

Sveučilište u Splitu
Prirodoslovno-matematički fakultet
Odjel za fiziku
Primjena programiranja u fizici
Komet u sunčevom sustavu
Antonio Blagaić

Sažetak

Zadatak je bio u Pythonu simulirati prolazak fiktivnog kometa kroz Sunčev sustav. Jednadžba koja je korištena je Newtonov zakon gravitacije te je implementirana u kod Eulerovom metodom numeričkog rješavanja diferencijalnih jednadžbi te uz pomoć modula NumPy i Matplotlib. Rezultat je prikaz gibanja kometa zadanih karakteristika u Sunčevu sustavu u slučaju kada su gravitacijski utjecaji tijela daljih od Marsa i manjih nebeskih tijela (asterioda i kometa) zanemarivi.

1 Uvod

Sila koja uzrokuje sva kretanja u sunčevom sustavu je gravitacijska sila. Gravitacijsko međudjelovanje dvaju masivnih tijela opisuje Newtonov zakon gravitacije:

$$F_G = -G \frac{mM}{r^2} \quad (1)$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja iznosi približno $6.67 * 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$, m masa manje masivnog tijela, što će u primjerima u kodu biti planeti i asteroid, M masa masivnijeg tijela, što će u primjerima u kodu uvijek biti sunce, te r njihova međusobna udaljenost u metrima. Pomak planeta i asteroida smo simulirali uz pomoć Eulerove metode. Eulerova metoda je numerički postupak rješavanja diferencijalnih jednadžbi. Vrijednost derivacije funkcije $f(t)$ aproksimiramo za maleni korak dt kao:

$$\frac{df}{dt} = \frac{f(t + dt) - f(t)}{dt} \quad (2)$$

Znamo iz mehanike da je brzina derivacija pomaka po vremenu i da je akceleracija derivacija brzine po vremenu, odnosno druga derivacija pomaka. Početni

uvjeti kojima raspolažemo su masa planeta, masa Sunca, međusobna udaljenost i početna obodna brzina planeta. Akceleraciju dobivamo iz jednadžbe 1 uz pomoć početnih uvjeta. Zatim Eulerovom metodom za svaki korak u trajanju dt kojeg smo podesili na jedan zemaljski dan ($3600 \cdot 24$ sekundi) nalazimo brzinu i put za svaki idući korak, pri čemu su brzina i pomak u vektorskom zapisu:

$$\vec{v}_{i+1} = \vec{v}_i + \vec{a} * dt \quad (3)$$

$$\vec{r}_{i+1} = \vec{r}_i + \vec{v}_{i+1} * dt \quad (4)$$

Obzirom da je bilo nužno uzeti u obzir djelovanje svakog nebeskog tijela na bilo koje tijelo u sustavu, gravitaciju smo alternativno izračunali kao međudjelovanje centra masa sustava i datog nebeskog tijela. Centar masa sustava je točka u sustavu u kojoj je hvatale ukupne sile na sustav. Vektor udaljenosti centra masa od ishodišta sustava dobiva se iz jednadžbe:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum r_i m_i}{\sum m_i} \quad (5)$$

Centar masa mijenja položaj zajedno sa tijelima u sustavu što znači da je i on podložen djelovanju sile koja uzrokuje gibanje u sustavu (u ovom slučaju gravitacije), što znači da je u jednadžbi (1) m masa tijela za kojeg pratimo pomak, M zbroj masa svih drugih zadanih tijela u sustavu, te r udaljenost centra masa od tijela kojeg promatramo.

2 Diskusija i rezultati

Zadatak je riješen u programskom jeziku Python objektno orijentiranim pristupom te uz pomoć modula NumPy i Matplotlib. Definirali smo dvije klase: *Objekt*,

u kojoj uz pomoć metode *move* pomičemo dati planet/komet za korak dt , koji je postavljen na jedan dan ($24 \cdot 3600$ sekundi) i klasa *Sustav* uz pomoć koje dodajemo nebeska tijela u sustav naredbom *add* koja sprema ulazne parametre u objekte klase *Objekt*, te u listu *objectlist* klase *Sustav*. Svrha liste *objectlist* je kako bismo u naredbi *move* klase *Objekt* pretraživali objekte sustava, te kako bismo mogli izvaditi ulazne parametre za svako tijelo, zbog toga što su nam ti parametri potrebni za izračun akceleracije svakog tijela.

Ubrzanje zbog gravitacije računamo numerički Eulerovom metodom. Naredba *move* svako tijelo u listi *objectlist* pomakne za jedan korak dt , te sprema nove x i y koordinate položaja u liste *px* i *py* svakog zasebnog objekta, definirane u metodi `__init__`. U metodi *pokreni* klase *Sustav* uz pomoć for petlje pokrećemo metodu *move* za svako tijelo 1000 puta.

Nakon jednog pokretanja metode *pokreni* imamo liste položaja svakog tijela u sustavu za narednih 1000 dana. Kako bismo animirali putanje planeta i kometa, koristimo modul Matplotlib.pyplot, konkretno metodu *subplots*, podešavamo jedan graf na ekranu te definiramo 6 linija na tom grafu, od kojih svaka predstavlja putanju jednog od tijela u sustavu: Merkura, Venere, Zemlje, Marsa, kometa zadanog u zadatku te kometa koji se mora sudariti sa planetom. Obzirom da smo početnu brzinu Sunca postavili na 0, pomak Sunca je presitan da se primijeti u sustavu dimenzija $x \in [-10^{12}m, 10^{12}m]$, $y \in [-10^{12}m, 10^{12}m]$, stoga da bi Sunce bilo vidljivo, crtamo ga metodom *scatter* u ishodištu sustava. Svaka od definiranih linija je u trenutku $t=0$ sastojana samo od jedne točke, a to je početni položaj planeta ili kometa.

Početne položaji i brzine su zadani u vektorskom obliku uz pomoć naredbe *numpy.array*. Početni položaj je vektor $(r, 0)$ gdje je r udaljenost od Sunca u trenutku $t=0$, a početna brzina je vektor $(0, v)$ gdje je v obodna brzina revolucije planeta ili kometa. Iz modula *matplotlib.animation* smo uvezli metodu *FuncAnimation* koja prikazuje grafove kao animacije. Kako bismo animirali svaku od putanja, koje su već zadate za trenutek $t=0$ definiramo funkciju *update* u kojoj na x os postavljamo x-komponente položaja planeta iz liste *Object.px* te na os y postavljamo podatke iz liste *Object.py* te na kraju u naredbu *FuncAnimation* unosimo funkciju *update*, što pokreće animaciju grafova vrijednosti položaja tijela Sunčevog sustava. Ostali ulazni parametri koji se unose u *FuncAnimation* su *frames*, koji predstavlja broj animacijskih kadrova i *interval* koji predstavlja vremenski razmak između dva kadra u milisekundama.

Grafirali smo Sunčev sustav s planetima do Marsa i dva dodatna kometa, prvi je zadan u temi seminara s masom $10^{14}kg$, udaljenosti većoj od 4 AU, u ovom primjeru je postavljena na $6.2 * 10^{11}m$ i početnom brzinom većom od 15 km/s, u ovom primjeru 20 km/s. To je sve vidljivo na Slici 1.

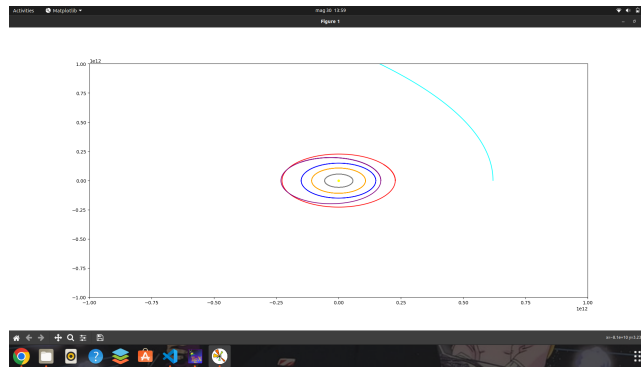


Figure 1: Dobiven Sunčev sustav sastojan od Sunca, Merkura, Venere, Zemlje, Marsa i dva kometa (ljubičasta i tirkizna putanja).

Drugi komet mora se sudariti s nekim od planeta. Nakon mnogo podešavanja smo namjestili da se komet (čija je putanja na grafu ljubičaste boje) sudari sa Zemljom kao na slici 2. Ulazni parametri kometa koji se sudari sa Zemljom su:

- masa = $6 * 10^{14} \text{ kg}$
- brzina = 25000 m/s
- udaljenost od Sunca = $1.8 * 10^{11} \text{ m}$

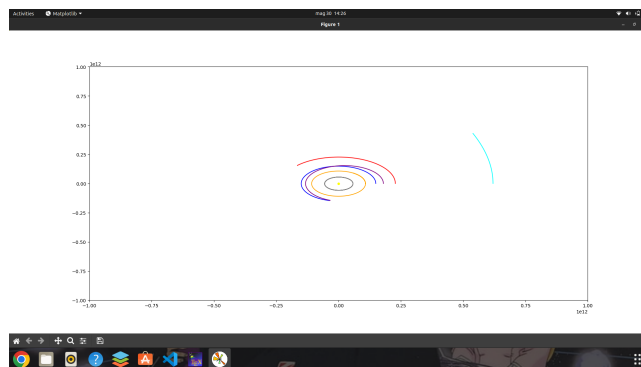


Figure 2: Sudar Zemlje i kometa.

3 Zaključak

Modul Sunčev sustav nudi numerički postupak dobivanja putanja nebeskih tijela u Sunčevom sustavu. Rezultat izbacuje eliptične putanje planeta, sukladno očekivanjima Newtonovog zakona gravitacije u realnim proporcijama (zbog toga što su unosni parametri stvarni podaci o planetima). Modul također nudi mogućnost dodavanja novih, hipotetskih tijela u Sunčev sustav te prikaz njihovih putanja, uz postojan stupanj numeričke pogreške.

Literatura

<https://matplotlib.org/stable/users/explain/animations/animations.html>
<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/>