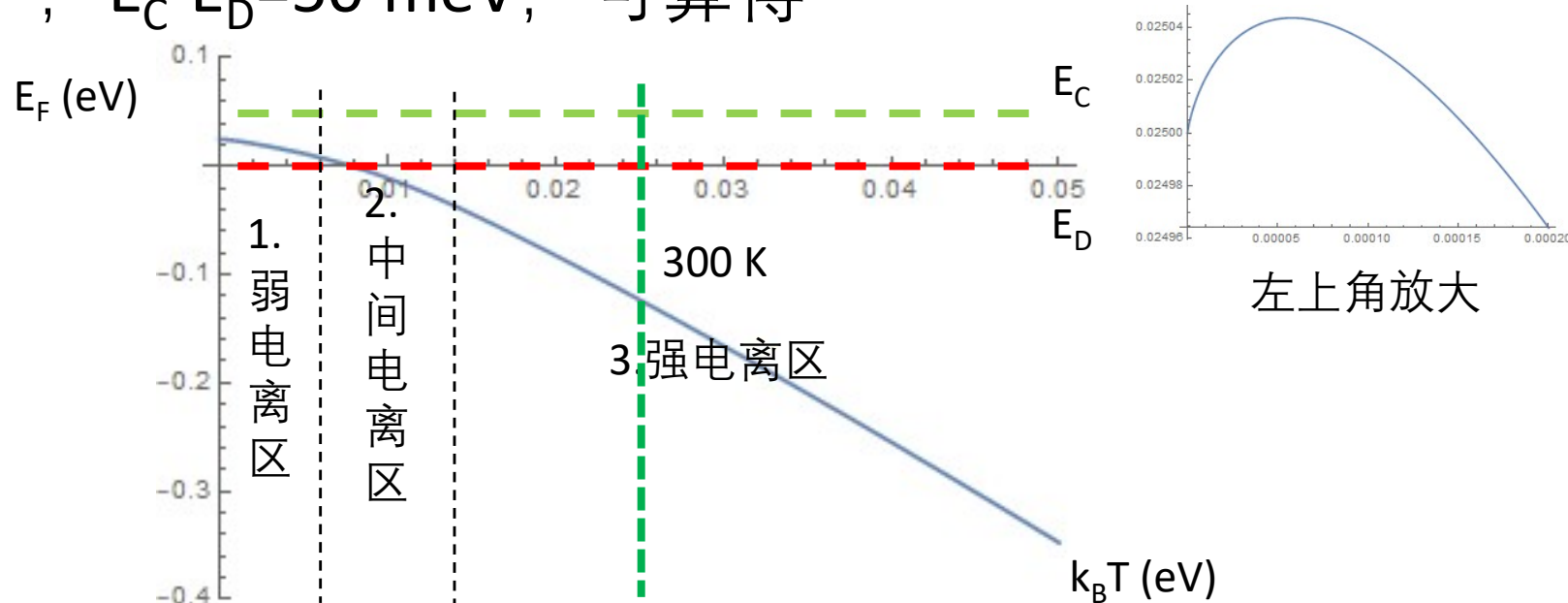
T 比较大,  $\frac{4g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C-E_D}{k_B T}} \ll 1$   $n \sim \frac{N_C}{2g_D} e^{-\frac{E_C-E_D}{k_B T}} \left( 1 + \frac{2g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C-E_D}{k_B T}} - 1 \right) = N_D$   
为强电离区

## 1.2.3.低温施主激发区

表 3-2 300K 下锗、硅、砷化镓的本征载流子浓度

各项参数	$E_g$ (eV)	$m_n^*$ ( $m_{dn}$ )	$m_p^*$ ( $m_{dp}$ )	$N_c$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	$N_v$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	$n_i$ ( $\text{cm}^{-3}$ ) (计算值)	$n_i$ ( $\text{cm}^{-3}$ ) (测量值)
Ge	0.67	$0.56m_0$	$0.29m_0$	$1.05 \times 10^{19}$	$3.9 \times 10^{18}$	$1.7 \times 10^{13}$	$2.33 \times 10^{13}$
Si	1.12	$1.062m_0$	$0.59m_0$	$2.8 \times 10^{19}$	$1.1 \times 10^{19}$	$7.8 \times 10^9$	$1.02 \times 10^{10}$
GaAs	1.428	$0.068m_0$	$0.47m_0$	$4.5 \times 10^{17}$	$8.1 \times 10^{18}$	$2.3 \times 10^6$	$1.1 \times 10^7$

- 对于硅，取  $N_D = 1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ， $N_C(300 \text{ K}) = 1 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ， $E_C - E_D = 50 \text{ meV}$ ，可算得



# n型半导体的载流子浓度

$$n = p + (N_D - n_D)$$

- 分情况讨论：温度从低到高
- $T=0$ ，无激发
- 低温，依照感性认识，施主容易激发，价带导带激发可忽略： $p \ll N_D - n_D$ ， $n = N_D - n_D$ 
  - 1. 低温弱电离区（杂质电离也很弱）
  - 2. 中间电离区
  - 3. 强电离区（杂质完全电离）
- 高温，价带导带激发不可忽略
  - 4. 过渡区（ $p \sim N_D - n_D$ ）
  - 5. 高温本征激发区（ $p \gg N_D - n_D$ ， $n = p$ ）

## 4.5. 高温价带激发区

玻尔兹曼

施主能级电子浓度  $n_D = 0$

导带电子浓度  $n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}}$

导带C: 状态数  $VN_C$

$N_C$ : 导带等效状态浓度

施主D: 状态数  $VN_D$

$N_D$ : 施主浓度

电子数  $VN_C f(E_C)$

电子数  $VN_D f_D(E_D)$

简并因子修正过的费米分布

受主A: 状态数  $VN_A$

$N_A$ : 受主浓度

暂时不看受主

电子数  $VN_A f_A(E_A)$

空穴数  $VN_A (1 - f_A(E_A))$

价带V: 态密度  $VN_V$

$N_V$ : 价带等效状态浓度

电子数  $VN_V f(E_V)$

空穴数  $VN_V (1 - f(E_V))$

$V$ : 半导体体积

价带空穴浓度  $p = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}}$

玻尔兹曼

## 4. 过渡区

导带电子浓度  $n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}}$     施主能级电子浓度  $n_D = 0$

价带空穴浓度  $p = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}}$

电中性条件  $n = (N_D - n_D) + p = N_D + p$

$$N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} = n = N_D + p = N_D + N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}}$$

注意:  $np = n_i^2 = N_C N_V e^{-\frac{E_C - E_V}{k_B T}}$  还是成立

此时可直接解一元二次方程  $n = N_D + n_i^2/n$ , 得到

$$n = \frac{N_D}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{N_D^2}} \right) \quad p = n - N_D = \frac{N_D}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{N_D^2}} \right)$$

也可算出  $E_F = E_i + k_B T \operatorname{arcsch} \frac{N_D}{2n_i} = \frac{1}{2} (E_C + E_V - k_B T \log \frac{N_C}{N_V}) + k_B T \operatorname{arcsch} \frac{N_D}{2n_i}$



## 4. 过渡区

$$n = \frac{N_D}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{N_D^2}} \right) \quad p = n - N_D = \frac{N_D}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{N_D^2}} \right)$$

如果温度较低  $N_D \gg 2n_i$  ( $n_i^2 = N_C N_V e^{-\frac{E_C - E_V}{k_B T}}$ )

$$\text{则} \quad n \sim \frac{N_D}{2} \left( 1 + 1 + \frac{2n_i^2}{N_D^2} \right) = N_D + \frac{n_i^2}{N_D} \quad p = n - N_D \sim \frac{n_i^2}{N_D}$$

即：电子浓度约等于施主浓度+本征激发浓度，空穴浓度约等于本征激发浓度

$$\text{此时} \quad E_F = E_i + k_B T \operatorname{arcsch} \frac{N_D}{2n_i} \quad \text{远离本征费米能级 } E_i$$

比较靠近3.强电离区/饱和区

## 4. 过渡区

$$n = \frac{N_D}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{N_D^2}} \right) \quad p = n - N_D = \frac{N_D}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{N_D^2}} \right)$$

如果温度较高  $N_D \ll 2n_i$  ( $n_i^2 = N_C N_V e^{-\frac{E_C - E_V}{k_B T}}$ )

则 
$$n = \frac{N_D}{2} \left( 1 + \frac{2n_i}{N_D} \right) \sim \frac{N_D}{2} + n_i \quad p = n - N_D \sim -\frac{N_D}{2} + n_i$$

即：电子浓度约等于本征激发浓度+施主浓度/2，  
空穴浓度约等于本征激发浓度-施主浓度/2

此时 
$$E_F = E_i + k_B T \operatorname{arcsch} \frac{N_D}{2n_i} \sim E_i$$
 靠近本征费米能级  $E_i$

比较接近本征激发

## 5. 高温本征激发区

$N_D \ll 2n_i$  的时候,  $p \gg N_D$

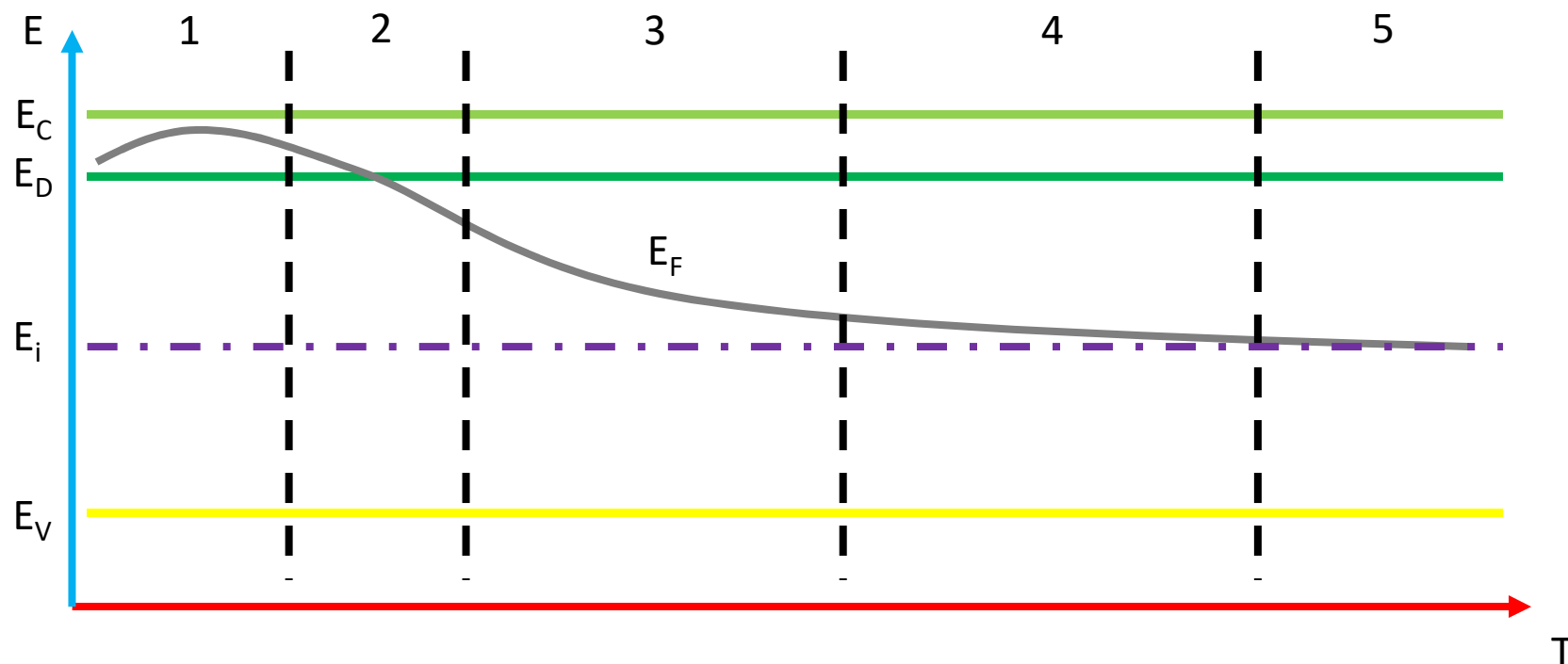
此时杂质作用可忽略,  $n \sim p \sim n_i$

$$E_F = \frac{1}{2} \left( E_C + E_V - k_B T \log \frac{N_C}{N_V} \right) = E_i$$

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} e^{-\frac{E_g}{k_B T}} = \frac{(m_n^* m_p^*)^{3/4}}{\sqrt{2} \pi^{3/2} \hbar^3} (k_B T)^{3/2} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

# n型半导体的费米能级

- 1. 低温弱电离区
- 2. 中间电离区
- 3. 强电离区
- 4. 过渡区
- 5. 高温本征激发区



# n型半导体的载流子浓度

- 1. 低温弱电离区
- 2. 中间电离区
- 3. 强电离区
- 4. 过渡区
- 5. 高温本征激发区
- 空穴浓度:  $p = n_i^2 / n$

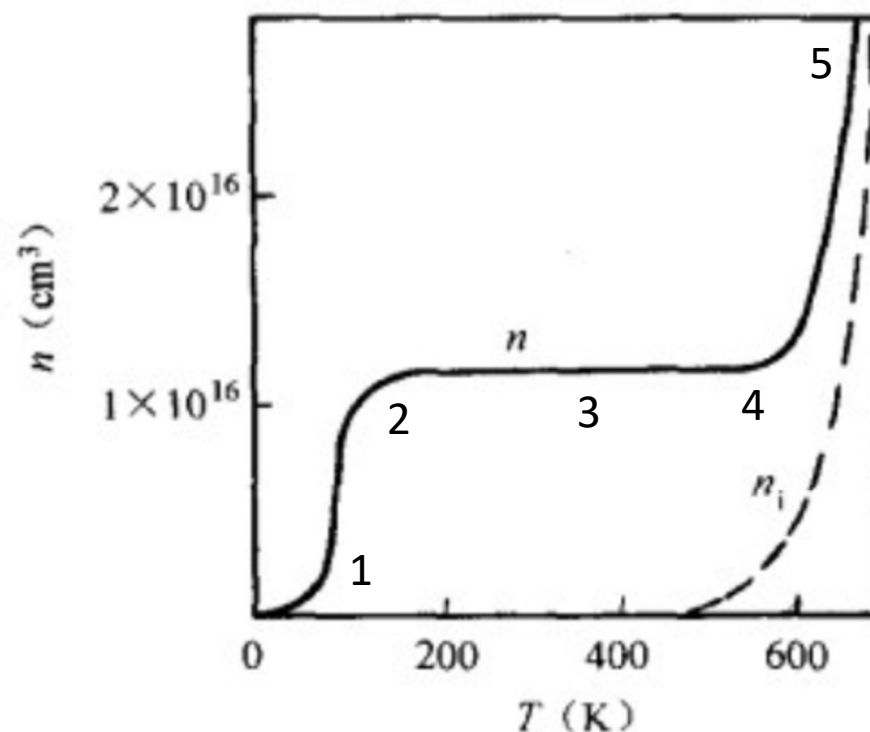


图 3-11 n 型硅的电子浓度与温度的关系<sup>[8,9]</sup>曲线

# n型半导体处于哪个区的判定

- A. 比较  $p$  和  $N_D$ 。这是看本征激发是否有主要贡献。  
远小于（低温）→B，相当→4.过渡区，远大于→5.本征激发区。
- B. 比较  $\frac{4g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C - E_D}{k_B T}}$  和 1。这是看施主激发的强度。  
远小于→1.施主弱电离，相当→2.中间电离，远大于→3.强电离

$$n = \frac{N_C}{2g_D} e^{-\frac{E_C - E_D}{k_B T}} \left( \sqrt{1 + \frac{4g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C - E_D}{k_B T}}} - 1 \right)$$

# 例题：室温半导体处于哪个区？

- 对磷掺杂的硅有：
  - $E_C - E_D = 0.05 \text{ eV}$ ;  $N_C (300 \text{ K}) = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ;  $n_i (300 \text{ K}) = 1 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$
- 请判定，300 K时它处于哪个区？

比较 $p$ 和 $N_D$

比较  $\frac{4g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C - E_D}{k_B T}}$  和 1

# 例题：室温半导体处于哪个区？

- 对磷掺杂的硅有：
  - $E_C - E_D = 0.05 \text{ eV}$ ;  $N_C (300 \text{ K}) = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ;  $n_i (300 \text{ K}) = 1 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$
- 请判定，300 K时它处于哪个区？
  - $N_D = 10^{13} - 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ ,  $p < n_i \ll N_D$ , 因此肯定属于1.2.3. 低温施主激发区中的一种
  - $\frac{4g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C - E_D}{k_B T}}$  和  $N_D$  的大小有关。当  $N_D < 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  时,  $\frac{4g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C - E_D}{k_B T}}$  远大于1, 属于强电离区;  $N_D = 10^{17} - 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  时, 属于中间电离区; 施主再多则属于弱电离区



# n型半导体在室温的载流子浓度

- 3.强电离区/饱和区的优势
- 载流子浓度随温度基本不变
  - 适合制备半导体器件
  - 制备器件的基本（并非全部）都是掺杂半导体
- 但 $E_F$ 仍然剧烈变化

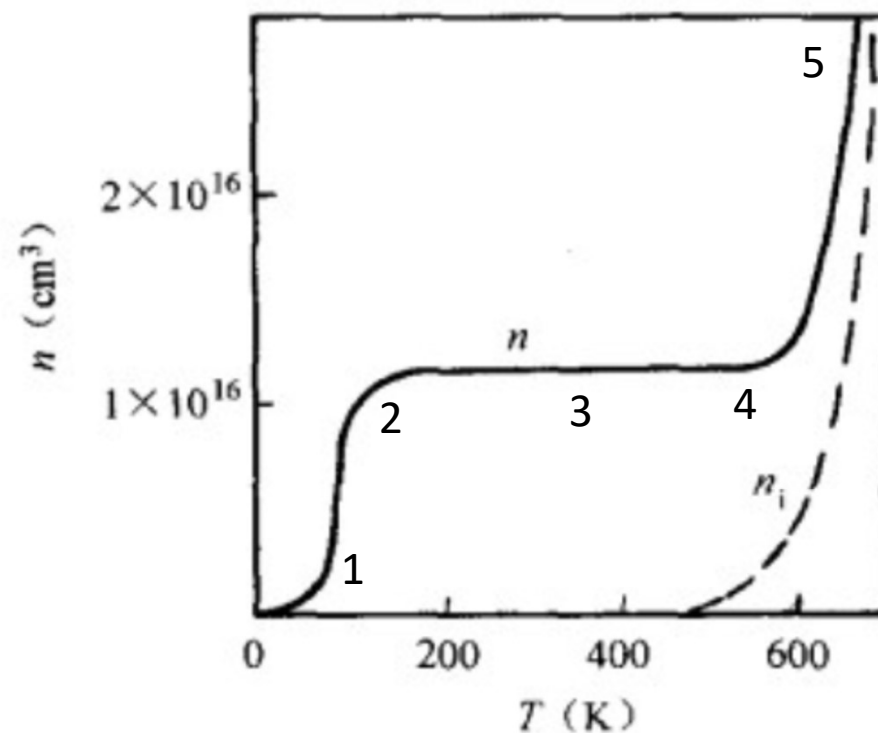


图 3-11 n 型硅的电子浓度与温度的关系<sup>[8,9]</sup>曲线

# n型半导体在室温的 $E_F$

$$E_F = E_C - k_B T \log \frac{N_C}{N_D}$$

$E_F$ 随着T上升而下降；掺杂浓度越高， $E_F$ 越靠近带边

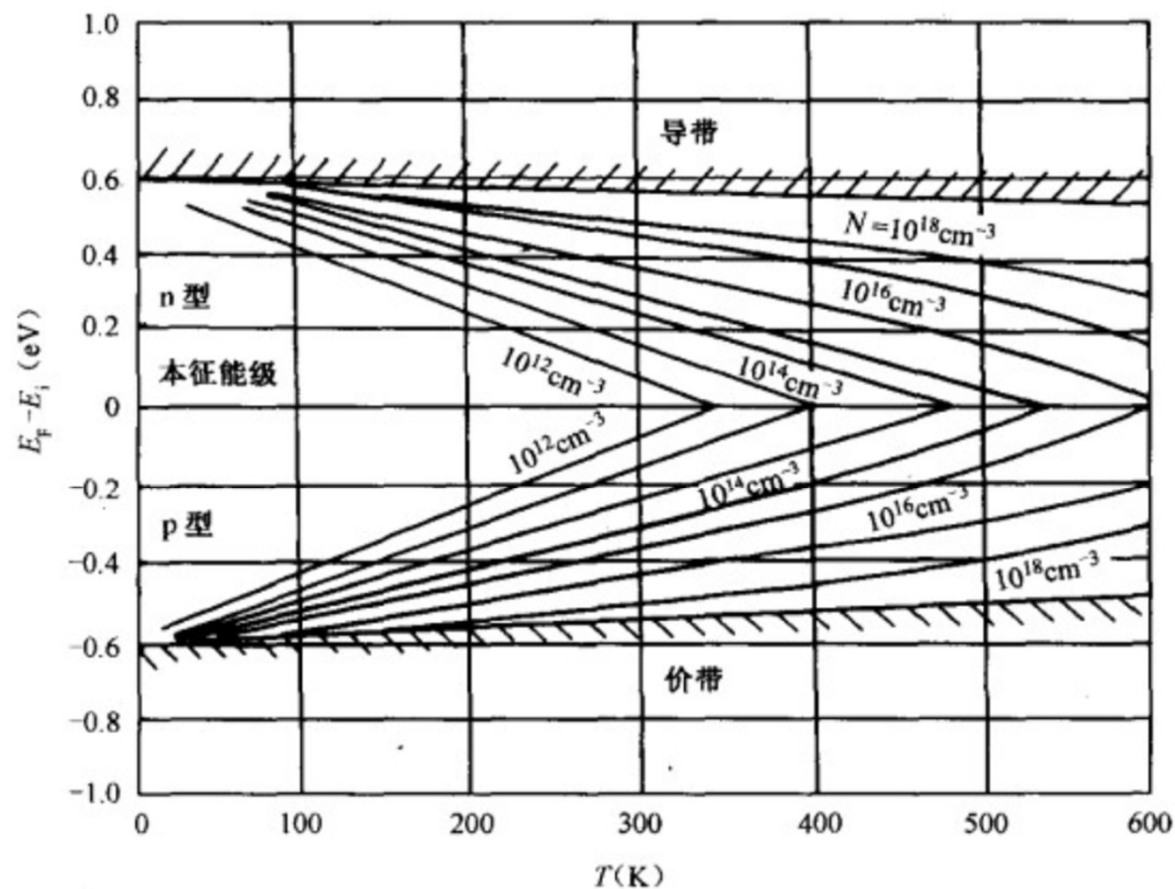


图 3-10 硅的费米能级与温度及杂质浓度的关系<sup>[5]</sup>

# 例题：室温半导体处于哪个区？

- 对硅掺杂的氮化镓有：
  - $E_C - E_D = 0.02 \text{ eV}$ ;  $N_C (300 \text{ K}) = 6 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ;  $n_i (300 \text{ K}) = 5 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-3}$
- 请判定，300 K时它处于哪个区？

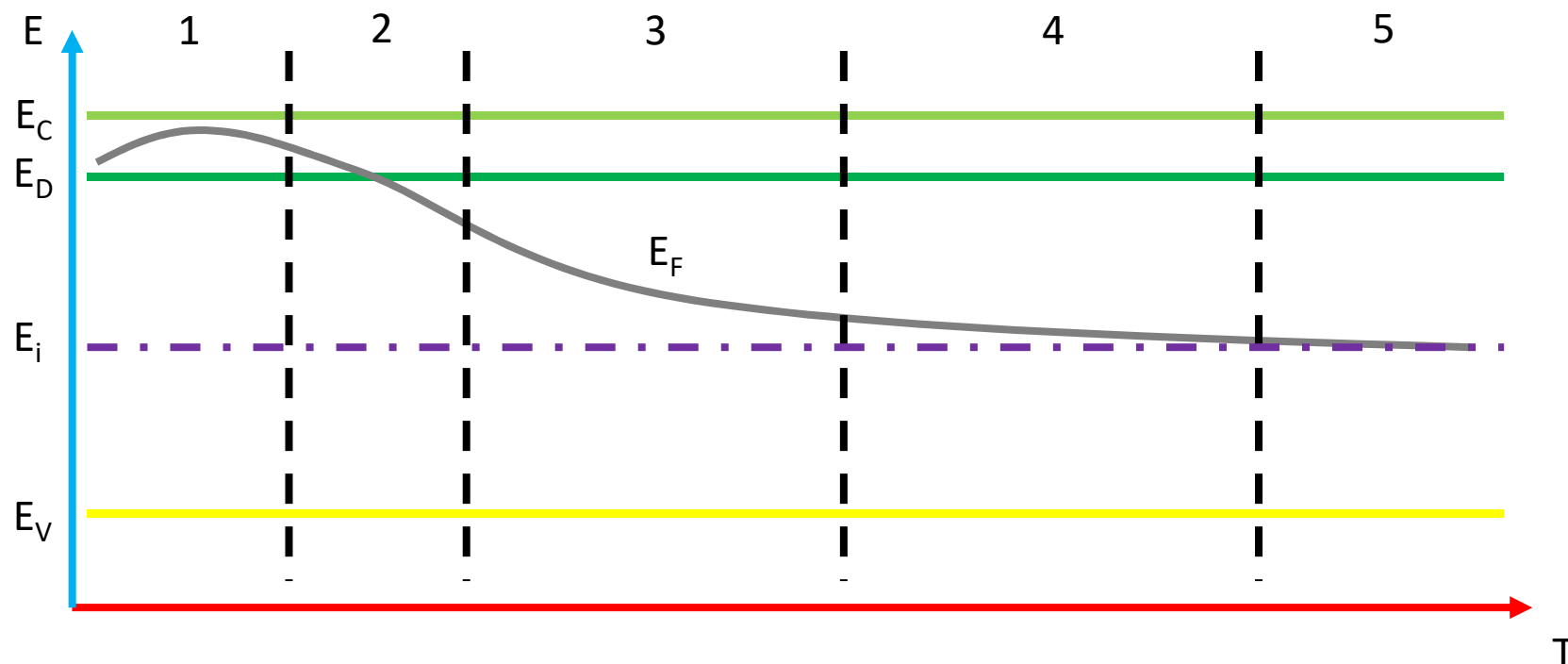
比较 $p$ 和 $N_D$

比较  $\frac{4g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C - E_D}{k_B T}}$  和 1

# 例题：室温半导体处于哪个区？

- 对硅掺杂的氮化镓有：
  - $E_C - E_D = 0.02 \text{ eV}$ ;  $N_C (300 \text{ K}) = 6 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ;  $n_i (300 \text{ K}) = 5 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-3}$
- 请判定，300 K时它处于哪个区？
  - $N_D = 10^{13} - 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ ,  $p < n_i \ll N_D$ , 因此肯定属于1.2.3. 低温施主激发区中的一种
  - $\frac{4g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C - E_D}{k_B T}}$  和  $N_D$  的大小有关。当  $N_D < 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  时,  $\frac{4g_D N_D}{N_C} e^{\frac{E_C - E_D}{k_B T}}$  远大于1, 属于强电离区;  $N_D = 10^{17} - 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  时, 属于中间电离区; 施主再多则属于弱电离区
  - 和硅类似。不管禁带宽窄, 杂质能级浅的基本都属于这一类

# 掺杂半导体的非简并条件



非简并条件：导带、价带费米分布能近似为玻尔兹曼分布，便于积分

$$E_C - E_F > 2.5k_B T \quad E_V - E_F < -2.5k_B T$$

对常见半导体，在3.饱和区、4.过渡区、5.本征激发区能满足非简并条件

在室温下，通常半导体能满足非简并条件，但重掺杂半导体不满足，称为简并半导体