# УДК 51

Проект УДК 51 — это электронная репрезентация моей библиотеки. Номер 51 соответствует математике по международной номенклатуре Универсальной Десятичной Классификации (УДК). Хотя в библиотеке есть немного физики (53) и программирования (004), львиная доля книг посвящена математике (51), отсюда и название. УДК ассоциированный с многими из изданных книг утратил актуальность, поэтому УДК в названии проекта означает, что все книги получили мой УДК согласно актуальной международной номенклатуры.

# Структура библиотеки

Библиотека состоит из четырех полок:

- Первая полка: Геометрия (514), Анализ (517), Дифференциальные игры (519.9)
- Вторая полка: Топология (515.1), Алгебра (512), Основания математики (510)
- Третья полка: Алгебраическая топология (515.14), Специальная алгебра (512.6)
- Четвертая полка: Дифференциальная геометрия (514.7)

# Номенклатура УДК 51

#### 51 Математика

# 510 Фундаментальні проблеми математики. Основи математики. Математична логіка

# 510.2 Основи математики

- 510.21 Загальні філософські проблеми
- 510.22 Теорія множин
- 510.23 Формалізм
- 510.24 Інтуїціонізм
- 510.25 Конструктивний підхід
- 510.26 Логічний позитивізм
- 510.27 Логічна семантика

#### 510.5 Теорія алгоритмів та обчислювальних функцій

- 510.51 Загальні питання теорії алгоритмів
- 510.52 Складність алгоритмів
- 510.53 Алгоритмічні проблеми
- 510.54 Алгоритмічна теорія множин
- 510.56 Загальна теорія обчислень
- 510.57 Рекурсивні функції

# 510.6 Математична логіка

- 510.62 Логічні і логіко-предметні мови
- 510.63 Класичні логічні системи
- 510.64 Некласичні формальні логічні системи
- 510.65 Логіко-математичні теорії
- 510.66 Пошук виводу та проблема вирішуваності при обчисленнях
- 510.67 Теорія моделей

#### 510.8 Загальні математичні системи

# 511 Теорія чисел

# 511.1 Арифметика. Елементарна теорія чисел

- 511.12 Цілі та дійсні числа
- 511.12 Множники. Дроби та відношення. Пропорції. Проценти
- 511.14 Корені та їх видобуток. Уявні числа. Комплексні числа
- 511.17 Елементарна теорія чисел

# 511.2 Алгебраїчна теорія чисел

- 511.21 Елементарні властивості та методи
- 511.22 Локальні поля
- 511.23 Поля алгебраїчних чисел
- 511.24 Поля алгебраїчних функції від однієї змінної над полем констант
- 511.26 Спеціальні алгебраїчні числа (включаючи числа Нізо)

# 511.3 Аналітична теорія чисел

511.22 Локальні поля

# 511.4 Діофантові наближення та нерівності. Теорія трансцендентних чисел.

### Геометрія чисел

- 511.41 Ланцюжкові дроби
- 511.42 Діофантові наближення. Загальна теорія
- 511.43 Аналітична теорія діофантових рівнянь
- 511.46 Теорія трансцендентих чисел
- 511.48 Геометрія чисел

# 511.5 Діофантові рівняння. Теорія форм

- 511.52 Алгебраїчні Діофантові рівняння
- 511.53 Неалгебраїчні Діофантові рівняння
- 511.54 Рівняння вищих степенів
- 511.55 Теорія квадратичних (білінійних) форм
- 511.56 Діофантові нерівності
- 511.57 Теорія вищих степеней та систем форм

# 511.7 Метрична теорія чисел. Ймовірнісна теорія чисел

- 511.72 Метрична теорія чисел
- 511.75 Ймовірнісна теорія чисел

#### 511.8 Некомутативна арифметика

- 511.82 Арифметика матриць
- 511.84 Арифметика кватерніонів
- 511.86 Арифметика простих центральних алгебр
- 511.88 Арифметика загальних алгебр та кілець

#### 512 Алгебра

#### 512.1 Елементарна алгебра

# 512.5 Загальна алгебра

- 512.53 Напівгрупи
- 512.54 Теорія груп
- 512.55 Кільця та модулі
- 512.56 Структури
- 512.57 Універсальні та вільні алгебри
- 512.58 Категорії

## 512.6 Спеціальні розділи алгебри

- 512.62 Поля та многочлени
- 512.64 Лінійна по полілінійна алгебри
- 512.66 Гомологічна алгебра

## 514 Геометрія

# 514.1 Загальна геометрія

- 514.1 Загальна геометрія. Геометрія в просторах з фундаментальними групами
- 514.7 Диференціальна геометрія
- 514.74 Алгебраїчні та аналітичні методи в геометрії
- 514.75 Диференціальна геометрія в просторах з фундаментальними групами
- 514.76 Геометрія диференціальних многовидів та їх підмноговидів
- 514.77 Диференціальна геометрія підмноговидів та метричних многовидів

#### 515.1 Топологія

- 515.12 Загальна топологія
- 515.14 Алгебраїчна топологія
- 515.16 Теорія многовидів
- 515.17 Аналітичні простори

#### 517 Аналіз

## 517.1 Вступ до аналізу

- 517.13 Теорія дійсних чисел
- 517.15 Асимптотичні формули
- 517.16 Аналітичні середні нерівності
- 517.17 Основні властивості функцій: неперервність, монотонність
- 517.18 Вивчення окремих функцій

# 517.2 Диференційне числення

- 517.22 Диференціал та похідна
- 517.23 Похідні будь-якого порядку
- 517.26 Формула Тейлора
- 517.27 Дослідження змін функцій
- 517.28 Інші застосування

# 517.3 Інтегральне числення

- 517.31 Невизначений інтеграл
- 517.37 Кратні інтеграли
- 517.38 Прості та кратні інтеграли

#### 517.4 Функціональні визначники. Інтегральні перетворення. Операційне числення

- 517.41 Функціональні визначники
- 517.43 Оператори векторного аналізу
- 517.44 Операційне числення

#### 517.5 Теорія функцій

- 517.51 Функція дійсних змінних
- 517.52 Ряди послідовностей
- 517.53 Функції однієї комплексної змінної
- 517.54 Комфорні відображення. Аналітичних функції та їх узагальнення
- 517.55 Функції багатьох комплексних змінних
- 517.57 Гармонічні функції
- 517.58 Спеціальні та гіперболічні функції

## 517.9 Диференціальні та інтегральні рівняння. Варіаційне числення

- 517.91 Загальна теорія
- 517.93 Динамічні системи
- 517.95 Диференціальні рівняння з частинними похідними
- 517.96 Кінцеві різниці, функціональні та інтегральні рівняння
- 517.97 Варіаційне числення
- 517.98 Функціональний аналіз та теорія операторів

#### 519 Обчислення

# 519.1 Комбінаторний аналіз. Теорія графів

- 519.16 Алгоритмічні проблеми комбінаторного аналізу
- 519.17 Теорія графів

# 519.2 Теорія ймовірностей

- 519.21 Теорія ймовірностей та випадкові процеси
- 519.22 Математична статистика у цілому
- 519.23 Методи статистичного аналізу
- 519.24 Спеціальні статистичні додатки та моделі
- 519.25 Обробка статистичних даних

# 519.6 Обчислювальна математика, чисельний аналіз та програмування

- 519.61 Чисельні методи алгебри
- 519.62 Чисельні методи розв'язку звичайних диференційних рівнянь
- 519.63 Чисельні методи розв'язку рівнянь з частинними похідними
- 519.64 Чисельні методи розв'язку інтегральних рівнянь та квадратурні формули
- 519.65 Наближення та інтерполяція
- 519.68 Програмування та теорія обчислювальних машин

# 519.7 Математична кібернетика

- 519.71 Теорія управляючих систем
- 519.72 Теорія інформації
- 519.73 Математичні питання семіотики

# 519.8 Дослідження операцій

- 519.81 Теорія корисності та прийняття рішень
- 519.83 Теорія ігор
- 519.85 Математичне програмування
- 519.87 Математичні моделі дослідження операцій
- 519.872 Теорія масового обслуговування

#### 519.9 Диференційні ігри

#### Высшая математика

Это — первая из четырех полок моей библиотеки, которая рассчитана на материал первого года обучения в высшем учебном заведении: начальная геометрия, высшая математика, математический анализ, функциональный анализ, теория функций комплексных переменных, дифференциальные игры, математическая физика.

Замечание: УДК классификация носит вспомогательный характер в приложении к библиотекарскому делу и не в коей мере не берется формально классифицировать математику и ее подразделы. В первую полку хотелось собрать ту математику с которой мне довелось познакомиться во время моей учебы в КПИ. К счастью мне посчастливилось учиться по модифицированному курсу Лорана Шварца в КПИ, который читал Александр Клименко на прикладной математике, в то время как остальной КПИ учил матанализ по МГУ-шным учебникам Ильина, Позняка, Тихонова, Свешникова. Помню, что на третьем курсе меня интересовали бесконечномерные функциональные пространства, не подозревая еще что это трамплин в инфинити топосы, и в качестве Бурбаков у меня тогда был шеститомник Смирнова по высшей математике. Шварц, МГУ, Смирнов, Гурса — это справочные пособия и учебники той математики, которая традиционно читается в КПИ на ПМ.

Что касается математики, которая не читается на прикладной математике — то это общая топология, логика, теории языков программирования, теория категорий, основания математики, абстрактная алгебра, алгебраическая топология, дифференциальная геометрия. Это те вещи, которые я бы рекомендовал всем кто хорошо освоился в высшей математике, и хочет выходить из своего кокона в мир алгебраической топологии (третьего года обучения) и дифференциальной геометрии (четвертого года обучения). Тут на втором этапе в качестве основного справочного пособия я бы выделил "Элементы Математики" Николя Бурбаки (коллективный псевдоним сообщества французских математиков).

#### Геометрия 514

Математику нужно начинать преподавать с геометрии. Классически считается, что когда развито воображение и абстракция, то ученик — способный. Все геометры были логиками и создавали свои аксиоматики для рассуждений о геометрии, придумывали логики первых и высших порядков. Геометрия хорошо заходит сначала, начните изучение математики с нее. Это как скрипка среди инструментов — топчик, всегда актуальная. Жалко, что у меня мало книг по Геометрии осталось.

Основания Геометрии. Д.Гильберт. 1948. УДК 514.11 Элементы общей теории относительности. А.Зельманов, А.Агаков. 1989. УДК 514.822 Геометрические исследования по теории параллельных линий. Н.Лобачевский. 1945. УДК 514.13

#### Анализ 517

В область математического анализ попадают следующие математические объекты: теория множеств, теория бесконечно-малых, теория интегрирования и дифференцирования на многообразиях. Функциональный анализ, теория аналитических функций, теория уравнений с частными производными, математическая физика. Это то чему нас учили на первых трех курсах КПИ и то по чему сдается экзамен на PhD.

Тут заявлена полная коллекция матанализов которая читалась в совке в высших учебных заведения типа МГУ, т.е. кроме всяких ПТУ-шных Фихтенгольцов. Из матанализов я бы оставил только Гурса, Смирнова, Шварца и Дороговцева, а остальное всё выбросил. ТФКП идет отдельной секцией, как и разные монографии по функциональному анализу.

Курс математического анализа. Том 1. Часть 1. Э.Гурса. 1933. УДК 517

Курс математического анализа. Том 1. Часть 2. Э.Гурса. 1933. УДК 517

Курс математического анализа. Том 2. Часть 1. Э.Гурса. 1933. УДК 517

Курс математического анализа. Том 2. Часть 2. Э.Гурса. 1933. УДК 517

Курс математического анализа. Том 3. Часть 1. Э.Гурса. 1933. УДК 517

Курс математического анализа. Том 3. Часть 2. Э.Гурса. 1933. УДК 517

Курс высшей математики. Том 1. В.Смирнов. 1958. УДК 517

Курс высшей математики. Том 2. В.Смирнов. 1958. УДК 517

Курс высшей математики. Том 3. Часть 1. В.Смирнов. 1958. УДК 517

Курс высшей математики. Том 3. Часть 2. В.Смирнов. 1958. УДК 517

Курс высшей математики. Том 4. В.Смирнов. 1958. УДК 517

Курс высшей математики. Том 5. В.Смирнов. 1958. УДК 517

Анализ. Том 1. Л.Шварц. 1972. УДК 517.43 + 519.55

Анализ. Том 2. Л.Шварц. 1972. УДК 517.43 + 519.55

Абстрактный гармонический анализ. Том 1. Э.Хьюитт, К.Росс. 1975. УДК 517

**Абстрактный гармонический анализ. Том 2.** Э.Хьюитт, К.Росс. 1975. УДК 517 + 513.83 Выпуск 7. Дифференциальные уравнения.

А.Тихонов, А.Васильева, А.Свешников. 1980. УДК 517.9

Выпуск 4. Теория функций комплексной переменной.

А.Свешников, А.Тихонов. 1967. УДК 517.53

Выпуск 3. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление.

Л.Эльсгольц. УДК 517.9 + 519.3

Выпуск 2. Кратные интегралы и ряды. А.Будак, С.Фомин. 1967. УДК 517.3 + 517.52

Выпуск 4. Аналитическая геометория. В.Ильин, Э.Позняк. 1999. УДК 514.12

Линейная алгебра. В.Ильин, Э.Позняк. 1999. УДК 512.8

Основы математического анализа. Часть 1. В.Ильин, Э.Позняк. 1999. УДК 517

Основы математического анализа. Часть 2. В.Ильин, Э.Позняк. 1999. УДК 517

Математический анализ. Часть 1. В.Зорич. 1997. УДК 517

Математический Анализ. Справочное пособие. А.Дороговцев. 1985. УДК 517

Математический Анализ. Сборник задач. А.Дороговцев. 1987. УДК 517

Курс математического анализа. Часть 1. С.Никольский. 1983. УДК 517

Курс математического анализа. Часть 2. С.Никольский. 1983. УДК 517

Математический анализ. Часть 1. Л.Кудрявцев. 1970. УДК 517

Математический анализ. Часть 2. Л.Кудрявцев. 1970. УДК 517

Вариационное исчисление. Л.Эльсгольц. 1958. УДК 517.97

Введение в функциональный анализ. Б.Вулих. 1967. УДК 517

Конкретные проблемы функционального анализа. П.Леви. 1967. УДК 517.2 + 519.55

Гильбертово пространство в задачах. П.Халмош. 1970. УДК 517.948 + 513.88

Операторы обобщенного сдвига и некоторые их применения.

Б.Левитан. 1962. УДК 517.98

Особенности дифференциируемых отображений.

В.Арнольд, А.Варченко, С.Гуссейн-Заде. 1982. УДК 517

Линейные дифференциальные уравнения и функциональные пространства.

Х.Массера, Х.Шеффер. 1970. УДК 517.9 + 517.43

Теория уравнений с частными производными. С.Мизохата. 1977. УДК 517.9

Субгармонические функции. У.Хейман, П.Кеннеди. 1980. УДК 517.1

Банаховы пространства аналитических функций. К.Гофман. 1973. УДК 517

Функции многих комплексных переменных. М.Эрве. 1965. УДК 517.55

Лекции о топологических принципах теории аналитических функций.

С.Стоилов. 1964. УДК 517.2 + 517.535.2

Аналитическое продолжение. Л.Бибербах. 1967. УДК 517.2 + 517.535.3

Аналитические функции. М.Евграфов. 1991. УДК 517.54

Аналитические функции многих комплексных перменных.

Р.Ганнинг, Х.Росси. 1969. УДК 517.55

Методы теории функций комплексного переменного.

М.Лаврентьев, Б.Шабат. 1991. УДК 517.53

Лекции по теории функций комплексного переменного.

Ю.Сидоров, М.Федорюк, М.Шабунин. 1989. УДК 517.53

Сборник задач по теории аналитических функций. М.Евграфов. 1972. УДК 517.53

## Дифференциальные игры 519.9

Дифференциальные игры. Р.Айзекс. 1967. УДК 519.9 Позиционные дифференциальные игры. Н.Красовский, А.Субботин. 1974. УДК 519.95 Некоторые вопросы теории игр двух лиц.

Т.Партхасаратхи, Т.Рагхаван. 1974. УДК 518.9 + 519.9

#### Физика 53

Физика в институтском курсе всплыла исключительно как связь с математическим аппаратом дифференциальных уравнений с частными производными. Дальше это цепануло Ландау с Лившицем и остановиться уже нельзя, понимаешь, что вся самая глубокая математика так или иначе связана с реальностью. Живем мы в группах Ли и Е8 благодаря инвариантам Хопфа, мыслим в декартово замкнутых категориях, процессы развиваются в симметрических моноидальных категориях. Инфинити группоиды и инфинити категории как близнецы братья теориям струн, поэтому современная физика и математика соединилась в геометрической модальной гомотопической теории типов. Но по этим книжкам, что тут — это, конечно же, нихуя не понятно :-) придется заглянуть на вторую полку.

**Математические методы классической механики.** В.Арнольд. 1974. УДК 531 **Введение в единую теорию элементарных частиц.** В.Гейзенберг. 1968. УДК 539.12 **Синергетика.** Г.Хакен. 1980. УДК 536.75

Том 2. Теория поля.

Л.Ландау, Е.Лифшиц. 1973. УДК 530.1

Том 3. Квантовая механика. Нерелятивистская теория.

Л.Ландау, Е.Лифшиц. 1963. УДК 530.145

Том 4. Часть 1. Релятивистская квантовая теория.

Е.Лифшиц, Л.Питаевский. 1971. УДК 530.145

Том 4. Часть 2. Релятивистская квантовая теория.

В.Берестецкий, Е.Лифшиц, Л.Питаевский. 1968. УДК 530.145

Том 5. Статистическая физика.

Л.Ландау, Е.Лифшиц. 1964. УДК 530

# Топология, алгебра, логика и программирование

Вторая полка моей библиотеки посвящена сразу четырем направлениям. После окончания института я понял, что меня не учили всем логикам так как это делают на западе, у меня полностью отсутствовал курс по общей топологии, за исключением того что дается в рамках курса функционального анализа. Также я совершенно не знал теории систем типов, которая уже существовала на это время. Поэтому затянувшийся "первый год" (первые 5 лет), потраченный на математическую физику, сменился на логику, абстрактную алгебру, теорию категорий, топологию и программирование (вторые 5 лет).

#### Общая Топология 515.12

Считаю, что теорию категорий нужно сразу преподавать как продолжение топологии при строительстве топоса. По УДК книги по топосам так и классифицируются, как книги по общей топологии. Причина этому то, что топос содержит информацию о топологи (система открытых и закрытых множеств), которая зашита либо в пулбеке классификатора (топос Ловера-Тернье), либо в покрытиях сайта, на котором создается предпучок (топос Гротендика).

**Предварительные исследования по топологии.** И.Листинг. 1932. УДК 515.12 **Начальний курс топологии. Геометрические главы** В.Рохлин, Д.Фукс. 1977. УДК 515.12

**Топология. Том 1.** К.Куратовский. 1969. УДК 515.12

**Топология. Том 2.** К.Куратовский. 1969. УДК 515.12

Основы комбинаторной топологии Л.Понтрягин. 1947. УДК 515.12

Основы общей топологии в задачах и упражнениях.

А.Архангельский, В.Пономарев. 1974. УДК 515.12

Общая топология Дж.Келли. 1981. УДК 515.12

Общая топология Р.Александрян, Э.Мирзаханян. 1979. УДК 515.12

Общая топология. Р.Энгелькинг. 1986. УДК 515.12

Общая топология. Основные конструкции. В.Федорчук, В.Филлипов. 1988. УДК 515.12

**Теория шейпов.** К.Борсук. 1986. УДК 515.12 + 515.14

**Теория ретрактов.** К.Борсук. 1971. УДК 515.12 + 515.14

Введение в кусочно-линейную топологию. К.Рурк, Б.Сандерсон. 1974. УДК 515.164

Мемуар о компактных топологических пространствах.

П.Александров, П.Урысон. 1971. УДК 515.1

Книжка с картинками по топологии Дж. Френсис. 1991. УДК 515.1

Россыпи головоломок. С.Барр. 1978. УДК 51

Теория топосов. П.Джонстон. 1986. УДК 515.12

Топосы. Категорный анализ логики. Р.Голдблатт. 1986. УДК 515.12

Topology and Groupoids. R.Brown. 2006. УДК 515.12

# Алгебра 512

Французская математика — топчик. Двухтомник Шварца по анализу (517) и 21-томник Бурбаки по различным разделам математики: алгебре (512), топология (515.12), анализе (517), дифференциальной геометрии (519.4) в непринужденной форме раскрывают всю историю математики вместе с комментариями в абстрактном и последовательно-академическом французском стиле. Думаю, что все математики с удачной судьбой учили матанализ по Шварцу, а алгебру по Бурбаки. Да и не только математика, теоретическая информатика и ее продукты в виде ОСатl, Соq, работы Кокана, его учеников — все это очень приятные вещи (Соq только большой слишком, идея с развитой макросистемой поверх компактного ядра на фактор типах в Lean гораздо изящнее). Если вы соберётесь формализировать математику с помощью компьютера, то эти "сводки результатов" все ещё остаются актуальны. Издание пережило несколько редакций, но ни разу тираж не был больше 20,000. Что-то из этого принадлежит перу Гротендика.

Основы теории групп. М.Каргаполов, Ю.Мерзляков. 1982. УДК 512.8

Теория групп. М.Холл. 1962. УДК 512.54

Теория Галуа. М.Постников. 1963. УДК 517.1

**Теорія Галуа.** Е.Артін. 1963. УДК 517

Теория представлений конечных групп. У.Фейт. 1990. УДК 512.542

Когомологии групп. К.Браун. 1982. УДК 512.54

Конечные простые группы. Введение в их классификацию.

Д.Горенстейн. 1990. УДК 512.542

Группы и геометрический анализ.

С.Хелгасон. 1987. УДК 512.81

Элементы математики. Очерки по истории математики. Н.Бурбаки. 1963.

Элементы математики. Глава 1. Теория множеств. Н.Бурбаки. 1965. УДК 512

Элементы математики. Глава 2. Алгебра. Часть 1. Алгебраические структуры.

Линейная и полилинейная алгебры.

Н.Бурбаки. 1962. УДК 512

Элементы математики. Глава 2. Алгебра. Часть 2. Алгебра. Многочлены и поля. Упорядоченные группы.

Н.Бурбаки. 1965. УДК 512.8

Элементы математики. Глава 2. Алгебра. Часть 3. Модули. Кольца. Формы.

Н.Бурбаки. 1965. УДК 512.8

Элементы математики. Глава 3. Общая топология. Часть 1. Основные структуры.

Н.Бурбаки. 1968. УДК 515.12

Элементы математики. Глава 3. Общая топология. Часть 2. Топологические группы.

Числа и связанные с ними группы пространства.

Н.Бурбаки. 1969. УДК 515.12

Элементы математики. Глава 3. Общая топология. Часть 3. Использование вещественных чисел в общей топологии. Функциональные пространства. Сводка результатов. Словарь.

Н.Бурбаки. 1975. УДК 515.12

Элементы математики. Глава 4. Функции действительного переменного.

Н.Бурбаки. 1965. УДК 517.51

Элементы математики. Глава 5. Топологические векторные пространства.

Н.Бурбаки. 1959. УДК 517

Элементы математики. Глава 6. Интегрирование. Часть 1. Интегрирование мер.

Н.Бурбаки. 1977. УДК 517.397

Элементы математики. Глава 6. Интегрирование. Часть 2. Векторное интегрирование. Мера Хаара. Свертка предствалений.

Н.Бурбаки. 1977. УДК 517.397

Элементы математики. Глава 6. Интегрирование. Часть 3. Меры на локально-компактных пространствах. Продолжение меры. Интегрирование мер. Меры на отделимых пространствах.

Н.Бурбаки. 1977. УДК 517

Элементы математики. Глава 7. Комутативная алгебра.

Н.Бурбаки. 1971. УДК 512

Элементы математики. Глава 8. Группы и алгебры Ли. Часть 1. Алгебры Ли. Свободные алгебры Ли. Группы Ли.

Н.Бурбаки. 1976. УДК 512

Элементы математики. Глава 8. Группы и алгебры Ли. Часть 2. Группы Кокстера и система Титса. Группы порожденные отражениями. Системы корней.

Н.Бурбаки. 1972. УДК 512

Элементы математики. Глава 8. Группы и алгебры Ли. Часть 3. Подалгебра Картана, регулярные элементы. Расщепляемые полупростые алгебры Ли.

Н.Бурбаки. 1978. УДК 512

Элементы математики. Глава 8. Группы и алгебры Ли. Часть 4. Компактные вещественные группы Ли.

Н.Бурбаки. 1986. УДК 512.81

Элементы математики. Глава 9. Спектральная теория.

Н.Бурбаки. 1972. УДК 512.8

Элементы математики. Глава 10. Гомологическая алгебра.

Н.Бурбаки. 1987. УДК 512.8

Элементы математики. Глава 11. Дифференцируемые и аналитические многообразия. Сводка результатов.

Н.Бурбаки. 1972. УДК 519.4

#### Логика и основания математики 510

Лучше приходить в логику с опытом абстрактной алгебры, метода доказательств с помощью коммутативных диаграмм, понимания основ теории категорий. Хорошо, что логика читается на последних курсах: тогда уже становятся понятны методы математики, уже легче выходить на абстрактный и мета уровень, о своих же рассуждениях. Поэтому, после вышки и топологии, как только овладеете топосами, можно переходить к современной математической логике, лямбда исчислениям, теориям типов.

Введение в метаматематику. С.Клини. 1957. УДК 510
Математическая логика. С.Клини. 1973. УДК 510
Рекурсивные функции. Р.Петер. 1954. УДК 510
Введение в математическую логику. Том 1. А.Чёрч. 1960. УДК 510
Основания математической логики. Х.Карри. 1969 УДК 510
Математическая логика и автоматическое доказательство теорем.
Ч.Чень, Р.Ли. 1973. УДК 510
Основы теоретической логики. Д.Гильберт, В.Аккерман. 2009. УДК 510
Интуиционизм. А.Гейтинг. 2010. УДК 510
Очерки по конструктивной математике. П.Мартин-Лёф. 2075. УДК 510.25
Гоинаtion of Constructive Analysis. Е.Віshор. 1967. УДК 517 + 510.25
Теория формальных систем. Р.Смальян. 1981. УДК 510
Нототору Туре Theory. V.Voevodsky et al. 2010. УДК 510
Modal Homotopy Type Theory. D.Corfield. 2020. УДК 510

Этого вполне достаточно для восхождения по <u>лестнице HoTT</u> — еще одной последовательности из работ, которая является основой современного computer science или теоретической информатики, нашедшей отображение в математических функциональных языках программирования. Проверенный, надежный, долгий и понятный путь.

Дальше идут те темы, которые являются ландшафтом атаки для HoTT и ее модальной версии, т.е. <u>алгебраическая топология</u> и <u>дифференциальная геометрия</u>.

#### Программирование 004

Никакого смысла хранить книги по программированию нет, так как вещи в книгах устаревают быстрее чем ты пытаешься их попробовать. Список физически сохраненных сформировался сугубо по сентиментальными причинам. По PL/1 у меня была курсовая, "Книгу дракона" я использовал на двух проектах, некоторые книги прилипли еще со школы и т.д. Я предупреждаю --- это полный, аутдейтнутый, треш! Нет ни одного даже букинистического издания, но книги не полная чушь, как минимум приложение к компьютерной археологии.

**Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Том 1. Синтаксический анализ** А.Ахо, Дж.Ульман. 1978. УДК 004

**Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Том 2. Компиляция** А.Ахо, Дж.Ульман. 1978. УДК 004

**Генератор компиляторов.** У.Маккиман, Дж.Хорнинг, Д.Уортман. 1980. УДК 004 **Цифровые ЭВМ. Практикум.** 

К.Самофалов, В.Корнейчук, В.Тарасенко, В.Жабин. 1990. УДК 004

Алгебраическая алгоритмика. П.Ноден, К.Китте. 1999. УДК 004

Операционная система UNIX. А.Робачевский. 1997. УДК 004

Системное программирование на С++ для UNIX. Т.Чан. 1999. УДК 004

**Недокументированные возможности Windows NT.** А.Коберниченко. 1998. УДК 004 **Практический курс программирования на языке PL/1.** 

Г.Фролов, В.Олюнин. 1980. УДК 004

# Алгебраическая топология

Если говорить о настоящей математике, из которой родилась современная формальная философия в виде модальной HoTT, как развитии идей Ловира, Категорного анализа, Алгебраической топологии, то мы сразу переходим к третьей полке моей библиотеки.

Для моделировании СW-комплексов понадобилось расширить стандартную типовую систему полиномиальных функторов до гомотопической реализации. Язык, где можно управлять гомотопическими кубами и СW-комплексами непосредственно, вместе с кванторами всеобщности и существования (локальной декартовой замкнутости) дает внутренний язык инфинити топоса. Поэтому логично, что истоки математики которая родила НоТТ нужно искать в алгебраической топологии, которая изучает (ко)гомотопические и (ко)гомологические группы (ко)комплексов. В то время как гомотопические группы интернализируются в НоТТ естественным образом, гомологии, и более того когомологии требуют значительной просадки по обширным алгебраическим сигнатурам.

# Алгебраическая топология 515.14 и специальная алгебра 512.6

Теория гомотопий. Х.Сы-Цзян. 1964. УДК 515.143

**Теория пучков.** Г.Бредон. 1988. УДК 515.14

Универсальная алгебра. П.Кон. 1968. УДК 512.8

Введение в теорию категорий и функторов.

И.Бакур, А.Деляну. 1972. УДК 512.667

Категории частных и теория гомотопий. П.Габриель, М.Цисман. 1971. УДК 512

Алгебраическая топология и теория пучков. Р.Годеман. 1961. УДК 515.14

Симплектическая геометрия. А.Фоменко. 1988. УДК 515.14

Введение в гомологическую теорию размерности. П.Александров. 1975. УДК 512

Лекции по алгебраической топологии. А.Дольд. 1976. УДК 512.66

Гомология. С.Маклейн. 1966. УДК 512.66

Гомотопическая топология. Д.Фукс, А.Фоменко, В.Гутенмахер. 1969. УДК 515.143

Курс гомотопической топологии. А.Фоменко, Д.Фукс. 1989. УДК 515.143

Теория гомологий и когомологий. У.Масси. 1981. УДК 515.14

Алгебраическая топология. Введение У.Масси, Дж.Столлингс. 1977. УДК 515.14

Алгебраическая топология. Э.Спеньер. 1971. УДК 515.14

Основания алгебраической топологии. Н.Стиндрод, С.Эйленберг. 1958. УДК 515.14

Когомологические операции. .Стиндрод, Д.Эпстейн. 1983. УДК 515.143.5

Расслоенные пространства. Д.Хьюзмоллер. 1970. УДК 515.145.2

Современные проблемы математики. Топология-1.

С.Новиков, Д.Фукс. 1986. УДК 515.14

Современные проблемы математики. Топология-2. О.Виро, Д.Фукс. 1988. УДК 515.14

Алгебраическая топология — гомотопии и гомологии. Р.Свитцер. 1985. УДК 515.14

Алгебраическая топология. А.Хатчер. 2011. УДК 512.515.14

Теория гомологий. Введение в алгебраическую топологию.

П.Хилтон, С.Уайли. 1965. УДК 512.66

Методы гомологической алгебры. Том 1. Введение в теорию когомологий и

#### произведеные категории.

С.Гельфанд, Ю.Манин. 1988. УДК 512.66

Лекции по алегбраической топологии. Основы теории гомотопий.

М.Постников. 1984. УДК 515.14

Лекции по алегбраической топологии. Теория гомотопий клеточных пространств.

М.Постников. 1985. УДК 515.14

Elementary Applied Topology. R.Ghrist. 2014. УДК 512

Higher Topos Theory. J.Lurie. 2009. УДК 512

Local Homotopy Theory. J.Jardine. 2009. УДК 512

Стабильные гомотопии и обобщенные гомологии. Дж.Адамс. 2013. УДК 515.14

В поисках формального рая для формализации на кубических тайпчекерах, теория категорий, абстрактная алгебра, теории (ко)гомологий не дают полного удовлетворения. Сигнатуры громоздкие, теория раздувается очень быстро, особенно в симплициальных моделях. Поэтому я нашел рай, или как инженеры говорят "правильное применение" которое гарантирует удовлетворение от использования по применению HoTT, которое возникает при моделировании дифференциальной геометрии. Все сигнатуры становятся компактными, тонны категорного кода редуцируется до естественного гомотопического кодирования инфинитизимальных дисков в кубической теории, правда работает это только в модальной версии HoTT.

# Алгебраические конструкции 512.66

Как бонус абстракции новый раздел алгебраической топологии теория К-функторов. Когда раздутых категориальных сигнатур мало.

**К-Теория. Введение.** М.Каруби. 1981. УДК 512.667 **Лекции по К-Теории.** М.Атья. 1967. УДК 512.667 **Алгебраическая К-Теория.** Х.Басс. 1973. УДК 512.667

# Дифференциальная геометрия

Четвертая полка моей библиотеки посвящена дифференциальной геометрии — той математике, теоремы в которой приобретают компактный и непосредственный вид, и выглядят как продолжение теории гомотопических лимитов и колимитов. Введение в формализацию современной дифференциальной геометрии в модальной НоТТ можно получить из диссертации Феликса Веллена. Немного про конференцию по дифференциальной геометрии в НоТТ.

Кроме МГУ курса Постникова рекомендую ознакомиться с геометрической теорией интегрирования и когомологиями де Рама, а также введением в теорию схем Хартсхорна, как подготовке к Stack Project.

# Дифференциальная геометрия 514.7

Дифференциальная геометрия и топология. Дополнительные главы.

А.Фоменко. 1986. УДК 514

Лекции по геометрии. Семестр 1. Аналитическая геометрия.

М.Постников. 1982. УДК 514.12

Лекции по геометрии. Семестр 2. Линейная алгебра.

М.Постников. 1986. УДК 512.64

Лекции по геометрии. Семестр 3. Гладкие многообразия.

М.Постников. 1987. УДК 515.12

Лекции по геометрии. Семестр 4. Дифференциальная геометрия.

М.Постников. 1988. УДК 514.7

Лекции по геометрии. Семестр 5. Группы и алгебры Ли.

М.Постников. 1982. УДК 514

Дифференциальное исчисление. Дифференциальные формы.

А.Картан. 1971. УДК 514.7 + 517.43

Лекции по дифференциальной геометрии. С.Стернберг. 1970. УДК 514.7

Основания дифференциальной геометрии. О.Веблен, Дж. Уайтхед. 1949. УДК 514.7

Дифференциируемые многообразия. Ж. де Рам. 1956. УДК 514.7

Характеристические классы. Дж.Милнор, Дж.Сташеф. 1979. УДК 515.2 + 514.77

Элементы дифференциальной геометрии и топологии.

С.Новиков, А.Фоменко. 1987. УДК 515.2 + 514.77

Элементы топологии и дифференциируемые многообразия.

К.Телеман. 1967. УДК 514.77 + 519.49

Алгебраическая геометрия. Р.Хартсхорн. 1981. УДК 514.7

Геометрическая теория интегрирования. Х.Уитни. 1960. УДК 514.7

Алгебраические группы и поля классов. Ж.Серр. 1968. УДК 512.7 + 514.7

Группы преобразований в дифференциальной геометрии. Ш.Кобаяси. 1986. УДК 514.7

Если этого мало, то всегда можно взять построить из этого топосы, перейти к геометрическим морфизмам между ними и выйти таким образом в модальный сеттинг. Теория схем Шевалле-Гротендика поможет вам связать алгебраическую геометрию и дифференциальную геометрию, ну а оттуда уже сразу в теорию стеков.

# Лестница в НоТТ: лямбда история

Здесь будет представлена глубокая и обширная история логики и формальной математики, которую я когда-то увидел на слайдах Даны Скотта в 2012 году. Лестниц в НоТТ есть много. Как говорят в буддизме "для существ с высокими способностями", достаточно учебника НоТТ, чтобы понять всё сразу. Для существ со средними способностями достаточно покрутить лямбда куб и пойти по Барендрехту. Для существ с низкими способностями, как я, предлагаю ознакомиться с путем Дана Скотта, т.е. наиболее детальным и длинным, который пришлось пройти и мне.

Сам же я сторонник краткого учебника, который можно усилить даже интерпретатором, тайпчекером и своей вариацией НоТТ, которую представляют собой практически все НоТТ курсы, включая курс Роберта Харпера 15-819.

Если спросить о моем таком курсе, для существ с высшими способностями, то он пока не сформирован в учебник, но несколько глав для ознакомления можно посмотреть тут, а мой список литературы, являющийся частью этого (расширенного) списка Даны Скотта, для существ со средними способностями состоящий из 60 работ можно найти тут. Понятное дело, что это все для программистов!

1870-е

**Begriffsschrift**: Frege (1879)

1880-е

What are numbers?: Dedekind (1888) Number-theoretic axioms: Peano (1889)

1890-е

Vorlesungen über die Algebra der Logik: Schröder (1890–1905)

Grundgesetze der Arithmetik: Frege (1893-1903) Formulario Mathematico: Peano (1895-1901) Grundlagen der Geometrie: Hilbert (1899)

1900-е

**Diophantine problem**: Hilbert (1900) **Russell's Paradox**: Russell (1901)

Principles of Mathematics: Russell (1903)

Richard's Paradox: Richard (1905) Theory of Types: Russell (1908)

1910-е

Principia Mathematica: Whitehead-Russell (1910-12-13)

Calculus of relatives: Löwenheim (1915)

#### 1920-е

**Löwenheim-Skolem Theorem**: Skolem (1920) **Propositional calculus completeness**: Post (1921)

Monadic predicate calculus decidable: Behmann (1922)

Abstract proof rules: Hertz (1922)

Primitive recursive arithmetic: Skolem (1923)

Combinators: Schönfinkel (1924)

Function-based set theory: Vvon Neumann (1925) "Conceptual" undecidability: Finsler (1926)

Epsilon operator: Hilbert-Bernays (1927)

Combinators (again): Curry (1927) Ackermann function: Ackermann (1928)

Entscheidungsproblem: Hilbert-Ackermann (1928)

Abriss der Logistik & simple type theory: Carnap (1929)

#### 1930-е

Combinatory logic: Curry (1930-32) Herbrand's Theorem: Herbrand (1930) Completeness proof: Gödel (1930)

Partial consistency proof: Herbrand (1931)

**Incompleteness**: Gödel (1931)

Untyped λ-calculus: Church (1932-33-41) Studies of primitive recursion: Péter (1932-36)

Non-standard models: Skolem (1933)

Functionality in Combinatory Logic: Curry (1934) Grundlagen der Mathematik: Hilbert-Bernays (1934-39)

Natural deduction: Gentzen (1934)

Number-theoretic consistency & 0-induction: Gentzen (1934) Inconsistency of Church's System: Kleene-Rosser (1936)

**Confluence theorem**: Church-Rosser (1936) **Finite combinatory processes**: Post (1936)

**Turing machines**: Turing (1936-37)

Recursive undecidability: Church-Turing (1936) General recursive functions: Kleene (1936) Further completeness proofs: Maltsev (1936) Improving incompleteness theorems: Rosser (1936)

**Fixed-point combinator**: Turing (1937)

**Computability and λ-definability**: Turing (1937)

#### 1940-е

Simple type theory & λ-calculus: Church (1940) Primitive recursive functionals: Gödel (1941-58)

Recursive hierarchies: Kleene (1943)

Theory of categories: Eilenberg-Mac Lane (1945) New completeness proofs: Henkin (1949-50)

#### 1950-е

Computing and Intelligence: Turing (1950)
Rethinking combinators: Rosenbloom (1950)
Introduction to Metamathematics: Kleene (1952)

Arithmetical predicates: Kleene (1955)

Combinatory Logic. Volume I.: Curry-Feys-Craig (1958)

**Adjoint functors**: Kan (1958)

Recursive functionals & quantifiers, I.&II.: Kleene (1959-63)

Countable functionals: Kleene-Kreisel (1959)

#### 1960-е

Elementary formal systems: Smullyan (1961) Grothendieck Topologies: M.Artin (1962) Higher-type λ-definability: Kleene (1962)

**Grothendieck topoi**: Grothendieck et al. SGA 4 (1963-64-72)

Functorial semantics: Lawvere (1963)

Adjoint functors & triples: Eilenberg-Moore (1965) Cartesian closed categories: Eilenberg-Kelly (1966) New foundations of recursion theory: Platek (1966)

**Normalization Theorem:** Tait (1967)

**AUTOMATH & dependent types**: de Bruijn (1967) **Finite-type computable functionals**: Gandy (1967)

Normal-form discrimination: Böhm (1968)

Category of sets: Lawvere (1969)
Typed domain logic: Scott (1969-93)
Domain-theoretic λ-models: Scott (1969)
Formulae-as-types: Howard (1969 -1980)
Adjointness in foundations: Lawvere (1969)

#### 1970-е

Categorical logic: Joyal (1970+)

Elementary topoi: Lawvere-Tierney (1970)
Denotational semantics: Scott-Strachey (1970)
Coherence in closed categories: Kelly (1971)
Quantifiers and sheaves: Lawvere (1971)
Martin-Löf type theory: Martin-Löf (1971)

System F, Fω: Girard (1971)

**Logic for Computable Functions**: Milner (1972)

From sheaves to logic: Reyes (1974)
Polymorphic λ-calculus: Reynolds (1974)
Call-by-name, call-by-value: Plotkin (1975)

**Modeling Processes:** Milner (1975)

SASL: Turner (1975)

Scheme: Sussman-Steele (1975-80)

Functional programming & FP: Backus (1977) First-order categorical logic: Makkai-Reyes (1977)

Edinburgh LCF: Milner et al. (1978)

Let-polymorphic type inference: Milner (1978)

**Intersection types**: Coppo-Dezani (1978)

**ML**: Milner et al. (1979)

\*-Autonomous categories: Barr (1979) Sheaves and logic: Fourman-Scott (1979)

#### 1980-е

Frege structures: Aczel (1980) HOPE: Burstall et al. (1980)

The Lambda Calculus Book: Barendregt (1981-84) Structural Operational Semantics: Plotkin (1981)

Effective Topos: Hyland (1982)

Dependent types & modularity: Burstall-Lampson (1984)

Locally CCC & type theory: R.A.G. Seely (1984) Calculus of Constructions: Coquand-Huet (1985) Bounded quantification: Cardelli-Wegner (1985)

**NUPRL**: Constable et al. (1986)

Higher-order categorical logic: Lambek-P.J.Scott (1986)

Cambridge LCF: Paulson (1987) Linear logic: Girard et al. (1987-89)

**HOL**: Gordon (1988)

FORSYTHE: Reynolds (1988)

**Proofs and Types**: Girard et al. (1989)

Integrating logical & categorical types: Gray (1989) Computational λ-calculus & monads: Moggi (1989)

#### 1990-е

**Haskell**: Hudak-Hughes-Peyton Jones-Wadler (1990)

Higher-type recursion theory: Sacks (1990) Standard ML: Milner, et al. (1990-97) Lazy λ-calculus: Abramsky (1990)

Higher-order subtyping: Cardelli-Longo (1991)

Categories, Types and Structure: Asperti-Longo (1991) STANDARD ML of NJ: MacQueen-Appel (1991-98)

**QUEST**: Cardelli (1991)

Edinburgh LF: Harper, et al. (1992)

**Pi-Calculus**: Milner-Parrow-Walker (1992) **Categorical combinators**: Curien (1993)

Translucent types & modular: Harper-Lillibridge (1994) Full abstraction for PCF: Hyland-Ong/Abramsky, et al. (1995)

Algebraic set theory: Joyal-Moerdijk (1995) Object Calculus: Abadi-Cardelli (1996)

**Typed intermediate languages**: Tarditi, Morrisett, et al. (1996)

**Proof-carrying code**: Necula-Lee (1996)

Computability and totality in domains: Berger (1997) Typed assembly language: Morrisett, et al. (1998) Type theory via exact categories: Birkedal, et al. (1998)

Categorification: Baez (1998)

#### 2000-е

Predicative topos: Moerdijk-Palmgren (2000) Sketches of an Elephant: Johnstone (2002+) Differential λ-calculus: Ehrhard/Regnier (2003)

**Modular Structural Operational Semantics**: Mosses (2004)

A λ-calculus for real analysis: Taylor (2005+) Homotopy type theory: Awodey-Warren (2006)

Univalence axiom: Voevodsky (2006+) The safe λ-calculus: Ong, et al. (2007) Higher topos theory: Lurie (2009)

#### 2010-е

Functional Reactive Programming: Hudak, et al. (2010)

**HoTT Book**: Voevodsky, et al. (2012-13)