**实验报告**

PB21511897 李霄奕

**实验名称**

切变模量的测量

**实验目的**

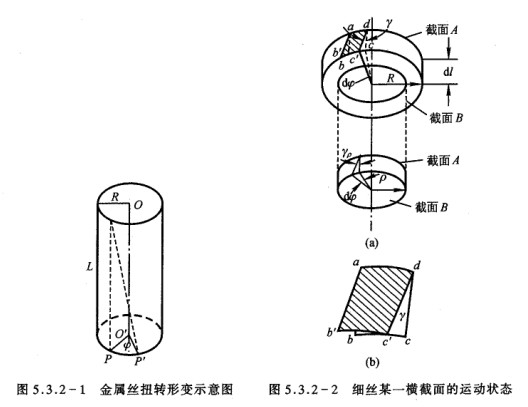
利用扭摆测量金属丝的切变模量

**实验原理**

实验对象是一根上下均匀而细长的钢丝，从几何上说就是一个如图5.3.2-1所示的细长的圆柱体，其半径为R，长度为L。将其上端固定，而使其下端面发生扭转。扭转力矩使圆柱体各截面小体积元均发生切应变。在弹性限度内，切应变γ正比于切应力τ：

（1）

这就是剪切胡克定律，比例系数G即为材料的切变模量。



钢丝下端面绕中心轴线OO’转过φ角（即P点转到了P’的位置）。相应的，钢丝各横截面都发生转动，其单位长度的转角 。分析这细圆柱中长为 的一小段，其上截面为A，下截面为B（如图5.3.2-2所示）。由于发生切变，其侧面上的线ab的下端移至b’，即ab转动了一个角度γ，即切应变

（2）

在钢丝内部半径为ρ的位置，其切应变为

（3）

由剪切胡克定律 可得横截面上距轴线OO’为ρ处的切应力。这个切应力产生的恢复力矩为

截面A、B之间的圆柱体，其上下截面相对切变引起的恢复力矩M为

（4）

因钢丝总长为L，总扭转角 ， 所以

（6）

于是，求切变模量G的问题就转化成求钢丝的扭矩（即其恢复力矩）的问题。为此，在钢丝下端悬挂一圆盘，它可绕中心线自由扭动，成为扭摆。摆扭过的角度φ正比于所受的扭力矩，D为金属丝的扭转模量

（7）

由转动定律，I0为摆的转动惯量，再由式（6）、（7）和（9）可得

（10）

这是一个简谐运动微分方程，其周期

（11）

作为扭摆的圆盘上带有一个夹具，这给测量或计算I0带来困难。为此，可将一个金属环对称地置于圆盘上。设环的质量为m，内外半径分别为r内和r外，转动惯量为，这时扭摆的周期

（12）

由式（11）、（12）可得

（13）

G即为所求的切变模量

**实验仪器**

扭摆、铁丝、圆盘、圆环、秒表、螺旋测微器、游标卡尺、米尺

**实验步骤**

1.装置扭摆，使钢丝与作为扭摆的圆盘面垂直，圆环应能方便地置于圆盘上。

2.用螺旋测微器测钢丝直径，等精度测量9次，用游标卡尺测环的内外径，等精度测量1次，用米尺测钢丝的有效长度，等精度测量1次。记录数据。

3.分别测量扭摆在放上金属环前后的周期，测量时测量50个周期，测量3次，以减小实验误差。记录数据。

4.计算钢丝的切变模量G和扭转模量D，分析误差。

**实验数据**

1.钢丝长L：精度0.1cm，测量1次。

L=44.20cm

2.铁圈质量m：精度0.1g，测量1次。

m=564.5g

3.铁环内径r内：精度0.02mm，测量1次。

r内=8.348cm

4.铁环外径r外：精度0.02mm，测量1次。

r外=10.390cm

5.钢丝半径R：精度0.01mm，测量9次，分上中下三段。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| R(mm) | 0.767 | 0.764 | 0.759 | 0.759 | 0.759 | 0.757 | 0.763 | 0.761 | 0.764 |

6.圆盘的转动周期T0：精度0.2s，测量3次，每次测n=50周期。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n=50 | 1 | 2 | 3 |
| n\*T0(s) | 112.99 | 113.01 | 112.88 |
| T0(s) | 2.26 | 2.26 | 2.26 |

7.圆盘和圆环的转动周期T1：精度0.2s，测量3次，每次测n=50周期。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n=50 | 1 | 2 | 3 |
| n\*T1(s) | 188.74 | 188.92 | 189.00 |
| T1(s) | 3.77 | 3.78 | 3.78 |

**数据处理**

由切变模量公式：可得**相对误差公式**为：

其中n1、n0为一次测量周期的个数，r1、r2分别为r内、r外。

由各个测量仪器的精度和测量数值可得上述各个参数，若令n1=n0，带入实验数据可以明显看出，项最大，为主要误差，因此，为了降低实验误差，需要多次多周期测量扭转周期，使得周期项成为次要误差，即不多于主要误差的1/3。通过计算可得：

n= n1=n0=15

即**单次测量15个周期便可使得时间测量成为次要误差**。而本次实验不仅测量周期n=50多于最少周期，而且测量三次。综上，本次实验的时间误差足以成为次要误差，是合理的。

**下面计算切变模量G和扭转模量D的数值及其不确定度：**

由上述实验数据可得：

L=44.20cm

m=564.5g

r内=8.348cm

r外=10.390cm

R=0.761mm

T0=2.26s

T1=3.78s

可得：

不确定度有：

UL=3.33\*10^-4m

Um=3.33\*10^-5kg

Ur内=Ur外=1.15\*10^-5m

UT1= UT0=1.33\*10^-3s

UR=1.08\*10^-6m

由以及可得：

UG=1.06\*10^8N/m^2

UD=2.78\*10^-6kg\*m^2/s^2

综上有：

**思考题**

1.本实验是否满足γ<<1的条件？

因为，并且R/L=1.72\*10^-3<<1，注意到转动角度一般不大于一圈，不影响数量级，因此满足γ<<1的条件

2.为提高测量精度，本实验在设计上作了哪些安排？在具体测量时又要注意什么问题？

安排：

1. 对于不同的长度和精度要求选择不同的仪器进行测量，尽量分摊误差
2. 对于误差贡献最大的铁丝直径R，进行多次测量，从而降低误差
3. 利用增加较为容易计算转动惯量的圆环代替直接测量圆盘以及夹具的转动惯量，提高了实验精度

注意的问题：

1. 转动时要求圆盘水平
2. 圆环的中心应当与圆盘的中心重和，否则根据平行轴定理，圆环的转动惯量偏大