

中国科学技术大学

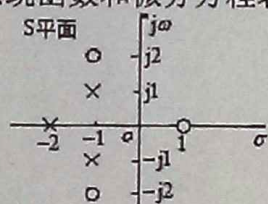
2011—2012 学年第二 学期考试试卷

考试科目: 信号与系统 得分: _____

学生所在系: _____ 姓名: _____ 学号: _____

一、简答题 (不要求写过程, 直接写出答案就行。共 40 分, 每小题 5 分)

1. 已知一个 4 点序列 $x[n]$ 的值分别为 1, 0, 2, -2, 试求其 4 点的 DFT 系数 $X[k]$
2. 求 $\frac{1}{2}[1 + (-1)^n]u[n]$ 的 Z 变换
3. 求 $\text{sgn}(t^2 - 1)$ 的 Fourier 变换
4. $F(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s + 1}$, $\text{Re}\{s\} > -1$, 求其反变换
5. $\frac{1 - z^{-N}}{1 - az^{-1}}$, $|z| > |a|$, 求其反变换
6. $\frac{s(1 + e^{-s})}{s^2 + \pi^2}$, 整个 S 平面, 求其反变换
7. $\frac{1}{z(1 + z^{-N})}$, $|z| > 0$, 求其反变换
8. 下图是全通系统或者最小相移系统吗, 如果不是, 画出级联等效的最小相移系统和全通系统的零极点图, 并写出各自的系统函数和微分方程表示



二、试用变换域方法求如下微分方程表示的因果系统, 在 $x(t) = e^{-2t}u(t)$ 时的零输入响应、零状态响应以及全响应 $y(t)$, 已知该系统的起始条件 $y(0_-) = 1$, $y'(0_-) = 1$ 。(10 分)

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 4 \frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 2x(t)$$

三、Let $h(t) = 2\text{sinc}(2t)$ be the impulse response of an LTI system. (10 分)

- (a) If the input $x(t) = \text{sinc}^2(t)$, find the output $y(t)$.
- (b) If N copies of such an LTI system are connected in cascade and the input $x(t)$ to the cascaded system is still the same as in (a), find the output $y(t)$ of the cascaded system.
- (c) If N copies of such an LTI system are connected in parallel and the input $x(t)$ to the parallel system is still the same as in (a), find the output $y(t)$ of the parallel system.

四、The impulse response of a discrete-time linear time-invariant system is given as follows: (10 分)

$$h(n) = 0 \text{ for } n < 0;$$

$$h(n) = 1 \text{ for } n = 0, 5, 10, \dots, 5k, \dots;$$

$$h(n) = 3 \text{ for } n = 1, 6, 11, \dots, 5k+1, \dots;$$

$$h(n) = -2 \text{ for } n = 2, 7, 12, \dots, 5k+2, \dots;$$

$$h(n) = 5 \text{ for } n = 3, 8, 13, \dots, 5k+3, \dots;$$

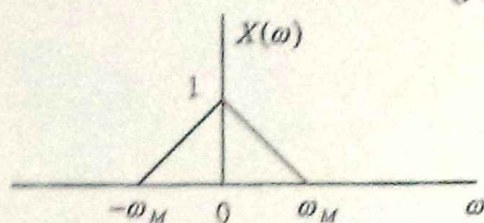
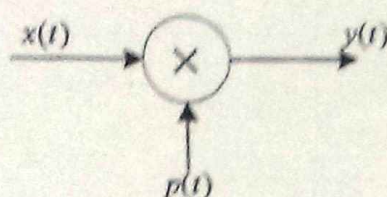
$$h(n) = -1 \text{ for } n = 4, 9, 14, \dots, 5k+4, \dots;$$

Draw the block diagram of the system using unit-delay registers, multipliers, and 2-input adders (直接型实现结构).

五、对于左下图所示的相乘器或调制器，假设输入信号 $x(t)$ 的频谱 $X(\omega)$ 如右下图所示。试

求下列小题：

(共 12 分)



1. 当 $p(t)$ 为下列信号时，分别概画出 $p(t)$ 和 $y(t)$ 的频谱图形： (9 分)

a) $p(t) = e^{-j2\omega_M t}$

b) $p(t) = \sin \omega_M t$

c) $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT), T = \frac{2\pi}{\omega_M}$

2. 对于上述几种 $p(t)$ 的情况，哪些能从 $y(t)$ 中恢复或重建出原信号 $x(t)$ ？ (3 分)

六、某离散时间因果 LTI 系统的零、极点图如图 6.1 所示，

并已知它对常数输入时的放大倍数为 $-2/3$ 。(共 18 分)

试求：

1. 它的系统函数 $H(z)$ (注意：应有一个实常数 H_0)，系统是否稳定？它有因果稳定的逆系统吗？ (5 分)

2. 画出该系统用两个一阶系统级联的实现方框图，其中有一个是一阶全通系统。(5 分)

3. 用频率响应的几何求值法，概画出其幅频特性 $|\tilde{H}(\Omega)|$ ，它是低通、高通还是带通滤波器？ (5 分)

4. 试求 6.2 所示反馈系统的系统函数，图中的 $H(z)$ 就是 1. 小题所求的系统函数。(3 分)

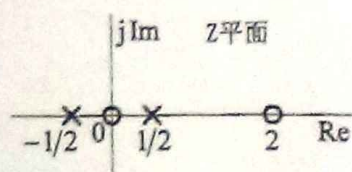


图 6.1

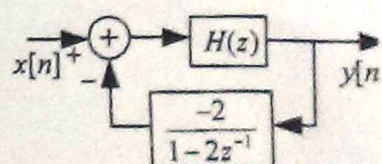


图 6.2

提醒：本题各小题所求结果均与 1. 小题的结果有关，务必弄清题意，正确求出 $H(z)$ 。

一、简答题（不要求写过程，直接写出答案就行，共 40 分，每小题 5 分）

1. 已知一个 4 点序列 $x[n]$ 的值分别为 1, 0, 2, -2, 试求其 4 点的 DFT 系数 $X[k]$

2. 求 $\frac{1}{2}[1+(-1)^n]u[n]$ 的 Z 变换

3. 求 $\text{sgn}(t^2-1)$ 的 Fourier 变换

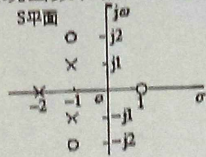
4. $F(s) = \frac{1-e^{-sT}}{s+1}$, $\text{Re}\{s\} > -1$, 求其反变换

5. $\frac{1-z^{-N}}{1-az^{-1}}$, $|z| > |a|$, 求其反变换

6. $\frac{s(1+e^{-s})}{s^2+\pi^2}$, 整个 S 平面, 求其反变换

7. $\frac{1}{z(1+z^{-N})}$, $|z| > 0$, 求其反变换

8. 下图是全通系统或者最小相移系统吗, 如果不是, 画出级联等效的最小相移系统和全通系统的零极点图, 并写出各自的系统函数和微分方程表示



$$\begin{array}{c|c} \times & -j1 \\ \hline \circ & -j2 \end{array}$$

二、试用变换域方法求如下微分方程表示的因果系统，在 $x(t) = e^{-2t}u(t)$ 时的零输入响应、零状态响应以及全响应 $y(t)$ ，已知该系统的起始条件 $y(0_-) = 1$ ， $y'(0_-) = 1$ 。（10 分）

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 4 \frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 2x(t)$$

三、Let $h(t) = 2\text{sinc}(2t)$ be the impulse response of an LTI system. (10 分)

(a) If the input $x(t) = \text{sinc}^2(t)$, find the output $y(t)$.

(b) If N copies of such an LTI system are connected in cascade and the input $x(t)$ to the cascaded system is still the same as in (a), find the output $y(t)$ of the cascaded system.

(c) If N copies of such an LTI system are connected in parallel and the input $x(t)$ to the parallel system is still the same as in (a), find the output $y(t)$ of the parallel system.

四、The impulse response of a discrete-time linear time-invariant system is given as follows: (10 分)

$$h(n) = 0 \text{ for } n < 0;$$

$$h(n) = 1 \text{ for } n = 0, 5, 10, \dots, 5k, \dots;$$

$$h(n) = 3 \text{ for } n = 1, 6, 11, \dots, 5k+1, \dots;$$

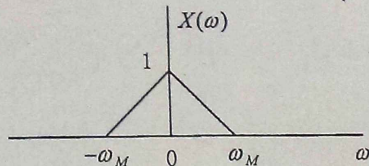
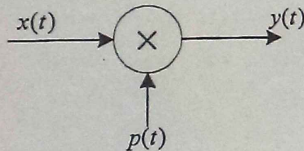
$$h(n) = -2 \text{ for } n = 2, 7, 12, \dots, 5k+2, \dots;$$

$$h(n) = 5 \text{ for } n = 3, 8, 13, \dots, 5k+3, \dots;$$

$$h(n) = -1 \text{ for } n = 4, 9, 14, \dots, 5k+4, \dots;$$

Draw the block diagram of the system using unit-delay registers, multipliers, and 2-input adders(直接型实现结构).

五、对于左下图所示的相乘器或调制器，假设输入信号 $x(t)$ 的频谱 $X(\omega)$ 如右下图所示。试求下列小题： (共 12 分)



1. 当 $p(t)$ 为下列信号时，分别概画出 $p(t)$ 和 $y(t)$ 的频谱图形； (9 分)

a) $p(t) = e^{-j2\omega_M t}$

b) $p(t) = \sin \omega_M t$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(\omega - k\omega_M) \quad \omega_M = \frac{2\pi}{T}$$

$$a) p(t) = e^{-j2\omega_M t}$$

$$b) p(t) = \sin \omega_M t$$

$$c) p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT), \quad T = \frac{2\pi}{\omega_M}$$

2. 对于上述几种 $p(t)$ 的情况, 哪些能从 $y(t)$ 中恢复或重建出原信号 $x(t)$? (3分)

六、某离散时间因果 LTI 系统的零、极点图如图 6.1 所示, 并已知它对常数输入时的放大倍数为 $-2/3$ 。(共 18 分)
试求:

1. 它的系统函数 $H(z)$ (注意: 应有一个实常数 H_0), 系统是否稳定? 它有因果稳定的逆系统吗? (5分)
2. 画出该系统用两个一阶系统级联的实现方框图, 其中有一个是一阶全通系统。(5分)
3. 用频率响应的几何求值法, 概画出其幅频特性 $|\tilde{H}(\Omega)|$, 它是低通、高通还是带通滤波器? (5分)
4. 试求 6.2 所示反馈系统的系统函数, 图中的 $H(z)$ 就是 1. 小题所求的系统函数。(3分)

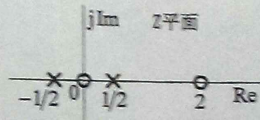


图 6.1

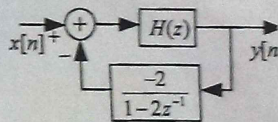


图 6.2

提醒: 本题各小题所求结果均与 1. 小题的结果有关, 务必弄清题意, 正确求出 $H(z)$ 。