



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

国家示范性微电子学院

School of Microelectronics

模拟集成电路设计课程

第10章 稳定性与频率补偿

程 林，潘东方

eecheng@ustc.edu.cn

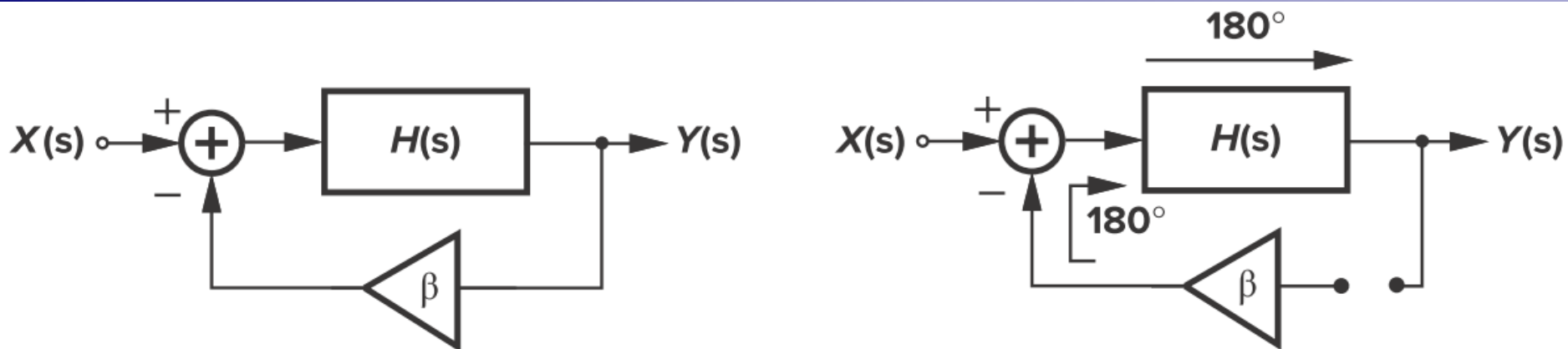


本章内容

- 10.1 概述
- 10.2 多极点系统
- 10.3 相位裕度
- 10.4 频率补偿基础
- 10.5 两级运放的补偿
- 10.6 两级运放的转换速率
- 10.7 其他补偿技术



10.1 概述



- 反馈可以抑制开环特性波动所带来的影响，但是也带来潜在的不稳定问题，产生振荡

- 闭环传输函数

$$\frac{Y}{X}(s) = \frac{H(s)}{1 + \beta H(s)}$$

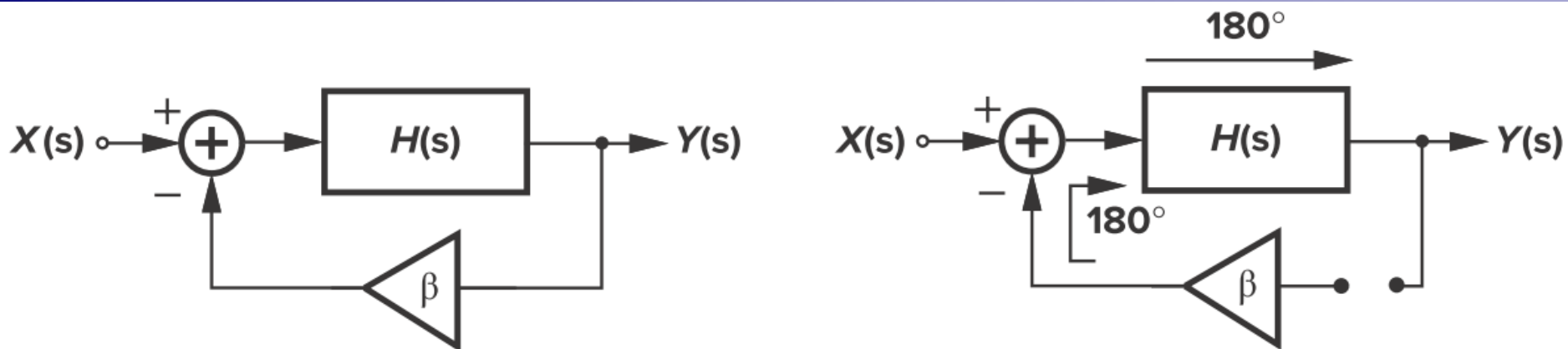
- 产生振荡的条件- “巴克豪森” 判据

$$|\beta H(j\omega_1)| = 1$$

$$\angle \beta H(j\omega_1) = -180^\circ$$



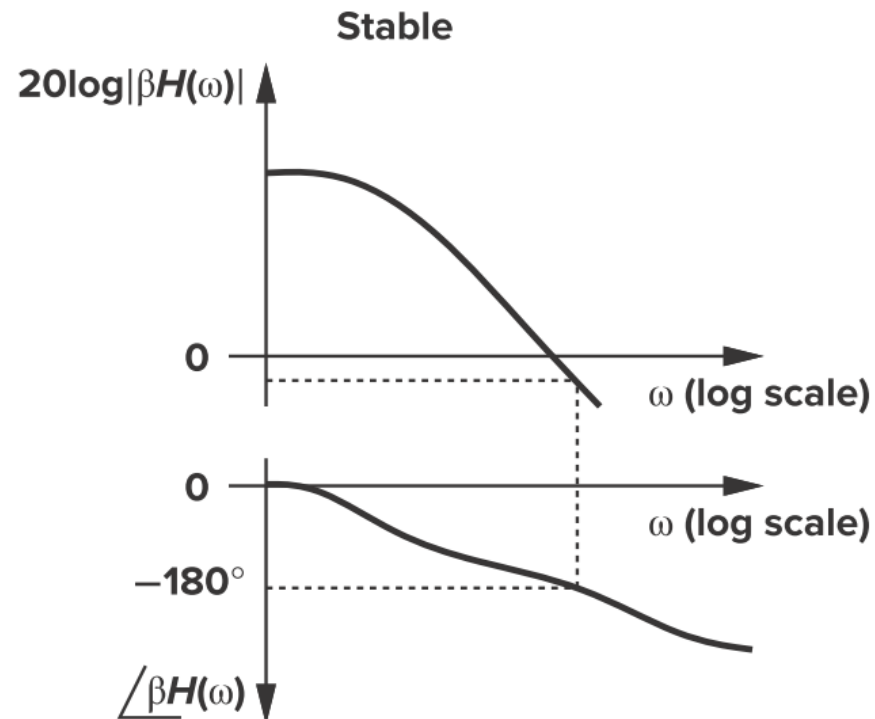
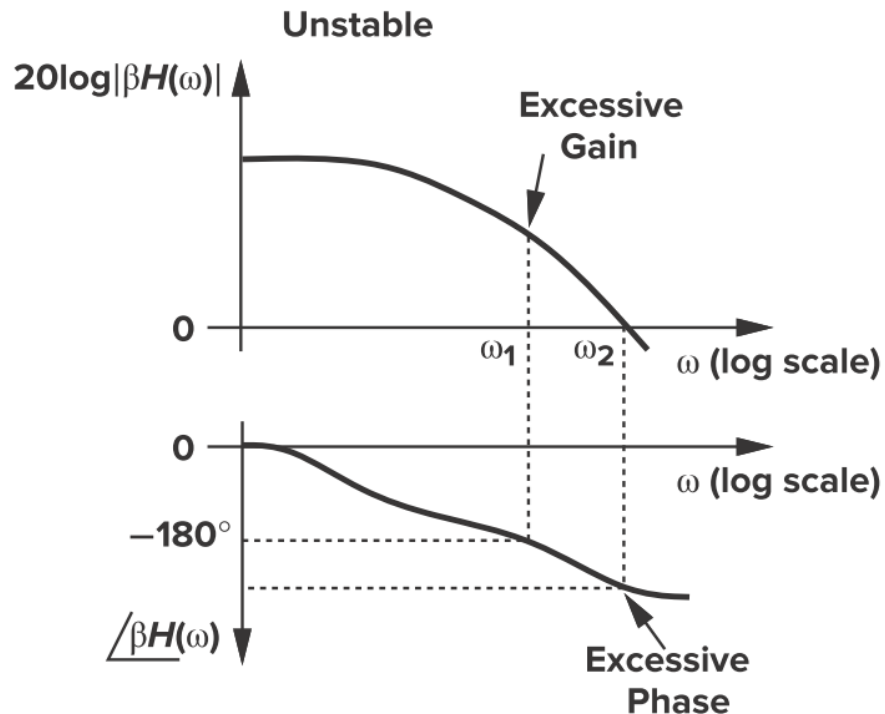
稳定性判据



- “巴克豪森”判据
 - 只与环路增益有关，而与输入输出位置无关
 - 整体相移为 360°
- 在频率 ω 处产生振荡的两个条件
 - 在该频率处，围绕环路的相移能使负反馈变成正反馈
 - 环路增益足以是信号建立



稳定性判据

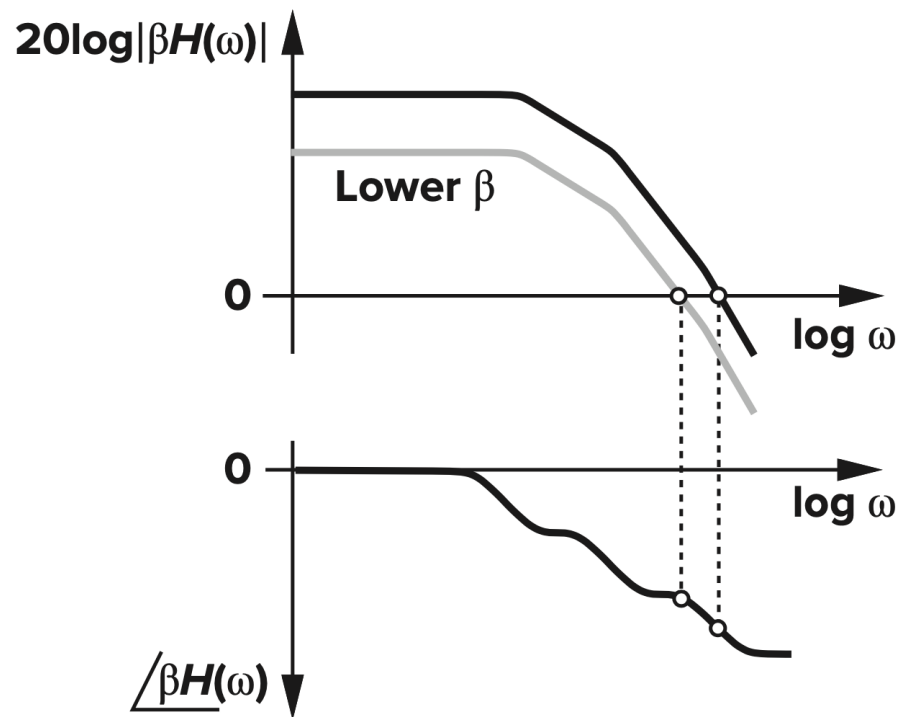


- 增益交点（GX）：使环路增益的幅值等于1的频率，即环路增益单位带宽处
- 相位交点（PX）：使环路增益的相位等于 -180° 的频率
- 增益交点必须要在相位交点之前

反馈系数对稳定性的影响？



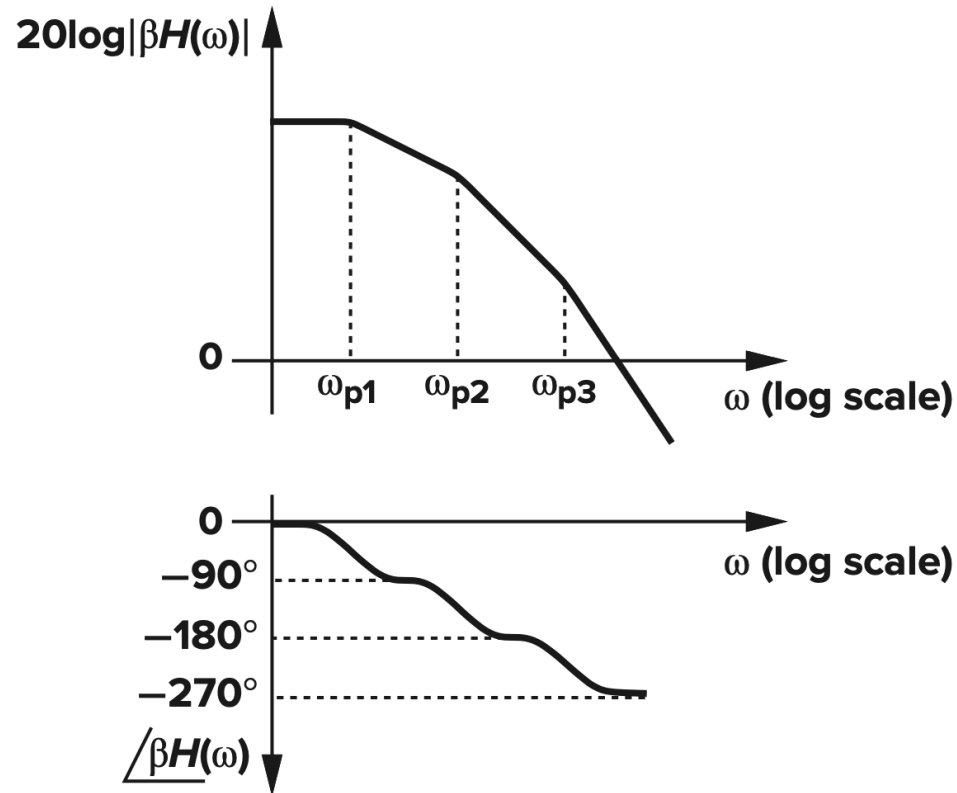
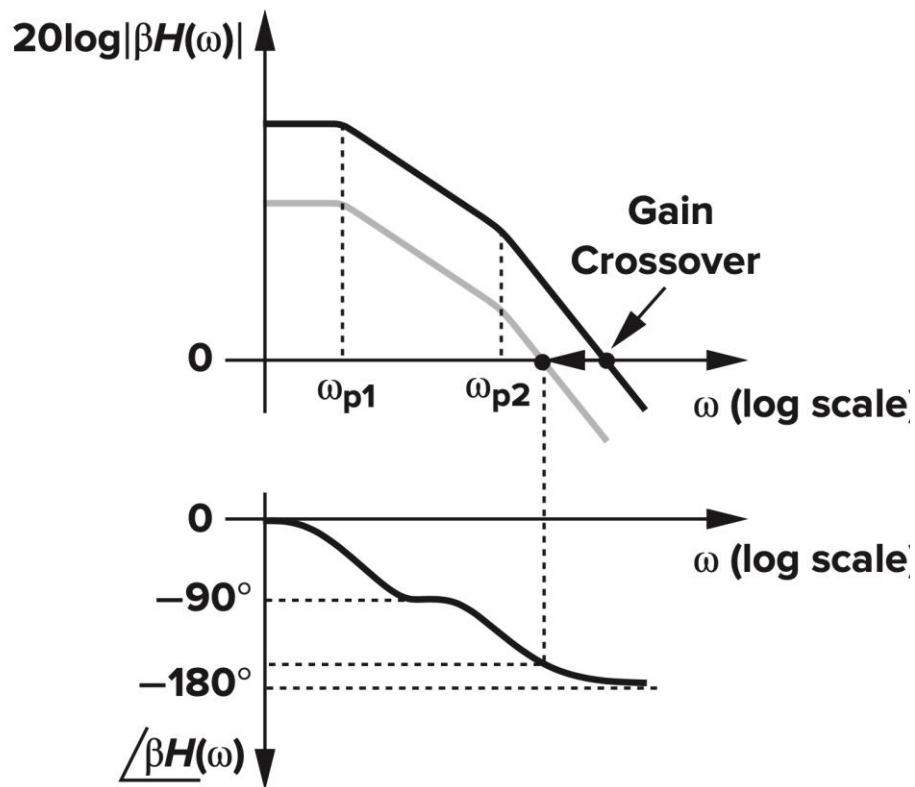
例10.1 反馈系数对稳定性的影响



- 减小 β 使幅频曲线下移，增益交点左移。由于相频曲线不变，系统将变得更加稳定



10.2 多极点系统



- 多级运放中，每个增益级至少贡献一个极点
- 零极点对相位的影响比对幅值的影响大
- 如果反馈系数变弱，即闭环增益越高越容易稳定



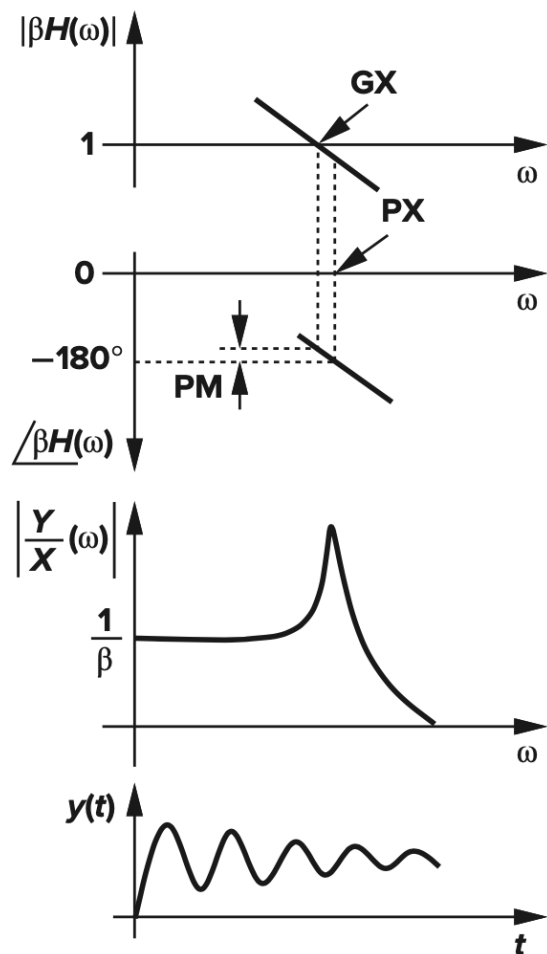
10.3 相位裕度

- 增益交点必须在相位交点之前，才能保证系统稳定。
需要多前？

$$\begin{aligned}\frac{Y}{X}(j\omega_1) &= \frac{H(j\omega_1)}{1 + \beta H(j\omega_1)} = \frac{\frac{1}{\beta} \exp(-j175^\circ)}{1 + \exp(-j175^\circ)} \\ &= \frac{1}{\beta} \cdot \frac{-0.9962 - j0.0872}{0.0038 - j0.0872}\end{aligned}$$

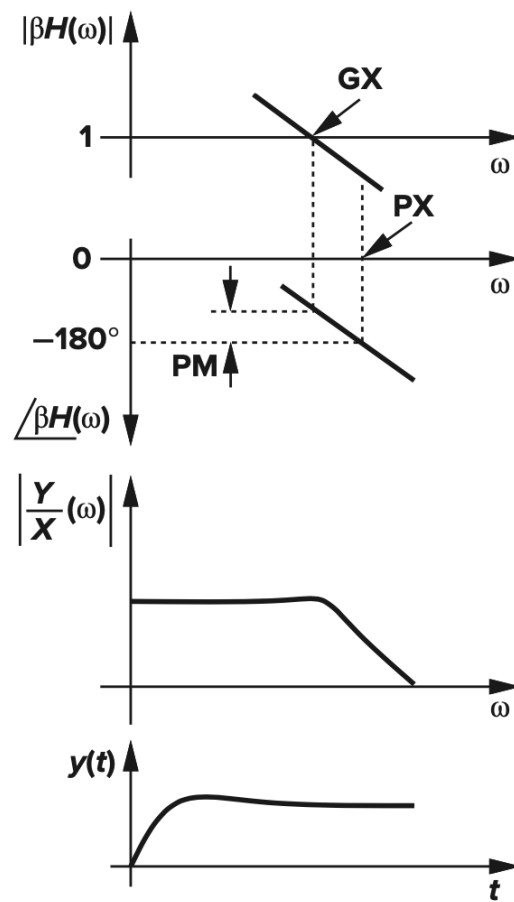
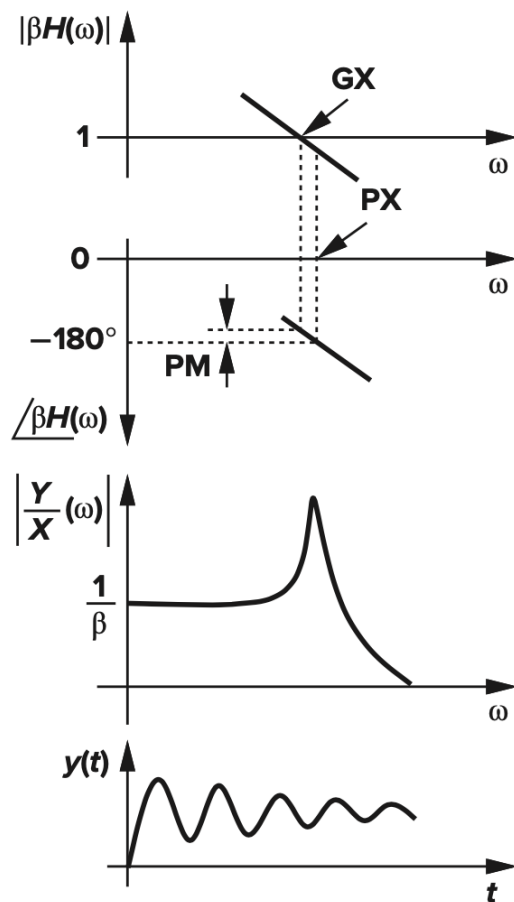
$$\Rightarrow \left| \frac{Y}{X}(j\omega_1) \right| = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{0.0872} \approx \frac{11.5}{\beta}$$

- 在低频下， $|Y/X|=1/\beta$ ；但在 $\omega=\omega_1$ 处，闭环频率响应会出现一个尖峰





相位裕度



- 闭环系统接近振荡，其阶跃响应呈现欠阻尼特性
- GX与PX的间距越大，反馈系统跃稳定
- GX频率处的相位可以作为稳定性的度量



相位裕度

- 相位裕度 (Phase margin, PM) 定义为

$$PM = 180^\circ + \angle \beta H(\omega = \omega_1)$$

- 在无零点的情况下，为了得到大于45度的相位裕度，则GX必须位于第一极点和第二极点之间
- 相位裕度多少比较合适？

$$\frac{Y}{X} = \frac{H(j\omega_1)}{1 + 1 \times \exp(-j135^\circ)} = \frac{H(j\omega_1)}{0.29 - 0.71j}$$

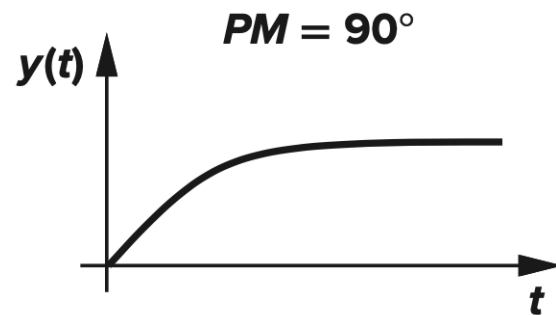
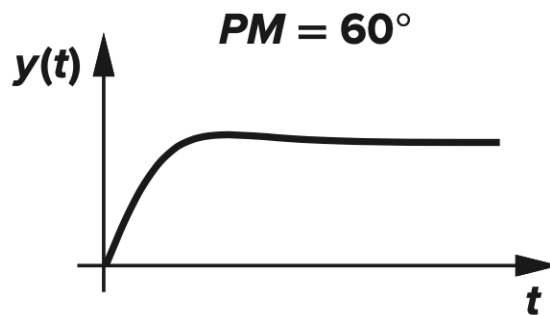
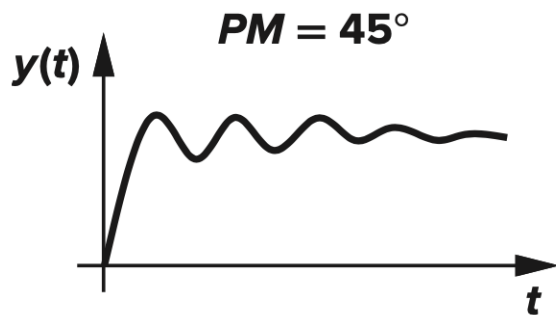
$$\Rightarrow \left| \frac{Y}{X} \right| = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{|0.29 - 0.71j|} \approx \frac{1.3}{\beta}$$

- 在 $\omega = \omega_1$ 处，反馈系统的频率响应由30%的峰值



相位裕度

- 当 $PM=60^\circ$ 时 $Y(j\omega_1)/X(j\omega_1) = 1/\beta$, 表示频率响应的峰值已经可以忽略

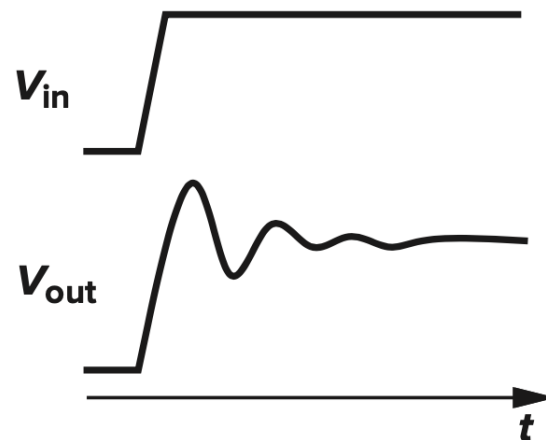
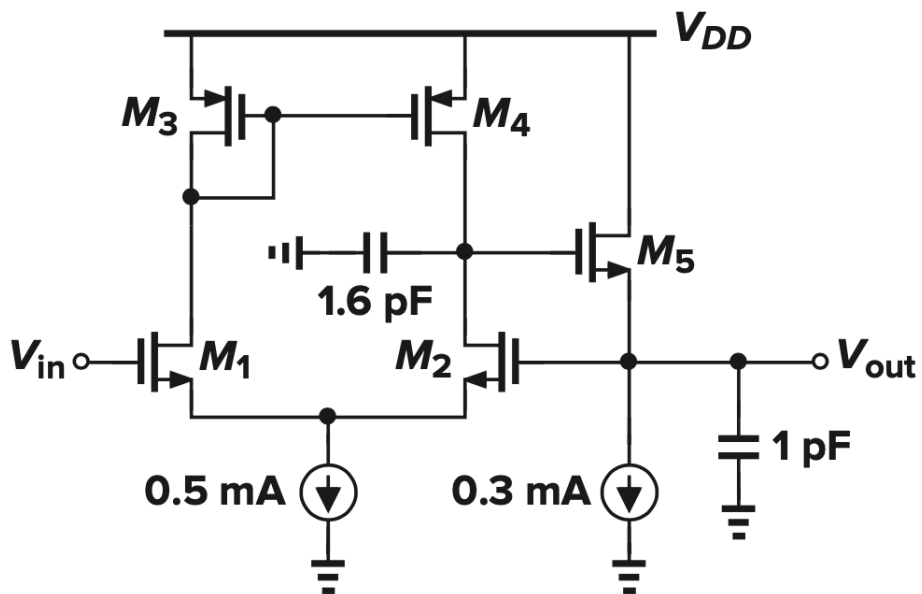


- $PM=60^\circ$ 通常被认为是最合适的
- 相位裕度的概念适合于处理小信号电路的设计
- 对于大信号阶跃响应, 并不是一样
 - 由于转换, 受到转换速率的限制
 - 由于直流工作点变化导致的非线性, 引起瞬态过程零极点频率的变化



大信号与小信号仿真结果

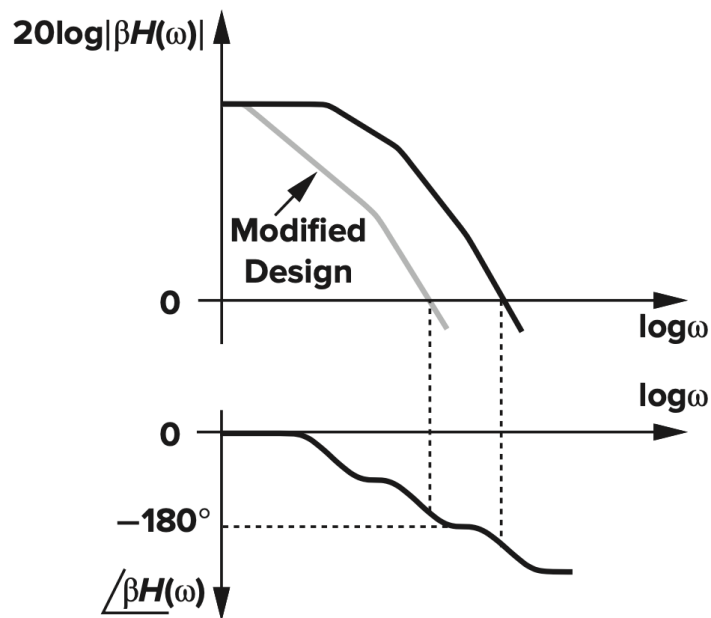
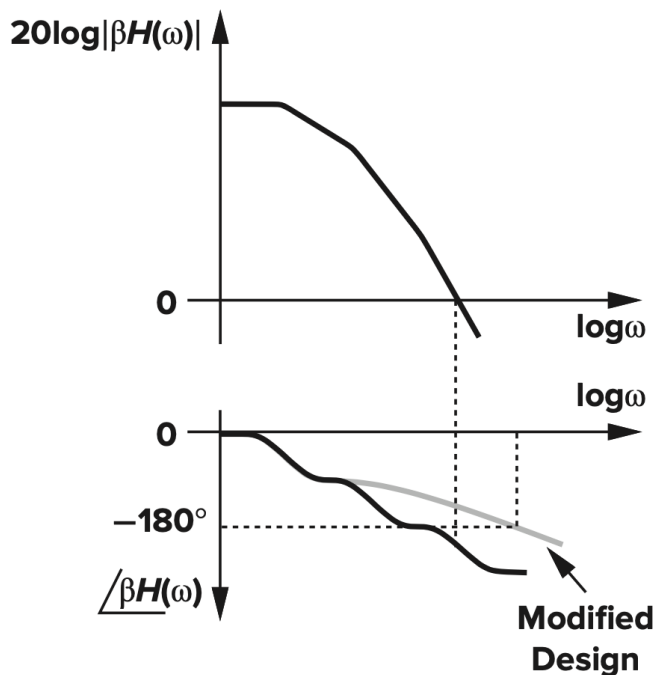
- $PM=60^\circ$, $GBW=150\text{MHz}$





10.4 频率补偿基础

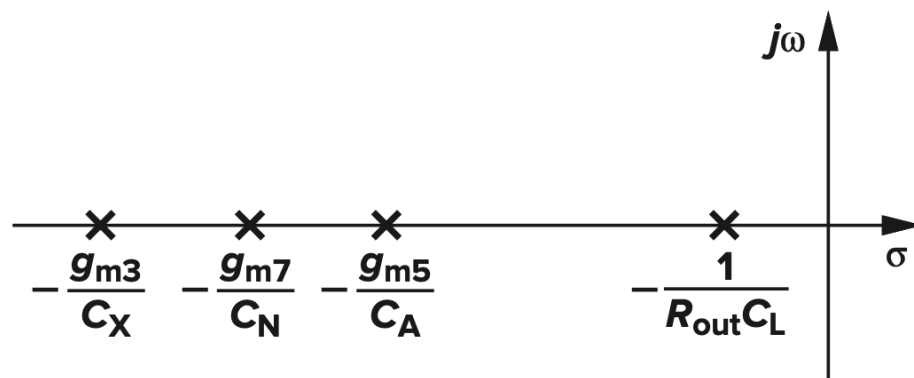
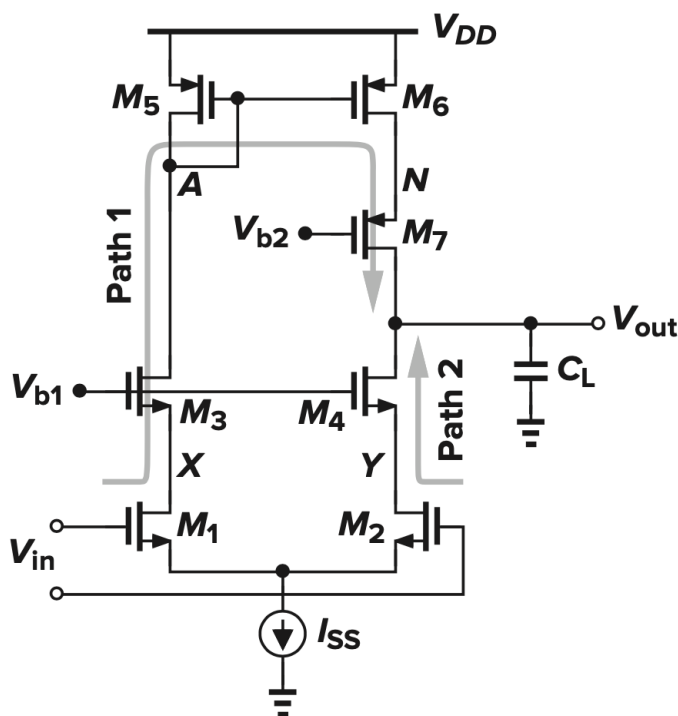
- 运放电路里面包含许多极点，通常必须“补偿”，使运放的开环传输函数得到修正，从而保证闭环电路的稳定性和良好的时域特性
- 补偿的两种方法
 - 把总的相移减至最小，使相位交点往外推
 - 降低增益，使增益交点内推





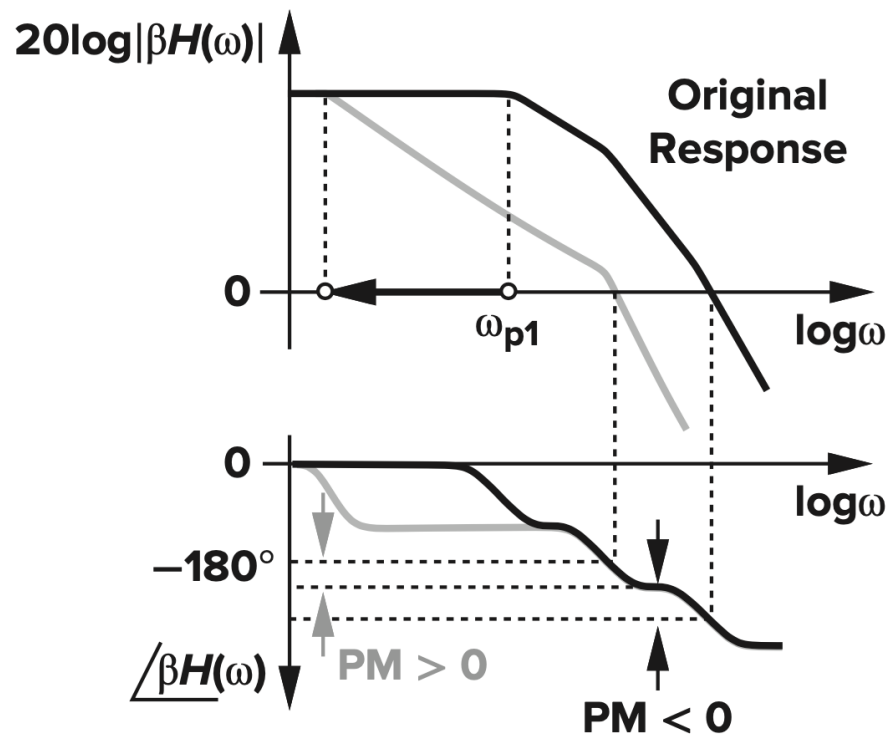
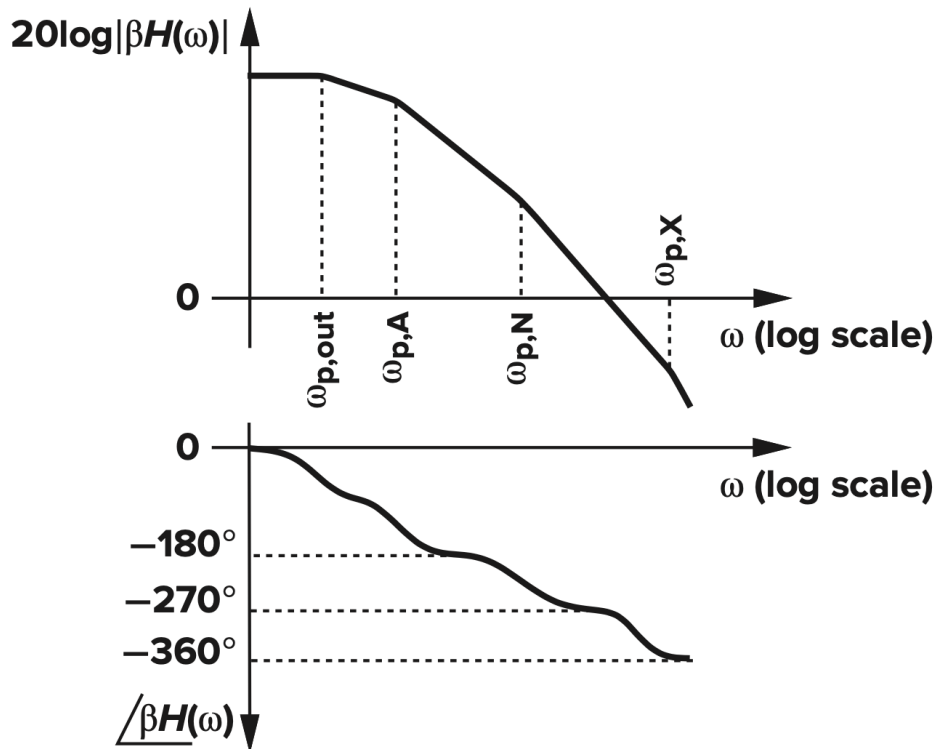
频率补偿的方法

- 实际运放如何设计？
 - 在满足增益和输出摆幅等要求下，尽可能的将运放的极点数降至最小
 - 如相位裕度不够，修改设计，对运放进行频率补偿，使增益交点向原点移动
 - 同时需要考虑选择的反馈系数，不用过补偿





补偿步骤

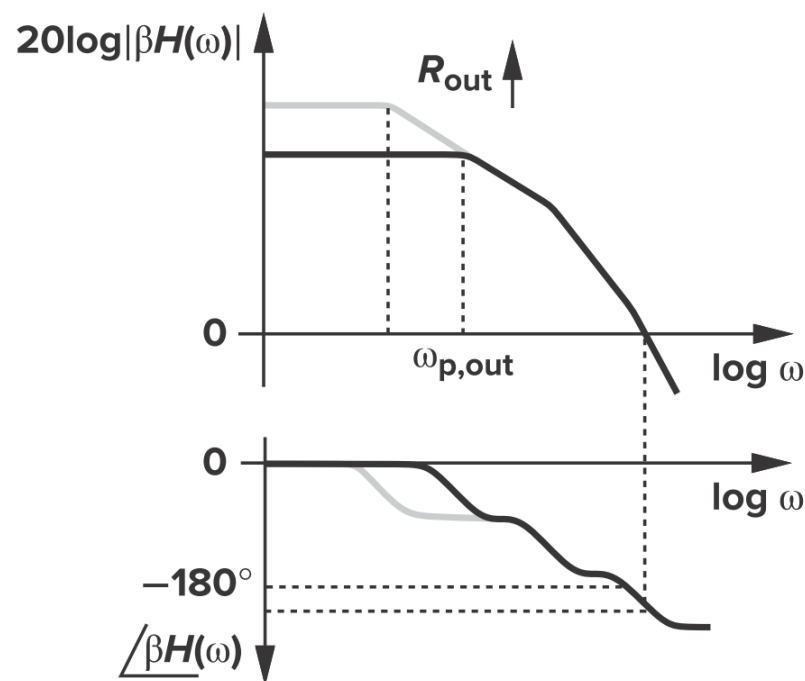
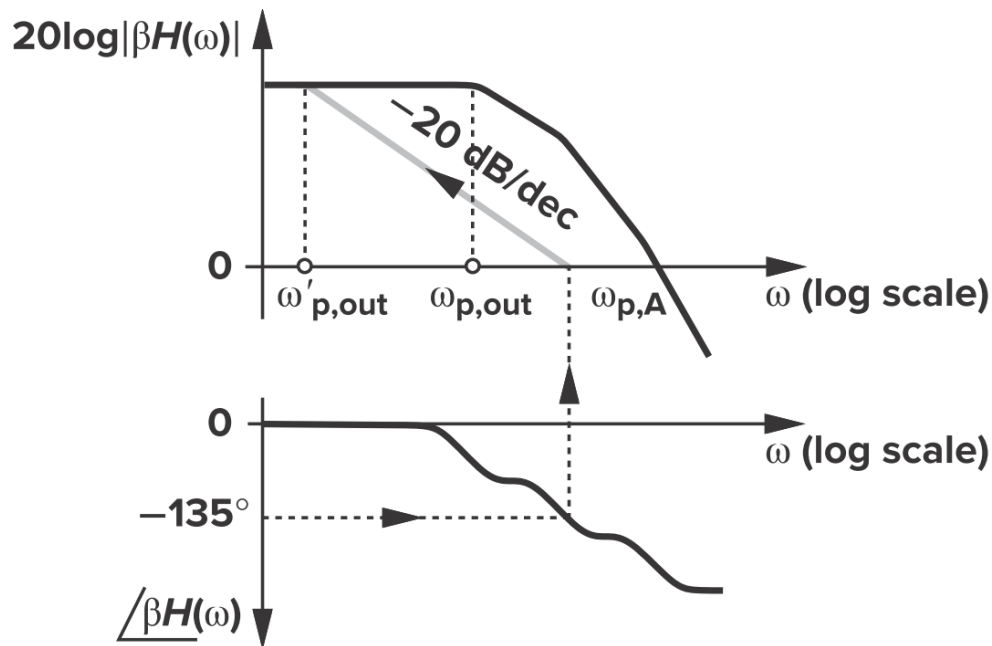


- 增加负载电容降低主极点频率

- 主极点在PX或GX处对相位贡献已接近90°，其向原点移动只影响幅值曲线而不影响相频曲线的关键部分
- 只要主极点够低，PM就可达到可接受的值，但是是以牺牲带宽为代价



补偿步骤

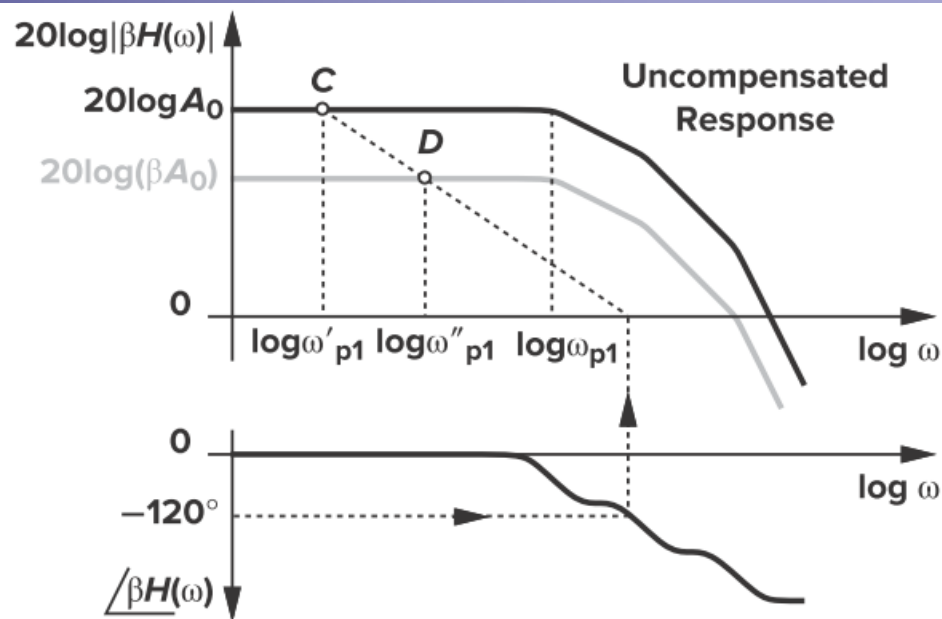
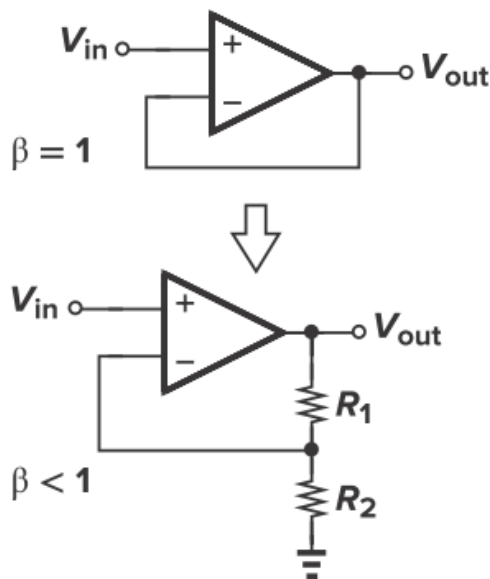


- 保证 45° 的相位裕度，则补偿后的单位增益带宽等于第一非主极点的频率
- 增大 R_{out} 并不能对运放进行补偿

主极点补偿



例10.5 $\beta < 1$ 补偿可以放宽



- $\beta=1$, 主极点由 ω_{p1} 移动到 ω'_{p1}
- $\beta < 1$, 环路增益下降了 $-20\lg\beta$, 主极点频率移至 ω''_{p1} 即可

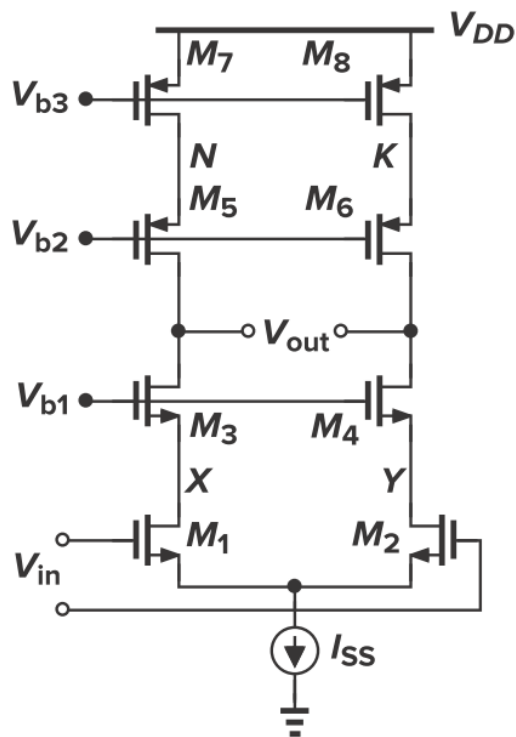
$$\frac{-20 \log \beta}{\log \omega''_{p1} - \log \omega'_{p1}} = 20 \Rightarrow \omega''_{p1} = \omega'_{p1} / \beta$$

补偿电容变小 β 倍,
但带宽不变

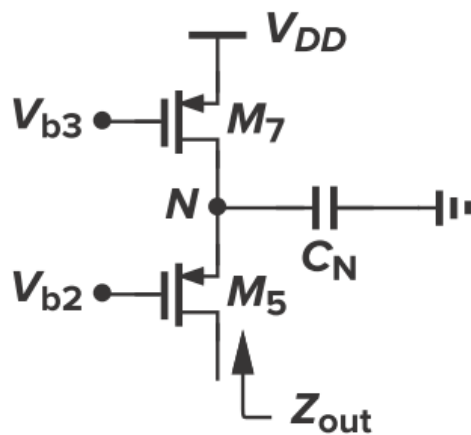
- $\beta=1$, -3dB 带宽 $(1+A_0)\omega'_{p1} \approx A_0\omega'_{p1}$
- $\beta < 1$, -3dB 带宽 $(1+\beta A_0)\omega''_{p1} \approx \beta A_0\omega''_{p1} \approx A_0\omega'_{p1}$



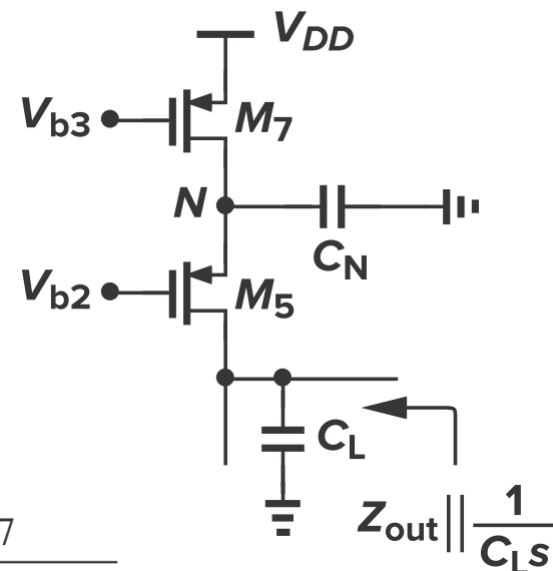
全差动套筒式运放



$$Z_N = r_{O7} || (C_N s)^{-1}$$



$$Z_{out} \approx (1 + g_{m5} r_{O5}) \frac{r_{O7}}{r_{O7} C_N s + 1}$$

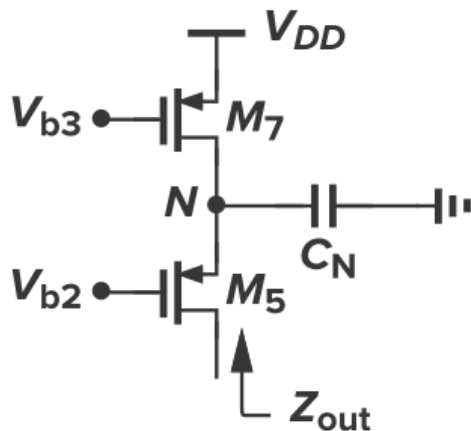
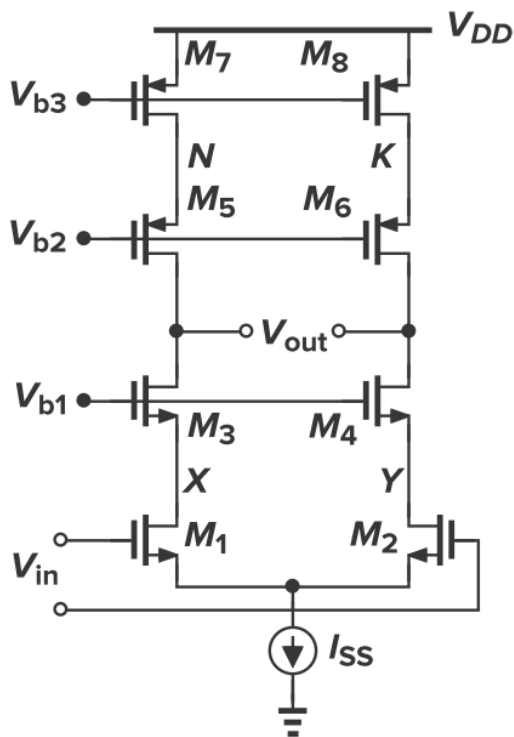


- 无镜像极点，结点X(或Y)点处有一个高频极点
- 结点N(或Y)处有极点吗？

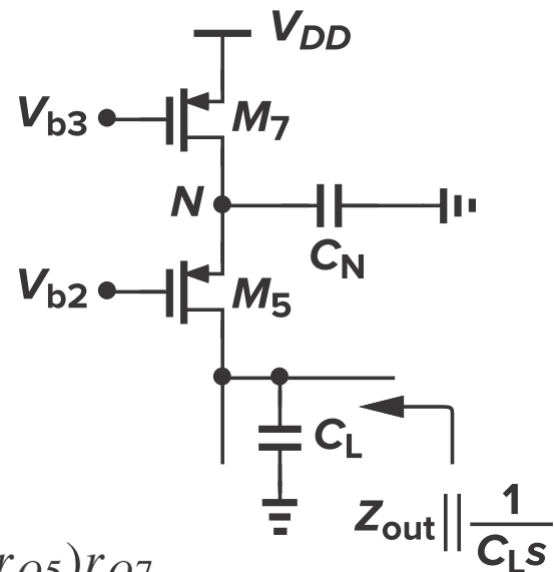
$$Z_{out} || \frac{1}{C_L s} = \frac{(1 + g_{m5} r_{O5}) \frac{r_{O7}}{r_{O7} C_N s + 1} \cdot \frac{1}{C_L s}}{(1 + g_{m5} r_{O5}) \frac{r_{O7}}{r_{O7} C_N s + 1} + \frac{1}{C_L s}} = \frac{(1 + g_{m5} r_{O5}) r_{O7}}{[(1 + g_{m5} r_{O5}) r_{O7} C_L + r_{O7} C_N] s + 1}$$



全差动套筒式运放



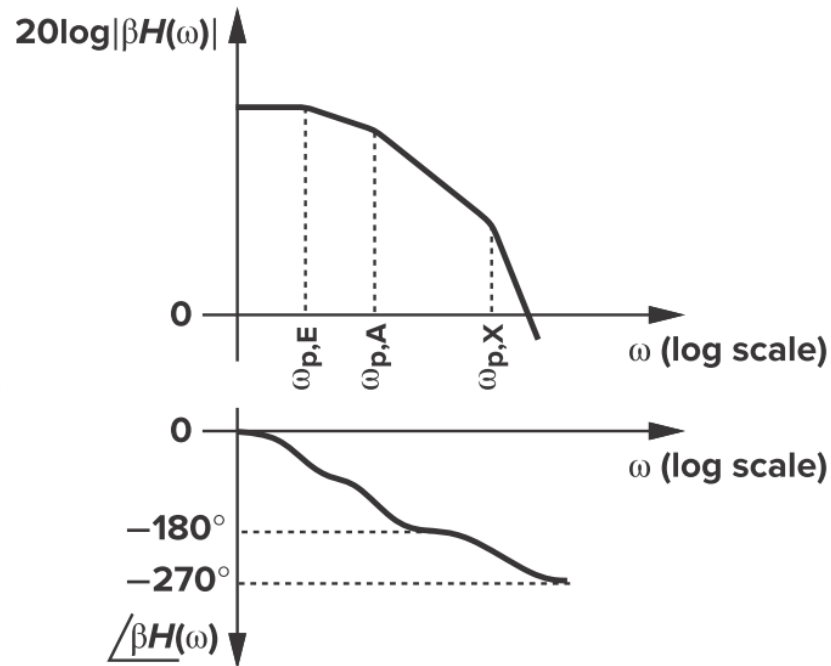
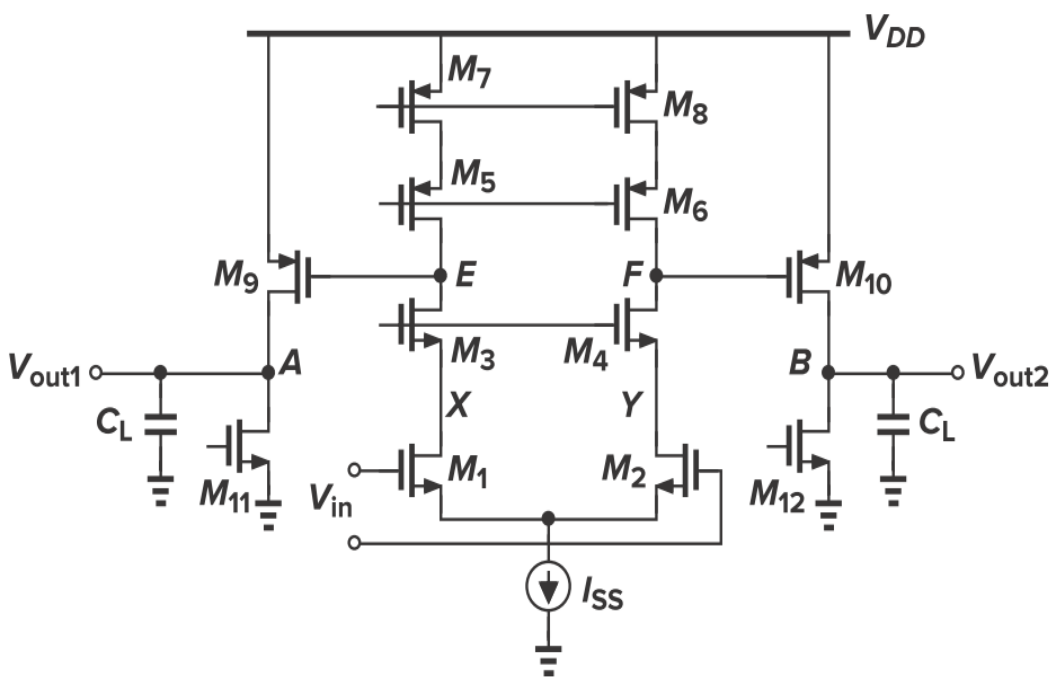
$$Z_{out} \parallel \frac{1}{C_L s} = \frac{(1 + g_{m5} r_{O5}) r_{O7}}{[(1 + g_{m5} r_{O5}) r_{O7} C_L + r_{O7} C_N] s + 1}$$



- Z_{out} 与负载电容的并联仍保持为单极点，总的时间常数等于“输出”时间常数与 $r_{O7} C_N$ 之和
- 结点N(或Y)处的极点是同输出极点合并的，不产生额外的极点
- 全差动运放避免了镜像极点和N处的极点，仅含一个较高频率的非主极点

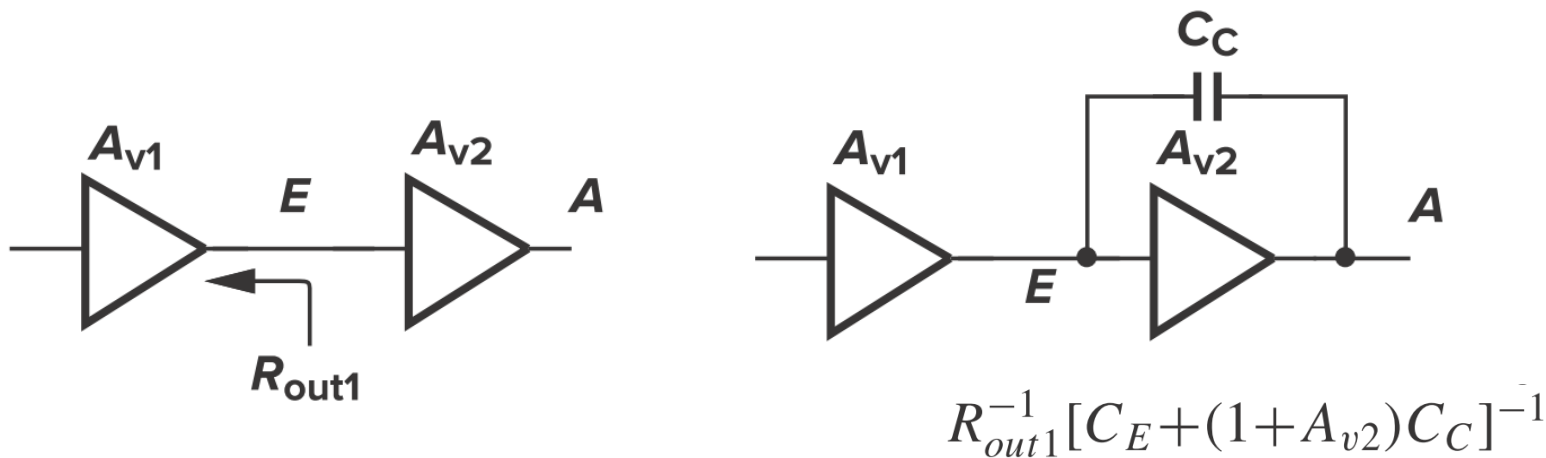


10.5 两级运放的补偿



- 三个极点：结点X、E和A处
- 结点X处的极点处于较高频，E点和A点处都较低频，相对位置取决于具体设计和负载电容
- 主极点必须向原点移动，但补偿后的单位增益带宽不可能超过第二个极点的频率，且需要很大的补偿电容

密勒补偿

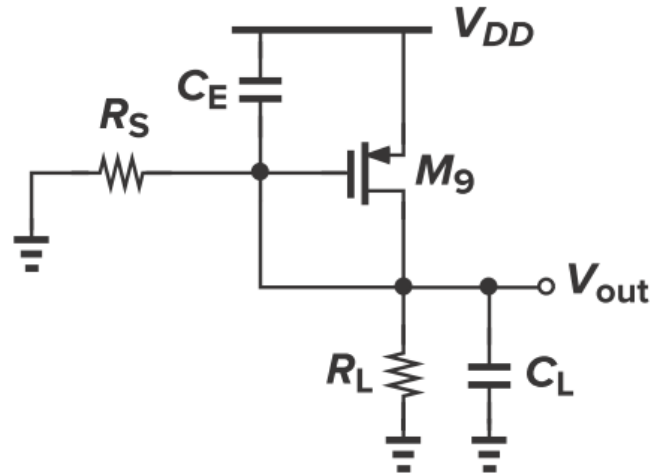
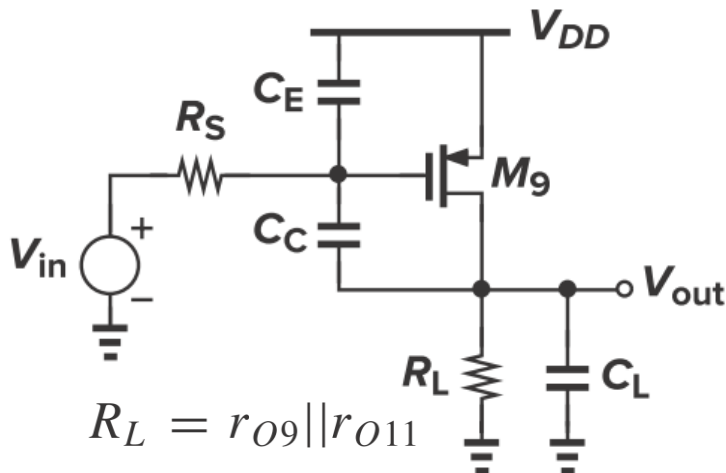


- 目的是要在E点建立一个大电容
- 第一级呈现高输出阻抗，第二级提供了适当的增益，为产生电容的密勒乘积项提供了条件
- 密勒补偿：以一个中等的电容建立了一个低频极点，节省的较大的芯片面积
- 密勒补偿还可以把输出极点向离开原点的方向移动！

极点分裂



密勒补偿的极点分裂效应



- 补偿后的极点位置：

$$\omega'_{p1} \approx \frac{1}{R_S[(1 + g_{m9}R_L)(C_C + C_{GD9}) + C_E] + R_L(C_C + C_{GD9} + C_L)}$$
$$\omega'_{p2} \approx \frac{R_S[(1 + g_{m9}R_L)(C_C + C_{GD9}) + C_E] + R_L(C_C + C_{GD9} + C_L)}{R_S R_L [(C_C + C_{GD9})C_E + (C_C + C_{GD9})C_L + C_E C_L]}$$

- 输出极点补偿前后位置对比

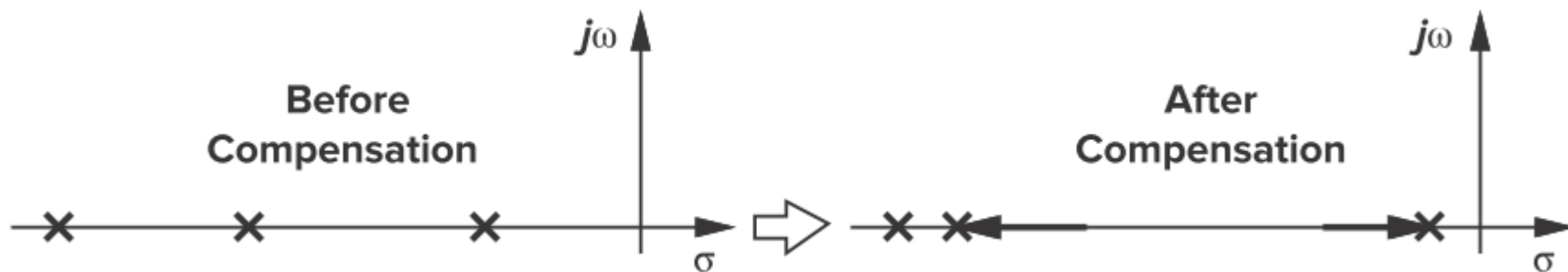
$$\omega_{p2} \approx 1/(R_L C_L) \Rightarrow \omega'_{p2} \approx g_{m9}/(C_E + C_L)$$

- 密勒补偿把输出极点的数值增加到近似原值的 $g_{m9}R_L$ 倍

直观理解？



密勒补偿的极点分裂效应

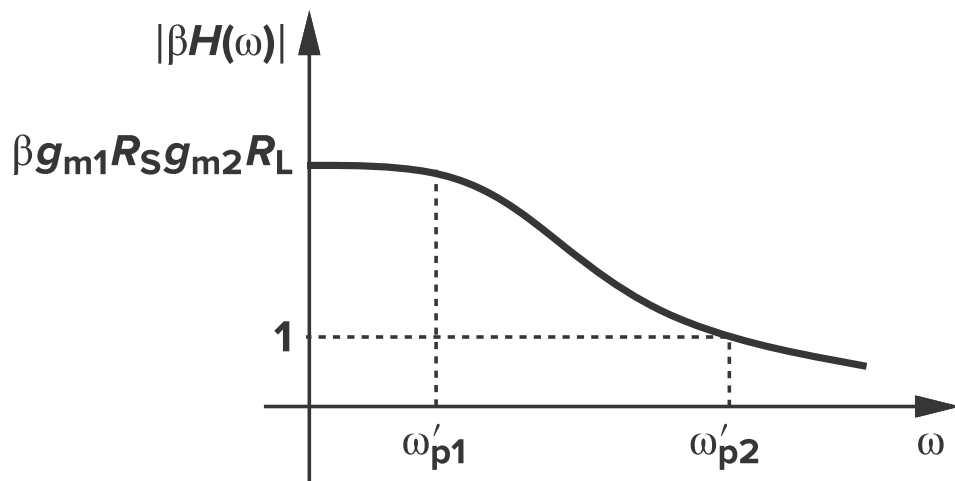


- 密勒补偿使第一级的输出极点向原点移动，第二级的输出极点向离开原点的方向移动
- 与直接在级间结点与地之间连接一个补偿电容相比，密勒补偿提供大得多的带宽
- 实际设计中，补偿电容器的选择需要多次迭代，以获得适当的相位裕度



例10.6 估算密勒补偿电容的值

- 采用密勒补偿达到45°的相位裕度，估算补偿电容值



$$\omega'_{p1} = (g_{m9} R_L C_C R_S)^{-1}$$

$$\omega'_{p2} = g_{m9} / C_L$$

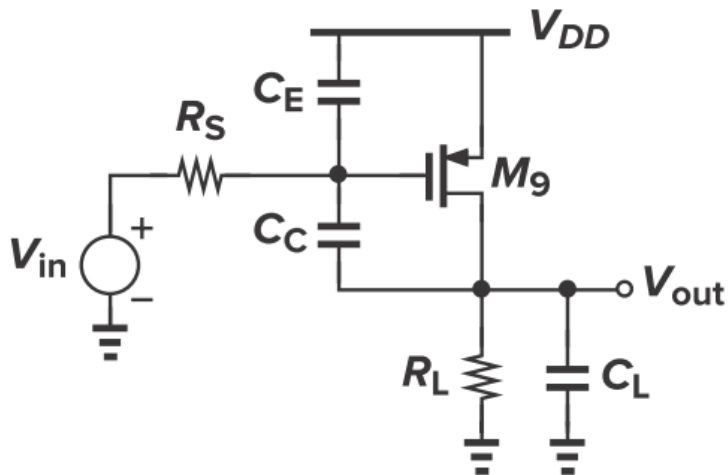
- 环路增益在 ω'_{p2} 处下降为1

$$|\beta H(\omega)| \approx \frac{\beta g_{m1} R_S g_{m9} R_L}{\sqrt{1 + \omega^2 / \omega'^2_{p1}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\beta g_{m1} R_S g_{m9} R_L}{\omega'_{p2} / \omega'_{p1}} = 1 \quad \Rightarrow \quad C_C = \frac{g_{m1}}{g_{m9}} C_L$$

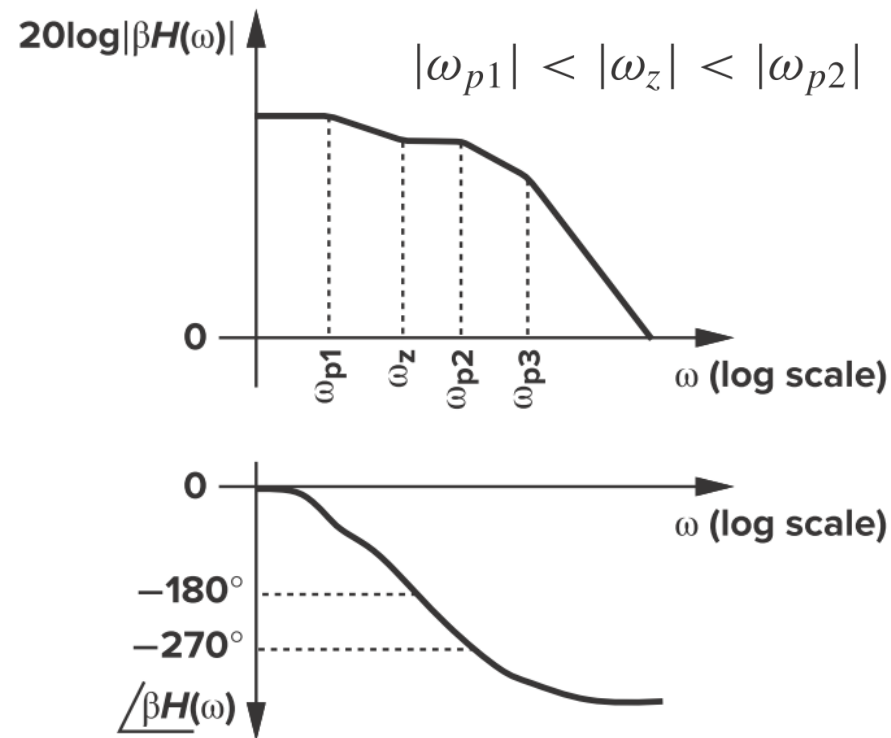
$\beta = 1$



考虑右半平面零点



$$\omega_z = g_{m9} / (C_C + C_{GD9})$$



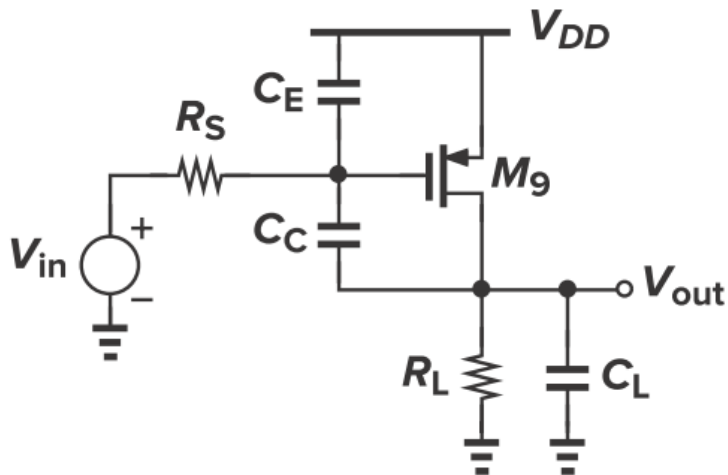
- 右半平面的零点

- 贡献了更大的相移，使相位交点向原点移动
- 减缓了幅值的下降，是增益交点外推，远离原点

右半平面的零点严重恶化了稳定性



例10.7 是否可以用零点补偿极点？



$$\omega_{p2} \approx g_{m9}/C_L$$

$$\omega_z \approx g_{m9}/C_C$$

$$C_C = C_L ?$$

$$\beta H(s) = \frac{\beta A_0 (1 - \frac{s}{\omega_z})}{(1 + \frac{s}{\omega_{p1}})(1 + \frac{s}{\omega_{p2}})}$$

- 右半平面的零点无法抵消极点



消除右半平面零点的方法

- 增加一个和 C_C 串联的电阻，零点的频率变为

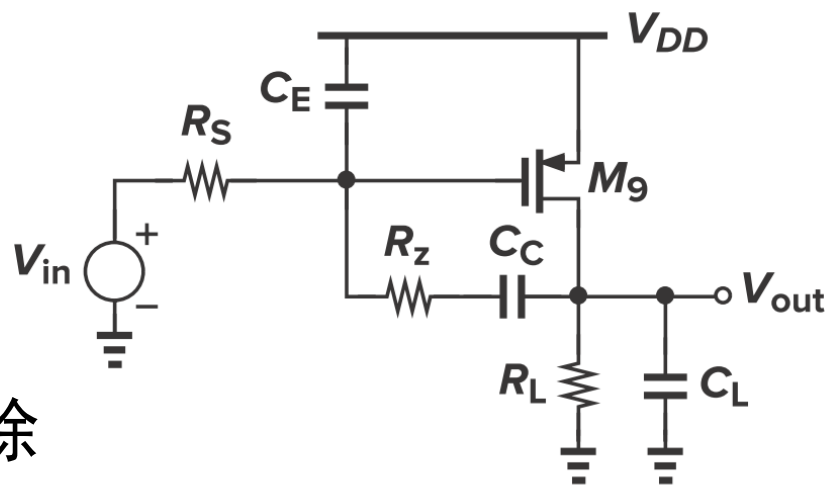
$$\omega_z \approx \frac{1}{C_C (g_{m9}^{-1} - R_z)}$$

- 将零点移到左半平面，以消除第一个非主极点

$$\frac{1}{C_C (g_{m9}^{-1} - R_z)} = \frac{-g_{m9}}{C_L + C_E} \Rightarrow R_z = \frac{C_L + C_E + C_C}{g_{m9} C_C} \approx \frac{C_L + C_C}{g_{m9} C_C}$$

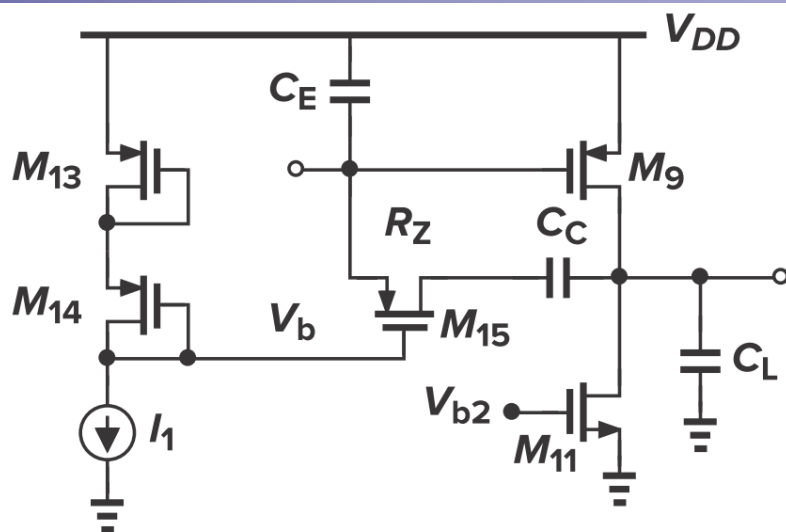
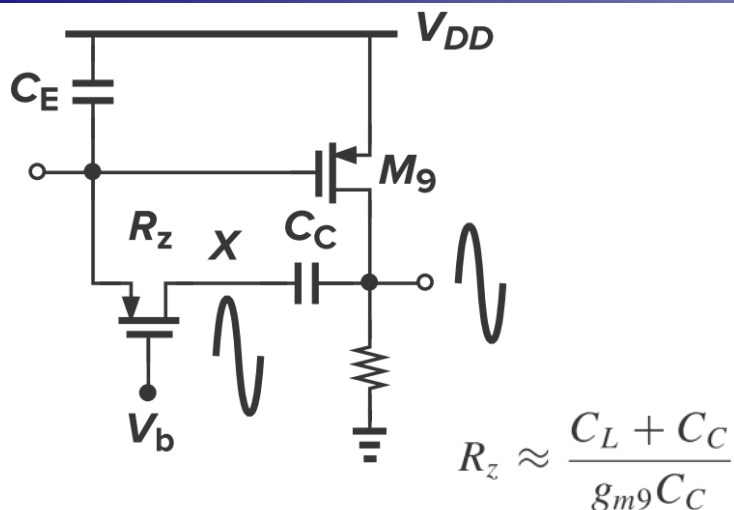
- 存在的困难

- 很难保证关系式成立，尤其是 C_L 未知或者变化的情况。零极点失配会造成“零极点对问题”
- R_z 的具体实现





R_Z 的实现



- R_Z 由工作在线性区的MOS管实现
 - 输出电压变化通过 C_C 耦合到X, R_Z 会发生显著变化

$$V_{GS13} = V_{GS9} \Rightarrow V_{GS15} = V_{GS14}$$

$$g_{m14} = \mu_p C_{ox} (W/L)_{14} (V_{GS14} - V_{TH14})$$

$$\Rightarrow R_{on15} = g_{m14}^{-1} (W/L)_{14} / (W/L)_{15}$$

$$R_{on15} = [\mu_p C_{ox} (W/L)_{15} (V_{GS15} - V_{TH15})]^{-1}$$

$$g_{m14}^{-1} \frac{(W/L)_{14}}{(W/L)_{15}} = g_{m9}^{-1} \left(1 + \frac{C_L}{C_C} \right) \Rightarrow (W/L)_{15} = \sqrt{(W/L)_{14} (W/L)_9} \sqrt{\frac{I_{D9}}{I_{D14}}} \frac{C_C}{C_C + C_L}$$



- $$R_z \approx \frac{C_L + C_C}{g_{m9} C_C}$$

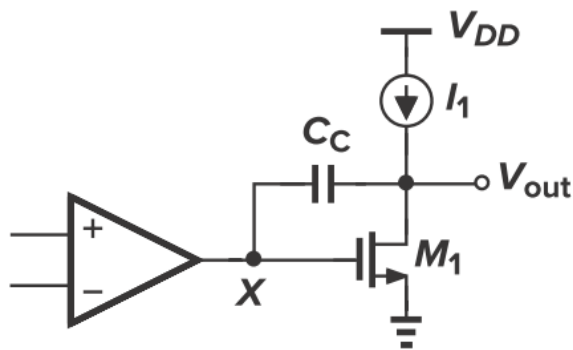


$$g_{m9} \propto \sqrt{I_{D9}} \propto \sqrt{I_{D11}} \propto R_S^{-1}$$

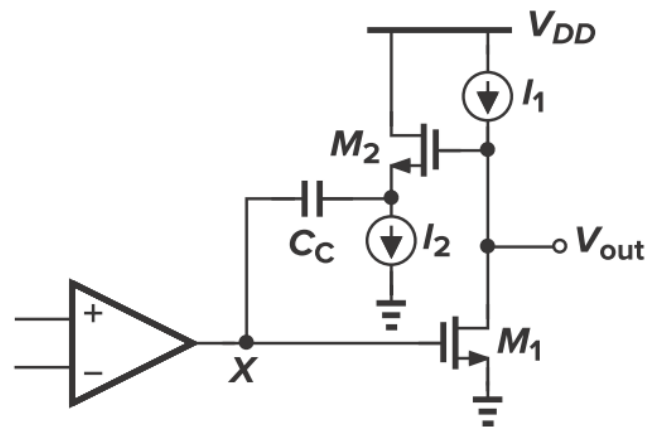
- 29**



10.7 其他补偿技术



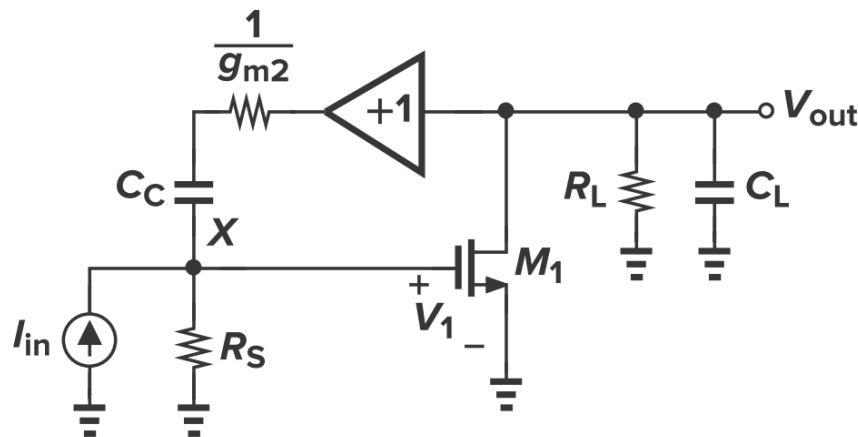
右半平面
零点产生
的原因？



$$-g_{m1}V_1 = V_{out}(R_L^{-1} + C_L s)$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{-V_{out}}{g_{m1}R_L}(1 + R_L C_L s)$$

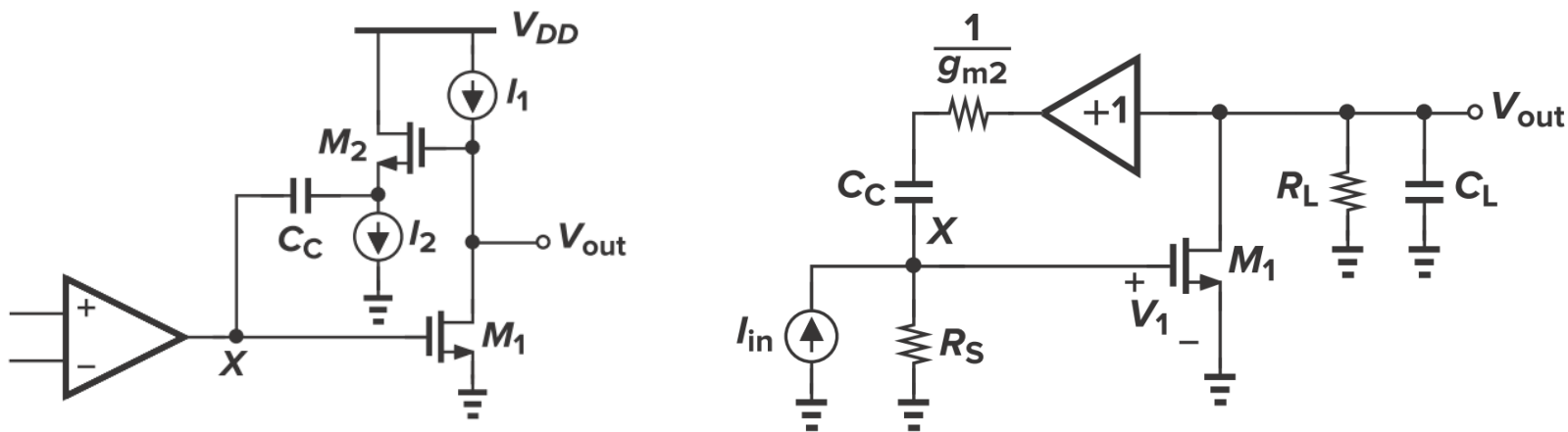
$$\frac{V_{out} - V_1}{\frac{1}{g_{m2}} + \frac{1}{C_C s}} + I_{in} = \frac{V_1}{R_S}$$



$$\Rightarrow \frac{V_{out}}{I_{in}} = \frac{-g_{m1}R_L R_S(g_{m2} + C_C s)}{R_L C_L C_C(1 + g_{m2}R_S)s^2 + [(1 + g_{m1}g_{m2}R_L R_S)C_C + g_{m2}R_L C_L]s + g_{m2}}$$



源跟随器消除右半平面零点



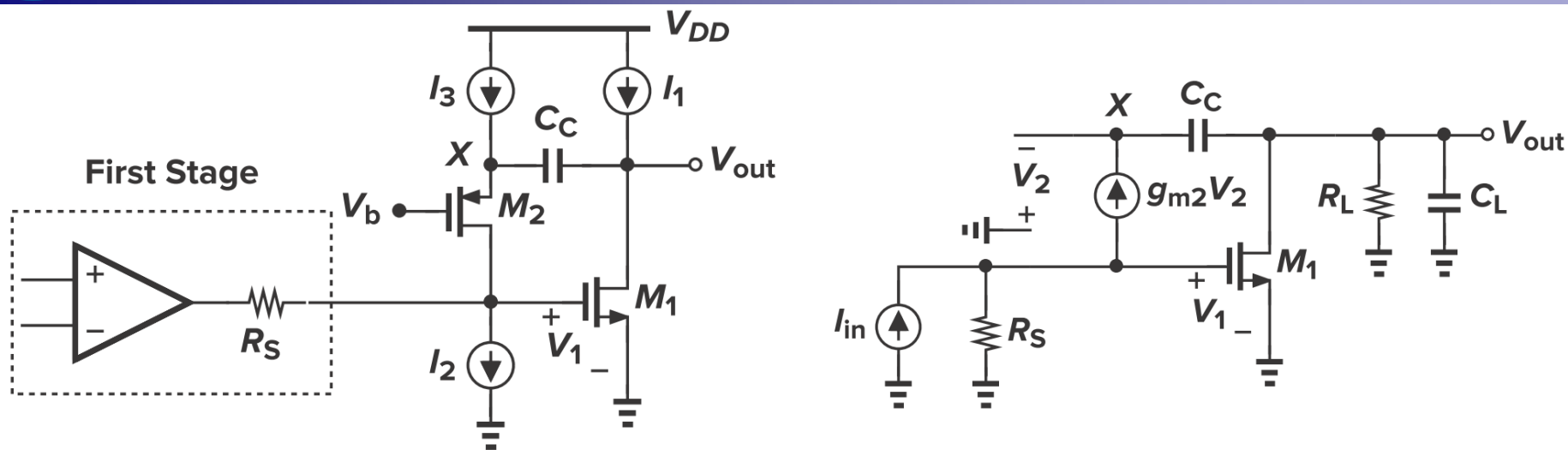
$$\frac{V_{out}}{I_{in}} = \frac{-g_{m1}R_L R_S (g_{m2} + C_C s)}{R_L C_L C_C (1 + g_{m2} R_S) s^2 + [(1 + g_{m1} g_{m2} R_L R_S) C_C + g_{m2} R_L C_L] s + g_{m2}}$$

$$\begin{aligned} \omega_{p1} &\approx \frac{g_{m2}}{g_{m1} g_{m2} R_L R_S C_C} \\ &\approx \frac{1}{g_{m1} R_L R_S C_C} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \omega_{p2} &\approx \frac{g_{m1} g_{m2} R_L R_S C_C}{R_L C_L C_C g_{m2} R_S} \\ &\approx \frac{g_{m1}}{C_L} \end{aligned} \quad \omega_z = -\frac{g_{m2}}{C_C}$$

- 源跟随器把输出电压限制在 $V_{GS2} + V_{I2}$
- 用 C_C 将反馈级的直流电平与输出直流电平隔开？



共栅级补偿方法



- C_C 和 M_2 将 V_{out} 电压摆幅转换成电流，送回到 M_1 的栅极
- V_1 变化 ΔV ，则 V_{out} 变化 $A_V \Delta V$ ，通过电容的电流则约为 $sC_C A_V \Delta V$ ，提供的电容倍增系数为 A_V

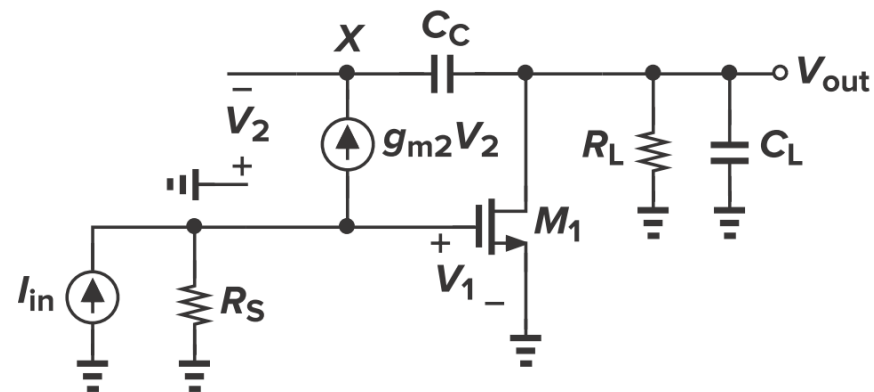
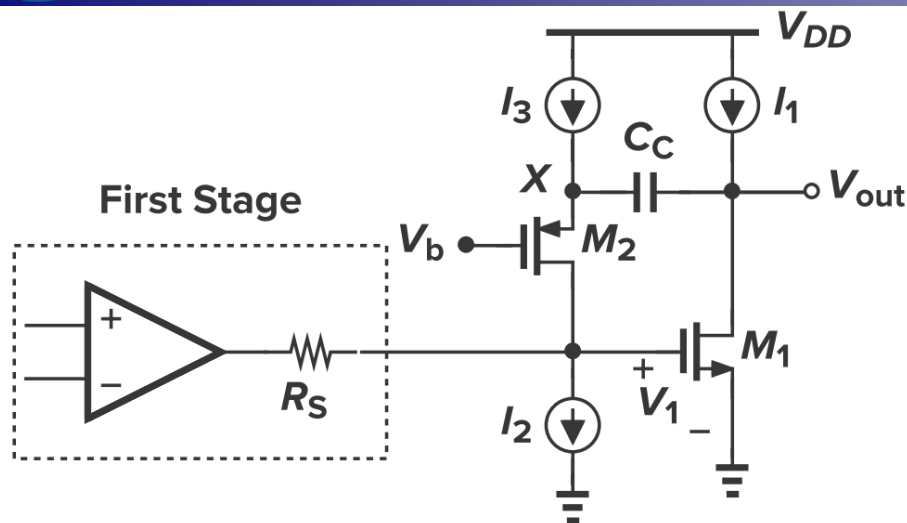
$$V_{out} + \frac{g_{m2} V_2}{C_C s} = -V_2 \quad \Rightarrow \quad V_2 = -V_{out} \frac{C_C s}{C_C s + g_{m2}}$$

$$g_{m1} V_1 + V_{out} \left(\frac{1}{R_L} + C_L s \right) = g_{m2} V_2 \quad I_{in} = V_1 / R_S + g_{m2} V_2$$

$$\Rightarrow \frac{V_{out}}{I_{in}} = \frac{-g_{m1} R_S R_L (g_{m2} + C_C s)}{R_L C_L C_C s^2 + [(1 + g_{m1} R_S) g_{m2} R_L C_C + C_C + g_{m2} R_L C_L] s + g_{m2}}$$



共栅级补偿方法



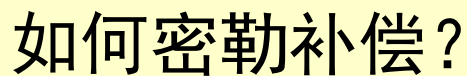
$$\frac{V_{out}}{I_{in}} = \frac{-g_{m1}R_S R_L (g_{m2} + C_C s)}{R_L C_L C_C s^2 + [(1 + g_{m1}R_S)g_{m2}R_L C_C + C_C + g_{m2}R_L C_L]s + g_{m2}}$$

$$\omega_{p1} \approx \frac{1}{g_{m1}R_L R_S C_C}$$

$$\omega_{p2} \approx \frac{g_{m2}R_S g_{m1}}{C_L}$$

$$\omega_z = -\frac{g_{m2}}{C_C}$$

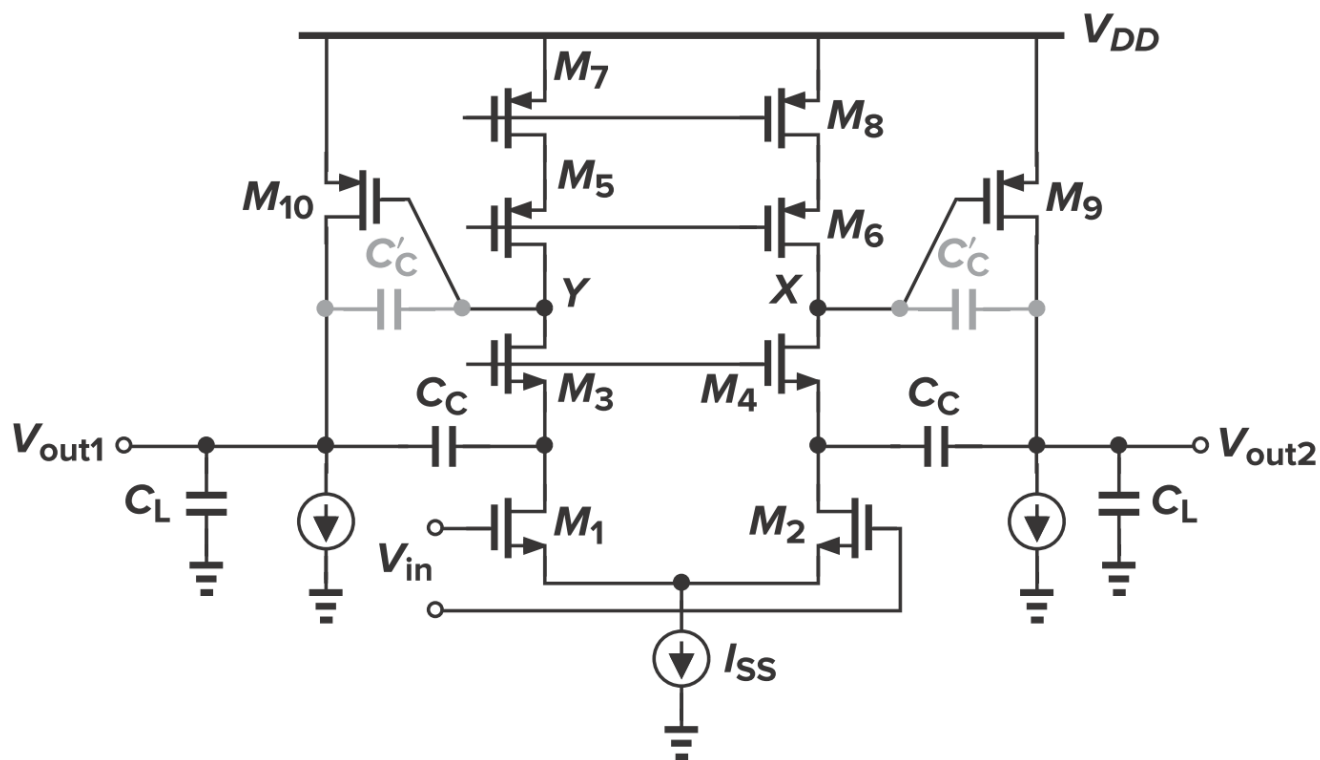
- 第二个极点的数值提高 $g_{m2}R_S$ 倍



- 34



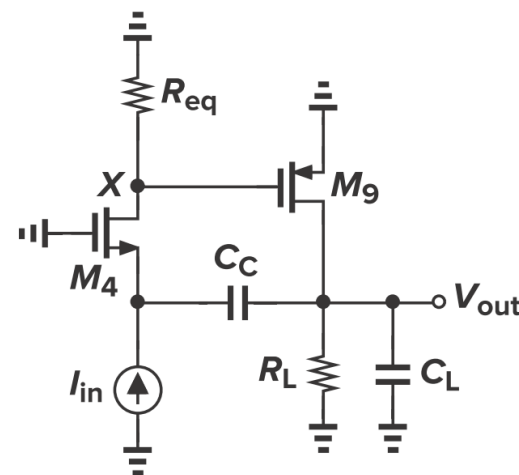
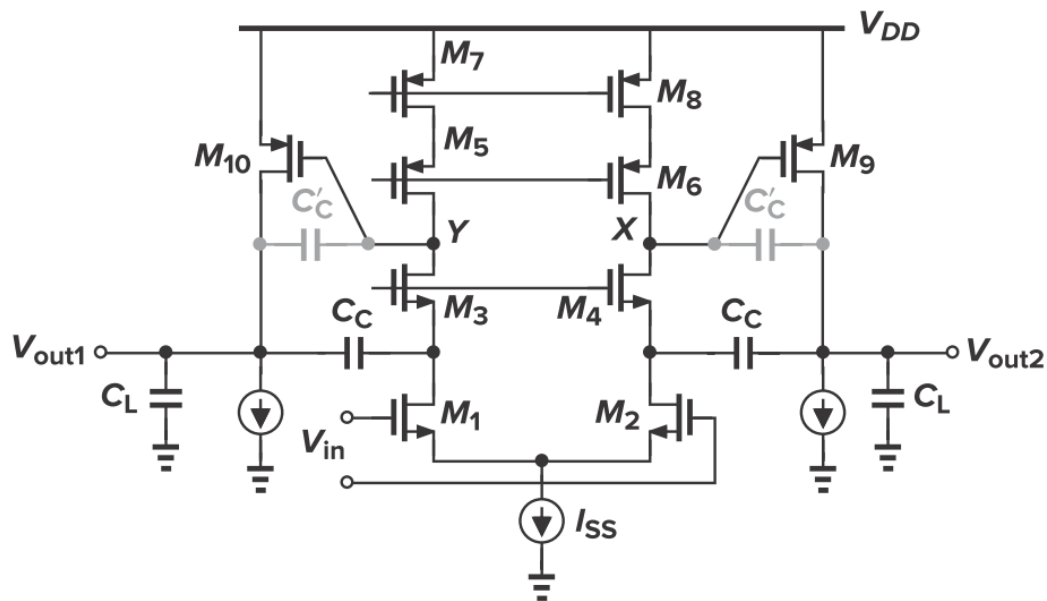
共源共栅密勒补偿



- 不需要额外的偏置电路

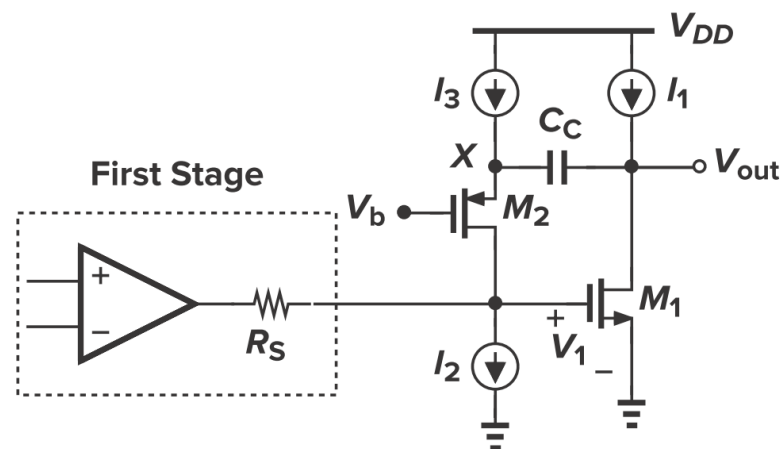


共源共栅密勒补偿



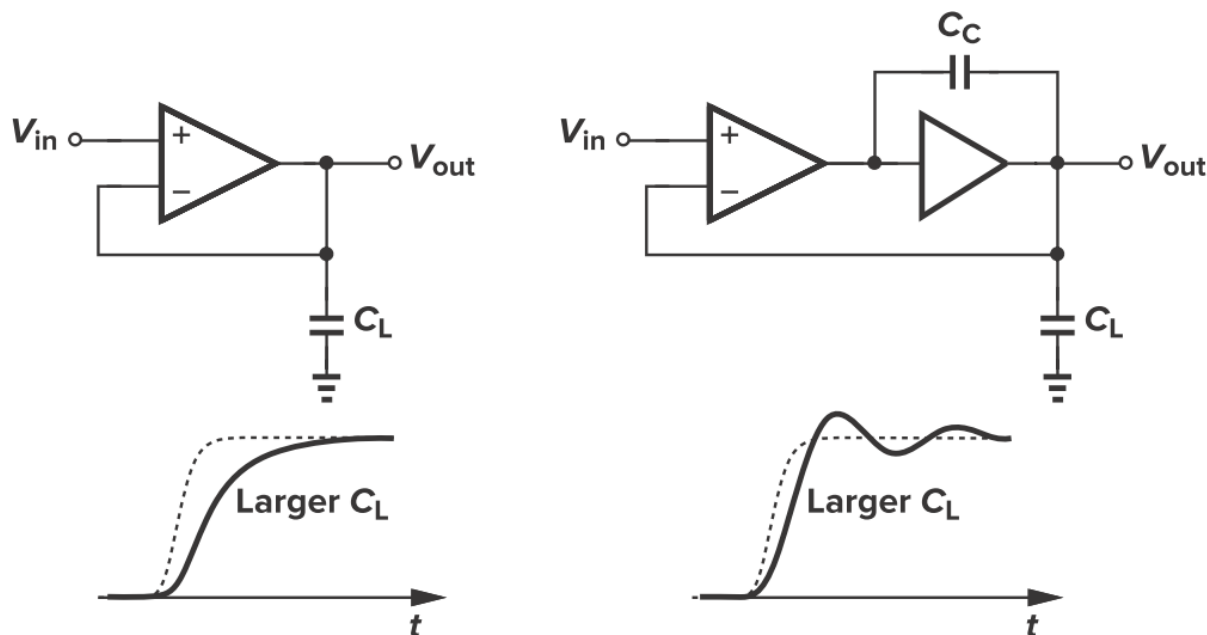
- 零点 $(g_{m4}R_{eq})(g_{m9}/C_C)$
- 主极点 $(R_{eq}g_{m9}R_L C_C)^{-1}$
- 次主极点 $g_{m4}g_{m9}R_{eq}/C_L$

零点频率提高很多？





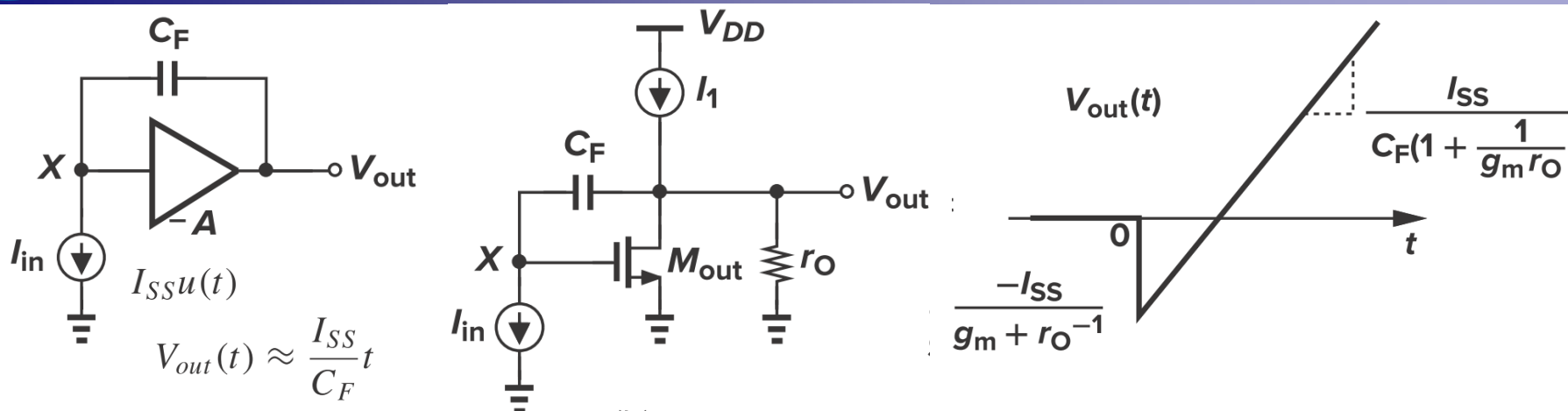
负载对两级运放的影响



- 两级运放的稳定性对负载电容更敏感
 - 单级运放中，较大的负载电容使主极点向原点靠近，可以提高相位裕度
 - 两级运放中，则第二个极点向原点移动，减小了相位裕度

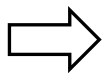


10.6 两级运放中的转换

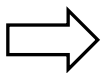


$$V_{out}/r_O + g_m V_X + I_{in} = I_1$$

$$C_F d(V_{out} - V_X)/dt = I_{in}$$



$$C_F \left(1 + \frac{1}{g_m r_O} \right) \frac{dV_{out}}{dt} = I_{in} - \frac{C_F}{g_m} \frac{dI_{in}}{dt}$$



$$V_{out}(t) = \frac{I_{SS}}{C_F(1 + \frac{1}{g_m r_O})} t u(t) - \frac{I_{SS}}{g_m + \frac{1}{r_O}} u(t)$$

- V_{out} 开始跳变到 $-I_{SS}/(g_m + r_O^{-1})$, 然后以 $I_{SS}/[C_F(1 + g_m^{-1}r_O^{-1})]$ 的斜率开始增加

– $t=0^+$ 时, C_F 相当于被短路, 使 I_{in} 流过 $1/g_m \parallel r_O$

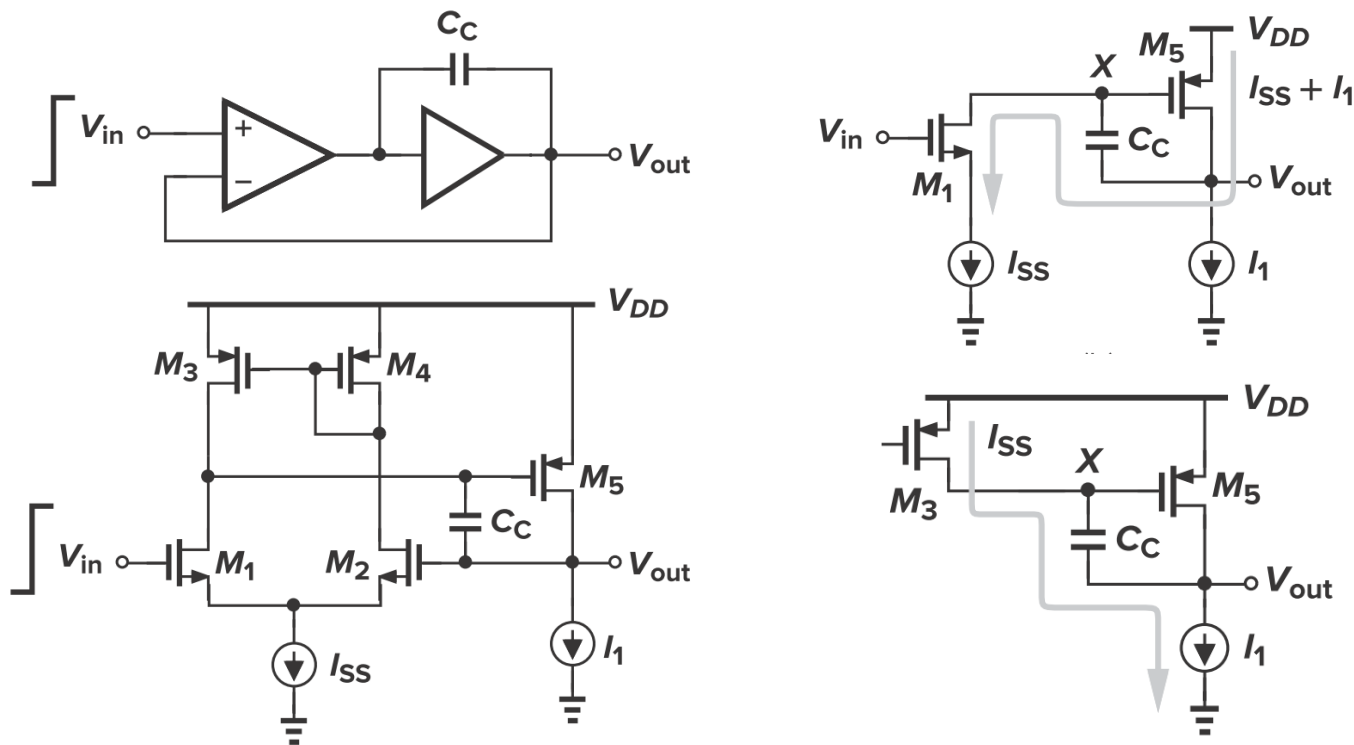
– 上升的斜率显示了 C_F 输出的密勒效应

– I_1 仅作为 M_{out} 的偏置电流

$$V_{out}(t) \approx (I_{SS}/C_F) t u(t)$$



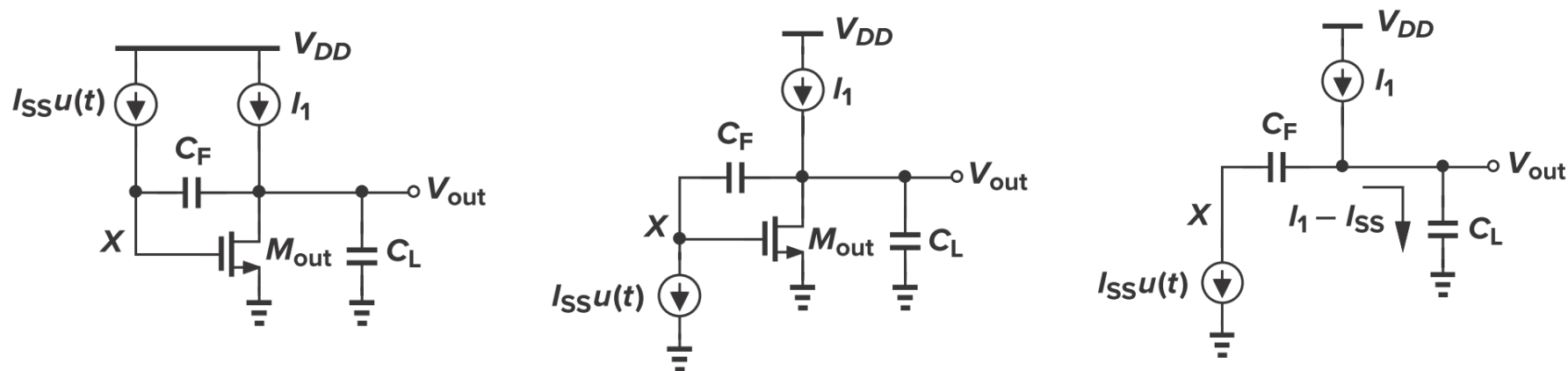
两级运放中的转换



- V_{in} 有一个大的正阶跃， $M_{2,3,4}$ 均关断。则正转换速率为 I_{SS}/C_C ，转换期间 M_5 需要提供 $I_{SS}+I_1$
- 对于负转换速率， I_1 必须支持 I_{SS} 和 I_{D5}



例10.8 驱动大的负载电容的情况



- I_{SS} 流经 C_F ，在电容两端产生一个斜坡电压。因为 V_X 虚地， V_{out} 以 I_{SS}/C_F 的斜率下降，则 C_L 也以同样速度放电。要求 M_{out} 走过三路电流。转换速率为 I_{SS}/C_F
- 如果 $I_1 > I_{SS}(C_L/C_F) + I_{SS}$ ，转换速率为 I_{SS}/C_F
- 如果 $I_1 < I_{SS}(C_L/C_F) + I_{SS}$ ，转换速率为 $(I_1 - I_{SS})/C_F$



本章小结

- 稳定性相关概念
 - “巴克豪森”判据
 - 增益交点、相位交点
 - 相位裕度
- 频率补偿
 - 两种思路
 - 主极点补偿
- 两级运放的补偿
 - 密勒补偿
 - 极点分裂效应
 - 消除右半平面零点的方法
- 两级运放的转换

Thank you

程 林

Email: eecheng@ustc.edu.cn