westermann

SEKUNDO

Mathematik

Differenzierende Ausgabe

8

SEKUNDO – dein Mathematikbuch

Mit den Einstiegsaufgaben **1.** kannst du den Stoff einer neuen Lerneinheit einzeln oder zusammen mit anderen erarbeiten.

Nach dem Merkkasten und einem Beispielkasten folgen dann die Übungsaufgaben.

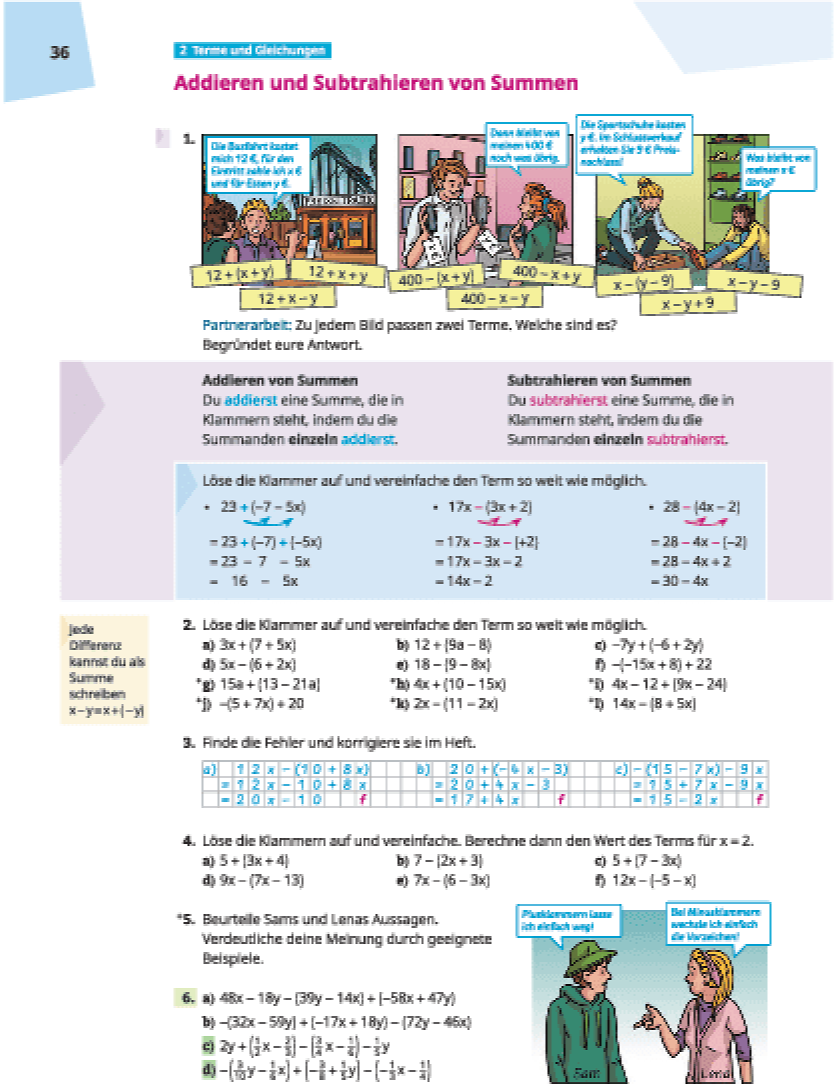
Die Aufgaben ohne weitere Kennzeichnung solltest du auf jeden Fall bearbeiten.

Wenn du noch sicherer werden möchtest, arbeitest du zuerst mit den + -Aufgaben **+9.** weiter.

Wenn du dich gleich an schwierigere Aufgaben wagen möchtest, überspringe die + -Aufgaben und bearbeite die hellgrün unterlegten Aufgaben **10.**.
Wer schafft sogar die besonders schweren, dunkler unterlegten Aufgaben **13.**?

Die blauen Balken zeigen Hilfen zum sprachlichen Verstehen an.
Hier werden zum Beispiel schwierige Wörter erklärt oder Hilfen gegeben, wie du selbst Texte erstellen kannst.

Wo du dieses Symbol siehst, kannst du den Computer zu Hilfe nehmen.


36

2 Terme und Gleichungen

Addieren und Subtrahieren von Summen

1.

Partnerarbeit: Zu jedem Bild passen zwei Terme. Welche sind es? Begründet eure Antwort.

Addieren von Summen
Du addierst eine Summe, die in Klammern steht, indem du die Summanden einzeln addierst.

Subtrahieren von Summen
Du subtrahierst eine Summe, die in Klammern steht, indem du die Summanden einzeln subtrahierst.

Löse die Klammer auf und vereinfache den Term so weit wie möglich.
- $23 + (-7 - 5x) = 23 + (-7) + (-5x) = 23 - 7 - 5x = 16 - 5x$
- $17x - (3x + 2) = 17x - 3x - (+2) = 17x - 3x - 2 = 14x - 2$
- $28 - (4x - 2) = 28 - 4x - (-2) = 28 - 4x + 2 = 30 - 4x$

Jede Differenz kannst du als Summe schreiben $x - y = x + (-y)$

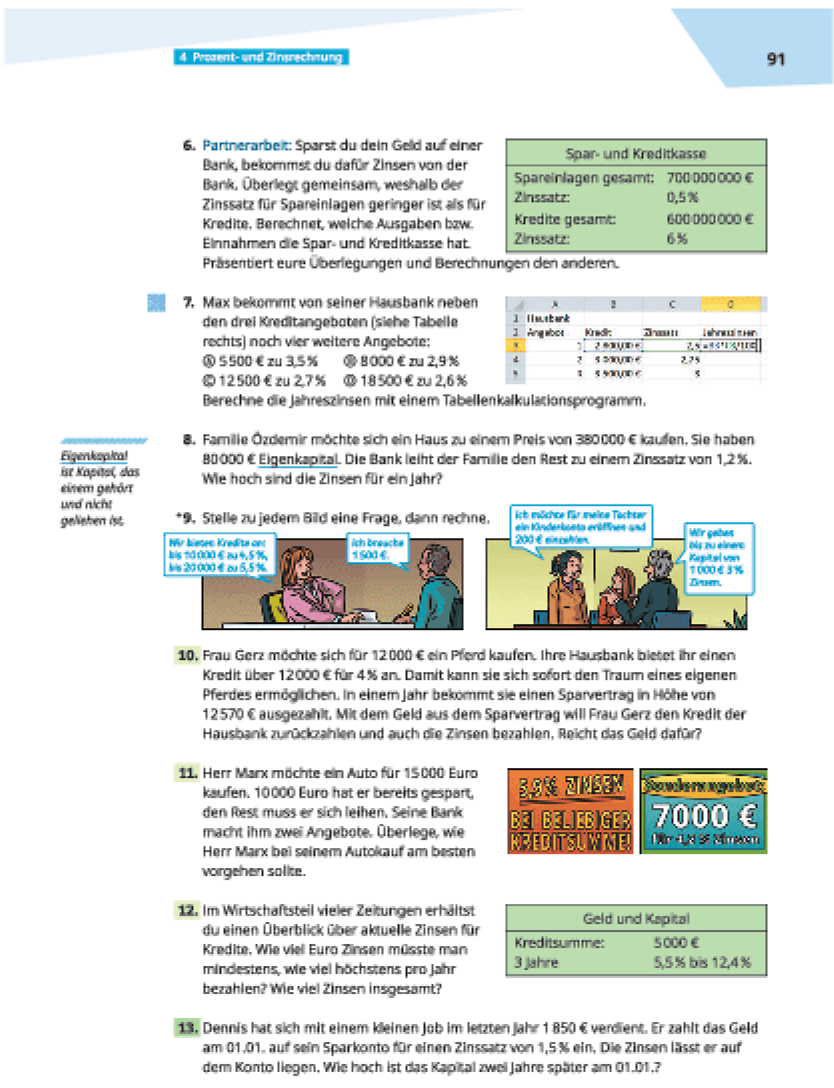
2. Löse die Klammer auf und vereinfache den Term so weit wie möglich.
a) $3x + (7 + 5x)$ b) $12 + (9a - 8)$ c) $-7y + (-6 + 2y)$
d) $5x - (6 + 2x)$ e) $18 - (9 - 8x)$ f) $-(-15x + 8) + 22$
+g) $15a + (13 - 21a)$ +h) $4x + (10 - 15x)$ +i) $4x - 12 + (9x - 24)$
+j) $-(5 + 7x) + 20$ +k) $2x - (11 - 2x)$ +l) $14x - (8 + 5x)$

3. Finde die Fehler und korrigiere sie im Heft.
a) $12x - (10 + 8x) = 12x - 10 + 8x = 20x - 10$ f
b) $20 + (-4x - 3) = 20 + 4x - 3 = 17 + 4x$ f
c) $-(15 - 7x) - 9x = 15 + 7x - 9x = 15 - 2x$ f

4. Löse die Klammern auf und vereinfache. Berechne dann den Wert des Terms für $x = 2$.
a) $5 + (3x + 4)$ b) $7 - (2x + 3)$ c) $5 + (7 - 3x)$
d) $9x - (7x - 13)$ e) $7x - (6 - 3x)$ f) $12x - (-5 - x)$

+5. Beurteile Sams und Lenas Aussagen. Verdeutliche deine Meinung durch geeignete Beispiele.

6. a) $48x - 18y - (39y - 14x) + (-58x + 47y)$
b) $-(32x - 59y) + (-17x + 18y) - (72y - 46x)$
c)
d)


4 Prozent- und Zinsrechnung

91

6. Partnerarbeit: Sparst du dein Geld auf einer Bank, bekommst du dafür Zinsen von der Bank. Überlegt gemeinsam, weshalb der Zinssatz für Spareinlagen geringer ist als für Kredite. Berechnet, welche Ausgaben bzw. Einnahmen die Spar- und Kreditkasse hat. Präsentiert eure Überlegungen und Berechnungen den anderen.

Spar- und Kreditkasse	
Spareinlagen gesamt:	700 000 000 €
Zinssatz:	0,5 %
Kredite gesamt:	600 000 000 €
Zinssatz:	6 %

7. Max bekommt von seiner Hausbank neben den drei Kreditangeboten (siehe Tabelle rechts) noch vier weitere Angebote:
Ⓐ 5 500 € zu 3,5 % Ⓑ 8 000 € zu 2,9 %
Ⓒ 12 500 € zu 2,7 % Ⓓ 18 500 € zu 2,6 %
Berechne die Jahreszinsen mit einem Tabellenkalkulationsprogramm.

Eigenkapital ist Kapital, das einem gehört und nicht geliehen ist.

8. Familie Özdemir möchte sich ein Haus zu einem Preis von 380 000 € kaufen. Sie haben 80 000 € Eigenkapital. Die Bank leiht der Familie den Rest zu einem Zinssatz von 1,2 %. Wie hoch sind die Zinsen für ein Jahr?

+9. Stelle zu jedem Bild eine Frage, dann rechne.

10. Frau Gerz möchte sich für 12 000 € ein Pferd kaufen. Ihre Hausbank bietet ihr einen Kredit über 12 000 € für 4 % an. Damit kann sie sich sofort den Traum eines eigenen Pferdes ermöglichen. In einem Jahr bekommt sie einen Sparvertrag in Höhe von 12 570 € ausgezahlt. Mit dem Geld aus dem Sparvertrag will Frau Gerz den Kredit der Hausbank zurückzahlen und auch die Zinsen bezahlen. Reicht das Geld dafür?

11. Herr Marx möchte ein Auto für 15 000 Euro kaufen. 10 000 Euro hat er bereits gespart, den Rest muss er sich leihen. Seine Bank macht ihm zwei Angebote. Überlege, wie Herr Marx bei seinem Autokauf am besten vorgehen sollte.

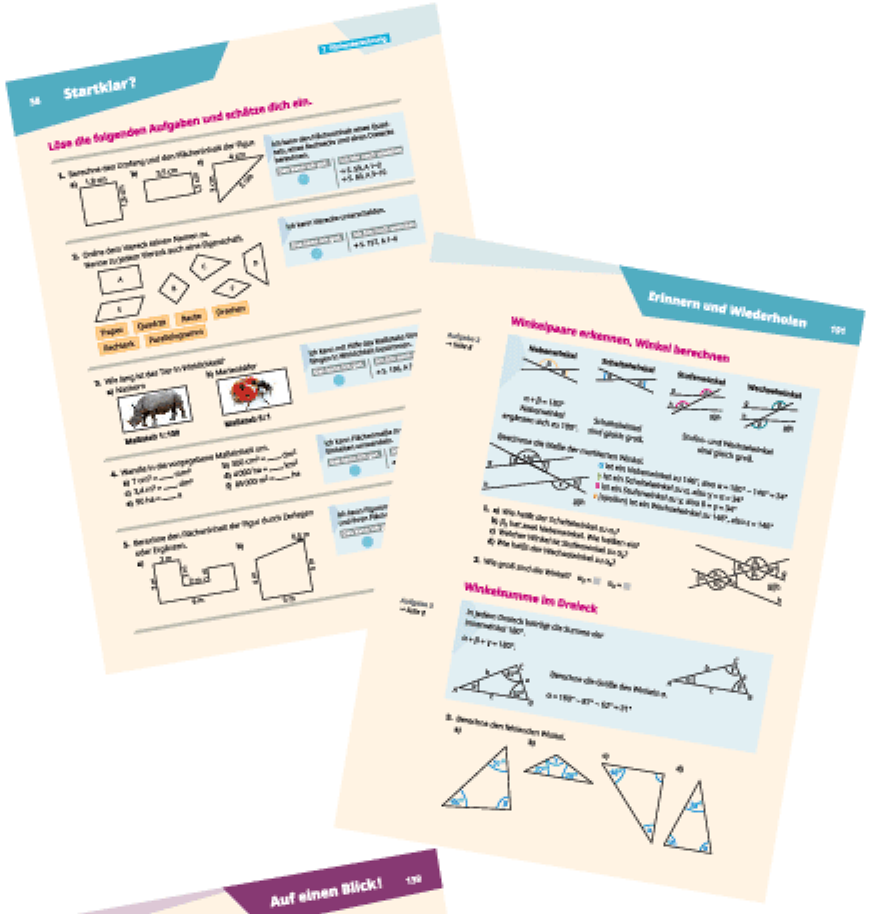
12. Im Wirtschaftsteil vieler Zeitungen erhältst du einen Überblick über aktuelle Zinsen für Kredite. Wie viel Euro Zinsen müsste man mindestens, wie viel höchstens pro Jahr bezahlen? Wie viel Zinsen insgesamt?

Geld und Kapital	
Kreditsumme:	5 000 €
3 Jahre	5,5 % bis 12,4 %

13. Dennis hat sich mit einem kleinen Job im letzten Jahr 1 850 € verdient. Er zahlt das Geld am 01.01. auf sein Sparkonto für einen Zinssatz von 1,5 % ein. Die Zinsen lässt er auf dem Konto liegen. Wie hoch ist das Kapital zwei Jahre später am 01.01.?

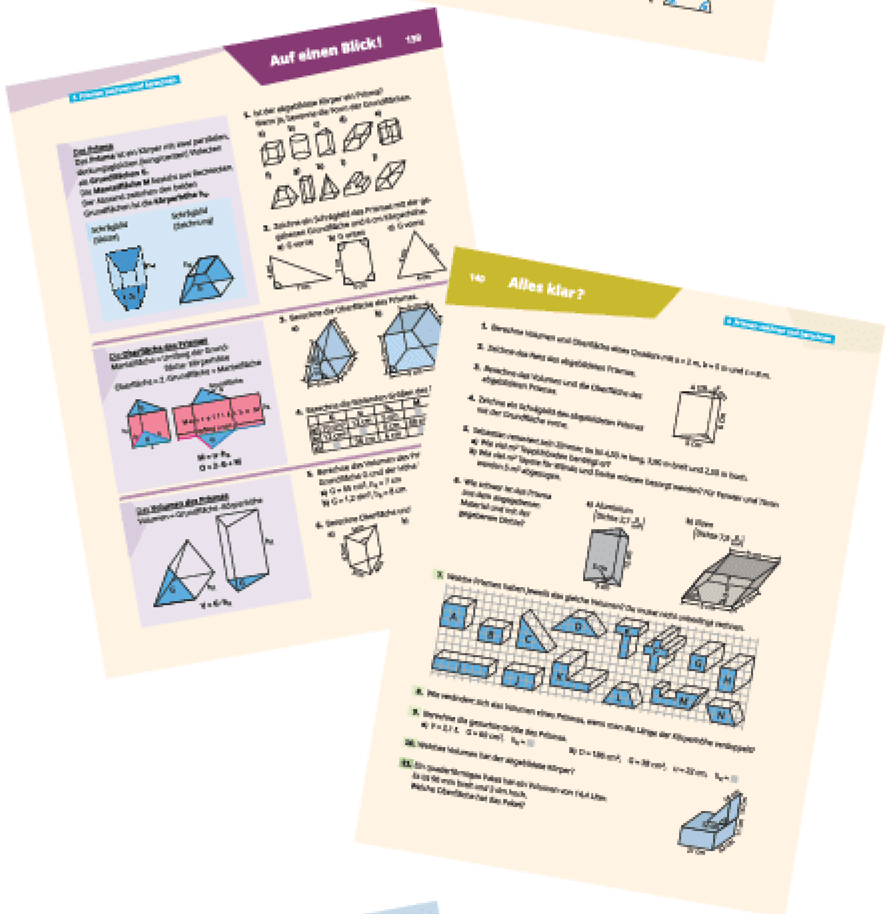
Am Kapitelanfang kannst du prüfen,
ob du **Startklar?** bist für das
neue Thema.

Wenn du bei einigen Aufgaben
noch unsicher bist, kannst du
am Ende des Buches auf den Seiten
Erinnern und Wiederholen
nachschlagen und üben.



Am Ende des Kapitels werden
Auf einen Blick! alle
wichtigen Inhalte zusammengefasst.
Zu jedem Merkkasten gibt es
typische Aufgaben.

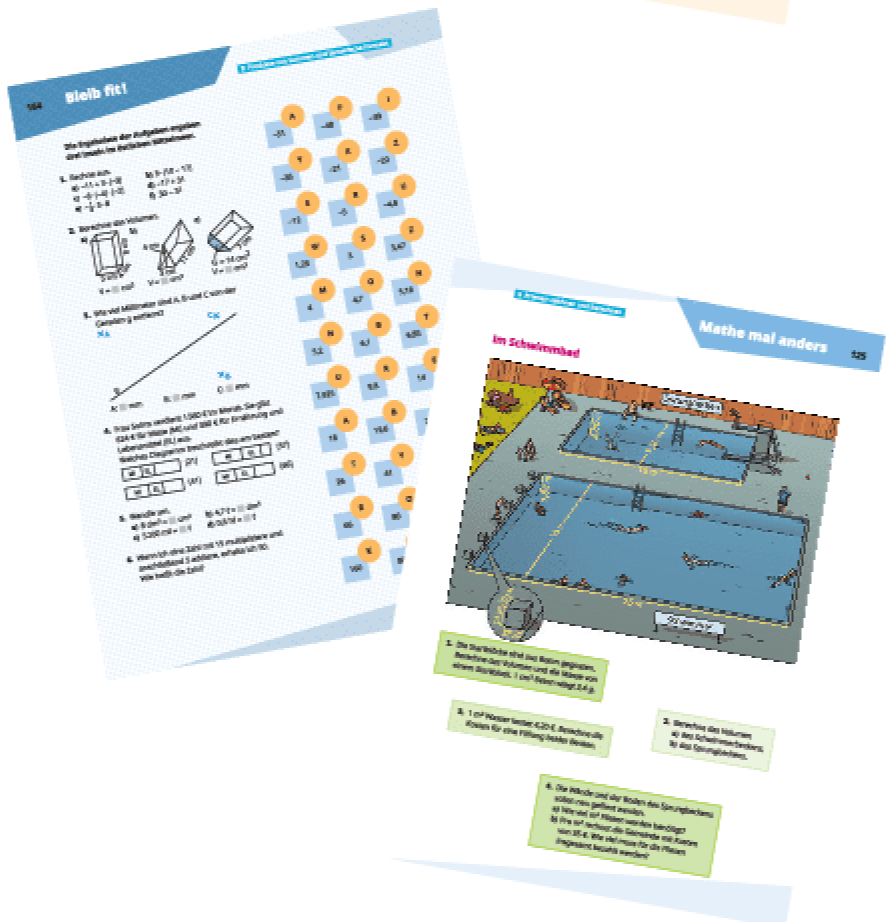
Auf der letzten Kapitelseite
Alles klar? kannst du testen,
ob du alles gut verstanden hast,
und dich auf die Klassenarbeit
vorbereiten.



Zu allen diesen Seiten stehen die
Lösungen hinten im Buch, so dass
du deine Ergebnisse überprüfen kannst.

Mittendrin im Kapitel kannst du auf
der Seite **Bleib fit!** Fähigkeiten üben und
trainieren, unabhängig vom aktuellen
Kapitelinhalt.

Wo wird Mathematik im Alltag
angewendet? Gibt es Themen, die sich
für ein Projekt oder zum Basteln eignen?
Auf den Seiten **Mathe mal anders**
findest du Beispiele und Anregungen dafür.



westermann

SEKUNDO

Mathematik

8

Differenzierende Ausgabe

Herausgegeben von

Tim Baumert
Martina Lenze
Max Schröder
Bernd Wurl

SEKUNDO 8

Mathematik

Differenzierende Ausgabe

Herausgegeben und bearbeitet von

Lutz Bassin, Tim Baumert, Volker Eisenmann, Kathrin Holten, Dr. Elke Kösters, Katharina Kutter, Dr. Martina Lenze, Anette Lessmann, Ludwig Mayer, Sigrid Mergelkuhl, Rino Schroeder, Dr. Max Schröder, Michael Siegbert, Peter Welzel, Prof. Bernd Wurl

Mit Beiträgen von

Maik Abshagen, Kerstin Cohrs-Streloke, Klaus Frankenberg, Hartmut Lunze, Alexsandra Misra, Erik Röhrich-Zorn, Jürgen Ruschitz, Prof. Dr. Alexander Wynands

Zusatzmaterialien zu Sekundo 8

Für Lehrerinnen und Lehrer:

Lösungen zum Schülerband	978-3-14-124230-0
BiBox für Lehrerinnen und Lehrer (Einzellizenz)	WEB-14-124233
BiBox für Lehrerinnen und Lehrer (Kollegiumslizenz)	WEB-14-124234
Online-Diagnose zu Sekundo 8	www.onlinediagnose.de

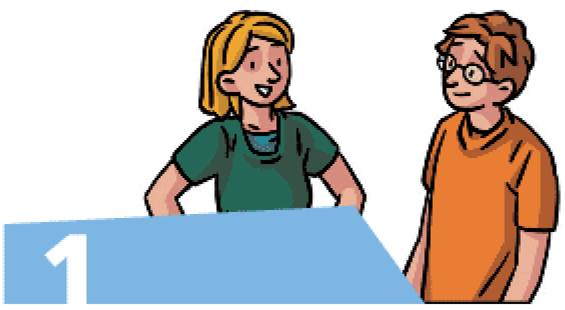
Für Schülerinnen und Schüler:

Arbeitsheft	978-3-14-124231-7
Arbeitsheft mit interaktiven Übungen	978-3-14-145176-4
Förderheft	978-3-14-124232-4
Interaktive Übungen	WEB-14-124783
BiBox (Einzellizenz für 1 Schuljahr)	WEB-14-124236

Druck A[5] / Jahr 2023
Alle Drucke der Serie A sind im Unterricht parallel verwendbar.

Redaktion: Dr. Frances Beier, Anton Berg
Umschlag: Gingco Net, Braunschweig
Layout: Janssen Kahlert, Hannover
Illustration: Heinrich Drescher, Münster
Zeichnungen: Michael Wojczak, Braunschweig
Druck und Bindung: Westermann Druck GmbH, Georg-Westermann-Allee 66, 38104 Braunschweig

ISBN 978-3-14-**124229**-4

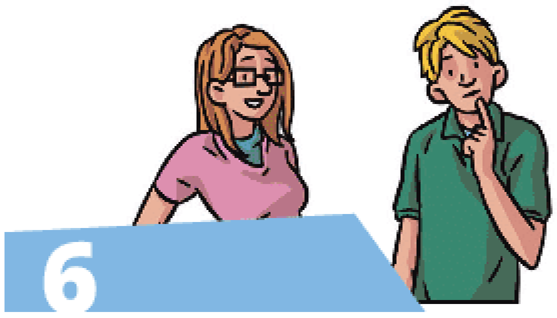


1 Zeichnen und Konstruieren

2 Terme und Gleichungen

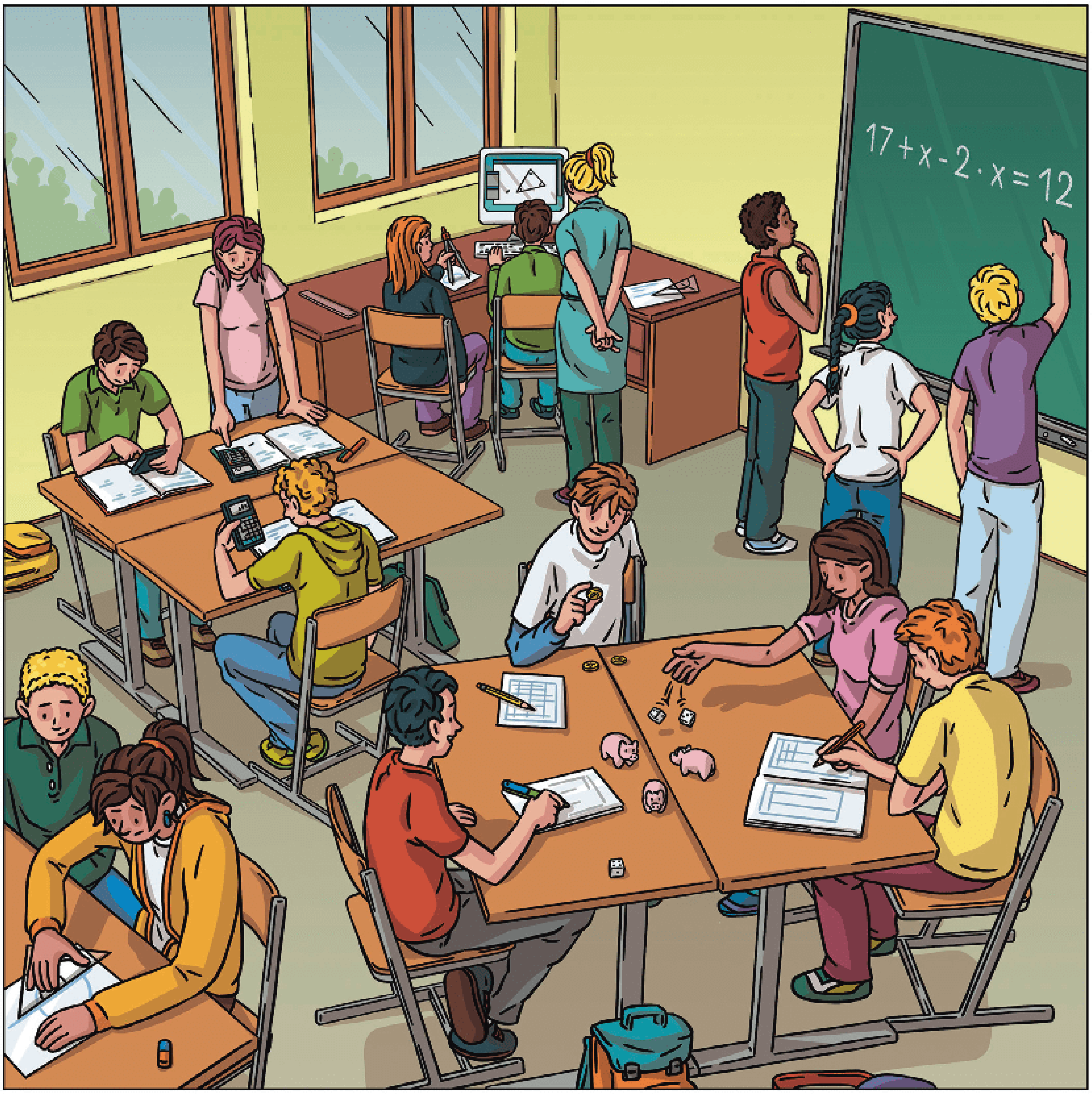
3 Flächenberechnung

Inhalt



Seiten mit dieser Kennzeichnung behandeln ein schwieriges Thema.

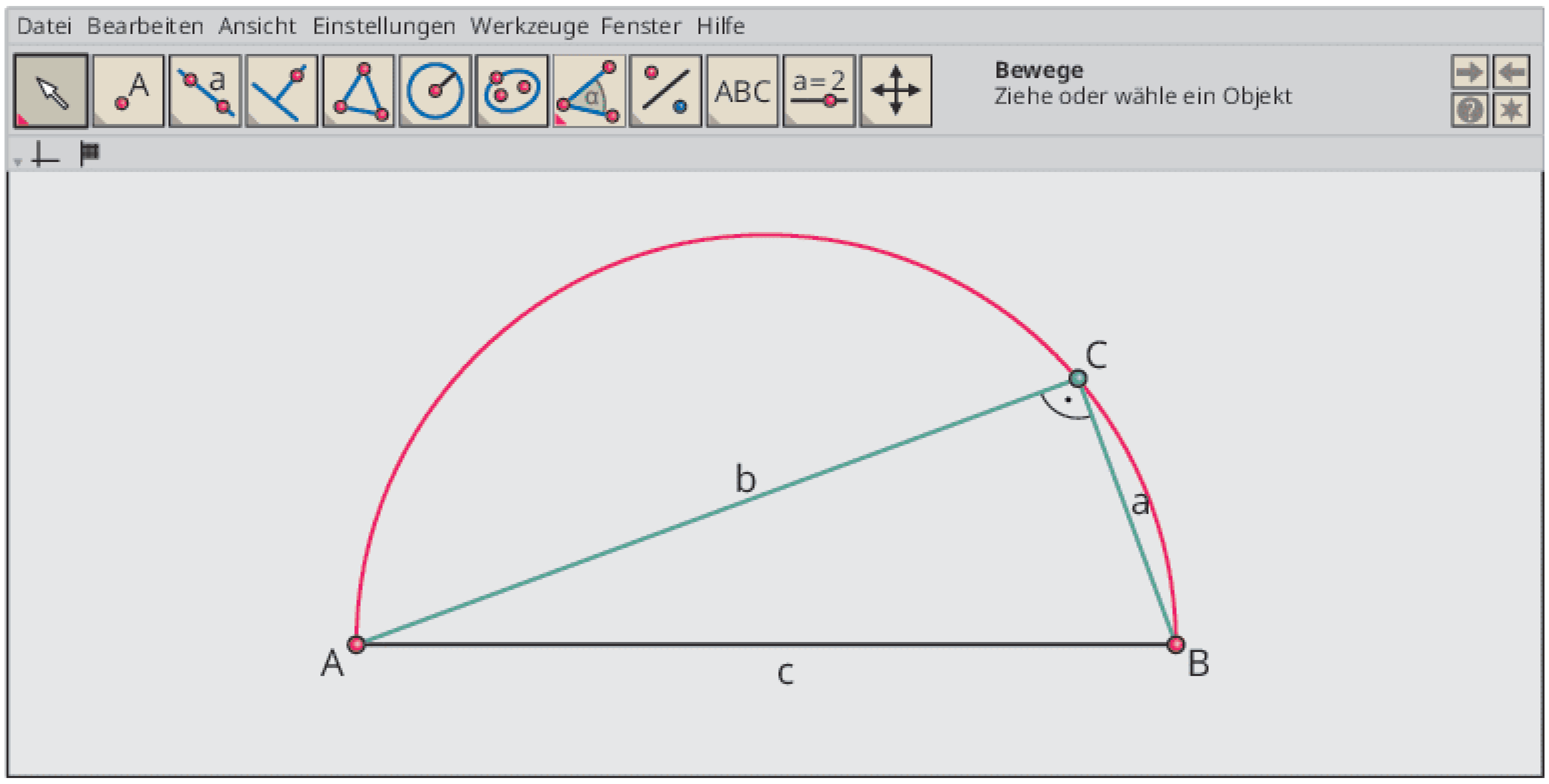
Seid ihr bereit?



Los geht's!

Zeichnen und Konstruieren

1

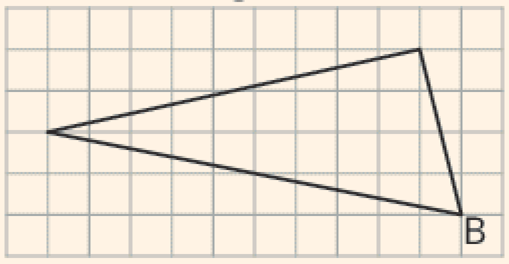


In diesem Kapitel lernst du, ...

... wie du Vierecke konstruierst,
... wie groß die Winkelsumme in Vierecken ist,
... wie das Haus der Vierecke aussieht und welche Bedeutung es hat,
... welche Eigenschaften verschiedene Vierecksformen haben,
... was der Satz des Thales besagt.

Löse die folgenden Aufgaben und schätze dich ein.

1. a) Übertrage das Dreieck in dein Heft und vervollständige die Beschriftung.



b) Zeichne die Höhe zur Seite c ein.

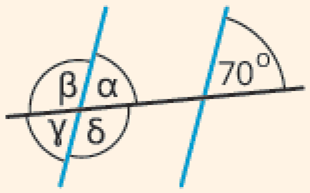
Ich kann ein Dreieck richtig beschriften.

Das kann ich gut. ☺ | Ich bin noch unsicher. → S. 190, A 1–4

---

2. a) Berechne alle Winkel.

b) Ordne den Winkelpaaren die richtige Bezeichnung zu.



β und δ	*Nebenwinkel*
γ und δ	*Stufenwinkel*
70° und α	*Scheitelwinkel*

Ich kann Winkelpaaren die richtige Bezeichnung zuordnen und die Winkel berechnen.

Das kann ich gut. ☺ | Ich bin noch unsicher. → S. 191, A 1–2

---

3. Berechne die fehlenden Winkel im Dreieck.

a) $\alpha = 56°$; $\beta = 74°$

b) $\beta = 38°$; $\gamma = 105°$

c) $\alpha = 35°$, γ ist ein rechter Winkel

d) $a = b = 3$ cm; $\beta = 45°$

Ich kann mit Hilfe der Winkelsumme Dreieckswinkel berechnen.

Das kann ich gut. ☺ | Ich bin noch unsicher. → S. 191, A 3

---

4. Zeichne ein Koordinatensystem und trage die folgenden Punkte ein:
A(0|2), B(4|2), C(4|5).
Verbinde anschließend die Punkte mit einem vierten Punkt D zu einem Rechteck.
Welche Koordinaten hat der vierte Eckpunkt?

Ich kann Punkte in einem Koordinatensystem einzeichnen und ablesen.

Das kann ich gut. ☺ | Ich bin noch unsicher. → S. 192, A 1–2

---

5. a) Zeichne die Strecke $\overline{AB} = 4{,}6$ cm und zeichne dazu eine Senkrechte ein.

b) Zeichne zur Strecke $\overline{AB}$ eine Parallele.

Ich kann zu einer gegebenen Strecke eine Senkrechte und eine Parallele zeichnen.

Das kann ich gut. ☺ | Ich bin noch unsicher. → S. 192, A 3–4

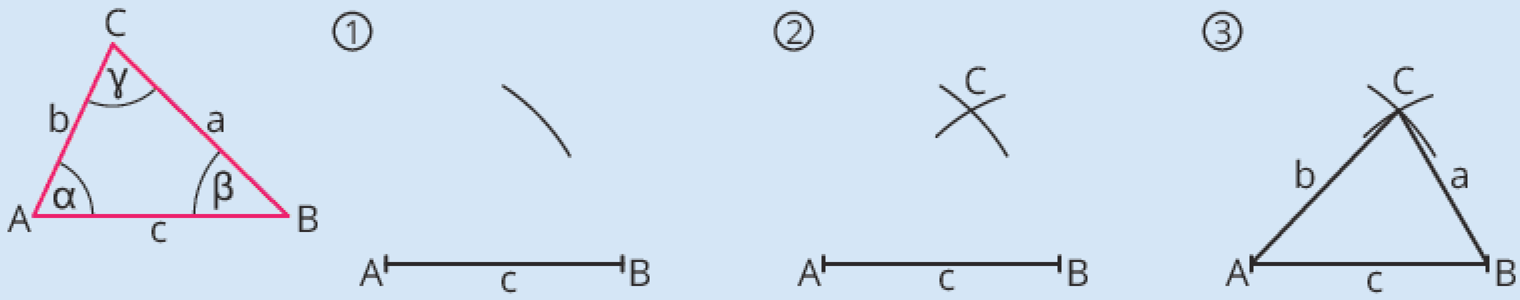
Wiederholung: Dreieckskonstruktionen

Kongruenzsätze

Du kannst ein Dreieck eindeutig konstruieren, wenn folgende Größen gegeben sind:

drei Seiten **(SSS)**	eine Seite und die zwei anliegenden Winkel **(WSW)**	zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel **(SWS)**	zwei Seiten und der Winkel gegenüber der längeren Seite **(SsW)**

Zeichne ein Dreieck mit: a = 3 cm; b = 3,5 cm; c = 4 cm. Fertige zuerst eine Planfigur an.



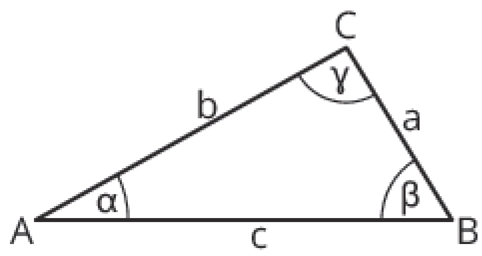
Planfigur: Kennzeichne gegebene Größen farbig.

① *Zeichne die Seite c, setze den Zirkel mit der Länge b in A an und zeichne einen Kreisbogen.*

② *Setze den Zirkel mit der Länge a in B an und schneide den ersten Bogen.*

③ *Verbinde den Schnittpunkt C mit A und B.*

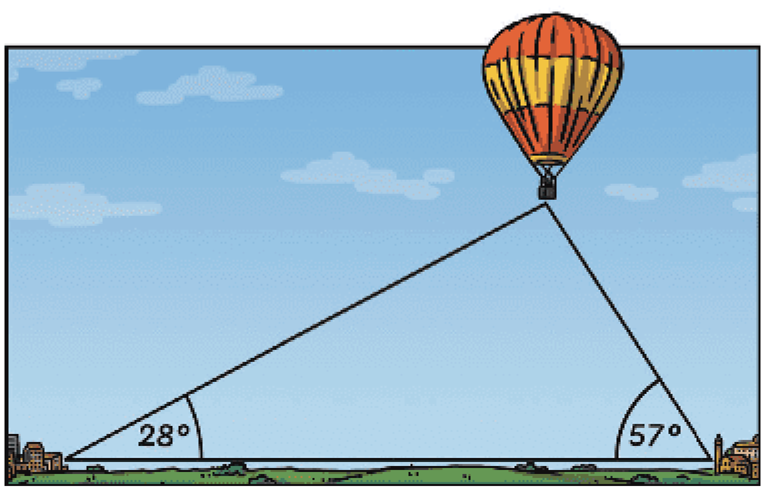
1. Konstruiere das Dreieck.
a) c = 3,6 cm; b = 4,2 cm; α = 55°
b) a = 6,4 cm; β = 92°; γ = 41°
c) a = 5,5 cm; b = 3,8 cm; c = 8,2 cm
+d) a = b = c = 5 cm



2. Konstruiere das Dreieck. Zeichne zuerst eine Planfigur. Markiere vorgegebene Größen farbig. Gib an, welche Dreieckskonstruktion vorliegt (SSS, WSW, SWS, SsW).

a)	**b)**	**c)**	**d)**
a = 5,3 cm	c = 4,2 cm	a = 2,3 cm	b = 3,8 cm
b = 2,8 cm	α = 75°	b = 4,6 cm	c = 4,9 cm
c = 4,3 cm	β = 62°	γ = 110°	γ = 67°

3. Die Orte A und B sind 5,3 km voneinander entfernt. Von beiden Orten sieht man den Heißluftballon unter den angegebenen Winkeln.
Wie weit ist er von den Orten entfernt? Zeichne maßstäblich (1 cm für 1 km) und miss.

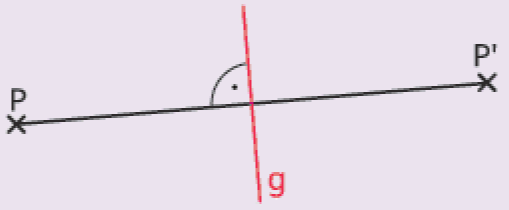


Ort A Ort B

+4. Konstruiere das Dreieck ABC.
a) c = 7,2 cm; α = 68°; γ = 39°
b) b = 7,2 cm; β = 75°; γ = 66°
c) a = 7,2 cm; α = 88°; β = 46°

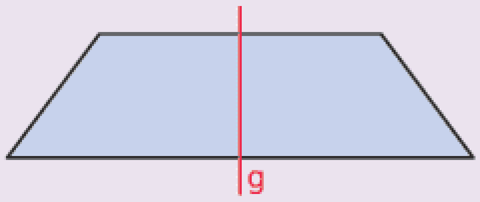
Wiederholung: Achsenspiegelung und Achsensymmetrie

Achsenspiegelung



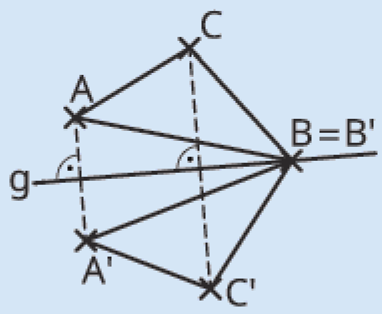
Wenn du einen Punkt P an einer Geraden g spiegelst, dann entsteht ein Bildpunkt P' (lies: „P Strich“).
Die Gerade g heißt **Spiegelachse**. Die Strecke $\overline{PP'}$ verläuft senkrecht zur Spiegelachse. Die Spiegelachse halbiert die Strecke $\overline{PP'}$.

Achsensymmetrie

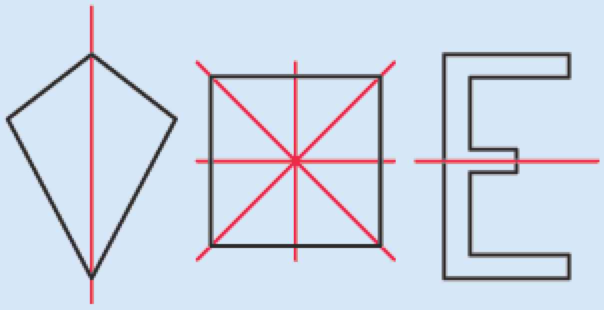


Eine Figur heißt **achsensymmetrisch**, wenn es mindestens eine Spiegelachse gibt, so dass die Figur auf sich selbst gespiegelt wird.
Die Spiegelachse heißt dann **Symmetrieachse**.

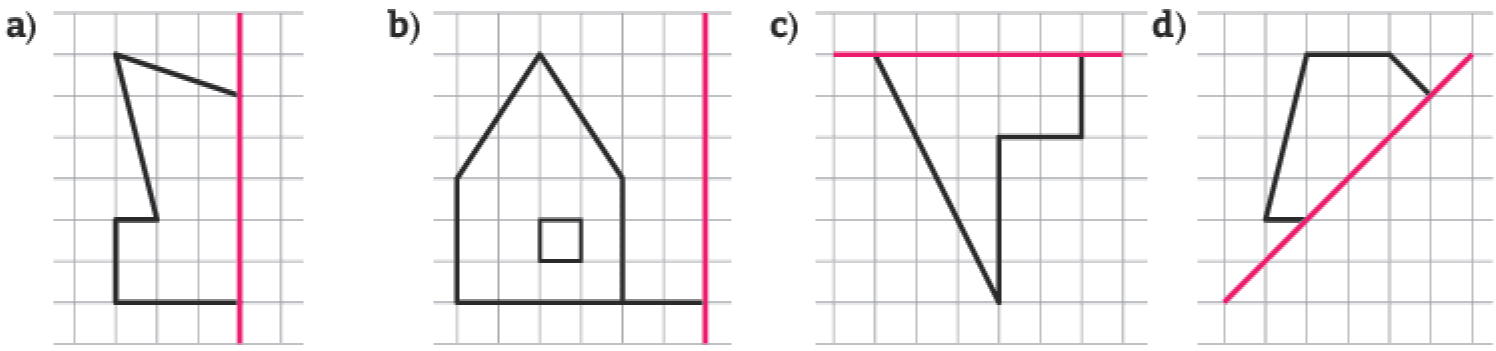
Spiegele das Dreieck ABC an der Geradem g.



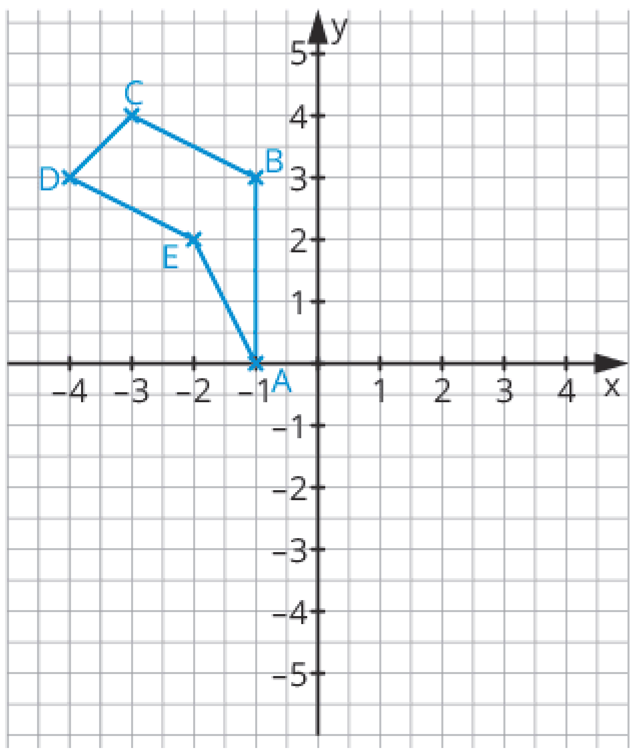
Zeichne alle Symmetrieachsen rot ein.



1. Übertrage die Figur in dein Heft und spiegele sie an der roten Spiegelachse.



2. Übertrage das Koordinatensystem ins Heft und spiegele die Figur ABCDE
a) an der y-Achse, **b)** an der x-Achse.

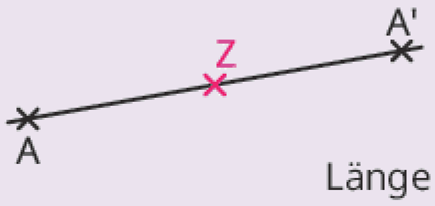


3. Zeichne das Viereck ABCD mit A(0|4), B(0|6), C(–2|6) und D(–2|4) in ein Koordinatensystem. Spiegele das Viereck ABCD an der Geraden g durch die Punkte P(0|2) und Q(5|2).

4. Nimm Stellung zu den folgenden Behauptungen. Begründe deine Meinung mit einer Skizze.
a) Jedes rechtwinklige Dreieck hat eine Symmetrieachse.
b) Jedes gleichschenklige Dreieck ist achsensymmetrisch.
c) Jedes gleichseitige Dreieck hat drei Symmetrieachsen.

Wiederholung: Punktspiegelung und Punktsymmetrie

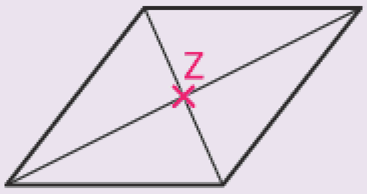
Punktspiegelung



Länge $\overline{ZA}$ = Länge $\overline{ZA'}$

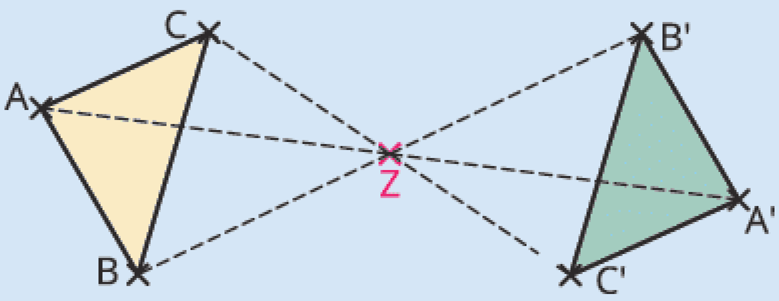
Wenn du einen Punkt A an einem Punkt Z spiegelst, dann entsteht ein Bildpunkt A′. A und A′ haben von Z den gleichen Abstand und liegen auf der Geraden AZ.

Punktsymmetrie

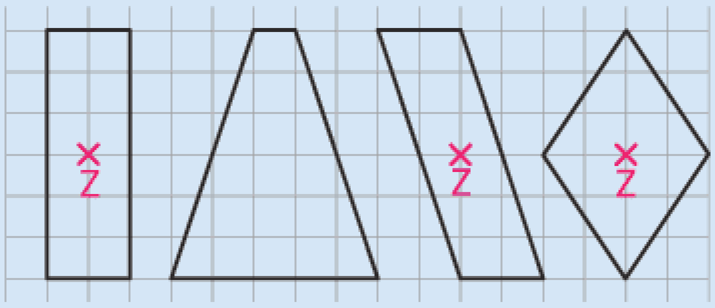


Eine Figur ist **punktsymmetrisch**, wenn sie an einem Punkt Z so gespiegelt werden kann, so dass die Figur auf sich selbst gespiegelt wird.
Z heißt **Symmetriezentrum**.

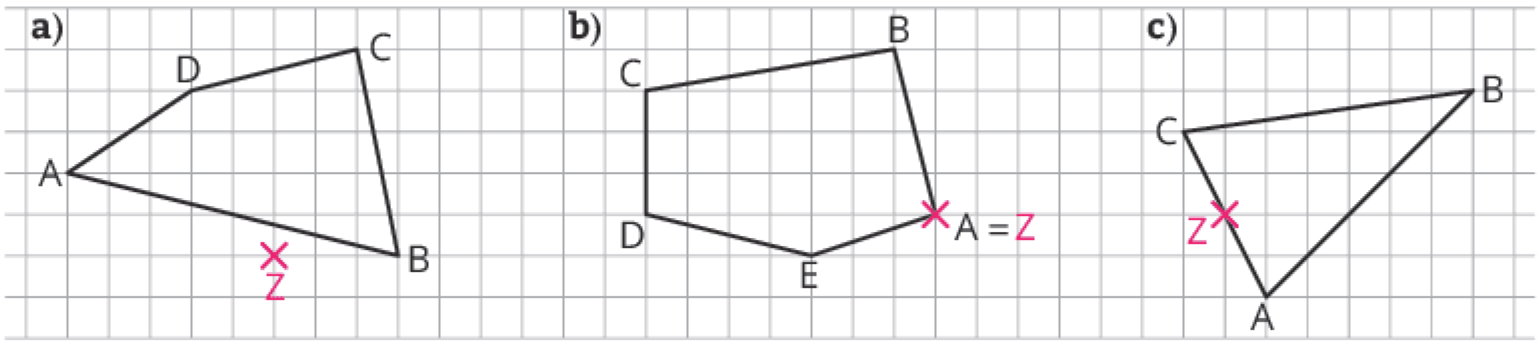
Spiegele das Dreieck ABC an Z.



Zeichne das Symmetriezentrum Z ein, wenn die Figur punktsymmetrisch ist.

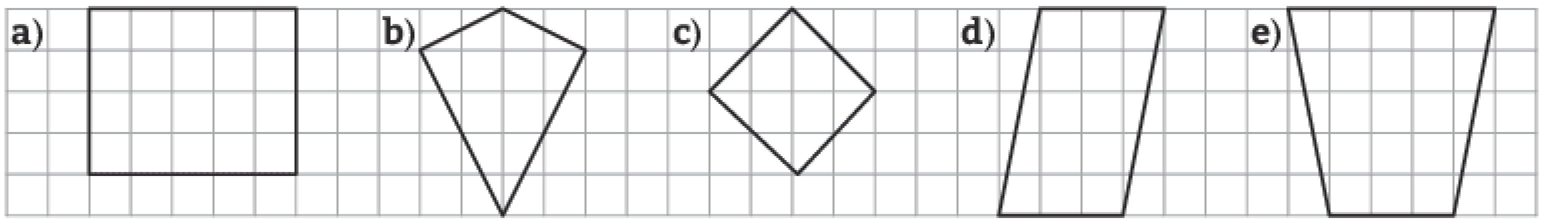


1. Übertrage die Figur in dein Heft. Spiegele sie am Punkt Z.



2. Zeichne den Punkt A in ein Koordinatensystem und spiegele ihn am Punkt Z.
Gib die Koordinaten des Bildpunktes A′ an.
a) A(1|2), Z(5|5) **b)** A(3|1), Z(1|2) **c)** A(2|4), Z(3|0) **d)** A(2|3), Z(0|1)

3. Übertrage das Viereck in dein Heft. Wenn das Viereck punktsymmetrisch ist, dann zeichne das Symmetriezentrum Z ein.



4. **a)** Zeichne das Dreieck ABC mit A(−8|2), B(−1|3) und C(−8|6) in ein Koordinatensystem und spiegele es am Punkt Z(0|0). Notiere die Koordinaten der Originalpunkte und Bildpunkte nebeneinander. Was fällt dir auf?
b) Von einer Punktspiegelung sind der Punkt Q(−4|3) und dessen Bildpunkt Q′(4|6) bekannt. Wie heißen die Koordinaten des Symmetriezentrums Z?

Benennung von Vierecken

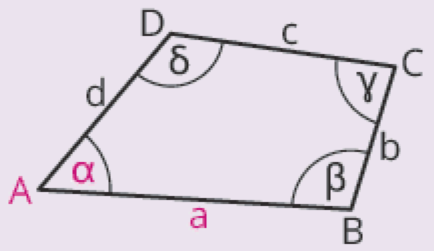
Benennung von Vierecken

Diese Regeln musst du bei der Benennung von Eckpunkten, Seiten und Winkel eines Vierecks beachten:

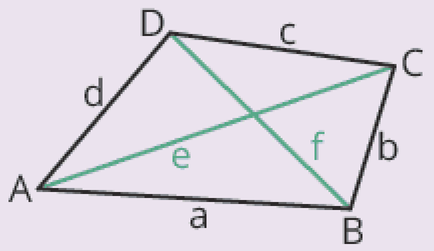
① Benenne die Eckpunkte gegen den Uhrzeigersinn mit A, B, C und D.

② Die Seite a liegt zwischen den Eckpunkten A und B:
$a = \overline{AB}$; $b = \overline{BC}$; $c = \overline{CD}$; $d = \overline{DA}$

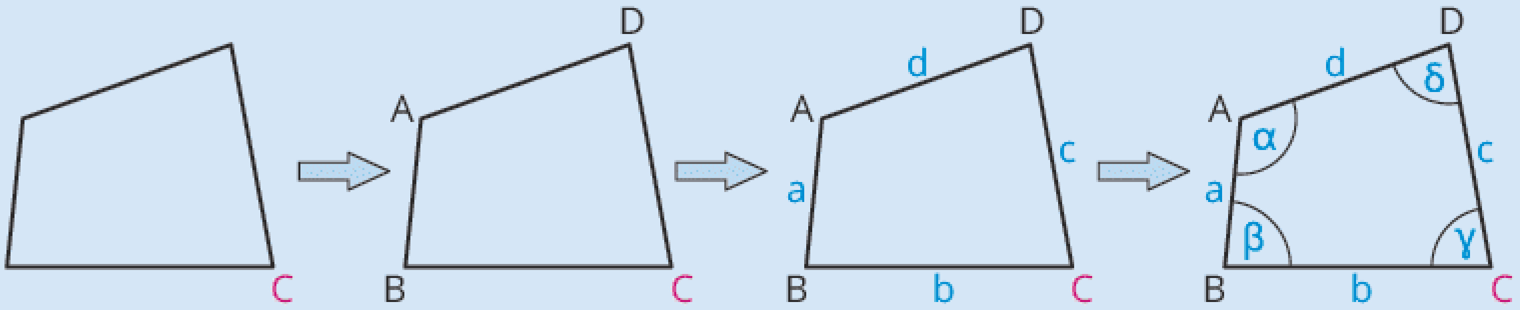
③ Der Winkel α (alpha) liegt bei Punkt A, β (beta) bei Punkt B, γ (gamma) bei Punkt C und δ (delta) bei Punkt D.



Die Diagonalen bezeichnest du mit *e* und *f*.
$e = \overline{AC}$; $f = \overline{BD}$

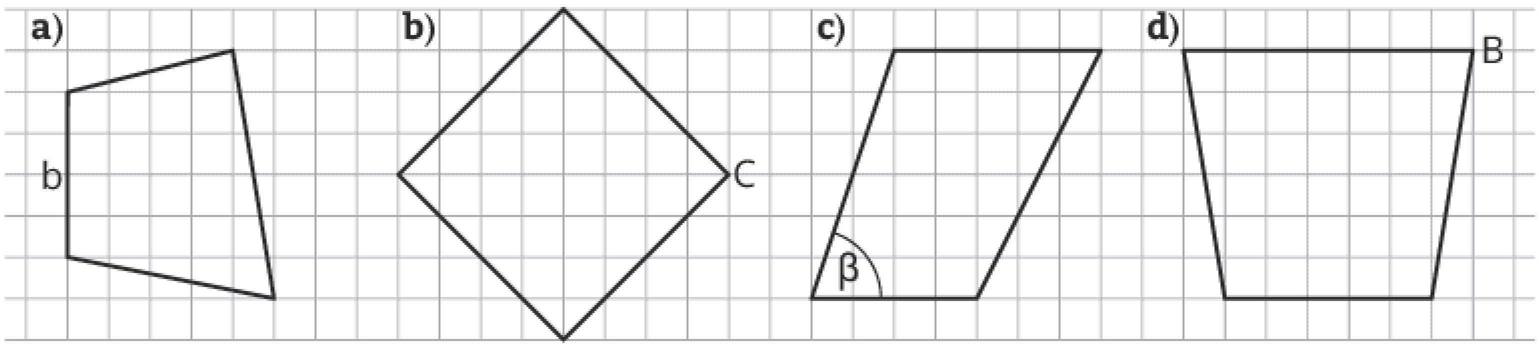


Beim abgebildeten Viereck ist nur der Eckpunkt C benannt. Vervollständige die Beschriftung.

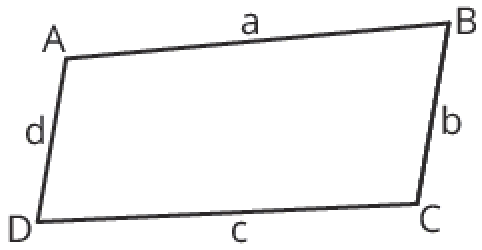


① *Trage gegen den Uhrzeigersinn die Eckpunkte ein.*
② *Beschrifte die Seiten.*
③ *Trage die Winkel ein.*

1. Bei diesen Vierecken ist nur eine Angabe gegeben. Skizziere sie in dein Heft und vervollständige die Beschriftung.



2. Finde den Fehler. Skizziere das Viereck in deinem Heft und beschrifte es richtig.



3. Zeichne das Viereck in ein Koordinatensystem.
Einheit: 1 cm.

a) Das Viereck hat die Eckpunkte (–2|–3), (3|–2), (5|7) und (–2|4). Nenne die Seite, die 7 cm lang ist, a. Anschließend beschrifte das Viereck vollständig.

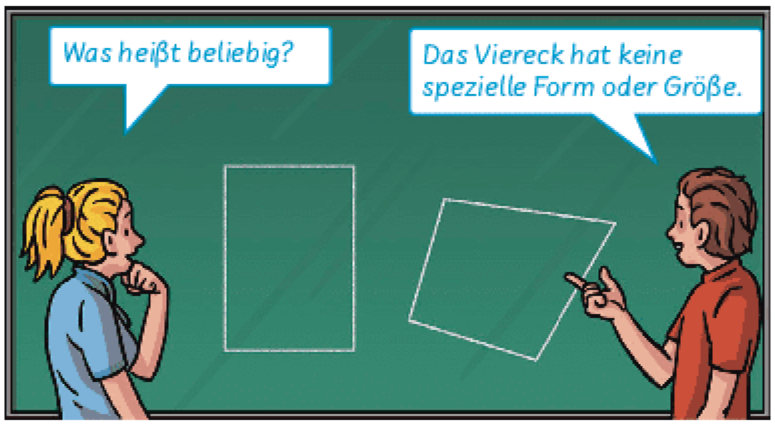
b) Das Viereck hat die Eckpunkte (–1|–2), (6|–2), (3|2) und (0|3).
① Nenne den stumpfen Winkel γ und beschrifte das Viereck vollständig.
② Zeichne die Diagonalen e und f ein und beschrifte sie.

Winkelsumme in Vierecken

1. Partnerarbeit:

a) Zeichnet ein beliebiges Viereck ABCD in euer Heft. Bestimmt die Größe der vier Winkel mit dem Geodreieck. Wie groß ist ihre Summe?

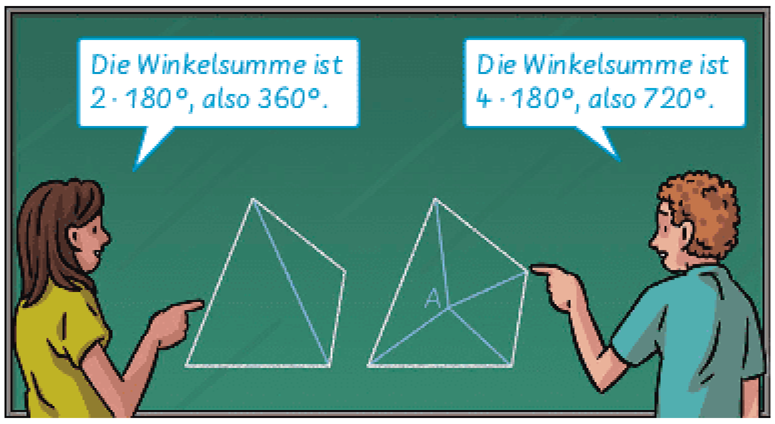
b) Vergleicht mit euren Nachbarn. Formuliert eine Vermutung über die Winkelsumme im Viereck.



2. Partnerarbeit: Ihr könnt die Winkelsumme im Viereck mit Hilfe von Dreiecken bestimmen.

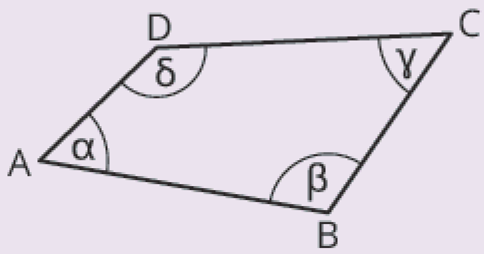
a) Schreibt eine Begründung für Lanikas Rechnung in euer Heft.

b) Überlegt zu zweit: Was hat Johann falsch gemacht? Helft Johann, seine Rechnung zu korrigieren.

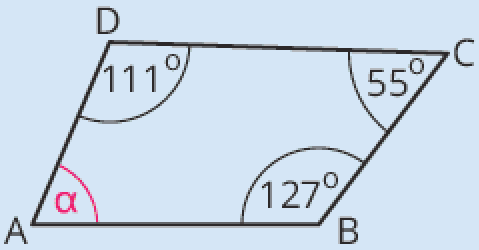


In jedem Viereck beträgt die Winkelsumme 360°.

$$\boldsymbol{\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°}$$



Berechne die Größe des Winkels α.



$\alpha + 127° + 55° + 111° = 360°$

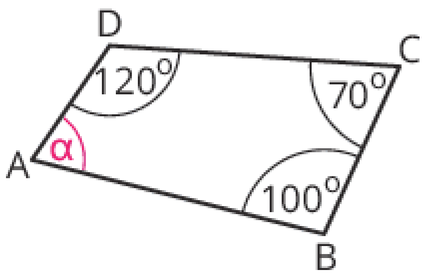
$\alpha + 293° = 360° \qquad | - 293°$

$\alpha = 360° - 293°$

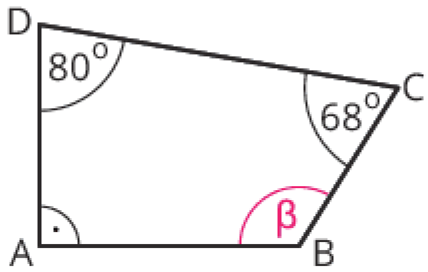
$\boldsymbol{\alpha = 67°}$

3. Berechne den rot markierten Winkel.

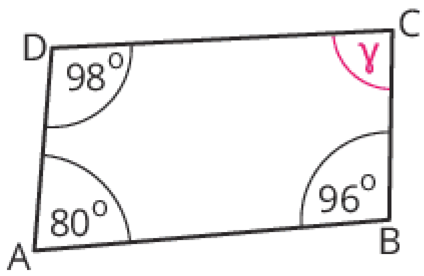
a)



b)

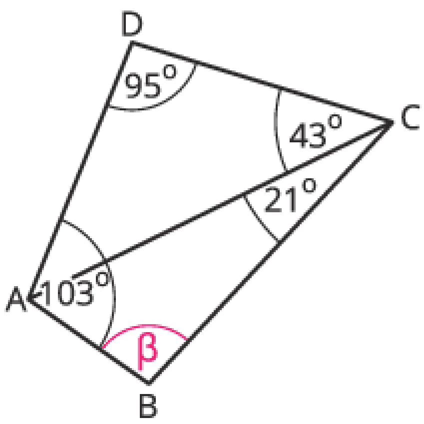


+c)

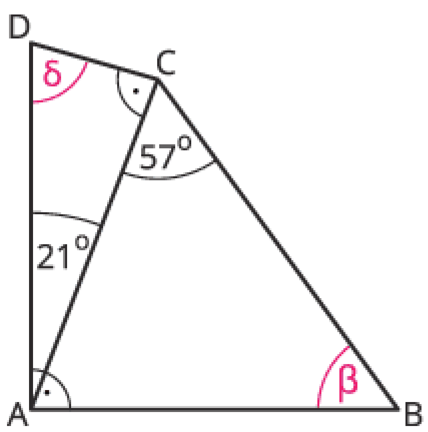


4. Berechne den oder die rot markierten Winkel.

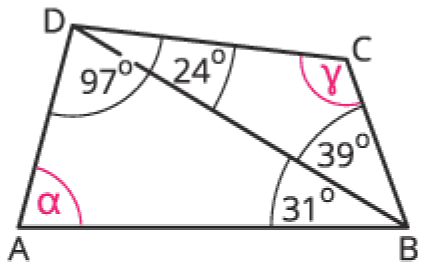
a)



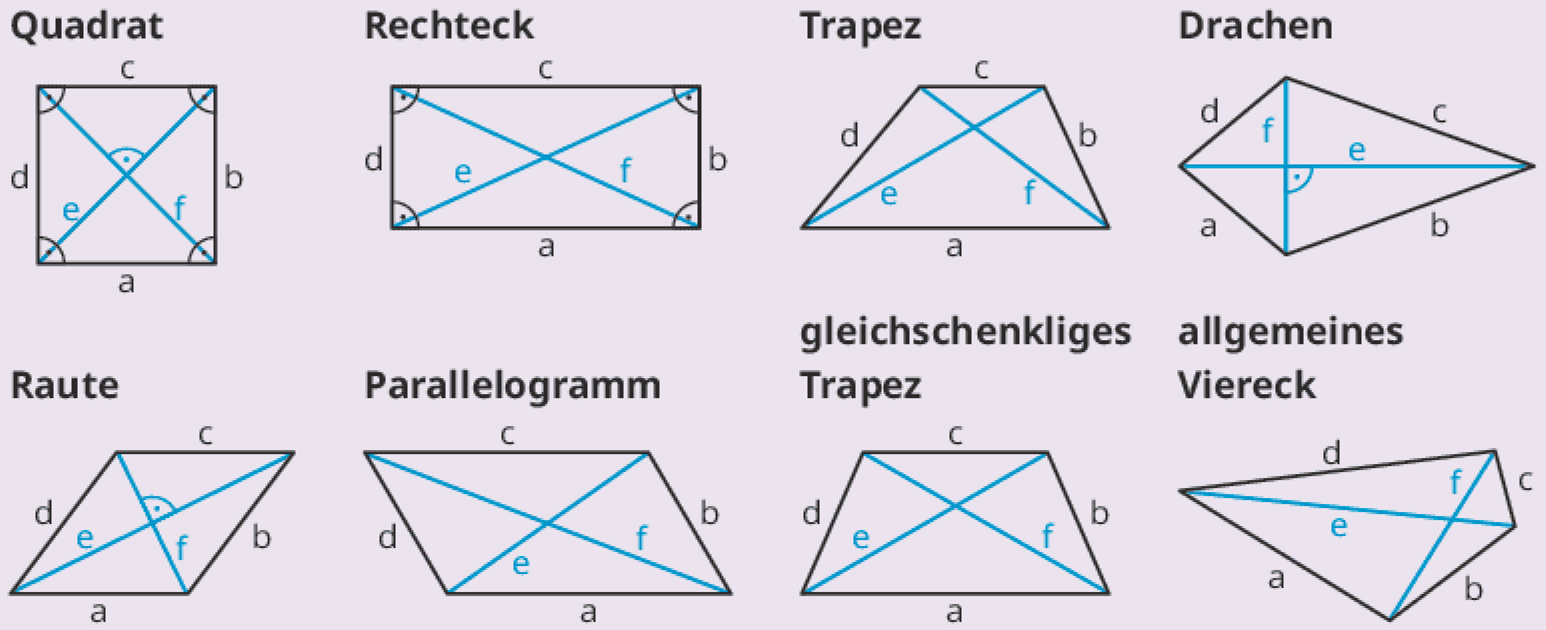
b)



c)



Wiederholung: Vierecke und ihre Eigenschaften



1. Partnerarbeit: Übertragt die Sätze in den Kästen ins Heft und ergänzt den passenden Vierecksnamen. Jeder Vierecksname darf nur einmal verwendet werden.

Ein Viereck mit 4 gleich langen Seiten und 4 gleich großen Winkeln heißt …	Ein Viereck mit 4 gleich langen Seiten heißt …
Ein Viereck mit 4 Eckpunkten heißt …	Ein Viereck mit zwei parallelen Seiten heißt …
Ein Viereck mit jeweils parallelen Gegenseiten heißt …	Ein Viereck mit 4 rechten Winkeln heißt …
Ein Viereck mit zwei parallelen Gegenseiten und einer Mittellinie als Symmetrieachse heißt …	Ein Viereck mit rechtwinkligen Diagonalen, von denen eine Symmetrieachse des Vierecks ist, heißt …

2. Partnerarbeit: Übertragt die Tabelle ins Heft.

a) Cem und Paul sind sich nicht einig, ob das Kreuz richtig gesetzt ist. Besprecht euch auch mit anderen Partnern und mit eurer Lehrerin/eurem Lehrer.

b) Kreuzt Zutreffendes in der Tabelle an. Skizzen auf Karopapier helfen euch.

	Drachen	gl. Trapez	Parallelogramm	Quadrat	Raute	Rechteck	Trapez	allgem. Viereck
alle 4 Winkel 90° groß								
benachbarte Winkel gleich groß								
gegenüberliegende Winkel gleich groß								
alle 4 Seiten gleich lang								
2 Paar je gleich lange Seiten								
1 Paar gleich lange Seiten				X				
2 Paar je parallele Seiten								
1 Paar parallele Seiten								
Diagonalen gleich lang								
Diagonalen halbieren sich								
Diagonalen senkrecht zueinander								

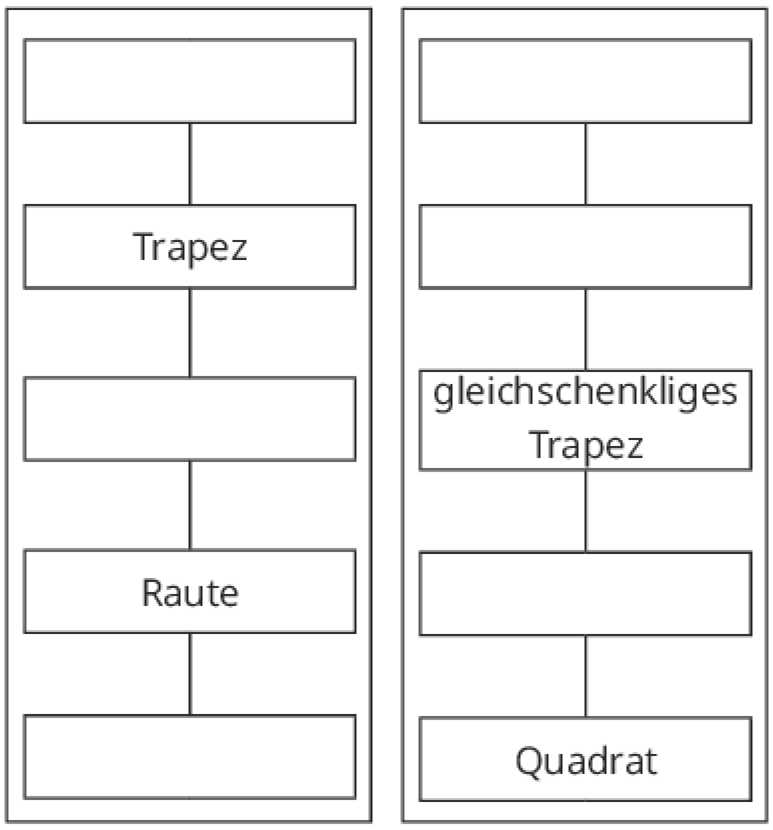
Löst alle Aufgaben in Gruppenarbeit.

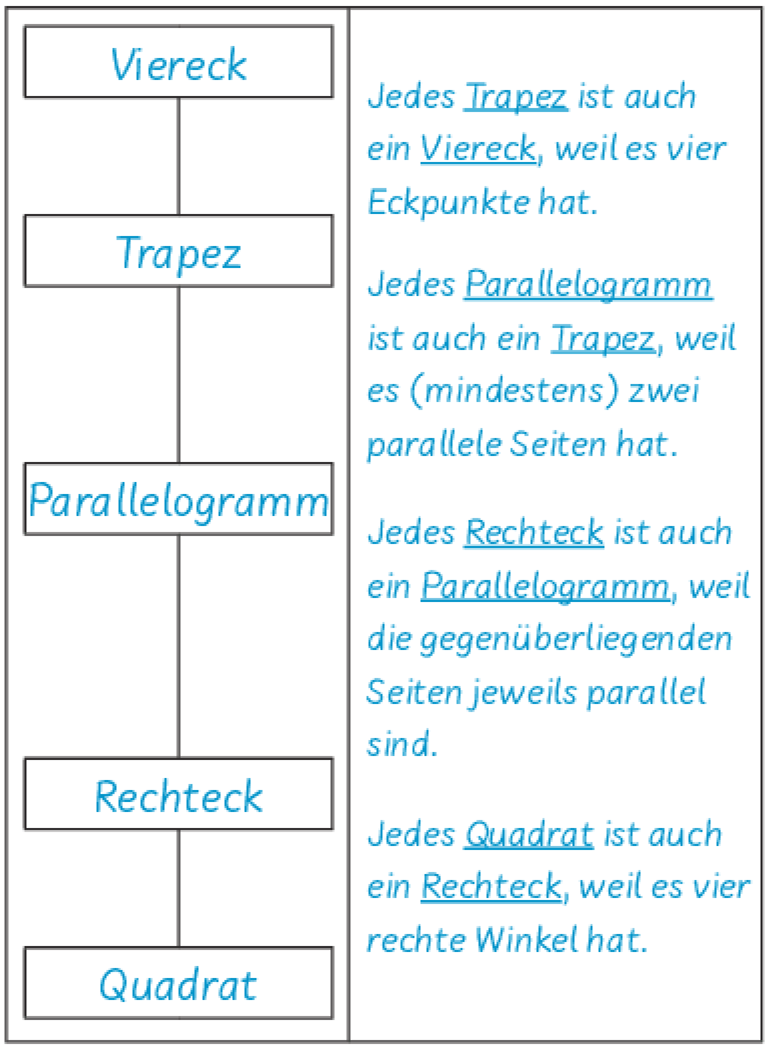
3. Begründet eure Meinung und vergleicht sie mit anderen Gruppen.
a) Wer hat Recht – Emilia oder Max?
b) Gibt es ein gleichschenkliges Trapez mit 4 gleichlangen Seiten?
c) Gibt es ein Trapez mit zwei Diagonalen, die sich gegenseitig halbieren?

4. Welches Viereck ist das? Es können auch mehrere Vierecksformen genannt werden.
a) Ein Rechteck mit vier gleich langen Seiten.
b) Ein Parallelogramm, dessen Diagonalen senkrecht zueinander sind.
c) Ein Trapez mit vier gleich langen Seiten.
d) Ein Trapez mit gleich langen Diagonalen.

5. Zeichnet – wenn möglich – das Viereck mit den angegebenen Eigenschaften.
a) Ein Rechteck, das kein Quadrat ist.
b) Ein Quadrat, das kein Rechteck ist.
c) Einen Drachen mit vier gleichlangen Seiten.
d) Ein Parallelogramm mit mindestens einem rechten Winkel, das kein Rechteck ist.

6. Abgebildet ist eine Viereckskette und daneben ein erklärender Text, den Arif in sein Merkheft geschrieben hat.
Hier findet ihr zwei weitere Viereckskettten.
Übertragt sie ins Heft, notiert die fehlenden Vierecksformen und schreibt Texte wie Arif.



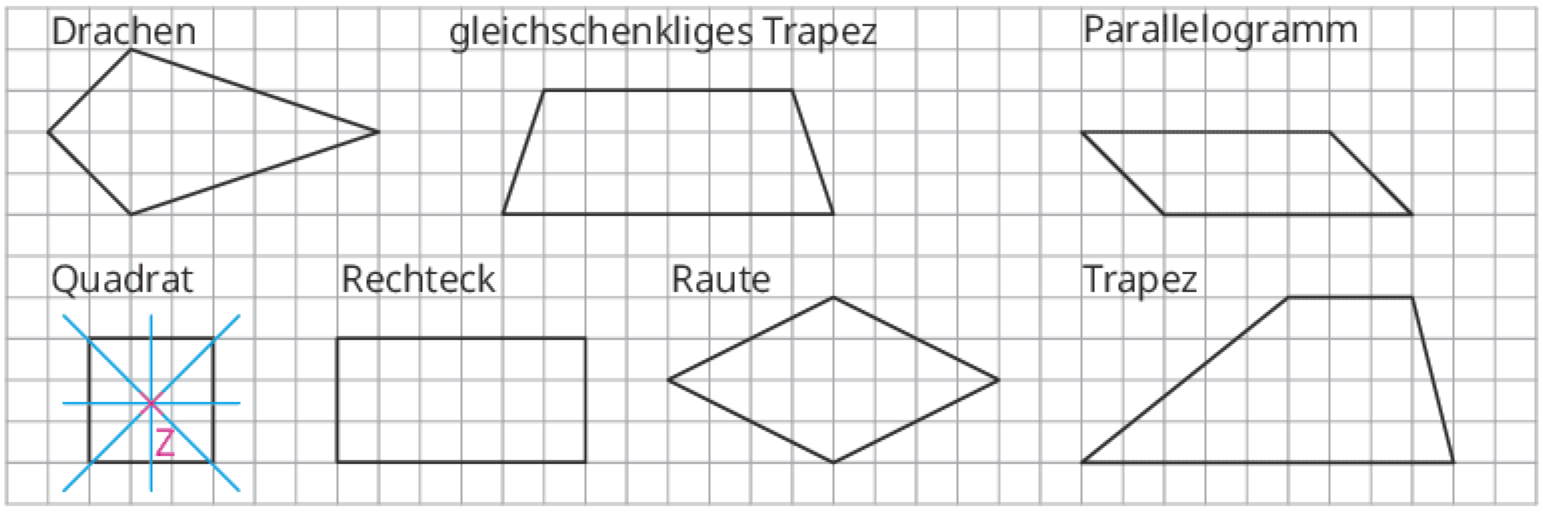


7. Es gibt eine Viereckskette mit nur vier Gliedern. Sie beginnt unten beim Quadrat und endet oben beim Viereck. Welche Vierecksnamen gehören in die beiden dazwischen liegenden Kettenglieder?

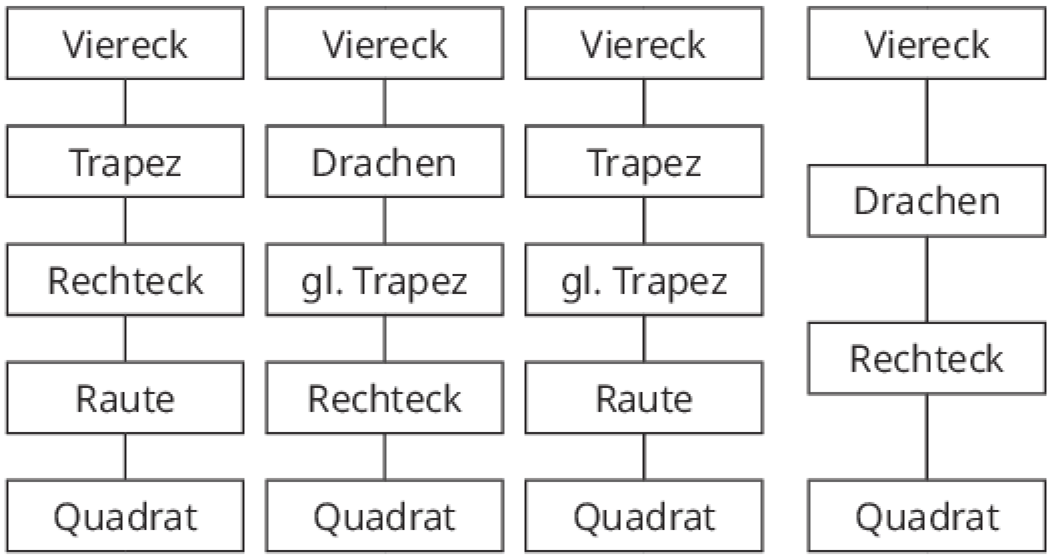
Haus der Vierecke

Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

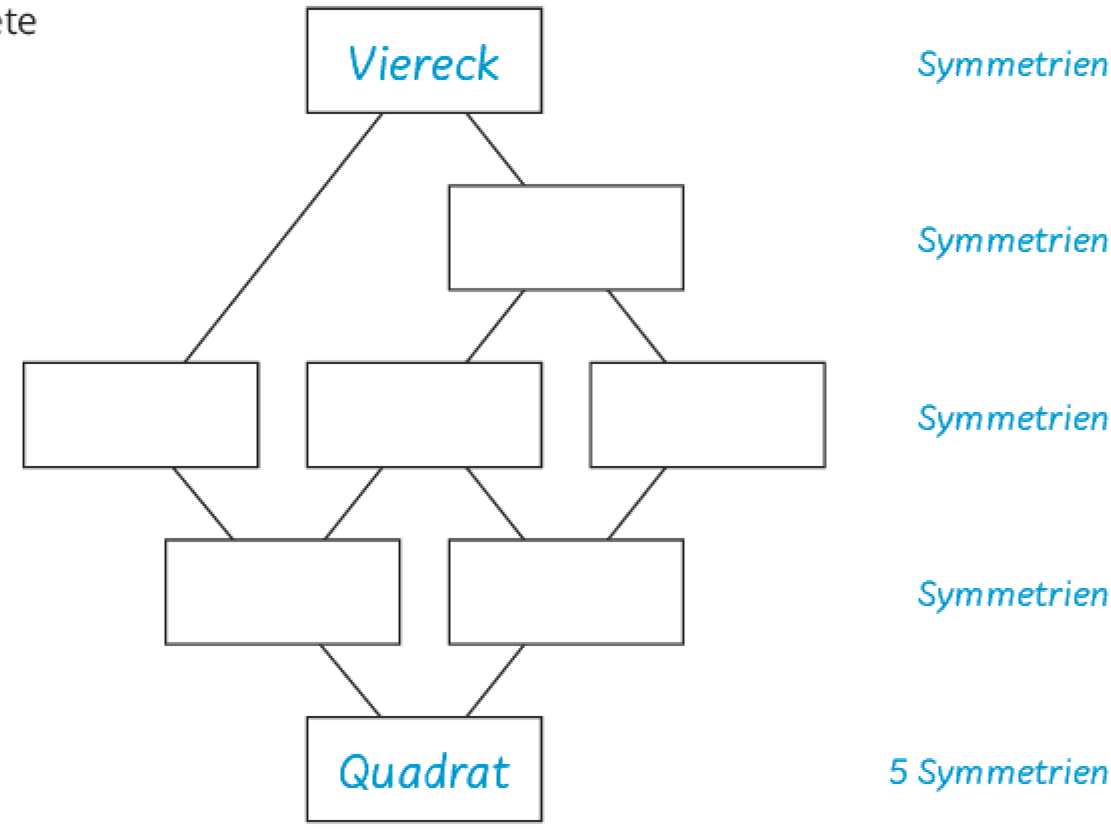
1. Übertragt die Vierecke auf Karopapier und zeichnet alle Symmetrien (Symmetrieachsen und Symmetriezentren) ein. Das Quadrat hat z. B. 5 Symmetrien.



2. Abgebildet sind vier Vierecksketten. Leider steht in jeder Viereckskette ein falscher Vierecksname.
Findet die Fehler und übertragt die korrigierten Vierecksketten ins Heft.



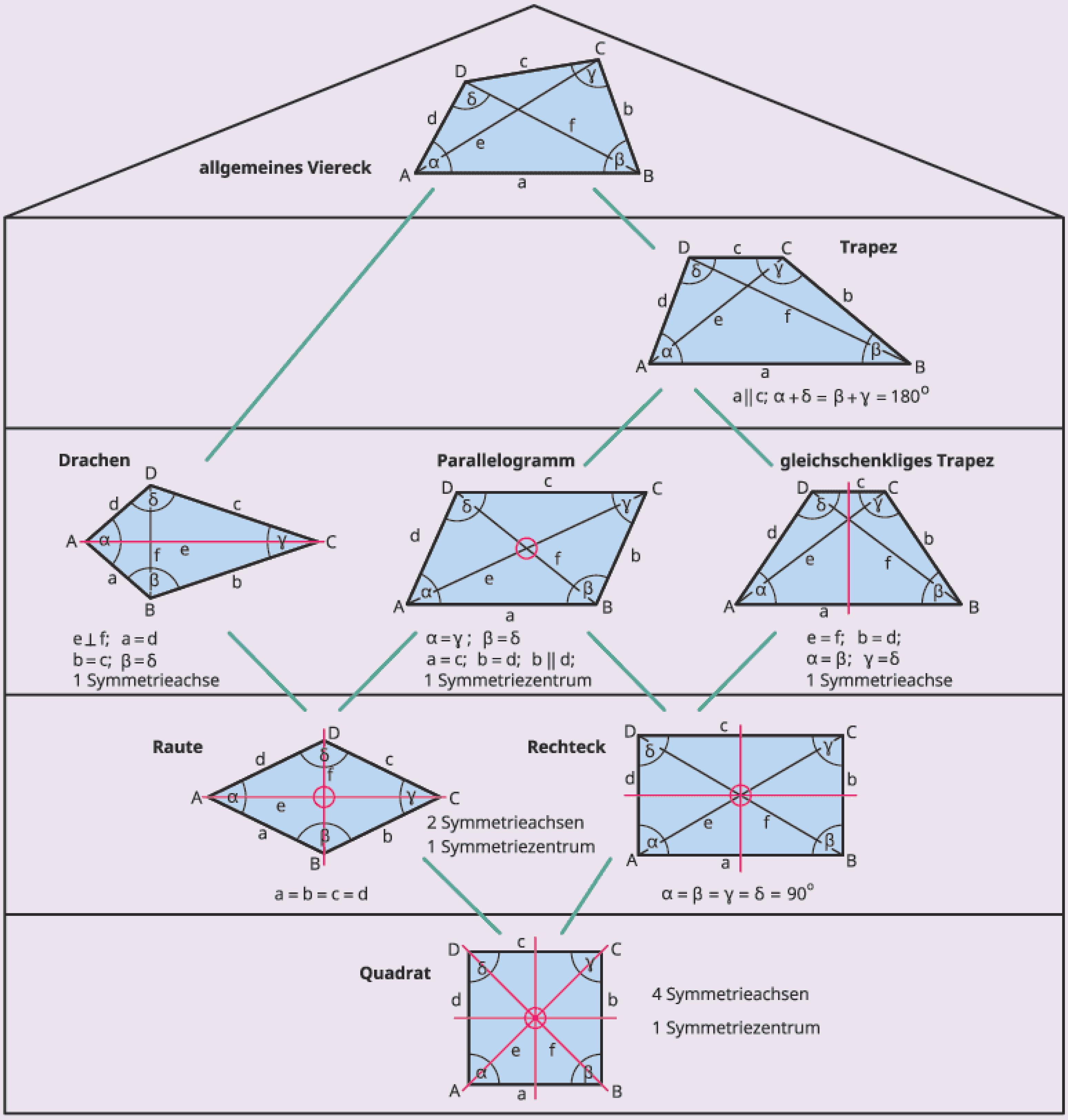
3. Übertragt das abgebildete Schema ins Heft und füllt die leeren sieben Felder mit Vierecksnamen.
Ihr findet in diesem Schema alle korrigierten Vierecksketten aus Aufgabe 2.



4. Beim Quadrat ist schon notiert, wie viele Symmetrien es besitzt.
Notiert für die anderen Vierecksformen, ob und wie viele Symmetrien es gibt.

Haus der Vierecke

Jedes Viereck besitzt die Eigenschaften des verbundenen, darüber liegenden Vierecks.



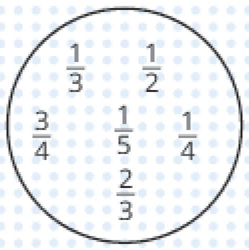
5. **a)** Übertrage das Haus der Vierecke mit allen Angaben in dein Heft.
b) Warum „wohnt" das Quadrat ganz unten im Erdgeschoss und das allgemeine Viereck ganz oben im Dachgeschoss?
c) Gruppenarbeit: Erstellt gemeinsam ein Plakat mit dem Haus der Vierecke, das ihr im Klassenraum oder Gruppenraum aufhängt.

6. Partnerarbeit: Beantwortet mit Hilfe des Hauses der Vierecke die folgenden Fragen.
a) Wie heißt ein Viereck, das sowohl Raute als auch Rechteck ist?
b) Wie heißt ein Viereck, das sowohl Parallelogramm als auch gleichschenkliges Trapez ist?
c) Wie heißt ein Viereck, das sowohl Drachen als auch ein Parallelogramm ist?
d) Wie heißt ein Viereck, das sowohl Drachen als auch gleichschenkliges Trapez ist?
e) Wie heißt ein Viereck, das sowohl ein Trapez als auch ein Drachen ist?
f) Wie heißt ein Viereck, das sowohl ein Rechteck als auch ein Drachen ist?

Die Ergebnisse der Aufgaben ergeben Sehenswertes in Skandinavien.

1. Berechne im Kopf.
a) $80 \cdot 50$ **b)** $3 \cdot 30\,000$ **c)** $50 \cdot 900$
d) $40 \cdot 6\,000$ **e)** $6\,000 : 60$ **f)** $90 : 30$

2. Ordne dem Anteil den richtigen Bruch zu.
a) 27 von 54 **b)** 300 von 1 200
c) 60 von 80 **d)** 50 von 150
e) 8 von 40 **f)** 6 von 9



3. 4 kg Kartoffeln kosten 5,60 €.
a) Wie teuer sind 6 kg?
b) Wie viel kg Kartoffeln bekommst du für 12,60 €?

4. Schreibe den Bruch als Dezimalzahl.
a) $\frac{2}{5}$ **b)** $\frac{3}{4}$ **c)** $2\frac{1}{5}$ **d)** $5\frac{1}{4}$

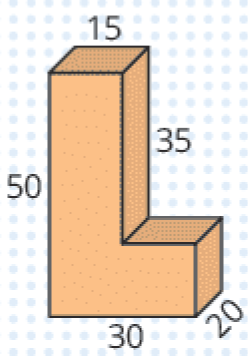
5. Die Tabelle (Strichliste) zeigt das Ergebnis einer Klassenarbeit. Berechne den Notendurchschnitt gerundet auf eine Nachkommastelle.

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	||	𝍸	𝍸 𝍸 ||	𝍸 |	𝍸	|

6. A(−2|−1), B(3|−1) und C(3|2) sind drei Eckpunkte des Rechtecks ABCD. Bestimme den vierten Eckpunkt D(x|y); x = ▒, y = ▒.

7. Berechne.
6,75 m + 125 cm − 2 · 20 dm = ▒ m

8. Aus Styropor wird ein Reklamebuchstabe „L" mit den angegebenen Kantenlängen (cm) angefertigt. Bestimme sein Volumen.
V = ▒ cm³



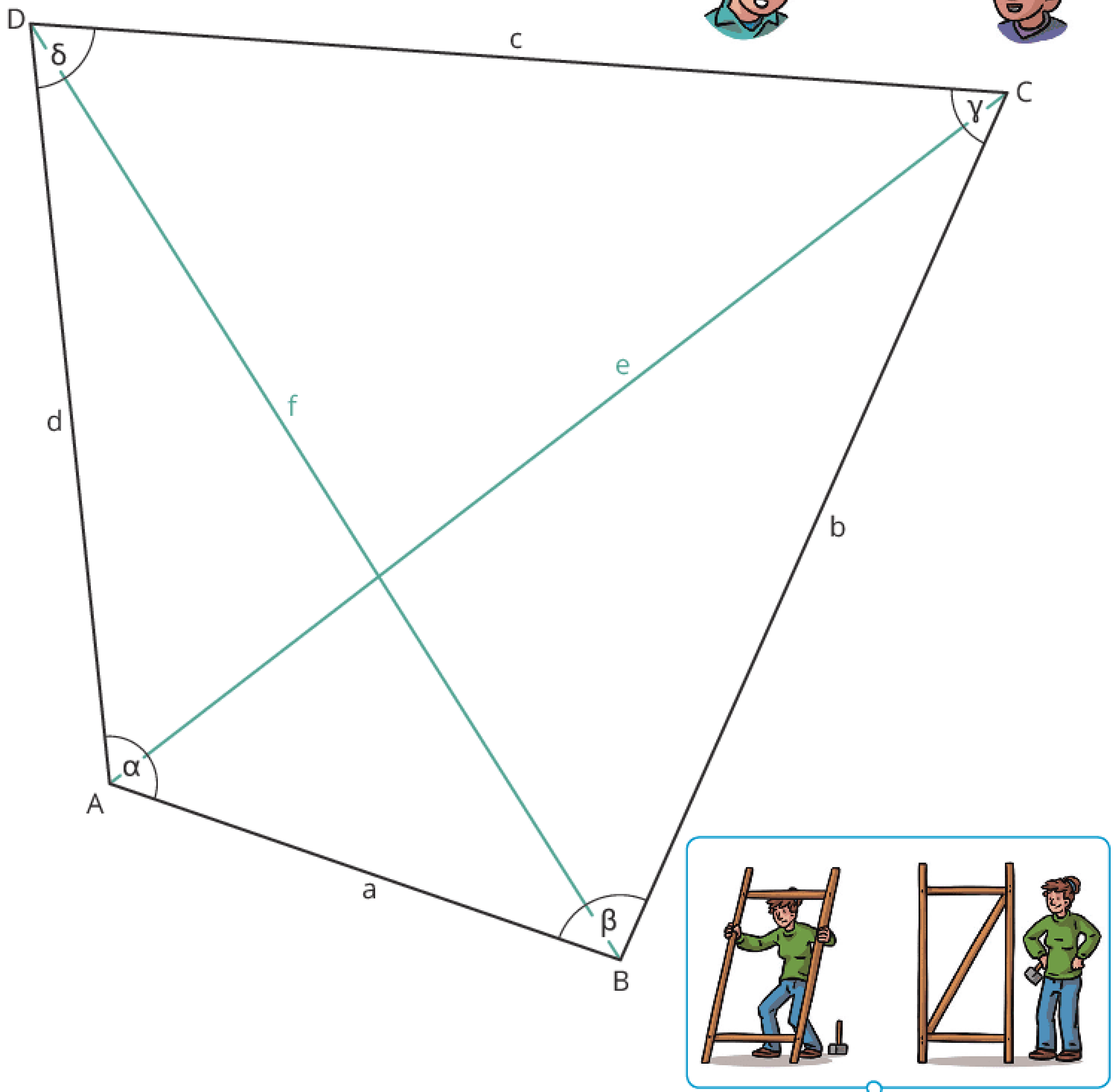
Z −32	A −3	D −2
P $\frac{1}{5}$	H $\frac{1}{4}$	A $\frac{1}{3}$
U 0,375	N 0,4	C $\frac{1}{2}$
Z 0,555	P $\frac{2}{3}$	L $\frac{3}{4}$
D 0,75	T 1,146	K 2
N 2,2	L 3	T 3,2
R 3,3	A 4	K 5
O 5,25	Q 7,6	L 8,40
A 9	B 30	F 39
E 100	I 300	O 4000
P 19 500	V 24 000	L 45 000
V 65 000	S 90 000	O 240 000

Übertragen von Vierecken

Löst alle Aufgaben in Gruppenarbeit.

Kongruent bedeutet deckungsgleich.

1. Übertragt das Viereck ABCD kongruent in ein Heft. Notiert, welche Maße (Winkel und Strecken) ihr verwendet.



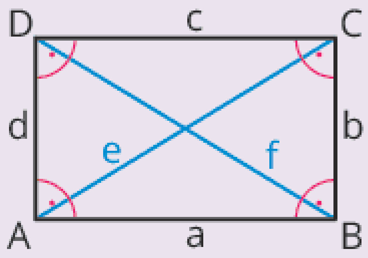
2. Vergleicht euren Lösungsweg mit denen anderer Gruppen. Notiert alle Möglichkeiten, die ihr findet, an der Tafel.

3. Was meint ihr zu Karins Behauptung?
- Wie kommt sie auf 3 Stücke für ein Teildreieck?
- Wie will sie das Teildreieck mit nur 2 weiteren Maßen zum Viereck vervollständigen können?

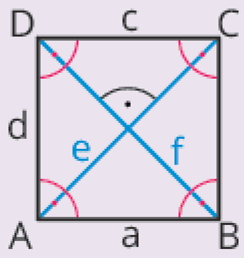
4. Prüft für alle Figuren aus dem Haus der Vierecke, wie viele Stücke ihr jeweils benötigt, um die Figur eindeutig konstruieren zu können.
Findet für jede Figur mehrere Möglichkeiten für gegebene Stücke.
Beginnt eure Prüfung unten mit dem Quadrat und endet oben mit dem Trapez.
Stellt eure Prüfungsergebnisse in der Klasse vor.

Konstruktion des Rechtecks und des Quadrats

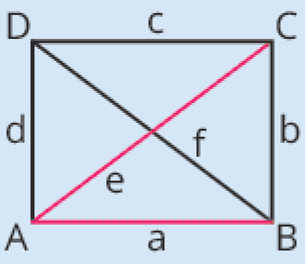
Du brauchst für die Konstruktion eines **Rechtecks** die Maße von zwei Stücken, die unabhängig von einander sind.



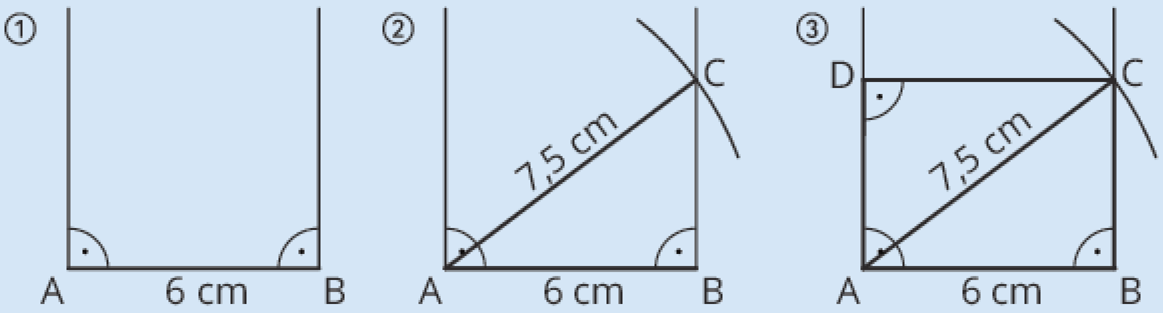
Du brauchst für die Konstruktion eines **Quadrats** eine Maßangabe.



Zeichne das Rechteck ABCD mit: a = 6 cm, e = 7,5 cm.

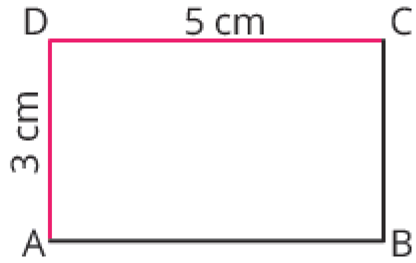


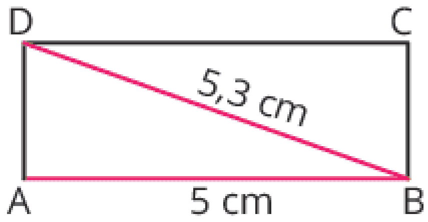
Planfigur

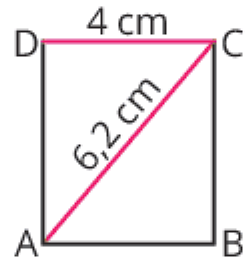


① *Zeichne die Seite a und je einen senkrechten Strahl durch A und B.*
② *Zeichne mit dem Zirkel einen Bogen mit der Länge e von A aus durch den Strahl b.*
③ *Verbinde den Schnittpunkt C durch eine Senkrechte mit dem Strahl d.*

1. Konstruiere das Rechteck ABCD nach der Planfigur.

a)


b)


+c)


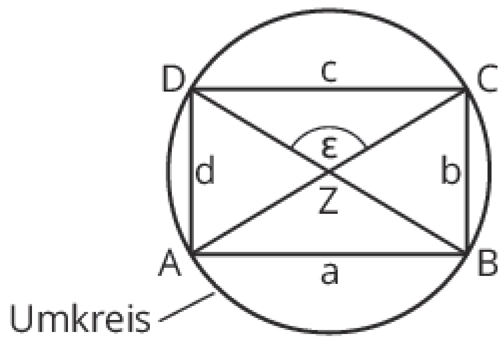
2. Zeichne eine Planfigur und konstruiere das Rechteck ABCD aus den gegebenen Größen.
a) a = 5 cm; b = 4,5 cm **b)** c = 3,3 cm; d = 4,8 cm **c)** d = 6,5 cm; e = 8 cm
d) a = 2,5 cm; f = 4 cm **+e)** a = 6 cm; d = 2 cm **+f)** b = 3 cm; f = 5 cm

3. Nimm zu den Äußerungen der Schüler Stellung.

4. Konstruiere das Quadrat.
a) a = 4,5 cm
b) e = 6,4 cm

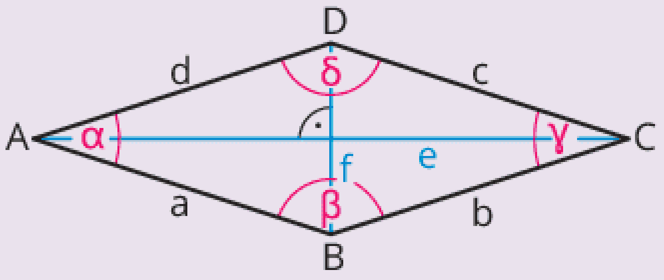
5. Konstruiere das Rechteck.
a) u = 35 cm; c = 7 cm **b)** a = 6 cm; e + f = 16 cm **c)** b + e = 15 cm; d = 7 cm
d) a + d = 12 cm; b = 5 cm **e)** A = 27 cm²; c = 9 cm **f)** a + c = 16 cm; f = 10 cm

6. Konstruiere das Rechteck.
a) Der Umkreis hat einen Radius von 4 cm. d = 2,9 cm
b) ε = 116°; c = 13 cm
c) ε = 82°; f = 11 cm
d) 180° − ε = 74°; c = 9,7 cm



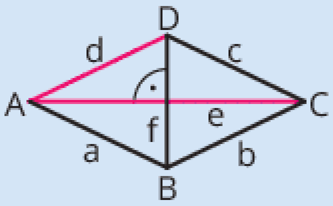
Konstruktion der Raute

Du brauchst für die Konstruktion einer **Raute** die Maße von zwei Stücken, die unabhängig voneinander sind.

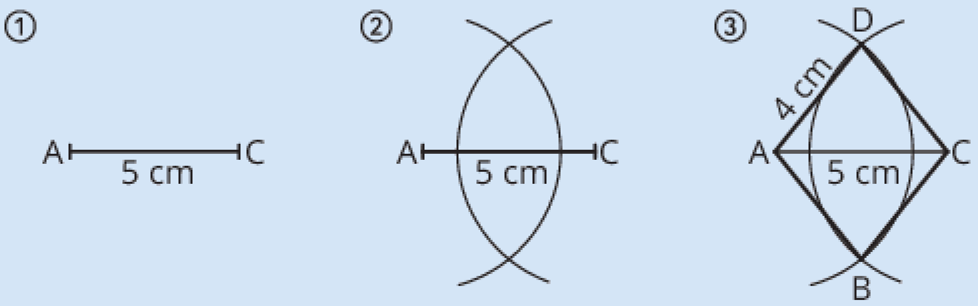


$a = b = c = d$
$a \parallel c$, $b \parallel d$
$\alpha = \gamma$, $\beta = \delta$

Konstruiere die Raute ABCD mit d = 4 cm und e = 5 cm.



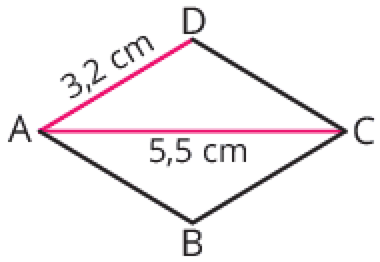
Planfigur



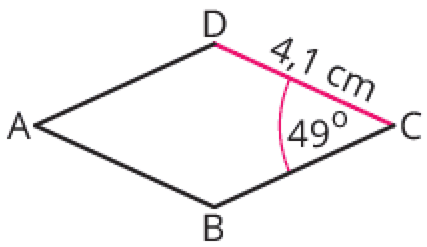
① *Zeichne die Diagonale e mit den Endpunkten A und C.*
② *Schlage mit dem Zirkel zwei Kreisbögen um A und um C jeweils mit der Länge d.*
③ *Nenne die Schnittpunkte der beiden Bögen B und D, und verbinde sie mit A und C.*

1. Konstruiere die Raute ABCD nach der Planfigur.

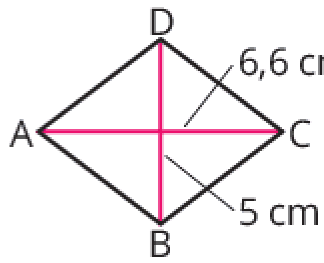
a)



b)

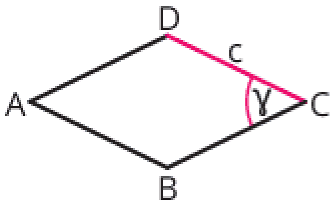


c)



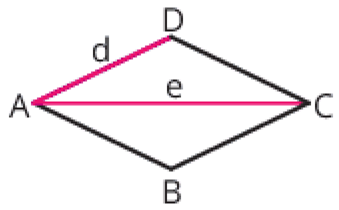
2. Suche zu jeder Planfigur die passende Konstruktionsbeschreibung. Führe dann die Konstruktion nach dieser Beschreibung aus.

①



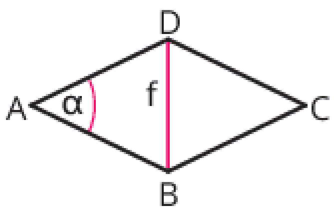
c = 4,9 cm; γ = 41°

②



d = 3,5 cm; e = 5,2 cm

③



f = 4,9 cm; α = 70°

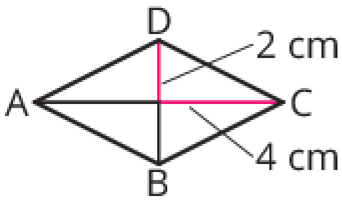
Ⓐ Zeichne die Diagonale e mit den Endpunkten A und C. Schlage um A und C jeweils Kreisbögen mit dem Radius d. Nenne die Schnittpunkte B und D und verbinde sie mit A und C.

Ⓑ Das Dreieck ABD ist gleichschenklig. Die Winkel an der Basis $\overline{BD}$ sind jeweils (180° – 70°) : 2 = 55° groß. Zeichne das Dreieck ABD und spiegele es an der Geraden BD. Der Bildpunkt von A ist C.

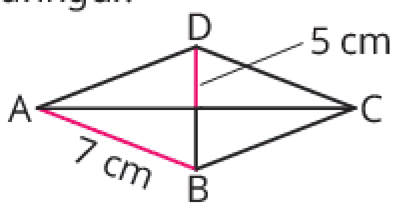
Ⓒ Zeichne die Strecke c mit den Endpunkten C und D. Trage in C den Winkel γ und begrenze den neuen Schenkel auf die Länge c. Nenne den Endpunkt B und spiegele das Dreieck BCD an der Geraden BD. Der Bildpunkt von C ist A.

3. Konstruiere die Raute mit der angegebenen Planfigur.

a)

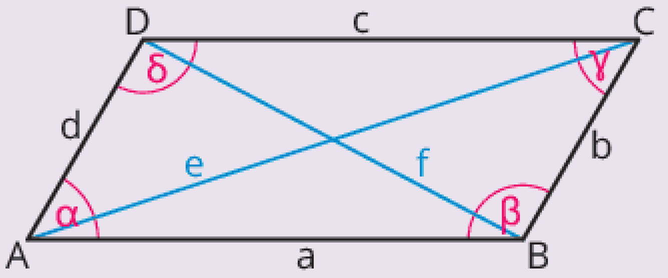


b)



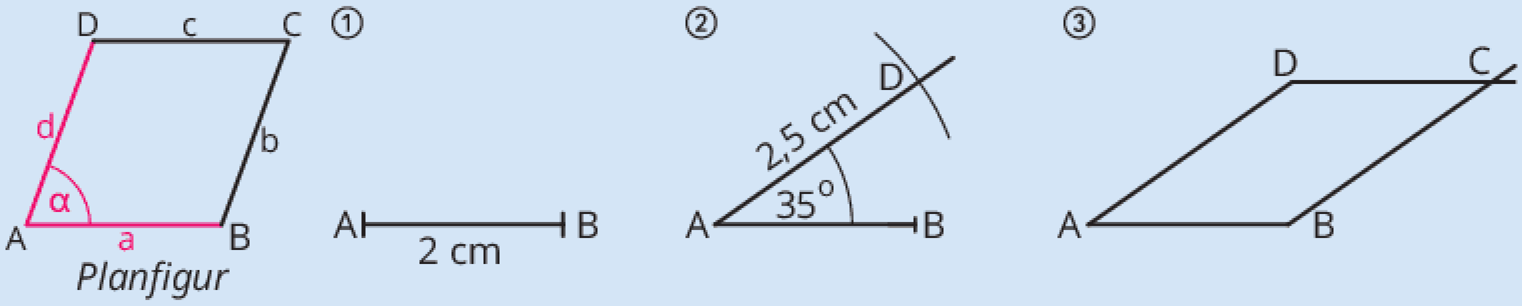
Konstruktion des Parallelogramms

Du brauchst für die Konstruktion eines **Parallelogramms** die Maße von drei Stücken, die unabhängig voneinander sind.



a = c, b = d
a || c, b || d
α = γ, β = δ

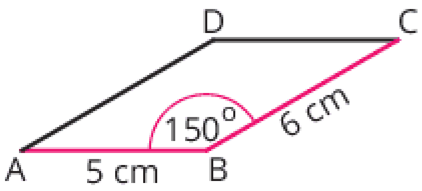
Konstruiere das Parallelogramm ABCD mit a = 2 cm, d = 2,5 cm und α = 35°.



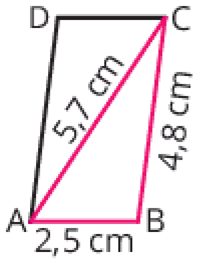
① *Zeichne die Strecke a mit den Endpunkten A und B.*
② *Trage an Punkt A den Winkel α und die Strecke d ab. Beschrifte den Endpunkt D.*
③ *Zeichne durch Punkt B eine Parallele zu d und durch Punkt D eine Parallele zu a.*
Der Schnittpunkt der beiden Parallelen ist der Eckpunkt C.

1. Konstruiere das Parallelogramm ABCD nach der Planfigur.

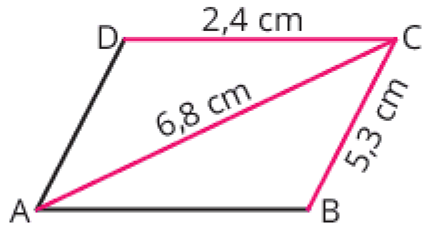
a)



b)

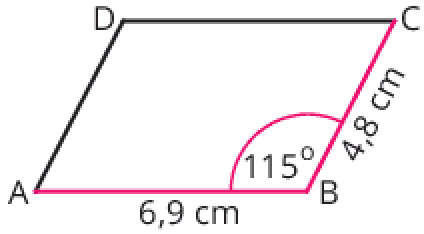


c)

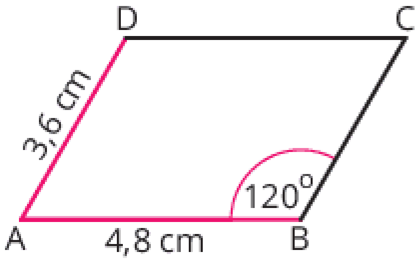


2. Konstruiere das Parallelogramm nach der Planfigur.
Berechne die Größen aller Innenwinkel des Parallelogramms.

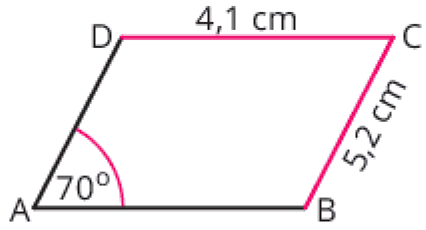
a)



b)

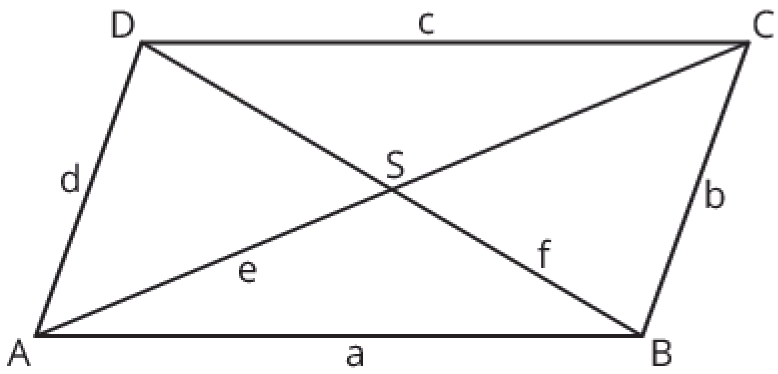


c)



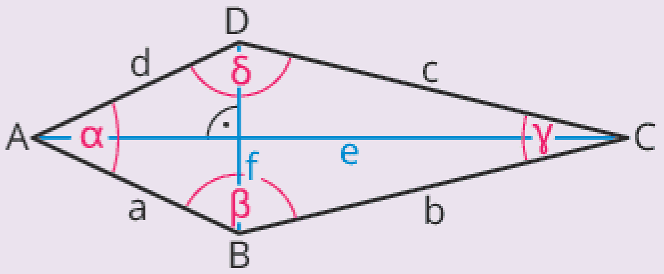
3. Gegeben sind die Punkte A(2|3); B(7|2) und C(5|5).
Zeichne die Punkte in ein Koordinatensystem ein und ergänze sie zu einem Parallelogramm.
Welche Koordinaten hat der Punkt D?

4. **a)** Konstruiere ein Parallelogramm mit folgenden Maßen:
$\overline{AS} = 7$ cm; $\overline{BS} = 5$ cm; b = 6 cm
b) Fertige eine Konstruktionsbeschreibung an.



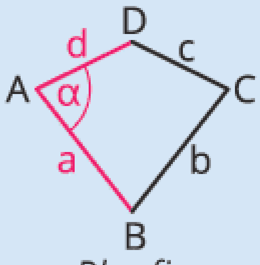
Konstruktion des Drachens

Du brauchst für die Konstruktion eines **Drachens** die Maße von drei Stücken, die unabhängig voneinander sind.

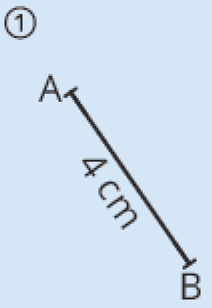


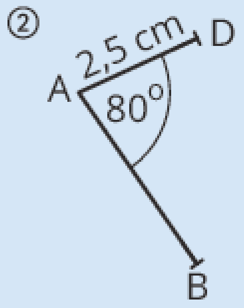
a = d, b = c
β = δ

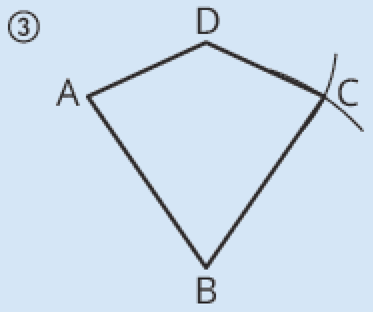
Konstruiere einen Drachen ABCD mit a = 4 cm, d = 2,5 cm und α = 80°.



Planfigur



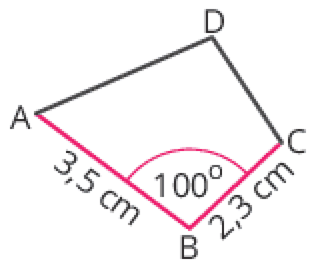




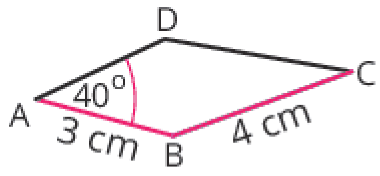
① *Zeichne die Seite a mit den Endpunkten A und B.*
② *Trage an Punkt A den Winkel α und die Strecke d ab. Beschrifte den Endpunkt D.*
③ *Schlage um B einen Kreisbogen mit dem Radius a und um D einen Kreisbogen mit dem Radius d. Der Schnittpunkt der beiden Kreisbögen ist der Eckpunkt C.*

1. Konstruiere den Drachen ABCD.

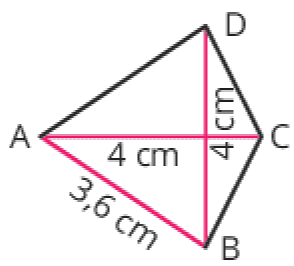
a)



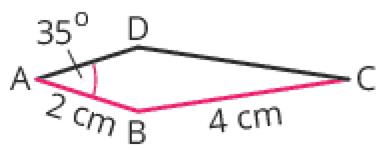
b)



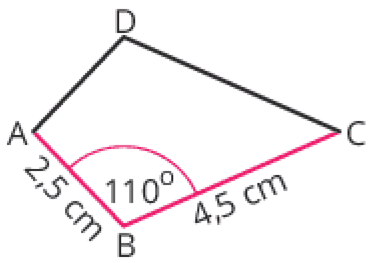
c)



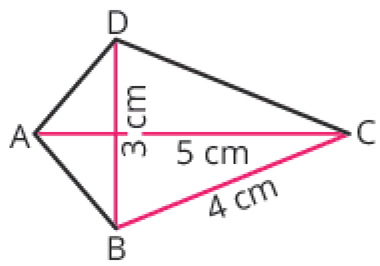
+d)



+e)

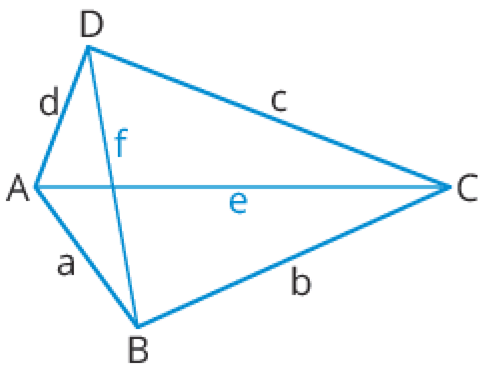


+f)

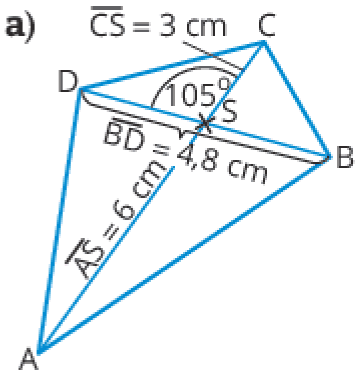


2. Zeichne einen Drachen mit den Diagonalen e = 9,4 cm und f = 7,8 cm sowie α = 70°.

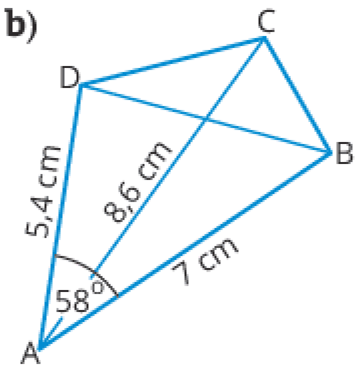
3. Im Haus der Vierecke fehlt im Stockwerk, in dem das Trapez „wohnt“, links daneben eine Vierecksform. Bei dieser Vierecksform halbiert die Diagonale e die Diagonale f. Der Winkel zwischen e und f ist nicht festgelegt. Diese Vierecksform heißt **schiefer Drachen**.
Du brauchst für seine Konstruktion die Maße von vier Stücken, die voneinander unabhängig sind.
Konstruiere den schiefen Drachen.



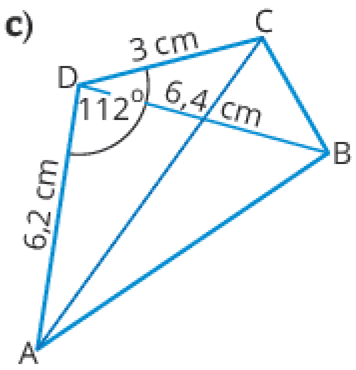
a)



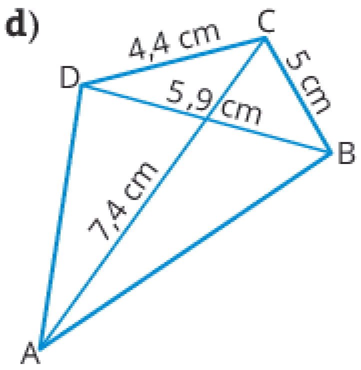
b)



c)

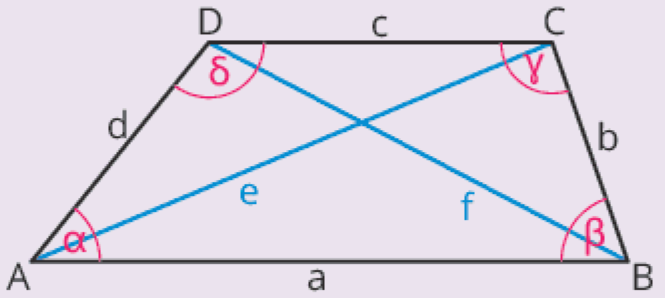


d)



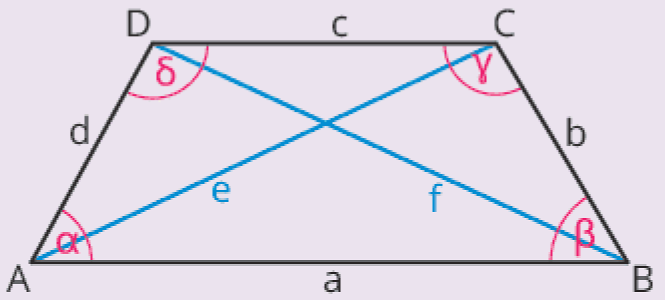
Konstruktion des Trapezes

Du brauchst für die Konstruktion eines **Trapezes** die Maße von vier Stücken, die unabhängig voneinander sind.



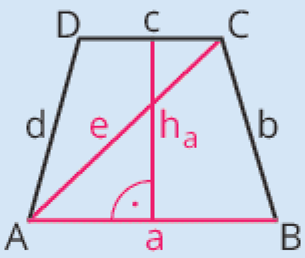
a || c

Du brauchst für die Konstruktion eines **gleichschenkligen Trapezes** die Maße von drei Stücken, die unabhängig voneinander sind.

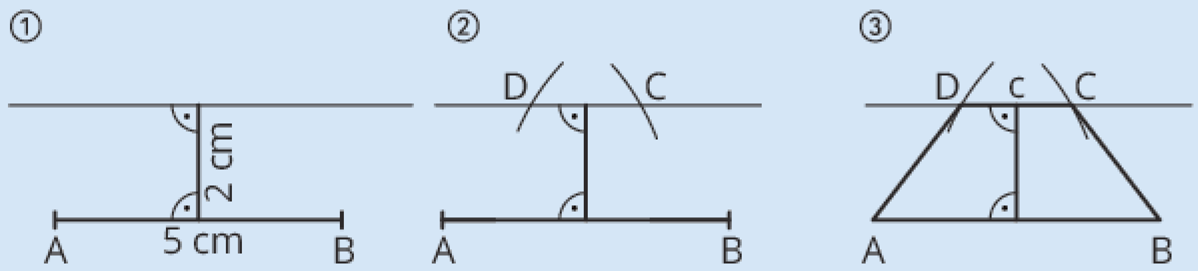


b = d, e = f
α = β, γ = δ

Konstruiere ein gleichschenkliges Trapez ABCD mit a = 5 cm, e = 4 cm und h_a = 3 cm.



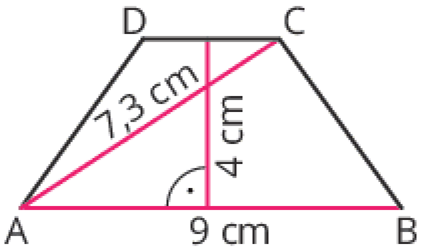
Planfigur



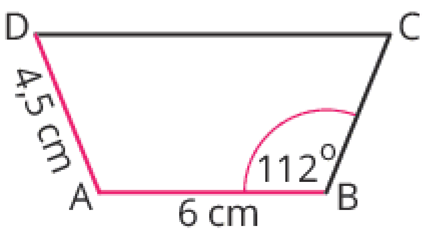
① *Zeichne die Strecke a mit den Endpunkten A und B und dazu die Parallele im Abstand h_a.*
② *Schlage um A einen Kreisbogen mit der Länge e. Der Schnittpunkt mit der Parallelen ist C.*
Schlage um B einen Kreisbogen mit der Länge e. Der Schnittpunkt mit der Parallelen ist D.
③ *Verbinde A, B, C und D zum Trapez.*

1. Konstruiere das gleichschenklige Trapez ABCD nach der Planfigur.

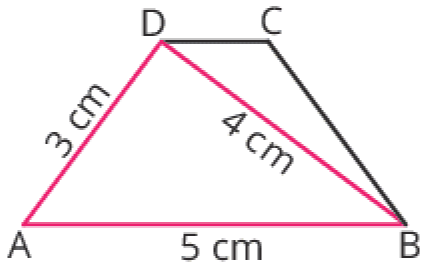
a)



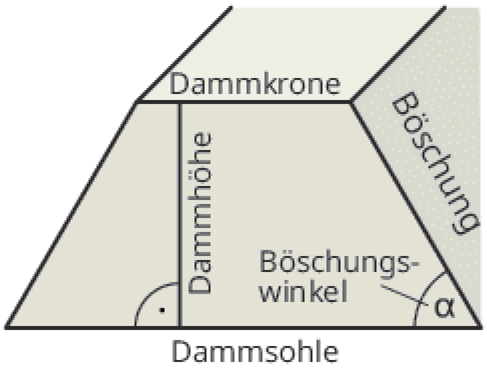
b)



c)

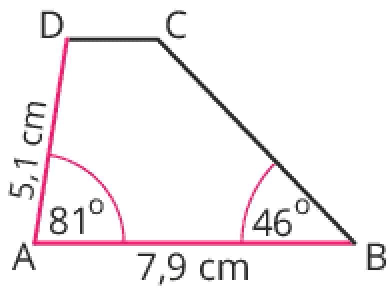


2. Der Querschnitt des Bahndamms hat die Form eines gleichschenkligen Trapezes. Zeichne den Querschnitt mit folgenden Maßen: Dammsohle 13 m; Böschung 4,90 m; Böschungswinkel α = 44°.
Zeichne den Querschnitt im Maßstab 1 : 100 (1 cm für 1 m in Wirklichkeit). Bestimme die Länge der Dammkrone und die Dammhöhe.

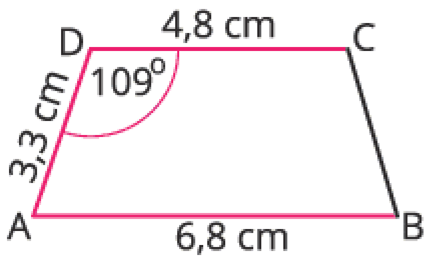


3. Konstruiere das Trapez ABCD nach der Planfigur.

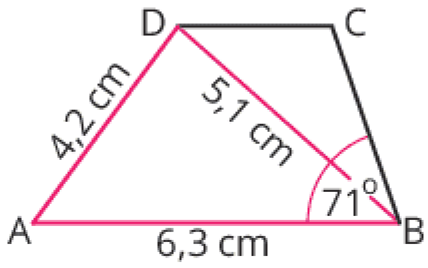
a)



b)

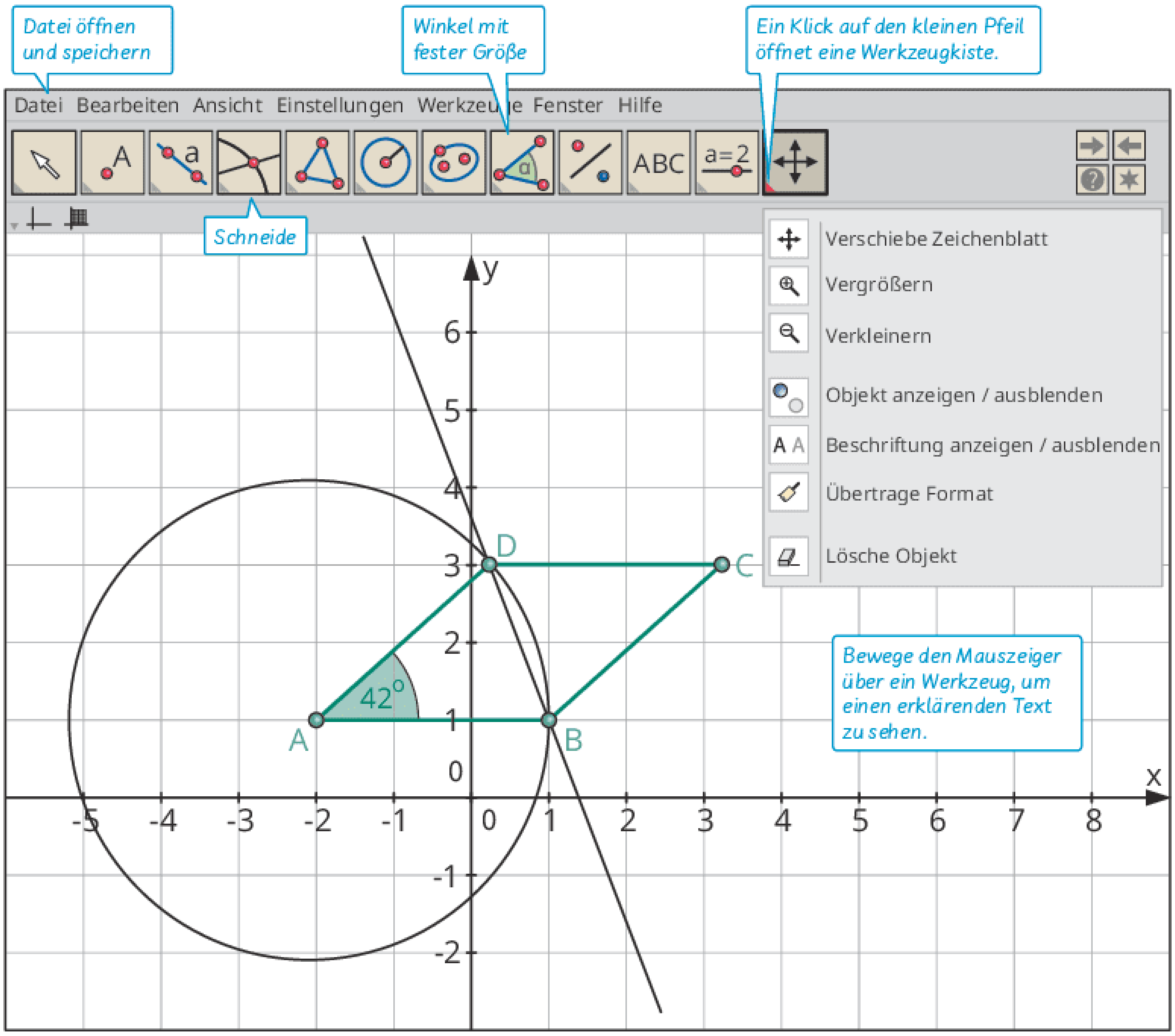


c)



Viereckskonstruktionen mit DGS

Die Bezeichnung der Werkzeuge kann je nach verwendetem Programm unterschiedlich sein.



LE steht für Längeneinheit im Koordinatensystem.

1. Konstruiere eine Raute mit DGS.

a) Zeichne eine Planfigur in dein Heft und konstruiere dann mit DGS eine Raute ABCD mit der Seitenlänge $a = 3$ LE und dem Winkel $\alpha = 42°$. Wenn du nicht weiter weißt, kannst du die rechts abgebildeten Werkzeuge in der vorgegebenen Reihenfolge benutzen.
Speichere deine Konstruktion unter einem passenden Dateinamen ab.

b) Partnerarbeit: Stellt euch euer Vorgehen bei der Konstruktion der Raute gegenseitig vor. Findet ihr noch eine andere Möglichkeit?
Diskutiert die jeweiligen Vor- und Nachteile der verschiedenen Konstruktionen.

①		Strecke
②		Winkel mit fester Größe
③		Strahl
④		Kreis mit Mittelpunkt und Radius
⑤		Schneide
⑥		Kreis mit Mittelpunkt und Radius
⑦		Schneide
⑧		Vieleck

2. Von einem gleichschenkligen Trapez ($a \parallel c$) sind drei Eckpunkte bekannt: A(6|3), B(1|3) und C(−3|−2). Öffne ein neues Zeichenblatt und trage die Punkte A, B und C ein. Ermittle durch Konstruktion des Trapezes die Koordinaten des vierten Eckpunktes D. Stelle deinen Mitschülerinnen und Mitschülern dein Vorgehen vor.

3. Konstruiere ein Rechteck mit a = 3 LE und e = 5 LE. Wie lang ist b?

4. Partnerarbeit:

a) Jeder konstruiert für sich einen Drachen. Speichere deine Konstruktion unter einem passenden Namen ab.

b) Die erste Person nennt ihrer Partnerin oder ihrem Partner drei Größen des eigenen Drachen. Die zweite Person konstruiert den Drachen mit Hilfe der genannten Größen in einer neuen Zeichenfläche. Vergleicht beide Konstruktionen miteinander. Sind eure Drachen kongruent? Falls nicht, woran liegt es?

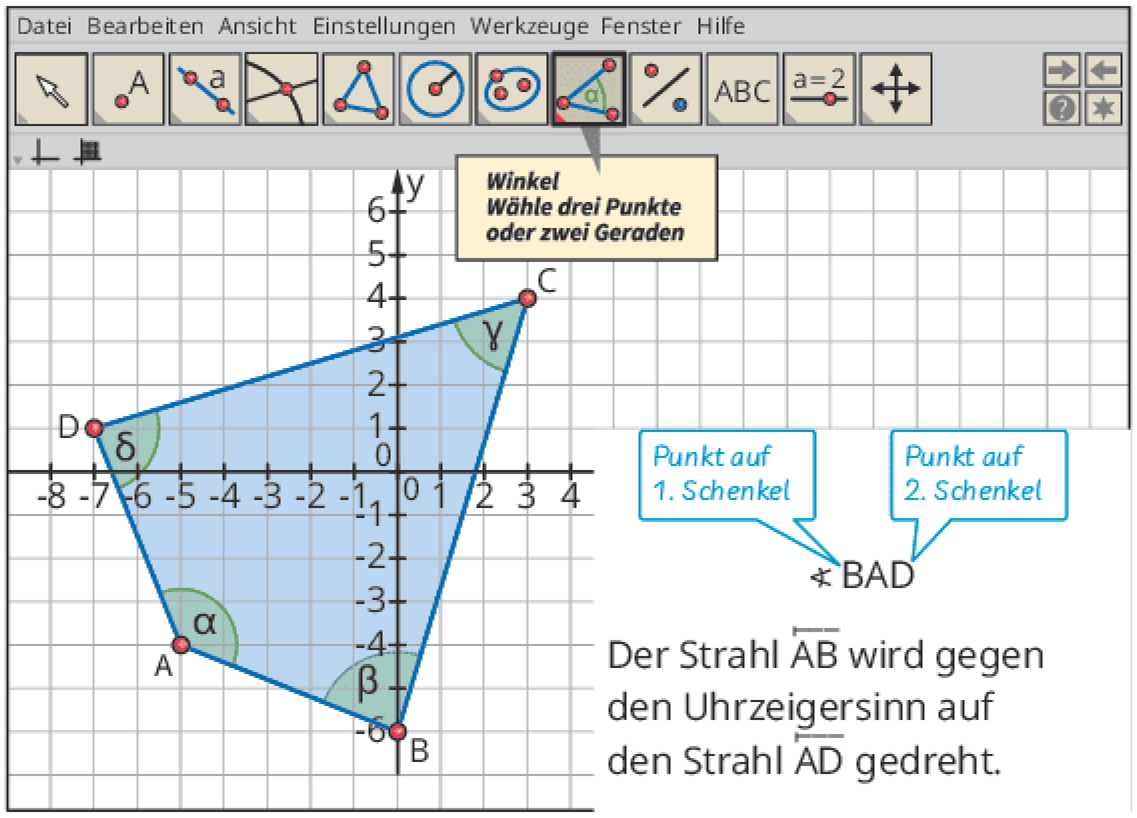
Kongruent bedeutet deckungsgleich.

c) Tauscht nun eure Rollen. Die zweite Person nennt drei Größen und die erste Person konstruiert den Drachen. Vergleicht wieder beide Konstruktionen miteinander. Sind die Drachen kongruent?

+5. Konstruiere eine Raute mit a = 4 LE und α = 35°. Wie groß ist β?

+6. Zeichne das allgemeine Trapez mit den Eckpunkten A(–1 | 2), B(1 | 2), C(1 | 5) und D(–1 | 3). Welches Viereck erhältst du bei Spiegelung des Trapezes an der Geraden AB?

+7. Öffne ein neues Zeichenblatt und übertrage das rechts abgebildete Viereck in das Koordinatensystem.



a) Bestimme die Größen der vier Innenwinkel der Figur durch Auswahl von geeigneten drei Punkten und notiere dein Ergebnis so: α = ∢ BAD = ___°

b) Kennzeichne den Winkel ∢ DAB und bestimme seine Größe.

c) Notiere auch die anderen Außenwinkel des Vierecks in der Drei-Punkte-Schreibweise. Kontrolliere deine Ergebnisse mit Hilfe der DGS: *Bearbeiten* → *Eigenschaften* → *Winkel.*

8. Konstruiere eine Raute mit e = 7 LE und f = 5 LE. Vergleiche dein Vorgehen mit dem einer Sitznachbarin oder eines Sitznachbarn.

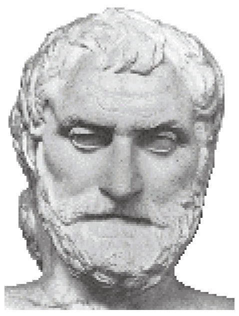
9. Erstelle eine Anleitung für die Konstruktion eines Parallelogramms.

a) Welche Angaben sind notwendig für die eindeutige Konstruktion eines Parallelogramms? Fertige für jede Möglichkeit eine Planfigur an.

b) Konstruiere nun nach einer der Möglichkeiten ein eigenes Parallelogramm und notiere eine Anleitung. Tipp: Du kannst dir in der DGS ein Konstruktionsprotokoll anzeigen lassen.

Satz des Thales

Bearbeitet alle Aufgaben in Partnerarbeit.



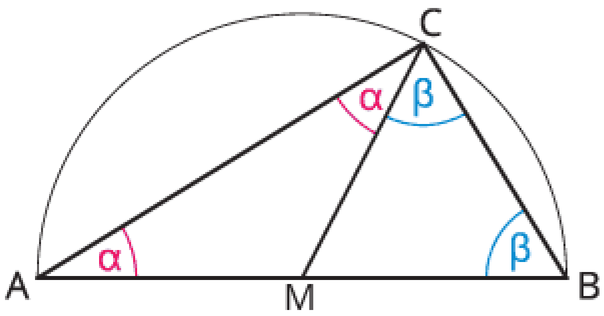
Thales von Milet

Thales von Milet war ein griechischer Philosoph und Mathematiker, der ungefähr 625–545 v. Chr. in Milet lebte.

1. Der nach Thales von Milet benannte mathematische Satz besagt, was für Dreiecke ABC entstehen, wenn der Punkt C auf einem Kreis mit dem Durchmesser $\overline{AB}$ liegt. Ihr könnt es selbst entdecken mit Geodreieck und Zirkel oder mit DGS.

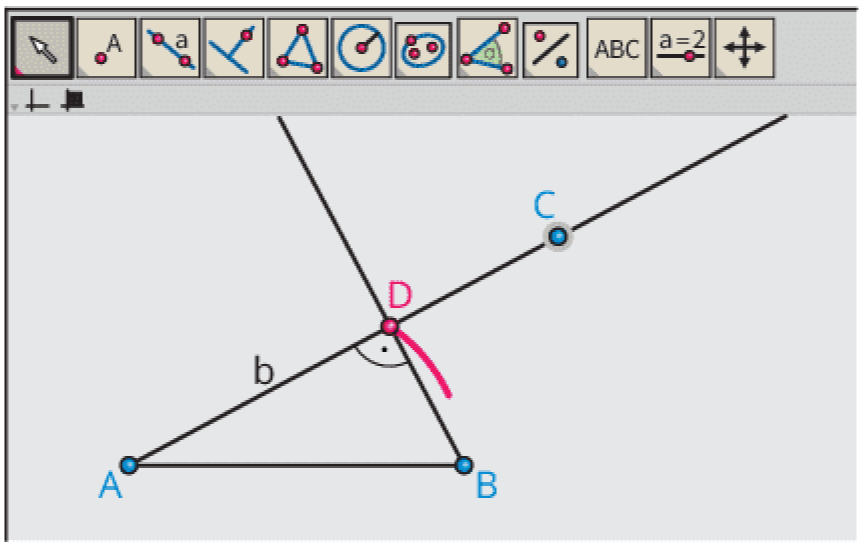
① Zeichnet eine Strecke $\overline{AB}$ und ihren Mittelpunkt M.
② Zieht einen Kreis um M durch A und B.
③ Wählt einen beliebigen Punkt C auf dem Kreis.
④ Verbindet die Punkte zu einem Dreieck ABC.
⑤ Zeichnet den Winkel γ ein und messt seine Größe.
⑥ • Für die Konstruktion im Heft: Wiederholt die Schritte ③, ④ und ⑤ mit einem anderen Punkt C.
• Für die Konstruktion mit DGS: Bewegt C auf dem Kreis hin und her und beobachtet dabei den Winkel γ.

2. Überlegt euch eine Begründung für den Satz des Thales mit Hilfe der Abbildung.
Es gilt $\overline{AM} = \overline{MC} = \overline{MB}$.
Denkt daran: Die Summe der Innenwinkel ist bei allen Dreiecken 180°.



3. Kehrt den Satz um. Wo liegen alle Punkte C, die mit einer gegebenen Strecke $\overline{AB}$ ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit γ = 90° bilden? Nutzt am besten eine DGS.

① Zeichnet die Strecke $\overline{AB}$.
② Zeichnet einen Strahl b durch A.
③ Konstruiert die Senkrechte zu b durch Punkt B.
④ Schneidet b mit seiner Senkrechten. Nennt den Schnittpunkt D.
⑤ Aktiviert unter Eigenschaften „Spur anzeigen“ für D und bewegt b an C hin und her.

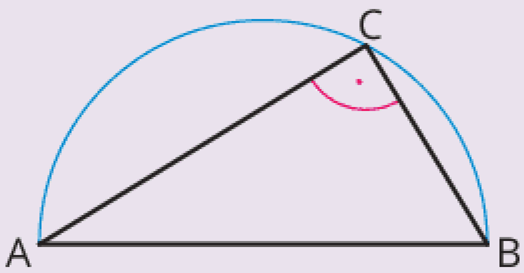


Der Satz des Thales

Wenn C auf einem Kreis mit Durchmesser $\overline{AB}$ liegt, dann ist γ ein rechter Winkel.

Auch die Umkehrung des Satz des Thales gilt.

Wenn das Dreieck ABC rechtwinklig ist mit γ = 90°, dann liegt C auf einem Kreis mit dem Durchmesser $\overline{AB}$.



4. Nutze den Thaleskreises:
Zeichne ein in Punkt C rechtwinkliges Dreieck mit c = 5 cm und a = 4 cm.

5. Konstruiere das Dreieck ABC. Prüfe mit dem Thaleskreis, ob γ ein rechter Winkel ist.
a) a = 6 cm; b = 8 cm; c = 10 cm **b)** a = b = 6 cm; c = 9 cm

Vermischte Aufgaben

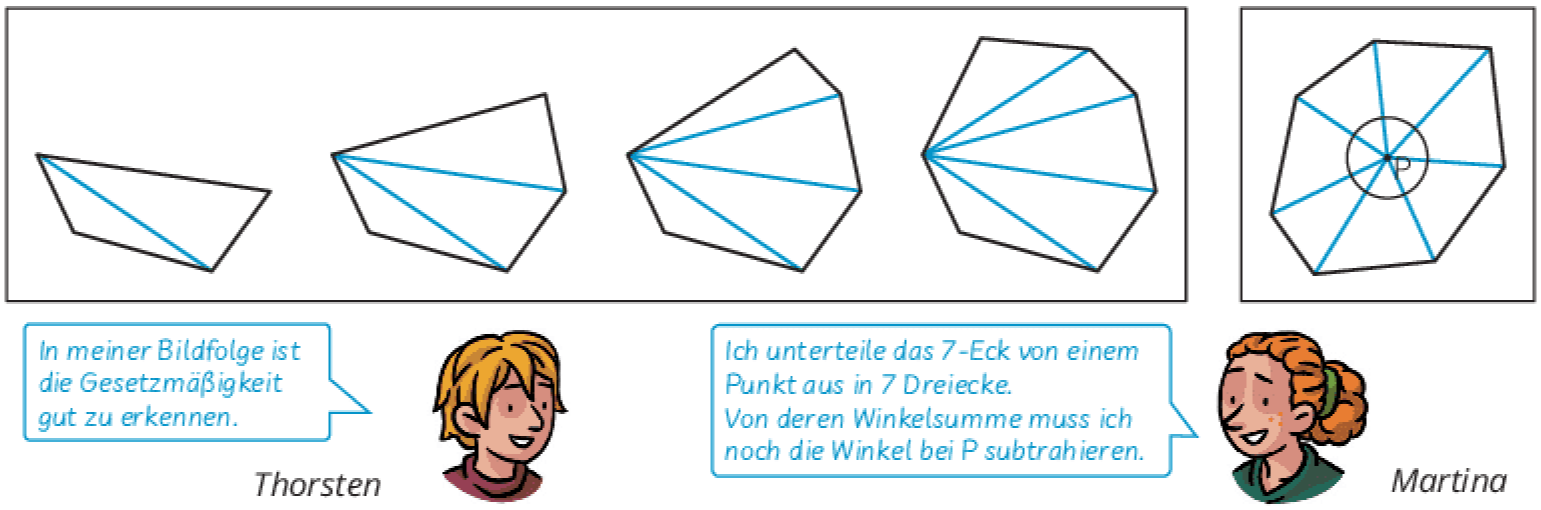
1. Zeichne eine Planfigur und konstruiere das Viereck ABCD aus den gegebenen Größen. Notiere, welche der besonderen Eigenschaften des Vierecks du zur Konstruktion benutzt.
a) ein Quadrat mit der Diagonalenlänge $f = 4$ cm
b) eine Raute mit $a = 5$ cm und $\beta = 132°$
c) einen Drachen mit $a = 3$ cm, $b = 4{,}5$ cm und $\alpha = 110°$
d) ein gleichschenkliges Trapez $(a \,||\, c)$ mit $b = c = 3$ cm und $\delta = 120°$

2. Für welche Vierecke ist diese Aussage richtig?
a) Die Diagonalen sind senkrecht zueinander.
b) Gegenüberliegende Winkel sind gleich groß.

3. Warum lässt sich das Viereck aus folgenden Angaben nicht konstruieren?

a) Parallelogramm:	$a = 8{,}6$ cm;	$c = 8{,}6$ cm;	$\gamma = 91°$;	$\delta = 89°$	
b) Trapez:	$a = 9{,}9$ cm;	$c = 4{,}4$ cm;	$\beta = 69°$;	$\gamma = 111°$	
c) Allgemeines Viereck:	$b = 1{,}2$ cm;	$\alpha = 170°$;	$\beta = 21°$;	$\gamma = 108°$;	$\delta = 61°$

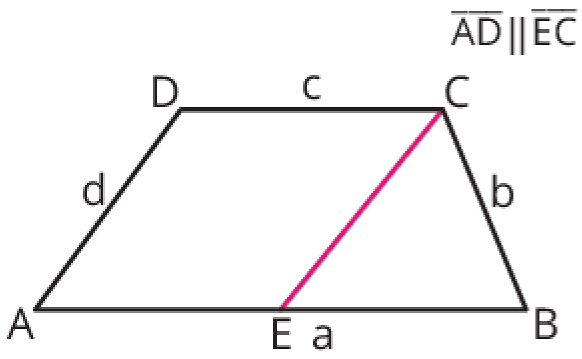
4. Partnerarbeit: Martina und Thorsten sind damit beschäftigt, die Winkelsumme in einem 7-Eck mit unterschiedlichen Methoden zu bestimmen.



a) Berechnet die Winkelsumme im 7-Eck nach Thorstens und nach Martinas Methode.
b) Zeichnet ein 10-Eck und wendet beide Methoden an, um seine Winkelsumme zu bestimmen.

5. Löse die Aufgaben mit DGS.
a) Zeichne eine beliebige Strecke $\overline{AB}$ und ihren Mittelpunkt M. Konstruiere einen Kreis mit Durchmesser $\overline{AM}$ und Mittelpunkt M. Wähle einen beliebigen Punkt C auf dem Kreis. Spiegele den Punkt C an der Geraden AB (Bildpunkt: C′). Verbinde die Punkte A, C′, B und C mit dem Werkzeug *Vieleck*. Welches Viereck entsteht?
b) Zeichne die Strecke $\overline{CC'}$ ein. Bewege C auf dem Kreis. Findest du dadurch noch ein anderes Viereck mit zusätzlichen Eigenschaften? Diskutiere mit deinem Nachbarn um welches Viereck es sich handelt und findet eine Begründung.

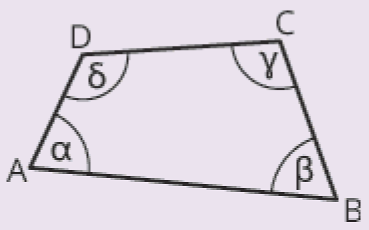
6. Konstruiere mit DGS ein Trapez mit folgenden Maßen:
$a = 8$ cm; $b = 3{,}1$ cm; $c = 4$ cm; $d = 4{,}5$ cm
① Beginne mit der Strecke $a = \overline{AB}$.
② Lege auf a den Punkt E fest (siehe Skizze).
③ Konstruiere das Dreieck $\overline{EBC}$.
④ Vervollständige das Trapez.
⑤ Lösche die Strecke $\overline{EC}$ und den Punkt E.



Die **Winkelsumme im Viereck**

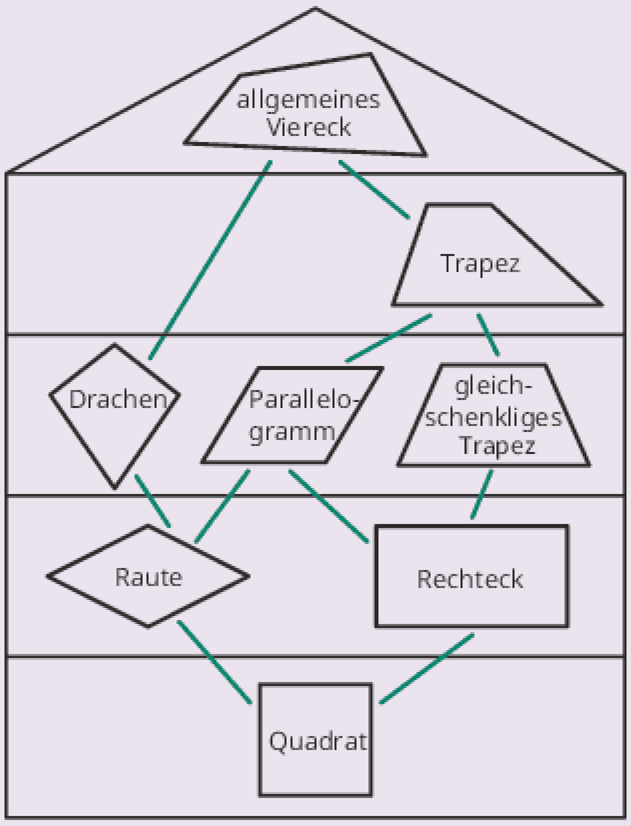
In jedem Viereck beträgt die Winkelsumme 360°.

$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$



1. Berechne die fehlenden Winkel im Viereck.
a) allgemeines Viereck: $\alpha = 135°$; $\beta = 40°$; $\gamma = 80°$
b) gleichschenkliges Trapez ($a \parallel c$): $\alpha = 78°$
c) Parallelogramm: $\alpha = 35°$
d) Drachen: $\alpha = 112°$; $\gamma = 74°$
e) Rechteck

Das **Haus der Vierecke**



2. Für welche Vierecke gilt:
a) Alle Seiten sind gleich lang.
b) Alle Winkel sind gleich groß.
c) Es gibt mindestens eine Symmetrieachse.
d) Es gibt ein Symmetriezentrum.
e) Die Diagonalen sind senkrecht zueinander.
f) Es gibt parallele Seiten.

3. Wahr oder falsch?
a) Jedes Rechteck ist ein Drachen.
b) Eine Raute mit vier gleich großen Winkeln ist ein Quadrat.
c) Ein Parallelogramm mit vier gleich langen Seiten ist ein Quadrat.
d) Jedes Quadrat ist ein Trapez.
e) Ein Drachen mit gleich langen Diagonalen ist eine Raute.

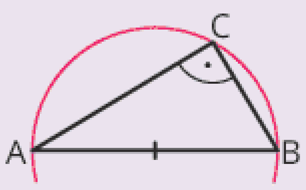
Viereckskonstruktionen

	Anzahl unabhängiger Maße
① allg. Viereck	5
② Trapez	4
③ Drachen, Parallelogramm, gleichschenkliges Trapez	3
④ Raute, Rechteck	2
⑤ Quadrat	1

4. Konstruiere das Viereck.
a) ein Quadrat mit $a = 4{,}3$ cm
b) ein Rechteck mit $a = 3{,}8$ cm und $b = 5{,}3$ cm
c) eine Raute mit $a = 4{,}1$ cm und $e = 6{,}6$ cm
d) ein Parallelogramm mit $a = 7{,}5$ cm, $\alpha = 55°$ und $b = 4{,}8$ cm
e) ein Trapez ($a \parallel c$) mit $a = 10$ cm, $\alpha = 55°$, $\beta = 35°$ und $b = 7{,}5$ cm
f) ein gleichschenkliges Trapez ($a \parallel c$) mit $a = 8$ cm, $\alpha = 55°$ und $b = d = 5$ cm
g) eine Raute mit $a = 4$ cm und $\alpha = 35°$

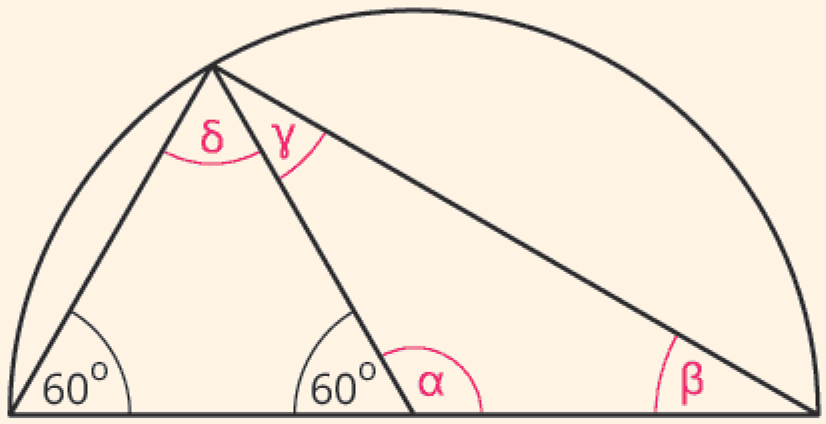
Der **Satz des Thales und seine Umkehrung**

Wenn C auf einem Kreis mit $\overline{AB}$ als Durchmesser liegt, ist der Winkel bei C ein rechter Winkel.

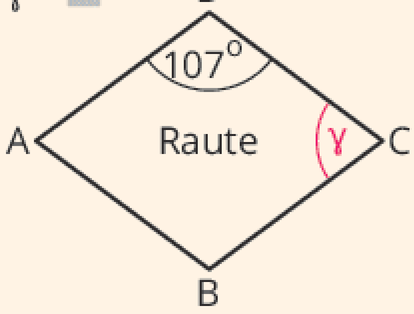


Wenn das Dreieck ABC rechtwinklig ist mit $\gamma = 90°$, dann liegt C auf einem Kreis mit $\overline{AB}$ als Durchmesser.

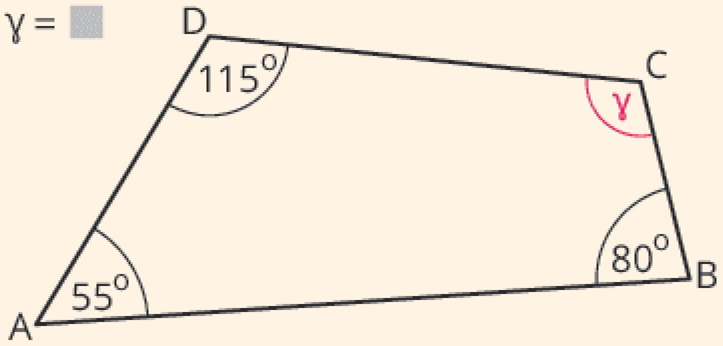
5. Gib die fehlenden Winkel an.



1. **a)** γ = ▒



b) γ = ▒



2. Erstelle eine Planfigur und konstruiere das Viereck.
a) Rechteck: a = 3,6 cm; b = 4,8 cm
b) Parallelogramm: a = 5,5 cm; α = 65°; d = 3,2 cm
c) Rechteck: a = 9 cm; d = 9,5 cm
d) Raute: a = 4 cm; e = 6 cm

3. Für welche Vierecke ist diese Aussage richtig?
a) Die Diagonalen sind gleich lang.
b) Gegenüberliegende Winkel sind gleich groß.
c) Es gibt zwei Symmetrieachsen.
d) Es gibt höchstens zwei verschiedene Seitenlängen.

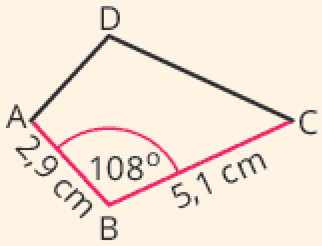
4. **a)** Wie heißt das Viereck, das sowohl Rechteck als auch Raute ist?
b) Welches Viereck ist sowohl Parallelogramm als auch Drachen?

5. Beschreibe vier Eigenschaften des Parallelogramms. Nutze die Worte auf den Karten.

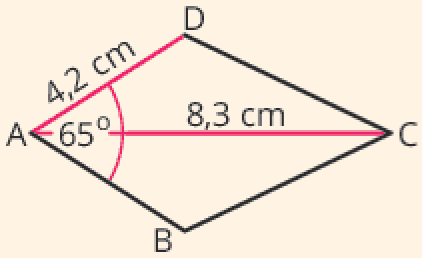
gegenüberliegende | nebeneinanderliegende | Winkel | sind | Seiten | ergänzen sich zu

6. Konstruiere den Drachen nach der Planfigur.

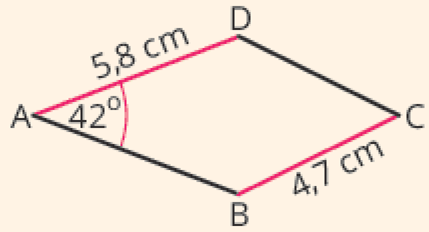
a)



b)



c)

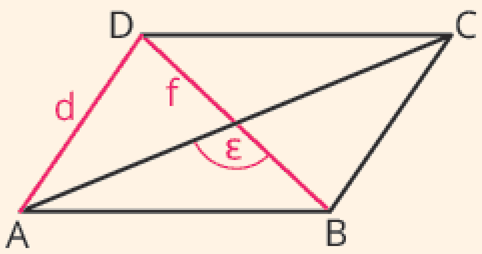


7. Erstelle eine Planfigur und konstruiere das Viereck.
a) Raute: f = 3,8 cm; β = 104°
b) Quadrat: e = 6,3 cm
c) gleichschenkliges Trapez: a = 7,1 cm; d = 2,2 cm; e = 6,4 cm
d) Quadrat: u = 20 cm

8. Zeichne einen Drachen, dessen Diagonalen 5 cm und 10 cm lang sind.
Die kürzere Diagonale teilt die längere in zwei Teilstrecken der Längen 3 cm und 7 cm.
Miss die Seiten des Drachens.

9. Kira hat ein Viereck konstruiert und sagt von ihm: "Zwei Winkel sind zusammen 180° groß."
Welche Vierecksart könnte es sein?

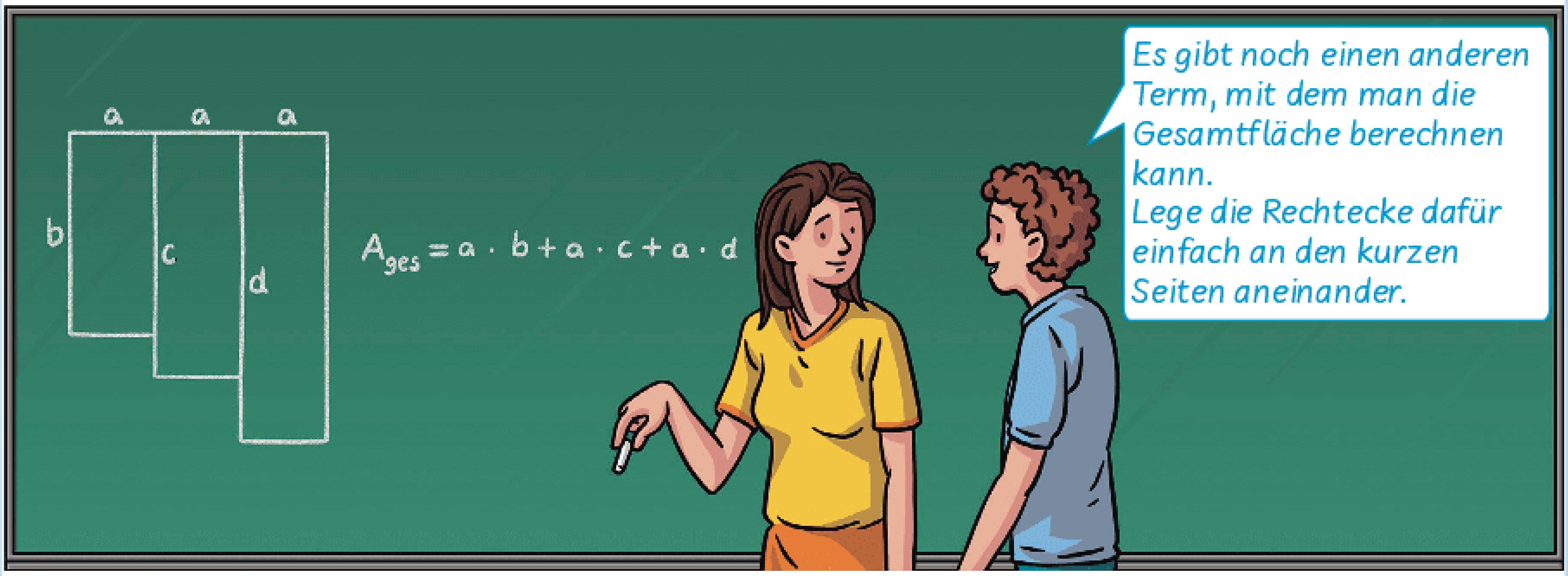
10. Konstruiere ein Parallelogramm mit
ε = 114°; f = 7,8 cm; d = 4,2 cm
Fertige zuvor eine Planfigur an.
Miss nach der Konstruktion α, a und e.



11. Gibt es Viereckskonstruktionen nur mit Winkeln? Begründe.

Terme und Gleichungen

2



In diesem Kapitel lernst du, …

… wie du Terme miteinander multiplizierst und durcheinander dividierst,
… wie du Terme ausmultiplizierst und ausklammerst,
… wie du Gleichungen mit Klammern löst,
… wie du mit Formeln umgehst,
… wie du Verhältnisgleichungen und Bruchgleichungen löst.

Löse die folgenden Aufgaben und schätze dich ein.

1. Setze die jeweilge Zahl für die Variable ein und berechne den Wert des Terms.

a) $5x + 2$ für $x = 3$
b) $3y - 4$ für $y = -1$
c) $5x + 2y$ für $x = 4$ und $y = 6$
d) $4(a - b)$ für $a = 2$ und $b = -2$

Ich kann Werte von Termen berechnen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.
→ S. 193, A 1–2

2. Fasse den Term so weit wie möglich zusammen.

a) $x + x + x + x$
b) $2a + 3a - a$
c) $5y - 12 + 4 + 10y + 8$
d) $4r + 12s - 5r - 13s + 8r$
e) $2 - 5z - 9 + 4z + 7 + z$

Ich kann Terme addieren und subtrahieren.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.
→ S. 193, A 3–4

3. Ordne den passenden Term zu.

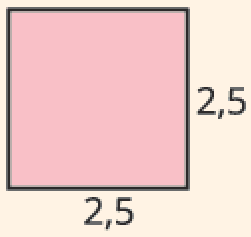
a) Die Summe aus einer Zahl und 2.
b) Subtrahiere eine Zahl von 2.
c) Verdopple eine Zahl.
d) Dividiere 2 durch eine Zahl.
e) Vermindere eine Zahl um 2.
f) Halbiere eine Zahl.

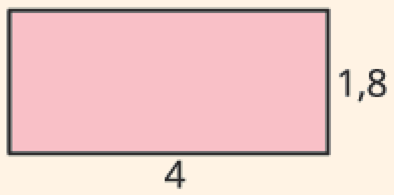
$x - 2$ $2 - x$ $x + 2$ $x \cdot 2$ $x : 2$ $2 : x$

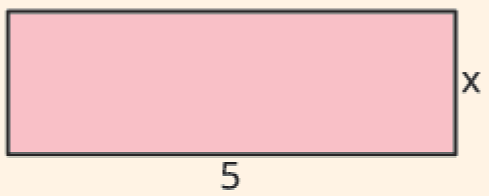
Ich kenne Fachbegriffe für die Grundrechenarten und kann sie vorgegebenen Termen zuordnen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.
→ S. 194, A 1–5

4. Gib jeweils einen Term für den Umfang und den Flächeninhalt der Figur an.

a)


b)


c)


Ich kann Terme für den Flächeninhalt und den Umfang von Rechtecken und Quadraten aufstellen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.
→ S. 195, A 1–4

5. Löse die Gleichung.

a) $5x + 2 = 17$
b) $4x + 3 = x - 9$
c) $5a - 7 = 3a - 13$
d) $-2y - 5 + 7y + 3 = 12 + y - 9 + 3y$

Ich kann Gleichungen ohne Klammern lösen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.
→ S. 196, A 1–2

Wiederholung: Terme

Terme sind Rechenausdrücke und beschreiben Rechenwege. Terme können Zahlen (mit und ohne Maßeinheiten), Rechenzeichen, Klammern und **Variablen** enthalten. Wenn du für die Variablen Zahlen einsetzt, erhältst du eine **Zahl** als Ergebnis.

Vielfache **derselben** Variablen darfst du beim **Addieren** und **Subtrahieren** zusammenfassen. Der so veränderte Term hat für jede Einsetzung denselben Wert wie der Ausgangsterm. Die beiden Terme heißen daher **äquivalent**.

Denke daran:
$4x = 4 \cdot x$
$x = 1x$
$-x = -1x$.

- Berechne den Term $4x + 3$ für $x = -2$.

$$\begin{aligned} & 4 \cdot (-2) + 3 \\ = {} & -8 + 3 \\ = {} & -5 \end{aligned}$$

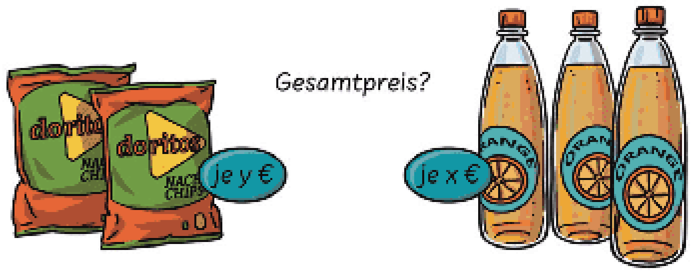
- Vereinfache den Term so weit wie möglich.

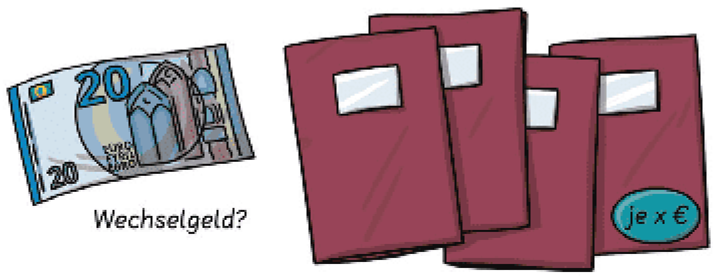
$$\begin{aligned} & 4x - y + 12 + x - 2y - 5 \\ = {} & 4x - 1y + 12 + 1x - 2y - 5 \\ = {} & 4x - 1y + 12 + 1x - 2y - 5 \\ = {} & 5x - 3y + 7 \end{aligned}$$

1. Berechne den Term für die angegebenen Einsetzungen.

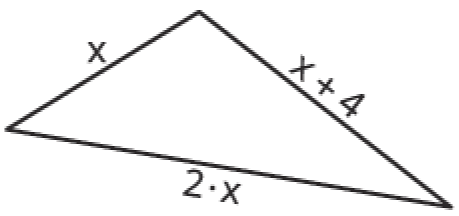
a) $3x + 4$	$x = 2$	$x = 9$	$x = -3$	$x = -5$
b) $5(x - y)$	$x = 8, y = 6$	$x = 12, y = 4$	$x = -5, y = 1$	$x = 4, y = -2$

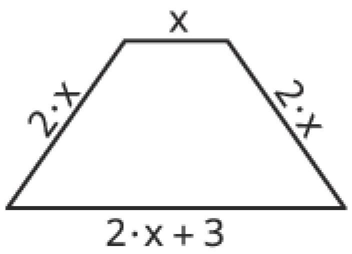
2. Schreibe den Term auf.
a) Sabine ist 13 Jahre alt, ihre Mutter x Jahre. Wie alt sind beide zusammen?
b) Eine Tippgemeinschaft hat 100 000 € im Lotto gewonnen. Wie viel Euro enthält jedes der x Mitglieder der Tippgemeinschaft?
c) Frau Schneider hat y € in ihrer Geldbörse. Im Blumengeschäft kauft sie 8 Rosen zum Stückpreis von x €. Wie viel Geld bleibt ihr nach dem Bezahlen?

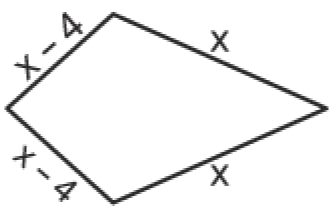
3. Schreibe einen Aufgabentext zu dem Bild und gib den passenden Term an.
a)


b)


4. Vereinfache den Term so weit wie möglich.
a) $3a + 15 + 2a + 10$
b) $2x + 7y + 6x - 3y$
c) $3x + 6y + 15 - x - 6y$
***d)** $3a + b + 8b - a$
***e)** $9a + 7x - 6a - 3x$
***f)** $-15 + 7x + 30 - 6x + 2$
g) $2 - 5z - 9 + 4z + 7 + z$
h) $a + b - 5x - 5y - 12 - 25x$
i) $4r - 3s - 9r - 7s - 12r + s$

5. ①


②


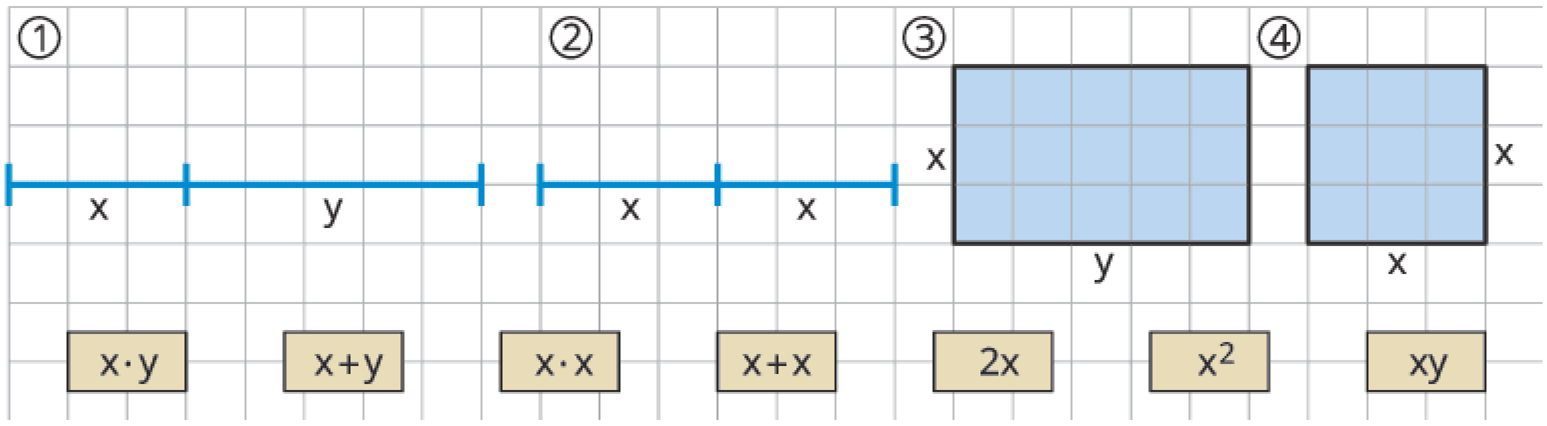
③


a) Gib jeweils einen Term für den Umfang der Figur an und fasse zusammen.
b) Setze für die Variable x nacheinander die Werte 5, 10 und 15 ein und berechne den Umfang der Figuren.
c) Warum muss in einer der drei Figuren die Länge x größer als 4 sein? Begründe.

Multiplizieren von Termen

Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

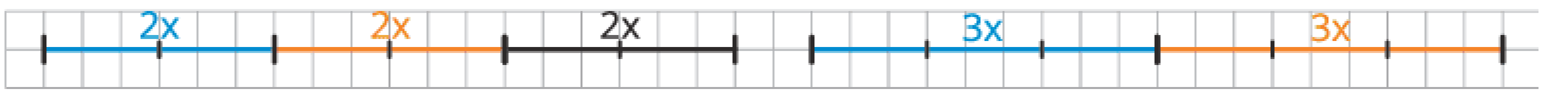
1.



a) Ordnet die Terme den passenden Abbildungen ① bis ④ zu. Manchmal gibt es mehrere Möglichkeiten. Erklärt, was ihr mit den Termen jeweils berechnen könnt.
b) Erklärt den Unterschied zwischen den Termen x^2 und $2x$.
c) Gebt äquivalente Terme zu den folgenden Rechenausdrücken an:

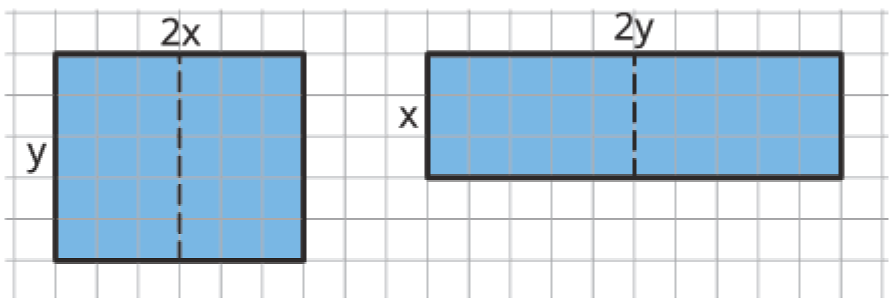
$x \cdot x \cdot x$ $x + x + x + x$ $5x$ x^6

2.

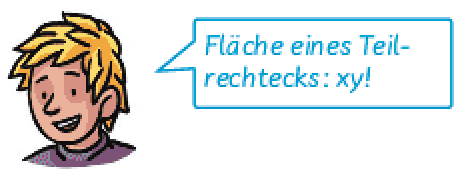


a) Übertragt die beiden Abbildungen in euer Heft und ordnet ihnen die Produkte $3 \cdot 2x$ und $2 \cdot 3x$ zu.
b) Ist Theresas Aussage richtig? Begründet anschaulich.
c) Fasst die Produkte zusammen ohne zu zeichnen.
① $5 \cdot 2x$ ② $9 \cdot 6x$ ③ $8 \cdot 4a$ ④ $3x \cdot 7$

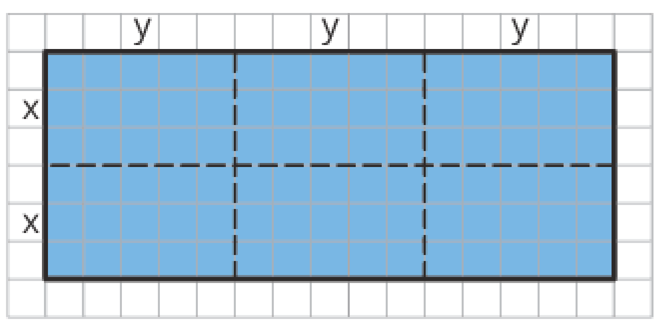
3. **a)** Übertragt die beiden Abbildungen in euer Heft und ordnet ihnen die Produkte $x \cdot 2y$ und $2x \cdot y$ zu.



b) Begründet, dass die beiden Terme aus a) äquivalent sind.
c) Begründet durch passende Zeichnungen, dass folgende Rechnung stimmt: $x \cdot 2x = 2x^2$.



4. **a)** Gebt ein Produkt an, das durch die Abbildung rechts veranschaulicht wird. Fasst das Produkt anschließend zusammen.



b) Fasst die Produkte zusammen ohne zu zeichnen.
① $5x \cdot 4y$ ② $7a \cdot 3b$ ③ $2y \cdot 2x$
④ $3x \cdot 2x$ ⑤ $8a \cdot 5a$ ⑥ $7y \cdot 7$

Produkte aus Zahlen und Variablen kannst du so vereinfachen:
Multipliziere **Zahlen mit Zahlen** und **Variablen mit Variablen**.
Im so veränderten äquivalenten Term werden zuerst die Zahlen und dahinter die Variablen in alphabetischer Reihenfolge geschrieben.
Produkte gleicher Variablen kannst du als **Potenz** schreiben: $x \cdot x = x^2$ *(lies „x hoch 2")* oder $x \cdot x \cdot x = x^3$ *(lies „x hoch 3")*.

Das Malzeichen kannst du schreiben oder weglassen.

- $3x \cdot 7$
  $= 3 \cdot 7 \cdot x$
  $= 21x$
- $-5a \cdot 2b$
  $= -5 \cdot 2 \cdot a \cdot b$
  $= -10ab$
- $-6x \cdot (-4x)$
  $= -6 \cdot (-4) \cdot x \cdot x$
  $= 24x^2$
- $3ab \cdot 8a^2$
  $= 3 \cdot 8 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b$
  $= 24a^3b$

5. Multipliziere im Kopf.

a) $7x \cdot 4$ **b)** $a \cdot (-9b)$ **c)** $x \cdot 5x$ **d)** $10y \cdot 10x$
e) $-15a \cdot (-4b)$ **f)** $7a \cdot 12a$ **g)** $2a \cdot 3ab$ **h)** $5ab \cdot 5ab$
+i) $3 \cdot 5a$ **+j)** $-8z \cdot 4$ **+k)** $y \cdot 7y$ **+l)** $6a \cdot 6a$
+m) $25x \cdot (-4x)$ **+n)** $5b \cdot 11b$ **+o)** $-16a \cdot (-2a)$ **+p)** $8xy \cdot 6yz$

6. Finde die Fehler und korrigiere sie im Heft.

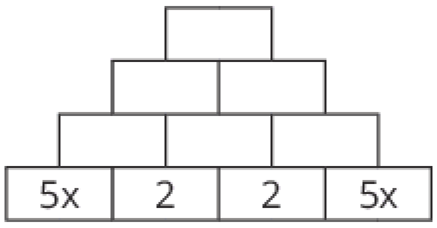
a) $5x \cdot 7x = 12x$ f
b) $2x \cdot 2x = 2x^2$ f
c) $6a \cdot 4a = 24a$ f
d) $3ab \cdot 8a = 24ab^2$ f

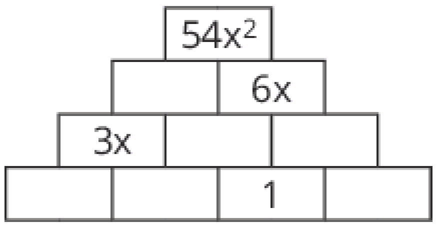
7. Dividiere wie im Beispiel.

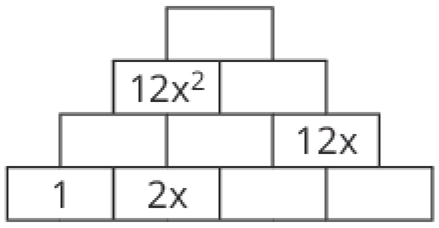
a) $20x : 4$ **b)** $28a : 7$ **c)** $45x : 3$
d) $48x : (-8)$ **e)** $-24y : (-12)$ **f)** $2a : 4$
+g) $50x : 5$ **+h)** $99z : 11$ **+i)** $36y : (-3)$

$12x : 4$
$= 12 \cdot x : 4$
$= 12 : 4 \cdot x$
$= 3x$

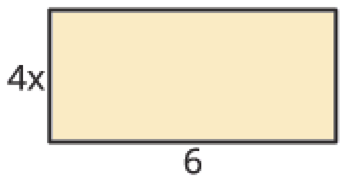
8. Übertrage die Multiplikationsmauern in dein Heft und vervollständige sie.

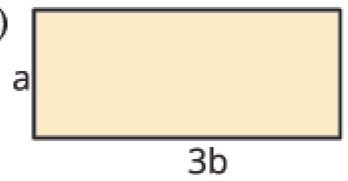
a)


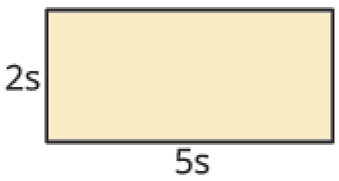
b)


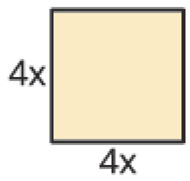
c)


+9. Beschreibe den Flächeninhalt des Rechtecks mit einem möglichst kurzen Term.

a)


b)


c)


d)


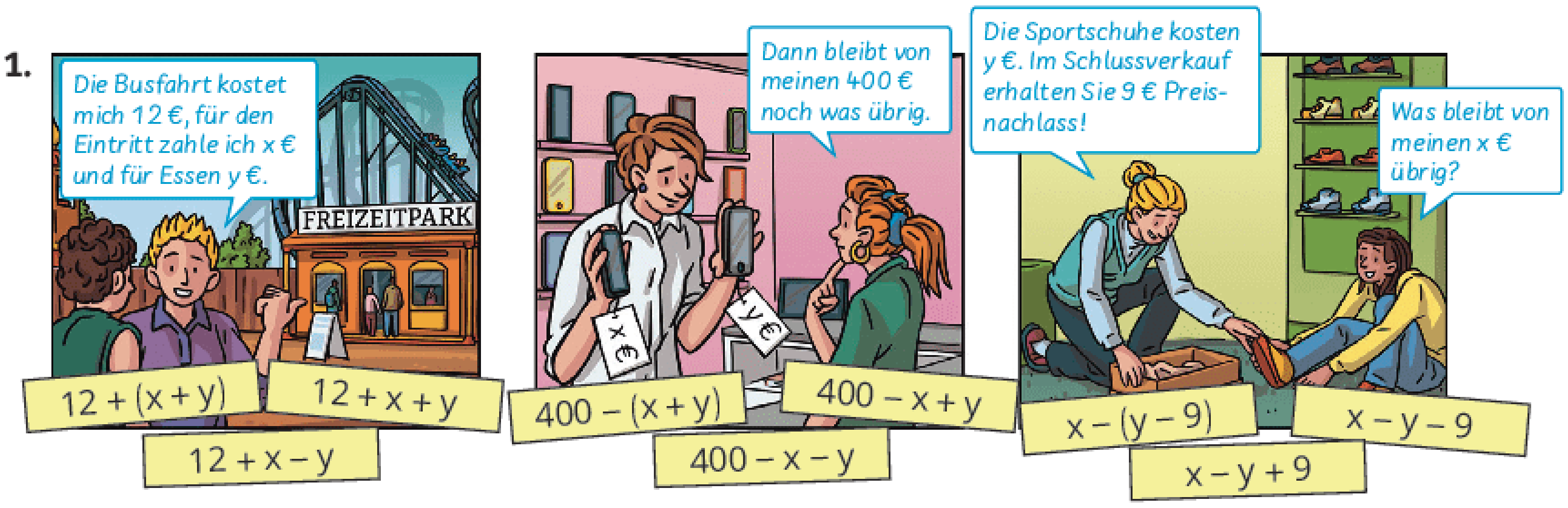
10. Vereinfache den Term so weit wie möglich.

a) $\frac{2}{3}x \cdot \frac{1}{2}$ **b)** $\frac{6}{7}a \cdot \frac{14}{15}b$ **c)** $\frac{16}{27}x \cdot \frac{3}{4}x$ **d)** $\frac{20}{63}xyz \cdot \frac{21}{25}yz$
e) $0{,}2a \cdot 0{,}1b$ **f)** $1{,}5s \cdot 0{,}4s$ **g)** $0{,}01ay \cdot 0{,}001ay$ **h)** $0{,}3xz \cdot 0{,}6y$
i) $\frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{1}{2}a$ **j)** $\frac{2}{3}a^2bc \cdot \frac{3}{2}abc^2$ **k)** $0{,}1x \cdot \frac{1}{2}x^2$ **l)** $0{,}01x^2 \cdot 100x^2$

11. **a)** Wie verändert sich die Oberfläche eines Würfels mit der Kantenlänge a, wenn man alle Kantenlängen verdoppelt?
b) Wie verändert sich das Volumen des Würfels bei Verdopplung der Kantenlängen?

Addieren und Subtrahieren von Summen

1.



Partnerarbeit: Zu jedem Bild passen zwei Terme. Welche sind es? Begründet eure Antwort.

Addieren von Summen
Du addierst eine Summe, die in Klammern steht, indem du die Summanden **einzeln** addierst.

Subtrahieren von Summen
Du subtrahierst eine Summe, die in Klammern steht, indem du die Summanden **einzeln** subtrahierst.

Löse die Klammer auf und vereinfache den Term so weit wie möglich.

- $23 + (-7 - 5x)$
  $= 23 + (-7) + (-5x)$
  $= 23 - 7 - 5x$
  $= 16 - 5x$
- $17x - (3x + 2)$
  $= 17x - 3x - (+2)$
  $= 17x - 3x - 2$
  $= 14x - 2$
- $28 - (4x - 2)$
  $= 28 - 4x - (-2)$
  $= 28 - 4x + 2$
  $= 30 - 4x$

Jede Differenz kannst du als Summe schreiben $x - y = x + (-y)$

2. Löse die Klammer auf und vereinfache den Term so weit wie möglich.
a) $3x + (7 + 5x)$ **b)** $12 + (9a - 8)$ **c)** $-7y + (-6 + 2y)$
d) $5x - (6 + 2x)$ **e)** $18 - (9 - 8x)$ **f)** $-(-15x + 8) + 22$
+**g)** $15a + (13 - 21a)$ +**h)** $4x + (10 - 15x)$ +**i)** $4x - 12 + (9x - 24)$
+**j)** $-(5 + 7x) + 20$ +**k)** $2x - (11 - 2x)$ +**l)** $14x - (8 + 5x)$

3. Finde die Fehler und korrigiere sie im Heft.

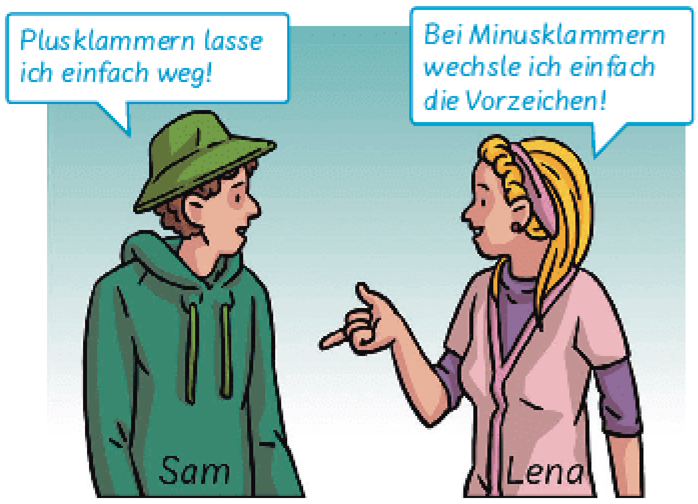
a) $12x - (10 + 8x)$
$= 12x - 10 + 8x$
$= 20x - 10$ f

b) $20 + (-4x - 3)$
$= 20 + 4x - 3$
$= 17 + 4x$ f

c) $-(15 - 7x) - 9x$
$= 15 + 7x - 9x$
$= 15 - 2x$ f

4. Löse die Klammern auf und vereinfache. Berechne dann den Wert des Terms für $x = 2$.
a) $5 + (3x + 4)$ **b)** $7 - (2x + 3)$ **c)** $5 + (7 - 3x)$
d) $9x - (7x - 13)$ **e)** $7x - (6 - 3x)$ **f)** $12x - (-5 - x)$

+**5.** Beurteile Sams und Lenas Aussagen. Verdeutliche deine Meinung durch geeignete Beispiele.

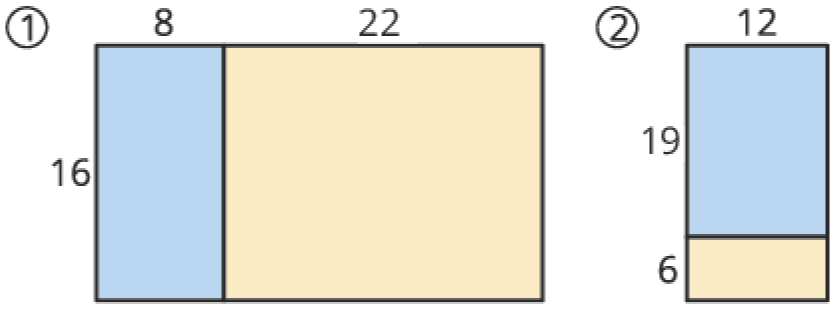


6. **a)** $48x - 18y - (39y - 14x) + (-58x + 47y)$
b) $-(32x - 59y) + (-17x + 18y) - (72y - 46x)$
c) $2y + \left(\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{6}\right) - \frac{1}{5}y$
d) $-\left(\frac{3}{10}y - \frac{1}{6}x\right) + \left(-\frac{3}{8} + \frac{1}{5}y\right) - \left(-\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\right)$

Ausmultiplizieren und Ausklammern

Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

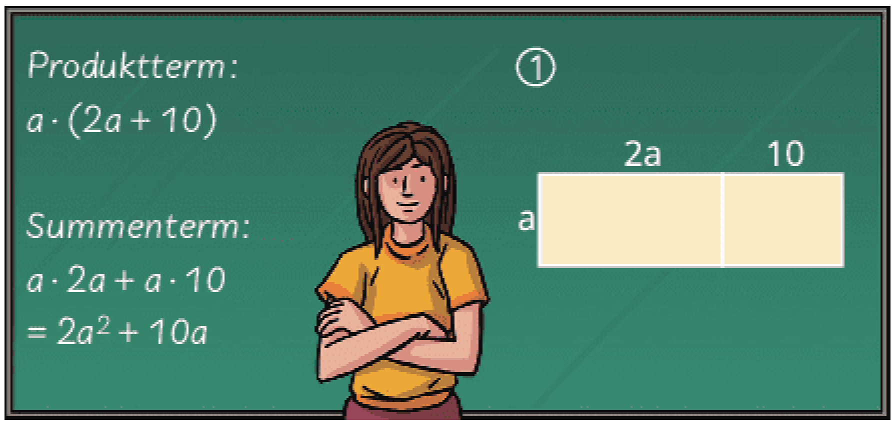
1.

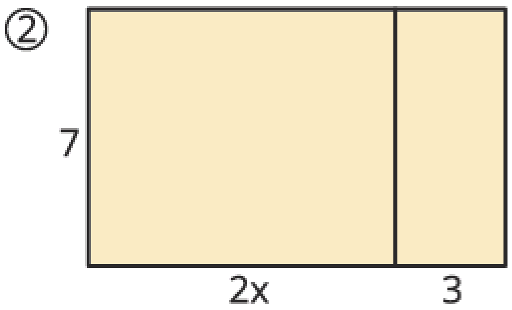


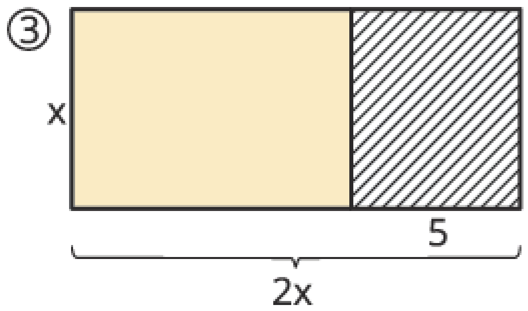
a) Rania und Linus sollen den Flächeninhalt des Rechtecks ① bestimmen. Rechnen die beiden richtig? Erklärt euch gegenseitig ihre Rechenwege.

b) Skizziert das Rechteck ② in euer Heft. Berechnet den zugehörigen Flächeninhalt wie Rania und Linus auf zwei verschiedenen Wegen.

2.



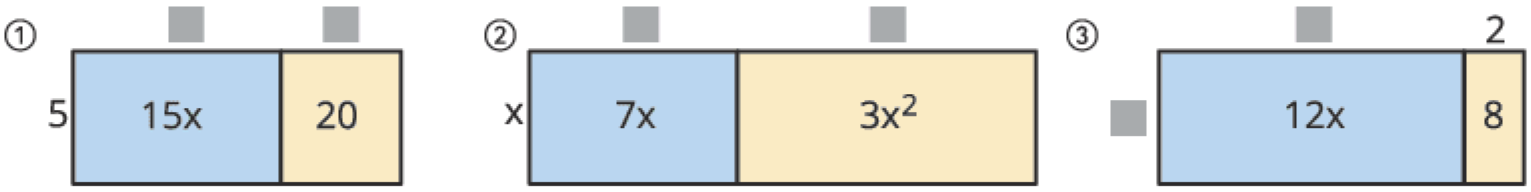




a) Erklärt euch gegenseitig das Vorgehen von Ida am Rechteck ①.

b) Übertragt die Rechtecke ② und ③ in euer Heft und bestimmt für jedes Bild die gelb gefärbte Fläche genauso wie Ida als Produktterm und als Summenterm. (Hinweis: In Bild ③ müsst ihr subtrahieren).

3.



$15x + 20 = 5(■ + ■)$ $7x + 3x^2 = x(■ + ■)$ $12x + 8 = ■(■ + 2)$

Hier sind die Seitenlängen gesucht. Vervollständigt die Lücken in den Rechnungen im Heft. Nutzt dafür die Flächenangaben in den Rechtecken ① bis ③.

4. Je ein Produktterm und ein Summenterm sind äquivalent. Ordnet sie einander zu.

$(2x - 3) \cdot 6$	$6x(2x + 3)$	$12x + 18$	$-12x + 18$
$6x(2x - 3)$	$-6(2x + 3)$	$12x^2 - 18x$	$12x - 18$
$(2x + 3) \cdot 6$	$-6(2x - 3)$	$-12x - 18$	$12x^2 + 18x$

Durch **Ausmultiplizieren** und **Ausklammern** kannst du **Produktterme** in **Summenterme** umwandeln und umgekehrt.

Ausmultiplizieren:
Multipliziere den Faktor vor (oder hinter) der Klammer mit **jedem** Summanden in der Klammer.

Ausklammern (Faktorisieren):
Suche einen möglichst großen Faktor, den alle Summanden in der Klammer gemeinsam haben, und klammere ihn aus.

- Multipliziere aus.

$-4\,(2x + 9)$
$= -4 \cdot 2x + (-4) \cdot 9$
$= -8x \; - 36$

AUSMULTIPLIZIEREN →

Produkt $a(b + c)$ = **Summe** $ab + ac$

← AUSKLAMMERN

- Klammere aus.

$10x + 15$
$= 5 \cdot 2x + 5 \cdot 3$
$= 5\,(2x + 3)$

5. Löse die Klammern durch Ausmultiplizieren auf.
a) $7(6x - 9)$ **b)** $8(6 - 9x)$ **c)** $-3(2x - 5)$ **d)** $(3a - 5) \cdot 2$
e) $(7 - 5x) \cdot (-4)$ **f)** $x(8x + 3)$ **g)** $(5a - 2) \cdot a$ **h)** $-b(4b + 6)$
+**i)** $-5(3y - 7)$ +**j)** $7(1 - x)$ +**k)** $c(c + 9)$ +**l)** $(8y - 3) \cdot y$

6. Finde die Fehler und korrigiere sie im Heft.
a) $5 \cdot (7x - 9) = 35x - 9$ f
b) $-8(4x - 3) = -32x - 24$ f
c) $6x(9y - 8x) = 54xy - 48x$ f

7. Vervollständige die Lücken in den Rechnungen im Heft.
a) $5(\square + \square) = 45 + 15y$ **b)** $2(\square - \square) = 14 - 8x$ **c)** $5(\square - 7x) = 10y - \square$
d) $7x + 14 = \square(x + 2)$ **e)** $5ab + 3a^2 = \square(5b + 3a)$ **f)** $45x^2 - 27xy = \square(5x - 3y)$

+**8.** Klammere den angegebenen Faktor aus.
a) $18x - 42$, Faktor: 6 **b)** $-12a + 36$, Faktor: 12 **c)** $-54x + 63y$, Faktor: -9
d) $19xy - 35y$, Faktor: y **e)** $15x + 13x^2$, Faktor: x **f)** $5a^2 - 8a$, Faktor: a

9. Klammere möglichst umfangreich aus.
a) $12a - 12$ **b)** $7x + 49$ **c)** $12x + 20$ **d)** $64 - 24a$
e) $3a - 9ab$ **f)** $25xy + 5y$ **g)** $9x^2 - 27x$ **h)** $12x^2 - 18xy$
i) $\frac{1}{2}a + \frac{3}{2}b$ **j)** $-\frac{1}{3}x + \frac{1}{9}x^2$ **k)** $0{,}25z + 0{,}75xz$ **l)** $1{,}3y - 2{,}6y^2$

10. **a)** $3a(5 - 2a)$ **b)** $(2x - 3y) \cdot 4x$ **c)** $(7 + 2a) \cdot 3b$ **d)** $-2y(3y + x)$
e) $-4p(3q - p)$ **f)** $4a(7 - 5a)$ **g)** $(5 + 8x) \cdot 5x$ **h)** $-3y(8 + y)$
i) $-\frac{1}{3}(-9a - 15)$ **j)** $-\frac{1}{4}x(-2x + 16)$ **k)** $-\frac{3}{4}\left(\frac{7}{12} - \frac{2}{5}y\right)$ **l)** $-\frac{2}{3}a\left(-\frac{5}{8} - \frac{15}{18}a\right)$

11. Setze die angegebenen Zahlen ein und berechne den Term. Überlege und begründe, ob es sinnvoll ist, zuerst auszuklammern.
a) $3a + 5ab$ für $a = 100$; $b = 17$ **b)** $41a - 19ab$ für $a = 25$; $b = 2$
c) $4x + 8xy + 6x^2$ für $x = 1$; $y = 3$ **d)** $4x + 3xy + 12\,x^2$ für $x = 9$; $y = 15$

Vermischte Aufgaben

1. Löse die Klammern auf und fasse zusammen.

a) $15 + (2x - 3) + (7 - x)$ **b)** $(3y + 3) - 18 - (8y - 7)$ **c)** $48 - (3a + 9) + (9 - a)$

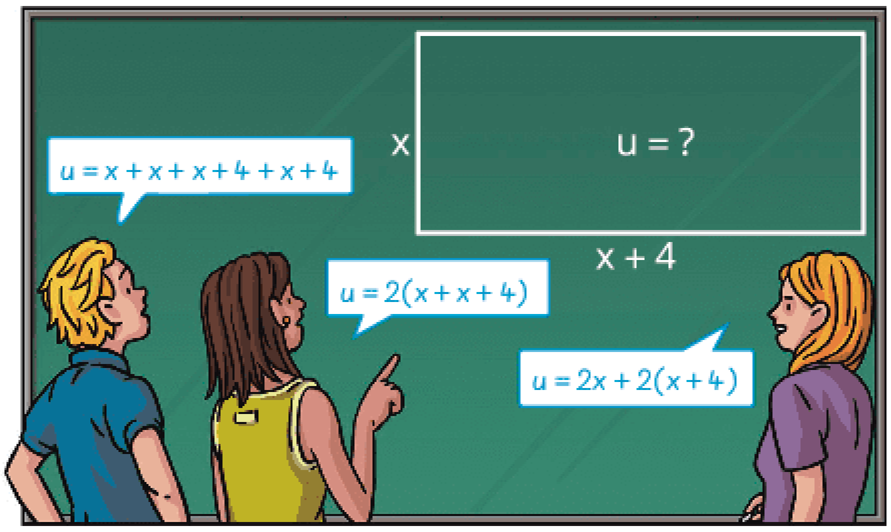
d) $2(7x - 3) - (2x + 1)$ **e)** $4(2b + 5) + (6b - 3)$ **f)** $-6(2a - 5) - (a - 9)$

g) $4(3x + 9) + (x + 6) - 1$ **h)** $5(a - 4) - (5 - a) + 4$ **i)** $2(8b - 6) + 4(4 - 7b)$

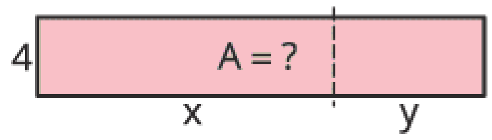
2. Jeder der drei Freunde gibt einen anderen Term für den Umfang des Rechtecks an.

a) Zeige, dass die drei Terme äquivalent sind.

b) Berechne den Umfang des Rechtecks für $x = 4$ m und $x = 2{,}5$ m mit allen drei Termen. Markiere den Term, der dir am einfachsten erscheint.

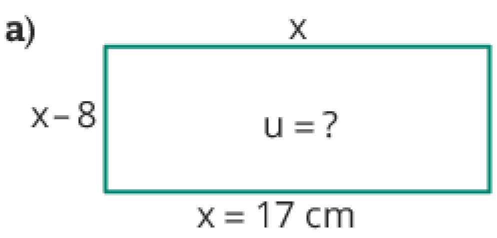


3. Gib zwei äquivalente Terme für den Flächeninhalt des Rechtecks an und berechne sie für $x = 5$ cm und $y = 3$ cm.

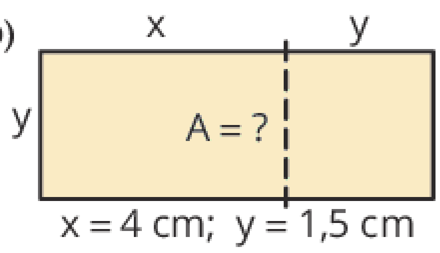


+4. Gib einen Term für die gesuchte Größe an und berechne sie für die angegebenen Einsetzungen.

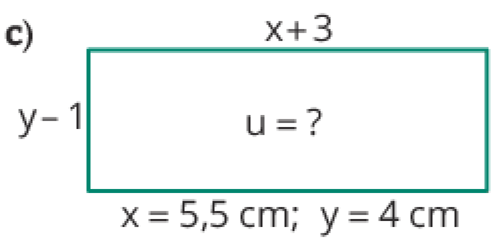
a)



b)



c)



+5. Muriel hat in ihrer Hausaufgabe mehrere Fehler gemacht. Finde und berichtige sie.

a) $5 + (4x + 7)$
$= 5 \cdot 4x + 5 \cdot 7$
$= 20x + 35$ f

b) $2x + (3x - 8) \cdot 4$
$= 2x + 3x - 8 \cdot 4$
$= 5x - 32$ f

c) $4x(6x + 5y)$
$= 4x \cdot 6x + 4x \cdot 5y$
$= 24x + 20xy$ f

6. Auch Quotiententerme kannst du in Summenterme umwandeln.

a) $(18x + 10) : 2$ **b)** $(12 - 9x) : 3$ **c)** $(32a + 56) : (-8)$

d) $(-9ab + 21a) : (3a)$ **e)** $(25x^2 - 70) : 5$ **f)** $(33y + 77y^2) : (-11y)$

g) $(4ax + 6ay) : \left(\frac{1}{2}a\right)$ **h)** $\left(\frac{2}{3}b^2 - \frac{5}{9}b\right) : \left(\frac{1}{3}b\right)$ **i)** $(2x^2 + x^3) : \left(\frac{2}{5}x\right)$

$(12x + 28) : 4$
$= 12x : 4 + 28 : 4$
$= 3x + 7$

7. Löse die Klammern auf und fasse zusammen. Achte auf die Vorzeichen.

a) $-2(7b + 3) - 9(3 + 8b)$ **b)** $-x(12 + 15x) + 2x(4x + 5)$

c) $-(a^2 + 3) - 2a(5a + 8)$ **d)** $-4x(-15 + 20x) - 9(-5x^2 + 7)$

e) $2(3x + 4) - (5x - 6) \cdot 7$ **f)** $-3x(x - 2) - (-6x + 5) \cdot (-4x)$

$2x - 4(3x - 5)$
$= 2x + (-4) \cdot 3x + (-4) \cdot (-5)$
$= 2x - 12x + 20$
$= -10x + 20$

8. Begründe ohne zu rechnen, welcher der vier Terme ① bis ④ für $x = 999\,999\,999\,999\,999\,999\,999\,999$ das größte Ergebnis liefert.

① $\frac{3}{7} \cdot (x \cdot 2)$ ② $\frac{3}{7} \cdot (x + 2)$ ③ $\frac{7}{3} \cdot (x \cdot 2)$ ④ $\frac{7}{3} \cdot (x + 2)$

Die Ergebnisse der Aufgaben ergeben Sehenswertes in Belgien und den Niederlanden.

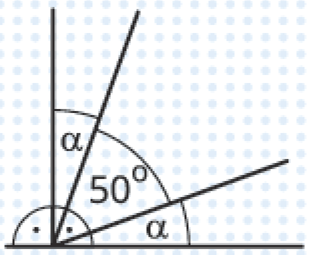
1. Gib den Prozentsatz an:
a) $\frac{1}{2}$ = ■ % **b)** $\frac{1}{4}$ = ■ % **c)** $\frac{4}{10}$ = ■ % **d)** $\frac{3}{5}$ = ■ %

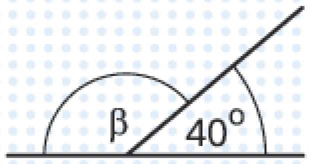
2. Ein Arbeiter verdient in 160 Stunden 2 320 €. Berechne seinen Lohn für 8 Stunden.

3. Eine Zugfahrt dauerte von 14:37 Uhr bis 17:14 Uhr. Die drei Stopps dauerten zusammen 7 Minuten. Berechne die reine Fahrzeit in Minuten.

4. **a)** $\frac{120\text{ m} + 3\text{ km}}{3}$ = ■ m
b) $4 \cdot \left(\frac{1}{2}\text{ t} + 500\text{ kg}\right)$ = ■ t

5. Wie viele Gläser dieses Inhalts können mit 2 ℓ Saft gefüllt werden: **a)** $\frac{1}{4}$ ℓ, **b)** $\frac{1}{5}$ ℓ?

6. Bestimme den unbekannten Winkel.
a)


b)


7. Um eine Baugrube auszuheben, brauchen zwei Bagger 18 Stunden. Wie viele Stunden dauert die Arbeit, wenn drei Bagger eingesetzt werden?

8. Bei einem Würfel ist die Gesamtlänge aller Kanten 108 cm.
a) Eine Kante hat die Länge ■ cm.
b) Der Flächeninhalt einer Seitenfläche beträgt ■ cm^2.
c) Das Volumen des Würfels beträgt ■ cm^3.

9. Gib das Ergebnis als Dezimalzahl an.
a) $\frac{1}{2} \cdot 4{,}1$ **b)** $\frac{1}{2} : \frac{5}{2}$ **c)** $5\frac{1}{4} + 8$

10. **a)** 25 cm^2 = ■ mm^2 **b)** 250 dm^3 = ■ ℓ
c) 3 500 mℓ = ■ ℓ **d)** 1 250 mm^3 = ■ cm^3

11. Eine Zahl wird mit 7,5 multipliziert, das Ergebnis ist 120. Wie groß ist die Zahl?

F 0,125	A 0,2	L 0,4
B 0,85	U 1,25	M 2,05
S 2,75	I 3,5	N 4
A 8	R 9	M 10
E 12	T 13,25	P 13,5
M 16	S 20	R 25
O 27	W 30	A 40
G 50	C 60	D 81
H 116	T 140	T 150
M 157	M 250	A 729
E 1 040	I 1 250	O 2 500

Wiederholung: Gleichungen

Du kannst **Gleichungen** durch folgende **Äquivalenzumformungen** vereinfachen:
- **auf beiden Seiten** dasselbe addieren oder subtrahieren,
- **beide Seiten** mit derselben Zahl außer Null multiplizieren oder durch sie dividieren.

Bei diesen Umformungen ändert sich die **Lösung der Gleichung** nicht.

Löse die Gleichung und mache die Probe.

$-7 + 8x + 2 = 2x + 9 + 4x$ ① *Fasse beide Seiten so weit wie möglich zusammen.*

$8x - 5 = 6x + 9 \quad | +5$ ② *Addiere 5, damit die 5 (linke Seite) wegfällt.*

$8x = 6x + 14 \quad | -6x$ ③ *Subtrahiere 6x, damit die 6x (rechte Seite) wegfallen.*

$2x = 14 \quad | :2$ ④ *Dividiere durch 2, damit der Faktor 2 vor dem x wegfällt.*

Lösung: $x = 7$

Probe: $-7 + 8 \cdot 7 + 2 = 2 \cdot 7 + 9 + 4 \cdot 7$

$51 = 51$ (w) ⑤ *Kontrolliere die Lösung mit einer Probe.*

1. Löse die Gleichung und kontrolliere deine Lösung mit einer Probe.

a) $10x - 20 = 30$ **b)** $7z + 41 = 17 + 3z$ **c)** $7x - 6 + 5x - 4 = 2 - 3x - 4 - x$

d) $4 - 2a = 25 + a$ **e)** $26x + 107 = 13x + 94$ **f)** $-3a - 15 + 9a - a = 5 - a + 16$

+g) $3a + 24 = 9$ **+h)** $7x + 36 = 4x - 12$ **+i)** $2y + 18 - 5y + 4y = 28 - 3y + 14$

2. Stelle eine Gleichung auf und löse sie.

a) Subtrahiert man vom Dreifachen einer Zahl 9, so erhält man dasselbe, wie wenn man zum Doppelten der Zahl 4 addiert.

b) Man kommt zum selben Ergebnis, wenn man das Doppelte einer Zahl um 19 verringert oder die Zahl selbst um 2 vermindert.

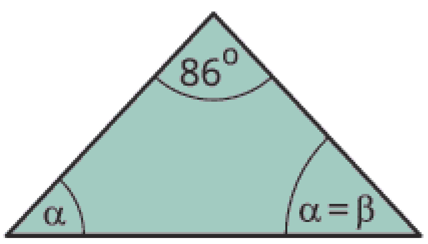
c) Addiert man zum 5-Fachen einer Zahl 18, so erhält man das 8-Fache dieser Zahl.

d) Subtrahiert man 8 vom 3-Fachen einer Zahl, so erhält man 15 weniger als das 4-Fache der Zahl.

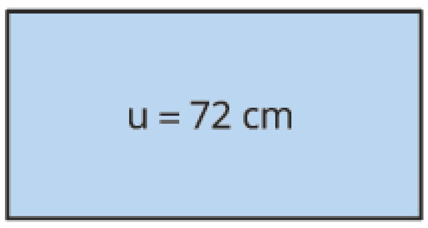
3. Stelle eine Gleichung auf und löse sie.

Eine Leiste ist ein schmales Bauteil aus Holz, Metall oder Kunststoff.

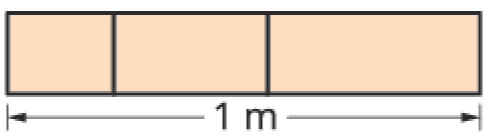
a) Wie groß sind die Basiswinkel in dem gleichschenkligen Dreieck?



b) Das Rechteck ist doppelt so lang wie breit. Wie lang sind die Seiten?



c) Wie lang sind die drei Stücke der Leiste, wenn das zweite 10 cm länger als das erste ist und das dritte doppelt so lang wie das erste?



4. An einem Zeltlager am Atlantik mit 27 Jugendlichen nehmen französische und deutsche Schülerinnen und Schüler teil. Es gibt doppelt so viele deutsche Schülerinnen wie französische Schülerinnen. Die Zahl der französischen Schüler ist um 2 größer als die der französischen Schülerinnen. Die größte Gruppe sind die deutschen Schüler: eine Person mehr als die deutschen Schülerinnen.
Nenne die Anzahl der französischen Schülerinnen x. Stelle eine Gleichung auf, löse sie und gib die Anzahlen der Personen in den verschiedenen Gruppen an.

Im Kino

1. In der Filmbühne gibt es 16 Sitzreihen mit gleich vielen Sitzen. Insgesamt haben 288 Personen Platz.

Plätze pro Reihe: x

Plätze insgesamt: $16 \cdot x$

Gleichung:

$16 \cdot x = \boxed{}$

2. Nora arbeitet als Aushilfe im Kino. Im September hat sie doppelt so viel verdient wie im August. Insgesamt hat sie in den 2 Monaten 270 € verdient.
Berechne, wie viel Geld sie in den beiden Monaten jeweils bekommen hat.

Verdienst August: x

Verdienst September: $\boxed{2 + x}$ oder $\boxed{2 \cdot x}$ oder $\boxed{2 - x}$

Gleichung: Verdienst im August + Verdienst im September = 270

3.

Wie teuer ist eine Flasche Cola?

Preis für eine Cola: x

Preis für 4 Cola: $\boxed{} \cdot \boxed{}$

Gleichung: Preis für 4 Cola + 6,50 € für Popcorn = Gesamtpreis

4. Cem geht heute mit seinem Vater ins Kino. Die Eintrittskarte für Erwachsene ist 1,30 € teurer als die Schülerkarte. Für beide Karten zusammen bezahlt Cems Vater 16,50 €.
Wie teuer ist Cems Karte, wie teuer ist die Karte seines Vaters?

Preis für Cems Karte: x

Preis für Karte des Vaters: $x + \boxed{}$

Gleichung: ?

5. In den letzten 3 Monaten wurden 543 Kinogutscheine verkauft. Im November wurden 45 weniger verkauft als im Oktober und im Dezember 156 mehr als im Oktober.

Gutscheine im Oktober: x

Gutscheine im November: $\boxed{}$

Gutscheine im Dezember: $\boxed{}$

Gleichung: $\boxed{}$

Pension Tannenblick

Eine Pension hat Gästezimmer mit einfacher Ausstattung. Meist sind die Besitzer Privatpersonen.

1. In der Pension Tannenblick sind Gäste aus Deutschland und aus Österreich, insgesamt 36 Personen. Die Anzahl der deutschen Gäste ist dreimal so groß wie die Anzahl der österreichischen Gäste. Wie viele Gäste kommen aus Deutschland, wie viele aus Österreich?

Anzahl der österr. Gäste: x

Anzahl der deutschen Gäste: $\square \cdot \square$

Gleichung

Anzahl österr. Gäste + Anzahl deutscher Gäste = Gesamtzahl der Gäste

2. In der Nacht vom Montag zum Dienstag übernachteten 15 Personen in der Pension Tannenblick. Außerdem verkauften die Besitzer Herr und Frau Ramsbacher Getränke für 21 €. Von Dienstag zu Mittwoch übernachteten nur 12 Personen und die Einnahmen durch Getränkeverkauf betrugen nur 17 €. Insgesamt nahmen Ramsbachers am zweiten Tag 139 € weniger ein als am Tag zuvor. Was kostet eine Übernachtung?

Preis für eine Übernachtung in €: x

	Mo/Di	Di/Mi
Einnahmen Übernachtungen:	15x	
Einnahmen Getränke:		
Gesamt:		

3. Gästezimmer befinden sich im Erdgeschoss (EG), im Obergeschoss (OG) und im Dachgeschoss (DG). Im Obergeschoss sind es doppelt so viele Zimmer wie im Erdgeschoss, im Dachgeschoss zwei Zimmer weniger als im Obergeschoss. Insgesamt haben Ramsbachers 23 Gästezimmer. Wie viele davon sind in den einzelnen Etagen?

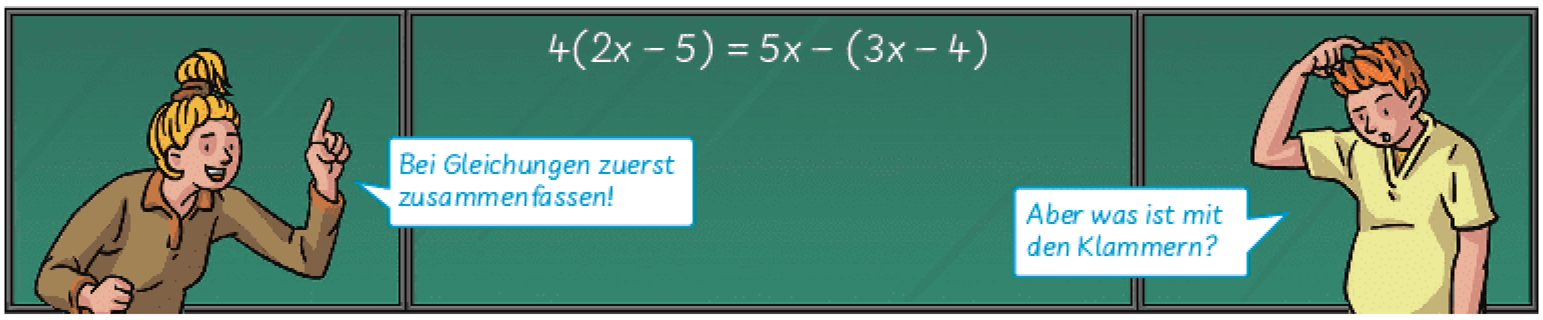
Anzahl der Zimmer EG: x

Anzahl der Zimmer OG: ?

Anzahl der Zimmer DG: ?

4. Der Besitzer Herr Ramsbacher ist 7 Jahre älter als seine Frau. Zusammen sind sie 83 Jahre alt. Wie alt ist Herr Ramsbacher, wie alt seine Frau?

Gleichungen mit Klammern

1. 

Hilf den Kindern, die Gleichung an der Tafel zu lösen. Schreibe neben deine Lösung eine Anleitung, wie du vorgehst. Stelle die Anleitung anschließend deiner Klasse vor.

Beim Lösen von Gleichungen mit Klammern musst du **zuerst die Klammern auflösen**.

$$\begin{aligned} -2x + 3(2x + 4) &= 25 - (6x + 3) & \\ -2x + 6x + 12 &= 25 - 6x - 3 & \\ 4x + 12 &= 22 - 6x & \mid -12 \\ 4x &= 10 - 6x & \mid +6x \\ 10x &= 10 & \mid :10 \end{aligned}$$

Lösung: $x = 1$

Probe: $-2 \cdot 1 + 3(2 \cdot 1 + 4) = 25 - (6 \cdot 1 + 3)$
$16 = 16$ (w)

① *Löse alle Klammern auf.*
② *Fasse auf beiden Seiten zusammen.*
③ *Löse die Gleichung mit Äquivalenzumformungen.*

2. Löse die Gleichung und mache eine Probe.
a) $18x - (3x + 5) = 10$ **b)** $9x + (7 - 6x) = 1$ **c)** $15 + (-4x - 18) = 9$
+d) $35 + (8a - 27) = 24$ **+e)** $2x + (-x + 3) = 19$ **+f)** $x - (-2x + 6) = 18$

3. Löse die Gleichung. Beginne mit dem Auflösen der Klammer.
a) $4(z - 5) = 16$ **b)** $-3(7 + x) = 42$ **c)** $2(x + 3) = 6$
d) $2(3x + 4) = 20$ **e)** $4y = 3(y - 7)$ **f)** $13x = 5(2x + 3)$
+g) $-10a = -4(7 + 2a)$ **+h)** $6b = 6(4 - b)$ **+i)** $-7(2a + 3) = 7$
+j) $-15 = 5(2b - 17)$ **+k)** $(3 + 2x) \cdot 4 = 6x + 22$ **+l)** $4(3 - 3c) = 2c - 30$

4. **a)** $2a - (3a - 13) = 5a + 23 - (8a + 6)$ **b)** $3y + 1 + (12y - 8) = 17y - (13y - 4)$
c) $4(8x + 7) = 3(9x - 4)$ **d)** $5b + 6(3 - 2b) = 8(3 - b) + 4$
e) $8a + 2(a - 3) = 15 - (9 - 7a)$ **f)** $-4(5x - 6) + 16x = 12x - (8 + 21x) - 3$

5. **a)** $4(2a + 1) - 5(a + 3) = -17$ **b)** $2(x - 3) + 3(2x - 4) = 14$
c) $5(2x + 3) - 2(3x + 5) = 13$ **d)** $6(3y + 4) - 5(6y + 8) = 20$
e) $-4{,}5(2x + 1) + 2(3x + 5) = 2{,}5$ **f)** $-2(3 - 2c) - 3(2 + 3c) = -37$

6. Löse die Gleichung.
a) $\frac{1}{3}(x - 3) = \frac{1}{5} \cdot 2x$ **b)** $\frac{1}{2}z = \frac{1}{3}(z + 1)$
c) $\frac{1}{3}(y + 1) = \frac{1}{2}(y - 2)$ **d)** $\frac{1}{11}(a + 2) = \frac{1}{10}(a + 1)$

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}(x - 1) &= \tfrac{1}{3}(x + 4) & \mid \cdot 2 \\ x - 1 &= \tfrac{2}{3}(x + 4) & \mid \cdot 3 \\ 3(x - 1) &= 2(x + 4) & \end{aligned}$$

7. Löse die drei Gleichungen. Eine Gleichung hat genau eine Lösung, eine hat keine Lösung und eine hat unendlich viele Lösungen. Ordne zu und begründe deine Zuordnung.

① $5(3x - 6) = -3(4 - 5x)$
② $-(-x + 6) = 16x - 9(2x - 4)$
③ $7 + 2(8x - 6) = 9x - (5 - 7x)$

Lösen von Sachaufgaben durch Gleichungen

1.

Anzahl Kinder	x
Anzahl Erwachsene	■ – x
Preis für alle Kinder	◆ x
Preis für alle Erwachsene	● (■ – x)
Gleichung für den Gesamtpreis	

Marla geht mit ihren besten Freundinnen und deren Familien gemeinsam ins Kino. Du sollst herausfinden, aus wie vielen Kindern und Erwachsenen Marlas Gruppe besteht.

a) Vervollständige die Tabelle im Heft. Stelle dann eine Gleichung für den Gesamtpreis auf. Erkläre, warum beim Preis für alle Erwachsenen eine Klammer steht.

b) Löse die Gleichung und beantworte die Zusammenstellung von Marlas Gruppe.

Folgende Schritte helfen dir beim Lösen von Sachaufgaben.

① Lies den Text gründlich, markiere wichtige Informationen oder schreibe sie heraus.

② Bezeichne die gesuchte Größe mit einer Variablen und trage alle gegebenen Informationen in eine passende Skizze oder Tabelle ein.

③ Stelle eine Gleichung auf, die den Sachverhalt beschreibt. Löse die Gleichung und formuliere einen aussagekräftigen Antwortsatz.

④ Mache eine Probe am Text.

① **Text** Eine Mutter ist heute dreimal so alt wie ihre Tochter. In 12 Jahren wird sie nur noch doppelt so alt wie ihre Tochter sein. Wie alt sind Mutter und Tochter heute?

② **Tabelle**

Alter	heute	in 12 J
Tochter	x	x + 12
Mutter	3x	3x + 12

③ **Gleichung aufstellen und lösen**

Alter Mutter in 12 J. = 2 · Alter Tochter in 12 J.

$3x + 12 = 2(x + 12)$

$3x + 12 = 2x + 24 \quad | -2x$

$x + 12 = 24 \quad | -12$

$x = 12$

Antwort: Heute ist die Tochter 12 Jahre alt und die Mutter 36.

④ **Probe am Text:**

Heute: Mutter dreimal so alt wie ihre Tochter, also $3 \cdot 12 = 36$ (w)

In 12 Jahren: Mutter (48) doppelt so alt wie ihre Tochter (24), also $2 \cdot 24 = 48$ (w)

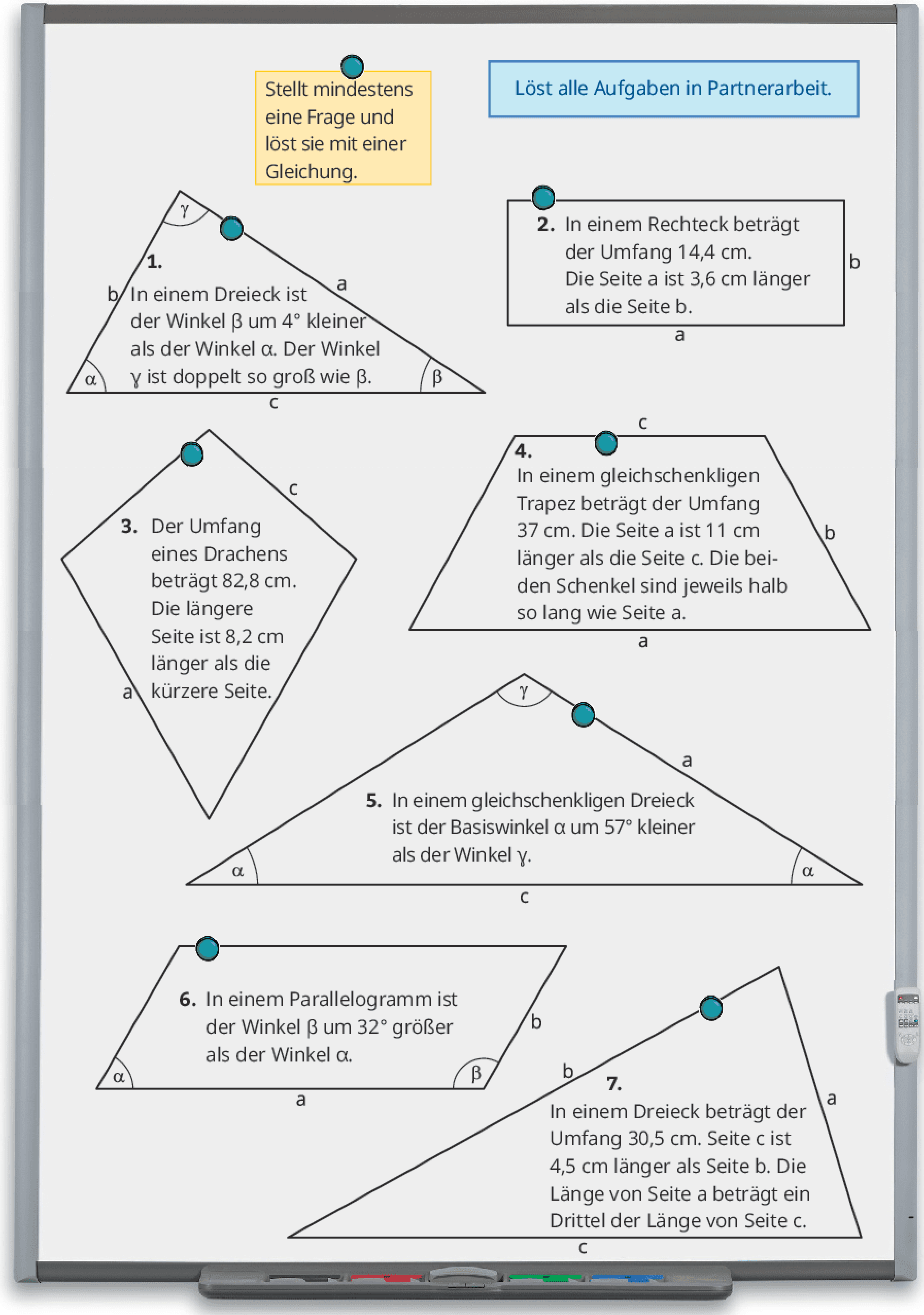
2. a) Myriam hat zur Klassenfahrt 30 € mitgenommen. Am ersten Tag hat sie 3 € weniger ausgegeben als am zweiten Tag und am dritten Tag 5 € mehr als am zweiten. Danach waren nur noch 4 € übrig. Wie viel Geld hat Myriam jeden Tag ausgegeben?

+b) Uwe hat zur Klassenfahrt 40 € mitgenommen. Er gab am zweiten Tag 2 € mehr als am ersten aus und am dritten Tag 4 € mehr als am ersten. 22 € blieben übrig. Wie viel € hat er an den einzelnen Tagen ausgegeben?

3. Merit, Anna und Paula sind Schwestern. Merit ist drei Jahre jünger als Anna. Paula ist doppelt so alt wie Merit und Anna zusammen. Alle drei zusammen sind insgesamt 39 Jahre alt. Berechne, wie alt jede einzelne der drei Schwestern ist.

4. Pawel ist 6 Jahre jünger als seine Schwester Natalia. Vor 7 Jahren war Natalia doppelt so alt wie er. Wie alt sind die beiden heute?

Figurenrätsel



Stellt mindestens eine Frage und löst sie mit einer Gleichung.

Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

1. In einem Dreieck ist der Winkel β um 4° kleiner als der Winkel α. Der Winkel γ ist doppelt so groß wie β.

2. In einem Rechteck beträgt der Umfang 14,4 cm. Die Seite a ist 3,6 cm länger als die Seite b.

3. Der Umfang eines Drachens beträgt 82,8 cm. Die längere Seite ist 8,2 cm länger als die kürzere Seite.

4. In einem gleichschenkligen Trapez beträgt der Umfang 37 cm. Die Seite a ist 11 cm länger als die Seite c. Die beiden Schenkel sind jeweils halb so lang wie Seite a.

5. In einem gleichschenkligen Dreieck ist der Basiswinkel α um 57° kleiner als der Winkel γ.

6. In einem Parallelogramm ist der Winkel β um 32° größer als der Winkel α.

7. In einem Dreieck beträgt der Umfang 30,5 cm. Seite c ist 4,5 cm länger als Seite b. Die Länge von Seite a beträgt ein Drittel der Länge von Seite c.

Zahlenrätsel

Löst die Zahlenrätsel in Partnerarbeit und stellt eure Ergebnisse vor.

1. Addiere 7 zu einer Zahl. Das Doppelte dieser Summe ist 32.

2. Vermindert man eine Zahl um 3 und multipliziert das Ergebnis mit 5, so erhält man das Vierfache der Zahl.

3. Subtrahiere eine Zahl von 15 und verdopple die Differenz. Du erhältst das Dreifache der Zahl.

4. Addiere zu einer Zahl 9 und multipliziere die Summe mit 6. Du erhältst 102.

5. Addiere 15 zum Dreifachen einer Zahl. Verdoppelst du das Ergebnis, so erhältst du 18.

6. Vermindert man eine Zahl um 3 und multipliziert die Differenz mit 12, so erhält man das Sechsfache der Zahl.

7. Subtrahiere eine Zahl von 8 und verdopple die Differenz. Du erhältst dasselbe Ergebnis, wie wenn du das Dreifache der Zahl von 21 subtrahierst.

8. Subtrahiere 7 vom Doppelten einer Zahl und multipliziere die Differenz mit 3. Das Ergebnis ist um 3 kleiner als das Vierfache der Zahl.

9. Addiert man 5 zum Neunfachen einer Zahl und halbiert die Summe, so ist das Ergebnis genauso groß wie die Summe aus dem Vierfachen der Zahl und 6.

10. Subtrahiere das Fünffache einer Zahl von 19 und verdopple die Differenz. Das Ergebnis ist genauso groß, wie wenn du das Fünffache der Zahl um 22 verminderst.

① ***Text:***
Addiere zu einer Zahl 6 und multipliziere die Summe mit 4.
Du erhältst 76.

② ***Gleichung aufstellen:***

gesuchte Zahl	x
addiere 6	$x + 6$
multipl. die Summe mit 4	$(x + 6) \cdot 4$
du erhältst 76	$= 76$

$(x + 6) \cdot 4 = 76$

③ ***Gleichung lösen:***

$$\begin{aligned} (x + 6) \cdot 4 &= 76 \\ 4x + 24 &= 76 \quad \vert -24 \\ 4x &= 52 \quad \vert :4 \\ \underline{x} &\underline{= 13} \end{aligned}$$

④ ***Probe am Text:***
Addiere zu einer Zahl 6:
$13 + 6 = 19$
Multipliziere die Summe mit 4:
$19 \cdot 4 = 76$
Antwort: Die gesuchte Zahl heißt 13.

Vermischte Aufgaben

1. Herr und Frau Baumert gehen mit ihren drei Söhnen in den Freizeitpark. Kinder zahlen im Park 5 € weniger Eintritt als Erwachsene. Die Familie zahlt insgesamt 165 €.

Eintritt 1 Erwachsener	x
Eintritt 1 Kind	
Eintritt 2 Erwachsene	
Eintritt 3 Kinder	
Eintritt Familie Baumert	

a) Vervollständige die Tabelle im Heft.
b) Stelle eine passende Gleichung auf und berechne die Eintrittspreise für Kinder und Erwachsene.

2. Katja arbeitet in der Autowaschstraße ihres Vaters und führt auch die Kasse. Am Vormittag hat sie 18 Autowäschen und 16 € Trinkgeld erhalten, am Nachmittag 12 Wäschen und 10 € Trinkgeld. Zwischendurch nimmt ihr Vater für Mittagessen Geld aus der Kasse: 3 € weniger als der Preis für 3 Autowäschen. Am Abend sind 353 € in der Kasse.

a) Stelle Terme für „Vormittagseinnahme", „Nachmittagseinnahme" und „Geldentnahme" auf.
b) Wie teuer ist eine Autowäsche? Stelle eine Gleichung auf und löse sie.

+3. Erstelle eine beschriftete Skizze und berechne jeweils die Längen der Seiten a und b.
a) Ein Rechteck mit 102 cm Umfang ist doppelt so lang wie breit.
b) In einem Rechteck mit 70 cm Umfang ist die eine Seite 3 cm länger als die andere.
c) In einem Rechteck mit 3 km Umfang unterscheiden sich die beiden Seiten um 300 m.

4. Selcuk ist acht Jahre älter als sein Bruder Berkan. In drei Jahren wird er doppelt so alt sein wie Berkan. Stelle eine passende Gleichung auf und berechne das Alter der beiden.

5. Das ist Nele. Die beiden Fotos sind im Abstand von einem Jahr entstanden. Am Tag des linken Fotos wurden Claudia und Michael, die Eltern von Nele, nach dem Alter ihrer Tochter befragt, das man bei so jungen Kindern noch in Monaten angibt.
Claudia: „Wenn man Neles Alter mit 3 multipliziert und 16 addiert, erhält man dieselbe Zahl, wie wenn man …"

Michael ergänzt: „… Neles Alter bei der Taufe mit 17 multipliziert und vom Ergebnis 32 subtrahiert." Ergänze Neles Geburtsdatum: 30. ▒. ▒▒

Ein Lkw ist ein Lastkraftwagen. Ein Pkw ist ein Personenkraftwagen.

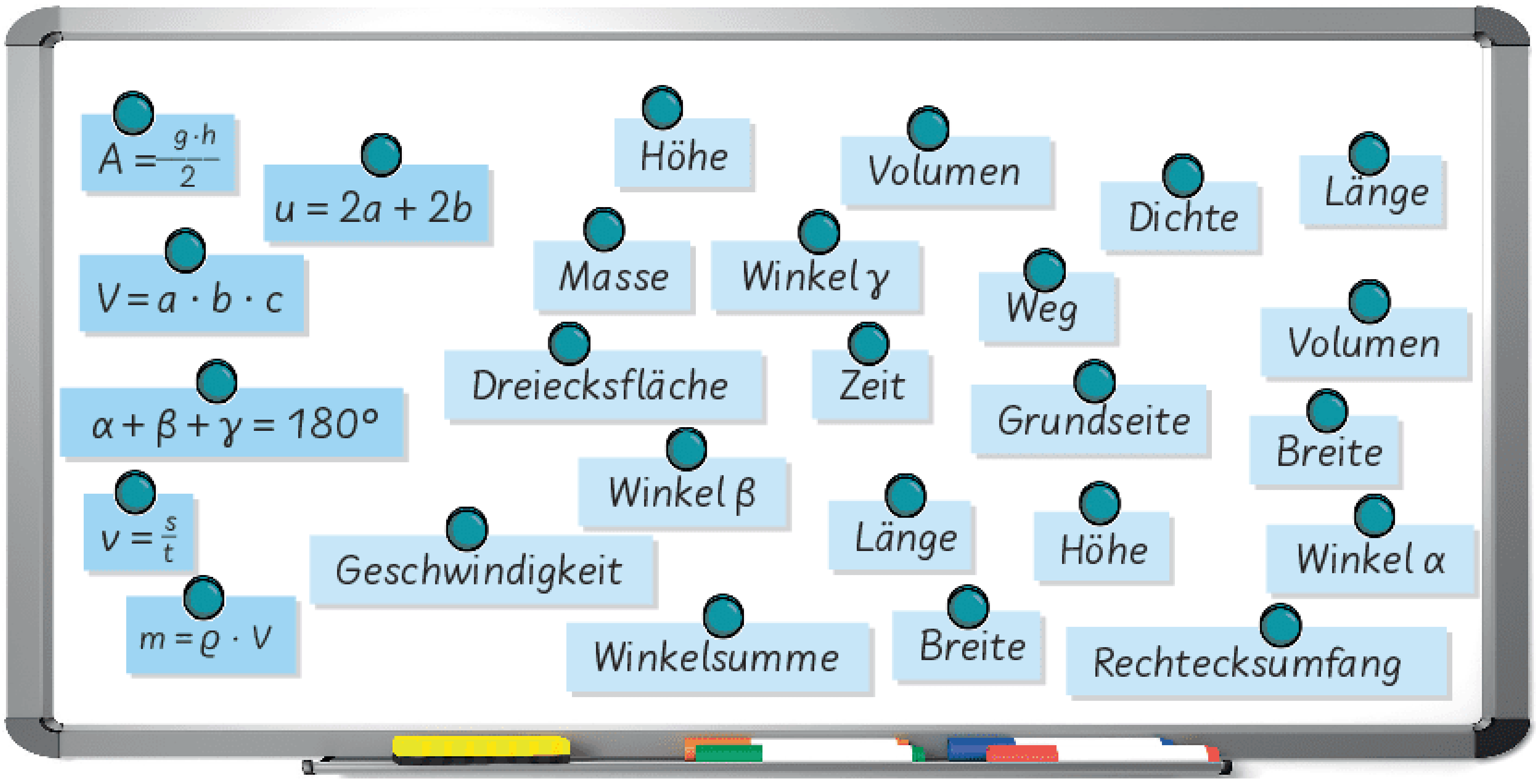
6. Um 10 Uhr startet ein Lkw mit durchschnittlich 60 $\frac{km}{h}$ in Richtung Köln. Eine Stunde später fährt ein Pkw mit 80 $\frac{km}{h}$ hinterher.
a) Um wie viel Uhr holt der Pkw den Lkw ein?
b) Wie weit sind dann beide vom Start entfernt?

	Fahrweg [km] pro Stunde	gefahrene Zeit [h]	Weg [km]
Lkw	60	x	60x
Pkw	80	x – 1	80(x – 1)

Gleichung: Weg Lkw = Weg Pkw

Formeln als spezielle Gleichungen

Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.



1. Schreibt zu jeder Formel auf der Pinnwand die passende Wortgleichung auf, z. B. Volumen = Länge · Breite · Höhe. Kein Zettel bleibt übrig.

2. **a)** Ein Dreieck hat einen Flächeninhalt von 15 cm². Die Grundseite g ist 7 cm lang. Florian und Mareike sollen die zugehörige Höhe des Dreiecks berechnen.
Vergleicht die Vorgehensweisen von Florian und Mareike.

b) Emal soll als Hausaufgabe die Höhen von 20 verschiedenen Dreiecken berechnen.
Welches Verfahren würdet ihr wählen? Begründet eure Antwort.

Zuerst einsetzen:

$$\begin{aligned} A &= \tfrac{g \cdot h}{2} & \\ 15 &= \tfrac{7 \cdot h}{2} & \mid \cdot 2 \\ 30 &= 7 \cdot h & \mid :7 \\ \tfrac{30}{7} &= h & \\ 4{,}285\ldots &= h & \\ h &\approx 4{,}3\text{ cm} & \end{aligned}$$

Florian

Zuerst umformen:

$$\begin{aligned} A &= \tfrac{g \cdot h}{2} & \mid \cdot 2 \\ 2A &= g \cdot h & \mid :g \\ \tfrac{2A}{g} &= h & \\ h &= \tfrac{2 \cdot 15}{7} & \\ h &= 4{,}285\ldots & \\ h &\approx 4{,}3\text{ cm} & \end{aligned}$$

Mareike

3. Nutzt für diese Aufgabe ein Tabellenkalkulationsprogramm.

a) Von einem Rechteck sind der Umfang sowie die Seitenlänge a gegeben. Formt die Umfangsformel für Rechtecke so um, dass ihr eine Formel zur Berechnung der Seitenlänge b erhaltet.

b) Übertragt die abgebildete Tabelle in ein Tabellenkalkulationsprogramm. Nutzt eure Formel aus Aufgabenteil a) und die Flächeninhaltsformel für Rechtecke und bestimmt mit dem Programm die fehlenden Größen.

	A	B	C	D
1	u (cm)	a (cm)	b (cm)	A (cm²)
2	15,0	6,0		
3	35,0	8,0		
4	15,6	3,2		
5	45,8	6,4		
6	357,0	83,0		
7	516,0	113,0		
8	7214,0	2353,0		
9	188074,0	25781,0		

① Beginnt mit einem Gleichheitszeichen und gebt dann die Formel ein. Setzt dabei für u und a die entsprechenden Zellenbezeichnungen (A2 bzw. B2) ein.
② Klickt mit der Maus auf das kleine Qudrat am unteren rechten Rand der Zelle, haltet sie gedrückt und zieht sie nach unten.

Mit Hilfe von **Formeln** kannst du gesuchte Größen auf zwei Arten bestimmen:

Zuerst einsetzen:
Setze die gegebenen Werte zuerst in die Formel ein und löse dann die Gleichung.

Zuerst umformen:
Forme die Formel zuerst nach der gesuchten Größe um und setze dann die gegebenen Werte ein.

Gegeben: Quader mit $a = 5$ cm; $b = 3$ cm; $V = 93\text{ cm}^3$ gesucht: Seite c

Zuerst einsetzen:

$V = a \cdot b \cdot c$	① *Formel aufschreiben*
$93 = 5 \cdot 3 \cdot c$	② *Werte einsetzen*
$93 = 15c \quad \vert :15$	③ *Zusammenfassen*
$6{,}2 = c$	④ *Gleichung lösen*

Zuerst umformen:

$V = a \cdot b \cdot c \quad \vert :(a \cdot b)$	① *Formel aufschreiben*
$\frac{V}{a \cdot b} = c$	② *Formel umformen*
$c = \frac{93}{5 \cdot 3} = 6{,}2$	③ *Werte einsetzen*

Der Quader ist 6,2 cm hoch.

Ein Beet ist ein kleiner abgegrenzter Bereich in einem Garten.

4. Berechne mit der passenden Formel.
a) Ein Quader hat ein Volumen von 560 cm^3. Er ist 14 cm lang und 8 cm breit. Wie hoch ist der Quader?
b) Ein 3,50 m langes rechteckiges Beet hat einen Umfang von 12,60 m. Wie breit ist es?
c) Eine Strecke von 288 km wird in 4,5 Stunden zurückgelegt . Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit?
d) In einem bei C rechtwinkligen Dreieck gilt $\alpha = 37°$. Wie groß ist der Winkel β?
e) Welches Volumen hat ein Aluminiumwürfel mit einer Masse von 2700 kg $\left(\varrho = 2{,}7\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$?

5. **a)**


Gesucht: Geschwindigkeit

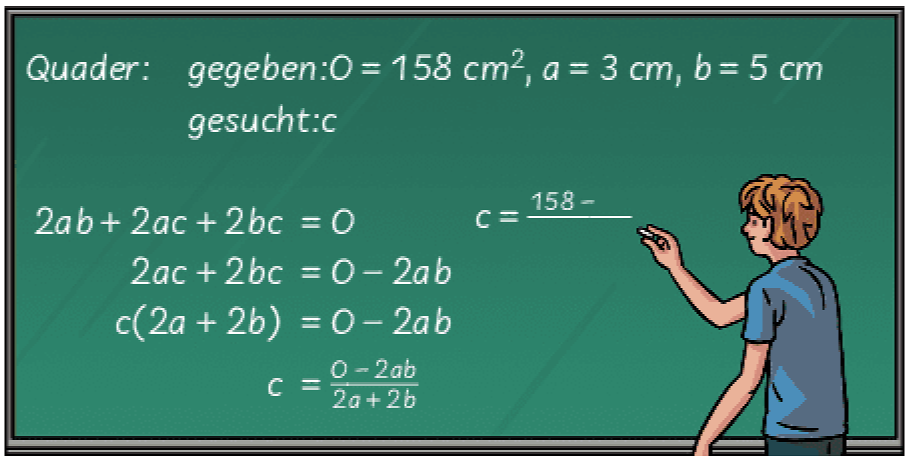
b)


Gesucht: Weg

c)


Gesucht: Zeit

6. **a)** Führe die Rechnung des Jungen zu Ende.
b) Berechne c für: $O = 149{,}8\text{ m}^2$; $a = 4{,}8$ m; $b = 3{,}5$ m
c) Löse die Oberflächenformel des Quaders nach a auf und berechne a für: $O = 490{,}66\text{ dm}^2$; $b = 8{,}5$ dm; $c = 7{,}3$ dm



7. Stelle die Formel nach der gesuchten Größe um.
a) $A = \frac{e \cdot f}{2}$, gesucht: e
b) $W = G \cdot \frac{p}{100}$, gesucht: p
c) $V = a^2 \cdot h$, gesucht: h
d) $A = \frac{1}{2}h(a + c)$, gesucht: a
e) $O = a^2 + 2a \cdot h_s$, gesucht: h_s

Verhältnisgleichungen

Löst alle Aufgaben in Gruppenarbeit.

1.

a) Erklärt die Gleichung, die Max aufstellt.

b) Löst die Gleichung von Max auf, indem ihr beide Seiten mit 520 multipliziert. Wie viel Kilometer sind es von Berlin nach London?

c) Alex hat wie in der Abbildung begonnen, die Entfernung nach Paris auszurechnen.
Berichtigt seinen Fehler und führt die Aufgabe zu Ende.

Berlin–Paris: 5,7 cm

$$\frac{520}{x} = \frac{3,3}{5,7} \quad | : 520$$

$$x = \frac{3,3}{5,7 \cdot 520} \quad f$$

d) Berechnet die Entfernungen von Berlin nach München, Prag und Kopenhagen.

2. Mats und Jerome sind mit ihren Eltern in Sydney. In einem Sportgeschäft sieht Mats sehr schöne Sportschuhe. Der Wechselkurs Euro zu Australische Dollar (AUD) beträgt 2 : 3.
Schreibt eine Gleichung auf und berechnet den Preis der Schuhe.

Zwei Größen a und b kannst du ins **Verhältnis** setzen: $a:b$
Dieses Verhältnis kannst du auch als Quotient schreiben: $a:b = \frac{a}{b}$

Werden zwei Verhältnisse gleichgesetzt, so erhält man eine **Verhältnisgleichung:**

$$a:b = c:d \quad \text{oder} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Lies: a verhält sich zu b wie c zu d.

Variable im Zähler:

- $\frac{x}{7} = \frac{12}{28}$ | $\cdot 7$
  $\frac{x \cdot 7}{7} = \frac{12 \cdot 7}{28}$ | kürzen
  $x = 3$

*Multipliziere mit dem Nenner **unter der Variable**.*

Variable im Nenner:

- $\frac{36}{x} = \frac{4}{6}$ | $\cdot 6 \cdot x$
  $\frac{36 \cdot 6x}{x} = \frac{4 \cdot 6x}{6}$ | kürzen
  $216 = 4x$ | $:4$
  $54 = x$

*Multipliziere mit **beiden** Nennern.*

3. Löse die Gleichung.
a) $\frac{x}{8} = \frac{3}{2}$ **b)** $\frac{x}{5} = \frac{7}{5}$ **c)** $\frac{9}{10} = \frac{x}{6}$ **+d)** $\frac{9}{12} = \frac{x}{4}$ **+e)** $\frac{x}{6} = \frac{1}{12}$ **+f)** $\frac{1}{9} = \frac{x}{12}$

4. Löse die Gleichung.
a) $\frac{5}{x} = \frac{7}{14}$ **b)** $\frac{x}{6} = \frac{9}{27}$ **c)** $\frac{27}{21} = \frac{18}{x}$ **+d)** $\frac{25}{30} = \frac{5}{x}$ **+e)** $\frac{14}{x} = \frac{4}{3}$ **+f)** $\frac{17}{9} = \frac{x}{5}$

5. Eine Korkkugel mit einem Volumen von 2 dm³ wiegt 400 g. Wie viel wiegt eine Korkkugel mit einem Volumen von 5 dm³?

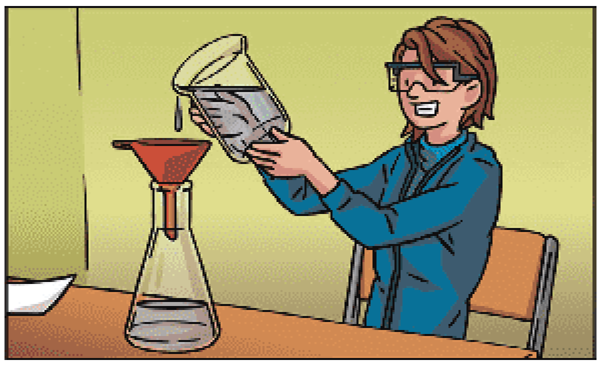
+6. Schreibe die Verhältnisgleichung mit Brüchen und löse dann.
a) x verhält sich zu 5 wie 8 zu 10. **b)** 3 verhält sich zu 4 wie x zu 12.
c) 7 verhält sich zu x wie 14 zu 2. **d)** 6 verhält sich zu 11 wie 3 zu x.

7. Bei einem Rechteck verhält sich die Länge zur Breite wie 5 : 3. Die Breite beträgt 7,5 cm. Berechne die Länge mit Hilfe einer Verhältnisgleichung.

8. Erstelle eine passende Verhältnisgleichung und löse sie.
a) 4 kg einer Ware kosten 24 €. Wie viel kosten 6 kg derselben Ware?
b) Für 3 m Tuch bezahlt man 18 €. Wie viel Meter dieses Tuchs erhält man für 15 €?
c) 750 g Obst kosten 3,50 €. Wie viel kosten 1 400 g derselben Obstsorte?
d) Ein Radfahrer hat nach 40 Minuten 18 km zurückgelegt. Wie weit ist er gefahren, wenn er mit der gleichen Geschwindigkeit insgesamt 2 Stunden unterwegs ist?

9. Welche Verhältnisgleichungen sind richtig, welche sind falsch? Überprüfe und entscheide.
a) 1 : 7 = 7 € : 49 € **b)** 3 g : 6 g = 12 : 27 **c)** 5 : 8 = 35 m : 60 m **d)** 12 : 5 = 48 ℓ : 20 ℓ

10. In einer Flasche befinden sich 1 000 mℓ einer 40 %igen Säure. In der Flasche sind also 400 mℓ Säure und 600 mℓ Wasser.
a) Berechne den Anteil der Säure in Prozent, wenn du 300 mℓ Wasser hinzugibst.
b) Wie viel Wasser musst du hinzugeben, damit der Anteil der Säure 5 % beträgt?



Ungleichungen

Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

1. Ordnet jeweils den passenden Ausdruck zu.
Im Korb sind …

Vergleichszeichen
- $<$ kleiner
- $>$ größer
- $\leq$ kleiner oder gleich
- $\geq$ größer oder gleich

1 … mindestens 12 Birnen

2 … mehr Äpfel als Birnen

3 … höchstens doppelt so viele Äpfel wie Birnen

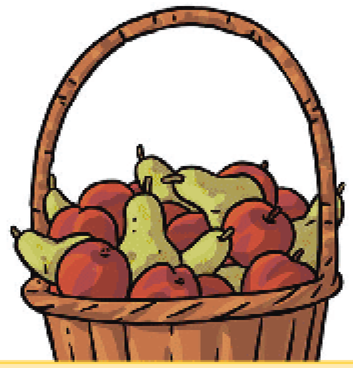
4 … weniger als 30 Äpfel

a $x < 30$

b $x > y$

c $y \geq 12$

d $x \leq 2y$



Im Korb sind x Äpfel und y Birnen.

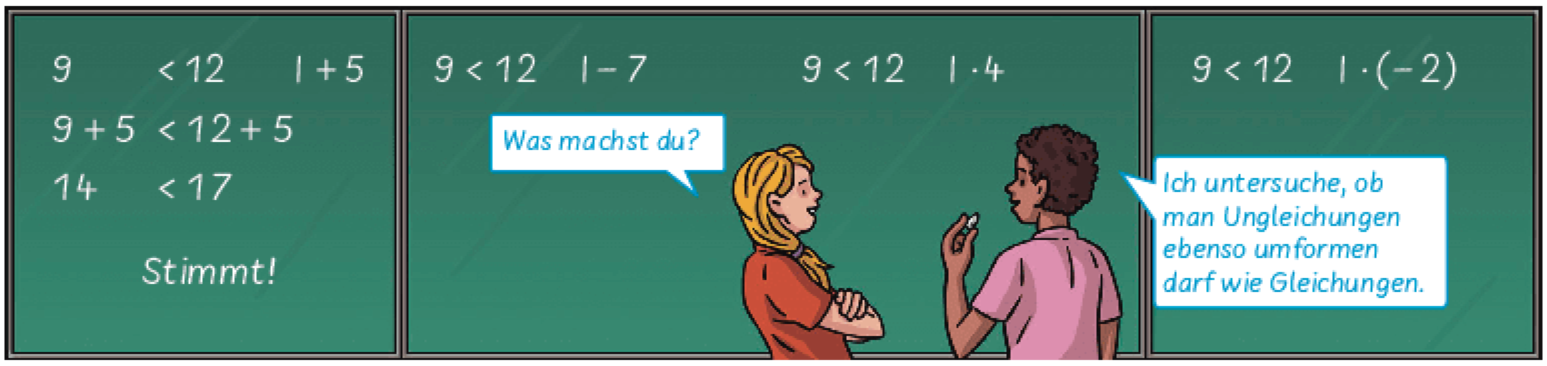
2.

$4x + 2 = 50$	$7x + 90 = 300$	$3x - 20 = 58$
$4x + 2 < 50$	$7x + 90 < 300$	$3x - 20 < 58$
$4x + 2 > 50$	$7x + 90 > 300$	$3x - 20 > 58$

a) Ordnet jedem Bild die passende Aufgabe zu und bestimmt jeweils eine Lösung.

b) Erklärt die Begriffe „Gleichung“ und „Ungleichung“.

3.



a) Setzt die Untersuchung fort, auch mit eigenen Beispielen. Erstellt eine Tabelle wie rechts und tragt alle Äquivalenzumformungen ein, die ihr durchgeführt habt.

Ungleichung stimmt nach der Umformung	Ungleichung stimmt nicht nach der Umformung
+ 5	

b) Formuliert einen Merksatz, wie man Ungleichungen umformt. Die Kärtchen können euch dabei helfen.

subtrahiert | multipliziert | negative Zahl | umdrehen

addiert | dividiert | positive Zahl | Vergleichszeichen

c) Tina hat Schwierigkeiten mit der Regel für Multiplikation und Division mit negativen Zahlen. Gebt ihr einen Rat, wie sie das zum Beispiel bei der Ungleichung $-2x + 3 < 5$ vermeiden kann.

Eine **Ungleichung** entsteht aus zwei Termen, die durch eines der Vergleichszeichen **>, <, ≥, ≤** verbunden werden. **Alle Zahlen**, die beim Einsetzen aus der Ungleichung eine wahre Aussage machen, bilden zusammen die **Lösungsmenge L** der Ungleichung. Ungleichungen kannst du umformen wie Gleichungen. **Ausnahme:** Wenn du mit negativen Zahlen multiplizierst oder durch negative Zahlen dividierst, drehst du das Vergleichszeichen um.

Löse die Ungleichung.

- $4x - 9 < 13 \quad |+9$
  $4x < 22 \quad |:4$
  $x < 5{,}5$

  Lösungsmenge L:
  Alle Zahlen, die kleiner als 5,5 sind.

- $7 - 5x \le 22 \quad |-7$
  $-5x \le 15 \quad |:(-5)$
  $x \ge -3$

  Lösungsmenge L:
  Alle Zahlen, die größer oder gleich –3 sind.

Division durch eine negative Zahl: Drehe das Vergleichszeichen um.

4. Löse die Ungleichung.

a) $2x + 1 > 7$ **b)** $9b + 5 < 50$ **c)** $-3x + 4 < -8$
d) $3x + 7 < 9x - 17$ **e)** $18y + 3 > 9y + 30$ **f)** $25x - 8 > 17x - 32$

5. **a)** $4x + 8 \le 9x - 12$ **b)** $9 - 5x \le 8x - 17$ **c)** $8x - 6 \le 3x + 9$
d) $23x - 11 \le 16x - 32$ **e)** $4x + 19 \le 43 - 8x$ **f)** $12x + 16 \le 7x - 9$

6. **a)** *Ich denke mir eine Zahl. Das Doppelte der Zahl minus 14 ist größer als 26 minus das Dreifache der Zahl.*

b) *Ich denke mir eine Zahl. Das Vierfache der Zahl plus 14 ist kleiner als das Dreifache der Zahl minus 7.*

c) *Ich denke mir eine Zahl. 7 minus das Fünffache der Zahl ist kleiner als das Sechsfache der Zahl.*

d) *Ich denke mir eine Zahl. Das Zehnfache der Zahl plus 8 ist kleiner als das Siebenfache minus 12.*

7. Löse die Textaufgabe mit einer Ungleichung. Formuliere einen Antwortsatz.
a) Aus einem Saftkrug mit 2 ℓ Inhalt werden Gläser zu je 0,25 ℓ Inhalt gefüllt. Danach ist noch mehr als ein Viertel des Saftes im Krug. Wie viele Gläser können gefüllt worden sein?
b) Ein Lastwagen darf höchstens mit 1 000 kg beladen werden. Er hat bereits 300 kg geladen. Wie viele Kisten zu je 90 kg können noch zugeladen werden?

8. Löse die Ungleichung.
a) $16 - (3x - 20) < 17 - (2x - 15)$ **b)** $10 + 3(-5 + 4x) \ge 5(3x + 8)$
c) $12 - (4 - 3x) \le -13 - 7(x - 3)$ **d)** $4\left(3 + 2x + \frac{1}{4}\right) < \frac{1}{4}(4 - 28x) + 3$
e) $-(-(4x + 54) + 22x) > \left(x + 16 - \frac{x}{4}\right) \cdot (-8)$ **f)** $10(3x - 6) - (20 - 5x) \le 194 - 40(7 - x)$

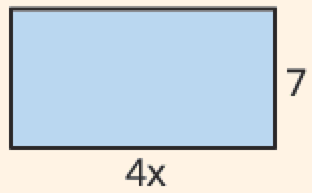
$\mathbb{N}$ natürliche Zahlen
$\mathbb{Z}$ ganze Zahlen
$\mathbb{Q}$ rationale Zahlen
$\mathbb{Q}^+$ positive rationale Zahlen

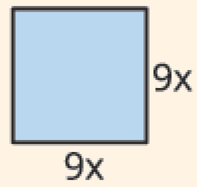
9. Bei Änderung der *Grundmenge* G (Zahlen, die zum Einsetzen zugelassen sind), kann sich die Lösungsmenge einer Gleichung oder Ungleichung ändern. Veranschauliche die Lösungsmengen L_1 und L_2 an der Zahlengerade.
a) $6a + 3 < 4a$; $G_1 = \mathbb{Z}$; $G_2 = \mathbb{Q}$ **b)** $3x + 4 \ge 8$; $G_1 = \mathbb{Q}^+$; $G_2 = \mathbb{N}$
c) $2a + 9 > 1$; $G_1 = \mathbb{N}$; $G_2 = \mathbb{Q}$ **d)** $5y - 4 \le -24$; $G_1 = \mathbb{N}$; $G_2 = \mathbb{Z}$

Das **Multiplizieren von Termen**
Produkte aus Zahlen und Variablen kannst du so vereinfachen: Multipliziere **Zahlen mit Zahlen** und **Variablen mit Variablen**.

$4x \cdot 3 = 4 \cdot 3 \cdot x = 12x$
$4x \cdot 3x = 4 \cdot 3 \cdot x \cdot x = 12x^2$
$4xy \cdot (-3x) = 4 \cdot (-3) \cdot x \cdot x \cdot y = -12x^2y$

1. Multipliziere.
a) $7x \cdot 4$ **b)** $8 \cdot (-6a)$ **c)** $5a \cdot 2b$
d) $x \cdot 9x$ **e)** $-2{,}5y \cdot 8y$ **f)** $8ab \cdot 3bc$

2. Gib einen Term für den Flächeninhalt des Rechtecks an.
a)


b)


Terme und Gleichungen mit Klammern
Du **addierst (subtrahierst) eine Summe**, die in Klammern steht, indem du die Summanden **einzeln addierst (subtrahierst)**.

$13 + (2x - 4) = 13 + 2x + (-4) = 2x + 9$
$12x - (2x - 3) = 12x - 2x - (-3) = 10x + 3$

Durch **Ausmultiplizieren** und **Ausklammern** kannst du Produktterme in Summenterme umwandeln und umgekehrt:

Ausmultiplizieren
Produkt → Summe
$2(3a + 5) = 2 \cdot 3a + 2 \cdot 5 = 6a + 10$
Ausklammern

Gleichungen mit Klammern löst du so:
① Löse alle Klammern in der Gleichung auf.
② Fasse beide Seiten der Gleichung zusammen.
③ Löse die Gleichung mit Äquivalenzumformungen.

3. Löse die Klammern auf und fasse zusammen.
a) $13 + (2x - 5)$ **b)** $2y - (4 + y)$
c) $16a - (4a - 3)$ **d)** $25 + (2x - 13)$
e) $3y + (19 + 7y)$ **f)** $15a - (9a + 7)$

4. Löse die Klammer auf.
a) $3(2x + 5)$ **b)** $7(9b - 4)$ **c)** $-2(4y - 5x)$
d) $x(3x - 2)$ **e)** $5a(6 + 8a)$ **f)** $-4y(9 - y)$

5. Klammere möglichst umfassend aus.
a) $25a + 40$ **b)** $21x - 28$ **c)** $16 - 12a$
d) $a^2 - ab$ **e)** $24x^2 + 36x$ **f)** $-9b^2 - 6b$

6. Löse die Gleichung.
a) $3x - (x - 7) = 5(x - 4)$
b) $4(2x - 9) + 31 = 3(2 + 3x) - 4$
c) $4y - (9 - 2y) + 3(y - 5) = 4(y - 1)$

7. a) Subtrahiert man eine Zahl von 3 und multipliziert die Differenz mit 5, so erhält man –5.
b) Addiert man 6 zum Doppelten einer Zahl und multipliziert die Summe mit 3, so erhält man 12 mehr als das Dreifache der Zahl.

Die **Verhältnisgleichung**
Wenn du zwei Verhältnisse gleichgesetzt, so erhältst du eine Verhältnisgleichung:
$a : b = c : d$ oder $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Variable im Zähler:		Variable im Nenner:	
$\frac{3x}{14} = \frac{6}{7}$	$\mid \cdot 14$	$\frac{24}{36} = \frac{10}{x}$	$\mid \cdot 36 \cdot x$
$\frac{3x \cdot 14}{14} = \frac{6 \cdot 14}{7}$	| *kürzen*	$\frac{24 \cdot 36x}{36} = \frac{10 \cdot 36x}{x}$	| *kürzen*
$3x = 12$	$\mid :3$	$24x = 360$	$\mid :24$
$x = 4$		$x = 15$	

8. Löse die Gleichung.
a) $\frac{x}{6} = \frac{2}{3}$ **b)** $\frac{10}{x} = \frac{5}{12}$ **c)** $\frac{4}{6} = \frac{x}{9}$

9. Schreibe die Verhältnisgleichung in Bruchform und löse dann.
a) $x : 8 = 3 : 4$ **b)** $9 : 10 = x : 25$
c) $7 : 5 = x : 5$ **d)** $15 : x = 72 : 48$

10. Eine Strecke von 5 km soll auf einer Karte mit Maßstab 1 : 200 000 abgebildet werden. Bestimme die Länge der Strecke auf der Karte mit Hilfe einer Verhältnisgleichung.

1. Berechne den Term für $x = 2$. **a)** $3(x + 5) - 3$ **b)** $7 + 4x(12 - 3x)$

2. Vereinfache. **a)** $7x \cdot 7$ **b)** $5x \cdot (-9x)$ **c)** $8a \cdot 6ab$

3. Löse die Klammern auf und fasse wenn möglich zusammen.
a) $2x + (7 + 9x)$ **b)** $27 - (19 - 5y)$ **c)** $-2(3x + 4)$ **d)** $5y(4y - 3)$

4. Klammere den angegebenen Faktor aus.
a) $15x - 15$, Faktor: 15 **b)** $-14a + 21$, Faktor: 7 **c)** $-39x + 67xy$, Faktor: x

5. Löse die Gleichung.
a) $4(x + 7) = 52$ **b)** $4x = -2(3x - 50)$ **c)** $8 - (-9x - 13) = 3(11x - 1)$

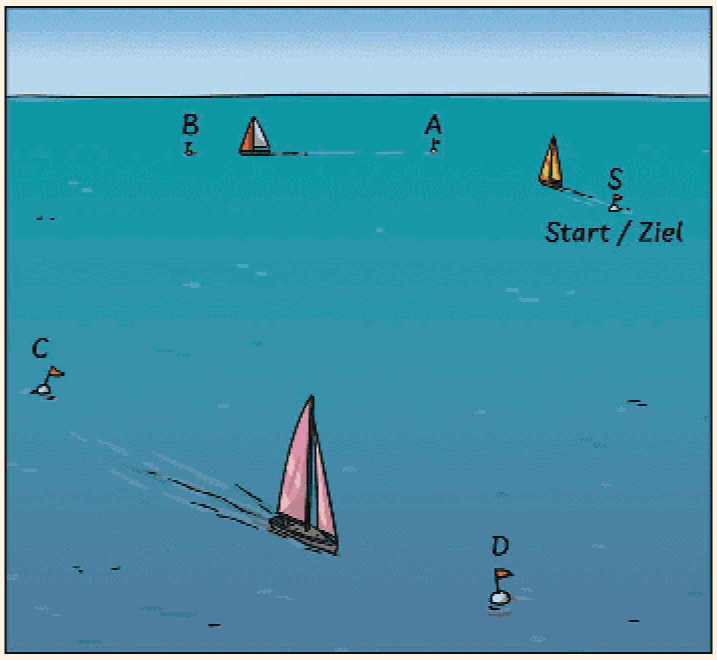
6. In einem Rechteck beträgt der Umfang 23 cm. Die Seite a ist 3,5 cm länger als die Seite b. Bestimme die Längen der Seiten mit einer Gleichung und zeichne das Rechteck in dein Heft.

7. Schreibe die Verhältnisgleichung in Bruchform und löse dann.
a) $x : 9 = 4 : 9$ **b)** $2 : x = 6 : 15$ **c)** $4 : 5 = x : 10$

8. Löse die Gleichung. **a)** $28x - 7(2x - 5) = 13x - (15 - 11x)$ **b)** $3(4x + 2) - 5(2x - 6) = 26$

Eine Regatta ist eine auf einer markierten Strecke ausgetragene Wettfahrt für Boote.

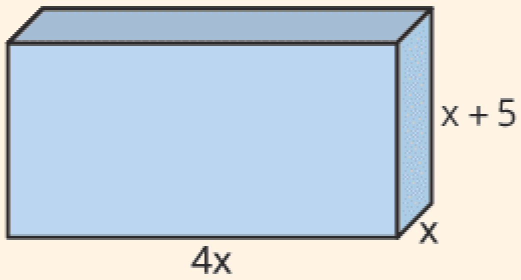
9. Abgebildet ist der Rundkurs für eine Segelregatta. Start und Ziel ist S. A, B, C und D sind Wendemarken. Die Strecken $\overline{SA}$ und $\overline{AB}$ sind gleichlang, $\overline{BC}$ ist 50 m länger. $\overline{CD}$ ist doppelt so lang wie $\overline{BC}$, $\overline{SD}$ ist doppelt so lang wie $\overline{SA}$ und $\overline{AB}$ zusammen. Insgesamt ist der Rundkurs 9150 m lang.
Wie weit ist es von S bis A? Bezeichne die Strecke $\overline{SA}$ mit x, stelle eine passende Gleichung auf und löse sie.



10. Sieger der Regatta ist ein Duo, das aus einem Vater und seinem Sohn besteht. Der Vater ist heute doppelt so alt wie sein Sohn. Vor 10 Jahren war er noch dreimal so alt wie sein Sohn. Wie alt sind die beiden heute?

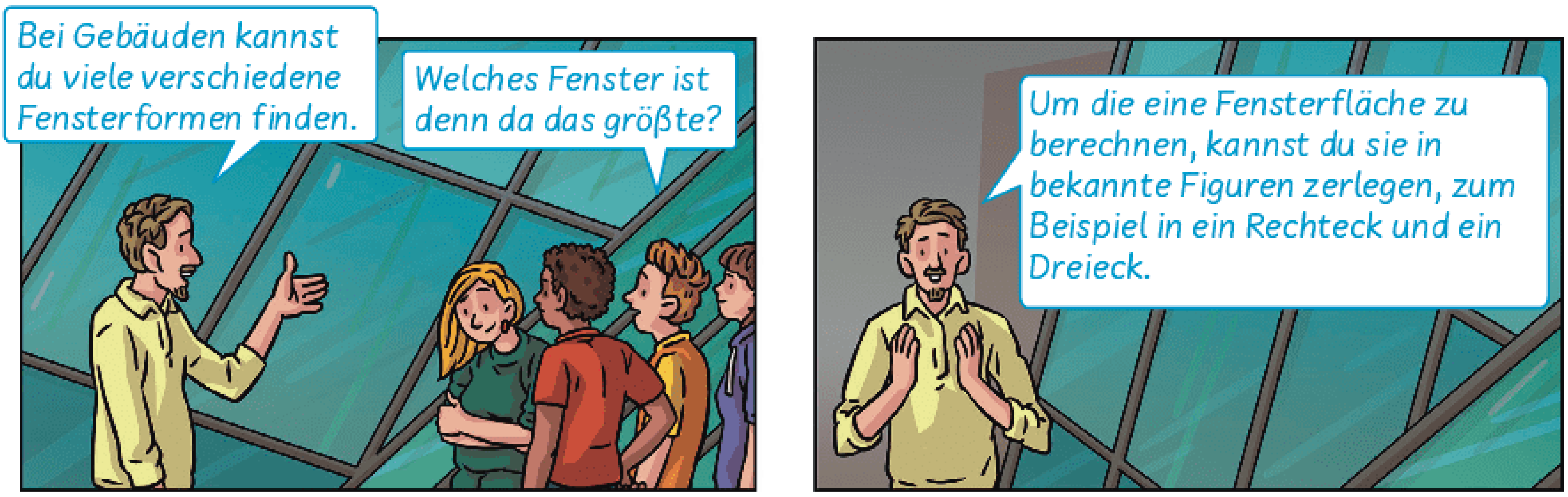
11. Ein Dreieck hat den Flächeninhalt $A = 12\ cm^2$. Die Grundseite ist 7,5 cm lang. Berechne die Höhe.

12. Bestimme Terme für das Volumen und die Oberfläche des Quaders und vereinfache sie so weit wie möglich.



13. **a)** Addiert man zum Vierfachen einer Zahl 26, so erhält man mindestens das Sechsfache der Zahl.
b) Vergrößert man das Doppelte einer Zahl um 15 und multipliziert die Summe mit 2, so erhält man weniger, als wenn man von 44 das Dreifache der Zahl subtrahiert.

3 Flächenberechnung



In diesem Kapitel lernst du, ...

... wie du Flächeninhalte von Vierecken durch Zerlegen oder Ergänzen bestimmen kannst,

... wie du den Flächeninhalt von Parallelogrammen, Trapezen, Drachen und Rauten berechnest,

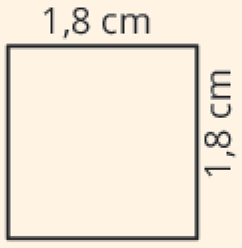
... wie du den Umfang von diesen Vierecken bestimmst,

... wie du den Flächeninhalt und Umfang von zusammengesetzten Figuren berechnest.

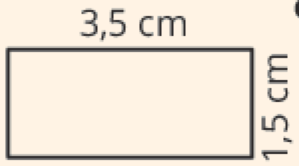
Löse die folgenden Aufgaben und schätze dich ein.

1. Berechne den Umfang und den Flächeninhalt der Figur.

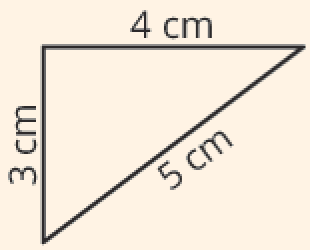
a)



b)



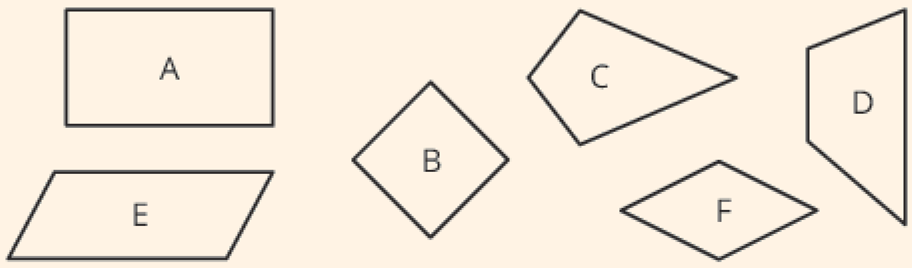
c)



Ich kann den Flächeninhalt eines Quadrats, eines Rechtecks und eines Dreiecks berechnen.

Das kann ich gut.	Ich bin noch unsicher.
☺	→ S. 59, A 1–2 → S. 60, A 3–10

2. Ordne dem Viereck seinen Namen zu.
Nenne zu jedem Viereck auch eine Eigenschaft.



Trapez | Quadrat | Raute | Drachen | Rechteck | Parallelogramm

Ich kann Vierecke unterscheiden.

Das kann ich gut.	Ich bin noch unsicher.
☺	→ S. 197, A 1–6

3. Wie lang ist das Tier in Wirklichkeit?

a) Nashorn

Maßstab 1 : 100

b) Marienkäfer

Maßstab 5 : 1

Ich kann mit Hilfe des Maßstabs Streckenlängen in Wirklichkeit bestimmen.

Das kann ich gut.	Ich bin noch unsicher.
☺	→ S. 196, A 3–6

4. Wandle in die vorgegebene Maßeinheit um.

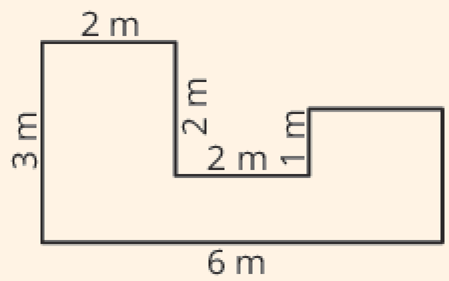
a) $7\ \text{cm}^2 = \_\_\_\ \text{mm}^2$ **b)** $300\ \text{cm}^2 = \_\_\_\ \text{dm}^2$
c) $3{,}4\ \text{m}^2 = \_\_\_\ \text{dm}^2$ **d)** $4000\ \text{ha} = \_\_\_\ \text{km}^2$
e) $90\ \text{ha} = \_\_\_\ \text{a}$ **f)** $85\,000\ \text{m}^2 = \_\_\_\ \text{ha}$

Ich kann Flächenmaße in vorgegebene Einheiten umwandeln.

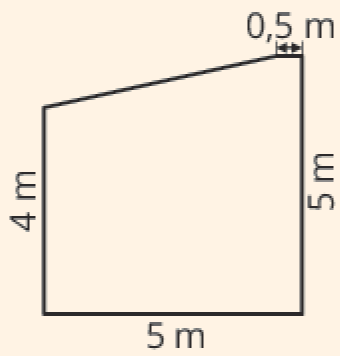
Das kann ich gut.	Ich bin noch unsicher.
☺	→ S. 198, A 1–4

5. Berechne den Flächeninhalt der Figur durch Zerlegen oder Ergänzen.

a)



b)



Ich kann Figuren zerlegen bzw. ergänzen und ihren Flächeninhalt berechnen.

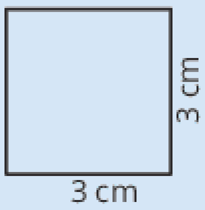
Das kann ich gut.	Ich bin noch unsicher.
☺	→ S. 198, A 5–6

Wiederholung: Quadrat, Rechteck und Dreieck

Mit diesen **Formeln** berechnest du den **Flächeninhalt A** und **Umfang u** der Figuren:

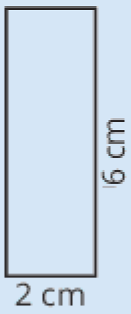
Quadrat: $A = a \cdot a = a^2$, $u = 4 \cdot a$ **Rechteck:** $A = a \cdot b$, $u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$ **Dreieck:** $A = \frac{g \cdot h}{2}$, $u = a + b + c$

$A = a^2$
$A = (3\ cm)^2$
$\mathbf{A = 9\ cm^2}$



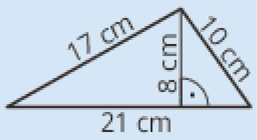
$u = 4 \cdot a$
$u = 4 \cdot 3\ cm$
$\mathbf{u = 12\ cm}$

$A = a \cdot b$
$A = 6\ cm \cdot 2\ cm$
$\mathbf{A = 12\ cm^2}$



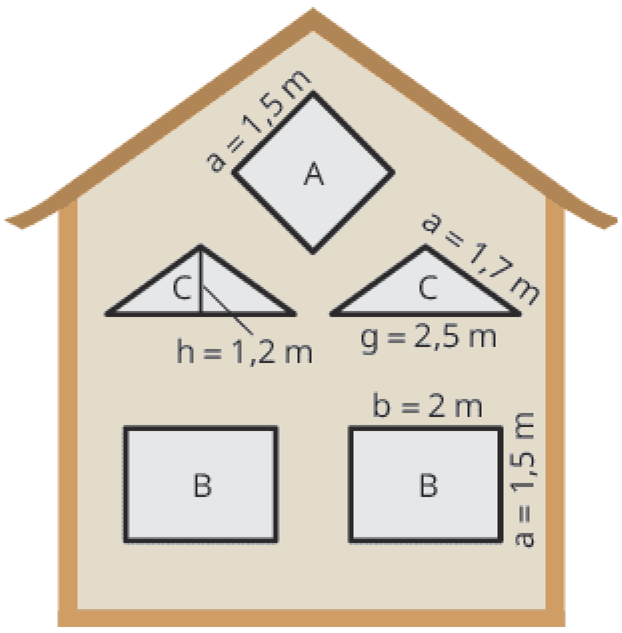
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$
$u = 2 \cdot 6\ cm + 2 \cdot 2\ cm$
$\mathbf{u = 16\ cm}$

$A = \frac{g \cdot h}{2}$
$A = \frac{21\ cm \cdot 8\ cm}{2}$
$\mathbf{A = 84\ cm^2}$



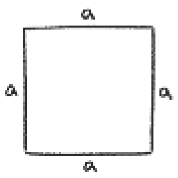
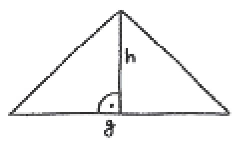
$u = a + b + c$
$u = 21\ cm + 10\ cm + 17\ cm$
$\mathbf{u = 48\ cm}$

1. Fensterputzer Ralf wird nach der Fensterfläche bezahlt, die er reinigen soll. Zu ihrer Berechnung will Ralf „Spickzettel" für verschiedene Fensterformen anfertigen.



a) Übertrage die „Spickzettel" in dein Heft. Ergänze die Lücken mit Hilfe der Kärtchen.

a^2 | „Länge · Breite" | $u = 4 \cdot a$ | $\frac{g \cdot h}{2}$ | u = „Seite + Seite + Seite" | $u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$

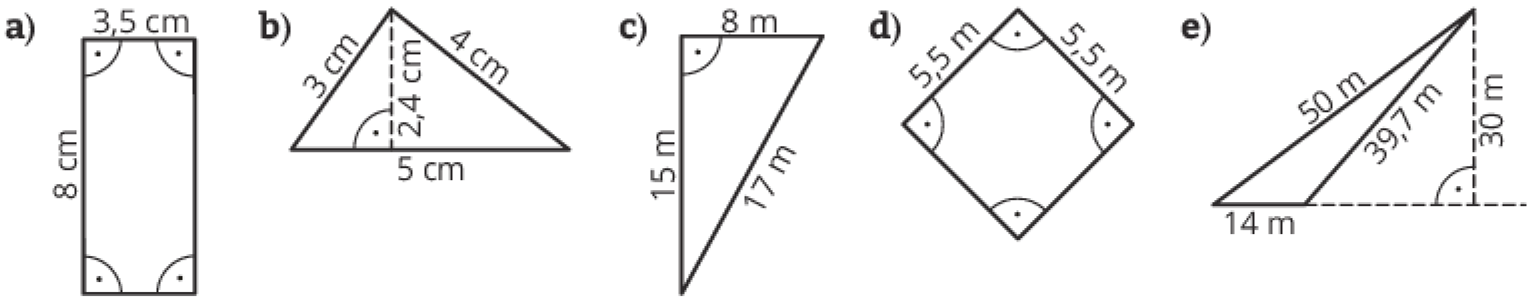
Fläche: Quadrat	Fläche: Rechteck	Fläche: Dreieck
Skizze: 	Skizze:	Skizze: 
Flächeninhalt: A = „Seite mal Seite" $A = a \cdot a =$	Flächeninhalt: A = $A = a \cdot b$	Flächeninhalt: A = „Grundseite mal Höhe durch 2" A =
Umfang:	Umfang:	Umfang:

b) Ralf hat den Flächeninhalt von Fenster A, B und C mit den Formeln berechnet. Dabei hat er Fehler gemacht. Übertrage die Rechnungen in dein Heft. Korrigiere seine Fehler.

Fenster A: Quadrat	Fenster B: Rechteck	Fenster C: Dreieck
$A = a \cdot a$	$A = a \cdot b$	$A = \frac{g \cdot h}{2}$
$A = 1{,}5\ m \cdot 1{,}5\ m$	$A = 1{,}5\ m \cdot 2\ m$	$A = 2{,}5\ m \cdot 1{,}2\ m$
$A = 3\ m^2$	$A = 3\ m$	$A = 3\ m^2$

2. Im Herbst werden die Fensterrahmen neu gestrichen, damit das Holz vor schlechtem Wetter geschützt wird. Für wie viel Meter Rahmen muss Farbe gekauft werden?

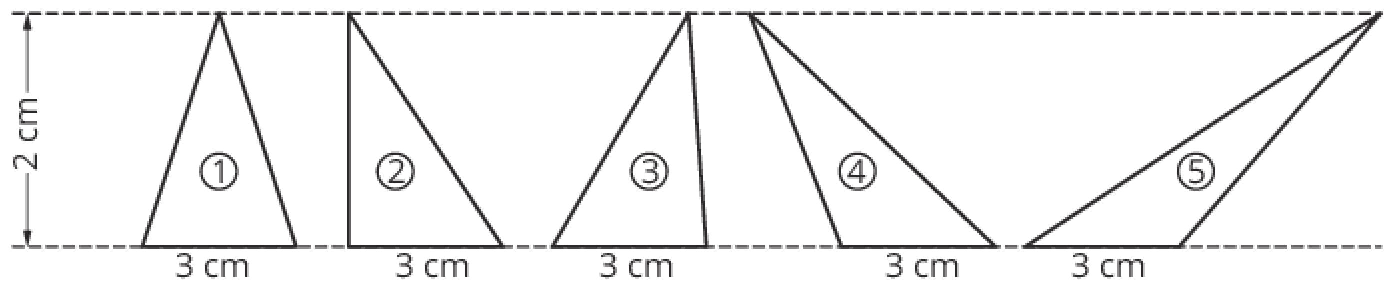
3. Berechne den Umfang u und den Flächeninhalt A.



4. Zeichne die Figur in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm). Berechne dann den Flächeninhalt A und den Umfang u. Miss dazu alle nötigen Strecken.

a) ABCD mit A(7|0), B(10|0), C(10|8), D(7|8) **b)** IJK mit I(1|5), J(6|5), K(2|7)

5.



a) Berechne den Flächeninhalt der Dreiecke. Was fällt dir auf? Erkläre.

b) Miss die Seiten der Dreiecke ① und ⑤ und vergleiche ihren Umfang.

+6. Berechne den Flächeninhalt der Figur.

a) Rechteck mit a = 2,5 cm; b = 5 cm **b)** Dreieck mit g = 8 cm; h = 3 cm

c) Quadrat mit a = 3,5 dm **d)** Dreieck mit g = 50 cm; h = 4 dm

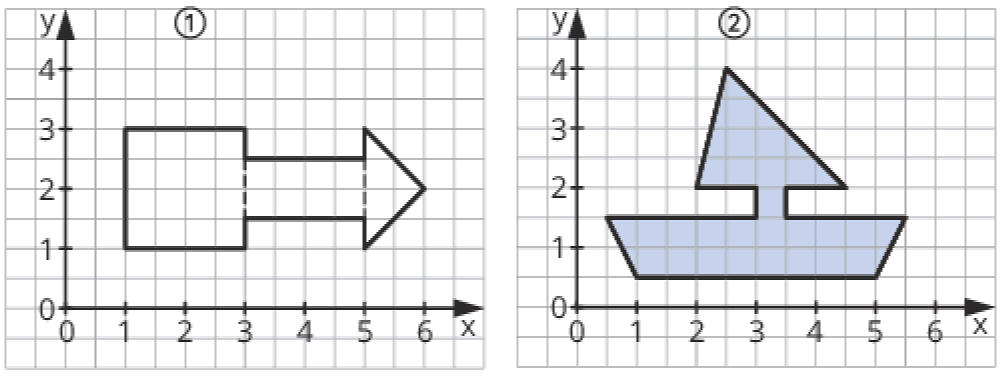
+7. Der abgebildete Tischtennistisch ist 274 cm lang, 152,5 cm breit und 76 cm hoch.

a) Wie groß ist der Flächeninhalt der Tischtennisplatte?

b) Wie groß ist der Umfang?

8. Zeichne drei verschiedene Rechtecke mit dem Flächeninhalt 16 cm² und berechne jeweils den Umfang.
Wie musst du die Seiten des Rechtecks wählen, damit der Umfang möglichst klein ist?

9. Übertrage die Figur in dein Heft.



a) Berechne den Flächeninhalt der Figur. Zerlege sie in bekannte Figuren und miss die benötigten Strecken.

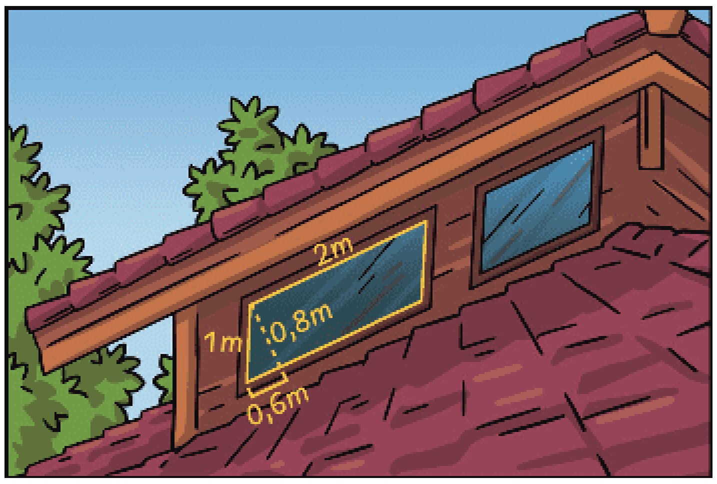
b) Berechne den Umfang der Figur.

10. Eine rechteckige Weide hat einen Flächeninhalt von 24 a (Ar). Lennox zeichnet eine mögliche Weide im Maßstab 1 : 1 000 in sein Heft. Welchen Flächeninhalt hat das gezeichnete Rechteck?

Flächeninhalt des Parallelogramms

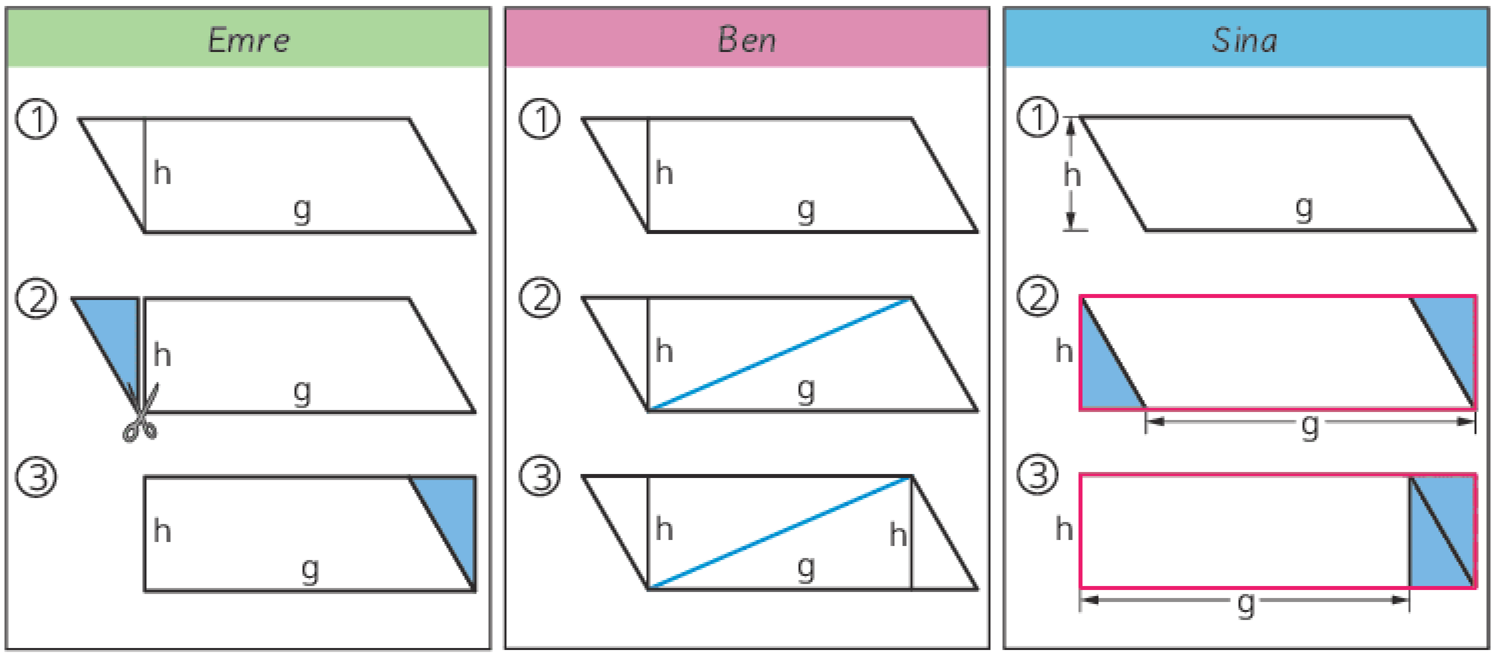
Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

1. Herr Schlegel möchte ein Fenster erneuern. Die Kosten pro Quadratmeter Fenster betragen 180 €.



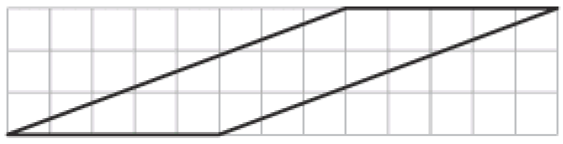
a) Welche Form hat das Fenster? Nenne auch zwei Eigenschaften dieser Form.
b) Zeichne die Fensterscheibe maßstäblich (1 cm für 0,2 m) in dein Heft. Zerlege sie in Teilflächen mit bekannten Flächeninhalten (Rechtecke, Dreiecke).
c) Berechne dann den Flächeninhalt der Teilflächen und der gesamten Fensterscheibe.
d) Wie viel Euro kostet die Fensterscheibe?
e) Bestimme auch den Umfang der Fensterscheibe.

2. Emre, Ben und Sina haben drei verschiedene Lösungswege, um den Flächeninhalt eines Parallelogramms zu berechnen.
a) Diskutiert, wie die Erklärungen von Emre, Ben und Sina lauten könnten. Bringt dazu die Textbausteine in die richtige Reihenfolge. Wählt die Erklärung, die ihr am besten versteht und schreibt sie in eure Hefte.
b) Lisa behauptet: „Den Flächeninhalt vom Parallelogramm kannst du mit der Formel **A = g · h** berechnen." Was meint ihr dazu? Nutzt Argumente von Emre, Sina oder Ben für eure Begründung.



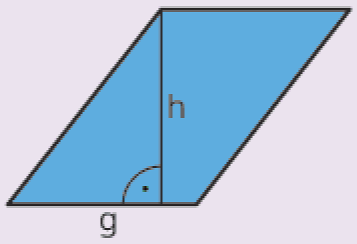
vom Parallelogramm	das Parallelogramm	Parallelogramm und Rechteck
und rechts wieder ansetzen	beide zusammen	beiden blauen Dreiecken
links abschneiden	in zwei Dreiecke zerlegen	kann ich beide mit den
es entsteht ein	ergeben die Fläche	zum selben roten Rechteck ergänzen
ein rechtwinkliges Dreieck	mit einer Diagonalen	
flächengleiches Rechteck	des Parallelogramms	also sind beide flächengleich

3. Wie zerlegt oder ergänzt ihr das abgebildete Parallelogramm? Wie Emre, Ben oder Sina? Begründet.

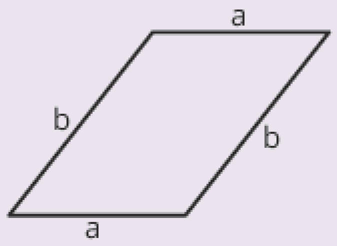


Flächeninhalt und Umfang des Parallelogramms

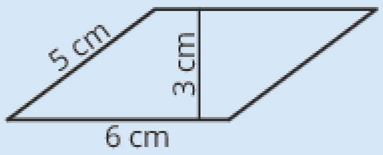
Den **Flächeninhalt** kannst du berechnen nach der Formel *„Grundseite mal Höhe"*.
A = g · h



Den **Umfang** berechnest du als *„Summe aller Seiten"*.
u = 2 · a + 2 · b



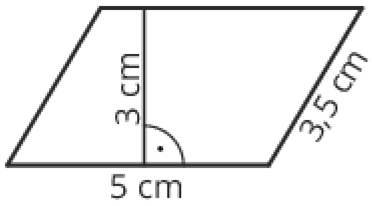
Berechne Flächeninhalt und Umfang des Parallelogramms.

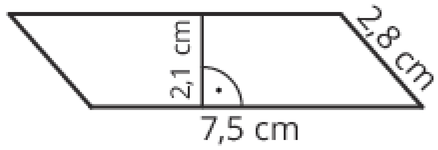


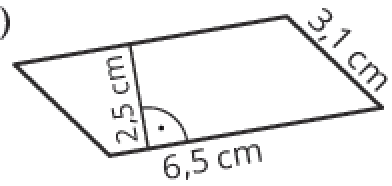
A = g · h
A = 6 cm · 3 cm
A = 18 cm²

u = 2 · a + 2 · b
u = 2 · 6 cm + 2 · 5 cm
u = 22 cm

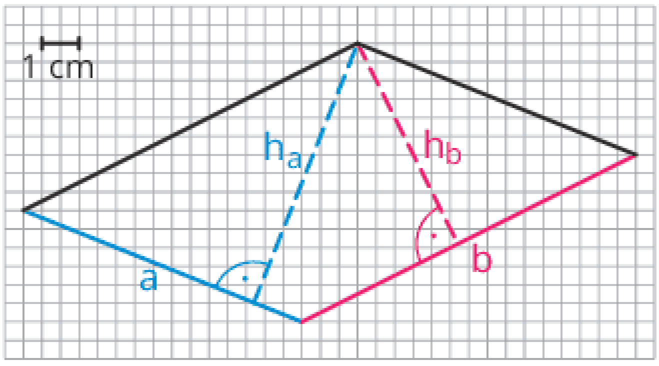
4. Berechne den Flächeninhalt und Umfang des Parallelogramms.

a)


b)


c)


5. Marie und Paul wollen den Flächeninhalt des Parallelogramms berechnen. Dazu zeichnen sie es ins Heft und messen Grundseite und Höhe. Marie wählt a als Grundseite, Paul wählt b. Kommen beide zum selben Ergebnis für den Flächeninhalt? Begründet euer Ergebnis.



6. Zeichne das Parallelogramm ABCD. Miss seine Höhe und berechne dann Flächeninhalt und Umfang.
a) a = 6 cm; b = 4 cm; α = 60°
b) α = 22°; b = 8 cm; c = 1,2 cm

+7. Zeichne das Parallelogramm ABCD in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm). Berechne den Flächeninhalt und Umfang. Miss benötigte Längen mit dem Lineal.
a) A(−1|0), B(−6|0), C(−7|2), D(−2|2)
b) A(−2|−5), B(5,5|−5), C(3|−1,5), D(−4,5|−1,5)

8. Die abgebildete Garagenauffahrt soll mit Pflastersteinen gepflastert und mit Kantensteinen eingefasst werden. Ein Quadratmeter Pflastersteine kostet 25,95 € und ein Meter Kantensteine 5,95 €. Entnimm benötigte Maße der Zeichnung, die im Maßstab 1 : 200 angefertigt ist.
a) Wie teuer ist die Pflasterung?
b) Wie teuer ist die Einfassung?

9. Rim behauptet: „Zwei verschiedene Parallelogramme mit den Seitenlängen a = 8 cm und b = 5 cm haben immer den gleichen Umfang und auch den gleichen Flächeninhalt." Was meinst du dazu? Begründe.

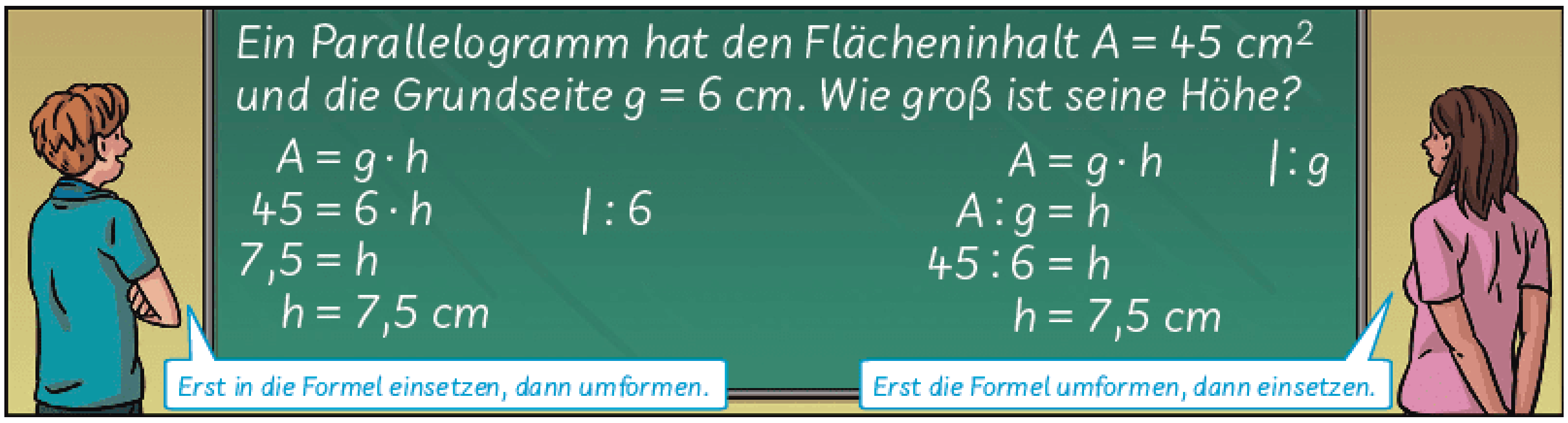
Flächengröße von Deutschland

1. Die Fläche von Deutschland wurde in verschiedene Flächenformen zerlegt.
Berechne, wie groß die gesamte Fläche Deutschlands ist. Nutze dabei folgende Arbeitsschritte:
① Miss zunächst alle nötigen Seitenlängen und Höhen der Teilflächen in cm.
② Bestimme dann mit Hilfe des Maßstabs die wirklichen Längen in km.
③ Berechne die Flächeninhalte der Teilflächen und addiere sie.

2. Recherchiere:
a) Wie groß ist der tatsächliche Flächeninhalt von Deutschland?
b) Um wie viel Quadratkilometer weicht dein Ergebnis vom tatsächlichen Wert ab?
c) Wie viel Prozent vom tatsächlichen Wert ist die Abweichung?

Maßstab 1 : 5 000 000

Rechnen mit Formeln



1. Lara und Julius lösen die Aufgabe auf unterschiedliche Weise.
a) Für welchen Lösungsweg würdest du dich entscheiden? Begründe.
b) Berechne die Höhe des Parallelogramms mit dem Flächeninhalt $A = 35{,}7\ cm^2$ und der Grundseite $g = 4{,}2$ cm.
c) Welche Grundseite hat ein 3 m hohes Parallelogramm mit $23{,}4\ m^2$ Fläche?

2. Berechne die fehlende Seite des Rechtecks.
a) $A = 105\ m^2$; $a = 7$ m
b) $A = 19{,}6\ cm^2$; $b = 1{,}4$ cm
c) $A = 14{,}4\ dm^2$; $b = 3{,}2$ dm
⁺d) $A = 246\ m^2$; $a = 60$ m
⁺e) $A = 225\ cm^2$; $a = 15$ cm
⁺f) $A = 29{,}9\ m^2$; $b = 2{,}3$ m

3. Berechne die Grundseite g bzw. Höhe h des Dreiecks.
a) $A = 37{,}5\ m^2$; $g = 5$ m
b) $A = 19{,}8\ cm^2$; $h = 13{,}2$ cm
⁺c) $A = 14{,}4\ dm^2$; $g = 3{,}2$ dm
⁺d) $A = 7{,}5\ m^2$; $h = 0{,}5$ m

gegeben: $A = 35\ cm^2$; $g = 7$ cm
$A = \frac{g \cdot h}{2}$
$35 = \frac{7 \cdot h}{2} \quad | \cdot 2$
$70 = 7 \cdot h \quad | : 7$
$10\ cm = h$

4. Stelle die Formel $A = \frac{g \cdot h}{2}$ (Flächeninhalt eines Dreiecks) nach g um.
Berechne dann die Grundseite g eines Dreiecks mit der Höhe $h = 17$ cm und dem Flächeninhalt $A = 578\ cm^2$.

5. Niklas umfährt mit seinem Fahrrad ein rechteckiges Waldstück. Vor dem Start an der ersten Ecke stellt er seinen Tacho auf Null. An der zweiten Ecke liest er an seinem Tachometer „897 m“ ab. Als er am Ausgangspunkt wieder ankommt zeigt sein Tachometer 2826 m an. Berechne den Flächeninhalt des Waldstücks in m^2 und ha.

6. Ein Fachbetrieb bietet im Internet dreieckige Sonnensegel zu einem festen Preis pro m^2 an. Ein $36\ m^2$ großes Sonnensegel kostet 194,40 €. Frau Bilek konfiguriert auf der Website des Fachbetriebs ein Sonnensegel für ihren Garten. Die drei Seiten des Segels sind jeweils 800 cm lang. Die Kosten betragen dann 149,95 €. Berechne die Dreieckshöhe von Frau Bileks Sonnensegel.

7. **a)** Berechne die Höhe eines Parallelogramms mit $g = 1$ m und $A = 1\ m^2$.
b) Zeichne zwei verschiedene Parallelogramme mit $g = 1$ m und $A = 1\ m^2$ im Maßstab 1 : 10. Torsten meint: „Alle haben mindestens 4 m Umfang.“ Stimmt das?
c) Wie lang ist die andere Seite eines solchen Parallelogramms, wenn der Umfang $u = 6$ m beträgt? Zeichne es.

Die Ergebnisse der Aufgaben liefern die Namen von drei osteuropäischen Hauptstädten.

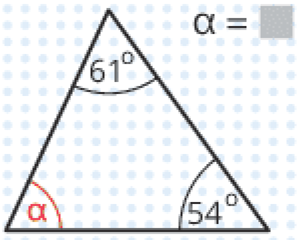
1. **a)** Berechne das Produkt von $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$.
b) Berechne die Differenz von $\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{3}$.

2. 5 kg Kartoffeln kosten 6 €. 7 kg kosten □ €.

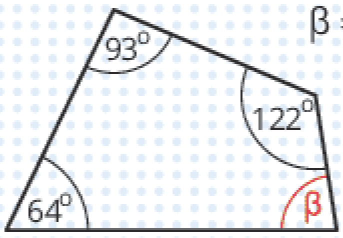
3. Eine Firma hat 4 Lkw, die jeweils 15 m³ Erde transportieren können.
2 Lkw benötigen zur Abfuhr eines Erdhaufens 6 Tage. Wie viel Tage benötigen 3 Lkw?

4. Berechne den fehlenden Winkel.

a) α = □ °

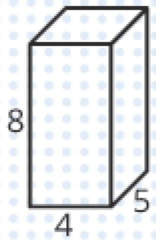


b) β = □ °



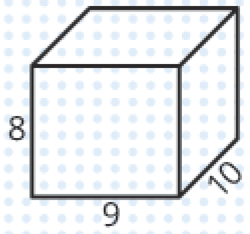
5. Berechne das Volumen (Maße in cm).

a)



V = □ cm³

b)



V = □ cm³

6. **a)** Bisher kostete ein Kleid 98 €. Jetzt ist es um 20 % billiger. Berechne den neuen Preis.
b) Gestern kostete die Jeans 80 €, heute 12 € weniger. Bestimme den Preisnachlass in %.

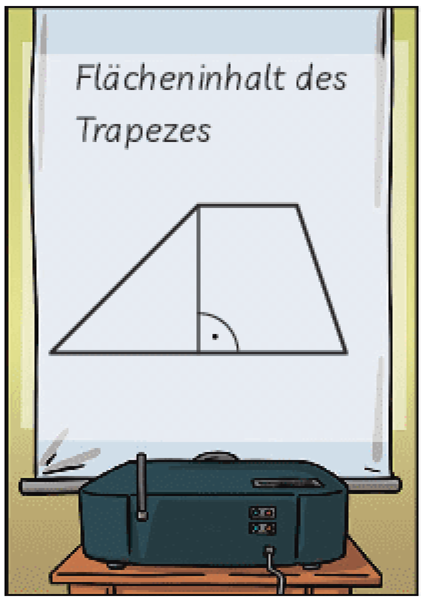
7. Löse die Gleichung.
a) $2x - 3 = 3x - 10$ | x = □
b) $6x - 15 = 39$ | x = □

8. Berechne.
a) $-2 + 3 \cdot (8 - 15) =$ □
b) $11 : (17 - 2 \cdot 8) =$ □

9. Wandle in die angegebene Einheit um.
a) 20 cm² = □ mm² **b)** 2 km² = □ ha
c) 2 000 cm³ = □ ℓ **d)** 0,02 ℓ = □ cm³

R: −25	A: −23	I: −7
U: $\frac{1}{12}$	E: $\frac{1}{7}$	E: 0,2
B: $\frac{8}{15}$	L: $\frac{6}{8}$	O: 1
A: $\frac{9}{8}$	L: $\frac{22}{15}$	A: 2
A: 4	S: 7	C: 7,75
D: 8,40	F: 8,5	K: 9
H: 10,75	U: 11	Z: 12
O: 15	G: 20	G: 21
P: 65	M: 78,40	E: 81
P: 90	Y: 91	S: 160
R: 200	T: 720	P: 2 000

Flächeninhalt des Trapezes



1. Gruppenpuzzle

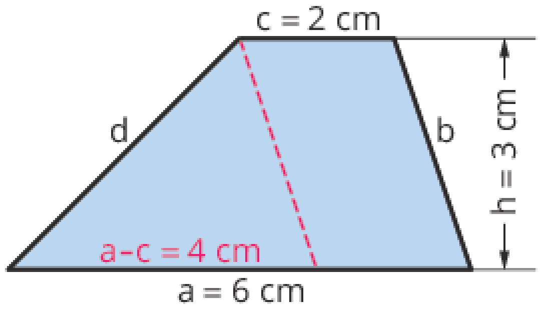
① **Werde Experte!**
Tina, Lilly, Alex und Dennis haben sich unterschiedliche Lösungswege zur Bestimmung der Trapezfläche überlegt. Wähle einen Lösungsweg und bestimme so den Flächeninhalt.

② **Die Experten treffen sich.**
Es wird eine Tina-Gruppe, eine Lilly-Gruppe, eine Alex-Gruppe und eine Dennis-Gruppe gebildet. Tauscht euch in der Gruppe aus. Vergleicht eure Ergebnisse und erklärt euch gegenseitig den Lösungsweg.

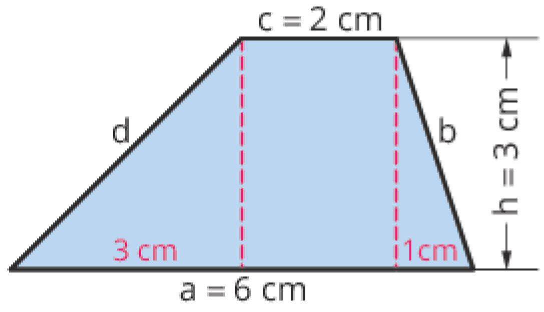
③ **Teile dein Wissen!**
Es werden neue Gruppen gebildet. In jeder Gruppe gibt es vier verschiedene Experten. Erklärt euch gegenseitig die Lösungswege von Tina, Lilly, Alex und Dennis.

④ **Findet die allgemeine Formel**
Stellt eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts einer Trapezfläche auf. Stellt euer Ergebnis in der Klasse vor.

Tina



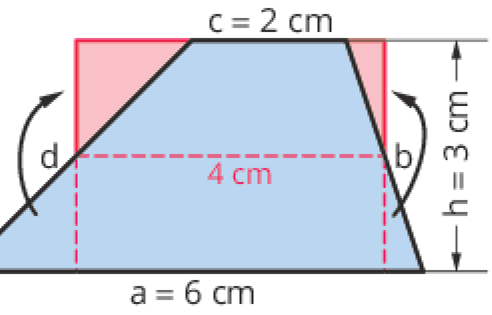
Lilly



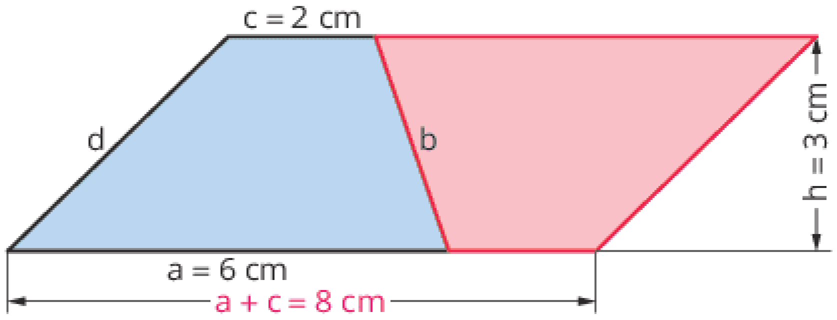
Alex

Mittellinie m

$m = \frac{a+c}{2}$



Dennis



2. Zeichne ein beliebiges Trapez in dein Heft.

a) Berechne den Flächeninhalt mit der gefundenen Formel. Miss die benötigten Längen in deiner Zeichnung.

b) Berechne bei deinem gezeichneten Trapez den Umfang u.

Flächeninhalt des Trapezes

Wenn du den Flächeninhalt des Trapezes berechnen möchtest, hast du **zwei** Möglichkeiten.

Zerlegen in bekannte Teilflächen,

danach die Ergebnisse addieren.

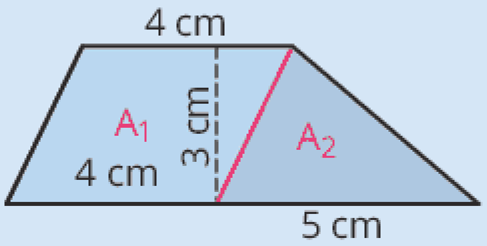
Mit Hilfe einer **Formel** berechnen.

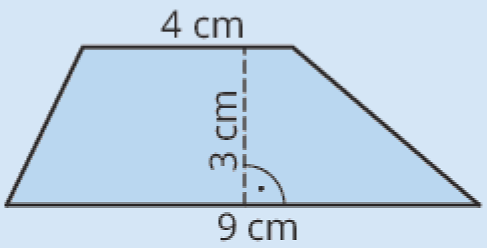
$A = \frac{\text{Summe der parallelen Seiten}}{2} \cdot \text{Höhe}$

$\mathbf{A = \frac{a + c}{2} \cdot h}$

Umfang des Trapezes: $\mathbf{u = a + b + c + d}$ (Summe aller Seitenlängen)

Berechne den Flächeninhalt eines Trapezes mit den parallelen Seiten a = 9 cm, c = 4 cm und der Höhe h = 3 cm.





Parallelogramm

$A_1 = g \cdot h$

$A_1 = 4\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}$

$A_1 = 12\text{ cm}^2$

Dreieck

$A_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 5\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}$

$A_2 = 7{,}5\text{ cm}^2$

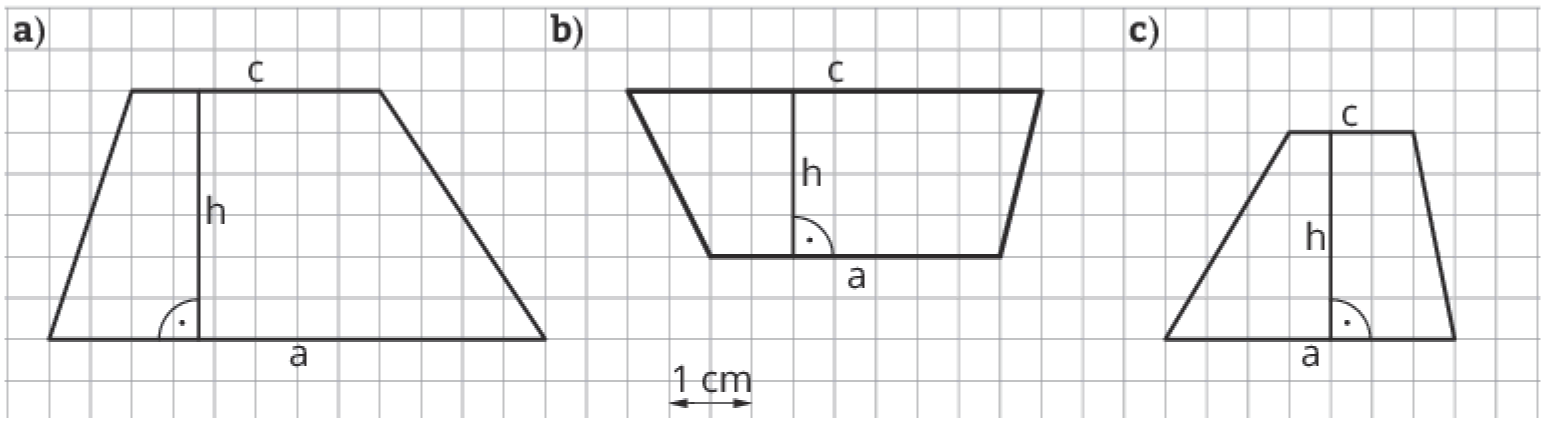
$A = A_1 + A_2 = 12\text{ cm}^2 + 7{,}5\text{ cm}^2 = \mathbf{19{,}5\text{ cm}^2}$

$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$

$A = \frac{9\text{ cm} + 4\text{ cm}}{2} \cdot 3\text{ cm}$

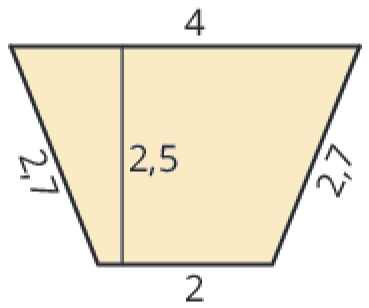
$A = \mathbf{19{,}5\text{ cm}^2}$

3. Zeichne das Trapez in dein Heft und bestimme den Flächeninhalt.

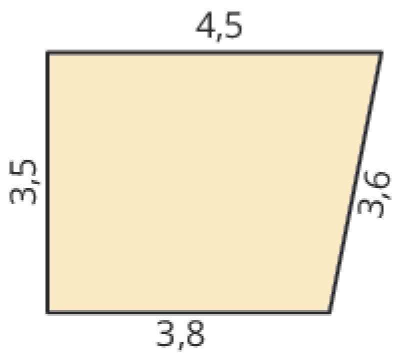


4. Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Trapezes. Alle Angaben sind in cm.

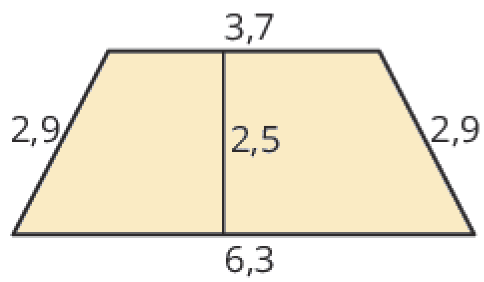
a)



b)



⁺c)



5. Berechne den Flächeninhalt des Trapezes. Achte auf die Einheiten.

a) a = 7 cm; c = 25 mm; h = 48 mm
b) a = 62 mm; c = 3,5 cm; h = 5 cm
c) a = 3,8 dm; c = 12 cm; h = 0,2 dm
d) a = 124 mm; c = 6,5 cm; h = 1 dm

6. Es gibt viele Trapeze mit den parallelen Seiten a = 7 cm, c = 3,5 cm und der Höhe h = 4 cm. Zeichne zwei davon. Berechne und vergleiche Flächeninhalt und Umfang.

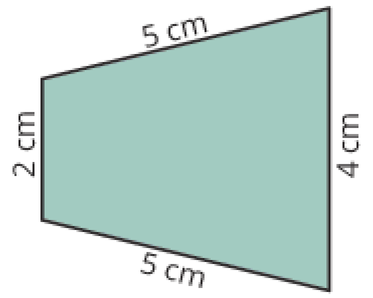
+7. Berechne den Flächeninhalt des Trapezes. Runde dein Ergebnis auf Zehntel.

a) a = 5 cm; c = 6,8 cm; h = 3,5 cm **b)** a = 7,3 cm; c = 1,5 cm; h = 2,6 cm
c) a = 2 cm; c = 4 cm; h = 2,3 cm **d)** a = 15 mm; c = 34 mm; h = 17,5 mm

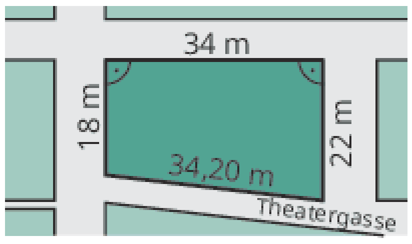
8. **a)** So hat Tim den Flächeninhalt des abgebildeten Trapezes berechnet. Was hat er falsch gemacht?

$A = \frac{a+c}{2} \cdot h = \frac{5\text{ cm} + 5\text{ cm}}{2} \cdot 4\text{ cm} = 20\text{ cm}^2$

b) Zeichne das Trapez und berechne seine Fläche richtig. Miss benötigte Längen in deiner Zeichnung.



9. **a)** Wie groß ist die trapezförmige Fläche?
b) Ein Quadratmeter kostet 200 €. Berechne, wie teuer das Grundstück ist.
c) Wie teuer ist ein Zaun um das Grundstück? Für eine Einfahrt und den Eingang werden 5 m ausgespart. 1 m des Zaunes kosten 30,50 €.



10. Der Hauseingang ist im Maßstab 1 : 80 abgebildet. Die beiden trapezförmigen Scheiben sind kongruent (die linke Scheibe ist nicht vollständig zu sehen). Miss benötigte Längen und berechne den Flächeninhalt der Glasscheiben. Wie viel Prozent des Hauseingangs sind verglast?

11. Die parallelen Seiten eines trapezförmigen Grundstückes liegen 42 m voneinander entfernt. Sie haben Längen von 52,5 m und 61,5 m. Berechne die Grundstücksfläche.

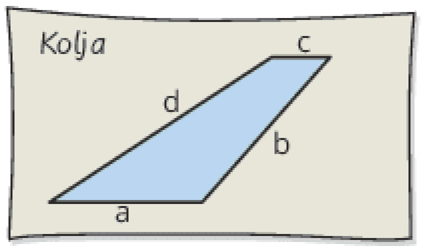
Zwei Lösungswege:
- *Einsetzen – Umformen*
- *Umformen – Einsetzen*

12. **a)** Ein trapezförmiger Tisch hat eine Fläche von 5 557,5 cm². Die beiden parallelen Seiten sind 130 cm und 65 cm lang. Wie breit ist der Tisch?
b) Eine trapezförmige Hauswand mit 96 m² Fläche ist 12 m hoch, die untere der beiden parallelen Seiten ist 15 m lang. Wie lang ist die andere parallele Seite?

13. Berechne die fehlende Angabe des Trapezes.

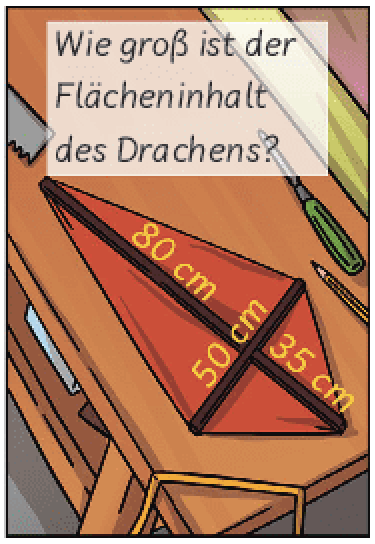
a) A = 26,88 m²; a = 7,5 m; c = 5,3 m; h = ▢ **b)** A = 36 cm²; a = 8,5 cm; h = 6 cm; c = ▢

14. Ist die Flächeninhaltsformel auf Koljas „schräges" Trapez anwendbar? Überprüfe und erkläre.



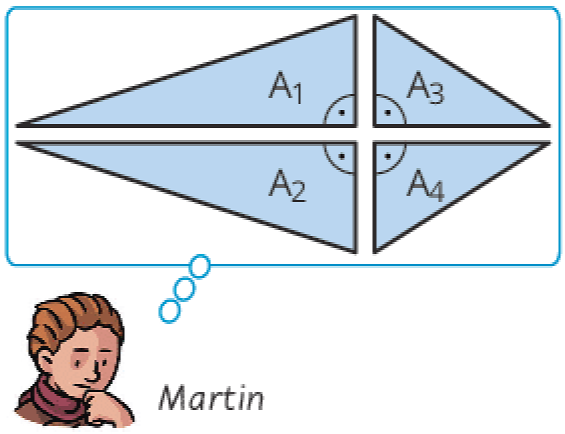
15. Wie verändert sich der Flächeninhalt eines Trapezes, wenn sich die Höhe verdoppelt und
a) die Längen der parallelen Seiten gleich bleiben?
b) sich die Längen der parallelen Seiten verdoppeln?

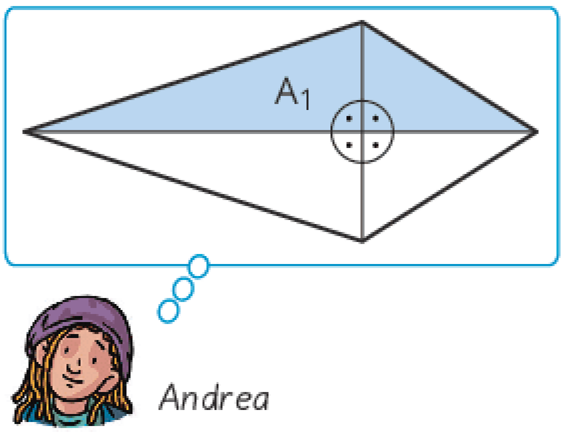
Flächeninhalt des Drachens und der Raute



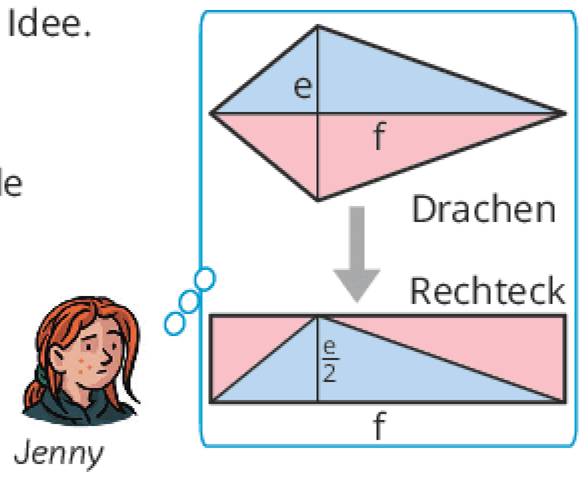
Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

1. Erklärt Martins und Andreas Ideen und bestimmt mit ihnen den Flächeninhalt vom Drachen. Präsentiert eure Lösung.

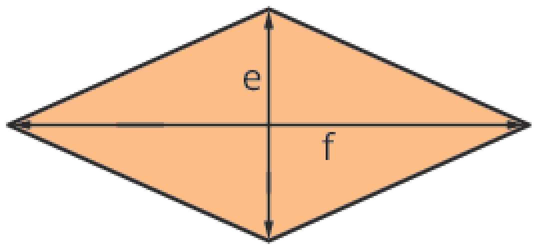




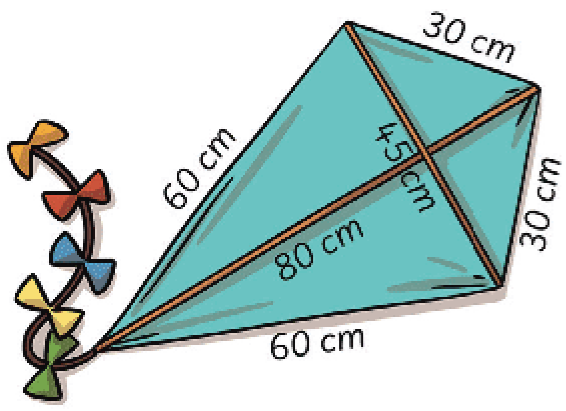
2. Bestimmt den Flächeninhalt des Drachens nach Jennys Idee.
a) Beschreibt, wie Jenny vorgeht.
b) Notiert die Formel für den Flächeninhalt A, die sich aus Jennys Idee ergibt. Die kürzere Diagonale des Drachens ist e, die längere Diagonale ist f.
c) Berechnet den Flächeninhalt mit e = 4 cm und f = 6 cm.
Vergleicht mit den Methoden von Martin und Andrea.



3. Die Abbildung zeigt eine Raute.
a) Vergleicht die Raute mit dem Drachen, nennt Gemeinsamkeiten und Unterschiede.
b) Überprüft, ob Jennys Flächeninhaltsformel auch auf die Raute anwendbar ist. Rechnet mit den Längen e = 3 cm und f = 4 cm.



4. Um den Drachen zu bauen, benötigt ihr die diagonalen stabilen Leisten, die leichteren Leisten für die äußeren Seiten und die Folie für die Drachenfläche.
a) Erstellt eine Einkaufsliste mit den genauen Maßen für Längen und Flächen.
b) Berechnet außerdem den Umfang des Drachens und notiert eine Umfangsformel.



Flächeninhalt des Drachens und der Raute

Wenn du den Flächeninhalt des Drachens oder der Raute berechnen möchtest, hast du **zwei** Möglichkeiten.

Zerlegen in zwei kongruente Dreiecke.

Du berechnest die Dreiecksfläche und verdoppelst sie.
$A = 2 \cdot A_1$

Mit Hilfe einer **Formel** berechnen.

$A = \frac{\text{Diagonale e} \cdot \text{Diagonale f}}{2}$

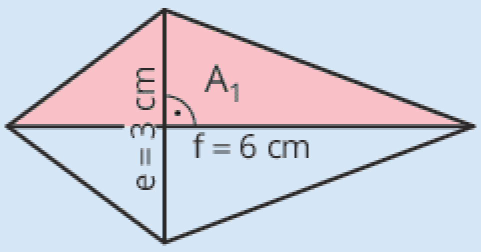
$\mathbf{A = \frac{e \cdot f}{2}}$

Umfang des Drachens und der Raute: $\mathbf{u = a + b + c + d}$ (Summe aller Seitenlängen)

Berechne den Flächeninhalt des Drachens.

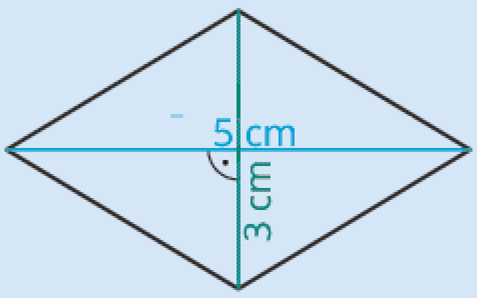
$A_1 = \frac{6 \cdot 1{,}5}{2}$
$= 4{,}5\ \text{cm}^2$

verdoppeln
$A = 2 \cdot A_1$
$= 2 \cdot 4{,}5\ \text{cm}^2$
$\mathbf{A = 9\ cm^2}$

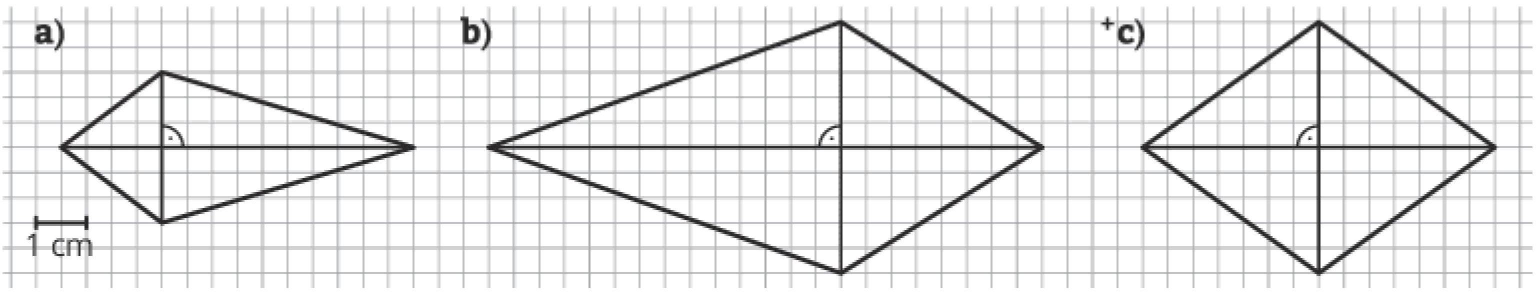


Berechne den Flächeninhalt der Raute.

Formel
$A = \frac{e \cdot f}{2}$
$A = \frac{5\ \text{cm} \cdot 3\ \text{cm}}{2}$
$\mathbf{A = 7{,}5\ cm^2}$



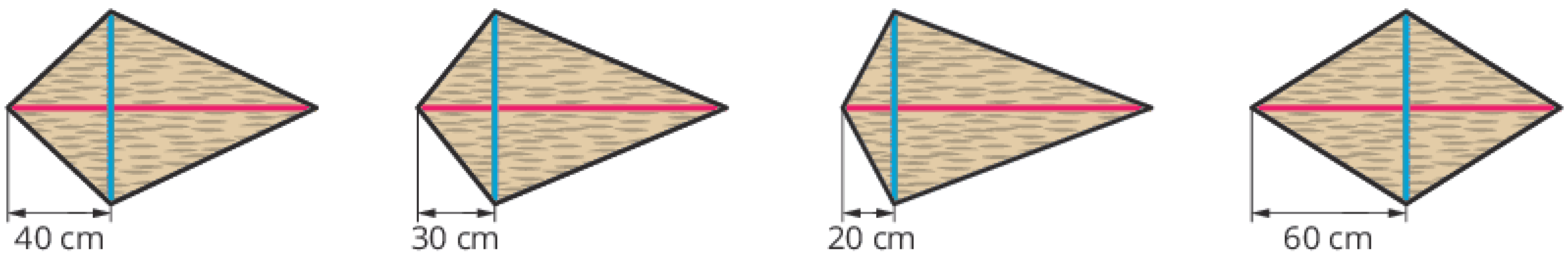
5. Zeichne die Figur in dein Heft und bestimme den Flächeninhalt.



6. Berechne den Flächeninhalt des Drachens.
a) e = 8 cm; f = 12 cm **b)** e = 36 cm; f = 72 cm **+c)** e = 0,55 m; f = 1,10 m

7. Zeichne die Punkte in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm). Verbinde sie zu einem Viereck und berechne den Flächeninhalt. Miss dazu die benötigten Längen.
a) A(1|2); B(2|0); C(4|2); D(2|4) **b)** A(−6,5|−2,5); B(−1,5|−2,5); C(2,5|0,5); D(−2,5|0,5)
+c) A(2|5); B(5|2); C(12|5); D(5|8) **+d)** A(6|1,5); B(10,5|1); C(10|5,5); D(2|9,5)

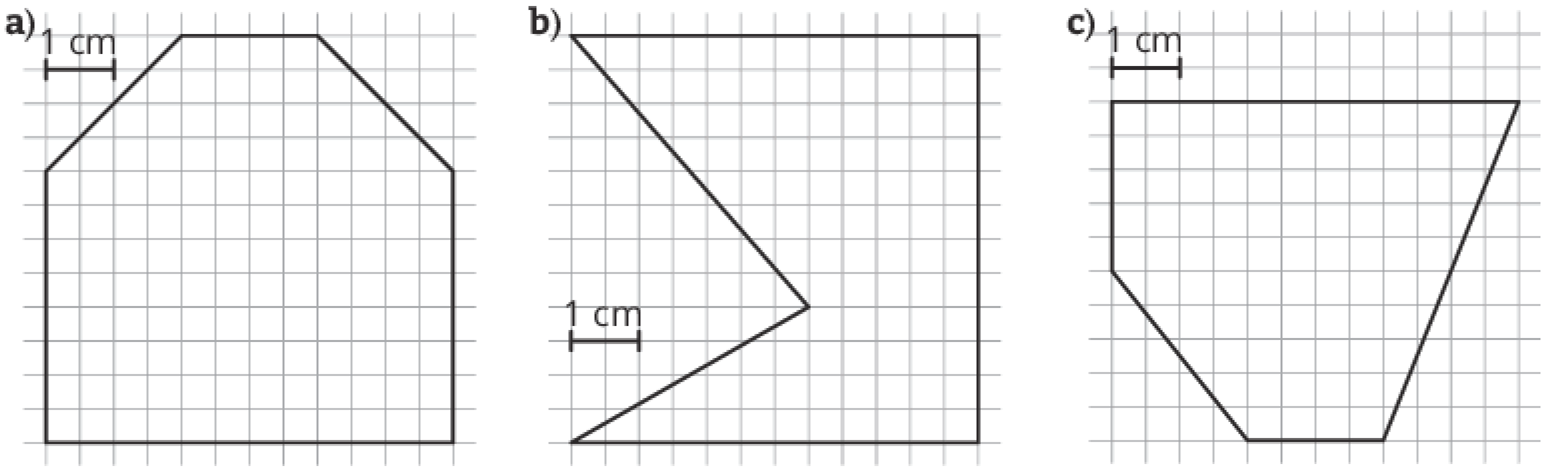
8. Bei den vier Drachen sind die roten Holzlatten jeweils 1,20 m und die blauen 75 cm lang.



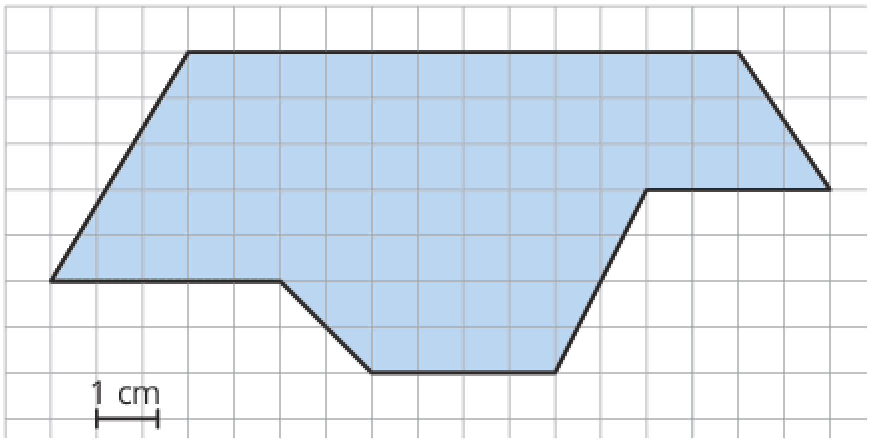
a) Berechne den Flächeninhalt der Drachen.
b) Zeichne die Drachen im Maßstab 1:10. Miss ihre Seitenlängen und vergleiche ihre Umfänge.

Vermischte Aufgaben

1. Bestimme den Flächeninhalt der Figur. Übertrage dazu die Figur in dein Heft und entnimm benötigte Längen der Zeichnung. Beachte Ninas und Angelas Tipp. Präsentiere deinen Lösungsweg den anderen.

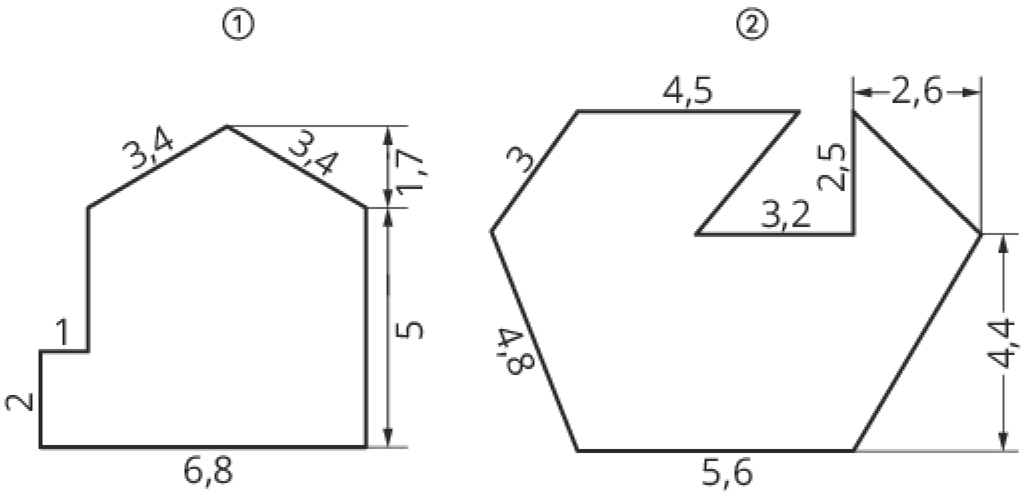


⁺2. Übertrage die Figur in dein Heft und bestimme den Flächeninhalt und den Umfang der blauen Figur.

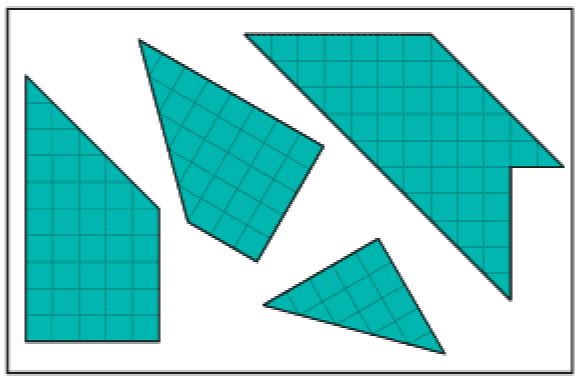


⁺3. Partnerarbeit.
Zeichne eine zusammengesetzte Fläche in dein Heft, ohne dass dein Partner die Fläche sehen kann. Gib ihm dann deine Fläche zum Berechnen. Dann ist er dran!

4. **a)** Berechne die Flächeninhalte der Figuren durch geschicktes Zerlegen oder Ergänzen. Die Längen sind in cm angegeben.
b) Berechne die Umfänge der Figuren. Fehlende Maße lassen sich aus der Skizze ermitteln.



5. In der Abbildung sind Puzzle-Teile abgebildet, die sich zum Buchstaben T zusammensetzen lassen.
a) Stelle dir das Puzzle her und lege die Teile zu einem T.
b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks sowie der beiden Trapeze durch Zerlegen oder Ergänzen.
c) Ermittle nun auch den Flächeninhalt des vierten Puzzle-Teiles. Es gibt mehrere Möglichkeiten. Vergleiche mit den anderen.

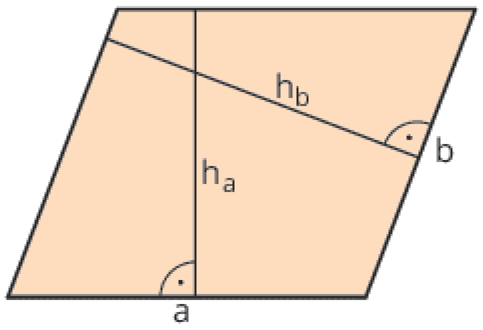


Zwei Lösungswege:
- *Einsetzen – Umformen*
- *Umformen – Einsetzen*

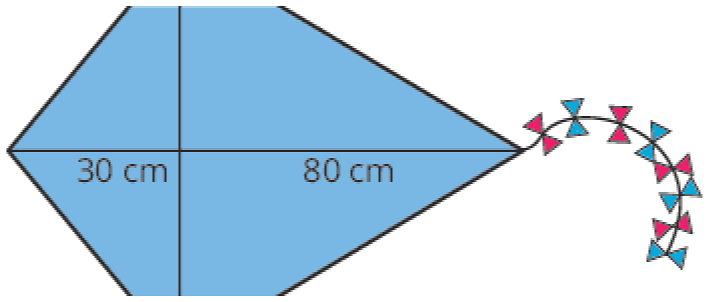
6. Der Flächeninhalt eines Drachens beträgt 10 cm², die kürzere Diagonalenlänge 4 cm. Berechne die Länge der zweiten Diagonalen, indem du die Formel nach f auflöst.

7. Berechne die fehlenden Maße des Parallelogramms.

	a	b	h_a	h_b	A	u
a)	9 cm		4 cm	8 cm		
b)	4 cm	3 cm			12 cm²	



8. **a)** Der Drachen hat einen Flächeninhalt von 4675 cm². Wie lang ist die nicht vollständig zu sehende Latte?
b) Wie viel Schnur wird zum Umspannen des Drachens gebraucht? Zeichne dazu den Drachen im Maßstab 1 : 10 ins Heft und miss benötigte Längen.

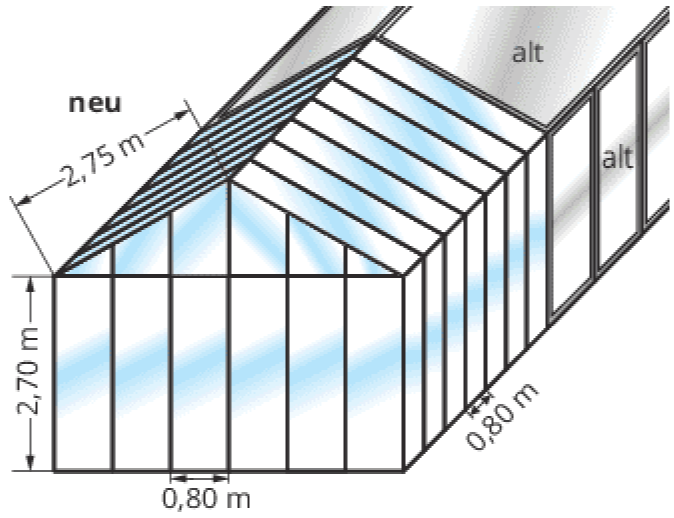


9. Wie verändert sich bei einem Drachen der Flächeninhalt, wenn
a) nur eine Diagonale verdoppelt wird, **b)** beide Diagonalen verdoppelt werden?

10. Anton erklärt: „Eine Raute hat vier gleich lange Seiten, besteht also aus vier gleich großen Dreiecken. Um den Flächeninhalt zu berechnen, kann ich daher auch die Fläche von einem Dreieck berechnen und dann vervierfachen." Hat Anton recht? Begründe.

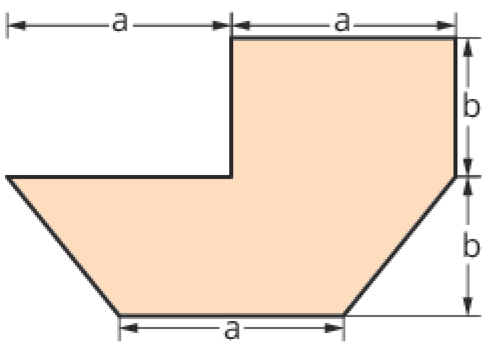
Die Giebelfront ist die gesamte vordere Seite eines Hauses.

11. **a)** Eine Gärtnerei vergrößert ihr Gewächshaus. Wie viel m² Glas werden für den Anbau benötigt? Fertige dazu eine Zeichnung der Giebelfront im Maßstab 1 : 50 an. Miss benötigte Längen in der Zeichnung.
b) Bei einem Hagelschauer werden im Anbau die Dachflächen und die dreieckige Giebelfläche zerstört. Der Besitzer klagt: „50 % der gerade erneuerten Glasfläche ist zerstört." Nimm zusammen mit anderen Stellung.

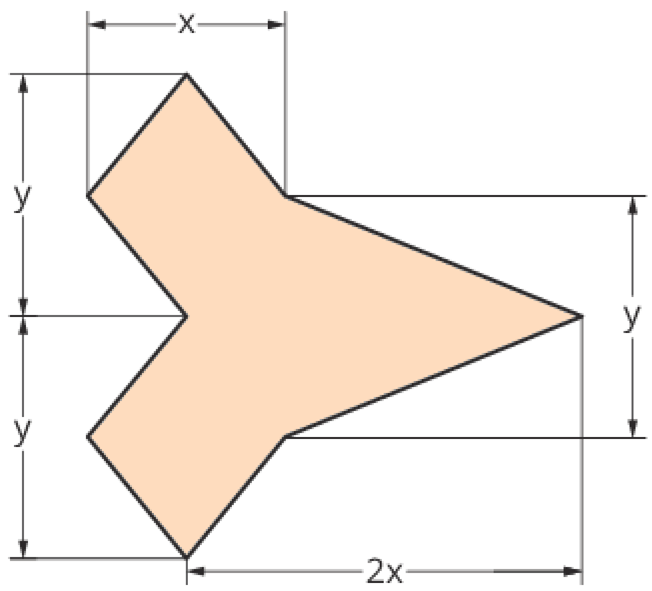


12. Stelle eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts der orangenen Figur auf.

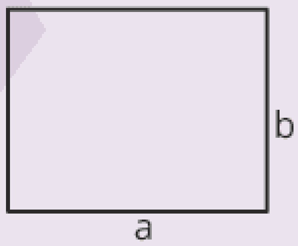
a)

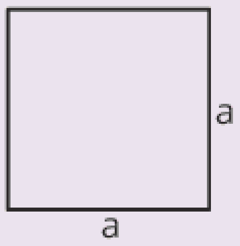


b)



Das **Rechteck** und das **Quadrat**





$A = a \cdot b$

$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$

$A = a \cdot a = a^2$

$u = 4 \cdot a$

1. Berechne den Flächeninhalt bzw. die fehlende Seite und den Umfang des Rechtecks.

a) $a = 5{,}5$ m; $b = 3{,}7$ m

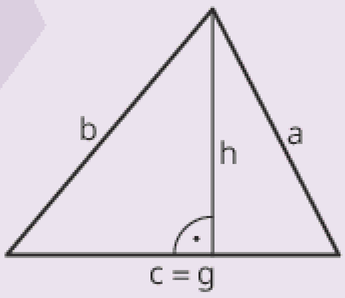
b) $a = 8{,}2$ m; $b = 3{,}5$ m

c) $a = 7$ m; $A = 26{,}6\ m^2$

d) $A = 20{,}25\ m^2$; $a = b$

2. Für eine Cart-Bahn wird eine rechteckige Halle gebaut, 40 m lang und 30 m breit. Berechne den Flächeninhalt der Halle in m^2 und in Ar.

Das **Dreieck**

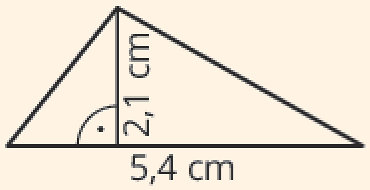


$A = \frac{g \cdot h}{2}$

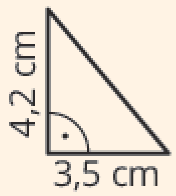
$u = a + b + c$

3. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.

a)

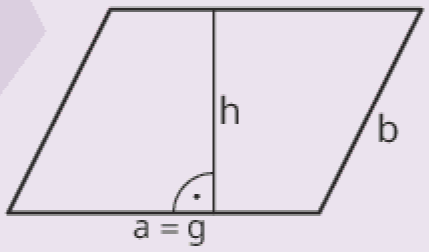


b)



4. Berechne die Grundseite g eines Dreiecks mit $A = 6{,}3\ cm^2$ und $h = 3{,}5$ cm.

Das **Parallelogramm**

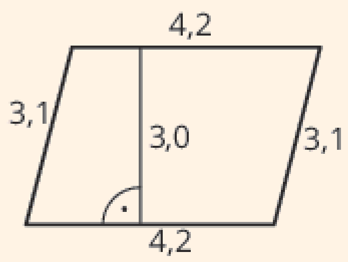


$A = g \cdot h$

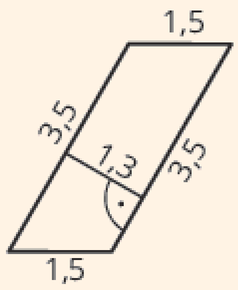
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$

5. Berechne den Flächeninhalt und den Umfang des Parallelogramms (Maße in cm).

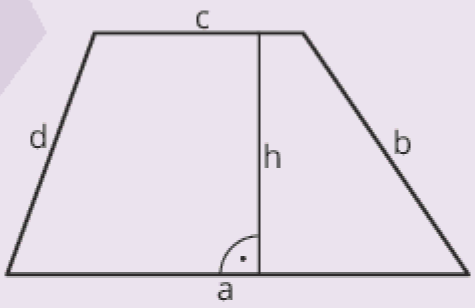
a)



b)



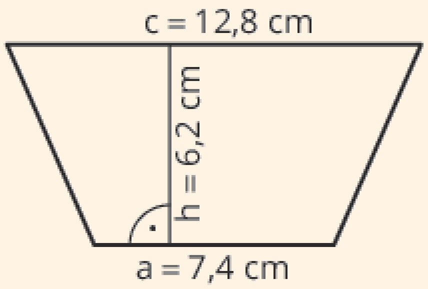
Das **Trapez**



$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$

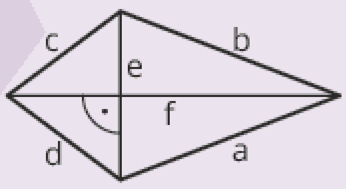
$u = a + b + c + d$

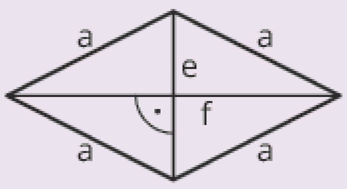
6. Berechne den Flächeninhalt des Trapezes.



7. Berechne die zweite parallele Seite im Trapez: $A = 250{,}8\ cm^2$, $h = 12$ cm und $c = 14$ cm.

Der **Drachen** und die **Raute**





$A = \frac{e \cdot f}{2}$

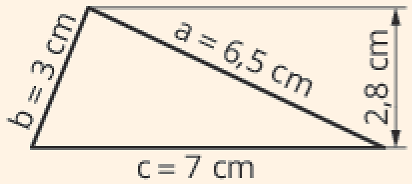
$u = a + b + c + d$

$u = 4 \cdot a$

8. Übertrage die Punkte A(4|0), B(6|5), C(4|6) und D(2|5) in ein Koordinatensystem, verbinde sie zu dem Drachen ABCD und berechne seinen Flächeninhalt.

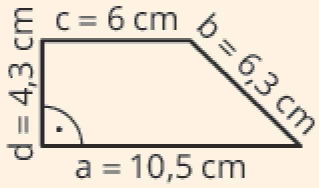
9. Der Flächeninhalt eines Drachens beträgt 30 cm^2. Die Diagonale e ist 6 cm lang. Berechne die Länge der Diagonalen f.

1. Berechne den Flächeninhalt und den Umfang des Dreiecks.

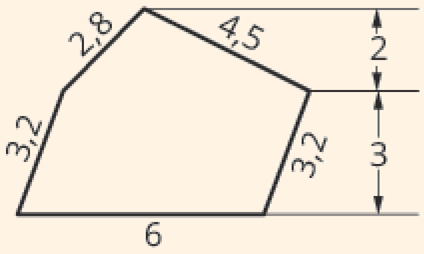


2. Zeichne ein Parallelogramm mit $a = 5$ cm, $b = 4$ cm und $\alpha = 50°$ und berechne den Flächeninhalt. Entnimm benötigte Maße der Zeichnung.

3. Berechne den Flächeninhalt und den Umfang des Trapezes.



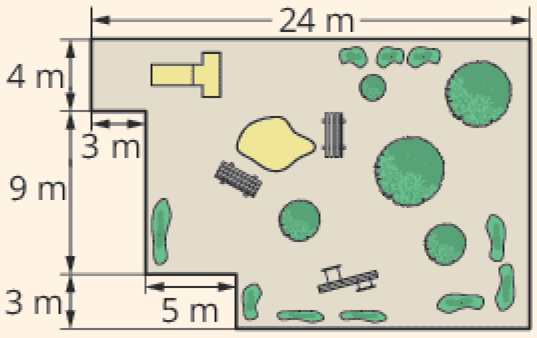
4. Berechne den Flächeninhalt und Umfang des Fünfecks (Angaben in cm).

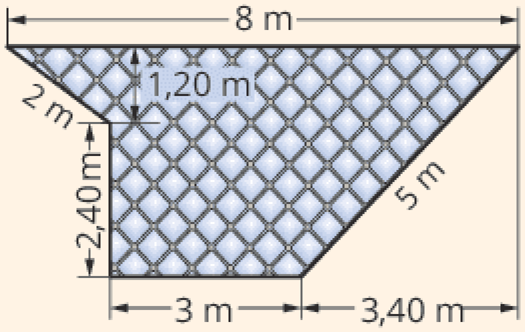


5. Zeichne die Punkte in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) und verbinde sie zu einem Viereck ABCD. Benenne das Viereck, miss benötigte Längen und berechne den Flächeninhalt.
A(1 | 1), B(6 | 1), C(9 | 5), D(1 | 10)

6. Berechne den Flächeninhalt des Schulhofes (Bild links).

7. Berechne den Flächeninhalt und den Umfang des Flures (Bild rechts).



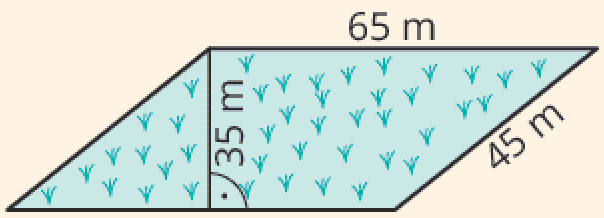


8. Berechne die Grundseite g
a) im Parallelogramm: $A = 96\ \text{cm}^2$, $h = 7{,}5$ cm, **b)** im Dreieck: $A = 4{,}48\ \text{m}^2$, $h = 1{,}4$ m.

9. Bestimme die Höhe in einem Trapez mit einem Flächeninhalt von $34{,}4\ \text{dm}^2$. Die beiden parallelen Seiten sind 12 dm und 5,2 dm lang.

10. Ein Quadrat hat eine Seitenlänge von 1,2 m. Welche Länge hat ein 0,9 m breites Rechteck mit gleichem Flächeninhalt?

11. Die Liegewiese in einem Schwimmbad wird erneuert. Für die Raseneinsaat sind 20 g pro m^2 empfohlen. Es werden 45 kg Saat eingekauft und 250 m Signalband zum Eingrenzen. Sind damit ausreichend Saat und Band vorhanden?



12. Ein Drachen hat einen Flächeninhalt von $49{,}6\ \text{cm}^2$. Die Diagonale f ist 12,4 cm lang. Berechne die Länge der Diagonalen e.

13. Ein Parallelogramm hat eine Grundseitenlänge von 10,7 cm und eine Höhe von 5,5 cm. Wie hoch muss ein Dreieck mit gleicher Grundseite und gleichem Flächeninhalt sein?

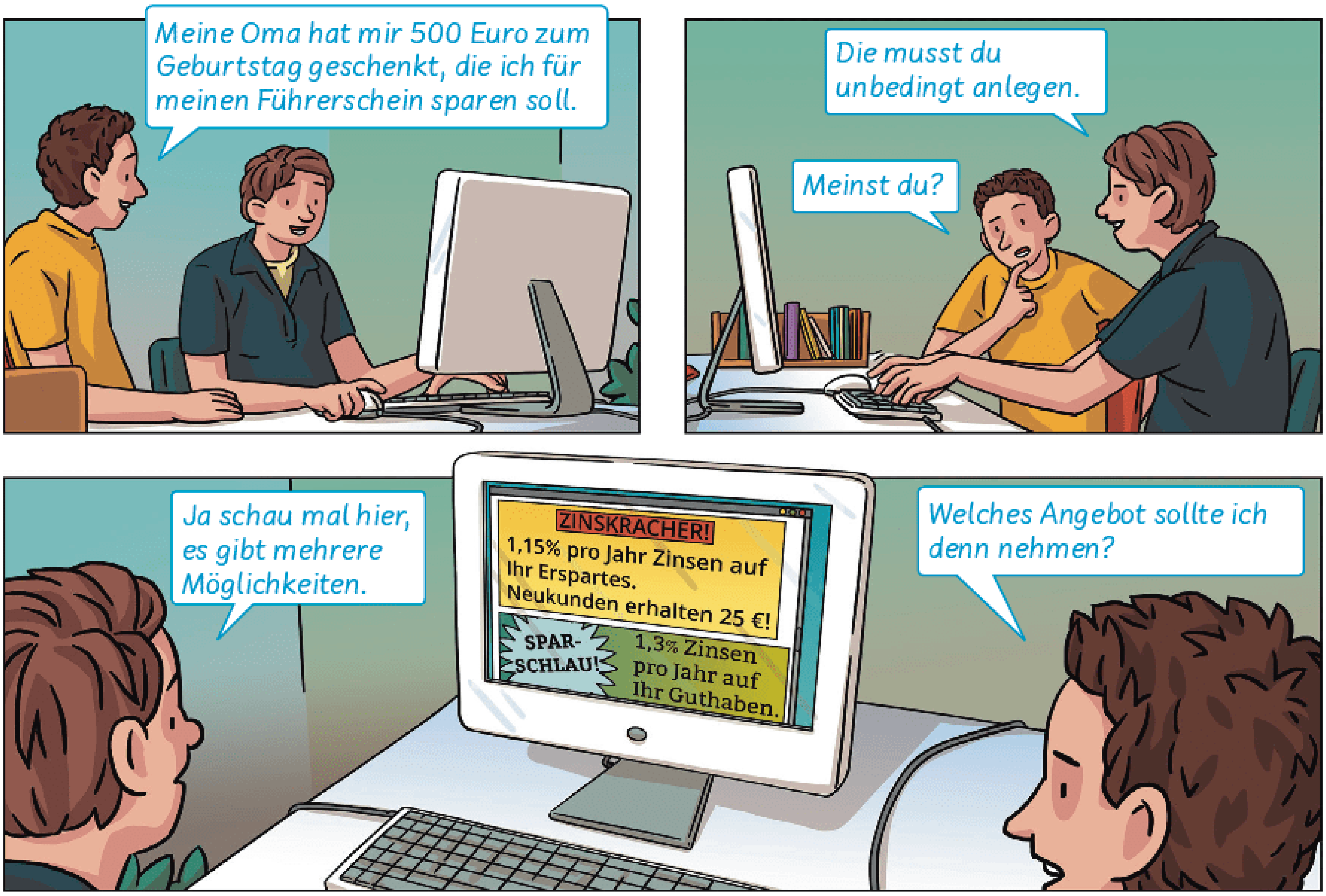
14. Ein Trapez hat einen Flächeninhalt von $24\ \text{cm}^2$ und eine Höhe von 6 cm.
Wie lang könnten a und c sein? Gib zwei Möglichkeiten an.

15. Ein Trapez mit $A = 9\ \text{m}^2$ ist 2 m hoch.
Wie lang sind die beiden parallelen Seiten, wenn die Seite c halb so lang ist wie die Seite a?

Prozent- und Zinsrechnung

4

Wohnungspreise explodieren:
7,06 Euro pro Quadratmeter
im Bundesdurchschnitt,
Berlin liegt nun bei 115 %



In diesem Kapitel lernst du, …

… wie du Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert mit der Prozentformel bestimmst,
… wie du mit dem Prozentfaktor vermehrten und verminderten Grundwert berechnest,
… wie du die Mehrwertsteuer ermittelst,
… wie du Jahres-, Monats- und Tageszinsen berechnest,
… wie du Kapital und Zinssatz bestimmst.

Löse die folgenden Aufgaben und schätze dich ein.

1. Wandle in die Dezimal- oder Prozentschreibweise um.

a) 44 % **b)** 54 % **c)** 18 %

d) 0,42 **e)** 0,17 **f)** 0,2

Ich kann Prozentsätze in Dezimalzahlen umwandeln und umgekehrt.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

→ S. 199, A 1–2

2. Gib den Prozentsatz als vollständig gekürzten Bruch an.

a) 10 % **b)** 75 % **c)** 25 %

d) 60 % **e)** 20 % **f)** 1 %

Ich kann zu einfachen Prozentsätzen Bruchteile angeben.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

→ S. 199, A 3–4

3. Berechne den Prozentwert W.

a) 20 % von 12 Euro **b)** 25 % von 40 cm

c) 50 % von 90 m **d)** 75 % von 160 m

Ich kann den Prozentwert berechnen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

→ S. 201, A 1–6

4. Berechne den Grundwert G.

a) 10 % sind 20 Euro **b)** 30 % sind 9 cm

c) 70 % sind 490 km **d)** 75 % sind 150 Cent

Ich kann den Grundwert berechnen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

→ S. 202, A 1–2

5. Berechne den Prozentsatz p %.

a) 8 Euro von 40 Euro **b)** 25 kg von 100 kg

c) 3 Liter von 12 Liter **d)** 18 h von 24 h

Ich kann den Prozentsatz berechnen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

→ S. 202, A 3–4

6. Familie Winter startet mit dem Auto in den Urlaub nach Spanien.

a) Das Ziel ist 2 000 km entfernt. Am ersten Tag schaffen sie 800 km. Wie viel Prozent sind damit geschafft?

b) Die Urlaubskasse der Winters ist mit 1 800 € gefüllt. Bei der ersten Übernachtung müssen sie 15 % davon ausgeben. Wie teuer ist die Übernachtung?

c) Nach zwei Anreisetagen sind 10 % des Urlaubs vorbei. Wie lange soll der Urlaub insgesamt dauern?

Ich kann Sachaufgaben zur Prozentrechnung lösen.

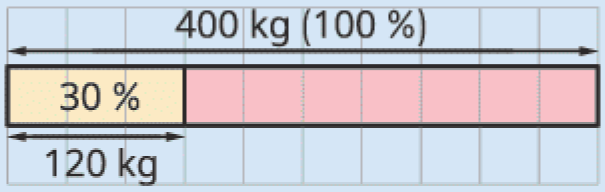
Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

→ S. 200, A 1–2

Wiederholung: Grundbegriffe der Prozentrechnung

Der **Grundwert G** ist die Menge oder Anzahl, der 100 % zugeordnet werden.
Der **Prozentwert W** ist ein Anteil vom Grundwert. Er hat die gleiche Einheit wie G.
Der **Prozentsatz p %** beschreibt das Verhältnis vom Prozentwert zum Grundwert. Du gibst ihn in Prozent an.

30 %	von	400 kg	sind	120 kg.
Prozentsatz		Grundwert		Prozentwert
p %		G		W



1. Partnerarbeit: Notiert zu jedem Text den Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz.

① *Von den Reisekosten, die 400 € betragen, muss Ines nur 15 %, also 60 € bezahlen.*

② *Nur 12 Personen wurden zum Gespräch eingeladen. Das waren von 60 Personen 20 %.*

③ *Oma sagte zu Jens, dass er ihr von den 30 € nur 10 % zurückgeben muss, also 3 €.*

2. Füge immer einen Grundwert (G), einen Prozentsatz (p %) und einen Prozentwert (W) so zu einem Satz zusammen, dass die Aussage stimmt.

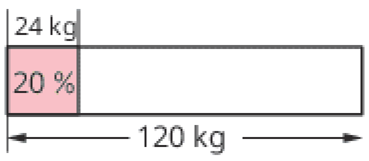
10 % von **500 Euro** sind **50 Euro**.

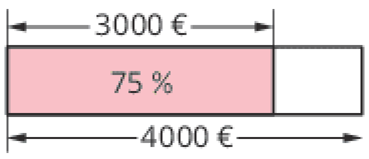
600 Euro	1 500 Euro	2 000 Euro	3 500 Euro
10 %	40 %	30 %	20 %
400 Euro	350 Euro	450 Euro	240 Euro

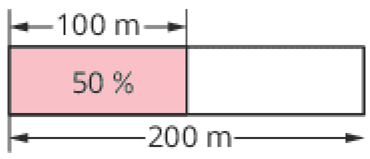
3. Bestimme den Prozentwert W im Kopf.

a) 50 % von 300 **b)** 10 % von 500 **c)** 25 % von 200 **d)** 20 % von 700
e) 1 % von 900 **f)** 75 % von 600 **g)** 40 % von 400 **h)** 37 % von 100

+4. Welche Größe ist der Grundwert, der Prozentwert und der Prozentsatz?

a)


b)


c)


5. Partnerarbeit: Besprecht die Zeitungsmeldung und korrigiert mögliche Fehler.
a) Die Meldung „6 % aller Münchner Theaterkarten sind Freikarten“ stand wie folgt in der Zeitung: „Jede 6. Karte ist eine Freikarte.“
b) „Fuhr vor einem Jahr noch jeder zehnte Autofahrer zu schnell, so ist es mittlerweile heute nur noch jeder fünfte. Doch auch 5 % sind zu viel.“
c) „Bis in die siebziger Jahre starben 20 % der herzkranken Kinder in den ersten Lebensjahren. Heute überleben 80 %“, sagt Dr. Bauer nicht ohne Stolz.

6. Was ist der Grundwert G, der Prozentwert W und der Prozentsatz p %?
Miriam ist 15 Jahre alt und hat 45 € gespart. In der Hauptstraße 120 steht ein gebrauchter Roller, für den der 50-jährige Besitzer 300 € haben möchte. Miriams Vater meint, sie habe von diesem Kaufpreis bereits 15 % gespart und hat damit Recht.

Berechnung des Prozentwertes W

Löst Aufgabe 1 und Aufgabe 2 in Partnerarbeit.

1. Kira muss die beiden abgebildeten Aufgaben lösen. Sie macht ihre Hausaufgaben zusammen mit ihrer großen Schwester Pia. Kira besucht die 8. Klasse, Pia die 10. Klasse.

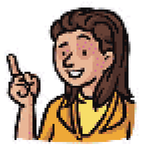
> **14.** Ein Flugzeug hat 250 Plätze für Passagiere. Beim Flug von Düsseldorf nach Rom sind 92 % der Plätze besetzt. Wie viele Gäste sind an Bord?
>
> **15.** Im Jahr 2019 gab es in Hannover 14 % sogenannte Sommertage (Tage mit Höchsttemperaturen von mindestens 30°). Wie viele Sommertage waren das?

Aufgabe 14 löse ich mit dem Dreisatz.

Kira

: 100	100 %	250 Plätze	: 100
· 92	1 %	2,5 Plätze	
	92 %		

Pia



Also ich rechne mit dem Taschenrechner 250 · 0,92.

a) Führt mit dem Taschenrechner Kiras Rechnung und auch die Rechnung ihrer Schwester Pia zu Ende und beantwortet die Frage, wie viele Gäste an Bord sind.

b) Löst Aufgabe 15 einmal so wie Kira und einmal so wie Pia.

2. Pia hat mit einer Formel gerechnet. Nutzt W (Prozentwert), G (Grundwert) und p % (Prozentsatz) und stellt die Formel auf. Stellt euer Ergebnis in der Klasse vor.

Sind der **Grundwert G** und der **Prozentsatz p %** bekannt, dann kannst du den **Prozentwert W** mit Hilfe der **Prozentformel** berechnen: **W = G · p %**

Gegeben: G = 548 €; p % = 15 %; gesucht: W

$W = G \cdot p\% \xrightarrow{\text{Gegebenes einsetzen}} W = 548\,€ \cdot 0{,}15 \xrightarrow{\text{schriftlich oder mit TR}} W = 82{,}30\,€$

3. Berechne den Prozentwert mit der Formel. Kontrolliere mit dem Dreisatz.

a) 38 % von 400 Euro	**b)** 4 % von 110 ℓ	**c)** 78 % von 65 t
d) 9 % von 500 Euro	**e)** 14,5 % von 800 kg	**f)** 9,8 % von 628 Euro
+g) 17 % von 800 t	**+h)** 7% von 110 ℓ	**+i)** 84 % von 65 kg
+j) 8 % von 234 Euro	**+k)** 12,5 % von 88 ℓ	**+l)** 18,7 % von 89 Euro

4. Von den 6 700 Losen der Tombola sind 3 % Hauptgewinne, 8 % sind Kleingewinne. 29 % der Lose sind Trostpreise. Alle weiteren Lose sind Nieten. Berechne mit der Prozentformel, wie viele Lose das jeweils sind.

5. Sabrina spart monatlich 15 % ihres Taschengeldes von 40 Euro. Wie viel Geld ergibt das in einem Jahr?

6. Partnerarbeit: Ein Forschungsinstitut befragte 31 337 Personen über 14 Jahren nach ihren Hobbys.

a) Wie viele Personen nannten jeweils das angegebene Hobby?

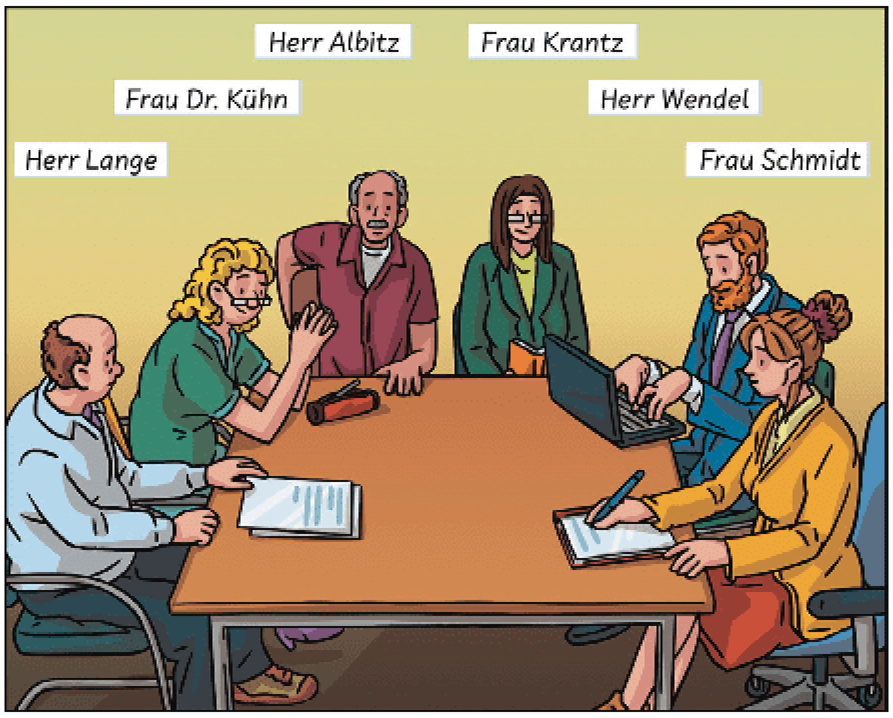
b) Erfragt in eurer Klasse die beliebtesten Hobbys und stellt die Ergebnisse als Prozentsätze in einem Säulendiagramm (Mehrfachnennungen sind möglich) dar.

Die beliebtesten Hobbys		
1.	Musik hören	90,8 %
2.	Fernsehen	86,5 %
3.	Essen gehen	75,7 %
4.	Zeitung lesen	72,7 %
5.	Partys, Freunde	70,0 %
6.	Zeitschriften lesen	68,4 %
7.	Auto fahren	56,1 %
8.	Rad fahren	55,3 %

7. Von 450 Schülerinnen und Schülern der Leibnizschule haben 44 % einen Migrationshintergrund – ihre Eltern oder sie selbst sind also nicht in Deutschland geboren. Wie viele Schülerinnen und Schüler sind das?

+8. Bei der industriellen Verarbeitung von Tomaten bleiben 41 % der Masse als Abfall. Am gestrigen Tag sind 3 500 kg Tomaten verarbeitet worden. Wie viel Abfall gab es dabei?

+9. Ein Schulbuchverlag hat Übungshefte für 8. Klassen mit vielen Aufgaben hergestellt. Im Jahr 2019 verkaufte der Verlag insgesamt 12 520 Übungshefte. An jedem Heft verdient der Verlag 6,40 €.



a) Wie hoch waren die Einnahmen des Verlags durch den Verkauf der Übungshefte im Jahr 2019?

b) Die 6 abgebildeten Mathematiklehrer haben gemeinsam das Übungsheft hergestellt und werden deshalb an den Verlagseinnahmen beteiligt.
Frau Dr. Kühn erhielt 2,45 %, Herr Albitz 1,82 %, Frau Schmidt und Frau Krantz jeweils 1,54 % sowie Herr Lange 1,38 % und Herr Wendel 1,27 %. Berechnet, welchen Betrag jede Lehrkraft erhält.

10. Wie viel Gold eine Kette oder ein Ring enthält, wird in Promille angegeben. Der Stempel 750 in einem Schmuckstück bedeutet, dass das Schmuckstück zu 750 ‰ aus Feingold besteht.

a) Wie viel Gramm Feingold enthält eine Kette, die 150 g wiegt?

b) Gib den Anteil des Goldes in Prozent an.

Promille
$1\,‰ = \frac{1}{1000} = 0{,}001$
$1\,‰ = 0{,}1\,\%$

1 ℓ = 1 000 mℓ

Eine Provision ist eine Bezahlung für die Vermittlung eines Geschäfts.

11. Ein Erwachsener hat ca. 6 ℓ Blut im Körper. Beträgt der Alkoholgehalt davon 0,5 ‰, dann darf er nicht mehr selbst Auto fahren. Wie viel Milliliter reiner Alkohol wäre das?

12. Für den Abschluss einer Lebensversicherung über 100 000 € erhält der Vermittler eine Provision von 225 €. Wieviel Promille der Versicherungssumme sind das?

Berechnung des Grundwertes G

Löst Aufgabe 1 und Aufgabe 2 in Partnerarbeit.

Ein Törn ist eine Fahrt mit einem Boot.

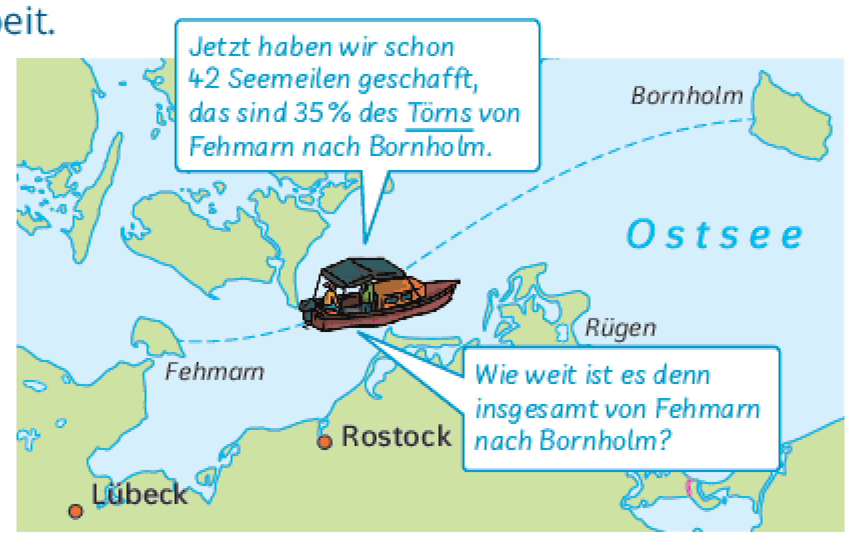
1.

: 35	35 %	42 sm	: 35
· 100	1 %	1,2 sm	
	100 %		

$W = G \cdot p\,\%$

$42 = G \cdot 0{,}35 \quad |:0{,}35$

$\_\_\_\_\_ = G$



a) Tim und Svenja wollen die Frage des Seglers auf dem Schiff beantworten. Welche Größen sind durch die Mitteilung des Steuermanns gegeben, welche ist gesucht?

b) Setzt die Lösungsansätze von Tim und Svenja fort und beantwortet die Frage nach der Entfernung zwischen Fehmarn und Bornholm.

2. Familie Münchow hat ein Haus gebaut. Es hat eine Grundfläche von 120 m² und nimmt damit 16 % des Baugrundstücks ein. Wie groß ist das Baugrundstück? Erklärt die beiden Rechenwege, führt sie zu Ende und beantwortet die Frage.

$W = G \cdot p\,\%$

einsetzen

$120 = G \cdot 0{,}16 \quad |:0{,}16$

$\frac{120}{0{,}16} = G$

$W = G \cdot p\,\%$

$\frac{W}{p\,\%} = G$

einsetzen

$\frac{120}{0{,}16} = G$

Ist der **Prozentwert W** und der **Prozentsatz p %** bekannt, dann hast du zwei Möglichkeiten, den **Grundwert G** mit der **Prozentformel W = G · p %** zu berechnen:

Zuerst einsetzen **Zuerst umformen**

Herr Kühnert zahlt 780 € Miete. Das sind 32,5 % seines Gehaltes. Wie hoch ist es?
Gegeben: W = 780 €, p % = 32,5 %; gesucht: G

Zuerst einsetzen:

$W = G \cdot p\% \xrightarrow{\text{einsetzen}} 780\,€ = G \cdot 0{,}325 \quad |:0{,}325$

$\frac{780\,€}{0{,}325} = G$

$2\,400\,€ = G$

Zuerst umformen:

$W = G \cdot p\% \quad |:p\%$

$\frac{W}{p\%} = G \xrightarrow{\text{einsetzen}} \frac{780\,€}{0{,}325} = G$

$2\,400\,€ = G$

3. Berechne den Grundwert. Runde das Ergebnis auf Cent. Benutze den Taschenrechner.

a) 17 % von ▒ € = 84,20 € **b)** 63 % von ▒ € = 29 € **c)** 3 % von ▒ € = 5 €

⁺d) 6 % von ▒ € = 19,54 € **⁺e)** 15 % von ▒ € = 7 € **⁺f)** 30 % von ▒ € = 6 €

4. Özlem bekommt monatlich 30 € Taschengeld. Das entspricht 60 % des Betrags, den ihr älterer Bruder monatlich als Taschengeld erhält.

5. Frau Lehmann hat ihr Auto verkauft, nachdem sie es zwei Jahre gefahren ist und 18 000 km damit zurückgelegt hat. Sie bekam für das Auto noch 8 280 €, das waren 36 % des Preises, für den sie zwei Jahre zuvor das Auto gekauft hatte.
Wie viel hat Frau Lehmann vor zwei Jahren für das Auto bezahlt?

Berechnung des Prozentsatzes p %

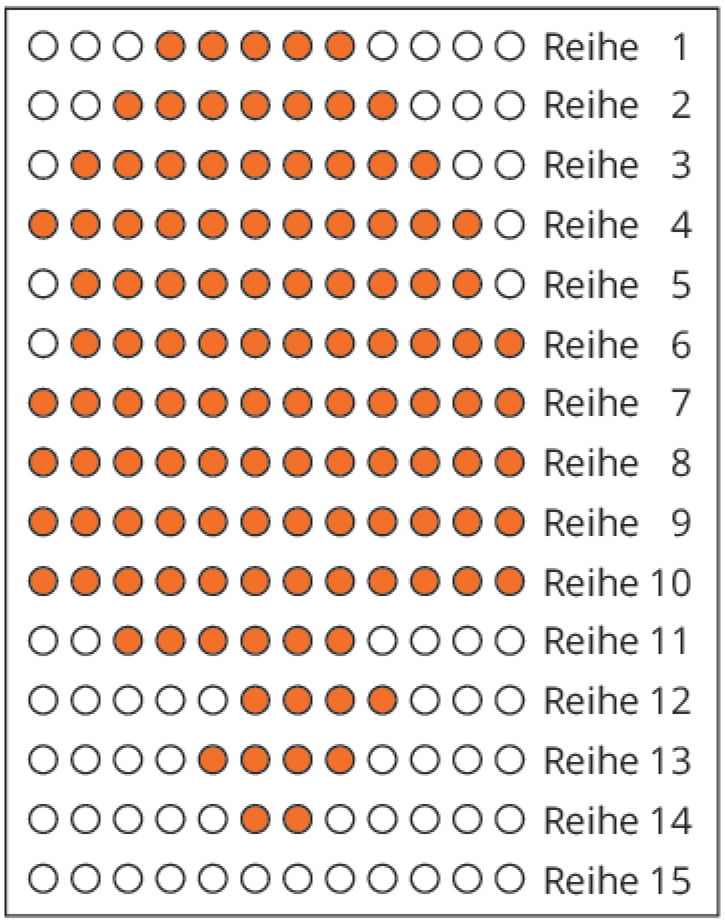
1. Ein Kino bietet die Möglichkeit, online Plätze zu reservieren. Die Abbildung zeigt, welche Plätze bereits reserviert wurden (gefärbte Kreise) und welche Plätze noch frei sind (weiße Kreise).
Setze Tims und Lauras Rechnungen fort.

Tim:

$W = G \cdot p\,\%$
$G =$ ______ $W =$ ______
______ $=$ ______ $\cdot p\,\%$ $\quad |:180$
...

Laura:

$W = G \cdot p\,\% \quad |:G$
$\frac{W}{G} = p\,\%$
$G =$ ______ $W =$ ______
...



Ist der **Grundwert G** und der **Prozentwert W** bekannt, dann hast du zwei Möglichkeiten, den **Prozentsatz p %** mit der **Prozentformel W = G · p %** zu berechnen:

Zuerst einsetzen **Zuerst umformen**

Von 568 Vereinsmitgliedern gehören 175 zur Fußballabteilung. Wie viel Prozent sind das?
Gegeben: G = 568; W = 175; gesucht: p %

Zuerst einsetzen:
$W = G \cdot p\,\%$
$175 = 568 \cdot p\,\% \quad |:568$
$\frac{175}{568} = p\,\%$
$0{,}3081 \approx p\,\%$
$p\,\% \approx 30{,}8\,\%$

Zuerst umformen:
$W = G \cdot p\,\% \quad |:G$
$\frac{W}{G} = p\,\%$
$\frac{175}{568} = p\,\%$
$0{,}3081 \approx p\,\%$
$p\,\% \approx 30{,}8\,\%$

2. Berechne den Prozentsatz. Runde, wenn nötig, auf zwei Nachkommastellen.
a) 85 mℓ von 500 mℓ **b)** 38 kg von 800 kg **c)** 16 cm von 2 000 cm
d) 90 Euro von 720 Euro **e)** 45 m von 112,5 m **f)** 5 g von 250 g
+**g)** 68 Euro von 300 Euro +**h)** 60 ℓ von 110 ℓ +**i)** 169,20 Euro von 235 Euro
j) 250 g von 4,7 kg **k)** 120 m von 13 km **l)** 250 Euro von 12 Euro

3. Was ist mehr?
a) 40 € von 200 € oder 50 € von 300 €? **b)** 15 ℓ von 300 ℓ oder 20 ℓ von 400 ℓ?

4. Murat und Yasin trainieren Elfmeterschießen. Murat hat von 30 Schüssen 24 verwandelt. Yasin hat bei 35 Treffern 15 Elfmeter verschossen. Wer von beiden war bei diesem Training der bessere Schütze?

Vermischte Aufgaben

1. Bestimme die gesuchte Größe.

a) Tim möchte einen neuen Computer kaufen, der eigentlich 250 Euro kostet. Heute ist er 20 % günstiger. Wie viel Geld spart er?

b) Hannes hat schon 140 Euro gespart. Er möchte sich ein Fernseher für 400 Euro kaufen. Wie viel Prozent hat er schon gespart?

c) Laila möchte sich ein neues Handy kaufen. Sie hat schon 30 % gespart, das sind 120 Euro. Wie viel kostet das Handy insgesamt?

2. Welche Größe ist gesucht? Berechne mit Hilfe des Taschenrechners.

a) 12 % von 260 Euro **b)** 2 Euro von 25,50 Euro **c)** 200 % sind 64 m

+d) 62 % von 920 Euro **+e)** 8 % sind 24 kg **+f)** 35 kg von 90 kg

3. In der Schillerschule wurden die Schülerinnen und Schüler nach ihrem Geburtsland befragt. Übertrage die Daten in ein Tabellenkalkulationsprogramm.

a) Berechne für jedes Land die Prozentsätze, auf eine Stelle nach dem Komma gerundet.

b) Stelle sie in einem geeigneten Diagramm dar.

Land	Prozent	Anzahl
Deutschland		261
Türkei		88
Polen		73
Spanien		44
Italien		21
Russland		13

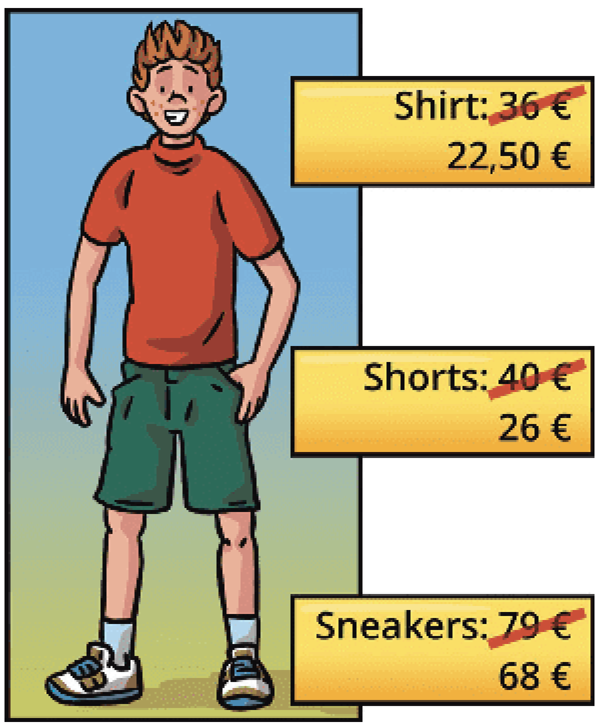
+4. Bei einem Aufnahmetest haben von 75 Bewerbern 53 Bewerber den Test bestanden. Wie viel Prozent sind das? Runde auf einen ganzzahligen Prozentsatz.

+5. Zur Nachmittagsvorstellung war das Kino nur zu 70 % mit 357 Zuschauern belegt. Wie viele Zuschauer fasst das Kino insgesamt?

+6. Von den 624 Besuchern der Ebert-Schule kommen 46 % mit dem Bus, 22 % kommen zu Fuß zur Schule. Wie viele Besucher sind das jeweils?

7. Gruppenarbeit: Die Festplatte von Lindas Computer hat eine Speicherkapazität von 50 GB (Gigabyte). Durch Programme und Dateien sind 36,5 GB belegt. Zum Geburtstag bekommt sie einen neuen Laptop, dessen Festplatte 380 GB speichern kann. Linda wird alle Programme und Dateien von der alten auf die neue Festplatte übernehmen. Stellt vier Fragen, beantworte sie und dokumentiert euer Vorgehen.

8. Pablo kauft sich im Angebot ein neues Outfit. Berechne, wie viel Prozent er bei jedem einzelnen Kleidungsstück spart. Wie viel Prozent spart er auf den Gesamtpreis?



9. Am Kinotag kostet der Eintritt 8 € statt 10 €. Um wieviel Prozent muss die Besucherzahl am Kinotag höher sein als sonst, damit die Einnahmen genau so hoch bleiben?

Prozentsätze über 100 %

Löst Aufgabe 1 und Aufgabe 2 in Partnerarbeit.

1. **a)** Beschreibt den Unterschied zwischen den Aussagen von Ole und Paula.
b) Rechts seht ihr die Rechenwege von Ole und Paula. Führt die Rechnungen zu Ende und entscheidet, welcher Rechenweg zu Oles und welcher Rechenweg zu Paulas Aussage passt.

① $30\text{ kg} \cdot \frac{150}{100}$

② $30\text{ kg} + 30\text{ kg} \cdot \frac{50}{100}$

2. Berechnet, wie hoch der neue Kontostand von Mira ist und wie viel die Kinokarte im neuen Jahr kostet.

Mira hat ihren Kontostand von 150 € auf 300 % davon gesteigert.

Früher kostete der Eintritt 4 €, im neuen Jahr stieg der Preis um 300 %

Bei Prozentsätzen über 100 % ist der Prozentwert W größer als der Grundwert G.

Eine Vergrößerung des Grundwerts **um p %** bedeutet dabei das gleiche wie eine Vergrößerung **auf 100 % + p %**.

Du kannst diese Vergrößerung auf 2 Arten berechnen:

① Berechne p % vom Grundwert.	① Berechne 100 % + p %.
② Addiere das Ergebnis zum Grundwert.	② Multipliziere das Ergebnis mit dem Grundwert.

Im ersten Test erreichte Aishe 16 Punkte, im zweiten Test stieg ihre Punktzahl um 25 %.

① 25 % von 16 = 0,25 · 16 = 4	① 100 % + 25 % = 125 %
② 16 + 4 = **20**	② 125 % von 16 = 1,25 · 16 = **20**

Im zweiten Test erreichte Aishe 20 Punkte.

3. **a)** Ein PKW verbraucht 6,5 ℓ auf 100 km. Mit dem Dachträger steigt der Verbrauch auf 150 %.
b) Im Mai wurden 280 Kugeln Zitroneneis verkauft. Im Juli stieg diese Zahl um 450 %.
c) Eine Autofirma produziert 2 000 Autos am Tag. Durch den Einsatz neuer Maschinen kann die Produktion auf 150 % gesteigert werden.

4. Im Jahr 2018 hat die Erdbevölkerung die 7-Milliardenmarke erreicht. Gegenüber 1960 ist das eine Steigerung auf ca. 233 %.
Wie viele Menschen haben 1960 auf der Erde gelebt?
Benutze den Taschenrechner und runde das Ergebnis.

Prozentuale Änderungen

1. Frau Siebold zahlt für ihre Apotheke 2400 € Miete. Der Hausbesitzer verlangt ab Januar 25 % mehr. Wie hoch ist die neue Miete?

Ladenmiete G 100 %	25 %

Neue Ladenmiete 125 %

25 % von 2400 €
=

2400 €
+
=

2400 € · 1,25
=

Führe beide Rechnungen zu Ende und notiere einen Antwortsatz.

2. Im Jahr 2016 wurden in Deutschland 909 Mio t CO_2 ausgestoßen. 2017 waren es 12,5 % weniger. Wie hoch war der Ausstoß im Jahr 2017?

Ausstoß 2016 100 %	12,5 %

Ausstoß 2017 87,5 %

909 000 000 · 0,875
=

Führe die Rechnung der beiden zu Ende und notiere einen Antwortsatz.

Ein Grundwert wird oft um einen prozentualen Anteil p % vermehrt oder vermindert.

Du erhältst den vermehrten Grundwert, wenn du den Grundwert mit dem Prozentfaktor 100 % + p % multiplizierst.

Du erhälst den verminderten Grundwert, wenn du den Grundwert mit dem Prozentfaktor 100 % – p % multiplizierst.

G = 2190 €;
Erhöhung um p % = 6,5 %;
Prozentfaktor = 100 % + 6,5 %
= 106,5 % = 1,065
W = 2190 € · 1,065 = 2332,35 €

G = 1240 €;
Verminderung um p % = 17 %;
Prozentfaktor = 100 % – 17 %
= 83 % = 0,83
W = 1240 € · 0,83 = 1029,20 €

3. Berechne den vermehrten Prozentsatz (100 % + p %) und damit den neuen Preis.

	a)	b)	c)	+d)	+e)
alter Preis	250 €	340 €	67,60 €	156 €	850 €
Erhöhung **um %**	4 %	12 %	5 %	20 %	35 %
Erhöhung **auf %**	104 %				
neuer Preis					

4. Berechne den verminderten Prozentsatz (100 % – p %) und damit den neuen Preis.

	a)	b)	c)	+d)	+e)
alter Preis	680 €	125 €	77,60 €	312 €	475 €
Verminderung **um %**	6 %	15 %	5 %	30 %	25 %
Verminderung **auf %**	94 %				
neuer Preis					

5. Die Preissenkung **um 35 %** entspricht einer Preissenkung **auf 65 %**. Berechne den neuen Preis mit der Formel, ohne die Preissenkung extra zu berechnen.

6. Ein Fernseher kostet 630 €. Nach Ostern wird der Preis um 15 % gesenkt. Berechne den reduzierten Preis.

7. Berechne den neuen Preis. Wie gehst du vor?

a) Ein Schrank kostet 1 200 €. Frau Voss findet den gleichen Schrank um $\frac{1}{4}$ billiger.

b) Der Eintrittspreis für eine Ausstellung betrug bisher 8 €. Der Preis wird um $\frac{1}{5}$ erhöht.

+8. Berechne den vermehrten oder den verminderten Grundwert.

Grundwert	3 500 €	570 km	1 140 kg	820 m	640 €	28 Tage	690 m²
vermehrt um	14 %			32 %		50 %	15 %
vermindert um		18 %	23 %		44 %		
neuer Wert							

+9. Herr Yasici hat eine Lohnerhöhung erhalten. Der alte Stundenlohn von 12,50 € wird um 4 % erhöht. Auf wie viel Euro erhöht sich der Lohn in einer 40-Stunden-Woche?

10. Ein Computer kostet nach einer Preissenkung um 25 % nur noch 749,25 €. Lag der ursprüngliche Preis noch unter 1 000 €?

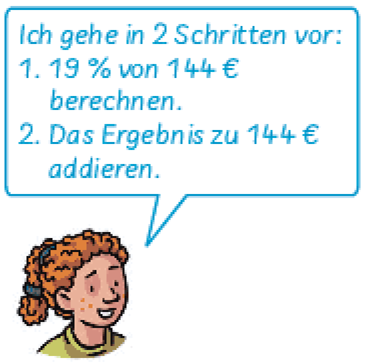
11. In der Boutique „Be Happy“ werden die Preise nach dem Sommer um 25 % reduziert. Mike ist Auszubildender in dieser Boutique und hat Preisschilder entworfen. Seine Chefin meint: „Die Schilder sind schön geworden, allerdings fehlen die alten Preise. Die Kunden wollen den Unterschied sehen.“ Berechne die ursprünglichen Preise.

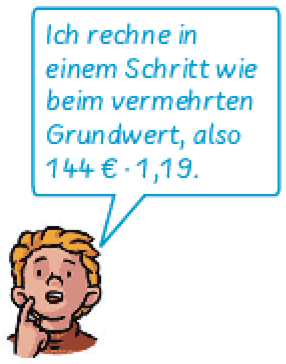
12. Ina ist 13 Jahre alt. Sie bekommt 15 € Taschengeld im Monat. Ihre Eltern haben ihr versprochen, dass sie ihr Taschengeld nach jeweils einem Jahr um 20 % erhöhen wollen. Wie alt ist Ina, wenn ihr Taschengeld erstmals mehr als 30 € beträgt?

13. Skier kosten 398 €. Kurz vor Weihnachten wird der Preis um 10 % erhöht. Nach Ende der Ski-Saison wird der Preis um 10 % reduziert. Kosten die Skier jetzt wieder 398 €? Begründe deine Antwort.

Mehrwertsteuer

1. Frau Demir kauft ihrem Sohn ein Fahrrad. Es kostet netto 144 €. Hinzu kommt die Mehrwertsteuer von 19 %.
Welchen Betrag muss Frau Demir für das Fahrrad bezahlen?





Die **Mehrwertsteuer** wird mit **MwSt.** abgekürzt und ist eine Steuer, die auf den Verkauf von Produkten erhoben wird. Sie muss auf Rechnungen ausgewiesen werden. Meistens beträgt sie 19 %. Für Grundnahrungsmittel wie Brot oder Milch beträgt sie 7 %.
Nettopreis · 1,19 = Bruttopreis (für 19 % MwSt.)
Nettopreis · 1,07 = Bruttopreis (für 7 % MwSt.)

- Nettopreis: 120 €, MwSt.: 19 %
  120 € · 1,19 = 142,80 €
  Der Bruttopreis beträgt 142,80 €.
- Nettopreis: 120 €, MwSt.: 7 %
  120 € · 1,07 = 128,40 €
  Der Bruttopreis beträgt 128,40 €.

2. Berechne den Bruttopreis.

Nettopreis	**a)** 425 €	**b)** 21 640 €	**c)** 12,85 €	**+d)** 80,60 €	**+e)** 43,70 €
MwSt.	19 %	19 %	7 %	19 %	7 %
Bruttopreis	■	■	■	■	■

3. Partnerarbeit: Corinna hat sich in einem Elektromarkt einen Fernseher für 699,00 € gekauft. In diesem Betrag ist die Mehrwertsteuer von 19 % schon enthalten. In der Klasse 8a sollte der Nettopreis für das Gerät berechnet werden. Hier seht ihr unterschiedliche Lösungsansätze aus der 8a. Beurteilt sie und teilt eure Beurteilung der Klasse mit.

19 % von 699 €
= ______
und dann 699,00 €
– ______
= ______

x · 1,19 = 699 €

699 € · 0,81

denn 1 – 0,19 = 0,81

699 € : 1,19
= ______

4. Berechne den Nettopreis. Runde, wenn es nötig ist.

Nettopreis	**a)** ■	**b)** ■	**c)** ■	**d)** ■	**e)** ■
MwSt.	19 %	7 %	19 %	19 %	7 %
Bruttopreis	1 011,50 €	89,88 €	8 586,00 €	143,57 €	536,00 €

5. Im Großhandel kostet eine Spiegelreflexkamera 395,50 € netto. Im Technik-Markt gibt es die gleiche Kamera gerade für 459,50 € brutto im Angebot. Herr Martinez sagt zu seiner Frau: „Dann kaufen wir die Kamera im Großhandel, da ist sie billiger.“
Frau Martinez schüttelt den Kopf – zu Recht?

Vermischte Aufgaben

1. Ein Laptop kostet 999 Euro. Der Preis wird um 25 % reduziert. Wie viel kostet er nach der Preisreduzierung?

2. Ein Preis wird um den vorgegebenen Bruchteil reduziert. Welchem Prozentsatz entspricht der neue Preis?

a) $\frac{1}{4}$ **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** $\frac{1}{5}$ **d)** $\frac{3}{10}$ **e)** $\frac{3}{4}$ **f)** $\frac{3}{5}$ **g)** $\frac{1}{3}$

3. Berechne den Bruttopreis oder den Nettopreis.

Nettopreis	**a)** 488,00 €	**b)** 27 460 €	**c)** 1,56 €	**d)**	**e)**
MwSt.	19%	19 %	7 %	19 %	7 %
Bruttopreis				77,60 €	3,28 €

+4. Gib jeweils den Prozentfaktor an.

a) Erhöhung um 15 % **b)** Erhöhung um 6 % **c)** Erhöhung um 0,8 % **d)** Senkung um 10 %
e) Senkung um 28 % **f)** Erhöhung um 3,5 % **g)** Senkung um 4,55 % **h)** Senkung um 30 %

+5. Berechne jeweils den neuen Preis mit dem Prozentfaktor.

Alter Preis	**a)** 76 €	**b)** 3,80 €	**c)** 124,56 €	**d)** 6,20 €	**e)** 4521,00 €
Preissenkung	8 %			30 %	
Preiserhöhung		12 %	15 %		3,5 %
Neuer Preis					

6. Partnerarbeit: Rhododendron-Büsche blühen im Frühjahr wunderschön. Allerdings müssen die verwelkten Blüten später mit der Hand entfernt werden, damit die Büsche im nächsten Jahr wieder schön blühen.

Ein Schlossbesitzer beauftragt eine Gartenbaufirma mit dem Entfernen der Blüten im Schlossgarten. Das dauert bei 8 h täglich 3 Tage; an den ersten beiden Tagen sind 5 Mitarbeiter tätig, am dritten Tag 4 Mitarbeiter. Der Inhaber der Firma rechnet mit 24 € ohne MwSt. pro Mitarbeiter und Arbeitsstunde. Außerdem sind für An- und Abfahrt sowie Entsorgung insgesamt 185 € ohne MwSt. zu zahlen.

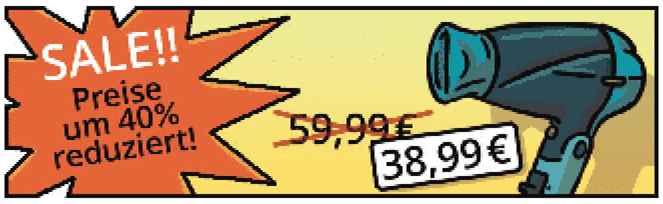
Vervollständigt zusammen die Rechnung für den Schlossbesitzer.

Rechnungsnummer: 200487

Pos.	Leistung	Stunden	Stundenlohn	Preis
01	Mitarbeiter 1		24 €	
02	Mitarbeiter 2		24 €	
03	Mitarbeiter 3		24 €	
04	Mitarbeiter 4		24 €	
05	Mitarbeiter 5		24 €	
06	An-/Abfahrt + Entsorgung	–	–	
			Summe	
			+ 19 % MwSt.	
			Gesamt	

7. Ein Fernseher wird um 25 % im Preis herabgesetzt. Nachdem der neue Preis eine Woche später nochmals um 20 % ermäßigt wird, kostet der Fernseher noch 479,40 €.
Wie hoch war der ursprüngliche Preis des Fernsehers?

8. Schau dir die Werbeanzeige genau an und beurteile, ob die Werbung fair ist.



+9. Berechne den neuen Preis mit dem Prozentfaktor.

a) 2560 €, Erhöhung um 12 %
b) 875 €, Minderung um 5 %
c) 4870 €, Minderung um 15 %
d) 750 €, Erhöhung um 25 %
e) 412 €, Erhöhung um 20 %
f) 21 000 €, Minderung um 18 %

10. Im Jahr 2016 kamen rund 792 000 Neugeborene in Deutschland lebend zur Welt. Das waren 7,4 % mehr als im Vorjahr. Wie viele Geburten gab es dann etwa im Jahr 2015? Wie viel Prozent der deutschen Bevölkerung von ca. 82,8 Mio. waren 2016 Neugeborene?

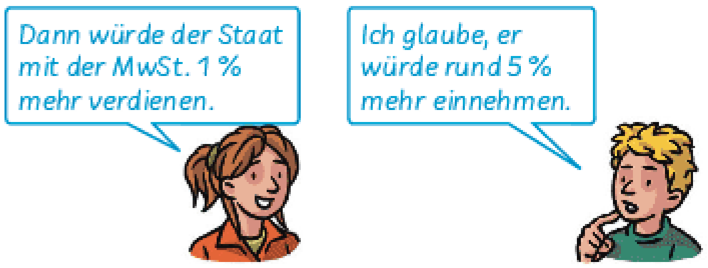
11. Ein Fußbodenverleger möchte mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms die Kundenrechnungen erstellen. Die Rechnungen sollen die Netto- und Bruttopreise der Produkte darstellen. Die MwSt. beträgt 19 %. Ergänze die Vorlage und erstelle die Rechnung.

	A	B	C	D
1	Positionen:			
2	Angebot	Netto	MwSt.	Brutto
3	Vorbereitung	60,00 €	1,19	=B3*
4	Dielen	1.350,36 €		
5	Verlegung	672,00 €		
6				
7	Gesamtbetrag			
8				

12. Ein Onlineshop senkt den Preis für ein Handy, das ursprünglich 650 € kostete, um 18 %. Eine Woche später wird der neue Preis um 10 % gesenkt.

a) Berechne den Preis des Handys nach der zweiten Preissenkung.
b) Um wie viel Prozent ist der Handypreis insgesamt gesenkt worden?

13. Partnerarbeit: Angenommen, im nächsten Jahr wird der deutsche Staat die MwSt. von 19 % auf 20 % erhöhen. Wer von den beiden hat Recht? Begründet eure Meinung in der Klasse.



14. Salih möchte wissen, wie viel sein neues Fahrrad gekostet hat. Sein Vater will es ihm nicht sagen, doch schimpft er über die Mehrwertsteuer von 85,50 €. War Salihs Fahrrad teurer als Tildas Fahrrad, das einschließlich 19 % MwSt. 499,00 € gekostet hat?

15. Gruppenarbeit: Die Differenz zweier Prozentsätze wird oft in Prozentpunkten angegeben. Besprecht in der Gruppe, weshalb eine Erhöhung von 2 % um einen Prozentpunkt auf 3 % einer Steigerung von 50 % entspricht.

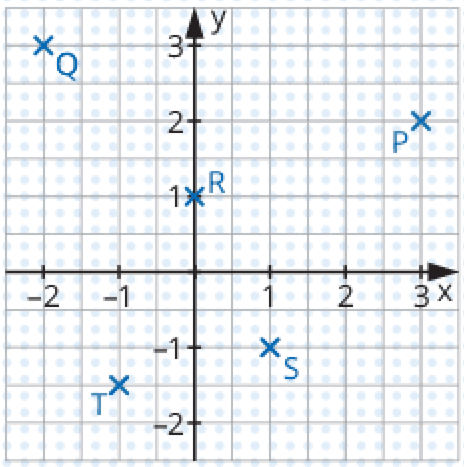
Steigt ein Prozentsatz von 2 % auf 3 %, dann sagt man, er wurde um einen **Prozentpunkt** erhöht. Prozentual gesehen beträgt die Steigerung 50 %.

16. Der Lohn von Alex ist um 100 % gestiegen, der von Birgit um 50 % gefallen. Jetzt verdienen sie gleich viel. Stellt eine Frage und beantwortet sie.

Die Ergebnisse der Aufgaben ergeben vier Städte aus vier Ländern in den Alpen.

1. Runde auf die angegebene Maßeinheit.
a) 40 509 g auf kg
b) 67 099 m auf km
c) 508 cm auf m
d) 4 498 kg auf t

2. Bestimme die fehlenden Koordinaten.
a) P(3 | ■)
b) Q(■ | ■)
c) R(■ | 1)
d) S(■ | −1)
e) T(■ | ■)



3. **a)** 4600 mℓ = ■ ℓ **b)** 5,8 hℓ = ■ ℓ
c) 3,215 m^3 = ■ ℓ **d)** 900 ℓ = ■ m^3
e) 4850 ℓ = ■ hℓ **f)** 1,5 ℓ = ■ mℓ

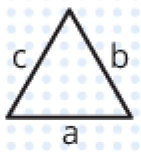
4. Berechne den Mittelwert.

a)	780 cm	620 cm	860 cm	1 140 cm	■ cm
b)	4,6 kg	900 g	1,6 kg	2 kg 500 g	■ kg
c)	11,60 €	12,40 €	8,20 €	15,80 €	■ €

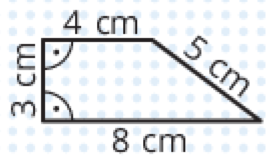
5. Berechne den Umfang der Figur.

a)


u = ■ cm

b)


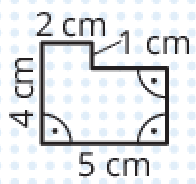
a = b = c = 70 mm
u = ■ cm

c)


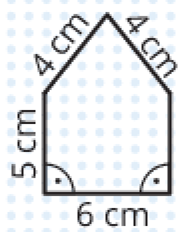
u = ■ cm

d)


u = ■ cm

e)


u = ■ cm

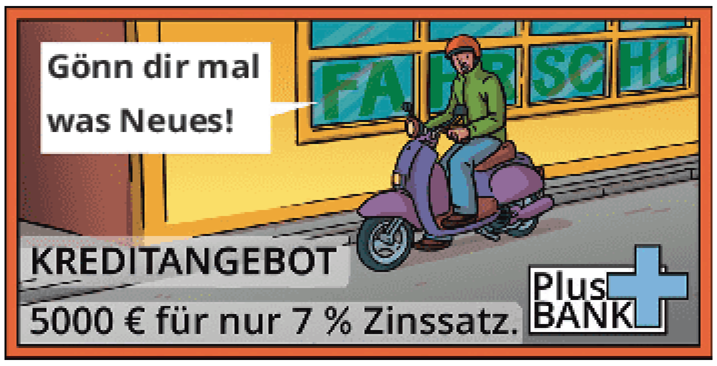
f)


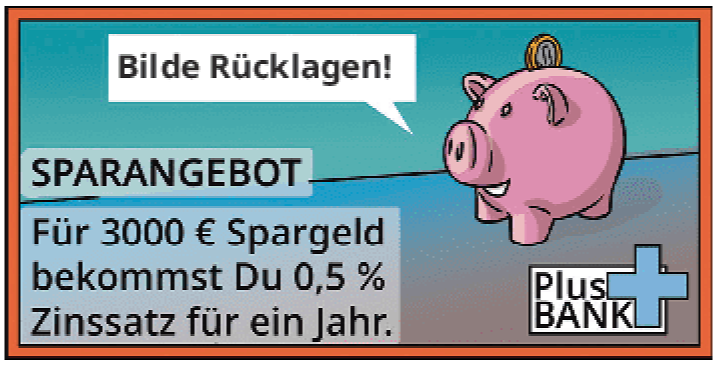
u = ■ cm

−2	N	−1,5	U	−1	H
0	X	0,9	N	1	C
2	O	2,4	U	3	I
4	M	4,6	R	5	A
12	C	18	A	20	E
21	M	22	R	23	K
24	N	40	K	41	C
48,5	S	51	I	67	H
70	R	144	D	156	R
298	W	580	I	671	L
850	R	1 500	B	3 215	N

Berechnung von Jahreszinsen

1.





a) Ordne den gegebenen Größen in den Angeboten die Begriffe Grundwert (G), und Prozentsatz (p %) zu.
b) Berechne die Zinsen, die du jährlich bei der „Plusbank" zahlen musst.
c) Berechne die Zinsen, die du bei der „Plusbank" auf 3 000 € Spargeld pro Jahr erhältst.

Gespartes oder geliehenes Geld heißt **Kapital**. Die Bank zahlt oder erhält für das Kapital nach einem Jahr **Zinsen**, die einem bestimmten Prozentsatz des Kapitals entsprechen.

Bei der Zinsrechnung entspricht das **Kapital K** dem Grundwert G, der **Zinssatz p %** dem Prozentsatz p % und die **Zinsen Z** dem Prozentwert W. Die Jahreszinsen berechnest du mit der

Zinsformel: Zinsen = Kapital · Zinssatz

$$\mathbf{Z = K \cdot p\,\%}$$

Der Zinssatz p % bezieht sich immer auf die Laufzeit von einem Jahr.

Wie viel Zinsen zahlst du für 2 500 € geliehenes Kapital, das mit einem Zinssatz von 6,4 % für ein Jahr verzinst wird?
Gegeben: K = 2 500 €, p % = 6,4 %, gesucht: Z

$Z = K \cdot p\,\%$

$Z = 2\,500\,€ \cdot 6{,}4\,\%$
$Z = 2\,500\,€ \cdot 0{,}064$
$Z = 160\,€$

Du zahlst für ein Jahr 160 € Zinsen.

2. Berechne die Jahreszinsen.

a) Kapital: 3 400 €
Zinssatz: 2 %

b) Kapital: 20 300 €
Zinssatz: 1,5 %

+c) Kapital: 540 €
Zinssatz: 4,5 %

Ein Kredit ist geliehenes Geld von der Bank.

3. Herr Fels nimmt einen Kredit von 5 000 € bei seiner Bank zu einem Zinssatz von 8 % auf. Wie hoch sind die Zinsen für ein Jahr?

Eine Spareinlage ist die Geldsumme, die auf ein Sparkonto gezahlt wurde.

4. Der Zinssatz für Spareinlagen beträgt 0,5 %, für Kredite beträgt der Zinssatz 6 %.
a) Lars leiht sich bei der Bank 300 €. Wie viel Zinsen bezahlt er nach einem Jahr?
b) Lina hat 300 € gespart. Wie viel Zinsen erhält Lina nach einem Jahr?
c) Partnerarbeit:
Überlegt, unter welchen Bedingungen Lina doppelt so viel Zinsen bekäme.

5. Pascal hat 440 € auf seinem Sparkonto. Die Bank zahlt 0,8 % Zinsen. Wie viel Zinsen erhält er nach einem Jahr?

6. Partnerarbeit: Sparst du dein Geld auf einer Bank, bekommst du dafür Zinsen von der Bank. Überlegt gemeinsam, weshalb der Zinssatz für Spareinlagen geringer ist als für Kredite. Berechnet, welche Ausgaben bzw. Einnahmen die Spar- und Kreditkasse hat. Präsentiert eure Überlegungen und Berechnungen den anderen.

Spar- und Kreditkasse	
Spareinlagen gesamt:	700 000 000 €
Zinssatz:	0,5 %
Kredite gesamt:	600 000 000 €
Zinssatz:	6 %

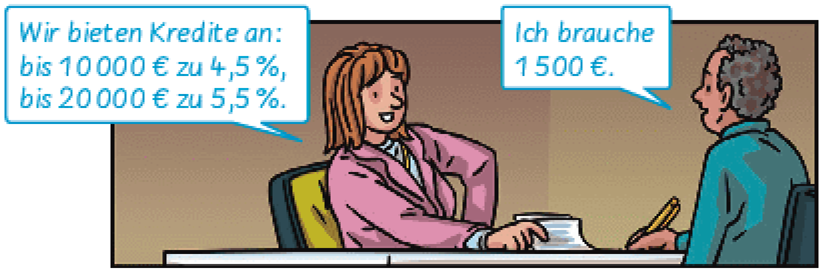
7. Max bekommt von seiner Hausbank neben den drei Kreditangeboten (siehe Tabelle rechts) noch vier weitere Angebote:
Ⓐ 5 500 € zu 3,5 % Ⓑ 8 000 € zu 2,9 %
Ⓒ 12 500 € zu 2,7 % Ⓓ 18 500 € zu 2,6 %
Berechne die Jahreszinsen mit einem Tabellenkalkulationsprogramm.

	A	B	C	D
1	Hausbank			
2	Angebot	Kredit	Zinssatz	Jahreszinsen
3	1	2.800,00 €	2,5	=B3*C3/100
4	2	3.000,00 €	2,75	
5	3	3.500,00 €	3	

Eigenkapital ist Kapital, das einem gehört und nicht geliehen ist.

8. Familie Özdemir möchte sich ein Haus zu einem Preis von 380 000 € kaufen. Sie haben 80 000 € Eigenkapital. Die Bank leiht der Familie den Rest zu einem Zinssatz von 1,2 %. Wie hoch sind die Zinsen für ein Jahr?

+9. Stelle zu jedem Bild eine Frage, dann rechne.



10. Frau Gerz möchte sich für 12 000 € ein Pferd kaufen. Ihre Hausbank bietet ihr einen Kredit über 12 000 € für 4 % an. Damit kann sie sich sofort den Traum eines eigenen Pferdes ermöglichen. In einem Jahr bekommt sie einen Sparvertrag in Höhe von 12 570 € ausgezahlt. Mit dem Geld aus dem Sparvertrag will Frau Gerz den Kredit der Hausbank zurückzahlen und auch die Zinsen bezahlen. Reicht das Geld dafür?

11. Herr Marx möchte ein Auto für 15 000 Euro kaufen. 10 000 Euro hat er bereits gespart, den Rest muss er sich leihen. Seine Bank macht ihm zwei Angebote. Überlege, wie Herr Marx bei seinem Autokauf am besten vorgehen sollte.

12. Im Wirtschaftsteil vieler Zeitungen erhältst du einen Überblick über aktuelle Zinsen für Kredite. Wie viel Euro Zinsen müsste man mindestens, wie viel höchstens pro Jahr bezahlen? Wie viel Zinsen insgesamt?

Geld und Kapital	
Kreditsumme:	5 000 €
3 Jahre	5,5 % bis 12,4 %

13. Dennis hat sich mit einem kleinen Job im letzten Jahr 1 850 € verdient. Er zahlt das Geld am 01.01. auf sein Sparkonto für einen Zinssatz von 1,5 % ein. Die Zinsen lässt er auf dem Konto liegen. Wie hoch ist das Kapital zwei Jahre später am 01.01.?

Berechnung von Kapital und Zinssatz

1. Gruppenarbeit: Entwickelt ein Lernplakat, wie man das Kapital und den Zinssatz durch Umstellen der Zinsformel berechnen kann. Erklärt am Beispiel der oberen Aufgaben die Rechenwege. Präsentiert euer Ergebnis der Klasse.

Das **Kapital K** sowie den **Zinssatz p %** kannst du mit der Zinsformel **Z = K · p %** auf zwei Arten berechnen:

Zuerst einsetzen:
① Formel aufschreiben
② gegebene Werte einsetzen
③ Gleichung lösen

Zuerst umformen:
① Formel aufschreiben
② Formel umstellen
③ gegebene Werte einsetzen

Bei welchem Kapital erhält man bei 1,8 % Zinssatz nach einem Jahr 81€ Zinsen?

Gegeben: Z = 81 €; p % = 1,8 %; gesucht: K

① $Z = K \cdot p\%$	① $Z = K \cdot p\%$ $\quad | : p\%$
② $81\ € = K \cdot 0{,}018$ $\quad | : 0{,}018$	② $Z : p\% = K$
③ $81\ € : 0{,}018 = K$	③ $81\ € : 0{,}018 = K$
$4500\ € = K$	$4500\ € = K$

Das Kapital beträgt 4500 €.

2. Berechne die gesuchte Größe.

a) Zinssatz: 4 %
Jahreszinsen: 580 €

b) Zinssatz: 6 %
Jahreszinsen: 300 €

c) Kapital 500 €
Jahreszinsen: 25 €

d) Kapital 650 €
Jahreszinsen: 16,25 €

+e) Zinssatz: 3,2 %
Jahreszinsen: 398,40 €

+f) Kapital 2400 €
Jahreszinsen: 117,6 €

3. Vergleiche die Angebote. Bei welcher Bank ist das Sparen am vorteilhaftesten?

Ⓐ **Sparen Sie bei uns!**
Für 5000 € erhalten
Sie im Jahr 70 € Zinsen

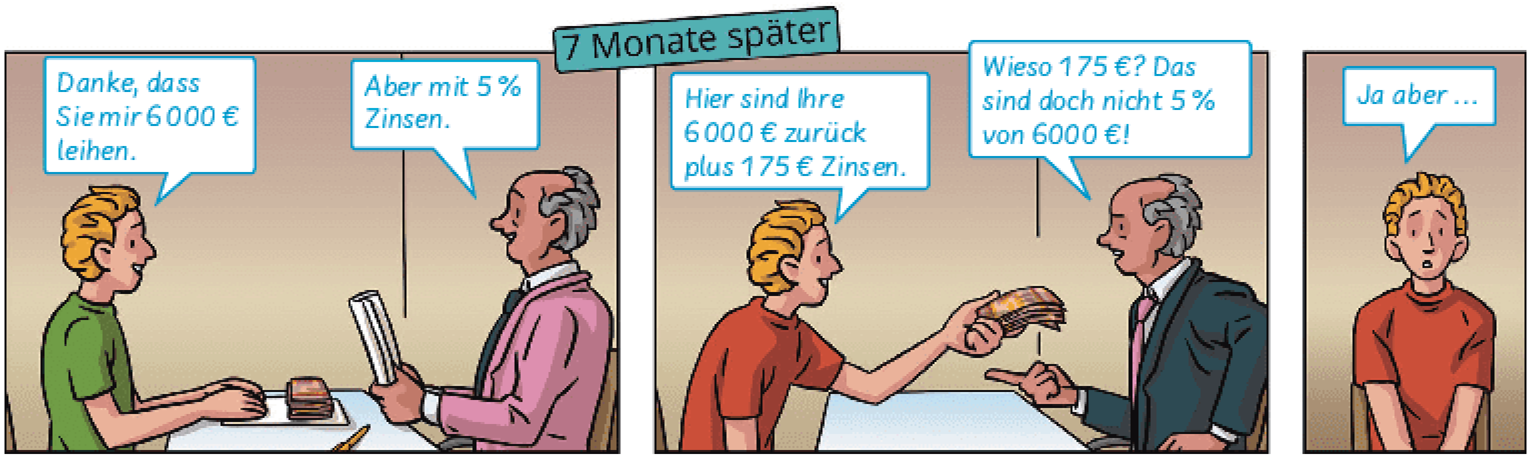
Ⓑ **Kapital gut angelegt!**
46 € im Jahr Zinsen
für nur 3000 € Sparbetrag

Ⓒ **Neues Angebot:**
1,5 % Zinsen
für Anlagen ab 2000 €

+4. Berechne die fehlende Größe (K, Z oder p %) mit der Zinsformel.

a) K = 760 €; p % = 2,3 %
b) Z = 32 €; p % = 0,9 %
c) K = 7500 €; Z = 135 €
d) K = 164 €; p % = 1,1 %
e) Z = 437,50 €; p % = 3,5 %
f) K = 23476 €; Z = 762,97 €

Berechnung der Monatszinsen



1. Partnerarbeit:

a) Überlegt einen Rechenweg zur Berechnung der Zinsen im oberen Bild. Präsentiert eure Überlegungen der Klasse.

b) Wie viel Zinsen würden anfallen, wenn 6 000 € nur 4 Monate geliehen worden wären?

c) Schreibt eine Formel zur Berechnung der Zinsen nach m Monaten auf.

Für m Monate eines Jahres gibt es auch nur $\frac{m}{12}$ der Jahreszinsen.
Es gilt 1 Jahr = 12 Monate. Für m Monate berechnest du die Zinsen mit der angepassten Zinsformel für Jahreszinsen.

Zinsen für m Monate: $Z = \text{Jahreszins} \cdot \frac{\text{Anzahl Monate}}{12}$, also $\mathbf{Z = K \cdot p\,\% \cdot \frac{m}{12}}$

Wie viel Zinsen zahlst du für 4 800 € geliehenes Kapital bei 4 % für 7 Monate?

Gegeben: K = 4 800 €; m = 7; p % = 4 %; gesucht: Z

$Z = K \cdot p\,\% \cdot \frac{m}{12}$

$Z = 4\,800\text{ €} \cdot 0{,}04 \cdot \frac{7}{12}$

$Z = 112\text{ €}$

Für das geliehene Kapital von 4 800 € zahlst du nach 7 Monaten 112 € Zinsen.

2. Berechne die Monatszinsen für 9 000 € bei 1,5 %.

a) 2 Monate **b)** 10 Monate **c)** 7 Monate **d)** 1 Monat
⁺**e)** 4 Monate ⁺**f)** 6 Monate ⁺**g)** 9 Monate ⁺**h)** 8 Monate

3. Berechne die Zinsen.

a) 1 800 € zu 6 % für 4 Monate **b)** 2 500 € zu 7,5 % für 7 Monate
⁺**c)** 350,80 € zu 3,75 % für 3 Monate ⁺**d)** 456,80 € zu 3,5 % für 9 Monate

4. Berechne die Zinsen im Kopf.

a) 2 000 € zu 10 % für 6 Monate.
b) Zinsen für 4 Monate auf 3 000 € bei einem Zinssatz von 5 %.
c) Zinsen für 3 Monate auf 8 000 € mit 4 % Verzinsung.
d) 20 000 € pro Monat bei einem Zinssatz von 6 %.

$Z = K \cdot p\,\% \cdot \frac{m}{12} \quad | \cdot 12$
$Z \cdot 12 = K \cdot p\,\% \cdot m$
…

5. Berechne die fehlende Größe (K, Z, p % oder m).

a) K = 1 000 €	**b)** K = 960 €	**c)** K = 4 400 €	**d)** Z = 40,5 €
p % = 2 %	m = 7	p % = 1,5 %	p % = 3 %
Z = 7,5 €	Z = 32 €	Z = 11 €	m = 9

Berechnung der Tageszinsen

Nutzt als Orientierung die Formel für die Monatszinsen.

1. Partnerarbeit:

a) Überlegt euch gemeinsam einen Rechenweg zur Berechnung der Zinsen im Bild. Präsentiert eure Überlegungen der Klasse.

b) Wie viel Zinsen würden für 24 Tage anfallen?

c) Schreibt eine Formel auf, mit der ihr die Zinsen für t Tage berechnen könnt.

In der Zinsrechnung gilt: **1 Monat = 30 Tage, 1 Jahr = 360 Tage**.
Für t Tage eines Jahres gibt es auch nur $\frac{t}{360}$ der Jahreszinsen. Für t Tage berechnest du die Zinsen mit der angepassten Zinsformel für Jahreszinsen.

Zinsen für t Tage: $\mathbf{Z = \text{Jahreszins} \cdot \frac{\text{Anzahl Tage}}{360}}$, also $\mathbf{Z = K \cdot p\,\% \cdot \frac{t}{360}}$

Wie viel Zinsen zahlst du für 4 500 € geliehenes Kapital bei 8 % für 40 Tage?

Gegeben: K = 4 500 €; t = 40; p % = 8 %; gesucht: Z

$Z = K \cdot p\,\% \cdot \frac{t}{360}$

$Z = 4\,500\text{ €} \cdot 0{,}08 \cdot \frac{40}{360}$

$Z = 40\text{ €}$

Für das geliehene Kapital von 4 500 € zahlst du nach 40 Tagen 40 € Zinsen.

2. Berechne die Tageszinsen für 2 400 € bei 9 % Zinsen pro Jahr.

a) 15 Tage **b)** 45 Tage **c)** 90 Tage **d)** 210 Tage
+e) 9 Tage **+f)** 35 Tage **+g)** 150 Tage **+h)** 330 Tage

3. Ein Kapital K = 600 € soll mit p % = 5 % für t = 230 Tage verzinst werden. Mit welcher Tastenfolge kannst du die Zinsen Z mit deinem Taschenrechner berechnen? Prüfe die Rechenwege. Welchen Rechenweg findest du am besten? Begründe deine Entscheidung.

① 600 $\boxed{\times}$ 5 $\boxed{\div}$ 100 $\boxed{\times}$ 230 $\boxed{\div}$ 360 $\boxed{=}$
② 600 $\boxed{\times}$ 0,05 $\boxed{\times}$ 360 $\boxed{\div}$ 230 $\boxed{=}$
③ 600 $\boxed{\times}$ 0,05 $\boxed{\times}$ 230 $\boxed{\div}$ 360 $\boxed{=}$
④ 600 $\boxed{\times}$ 0,05 $\boxed{\times}$ 230 $\boxed{\times}$ 360 $\boxed{=}$

4. Berechne die Zinsen Z. Runde das Ergebnis sinnvoll.

a) K = 2 000 €, p % = 8,5 %, t = 175 Tage
b) 2 Mio. € mit 3,5 % für 100 Tage
c) K = 850 €, p % = 14 %, t = 24 Tage
d) 456,80 € mit 18,5 % für 76 Tage
+e) 1 800 € zu 6 % für 35 Tage
+f) 2 500 € zu 7 % für 175 Tage
+g) 350,80 € zu 3,75 % für 90 Tage
+h) 456,80 € zu $3\frac{1}{2}$ % für 270 Tage

5. Berechne zuerst die Zeit in Tagen, dann die Zinsen. Runde sinnvoll.

a) 16 000 € zu 8 % vom 3.4. bis 17.9. desselben Jahres

b) 28 500 € zu $6\frac{1}{2}$ % vom 7.5. bis 10.12. desselben Jahres

2. Feb. bis 10. Apr.:
2. Feb. bis 2. Mär. sind 30 Tage
2. Mär. bis 2. Apr. sind 30 Tage,
3. Apr. bis 10. Apr. sind 8 Tage,
das sind insgesamt 68 Tage.

6. Paul hat zu seiner Konfirmation am 15. März insgesamt 1 350 € von der Familie und Freunden geschenkt bekommen. Er legt das Geld bis zum Ende des Jahres zu einem Zinssatz von 1,5 % auf sein Sparkonto. Wie viel Zinsen erhält er am Jahresende?

7. Gruppenarbeit: Erstellt eine Übersicht, in der ihr die Formel für die Tageszinsen nach K, p % und t umstellt.

$Z = K \cdot p\,\% \cdot \frac{t}{360} \quad | \cdot 360$

$Z \cdot 360 = K \cdot p\,\% \cdot t$

…

8. Berechne die gesuchte Größe.

a) K = 5 000 €; Z = 50 €; p % = 3 %; t = ?

b) K = 3 600 €; Z = 18 €; p % = 4,5 %; t = ?

c) K = 350 €; Z = 21,49 €; t = 340; p % = ?

d) Z = 19,60 €; p % = 4,8 %; t = 150 Tage; K = ?

e) K = 500 €; Z = 3,75 €; p % = 1,5 %; t = ?

f) Z = 127 €; p % = 3 %; t = 255 Tage; K = ?

9. Herr Lascheck bekommt in 80 Tagen einen Bausparvertrag in Höhe von 25 000 € ausgezahlt. Er möchte sich heute schon ein gebrauchtes Motorboot zum Preis von 23 000 € kaufen. Seine Hausbank bietet ihm einen Kredit zu 4,9 % Zinsen im Jahr an.
Wie viel Zinsen muss er bis zur Auszahlung des Bausparvertrags bezahlen?

10. Familie Bund hat für die Ausstattung ihres neuen Hauses mehrere Kleinkredite bei den Banken aufgenommen. Beim Auflisten der Kreditverträge verschüttet Herr Bund etwas Kaffee.

Kredit	Kapital	Zinssatz	Zinsen	Tage
Rasenmäher	310 €	3,5 %	3 €	
Gartenhaus	1 250 €	1,75 %	1 €	
Rollrasen	563,5 €	2 %	0,3 €	

Bestimme mit einem Tabellenkalkulationsprogramm die Anzahl der ganzen Tage.

11. Lies dir den abgebildeten Artikel durch. Welchen Zinssatz hatte die Bank angesetzt?

Bank muss 12 000 Euro an Kurzzeitmillionär zahlen

Ein Gericht verurteilte eine Bank zur Rückzahlung von rund 12 000 Euro Zinsen. Das Geldinstitut hatte dem Mann für wenige Stunden versehentlich 200 Millionen Euro auf seinem Konto gutgeschrieben, von denen der Kunde direkt zehn Millionen Euro auf ein zweites Konto überwies. Dort behielt der Mann das Geld für drei Tage. Die Bank berechnete ihm für diesen fehlenden Betrag 12 000 Euro Zinsen. Dieses Geld soll der Mann jetzt zurückbekommen, heißt es im Gerichtsurteil.

12. Dieter hat sein Konto bei einer Bank, die 8,5 % Zinsen bei Kontoüberziehung nimmt. Rechts steht seine Kontoübersicht für die Zeit vom 14. Mai 2020 bis 23. September 2020. Berechne die Zinsen für die Kontoüberziehung.

Buchungstag	Buchungsbetrag	neuer Kontostand
14. 05.	– 2 500 €	– 2 200 €
17. 06.	+ 400 €	– 1 800 €
12. 07.	– 3 100 €	– 4 900 €
18. 08.	+ 2 400 €	– 2 500 €
23. 09.	+ 5 600 €	+ 3 100 €

Hinweis: Tabellenkalkulationsprogramme haben meistens eine Funktion zur Berechnung der Zinstage.

Vermischte Aufgaben

1. Hannah hat seit dem 1. April ein Jugend-Sparkonto mit 1 200 €, das mit 1,5 % verzinst wird. Wie viel Euro Zinsen werden ihr am Jahresende gutgeschrieben?

2. Frau Müller hat sich von verschiedenen Banken Kreditangebote eingeholt. Berechne die Jahreszinsen für die Angebote.

Hausbank	Plusbank	Sparbank
5 000 € für 5,9 %	5 500 € für 5,5 %	4 500 € für 6,4 %

3. Herr Knab hat einer Kollegin Geld geliehen und bekommt am Ende des Jahres bei einem Zinssatz von 3 % genau 284 € Zinsen. Welchen Betrag har er der Kollegin geliehen?

4. Berechne die Zinsen für die angegebene Zeit, runde auf Cent.

a) 560 € zu 5 % für 3 Monate **b)** 1 350 € zu 3,5 % für 7 Monate
c) 500 € zu 4,5 % für 10 Tage **d)** 1 750 € zu 11 % für 25 Tage
+e) 2 500 € zu 7 % für 5 Monate **+f)** 3 000 € zu 6,5 % für 1 Monat
+g) 1 295 € zu 9 % für 5 Tage **+h)** 827,50 € zu 11 % für 20 Tage

0,63 € 7 € 5,06 € 13,37 € 1,62 € 16,25 € 27,56 € 72,92 €

5. Welcher Betrag muss insgesamt zurückgezahlt werden?

a) 15 000 € Kredit, 5 % Zinssatz im Jahr, nach 1 Jahr
b) 26 000 € Kredit, 7 % Zinssatz im Jahr, nach $\frac{1}{2}$ Jahr
+c) 18 500 € Kredit, 6 % Zinssatz im Jahr, nach 4 Monaten
+d) 21 000 € Kredit, 5,5 % Zinssatz im Jahr, nach 155 Tagen

Kredit
\+ Zinsen
Rückzahlung

6. Partnerarbeit: Can hat zum Geburtstag 2 000 € geschenkt bekommen und möchte damit ein Konto eröffnen. Drei Angebote stehen zur Auswahl. Welches sollte er wählen?

Hyperbank	Spar-Buch	Konto-Kasse
Jugendkonto 5 % Zinsen bis 500 €.* * Zinssatz für jeden weiteren Euro: 0 %	50 € Prämie für den Abschluss Ihres Kontos.* * Mindestanlage: 2 000 €; Zinssatz: 0 %	Unser neues Sparkonto: 1 % Zinsen auf Ihr Geld.

+7. a) Uta hat auf ihrem 2 %-Sparbuch 780 €. Wie viel Zinsen erhält sie für ein Jahr?
b) Bekäme sie bei doppeltem Zinssatz auch doppelt so viel Zinsen? Rechne nach.
c) Wie viel Zinsen bekäme sie bei halbem Kapital und doppeltem Zinssatz?

+8. Berechne das Kapital.

a) Zinssatz: 2 %
Jahreszinsen: 25 €

b) Zinssatz: 3,5 %
Jahreszinsen: 245 €

c) Zinssatz: 5,9 %
Jahreszinsen: 325,5 €

9. Werbung eines Fotogeschäfts: „*Kaufen Sie jetzt, zahlen Sie in einem Jahr.*" Wenn man eine Kamera „Digipix 9" kauft, muss man entweder sofort 395 € zahlen oder 415 € in einem Jahr. Die Bank auf der anderen Straßenseite bietet Kleinkredite an. Bis zu welchem Zinssatz wäre es günstiger, die Kamera mit einem Kredit zu finanzieren?

10. Marc besitzt am 12. Februar ein Sparkonto mit 1 455,70 € Guthaben, der Zinssatz beträgt 2 %. Weil er und seine Eltern umziehen, löst er das Konto zum 30. September desselben Jahres auf. Wie viel Euro Zinsen bekommt er?

11. Herr Berger möchte sich das Auto kaufen, 7 500 € hat er. Den Rest kann er sich zu 7,5 % für 10 Monate leihen.
a) Wie viel € leiht sich Herr Berger?
b) Berechne die Zinsen für das geliehene Geld und den Rückzahlungsbetrag.

12. In der Tabelle des Tabellenkalkulationsprogramms fehlt noch Einiges.
a) Ergänze die Formel für E2 und berechne die Zinsen.
b) Notiere die Formeln für D3 und D4 und berechne die Zinstage.

	A	B	C	D	E
1	Kredit	Kapital	p %	Zinstage	Zinsen
2	Heizung	5.000 €	0,03	90	=B2*C2*
3	Dach	24.480,00 €	0,015		25,50 €
4	Fußboden	3.960,00 €	0,04		55 €

+13. Berechne die Zinsen des gegebenen Kapitals für den Bruchteil eines Jahres.
a) 860 € zu 3,2 % für 65 Zinstage
b) 4 100 € zu 14,2 % für 28 Zinstage
c) 10 500 € zu 4,5 % für 115 Zinstage
d) 86,20 € zu 2,4 % für 56 Zinstage

14. Julian hat sein Sparkonto bei der KKF-Bank. Nach einem Jahr bekommt er bei einem Zinssatz von 2,5 % genau 10 € Zinsen. Katja hatte ein Jahr lang 600 € auf ihrem Konto bei der Plus-Bank und erhielt 12 € Jahreszinsen. Stelle Fragen und beantworte sie mit Hilfe geeigneter Rechnungen. Sollte Julian die Bank wechseln?

Die Bezahlung mit einer Kreditkarte ist eine von mehreren Möglichkeiten, bargeldlos zu zahlen

15. Herr Ricke hat eine Kreditkarte, die zu einem Konto gehört, auf dem er das ganze Jahr über ungefähr 3 500 € Guthaben hat. Für die Kreditkarte zahlt er 49 € als Jahresgebühr. Bei welchem Zinssatz bekäme er so viel Zinsen, wie die Gebühr kostet?

16. Eine Firma muss für eine Maschine 120 000 € innerhalb von 30 Tagen zahlen. Bei sofortiger Zahlung verringert sich der Betrag um 1 % (Skonto). Diesen geringeren Betrag müsste sich die Firma aber für 30 Tage bei einer Bank zu 6 % leihen. Lohnt sich das?

17. Frau Drewes erwartet in genau 3 Monaten und 18 Tagen einen größeren Betrag aus einem Sparvertrag. Das gebrauchte Motorrad zum Preis von 12 500 € möchte sie schon heute kaufen. Die Bank bietet ihr einen Kredit zu 6,9 %. Wie teuer ist das Motorrad für Frau Drewes inklusive der Kreditzinsen?

18. Herr Yilmaz braucht 20 000 € Kredit für 1 Jahr. Eine Bank verlangt 7 % Zinsen. „Barkredit“ ist ein Angebot von einem Kreditvermittler. Welches Angebot ist günstiger?

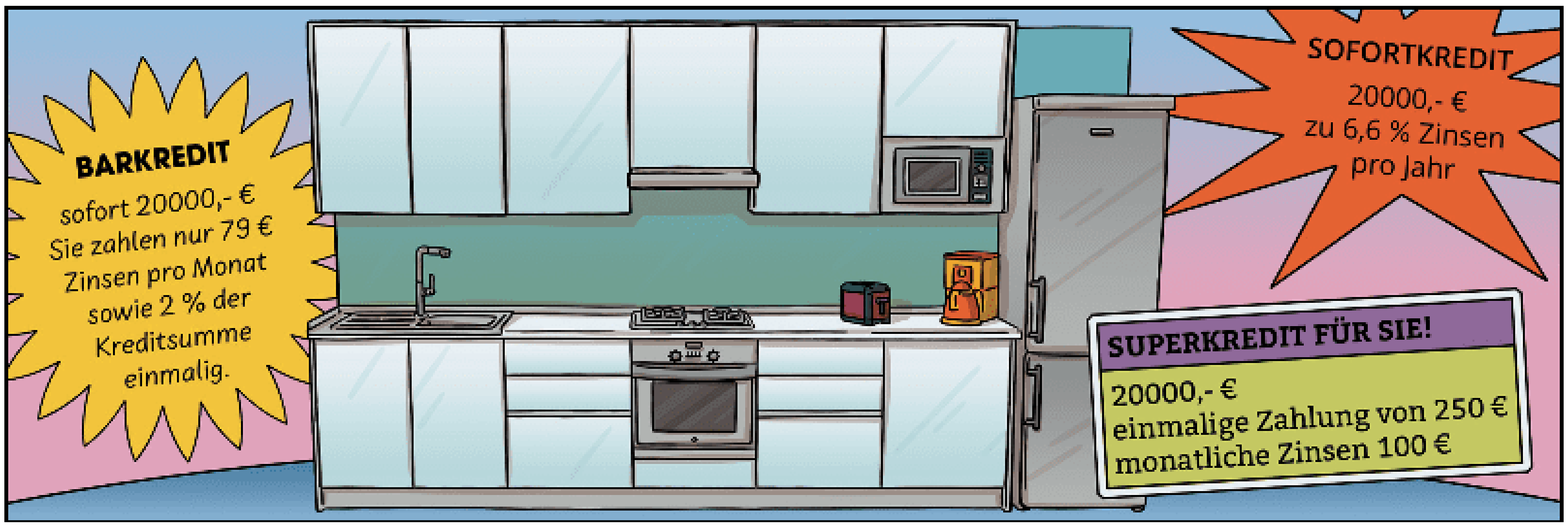
Barkredit: sofort 20 000 €, Rückzahlung nach 1 Jahr, Zinsen: nur 100 € im Monat, einmalig 2% Gebühr.

19. Herr Schallbruch hat sich einen Kleiderschrank für 1 800 € ausgesucht. Wenn er sofort kauft, kommt er in den Genuss einer Sonderaktion mit 5 % Preisnachlass. Er hat aber nur noch 1 000 € auf dem Konto, das nächste Monatsgehalt kommt in 10 Tagen. Wenn er aber mehr ausgibt, als er auf dem Konto hat, kostet ihn das 13 % Zinsen im Jahr. Soll er sofort kaufen oder 10 Tage warten?

Kredite vergleichen

Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

1. Herr Kirsch benötigt für die anstehende Sanierung seiner Küche und die neue Einrichtung 20000 €. In einem Jahr wird ihm eine Lebensversicherung in der Höhe der benötigten Kosten ausgezahlt. Berechnet jeweils die Gesamtkosten der Kreditangebote und gebt Herrn Kirsch eine Empfehlung, wenn Herr Kirsch sich das Geld schon heute leihen möchte. Begründet eure Empfehlung.



2. Frau Baum braucht dringend 21 Tage vor der nächsten Gehaltszahlung 1 500 €. Bei ihrer Hausbank würde sie dafür 9 % zahlen. Ein Bekannter will ihr das Geld für 15 € Zinsen leihen.
Im Internet entdeckt sie ein weiteres Angebot einer Onlinebank.
a) Berechnet, welchen Zinssatz der Bekannte ihr anbietet.
b) Welches Angebot sollte Frau Baum annehmen?

Dispozinsen zahlst du, wenn du dein Konto überziehst.

Bei Neueröffnung eines Girokontos bekommen Sie einen Dispozins von nur 6,5 %!!!

Girokonto: giro (italienisch) Kreis, Rundstreckenrennen; bei Banken Konto für regelmäßigen Zahlungsverkehr.

3. Max hat Moni 10 € geliehen, die sie ihm 10 Tage später zurückgibt. Er möchte als Zinsen eine Tafel Schokolade von Moni bekommen.
a) Sucht im Internet, was üblicherweise als Wucherzins gilt.
b) Wie viel dürfte die Schokolade kosten, ohne dass Max einen Wucherzins verlangt?

4. Herr Anders zahlt in 60 Tagen so viel Zinsen wie Frau Bauer in einem halben Jahr. Zusammen haben sie 24000 € Schulden. Die Zinssätze sind für beide gleich. Wie hoch sind die Schulden von Herrn Anders und von Frau Bauer? Stellt euer Ergebnis in der Klasse vor.
Zur Überprüfung eures Ergebnisses könnt ihr eine Kontrolle mit einem angenommenen Zinssatz von 10 % im Jahr vornehmen. Würdet ihr mit einem angenommenen Zinssatz von 8 % zum selben Ergebnis kommen?

Die **Prozentformel**

Prozentwert = Grundwert · Prozentsatz

W = G · p %

Die Berechnung des Prozentwertes W

G = 120 €, p % = 5 %, W = ▒

W = G · p %   W = 120 € · 0,05 = 6 €

Die Berechnung des Grundwertes G

W = 30 €, p % = 25 %, G = ▒

① W = G · p % |: p %   ② 30 € = G · 0,25 |: 0,25

$G = \frac{W}{p\,\%}$ $G = \frac{30\,€}{0{,}25} = 120\,€$

Die Berechnung des Prozentsatzes p %

G = 200 €, W = 40 €, p % = ▒

① W = G · p % |: G   ② 40 € = 200 € · p % |: 200 €

$p\,\% = \frac{W}{G}$ $p\,\% = \frac{40\,€}{200\,€} = 0{,}2 = 20\,\%$

1. a) 12 % von 260 € b) 62 % von 920 €
c) 9 % von 1 260 m d) 200 % von 38 m

2. Für einen Aufnahmetest haben von 75 Bewerbern 52 Bewerber den Test bestanden. Wie viel Prozent sind das? Runde.

3. Lena hat 550 € gespart. Davon gibt sie 25 % Prozent in einem Elektronikgeschäft für neue Spiele und Kopfhörer aus. Wie viel Geld muss sie an der Kasse bezahlen?

4. a) 5 % sind 45 €. b) 3 % sind 27 €.
c) 8 % sind 24 kg. d) 200 % sind 64 m.

5. a) 26 € von 520 € b) 25 kg von 80 kg
c) 7 m von 56 m d) 2 € von 25 €

6. Jan hat auf seiner Radtour bereits 76 km zurückgelegt. Das sind 80 % der Gesamtstrecke. Berechne die Länge der gesamten Radtour.

Der **vermehrte, verminderte Grundwert**

Der Preis von 200 € wird um 15 % erhöht. Der neue Preis ist dann 115 % des alten Preises.	Der Preis von 200 € wird um 15 % gesenkt. Der neue Preis ist dann 85 % des alten Preises.
200 € · 1,15 = 230 €	200 € · 0,85 = 170 €

7. Berechne den neuen Preis.
a) alter Preis: 264 € Preiserhöhung: 4 %
b) alter Preis: 140 € Preissenkung: 8 %
c) alter Preis: 34 € Preiserhöhung: 12 %
d) alter Preis: 16 € Preissenkung: 4,5 %

8. Alle Preise werden um 6 % gesenkt. Neuer Preis?
a) 85 € b) 45,50 € c) 124,50 € d) 12,50 €

Die **Zinsrechnung**

Das **Kapital K** ist gespartes oder geliehenes Geld. Der **Zinssatz p %** gibt an, wie viel Prozent des Kapitals für 1 Jahr an **Zinsen** zu zahlen sind.

Zinsen für 1 Jahr: Z = K · p %

9. Berechne die Jahreszinsen.
a) Kapital 800 €, Zinssatz 6 %
b) Kapital 1 250 €, Zinssatz 8,5 %

10. Berechne die fehlende Größe.
a) Kapital 1 300 €, Zinssatz 4 %
b) Zinssatz 2,5 %, Zinsen 36 €

Die **Zinsen für Monate und Tage**

Jeder Zinsmonat hat 30 Tage, das Zinsjahr hat 360 Tage.

Zinsen für m Monate: $Z = K \cdot p\,\% \cdot \frac{m}{12}$

Zinsen für t Tage: $Z = K \cdot p\,\% \cdot \frac{t}{360}$

11. Berechne die Zinsen für die angegebene Zeit.
a) Memet hat für ein Vierteljahr 650 € auf seinem Konto. Er bekommt 0,5 % Zinsen.
b) Sebastian hatte 5 Monate 350 € auf seinem Konto. Der Zinssatz betrug 1,1 %.
c) Sabrina bekommt 0,75 % Zinsen. Sie hat vom 01. Februar bis zum 31. Dezember 470 € auf ihrem Konto.

Alles klar?

1. Bei der industriellen Verarbeitung von Tomaten bleiben 40 % der Masse als Abfall. Wie viel Kilogramm sind das, wenn 5 000 kg Tomaten verarbeitet werden?

2. Von den etwa 80 Mio. Einwohnern Deutschlands leiden etwa 10 Mio. an der Zuckerkrankheit (Diabetes). Sind das 8 %, 10 % oder 12,5 % der Bevölkerung? Überschlage im Kopf.

3. 70 % des durchschnittlichen Gewichts einer Frau entfallen auf das Wasser im Körper – das sind 47,25 kg. Berechne das durchschnittliche Gewicht einer Frau.

4. Herr Busch hat ein Gehalt von 4 125 € und bekommt zum nächsten Monat eine Gehaltserhöhung um 5 %. Wie viel verdient er zukünftig?

5. Karin hat ein Jahr lang 450 € auf ihrem Sparkonto mit 2 % Zinssatz. Wie viel Euro Zinsen bekommt sie am Jahresende?

6. Die KKF-Bank bietet Kredite zu 5 % Jahreszinssatz an. Frau Schallbruch leiht 3 000 € für 3 Monate. Wie viel Euro Zinsen kostet sie das?

7. Für eine dringende Reparatur in seiner Wohnung muss Herr Thiel 1 500 € mehr ausgeben, als er auf seinem Konto hat. Das kostet 7 % Jahreszinssatz. Das neue Gehalt kommt in 15 Tagen. Wie viel Euro Zinsen muss Herr Thiel zahlen?

8. Ludwig möchte sich die neue Spielekonsole "PlayBox Pro" kaufen. Er hat zwei Angebote gefunden.
Für welches soll er sich entscheiden?

Jupiter-Markt
18 % Rabatt auf 324 €

b-mazon
238 € Nettopreis
(zuzüglich 19 % MwSt.)

9. Nachdem ihr altes Auto einen Motorschaden hatte, muss Frau Bönisch sich für 8 900 € einen Gebrauchtwagen kaufen. Der Händler nimmt ihr altes kaputtes Auto für 350 € in Zahlung. 3 250 € kann Frau Bönisch von ihrem Konto nehmen, den Rest des Kaufpreises muss sie sich zu einem Zinssatz von 6 % für 3 Monate von der Bank leihen.
Berechne die nach 3 Monaten fälligen Zinsen.

10. Berechne die Rückzahlung nach einem Jahr.

Kredit A
8 000 € zu 4,5 %
einmalige Gebühr
nur 100 €

Kredit B
10 000 € zu 4,5 %
5 000 € zu 5,5 %
keine Gebühren

Kredit C
20 000 € zu 4 %
10 000 € zu 5 %
150 € Gebühren

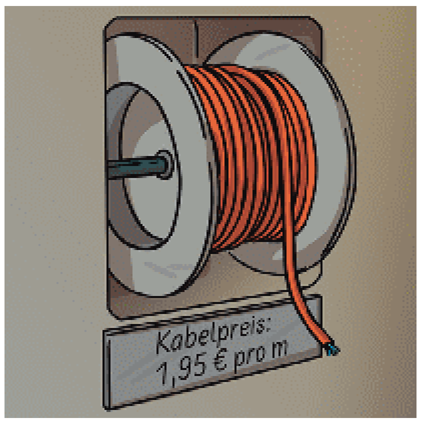
11. Wenn in einem Mietvertrag die Wohnfläche nicht genau, sondern nur „ungefähr“ angegeben ist, dann darf die angegebene Quadratmeterzahl um maximal 10 % vom genauen Wert abweichen. Wie groß darf eine Wohnung sein, deren Fläche mit „ungefähr 150 m^2“ angegeben ist?

12. Frau Kunath möchte sich ein neues Auto für 18 500 € kaufen. Bei Barzahlung wird ihr ein Rabatt von 2 % gewährt. Da sie momentan aber nur 6 500 € bar aufbringen kann, müsste Frau Kunath ihr Konto für 5 Monate überziehen. Wie hoch dürfte der jährliche Überziehungszinssatz höchstens sein, damit sich der Barzahlungskauf für Frau Kunath lohnt?

Lineare Funktionen

5

Ⓐ



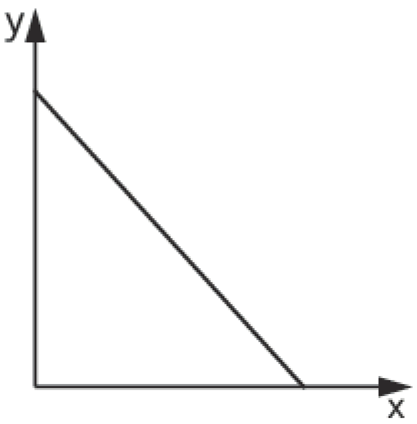
Ⓑ

Kabelpreis:
1,95 € pro m

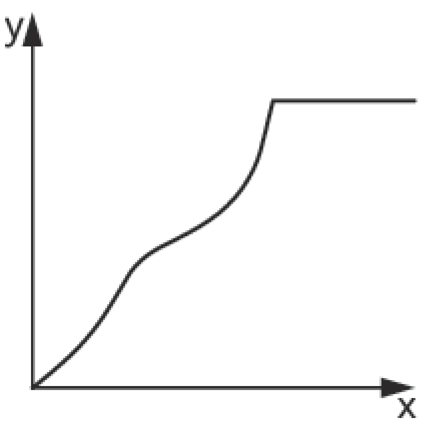
Ⓒ

Welcher der gezeichneten Graphen passt wozu?

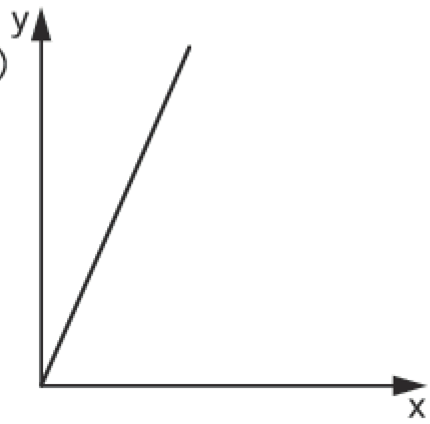
①



②



③



In diesem Kapitel lernst du, ...

... was eine Funktion ist,
... wie du lineare Funktionen zeichnerisch darstellst,
... wie du einer linearen Funktion die entsprechende Funktionsgleichung zuordnest,
... welche Bedeutung Steigung und y-Achsenabschnitt bei linearen Funktionen haben,
... wie du lineare Funktionen mit einem Computerprogramm untersuchst und zeichnest.

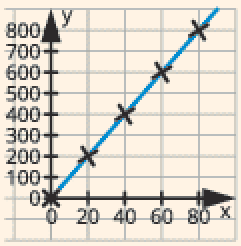
Löse die folgenden Aufgaben und schätze dich ein.

1. Proportional oder nicht? Entscheide.

a) 3 Liter kosten 2,40 €, 5 Liter kosten 4,00 €.

b) 2 Äpfel wiegen 300 g, 9 Äpfel wiegen 1 500 g.

c)



Ich kann proportionale Zuordnungen erkennen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher. → S. 203, A 1–4

2. Berechne den Wert des Terms zunächst für x = 3 und dann für x = –2.

a) 7 + x
b) 2x – 4
c) 3(x + 3)
d) x + 12 : x

Ich kann Werte von Termen berechnen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher. → S. 193, A 1–2

3. Der Preis für 1 kg Tomaten beträgt 1,20 €.

a) Erstelle eine Preistabelle für 1 kg, 2 kg, …, 10 kg Tomaten.

b) Zeichne den Graphen zu a) und lies ab, wie viel kg Tomaten du etwa für 5,00 € bekommst.

Ich kann eine Wertetabelle erstellen und den Graphen dazu zeichnen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher. → S. 204, A 1–3

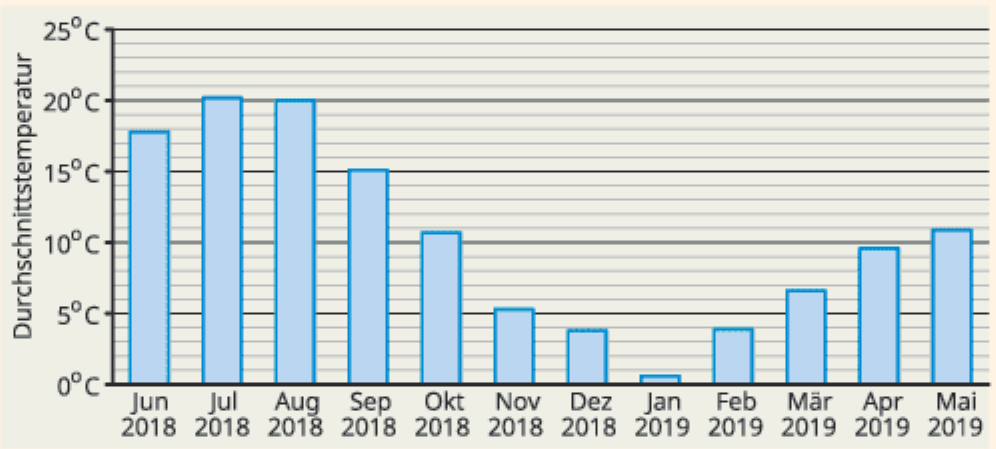
4. **a)** Zeichne ein Koordinatensystem mit der Geraden g durch die Punkte A(1,5 | 3) und B(–1 | –2).

b) Ergänze die fehlenden Koordinaten der Punkte C, D und E, die alle auf der Geraden g liegen.
C(0 | ▒), D(1 | ▒), E(▒ | –1)

Ich kann Punkte in ein Koordinatensystem eintragen und Punkte auf einer Geraden ablesen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher. → S. 205, A 1–2

5.



Das Diagramm zeigt die monatliche Durchschnittstemperatur in Deutschland von Juni 2018 bis Mai 2019.

a) Gib den Monat mit der höchsten und den mit der niedrigsten Temperatur an.

b) Wann gab es die größte Temperaturänderung von einem zum nächsten Monat?

Ich kann Informationen aus einem Diagramm entnehmen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher. → S. 206, A 1–2

Wiederholung: Zuordnungen

Du kannst **Zuordnungen** zwischen zwei Größen (*erste Größe x* → *zweite Größe y*) in einer Tabelle oder grafisch darstellen.
In der **Tabelle** steht die erste Größe in der ersten Zeile, die zweite Größe steht in der zweiten Zeile.
Alle Wertepaare (x|y) werden im **Koordinatensystem** als Punkte eingetragen. Sie ergeben zusammen den **Graphen** der Zuordnung.

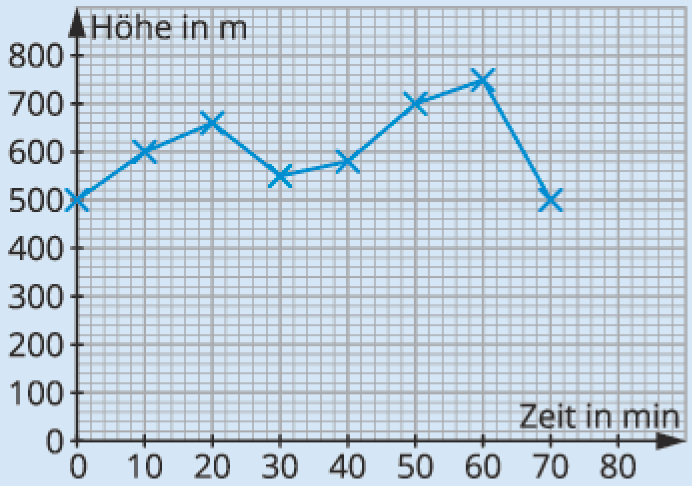
Zuordnung:
Zeit (min) → *Höhe (m)*

Tabelle:

x (min)	0	10	20	30
y (m)	500	600	660	550

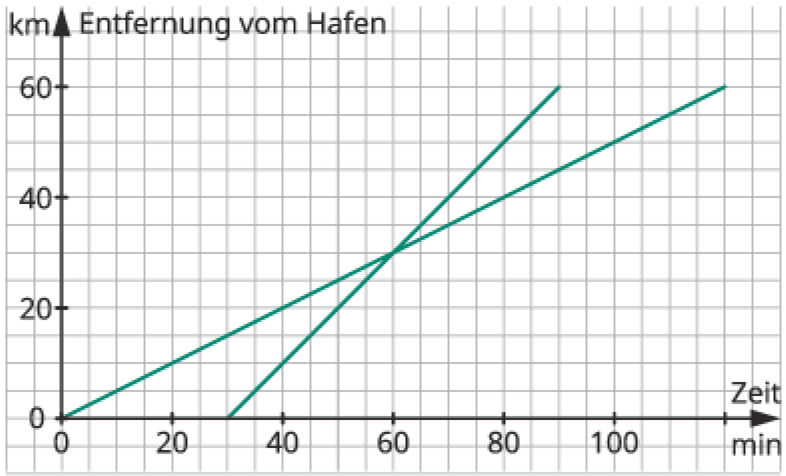
x (min)	40	50	60	70
y (m)	580	700	750	500

Graph:



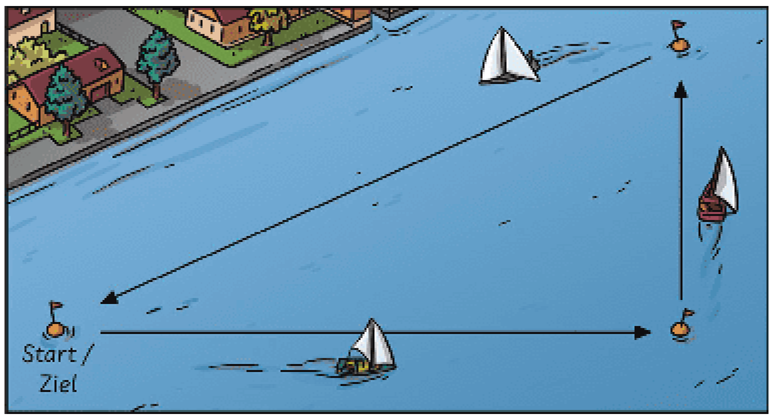
1. Ein Dampfer fährt vom Hafen mit annähernd konstanter Geschwindigkeit zu der 60 km entfernten Insel. Etwas später verlässt ein schnelles Motorboot mit demselben Ziel den Hafen. Die Fahrten der beiden Schiffe sind im Zeit-Entfernung-Diagramm dargestellt.

a) Wie viele Minuten nach dem Dampfer verlässt das Motorboot den Hafen?
b) Wie weit ist der Dampfer von der Insel entfernt, wenn das Motorboot dort ankommt?
c) Bestimme die durchschnittliche Geschwindigkeit $\left(\frac{km}{h}\right)$ des Dampfers.
d) Wie viele Minuten nach dem Start holt das Motorboot den Dampfer ein?

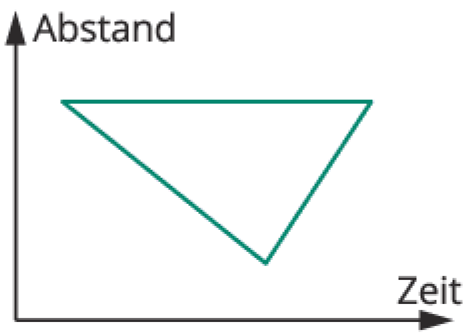


2. Bei der Segelscheinprüfung muss ein Dreieckskurs zurückgelegt werden. Die Segelstrecke ist mit Bojen markiert.

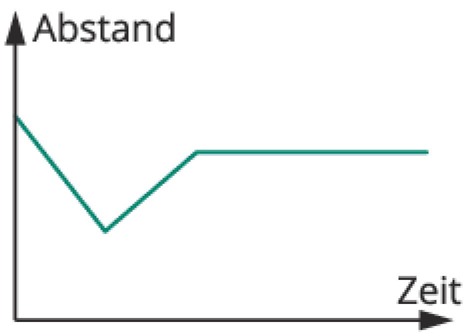
a) Welcher Graph gibt den Abstand des Segelbootes von der Küste für jeden Zeitpunkt an?
b) Partnerarbeit: Zeichnet einen Segelkurs, der zu einem der anderen Graphen passt, und stellt eure Arbeit den anderen vor.



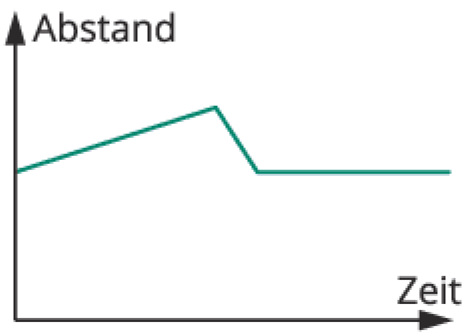
①



②



③



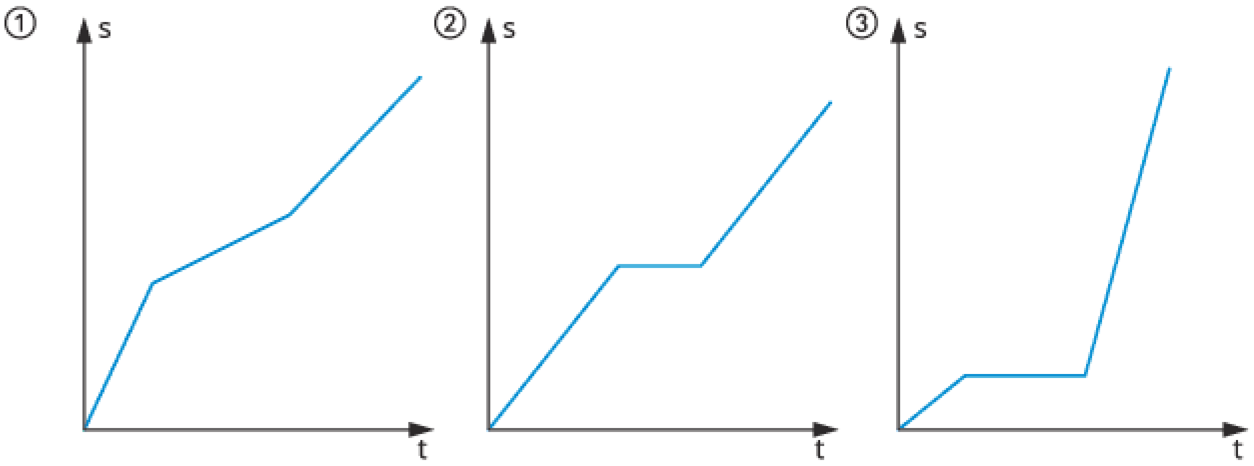
3. Welcher Graph gehört zu der Radfahr-Geschichte?

a) Ein Mann fährt mit konstanter Geschwindigkeit, macht eine Pause und fährt dann mit einer größeren Geschwindigkeit weiter.

b) Eine Frau fährt erst sehr schnell, dann langsam und zuletzt wieder schneller.

c) Ein Jugendlicher fährt gleichmäßig, macht dann eine Pause und setzt die Fahrt mit der gleichen Geschwindigkeit fort.

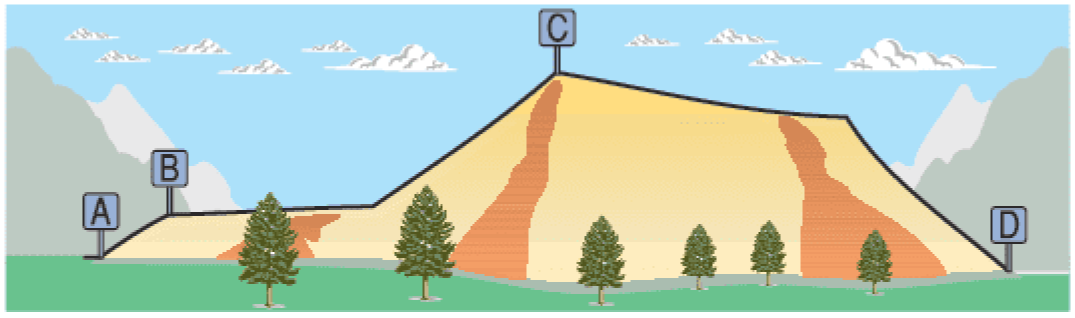
s: Weg
t: Zeit

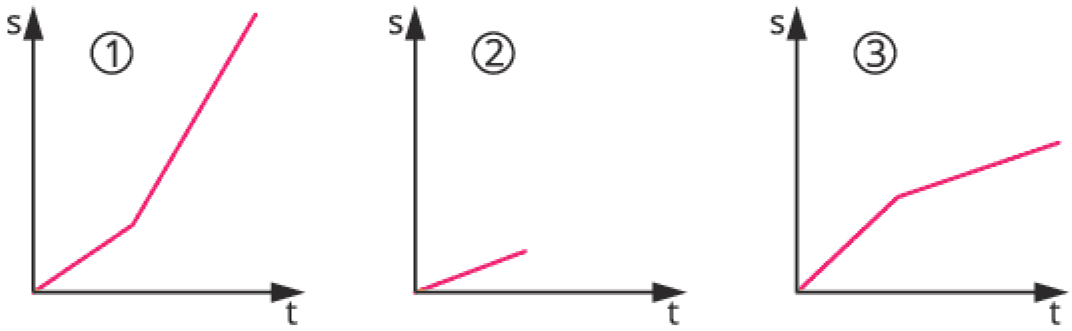


4. Mira trainiert mit ihrem Mountainbike in den Bergen.

a) Auf welcher Etappe wird Mira bei gleichem Kraftaufwand die höchste (geringste) Geschwindigkeit erreichen?

b) Ordne die drei Graphen den Etappen AB, BC und CD zu.





5. Partnerarbeit: Jan berichtet: „Nach etwa der Hälfte meines Schulweges fiel mir ein, dass ich mein Geodreieck vergessen hatte. Ich lief schnell nach Hause zurück. Dort musste ich einige Zeit suchen. Um noch pünktlich zu kommen, fuhr ich mit dem Fahrrad zur Schule."

a) Trotz ihrer Ähnlichkeit beschreibt nur einer der drei Graphen Jans Schulweg zutreffend. Überlegt gemeinsam, was die Unterschiede für die Schulweggeschichte bedeuten, und begründet so die Wahl des passenden Graphen.

b) Erfindet nun selbst eine Schulweggeschichte und präsentiert ihre Darstellung im Koordinatensystem.

Funktionen

Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

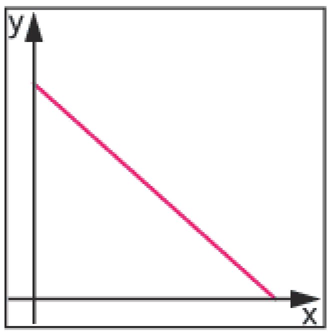
1. a) Zu jeder Zuordnung A bis D gehört einer der Graphen 1 bis 4. Ordnet sie einander zu und begründet kurz eure Zuordnung.

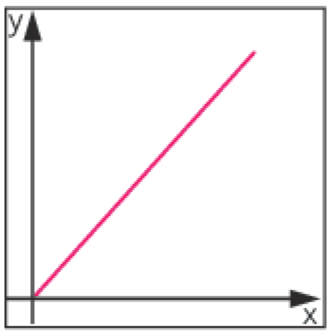
A
Jeder Masse x einer Kartoffelsorte in Gramm wird genau ein Preis y in € zugeordnet.

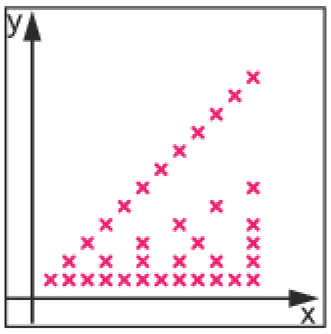
B
Den ersten sechs Monaten x eines Jahres wird jeweils eine monatliche Durchschnittstemperatur y in °C zugeordnet.

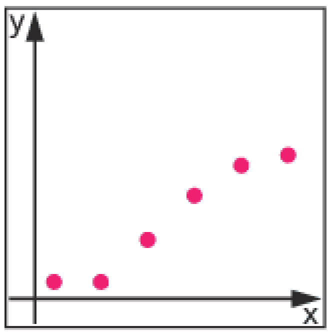
C
Jedem Zeitpunkt x des Brennvorganges einer Kerze in Minuten lässt sich eine Kerzenhöhe y in cm zuordnen.

D
Jeder natürlichen Zahl x von 1 bis 12 werden ihre Teiler y zugeordnet.

①


②


③


④


Genau einer heißt: Nicht mehr als einer, aber auch nicht weniger als einer.

b) Zuordnungen, bei denen zu jedem Wert der *ersten Größe x* genau ein Wert der *zweiten Größe y* gehört, heißen **Funktionen**. Überprüft, welche der Zuordnungen A bis D Funktionen sind.
Formuliert zum Beispiel so:
Die Zuordnung ___ ist eine Funktion, weil jedem/jeder ___ genau ein/e ___ zugeordnet wird.
Die Zuordnung ___ ist keine Funktion, weil dem x-Wert ___ mehr/weniger als ein y-Wert zugeordnet wird.

2. Funktionen lassen sich durch Worte oder Terme darstellen. Je zwei Darstellungen beschreiben dieselbe Funktion. Ordne zu.

$y = 2x$	Jeder Zahl x wird ihr Quadrat (y) zugeordnet.
$y = x + 2$	Jeder Zahl x wird ihr Doppeltes (y) zugeordnet.
$y = x^2$	Jeder Zahl x wird die um 2 größere Zahl (y) zugeordnet.

Funktionen sind **eindeutige** Zuordnungen. Sie ordnen jedem x-Wert der ersten Größe **genau einen** y-Wert (**Funktionswert**) der zweiten Größe zu.
Du kannst Funktionen mit Worten beschreiben oder durch Funktionsgleichungen, Wertetabellen oder als Graphen im Koordinatensystem darstellen.

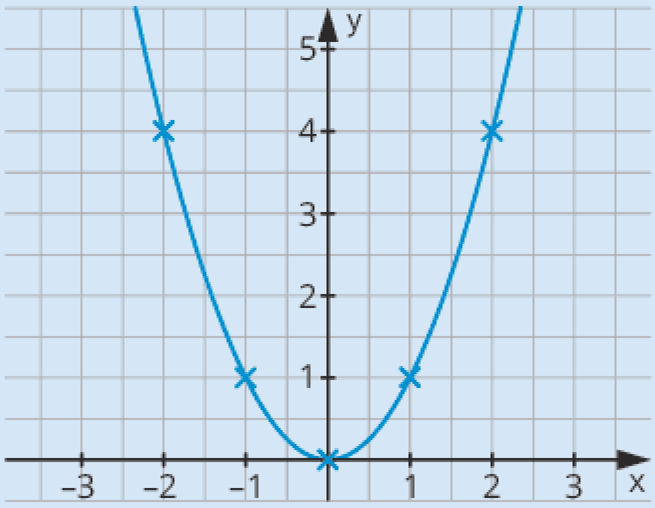
Beschreibung mit Worten:
Jeder Zahl x wird ihr Quadrat y zugeordnet.

Funktionsgleichung:
$y = x^2$

Wertetabelle:

x	–2	–1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

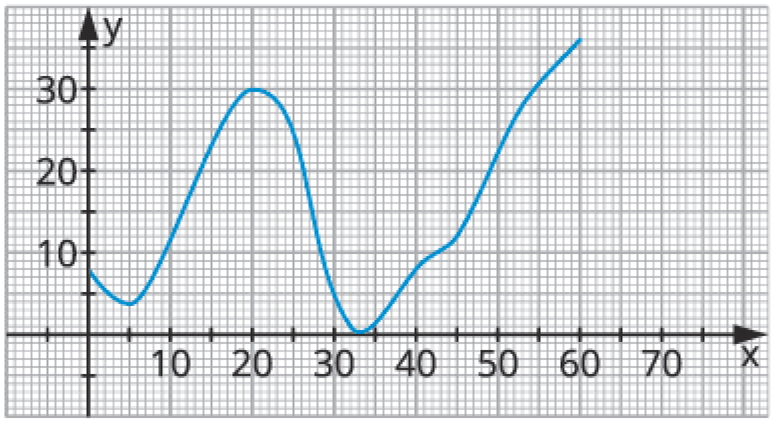
Graph im Koordinatensystem:



3. **a)** Lies die gesuchten Funktionswerte am Graphen ab.

x	5	9	15	25	33	41	45	53
y								

b) Gehört in der Grafik zu jedem x-Wert zwischen 0 und 60 genau ein Funktionswert y? Erkläre.



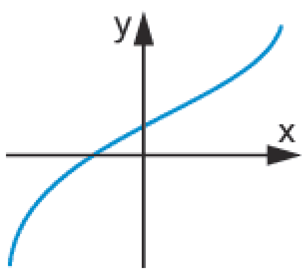
4. Gegeben ist die Funktionsgleichung $y = \frac{1}{2}x - 2$.
a) Übertrage die Wertetabelle in dein Heft und berechne die fehlenden Werte.

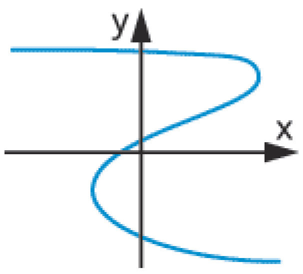
x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$y = \frac{1}{2}x - 2$	–3,5						

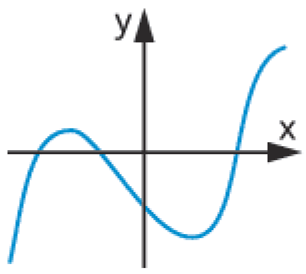
$x = -3$:
$y = \frac{1}{2} \cdot (-3) - 2$
$= -1,5 - 2 = \mathbf{-3,5}$

b) Zeichne mit Hilfe dieser Wertetabelle den Graphen der Funktion in ein Koordinatensystem.

+5. Handelt es sich um den Graphen einer Funktion, ist also jedem x-Wert genau ein y-Wert zugeordnet? Begründe.

a)


b)


c)


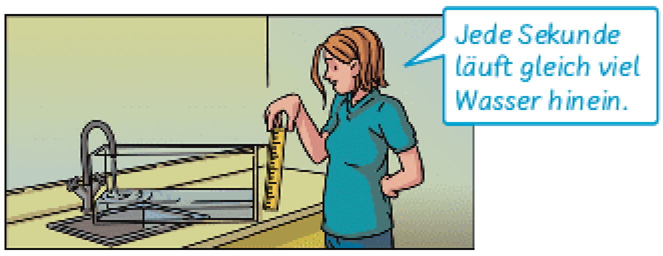
6. Finde zur folgenden Beschreibung mit Worten eine passende Funktionsgleichung.
a) Jeder Zahl x wird ihr Fünffaches (y) zugeordnet.
b) Jeder Zahl x wird ihre Hälfte (y) zugeordnet.
c) Jeder Zahl x wird ihr Doppeltes vermindert um 3 (y) zugeordnet.

Lineare Funktionen

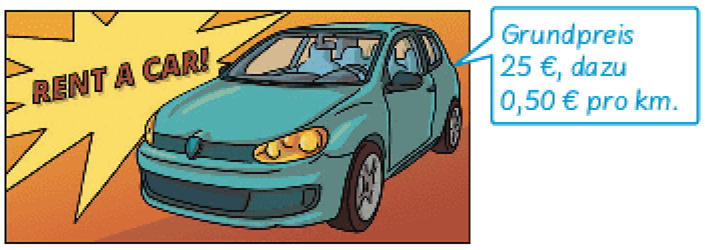
Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

1. **a)** Ordnet jeder dargestellten Funktion den passenden Graphen zu.
b) Das Wort „linear" bedeutet geradlinig. Entscheidet, welche der Graphen lineare Funktionen beschreiben.

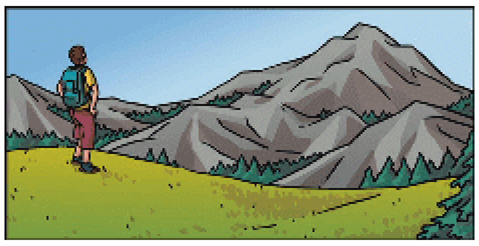
① *Füllhöhe des Körper (cm) → Zeit (s)*



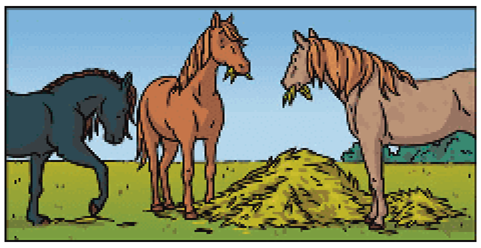
② *Strecke (km) → Mietpreis (€)*

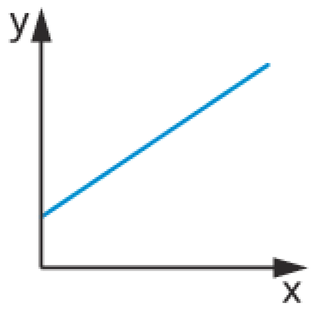


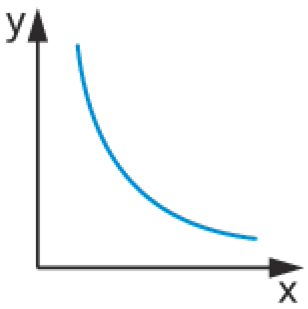
③ *Zeit der Bergwanderung (min) → Höhe (m)*

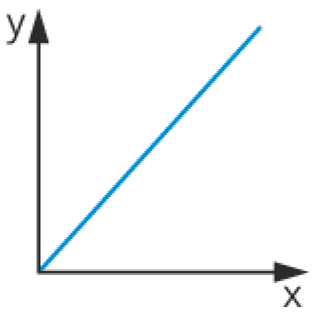


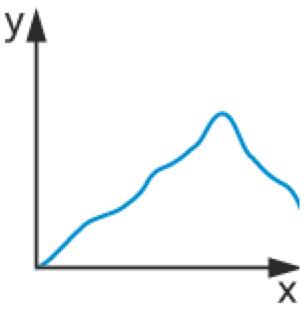
④ *Anzahl der Pferde → Futtervorrat (Tage)*



Ⓐ


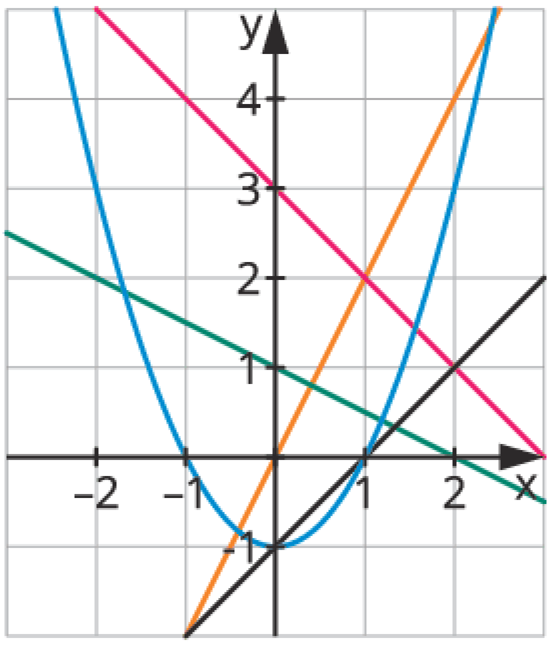
Ⓑ


Ⓒ


Ⓓ


2. Im Koordinatensystem sind die Graphen verschiedener Funktionen eingezeichnet. Die Funkionsgleichungen dazu sind:

$y = x - 1$ | $y = -0,5x + 1$ | $y = x^2 - 1$ | $y = -x + 3$ | $y = 2x$



a) Welcher Graph gehört zu welcher Funktionsgleichung? Überlegt euch ein Überprüfungsverfahren.
b) Vier Graphen sind Geraden. Kann man dies bereits an der zugehörigen Funktionsgleichung erkennen? Notiert eure Vermutungen und versucht sie zu begründen.

3. Keno und Lydia sollen überprüfen, ob die Punkte P(3|7) und Q(8|19) auf dem Graphen der Funktion $y = 2x + 1$ liegen. Führt die Ideen der beiden im Heft durch. Welcher Lösungsweg gefällt euch besser?

Funktionen, deren Graph eine Gerade ist, heißen **lineare Funktionen**.
Ihre Funktionsgleichungen kannst du in der Form **y = mx + b** schreiben.

Funktionsgleichung: $y = -0{,}5x + 2$

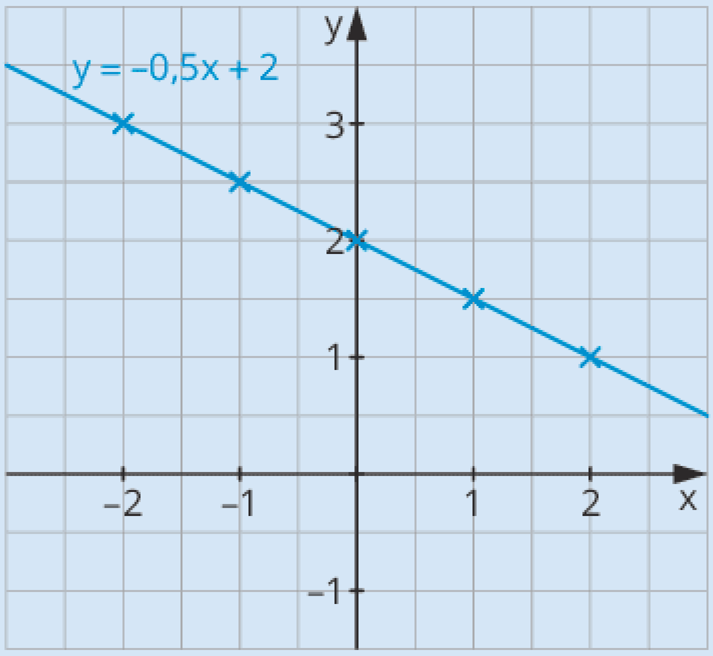
Wertetabelle:

x	−2	−1	0	1	2
y = −0,5x + 2	3	2,5	2	1,5	1

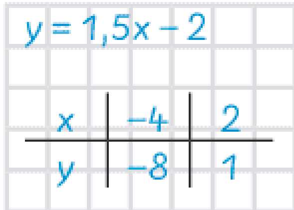
Punktprobe:
Liegt der Punkt P(−10|7) auf dem Graphen der Funktion?

Setze die Koordinaten von P in die Funktionsgleichung ein:
$7 = -0{,}5 \cdot (-10) + 2$
$7 = 7$ (w)
Der Punkt P liegt also auf dem Graphen.

Graph im Koordinatensystem:



4. a) Marie berechnet für ihre Wertetabelle nur zwei Zahlenpaare. Genügt das, um den kompletten Graphen der linearen Funktion zu zeichnen? Begründe deine Einschätzung und vergleiche mit anderen.
b) Warum sollten die gewählten Punkte nicht zu dicht beieinander liegen?



5. Zeichne die Graphen der vier linearen Funktionen in dasselbe Koordinatensystem auf ein DIN-A4-Blatt mit der x-Achse von −6 bis 6 und der y-Achse von −12 bis 8.
Ⓐ $y = 4x - 5$ Ⓑ $y = -3x + 2$ Ⓒ $y = -3x - 12$ Ⓓ $y = 0{,}5x + 5{,}5$

6. Prüfe mit einer Punktprobe, ob der Punkt auf dem zugehörigen Graphen liegt.
a) $y = 5x - 12$; P(5|−12) b) $y = -3x + 11$; Q(3|2) c) $y = x - 18$; R(−1|18)
⁺d) $y = 4x + 31$; S(9|67) ⁺e) $y = -2{,}5x + 7{,}5$; T(5|5) ⁺f) $y = -x - 4$; U(−1|−3)

7. Vervollständige die Wertetabelle im Heft. Ordne dann die passende Wortformel zu.

a) $y = 0{,}12x + 24$

x	0	100	200	300
y	24	36		

b) $y = 15x + 24$

x	0	5	10	15
y	24			

c) $y = 0{,}2x + 20$

x	0	50	100	150
y				

① x Arbeitsstunden zu 15 € plus 24 € Anfahrtspauschale

② x Kilometer mal 0,20 € plus 20 € Grundpreis

③ x Einheiten mal 0,12 € plus 24 € Grundgebühr

8. Bestimme die fehlenden Koordinaten der Punkte P und Q, die beide auf dem Graphen der linearen Funktion liegen.
a) $y = -x + 5$
P(3|▒), Q(▒|9)
b) $y = 3x - 8$
P(−2|▒), Q(▒|13)
c) $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$
P(5|▒), Q(▒|$\frac{1}{3}$)

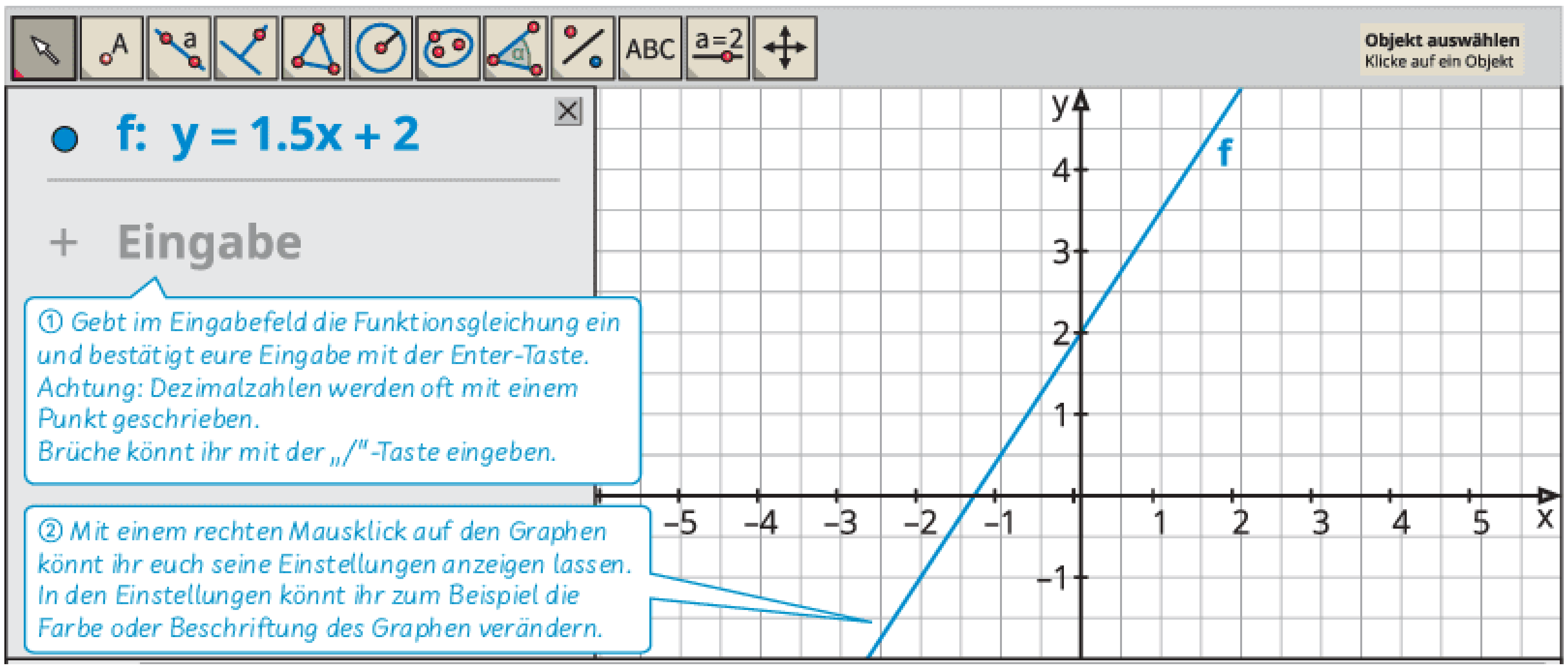
Lineare Funktionen mit dem Computer untersuchen und zeichnen

Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

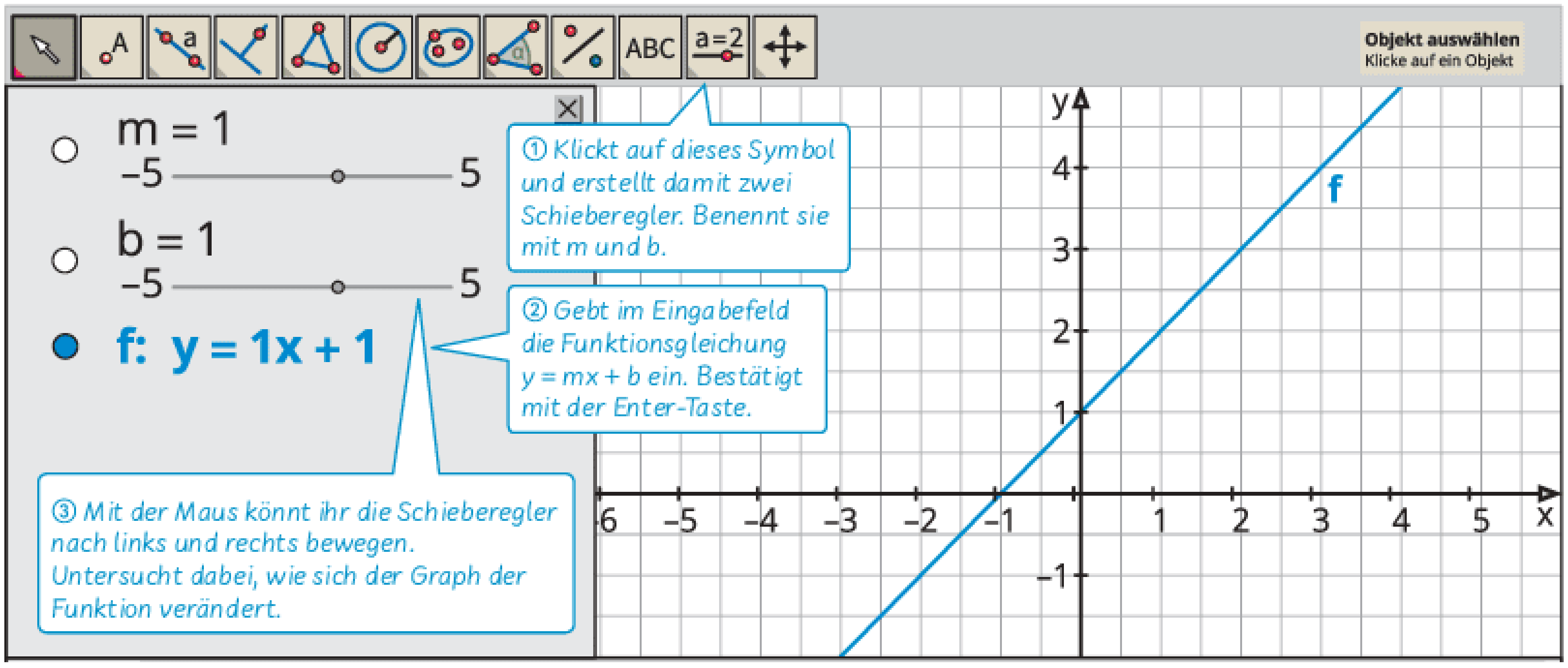
1. Zeichne die Graphen zu folgenden Funktionsgleichungen:

$y = 1{,}5x + 2$	$y = -\frac{1}{2}x + 5$
$y = 0{,}5x - 3$	$y = x - 5$
$y = x + 4$	$y = \frac{4}{7}x - 1$
$y = -\frac{3}{4}x + 4$	$y = -\frac{1}{2}x - 3$

Zeichnet mit Hilfe eines Computerprogramms die Graphen der Funktionsgleichungen auf der Tafel in ein Koordinatensystem. Öffnet dafür ein geeignetes Computerprogramm und führt die Anweisungen aus.



2. **a)** Untersucht die Graphen der Funktionsgleichungen mit Hilfe von Schiebereglern.



b) Beschreibt die Veränderungen in euren Heften:

Das Vorzeichen von m bestimmt, ob der Graph der Funktion ______________.
Je näher der Wert von m bei Null liegt, desto ______________ ist der Graph.
Je weiter der Wert von m von Null entfernt ist, desto ______________ ist der Graph.
Der Wert von b bestimmt, ______________________________.

Die Ergebnisse der Aufgaben ergeben Ziele auf den Britischen Inseln.

1. Berechne den fehlenden Winkel im
a) Dreieck: $\alpha = 47°$, $\beta = 54°$, $\gamma = \square°$
b) gleichschenkligen Dreieck:
$\gamma = 124°$, $\alpha = \beta = \square°$
c) Viereck: $\alpha = 100°$, $\beta = \square°$, $\gamma = 85°$, $\delta = 65°$

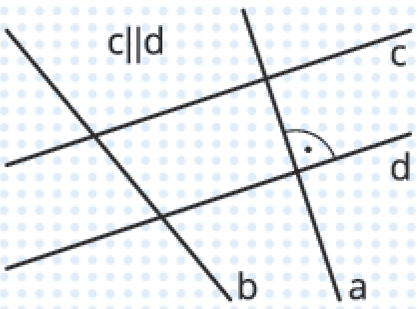
2. a) Ist 3 Teiler von 333 666 111 000? ja (17) nein (55)
b) Ist 4 Teiler von 123 456 789 018? ja (37) nein (57)
c) Ist 5 Teiler von 112 358 138 190? ja (54) nein (64)

3. a) 30 Umzugskartons kosten 22,50 €.
Wie viel Euro kosten 50 Stück derselben Sorte?
b) Für 12 Pferde reicht ein Futtervorrat 15 Tage.
Wie viele Tage reicht dieser Vorrat für 20 Pferde?
c) Für einen Euro erhielt Herr May 1,09 sfr.
Wie viel sfr erhielt er für 50 €?

4. a) 1,9 t + 800 kg = $\square$ t
b) 1 h 47 min + 23 min = $\square$ min
c) 7 dm + 70 cm + 2 m = $\square$ m

5. a) Ein Drittel von 150 kg plus die Hälfte von 50 kg sind $\square$ kg.
b) $\frac{2}{3} \cdot 240$ cm = $\square$ m

6. Welche der Geraden sind senkrecht zueinander?
a) $a \perp b$ wahr (12); falsch (23)
b) $a \perp d$ wahr (18); falsch (56)
c) $a \perp c$ wahr (45); falsch (32)

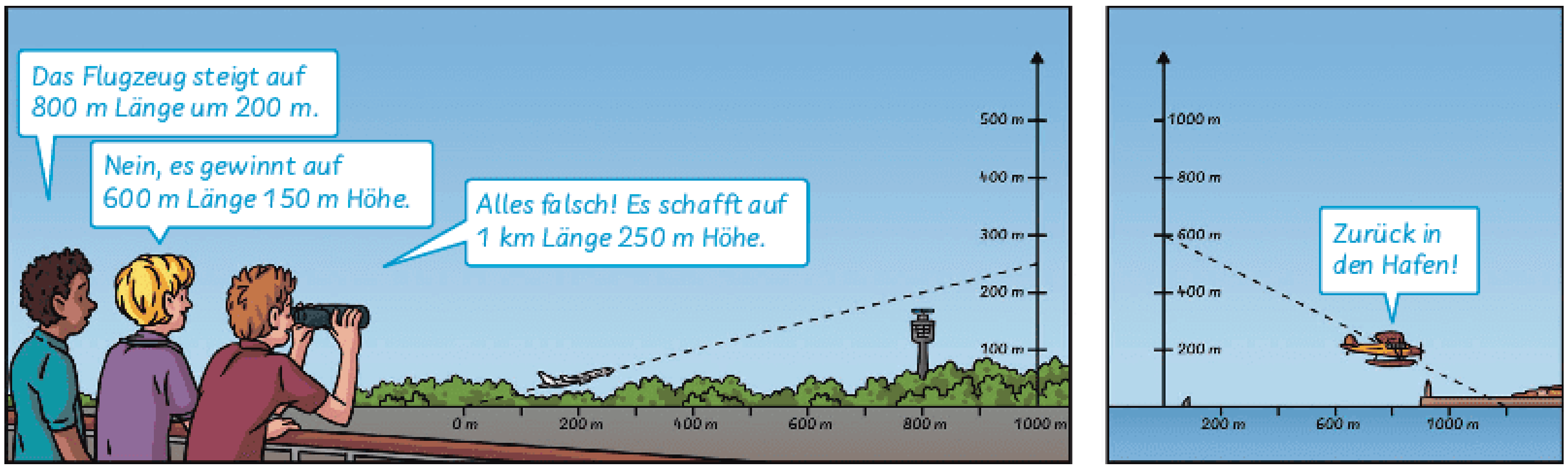


7. Berechne den Flächeninhalt.
a) Dreieck: $g = 8$ cm, $h = 3{,}5$ cm, $A = \square\ \text{cm}^2$
b) rechtwinkliges Dreieck:
$a = 50$ cm, $b = 81$ cm, $\gamma = 90°$, $A = \square\ \text{cm}^2$

8. a) $2x + 25 = 100 - 3x$ $x = \square$
b) $5(x - 10) = 530$ $x = \square$
c) $2x + 15 - (x - 15) = 50$ $x = \square$

W 1,6	L 2	A 2,7
F 2,77	G 3,4	G 9
N 12	H 14	E 15
F 17	O 18	S 20
L 23	T 25	E 28
S 32	Y 37	T 37,50
C 45	S 54	L 54,50
M 55	I 56	A 57
F 64	O 75	B 79
L 110	S 116	S 130
S 140	N 2025	R 4050

Steigung einer Geraden



1. Partnerarbeit:

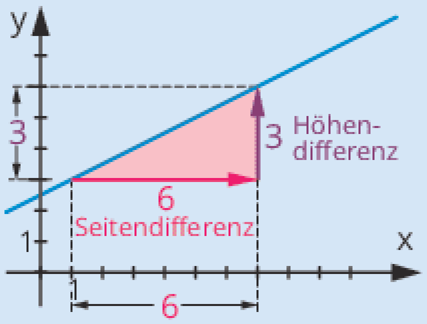
a) Findet Argumente, um den Streit der drei Freunde zu schlichten.

b) Stellt euch vor, die drei Freunde würden nicht das steigende, sondern das landende Flugzeug beobachten. Entwerft passende Sprechtexte für die Diskussion.

Eine Gerade hat überall dieselbe **Steigung m**.
Du bestimmst sie mit einem **Steigungsdreieck**.

Steigung m = $\frac{\textit{Höhendifferenz}}{\textit{Seitendifferenz}}$

Steigung m $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

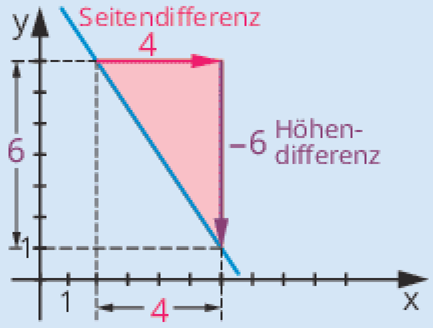


① *Suche dir zwei gut ablesbare Punkte auf der Geraden.*

② *Zeichne vom ersten Punkt aus einen Pfeil nach rechts bis direkt unter oder über den zweiten Punkt.*

③ *Zeichne danach einen zweiten Pfeil nach oben oder unten, bis du beim zweiten Punkt ankommst.*

Steigung m $= \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$

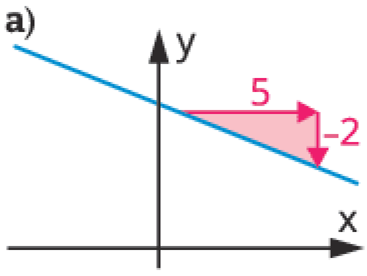


Positive Steigung: steigende Gerade

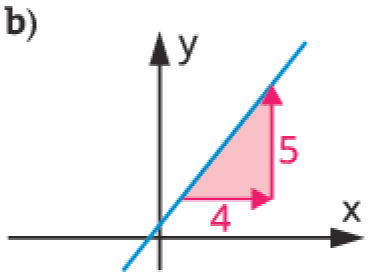
Negative Steigung: fallende Gerade

2. Bestimme die Steigung der Geraden mit Hilfe des Steigungsdreiecks.

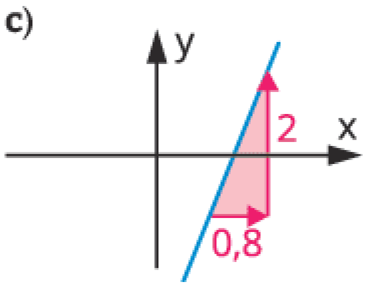
a)



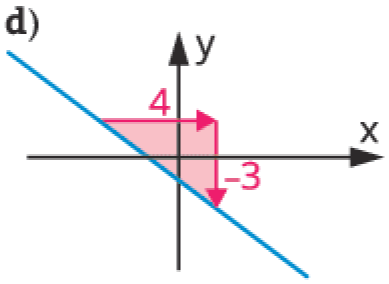
b)



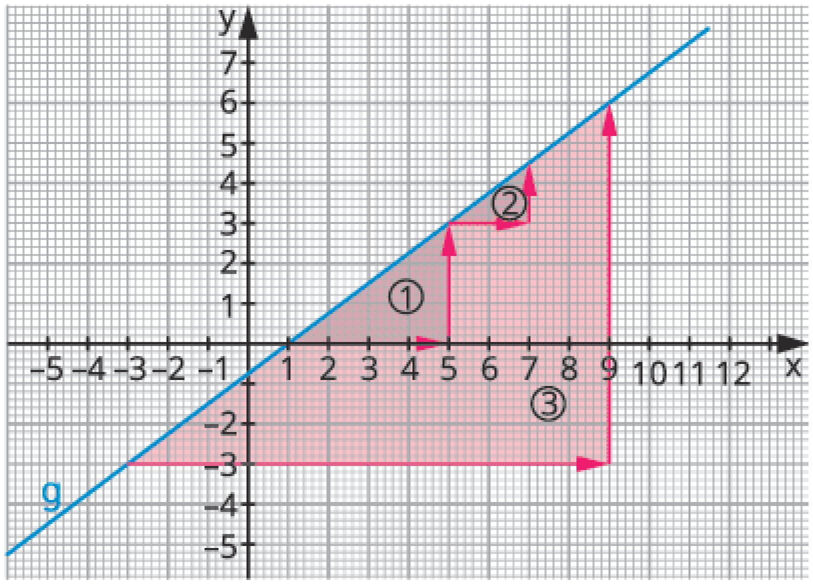
c)



d)



3. Fynn behauptet: „An welcher Stelle der Geraden man ein Steigungsdreieck einzeichnet und wie groß es ist, spielt keine Rolle". Überprüfe diese Behauptung mit Hilfe der Abbildung.



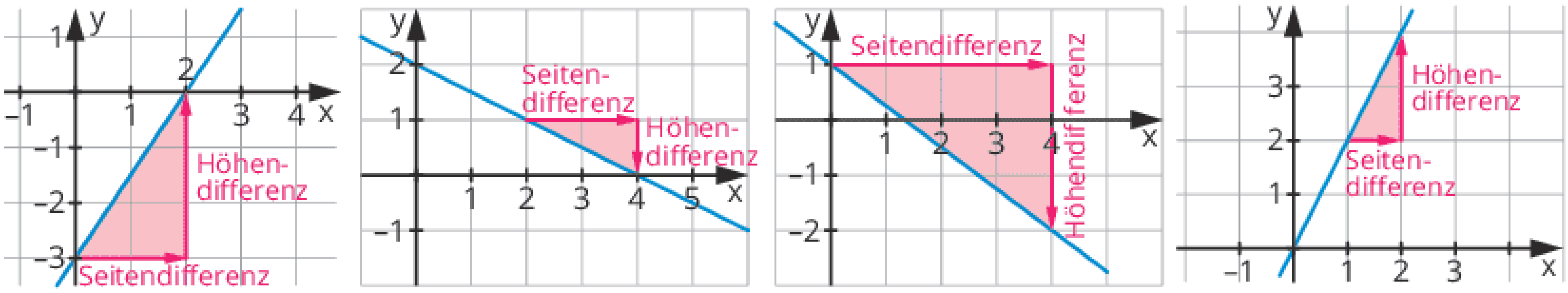
4. Zeichne in einem Koordinatensystem die Gerade durch die Punkte P und Q. Bestimme ihre Steigung.

a) P(2|1); Q(6|9) **b)** P(−1|−2); Q(5|5)

c) P(6|0); Q(3|−3) **d)** P(−2|5); Q(8|−7)

⁺e) P(5|8); Q(2|2) **⁺f)** P(−3|2); Q(3|−2)

Die Bedeutung von m und b bei linearen Funktionen



$y = -\frac{3}{4}x + 1$	$y = 2x$	$y = -\frac{1}{2}x + 2$	$y = \frac{3}{2}x - 3$

1. Partnerarbeit:

a) Erstellt Wertetabellen zu den Funktionsgleichungen und ordnet sie den Graphen zu.

b) Präsentiert eure Entdeckungen zu folgenden Fragen und begründet eure Antworten.

① Welche Bedeutung hat der Wert von b für den Verlauf der Geraden mit der Gleichung $y = mx + b$?

② Woran erkennt man in der Funktionsgleichung, ob die Gerade steigt oder fällt?

③ Bestimmt für jede Gerade den Wert der Steigung und vergleicht ihn mit der Funktionsgleichung. Gibt es einen Zusammenhang?

Für lineare Funktionen mit der Funktionsgleichung $\mathbf{y = mx + b}$ gilt:

m heißt **Steigung** der Funktion und wird mit einem Steigungsdreieck berechnet.

Steigung m = $\dfrac{\textbf{Höhendifferenz}}{\textbf{Seitendifferenz}}$

b heißt **y-Achsenabschnitt** und beschreibt, an welcher Stelle der Graph die y-Achse schneidet.

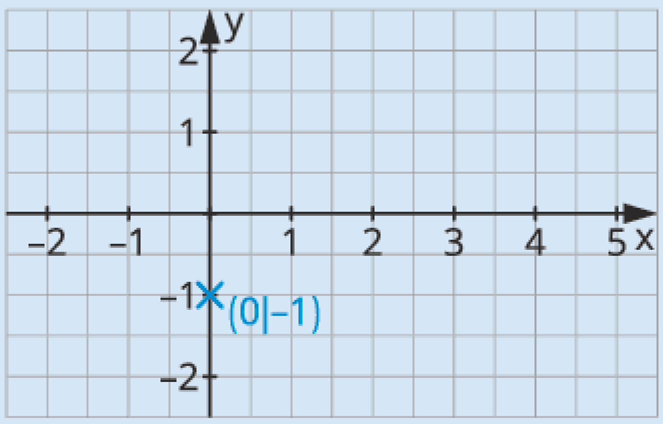
Schnittpunkt mit der y-Achse: (0|b)

Zeichne die Gerade mit der Gleichung $y = \frac{2}{3}x - 1$.

Bestimme den y-Achsenabschnitt b und markiere den Schnittpunkt mit der y-Achse.

y-Achsenabschnitt: b = –1

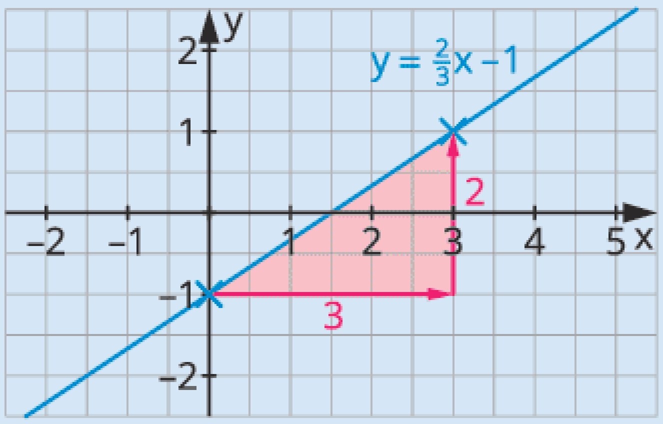
①



Bestimme die Steigung m und zeichne die Gerade mit Hilfe eines Steigungsdreiecks.

Steigung: $\mathbf{m = \frac{2}{3}}$

②



2. Bestimme die Steigung m und den y-Achsenabschnitt b der Geraden. Zeichne die Gerade dann mit Hilfe eines Steigungsdreiecks in ein Koordinatensystem.

$2 = \frac{2}{1}$

a) $y = \frac{1}{2}x + 1$ **b)** $y = 2x - 7$ **c)** $y = -\frac{3}{2}x + 3$ **d)** $y = -1 - x$ **e)** $y = 7 - 0{,}5x$

***f)** $y = -\frac{1}{3}x + 4$ ***g)** $y = x - 4$ ***h)** $y = 9 - 3x$ ***i)** $y = 2{,}5x - 0{,}5$ ***j)** $y = \frac{2}{5}x + 2$

3. Partnerarbeit: Untersucht, wie Geraden aussehen, bei denen entweder der y-Achsenabschnitt oder die Steigung Null ist. Denkt euch dafür jeweils drei Funktionsgleichungen aus und zeichnet die zugehörigen Geraden. Stellt eure Erkenntnisse in der Klasse vor.

Aufstellen von Funktionsgleichungen

1. Partnerarbeit:

a) Auf jeder Karte ist der Verlauf einer Geraden durch bestimmte Merkmale beschrieben. Zeichnet jede dieser Geraden in ein Koordinatensystem und stellt die zugehörige Funktionsgleichung auf.

b) Stellt eure vier Funktionsgleichungen in der Klasse vor und begründet die in ihnen auftretenden Zahlen.

A Die Gerade a schneidet die y-Achse an der Stelle –3 und hat die Steigung 2.

B Die Gerade b verläuft durch den Punkt (0 | 5) und hat die Steigung –1,5.

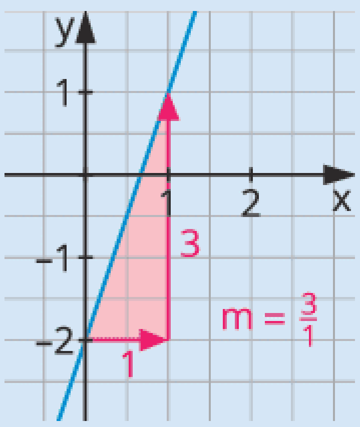
C Die Gerade c schneidet die x-Achse an der Stelle 2 und die y-Achse an der Stelle 6.

D Die Gerade d schneidet die y-Achse an der Stelle 1 und verläuft durch den Punkt P(2 | 6).

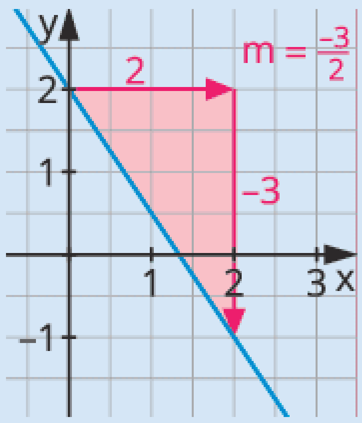
Funktionsgleichungen zu Graphen linearer Funktionen bestimmst du so:

① Zeichne ein Steigungsdreieck ein und berechne die Steigung m.
② Lies den y-Achsenabschnitt b ab.
③ Setze m und b in die allgemeine Funktionsgleichung y = mx + b ein.

Bestimme die Funktionsgleichung der linearen Funktion.

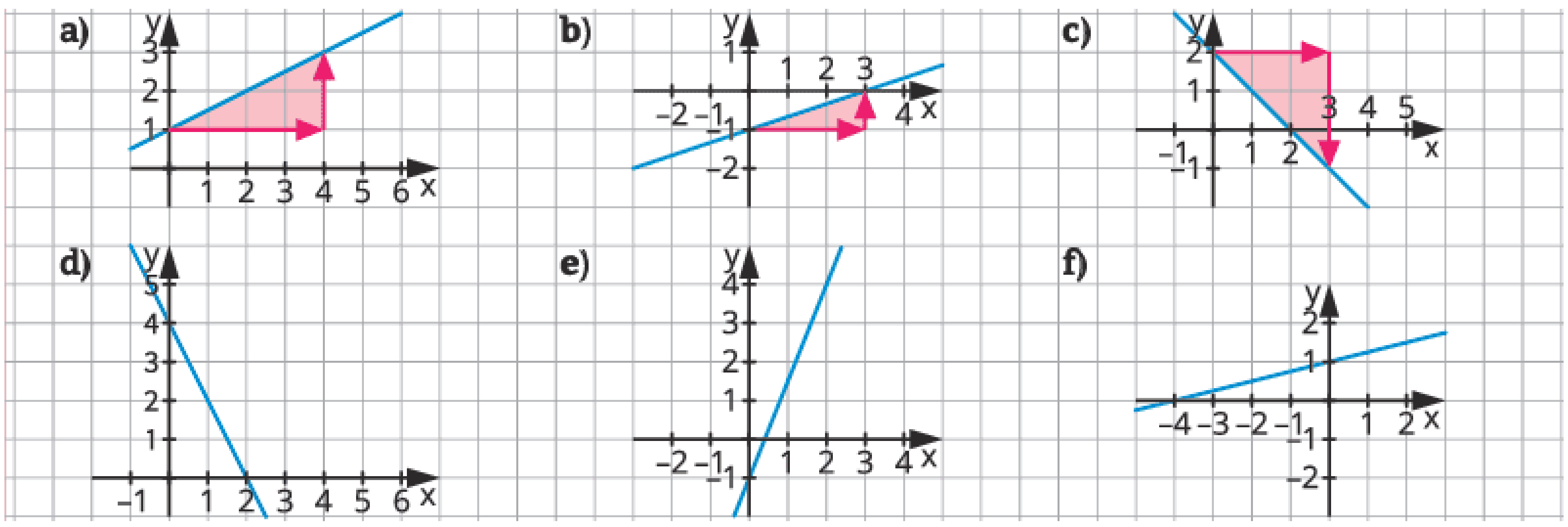
- 

① *Steigung:*
$m = \frac{3}{1} = 3$
② *y-Achsenabschnitt:*
$b = -2$
③ *Funktionsgleichung:*
$y = 3x - 2$

- 

① *Steigung:*
$m = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$
② *y-Achsenabschnitt:*
$b = 2$
③ *Funktionsgleichung:*
$y = -\frac{3}{2}x + 2$

2. Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden.



3. Zeichne die Gerade in ein Koordinatensystem (x-Achse: –3 bis 8, y-Achse: –8 bis 6) und bestimme die zugehörige Funktionsgleichung.

a) Eine Gerade verläuft durch die Punkte A(–2 | –2) und B(1 | 4).

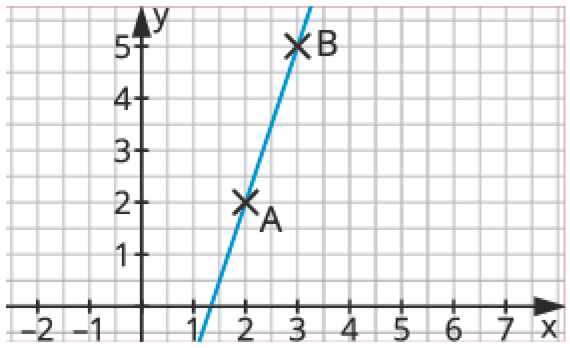
b) Eine Gerade schneidet die y-Achse in y = –4 und die x-Achse in x = 5.

+c) Eine Gerade schneidet die y-Achse in y = 2 und verläuft durch den Punkt A(6 | –7).

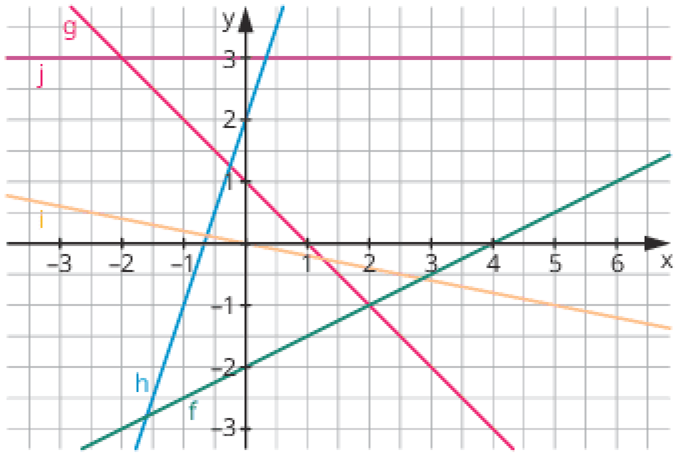
4. Partnerarbeit:

a) Bestimmt die Steigung der abgebildeten Geraden. Überlegt, an welcher Stelle die Gerade die y-Achse schneidet. Gebt dann die Funktionsgleichung der Geraden an.

b) Überprüft euer Ergebnis von a), indem ihr die Gerade durch die Punkte A und B ins Heft zeichnet.



⁺5. Bestimme die Funktionsgleichungen der Graphen in der Abbildung.



6. Die lineare Funktion f hat die Funktionsgleichung $y = 2x + 3$. Gib die Funktionsgleichung einer zweiten Funktion g mit den vorgegebenen Eigenschaften an.

a) Du erhältst g, wenn du f um 5 Einheiten nach unten verschiebst.

b) Du erhältst g, wenn du f an der y-Achse spiegelst.

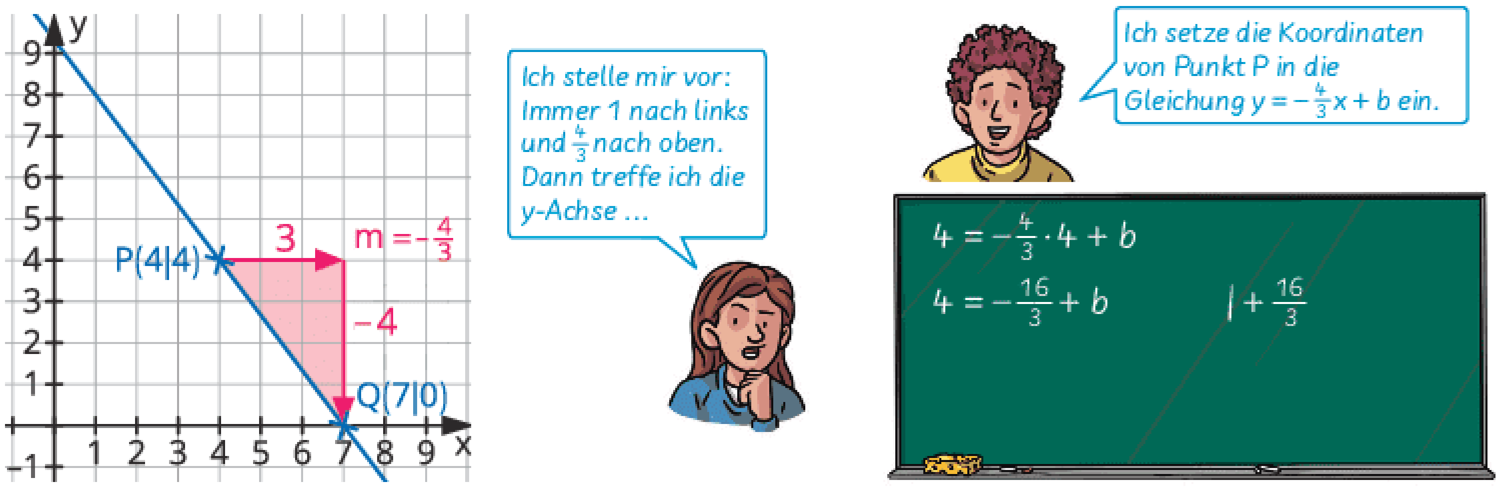
c) Du erhältst g, wenn du f an der x-Achse spiegelst.

7. Bei einer Taxifahrt bezahlt man immer einen Grundpreis und für jeden Kilometer einen festen Betrag. Beim Taxiunternehmen „Flaxi" kostet eine Fahrt von 2 Kilometern Länge 8 €. Für 4 Kilometer zahlt man 13 €.

a) Zeichne die Wertepaare der Zuordnung *Strecke (km)* → *Preis (€)* in ein Koordinatensystem.

b) Zeichne eine Gerade durch die beiden Punkte. Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden. Welche Bedeutung haben m und b dieser Geraden?

8. Svea und Samuel sollen die Funktionsgleichung der Geraden durch die beiden Punkte P(4|4) und Q(7|0) bestimmen. Zunächst haben beide eine Zeichnung angefertigt. Bei der Bestimmung des y-Achsenabschnitts b haben die beiden Schwierigkeiten.



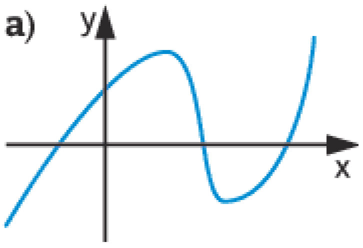
a) Warum können die beiden den y-Achsenabschnitt b nicht einfach ablesen?

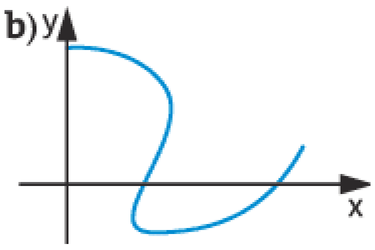
b) Erkläre, wie Samuel und Svea b bestimmen und führe ihre Überlegungen zu Ende. Welchen Weg findest du leichter?

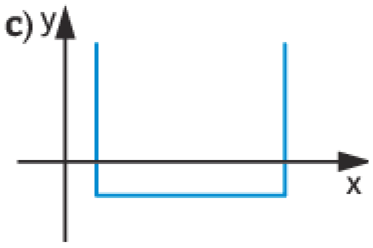
c) Stelle die Funktionsgleichung der Geraden g auf, die durch die Punkte A(−2|9) und B(1|6) geht.

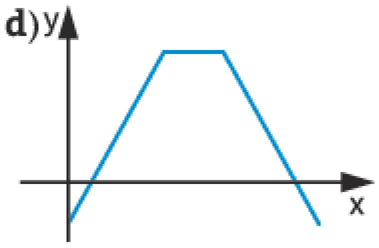
Vermischte Aufgaben

1. Gehört der abgebildete Graph zu einer Funktion? Warum?

a)


b)


c)


d)


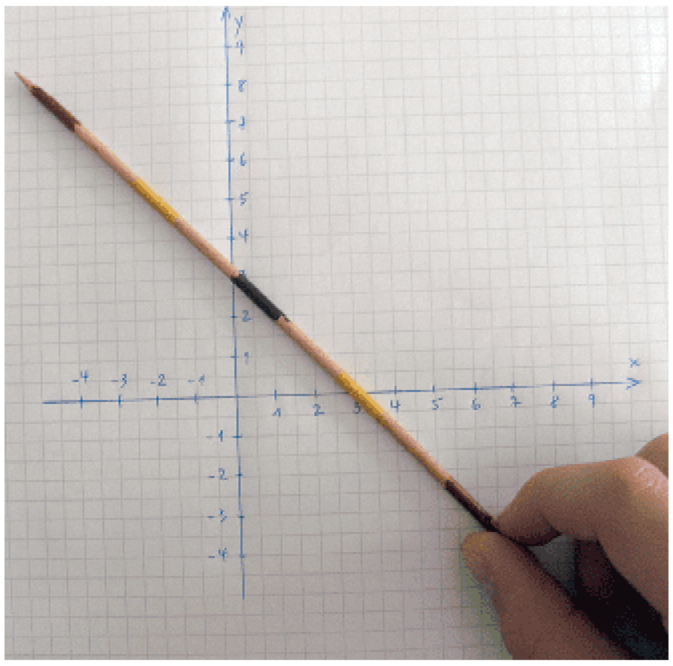
2. Erstelle für die lineare Funktion eine Wertetabelle. Zeichne dann den Graphen der Funktion in ein Koordinatensystem mit der x- und y-Achse von –6 bis 6.

a) $y = 2x + 3$ **b)** $y = -2x + 2$ **+c)** $y = -0{,}5x + 1{,}5$ **+d)** $y = -x + 1$ **+e)** $y = 3x - 1$

3. Überprüfe rechnerisch, ob der Punkt auf dem Graphen der Funktion liegt.

a) $y = 2x + 5$; $A(0|5)$ **b)** $y = -4x + 1$; $B(3|-11)$ **c)** $y = -1{,}5x - 6$; $C(-4|6)$
+d) $y = x + 7$; $D(20|27)$ **+e)** $y = 3x - 6$; $E(5|10)$ **+f)** $y = -4x - 10$; $F(-2|-2)$

+4. Partnerarbeit: Zeichne ein Koordinatensystem in dein Heft und nimm ein dünnes Holzstäbchen oder einen Stift.



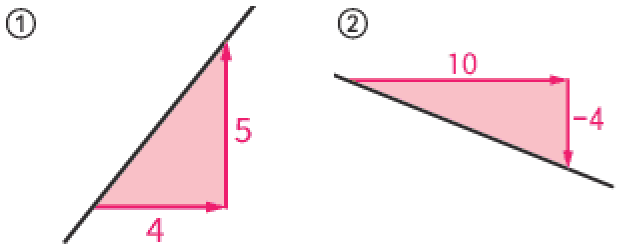
a) Schreibe 5 Funktionsgleichungen linearer Funktionen auf. Deine Nachbarin bzw. dein Nachbar soll mit dem Holzstäbchen den zugehörigen Graphen legen.

b) Nun schreibt dein Partner bzw. deine Partnerin 5 Funktionsgleichungen auf und du legst die zugehörigen Graphen.

c) Legt das Stäbchen parallel zur x-Achse, dann parallel zur y-Achse. Gibt es zu beiden Fällen passende Funktionsgleichungen?

+5. **a)** Bestimme die Steigungen m der rechts abgebildeten Geraden.

b) Zeichne je drei verschiedene Geraden mit diesen Steigungen. Gib jeweils den y-Achsenabschnitt b und die Funktionsgleichung an.



6. Gehört die Wertetabelle zu einer Funktion? Gehört sie sogar zu einer linearen Funktion? Begründe.

a)

x	0	1	2	3	4
y	3	5	7	9	11

b)

x	0	1	2	1	0
y	3	5	7	9	11

c)

x	0	1	2	3	4
y	3	5	7	5	3

7. Stelle zu der Sachsituation eine Funktionsgleichung auf und skizziere den Graphen.

a) Laminat kostet 8 € pro m^2. Bis 50 m^2 Raumgröße nimmt Herr Link für das Verlegen pauschal 75 €. Wie teuer (y) ist das Verlegen von Laminat in einem x m^2 großen Raum?

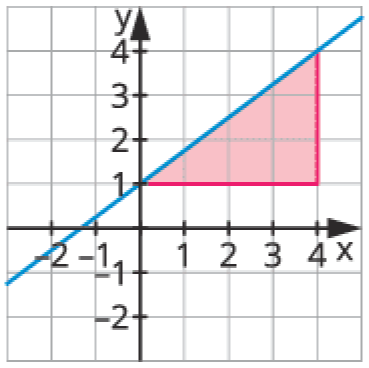
b) Frau Esche fährt mit 1 130 € in den Urlaub. Pro Tag gibt sie für Unterkunft und Verpflegung 75 € aus. Wie viel Geld (y) hat sie nach x Urlaubstagen noch übrig?

8. Bestimme die Steigung m und den y-Achsenabschnitt b der Funktion und zeichne sie.

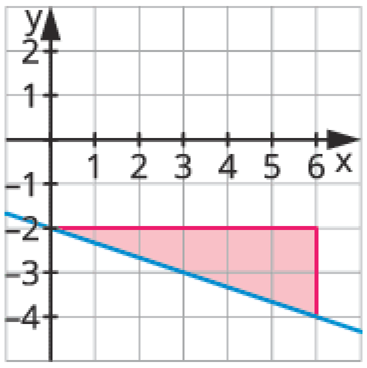
a) $y = 2x + 1$ **b)** $y = 3 - x$ **c)** $y = \frac{2}{3}x - 1$ **+d)** $y = -2x + 1$ **+e)** $y = 4 - 2x$

9. Bestimme die Funktionsgleichung zum abgebildeten Graphen.

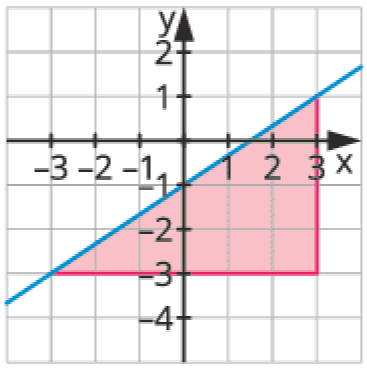
a)



b)



c)



10. Zeichne den Graphen in ein Koordinatensystem (x-Achse und y-Achse von –8 bis 8) und bestimme die zugehörige Funktionsgleichung. Der Graph verläuft durch die Punkte

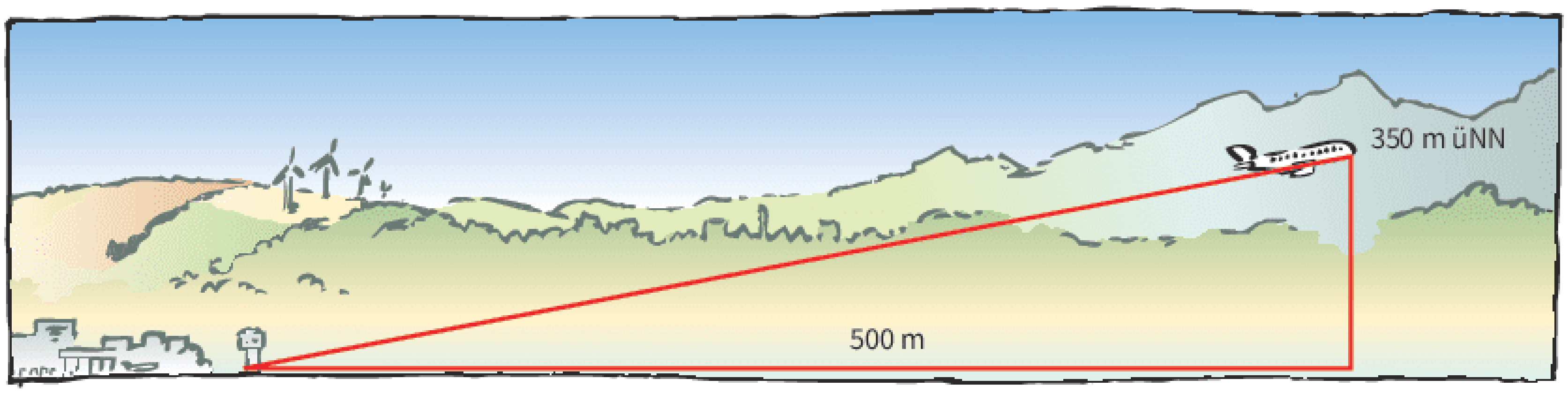
a) A(1|–1) und B(4|5) **b)** C(4|4) und D(2|0) **c)** E(–7|–6) und F(7|3)

+d) G(–2|–1) und H(5|6) **+e)** I(–5|5) und J(3|–3) **+f)** K(–4|–2) und L(4|4)

+11. Gegeben ist die lineare Funktion $y = -3x + 14$. Prüfe, welche der Punkte A bis F auf dem Graphen der Funktion liegen.

A(1|11) B(6|–4) C(0|12) D(–2|20) E(10|–2) F(–5|29)

12. Das Flugzeug im Bild steigt geradlinig auf. Der Abhebepunkt liegt in einer Höhe von 250 m üNN (**ü**ber **N**ormal **N**ull, also über Meereshöhe).



a) Zeichne ein Koordinatensystem mit der x-Achse auf Meereshöhe und der y-Achse durch den Abhebepunkt und trage die Gerade ein, die die Flugbahn darstellt.

b) Bestimme die Funktionsgleichung der Flugbahn.

c) Ein anderes Flugzeug befindet sich nach 500 m Startflug 300 m üNN. Wie hoch fliegt es nach insgesamt 8 km?

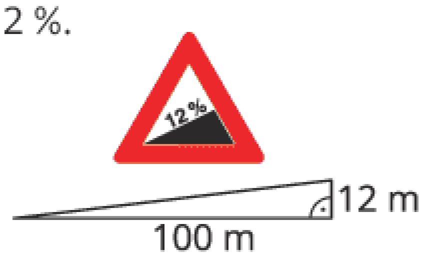
13. An Neujahr um 8:00 Uhr beträgt die Temperatur auf Meereshöhe 3° C. Alle 100 m Höhenunterschied sinkt die Temperatur um 2° C. Dies gilt bis zu einer Höhe von 1 200 m.

a) Stelle die Zuordnung *Meereshöhe* → *Temperatur* in einer Tabelle dar und zeichne den zugehörigen Graphen in ein Koordinatensystem. Wähle dazu geeignete Einheiten.

b) Bestimme die Funktionsgleichung für diese Zuordnung.

14. Partnerarbeit: Ein Verkehrsschild warnt vor einer Steigung von 12 %.

a) Max erstellt eine Skizze und erklärt: „Wenn ich auf dieser Straße 100 m zurücklege, befinde ich mich 12 m höher." Stimmt das?



b) Kann es Wege mit einer Steigung von 100 % geben?

Proportionale Funktionen

1. Partnerarbeit: Havva findet, dass die Graphen von Funktionen der Form y = mx mit positiver Steigung fast so aussehen wie Graphen bei proportionalen Zuordnungen: „Bei proportionalen Zuordnungen liegen die Wertepaare auf Strahlen, die im Nullpunkt beginnen. Sie sind Teile von Geraden."
In ihrer AG entwickelt sich das dargestellte Gespräch. Führt die Überlegungen zu Ende.

x	y	$\frac{y}{x}$
2	5	2,5
6	15	2,5
1	2,5	2,5
10	25	2,5
3	7,5	2,5
	...	

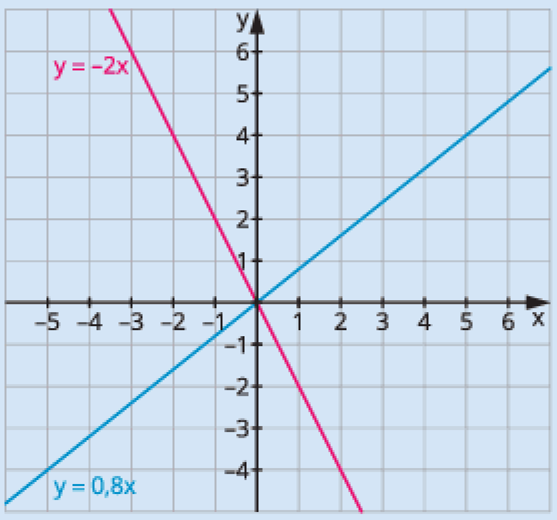
Lineare Funktionen mit Funktionsgleichungen der Form **y = mx** heißen **proportionale Funktionen**. Ihre Graphen sind Geraden durch den Nullpunkt.
Anders als bei proportionalen Zuordnungen in Sachzusammenhängen kann **m** auch **negativ** sein.

y = 0,8x Steigung: m = 0,8

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y = 0,8x	–2,4	–1,6	–0,8	0	0,8	1,6	2,4

y = –2x Steigung: m = –2

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y = –2x	6	4	2	0	–2	–4	–6



2. Zeichne den Graphen zur Funktionsgleichung. **a)** $y = \frac{1}{2}x$ **b)** y = –1,8x **c)** y = 2,25x

+3. Welche der angegebenen Punkte A bis E liegen auf dem Graphen zur Gleichung $y = \frac{2}{3}x$?
A(–15 | –10) B(21 | 14) C(33 | 20) D(–60 | 40) E(123 | 82)

4. Der Punkt (–4 | 6) gehört zum Graphen einer proportionalen Funktion. Zeichne den Graphen und schreibe die zugehörige Funktionsgleichung auf.

5. Führe die Überlegungen von Igor und Nesrin zu Ende und gib Funktionsgleichungen für die beiden antiproportionalen Zuordnungen an.

①

x (cm)	y (cm)
1	36
2	18
3	12
4	9

②

x (Stück)	y (Tage)
2	36
3	24
12	6
18	4

Änderungsraten

1.

Partnerarbeit: Abgebildet seht ihr die Zeit-Weg-Diagramme des Eurocity und des ICE auf ihrer 280 km langen Strecke von Berlin nach Hamburg.

a) Ordnet f und g den Fahrten des Eurocity und des schnelleren ICE zu. Begründet!

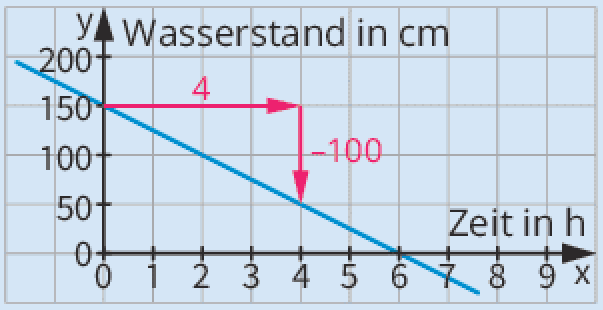
b) Bestimmt für beide Züge die Geschwindigkeit in Kilometer pro Stunde.

c) Bestimmt die Geradengleichungen der beiden Funktionsgraphen und vergleicht sie mit den in Aufgabenteil b) berechneten Geschwindigkeiten.

Die **Änderungsrate** einer messbaren Größe beschreibt, um wie viel sich der y-Wert ändert, wenn sich der x-Wert um 1 erhöht.
Bei linearen Funktionen entspricht die Änderungsrate der Steigung m, es gilt also:

$$\textbf{Änderungsrate} = \textbf{Steigung } \mathbf{m} = \frac{\textbf{Höhendifferenz}}{\textbf{Seitendifferenz}}.$$

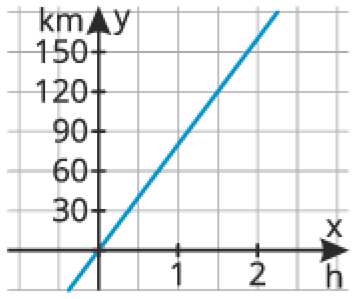
Aus einem Pool wird das Wasser abgepumpt.
Der Wasserstand (in cm) in Abhängigkeit von der Zeit (in h) ist im Diagramm dargestellt.
Die Funktion $y = -25x + 150$ beschreibt das Absinken des Wasserstands.
Änderungsrate: $m = -25\ \frac{\text{cm}}{\text{h}}$ (Sinkgeschwindigkeit)



2. Abgebildet siehst du das Zeit-Weg-Diagramm einer S-Bahn.

a) Bestimme die Änderungsrate in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

b) Ein schneller Radfahrer radelt in $2\frac{1}{2}$ Stunden 60 km, ein Flugzeug fliegt in 0,4 Stunden 300 km. Bestimme jeweils die Änderungsrate in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ und zeichne je ein Zeit-Weg-Diagramm.



3. Das Wachstum eines Baumes wird durch die Funktion $y = 0{,}1x + 1$ beschrieben (mit y: Höhe des Baumes in Metern und x: vergangene Jahre seit der Einpflanzung).

a) Bestimme die Höhe des Baumes zum Zeitpunkt der Einpflanzung.

b) Bestimme die Änderungsrate der Funktion und erkläre sie im Sachzusammenhang.

4. Ein Taxipreis setzt sich wie rechts abgebildet zusammen.

a) Zeichne zum Normaltarif den Graphen und gib die verschiedenen auftretenden Änderungsraten an.

b) Zeichne zum Kurzstreckentarif den Graphen und gib die Änderungsrate an.

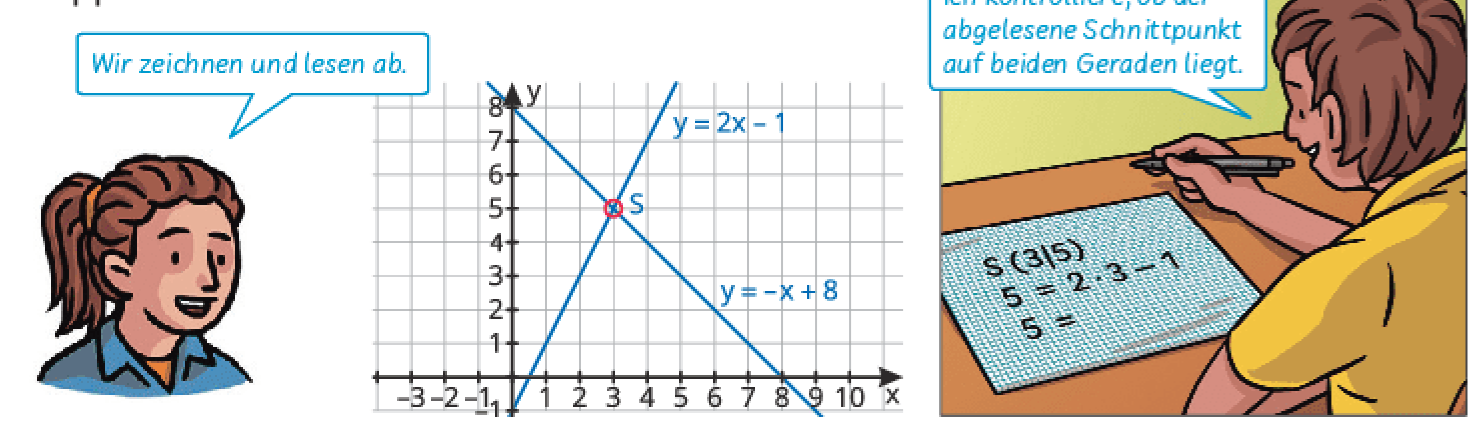
Normaltarif:	Grundgebühr: 3,90 €
	1. bis 7. km: 2,00 € pro km
	ab 8. km: 1,50 € pro km
Kurzstrecke:	bis zu 5 km: pauschal 5,00 €

Schnittpunkt von Geraden

Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

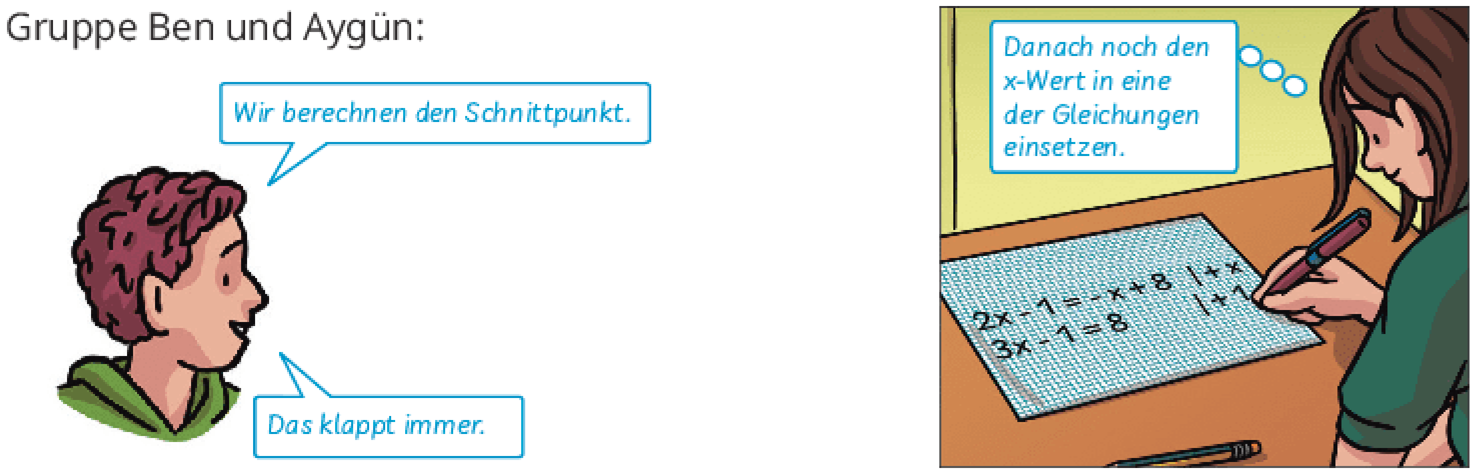
1. Die Klasse 8b soll den Schnittpunkt S der Geraden mit den Gleichungen $y = 2x - 1$ und $y = -x + 8$ zu bestimmen. Die Aufgabe wird auf unterschiedlichen Wegen gelöst.

Gruppe Rosa und Halid:



a) Erklärt euch gegenseitig den Lösungsweg von Rosa und Halid. Übertragt dann den abgebildeten Hefteintrag und führt ihn in eurem Heft zu Ende.

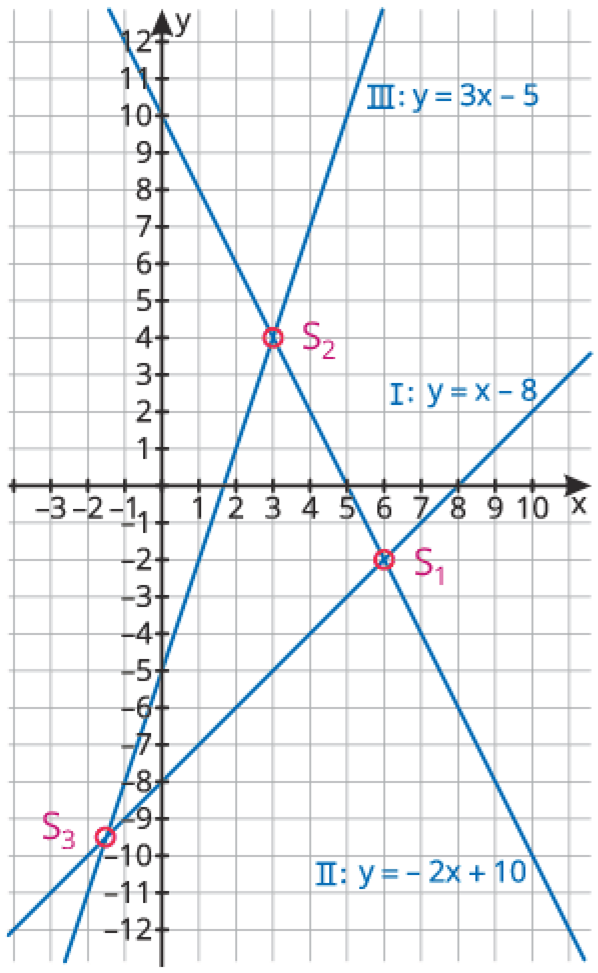
Gruppe Ben und Aygün:



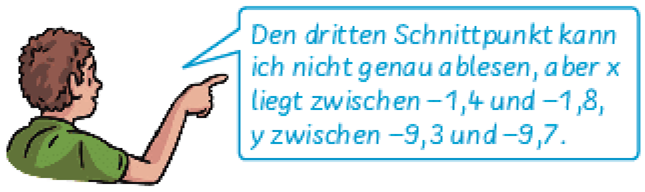
b) Betrachtet den abgebildeten Hefteintrag von Ben und Aygün. Führt ihn im Heft zu Ende. Denkt daran, auch die y-Koordinate des Schnittpunktes zu berechnen.

c) Gesucht ist der Schnittpunkt der Geraden mit den Gleichungen $y = 2x - 4$ und $y = 5 - x$. Bestimmt ihn durch eine Zeichnung und eine Rechnung und vergleicht die Lösungswege.

2. Im Koordinatensystem rechts sind drei Geraden I, II und III mit den angegebenen Funktionsgleichungen dargestellt. Ihre drei Schnittpunkte sind rot eingekreist.



a) Lest die Schnittpunkte S_1 und S_2 ab. Kontrolliert dann – wie Rosa und Halid – die abgelesenen Schnittpunkte durch Einsetzen der Koordinaten in die zugehörigen Funktionsgleichungen.



b) Bestimmt die Koordinaten des Schnittpunkts S_3 mit Jeremys Schätzwerten oder rechnerisch. Begründet die Wahl eures Lösungswegs.

c) In Aufgabe 1b) behauptet Ben: „Das klappt immer." Was meint er? Und hat er Recht?

Kennst du zu zwei Geraden die zugehörigen Funktionsgleichungen, kannst du ihren Schnittpunkt sowohl zeichnerisch als auch rechnerisch bestimmen:

zeichnerische Lösung

① Zeichne die beiden Geraden.
② Lies die Koordinaten des Schnittpunkts ab.
③ Probe: Setze die Koordinaten des Schnittpunkts in beide Funktionsgleichungen ein.

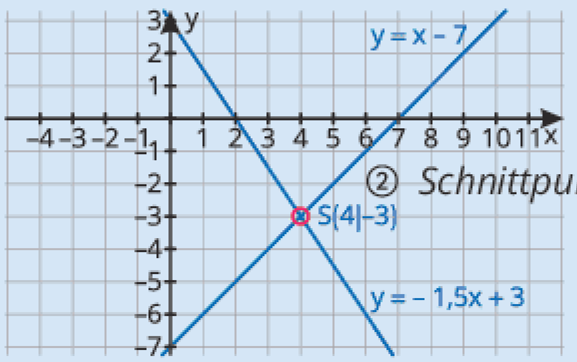
rechnerische Lösung

① Setze die beiden rechten Seiten der Funktionsgleichungen gleich und löse nach x auf.
② Setze diesen x-Wert in eine der beiden Funktionsgleichungen ein und du erhältst y.

Bestimme den Schnittpunkt der beiden Geraden I $y = x - 7$ und II $y = -1{,}5x + 3$

Zeichnerische Lösung

① *Geraden zeichnen*



② *Schnittpunkt ablesen*

③ *Probe:*

$$\begin{array}{ll} y = x - 7 & y = -1{,}5x + 3 \\ -3 = 4 - 7 & -3 = -1{,}5 \cdot 4 + 3 \\ -3 = -3 \quad \text{(w)} & -3 = -3 \quad \text{(w)} \end{array}$$

Rechnerische Lösung

① *Funktionsgleichungen gleichsetzen und nach x auflösen:*

$$\begin{array}{lrcll} \text{I} = \text{II} & x - 7 &=& -1{,}5x + 3 & \mid +1{,}5x \\ & 2{,}5x - 7 &=& 3 & \mid +7 \\ & 2{,}5x &=& 10 & \mid :2{,}5 \\ & x &=& 4 & \end{array}$$

② *y-Koordinate durch Einsetzen in eine der beiden Funktionsgleichungen bestimmen.*

I $y = 4 - 7 = -3$

Die beiden Geraden schneiden sich im Punkt S(4|–3).

Zwei Gleichungen mit denselben Variablen x und y bilden zusammen ein **lineares Gleichungssystem**.

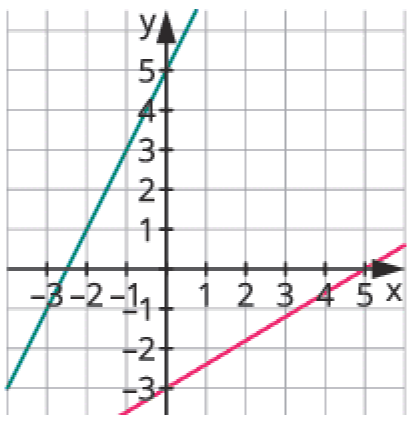
3. Bestimme den Schnittpunkt der beiden Geraden zeichnerisch.

a) I $y = 3x - 1$ II $y = 5x - 5$
b) I $y = 2x - 2$ II $y = -x + 4$
c) I $y = 0{,}5x + 3$ II $y = -3x - 4$
d) I $y - 4x = 0$ II $y + x = 5$

4. Bestimme den Schnittpunkt der zugehörigen Geraden rechnerisch.

a) I $y = 2x - 7$ II $y = 9 - 2x$
b) I $y = 5x + 3$ II $y = 2x + 15$
c) I $y = 9 + 4x$ II $y = 4 - x$
d) I $y = x + 3$ II $y = 5x - 1$
e) I $y = 3x - 1$ II $y = 5x - 9$
f) I $y = 3x + 1$ II $y = 2x + 3$
g) I $y = 5x + 3$ II $y = 4x - 1$
h) I $y = -2 - 5x$ II $y = x + 4$

5. **a)** Bestimme die Funktionsgleichungen und den Schnittpunkt der beiden Geraden.
b) Überprüfe deine Lösung der Teilaufgabe a), indem du die Graphen der Funktionsgleichungen mit Hilfe eines Computerprogramms in ein Koordinatensystem zeichnest und dir den Schnittpunkt anzeigen lässt.



6. Herr Aksakal schwankt beim Neukauf eines Autos zwischen einem Elektromodell für 32 000 € und einem Diesel für 28 000 €. Beim Elektromodell kalkuliert er mit 1 300 € Betriebskosten pro Monat, beim Diesel mit 1 400 €. Wann sind die Gesamtkosten für beide Autos gleich?

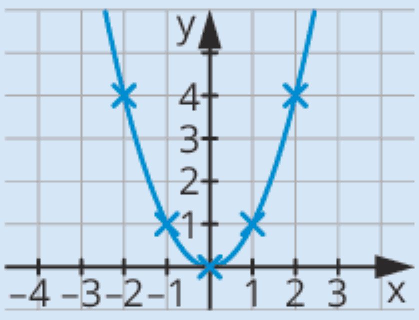
Auf einen Blick!

<u>Funktionen</u> sind **eindeutige** Zuordnungen. Sie ordnen jedem x-Wert **genau einen** y-Wert als **Funktionswert** zu.

Funktionsgleichung: $y = x^2$
Wertetabelle:

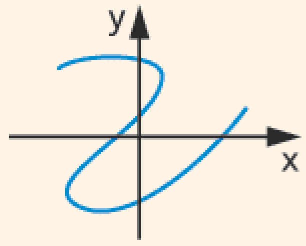
x	–2	–1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

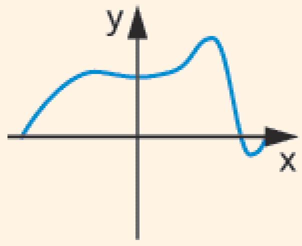
Graph im Koordinatensystem:

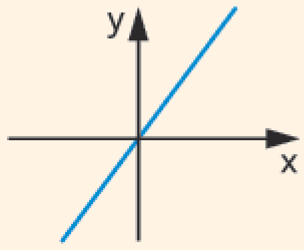


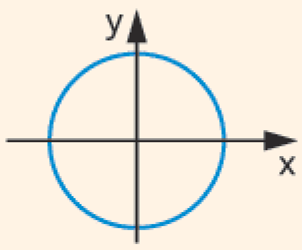
Beschreibung:
Jeder Zahl x wird ihr Quadrat y zugeordnet.

1. Gehört der abgebildete Graph zu einer Funktion? Begründe.

a)


b)


c)


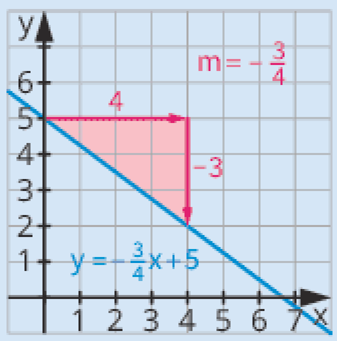
d)


2. Zeichne die Funktion mit Hilfe einer Wertetabelle.
   a) $y = -2{,}5x + 6$ b) $y = 0{,}5x - 2$

Funktionen, deren Graph eine Gerade ist, heißen **<u>lineare Funktionen</u>**.

Ihre Gleichung kannst du in der Form **y = mx + b** schreiben.
b heißt y-Achsenabschnitt und beschreibt, wo die Gerade die y-Achse schneidet.
m heißt **Steigung** der Funktion und wird mit einem Steigungsdreieck berechnet:
Steigung m = $\frac{\textbf{Höhendifferenz}}{\textbf{Seitendifferenz}}$

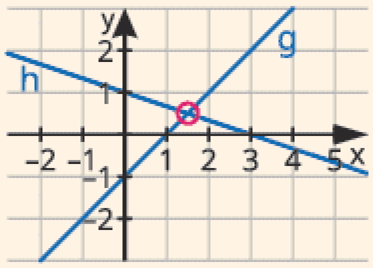
$y = -\frac{3}{4}x + 5$



3. Gib die Steigung m und den y-Achsenabschnitt b an.
   a) $y = -2x + 1{,}5$ b) $y = -5 + 3x$

4. Zeichne den Graphen mit Hilfe von y-Achsenabschnitt und Steigungsdreieck.
   a) $y = 2x - 5$ b) $y = -3x + 7$

5. Bestimme die Funktionsgleichungen der Geraden g und h.

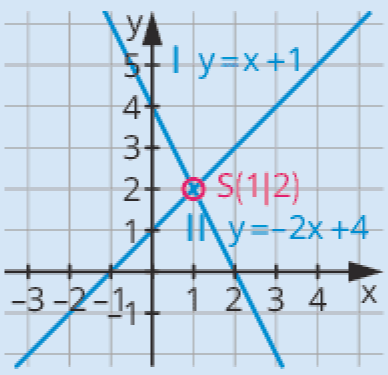


6. Zeichne die Gerade und bestimme ihre Funktionsgleichung.
   a) Die Gerade schneidet die y-Achse an der Stelle 7 und verläuft durch den Punkt P(2|–1).
   b) Die Gerade verläuft durch A(0|2) und B(2|4).

Der **<u>Schnittpunkt zweier Geraden</u>**

I $y = x + 1$ II $y = -2x + 4$

zeichnerisch



rechnerisch

$$
\begin{aligned}
x + 1 &= -2x + 4 &&|+2x\\
3x + 1 &= 4 &&|-1\\
3x &= 3 &&|:3\\
\underline{x} &\underline{= 1}\\
y &= x + 1\\
y &= 1 + 1\\
\underline{y} &\underline{= 2}
\end{aligned}
$$

7. Zeichne die Geraden zu den Funktionsgleichungen und lies ihren Schnittpunkt ab.
   a) I $y = -x + 2$ II $y = 2x - 1$ b) I $y = 4x - 3$ II $y = 1$

8. Bestimme den Schnittpunkt der zugehörigen Geraden rechnerisch.
   a) I $y = -3x + 6$ II $y = 2x + 1$ b) I $y = 4x - 3$ II $y = 1{,}25x - 1$

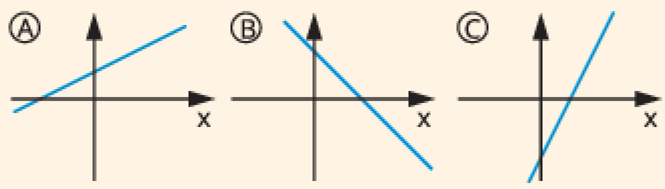
Alles klar?

1. Erstelle eine Wertetabelle mit zwei geeigneten Wertepaaren und zeichne den Graphen.
a) $y = 2x + 3$ **b)** $y = -0{,}5x + 2$ **c)** $y = -3x$

2. Wie groß ist die Steigung der Geraden und in welchem Punkt schneidet die Gerade die y-Achse?
a) $y = 2{,}5x - 7$ **b)** $y = 4 - \frac{4}{5}x$ **c)** $y = 2x$

3. Zeichne den Graphen der linearen Funktion mit Hilfe von y-Achsenabschnitt und Steigungsdreieck.
a) $y = -2x + 5$ **b)** $y = \frac{1}{2}x - 2$ **c)** $y = -x + 0{,}5$

4. Welcher Graph gehört zu welcher Gleichung?
① $y = 2x - 4$ ② $y = -x + 5$ ③ $y = 0{,}5x + 3$



5. Gegeben sind die lineare Funktion $y = -2x + 4$ sowie die Punkte $A(-2|2)$ und $B(1{,}5|1)$. Prüfe, welcher der beiden Punkte auf dem Graphen der Funktion liegt.

6. Zeichne die Geraden zu den Funktionsgleichungen und lies den Schnittpunkt S ab.
I $y = 3x - 1$ **II** $y = 5x - 5$

7. Welche Wertetabellen gehören zu einer Funktion, welche gehören sogar zu einer linearen Funktion?

a)

x	3	4	5	6	7
y	5	2	1	4	7

b)

x	3	4	5	6	7
y	–5	–2	1	4	7

c)

x	3	4	5	4	3
y	–5	–2	1	4	7

8. Herr Mai mietet für einen Tag einen Kleintransporter. Der Tagesgrundpreis beträgt 40 €, hinzu kommen noch 0,30 € je gefahrenen Kilometer.
a) Stelle die Funktionsgleichung der Zuordnung *Fahrstrecke* → *Gesamtkosten* auf.
b) Berechne wie viel € Herr Mai bezahlen muss, wenn er eine Strecke von 285 km zurücklegt.

9. Gib die Funktionsgleichung der Geraden an, die entsteht, wenn man die Gerade mit der Funktionsgleichung $y = -\frac{1}{3}x - 1$ an der **a)** y-Achse spiegelt. **b)** x-Achse spiegelt.

10. Die Länge eines Rechtecks ist 5 cm größer als die Breite. Gib eine Funktionsgleichung an, die den Flächeninhalt y in Abhängigkeit von der kürzeren Seite x beschreibt. Liegt eine lineare Funktion vor?

11. Die Gerade g verläuft durch $A(-2|2)$ und hat die Steigung $m = 0{,}5$, die Gerade h verläuft durch $B(0|5)$ und $C(3|-1)$. Zeichne beide Geraden, notiere die zugehörigen Funktionsgleichungen und bestimme den Schnittpunkt der Geraden. Überprüfe die Schnittpunktkoordinaten rechnerisch.

12. Gehört die Gleichung $y - x^2 = \frac{1}{2}(4x - 2x^2) + 5{,}5$ zu einer linearen Funktion? Begründe.

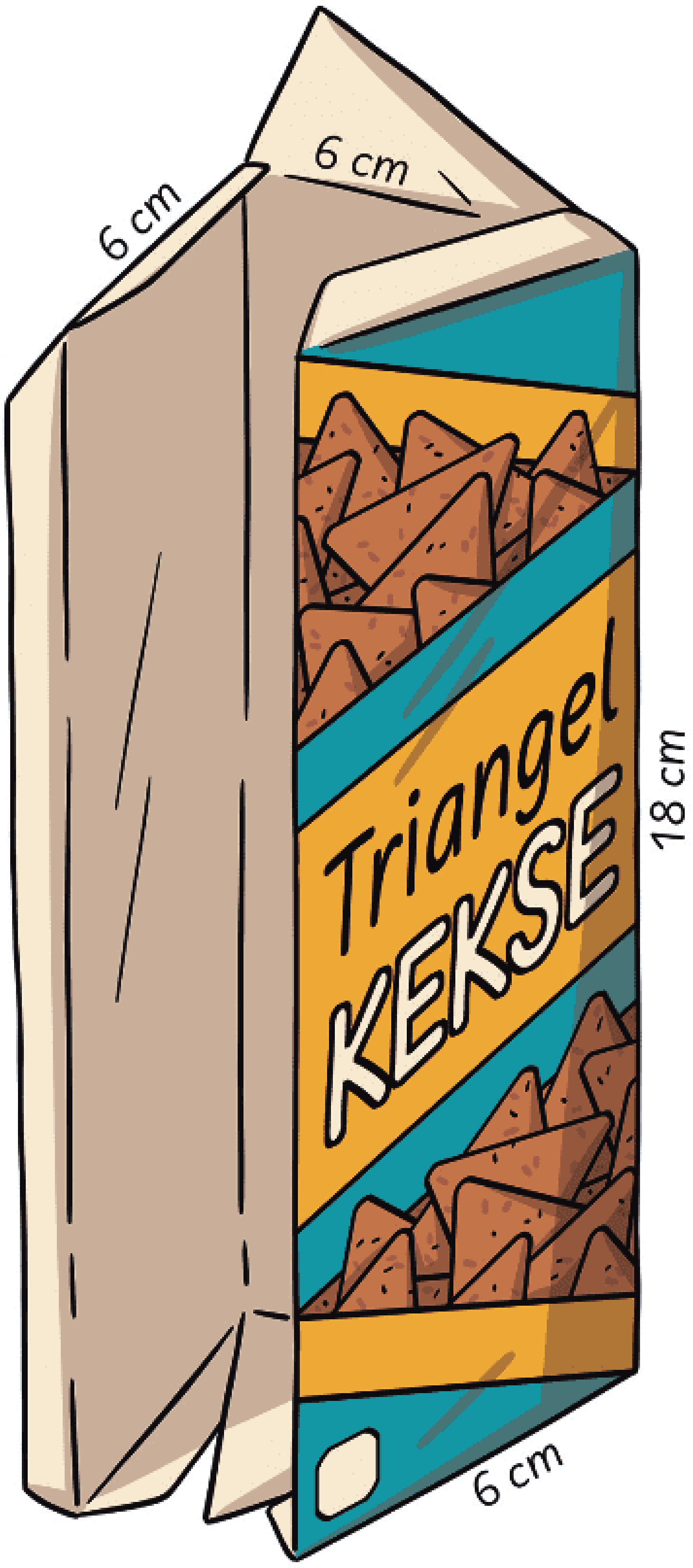
13. Bestimme durch Rechnung den Schnittpunkt der Geraden g und h, die folgende Eigenschaften haben: g verläuft durch die Punkte $A(-4|1)$ und $B(6|4)$, h trifft die x-Achse an der Stelle –8 und die y-Achse an der Stelle 2.

14. Ein Taxi-Tarif setzt sich wie folgt zusammen. Zeichne den Graphen für diese stückweise lineare Funktion und bestimme jeweils die Funktionsgleichung für die einzelnen Abschnitte.

Grundpreis	0–5 km Preis pro km	ab 5 km Preis pro km
3,00 €	1,80 €	1,50 €

Prismen zeichnen und berechnen

6



Reicht ein Karton (Papier) von der Größe eines DIN-A4-Blattes zur Herstellung der Verpackung?

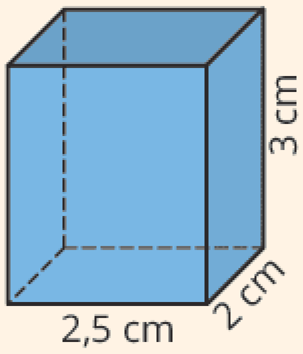
Schätze das Volumen der Keksverpackung:
- ca. 1 Liter (1 000 cm^3)
- ca. $\frac{1}{2}$ Liter (500 cm^3)
- ca. $\frac{1}{4}$ Liter (250 cm^3)
- ca. $\frac{1}{10}$ Liter (100 cm^3)

In diesem Kapitel lernst du, ...

... was ein Prisma ist,
... wie du Schrägbilder und Netze von Prismen zeichnest,
... wie du die Oberfläche von Prismen berechnest,
... wie du das Volumen von Prismen berechnest.

Löse die folgenden Aufgaben und schätze dich ein.

1. a) Zeichne das Netz eines Würfels mit der Kantenlänge a = 3 cm.
b) Zeichne das Netz des abgebildeten Quaders.



Ich kann Netze von Würfeln und Quadern zeichnen.

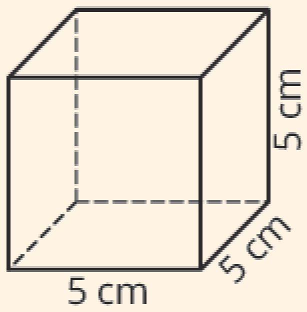
Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.
→ S. 207, A 1–3

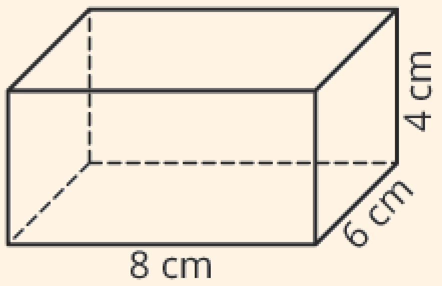
2. Zeichne ein Schrägbild des Körpers.
a) Würfel mit der Kantenlänge a = 4 cm
b) Quader mit den Kantenlängen
a = 6 cm, b = 4 cm, c = 3 cm

Ich kann Schrägbilder von Würfeln und Quadern zeichnen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.
→ S. 207, A 4–5

3. Berechne die Oberfläche und das Volumen
a) des Würfels, **b)** des Quaders.





Ich kann von Würfeln und Quadern die Oberfläche und das Volumen berechnen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.
→ S. 208, A 1–3

4. Rechne in die angegebene Flächeneinheit um.
a) 2,3 dm² = ▢ cm²
b) 365 cm² = ▢ dm²
c) 11 cm² = ▢ mm²
d) 6 m² = ▢ cm²
e) 0,75 dm² = ▢ mm²

Ich kann Flächenmaße in andere Einheiten umrechnen.

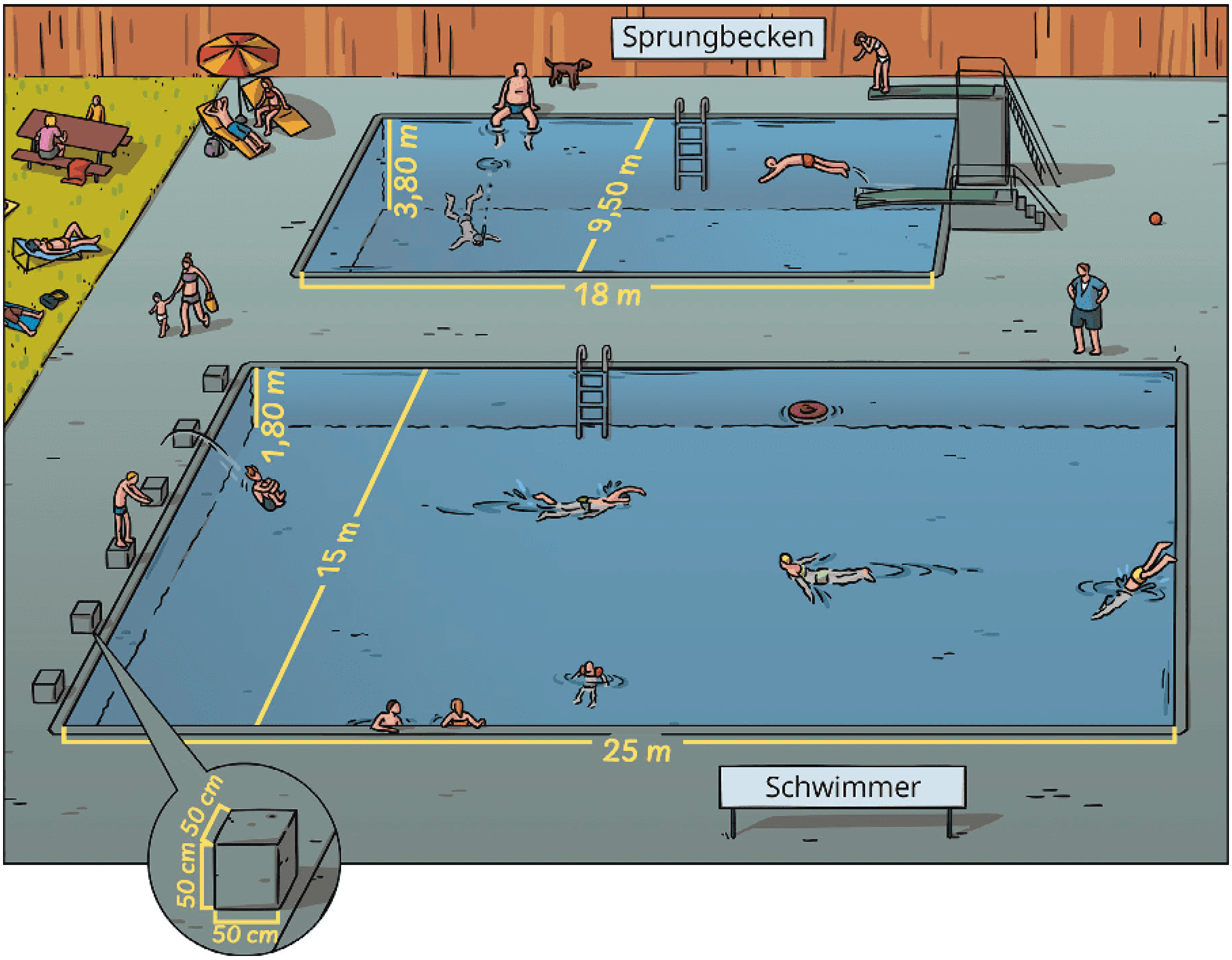
Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.
→ S. 198, A 1–4

5. Rechne in die angegebene Volumeneinheit um.
a) 11 dm³ = ▢ cm³
b) 2468 cm³ = ▢ dm³
c) 36 cm³ = ▢ mm³
d) 2 m³ = ▢ ℓ
e) 9 ℓ = ▢ cm³
f) 1,5 ℓ = ▢ mℓ

Ich kann Volumenmaße in andere Einheiten umrechnen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.
→ S. 208, A 4–5

Im Schwimmbad



1. Die Startblöcke sind aus Beton gegossen. Berechne das Volumen und die Masse von einem Startblock. 1 cm³ Beton wiegt 2,4 g.

2. Berechne das Volumen
a) des Schwimmerbeckens,
b) des Sprungbeckens.

3. 1 m³ Wasser kostet 4,20 €. Berechne die Kosten für eine Füllung beider Becken.

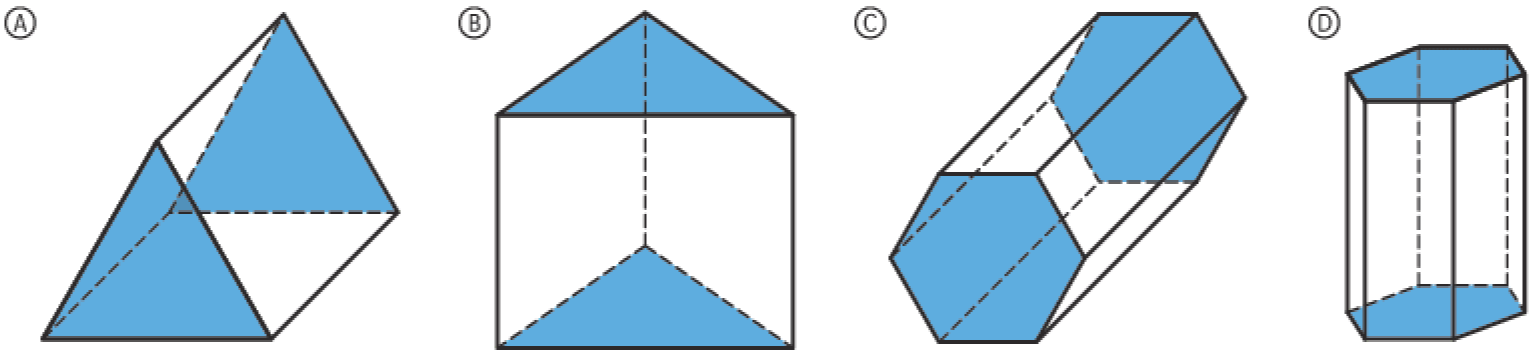
4. Die Wände und der Boden des Sprungbeckens sollen neu gefliest werden.
a) Wie viel m² Fliesen werden benötigt?
b) Pro m² rechnet die Gemeinde mit Kosten von 35 €. Wie viel muss für die Fliesen insgesamt bezahlt werden?

Eigenschaften des Prismas

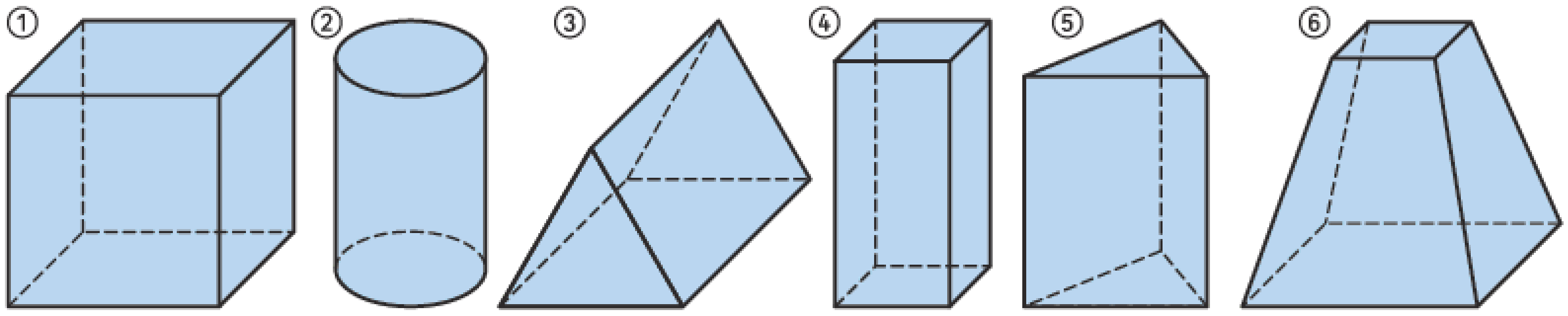
1. Beschreibe die Gemeinsamkeiten der abgebildeten Körper. Verwende dabei die Begriffe auf den gelben Wortkarten. Nenne nacheinander Gemeinsamkeiten von

a) Ⓐ und Ⓑ **b)** Ⓒ und Ⓓ **c)** Ⓐ und Ⓒ
d) Ⓑ und Ⓓ **e)** allen vier Körpern

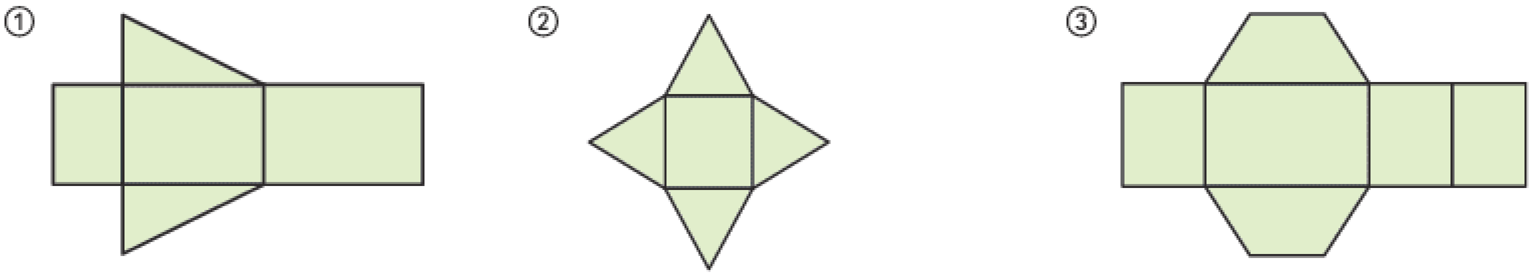
Grundfläche | kongruent | Mantelfläche | Rechteck | Dreieck | Sechseck | unten | vorne



2. Die in Aufgabe 1 abgebildeten Köper sind Prismen. Welche der hier abgebildeten Körper sind ebenfalls Prismen? Begründe deine Antwort.

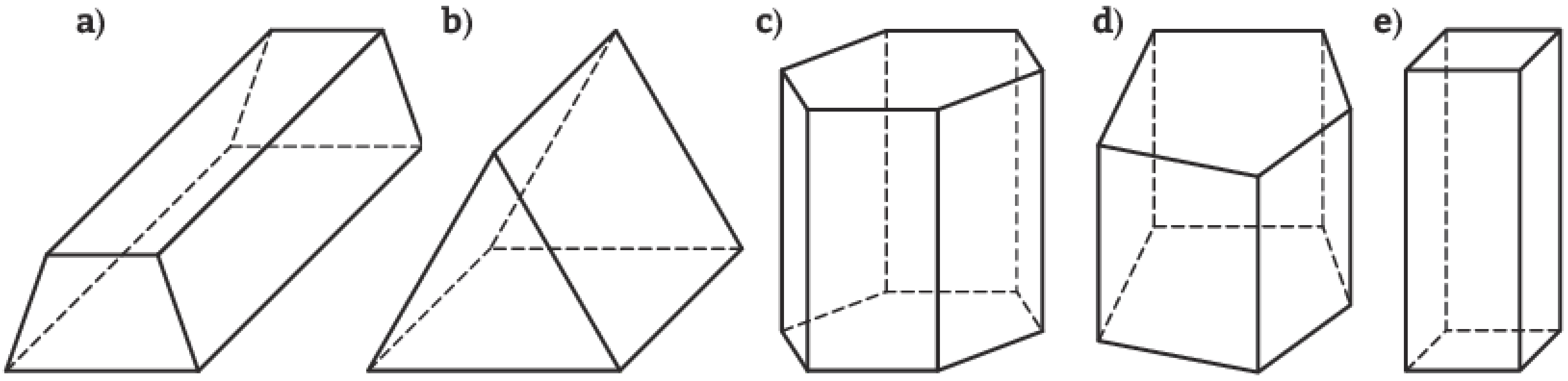


3. Zwei der Netze gehören zu einem Prisma. Welche sind es? Begründe.



4. Jedes Prisma hat 2 kongruente Grundflächen und eine Mantelfläche. Die Mantelfläche besteht aus Rechtecken. Benenne die Form der Grundfläche des abgebildeten Prismas.

a) **b)** **c)** **d)** **e)**



5. Gibt es so ein Prisma? Wie viele Kanten und Flächen hätte es?

a)

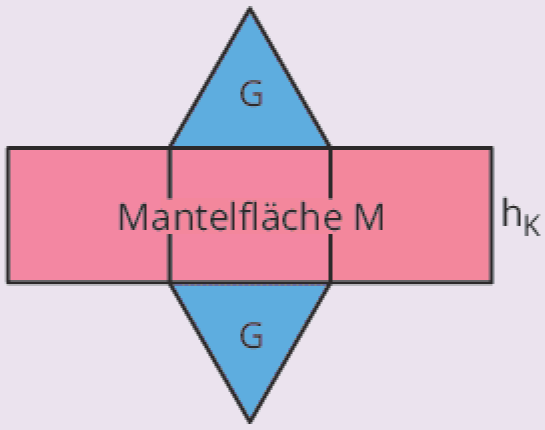
b)

c)

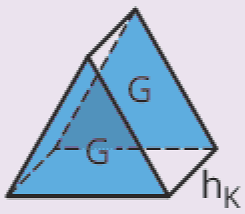
Eigenschaften des Prismas

Ein **Prisma** ist ein Körper mit zwei parallelen, deckungsgleichen (kongruenten) Vielecken (z. B. Dreieck, Viereck, Fünfeck, ... usw.) als **Grundflächen G**.
Die **Mantelfläche M** besteht aus Rechtecken.
Der Abstand zwischen den beiden Grundflächen ist die **Körperhöhe h_K**.

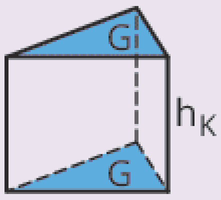
Netz



Schrägbilder



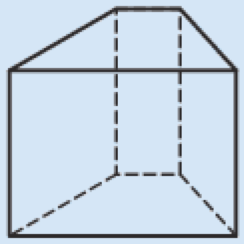
Grundfläche vorne und hinten



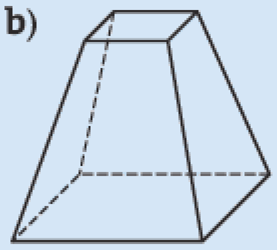
Grundfläche oben und unten

Ist der Körper ein Prisma? Begründe.

a)



b)

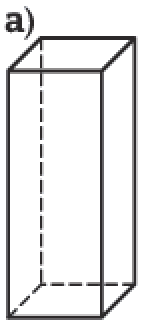


a) Ja, denn die beiden Grundflächen (oben und unten) liegen parallel und sind kongruent, die Mantelfläche besteht aus Rechtecken.

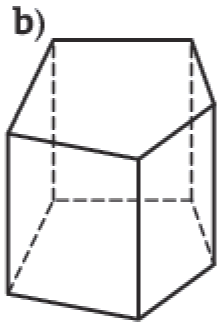
b) Nein, denn die beiden Grundflächen (oben und unten) sind nicht kongruent, die Mantelfläche besteht nicht aus Rechtecken.

6. Ist der Körper ein Prisma? Begründe deine Antwort.

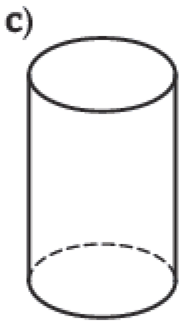
a)



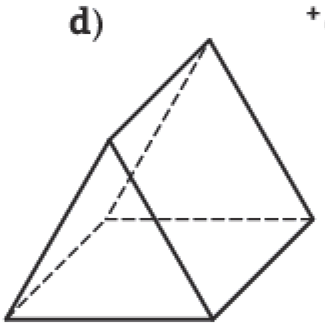
b)



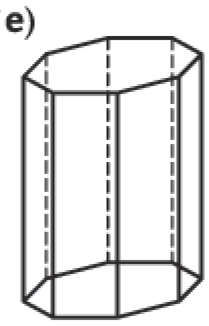
c)



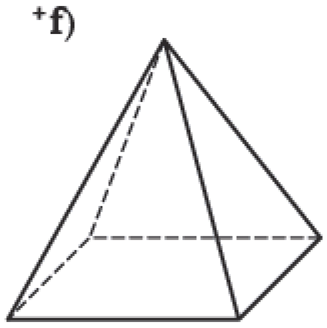
d)



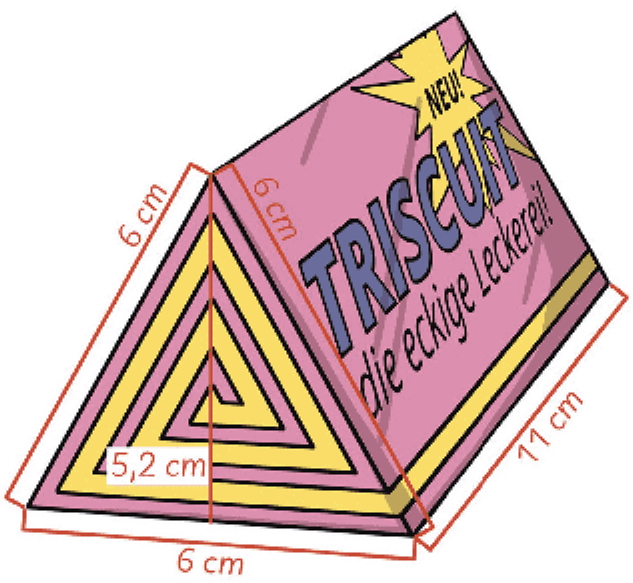
⁺e)



⁺f)



7. **a)** Zeichne ein Netz der abgebildeten Verpackung auf kariertes DIN-A4-Papier, zeichne Klebelaschen ein, schneide es aus und falte das Papiernetz zum Prisma zusammen.
b) Übertrage das Papiernetz anschließend mit den Klebelaschen auf Karton. Gestalte die Mantelfläche und die Grundflächen vor dem Zusammenkleben nach deinen Vorstellungen.

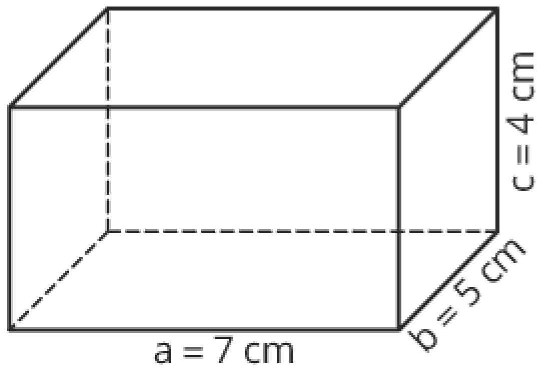


8. Welche Form hat die Grundfläche des Prismas?

a) Prisma mit 5 Flächen
b) Prisma mit 8 Ecken
c) Prisma mit 18 Kanten
d) Prisma mit 10 Flächen
e) Prisma mit 12 gleich langen Kanten
f) Prisma mit 12 Ecken

Schrägbilder des Prismas

1. Die Abbildung zeigt das Schrägbild eines Quaders.

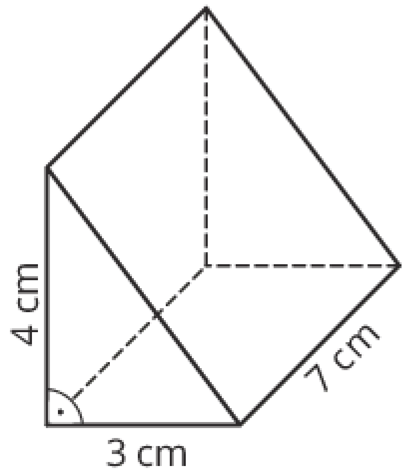


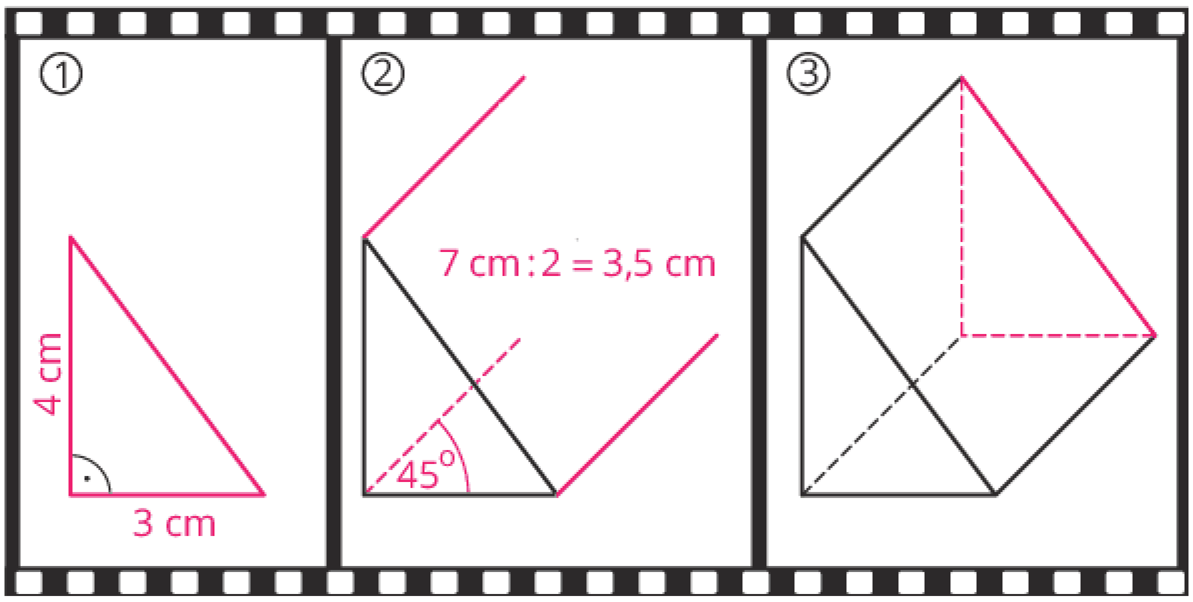
a) Formuliere eine Anleitung zum Zeichnen des Schrägbildes.
Nutze hierfür auch die gelben Textkärtchen.

Vorderfläche | nach hinten verlaufende Kanten | verdeckte Kanten | Winkel 45° | Zeichne zuerst | gestrichelte Linie | halber Länge

b) Zeichne nun das Schrägbild des Quaders nach deiner Anleitung in dein Heft.

2. a) Zeichne ein Schrägbild des abgebildeten Dreiecksprismas mit den angegebenen Maßen. Im Filmstreifen sind die einzelnen Zeichenschritte zu sehen.





b) Notiere die Vorgehensweise, um das Schrägbild eines Prismas zu zeichnen, indem du in deinem Heft den Lückentext ergänzt.

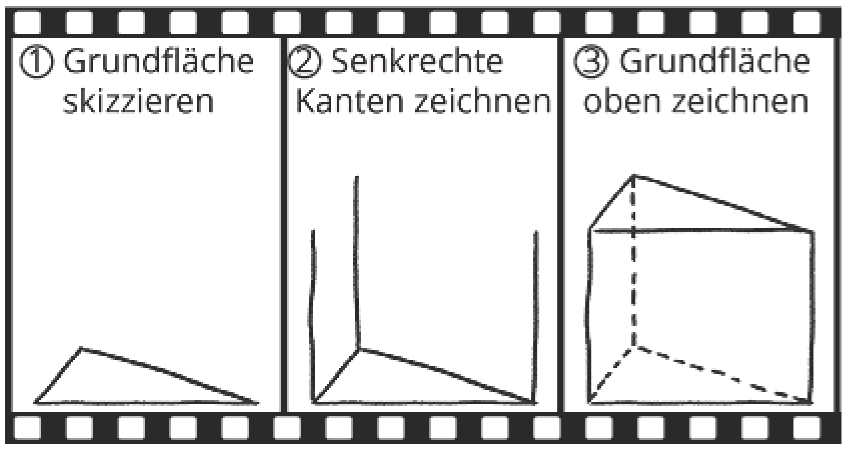
① Zeichne zuerst die ____________ des Prismas mit den angegebenen Maßen als Vorderfläche.

② Zeichne von jeder Ecke der Vorderfläche aus die nach ____________ verlaufenden Kanten mit ____________ Länge unter einem Winkel von ______°.

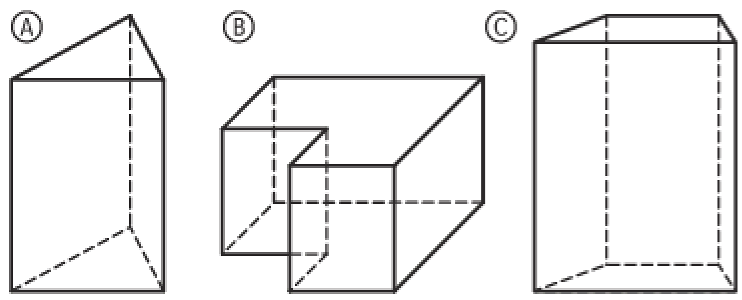
③ Zeichne verdeckte Kanten stets mit einer ____________ Linie.

④ Verbinde die Endpunkte und zeichne nochmal die ____________.

3. Du kannst auch Schrägbilder von Prismen skizzieren, bei denen die Grundflächen oben und unten liegen. Die Skizze kannst du auch freihand, also ohne Lineal zeichnen.
Das Beispiel zeigt dir, wie das geht.



Wähle eines der drei Prismen aus und zeichne eine Schrägbildskizze.



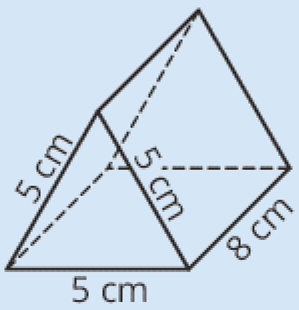
Schrägbild eines Prismas zeichnen (Grundfläche vorne)

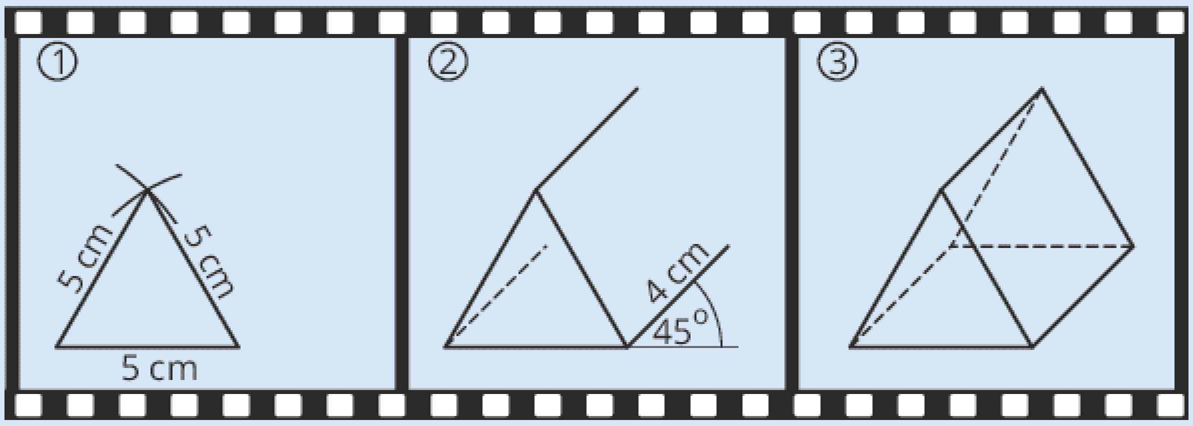
① Zeichne die Grundfläche als Vorderfläche in Originalgröße.

② Zeichne nach hinten verlaufende Kanten im Winkel 45° mit halber Länge.

③ Zeichne die fehlenden Kanten bzw. die Grundfläche als hintere Fläche ein.

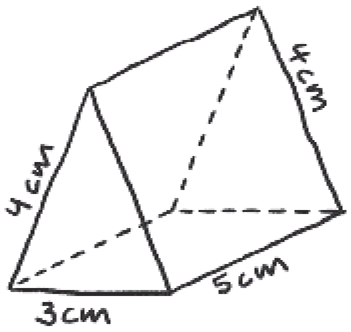
Zeichne das Schrägbild des Dreiecksprismas.



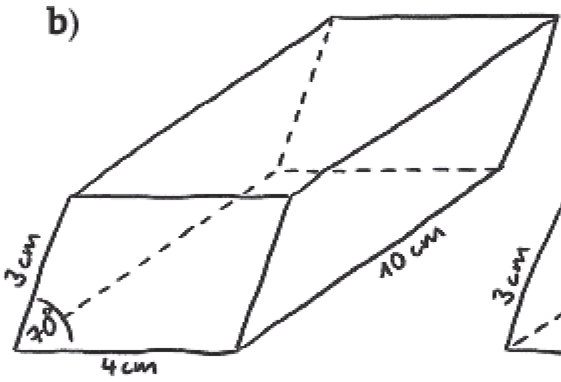


4. Zeichne ein Schrägbild des skizzierten Prismas mit den angegebenen Maßen.

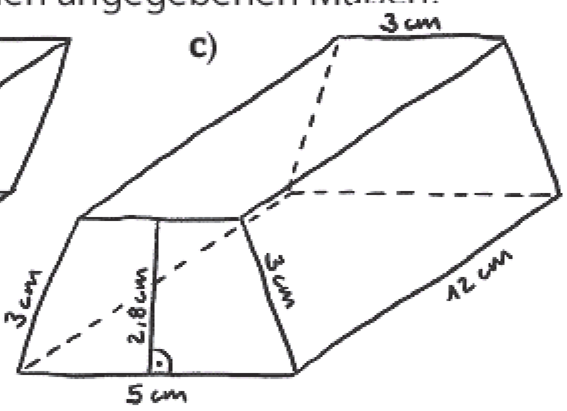
a)



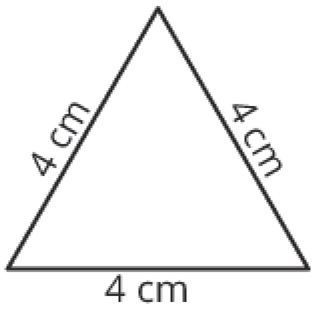
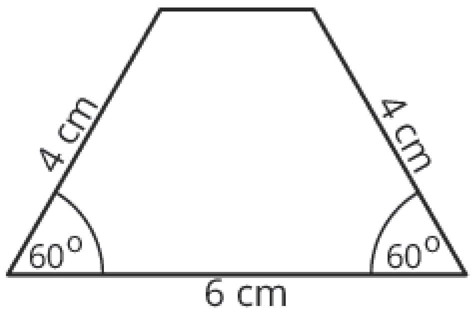
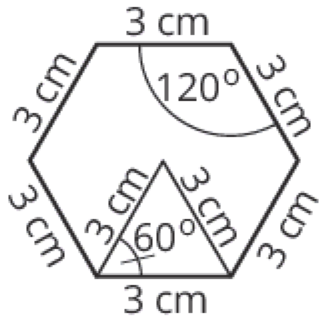
b)



c)

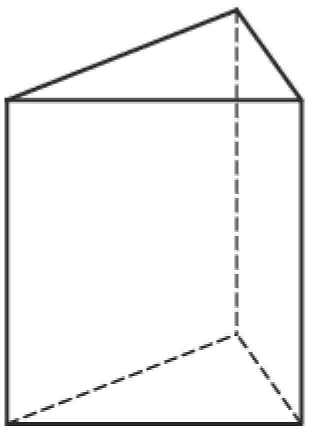


5. Zeichne ein Schrägbild des Prismas mit der abgebildeten Grundfläche und der gegebenen Körperhöhe h_K.

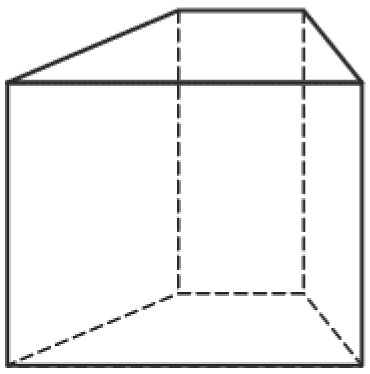
Körperhöhe	**a)** $h_K = 8$ cm	**b)** $h_K = 5$ cm	**c)** $h_K = 7{,}4$ cm
Grundfläche			

+6. Skizziere ein Schrägbild des Prismas. Die Grundflächen sollen oben und unten sein.

a)



b)



Die Ergebnisse ergeben die größten Millionen-Städte in Afrika.

1. Überschlage das Ergebnis so, dass du im Kopf rechnen kannst.
a) $7{,}19 \cdot 896$ **b)** $25\,062 \cdot 1{,}99$ **c)** $2\,967 \cdot 4\,017$
d) $301 : 9{,}8$ **e)** $702 - 198{,}8$ **f)** $9\,930 : 2{,}04$

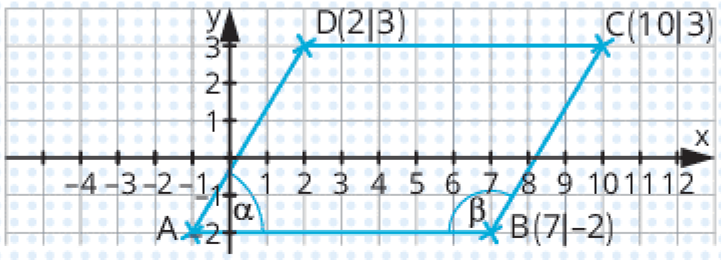
2. Welcher Prozentsatz beschreibt den Anteil am besten?
a) 29 von 60 **b)** 103 von 400
c) 298 von 398 **d)** 4,1 von 12
e) 21 von 102 **f)** 6 von 9

33 % 75 % 50 % 25 % 67 % 20 %

3. **a)** (240 m + 2 760 m) : 5 = ☐ m
b) 8 · (500 kg) = ☐ t

4. **a)** 3 cm^2 : 2 = ☐ cm^2 **b)** 3,96 ℓ : 3 = ☐ ℓ
c) 270 m · 5 = ☐ m **d)** 500 cm^3 : 4 = ☐ cm^3

5. Das Viereck ABCD ist ein Parallelogramm (Einheit 1 cm).



a) Gib die Koordinaten des Punktes A an. A(☐ | ☐)
b) Miss die Winkel α = ☐°, β = ☐°
c) Bestimme den Flächeninhalt des Parallelogramms. ☐ cm^2

6. Ein Quader ist 10 cm lang, 10 cm breit und hat ein Volumen V = 420 cm^3. Wie hoch ist er? h = ☐ cm

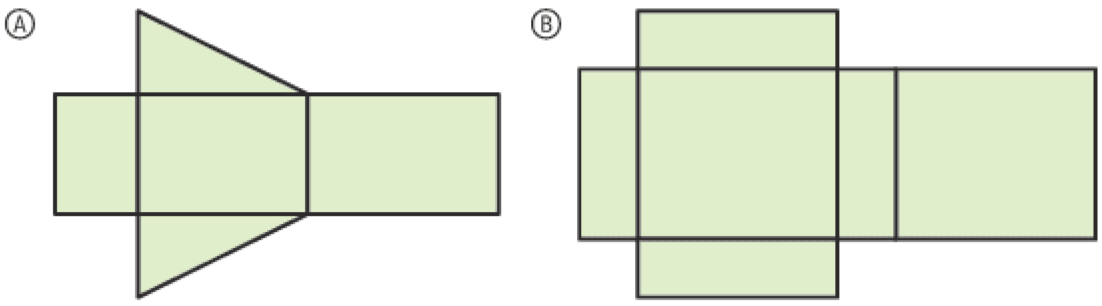
7. Ein Würfel hat die Kantenlänge 8 cm. Berechne
a) sein Volumen. V = ☐ cm^3,
b) seine Oberfläche. O = ☐ cm^2,
c) die Summe aller Kantenlängen. l = ☐ cm.

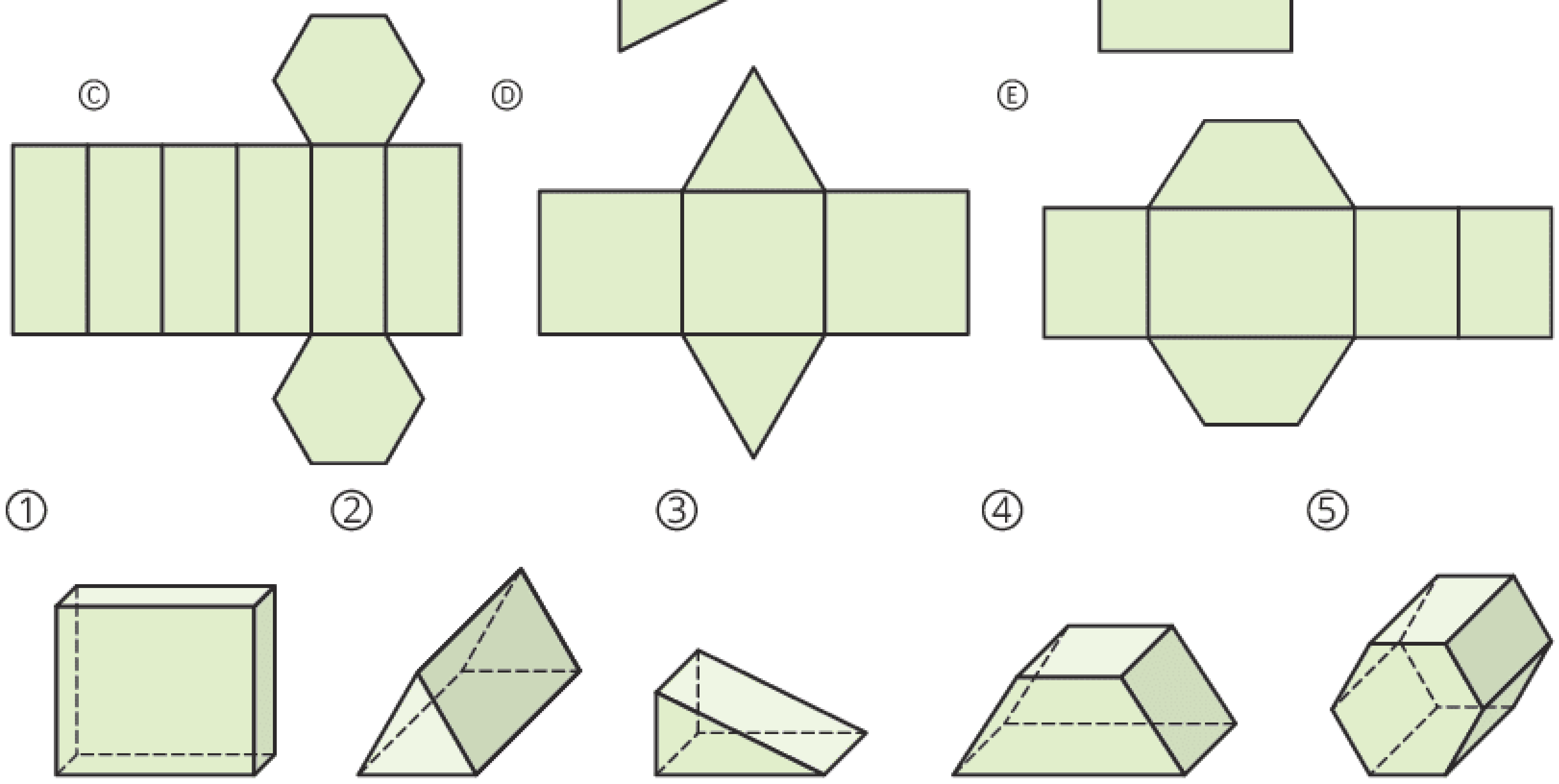
8. Löse die Gleichung.
a) $4x + 50 = 200 - 6x$ x = ☐
b) $2 \cdot (x - 100) = 400$ x = ☐
c) $3(x + 4) = 12$ x = ☐
d) $2(5x + 1) = 12$ x = ☐

H –2	K –1	D 0
A 1	I 1,32	A 1,4
A 1,5	K 4	U 4,2
A 15	A 20	N 25
O 30	H 33	T 40
I 50	A 59	S 67
S 75	U 96	R 121
O 125	N 300	L 384
S 500	M 512	A 600
R 1 350	K 5 000	L 6 300
A 50 000	M 120 000	G 12 Mio.

Oberfläche des Prismas

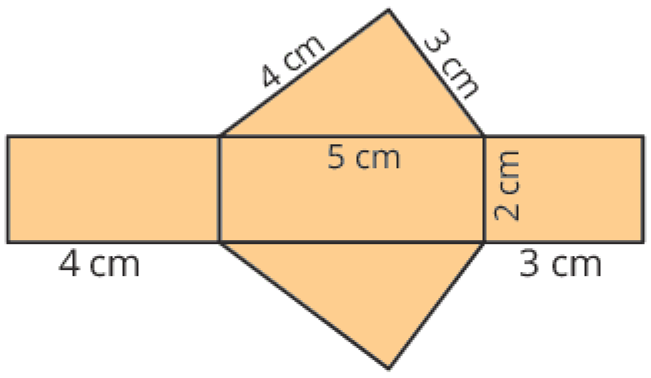
1. Ordne dem Netz des Prismas das zugehörige Schrägbild zu.



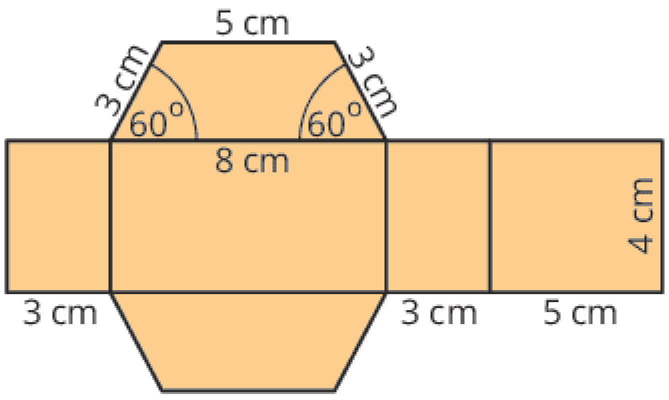


2. Übertrage das Netz auf Papier, schneide es aus und falte es zu einem Prisma. Markiere die zusammen fallenden Kanten mit der gleichen Farbe.

a)

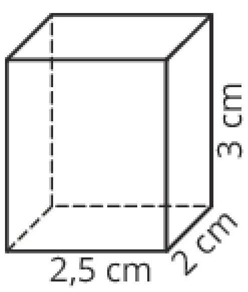


b)

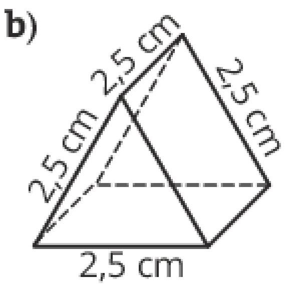


3. Zeichne das Netz zum abgebildeten Schrägbild des Prismas. Färbe die Mantelfläche rot und die Grundflächen blau.

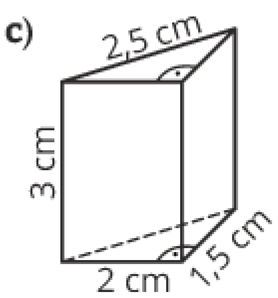
a)



b)

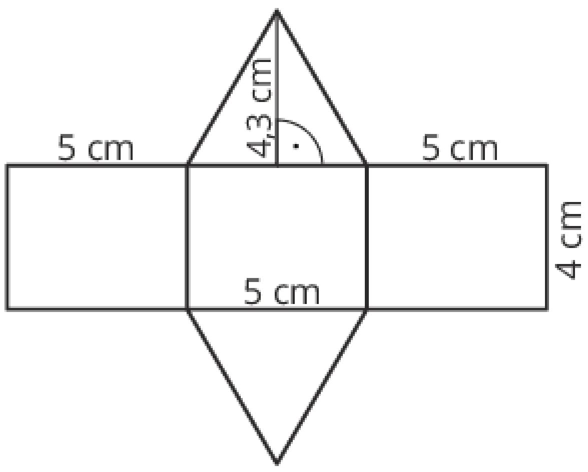


c)

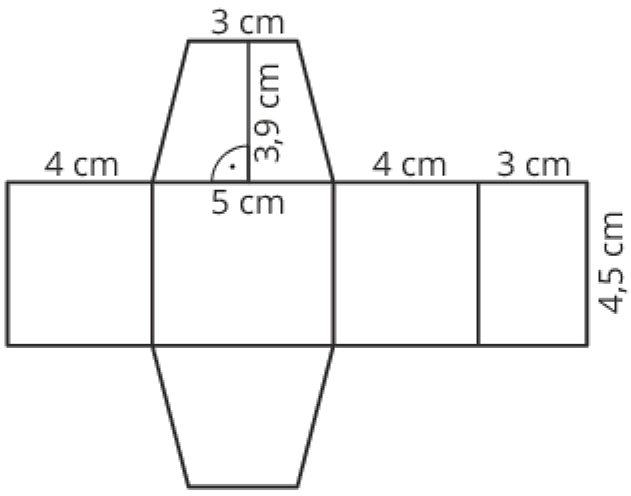


4. Berechne den Flächeninhalt des Netzes.

a)



b)



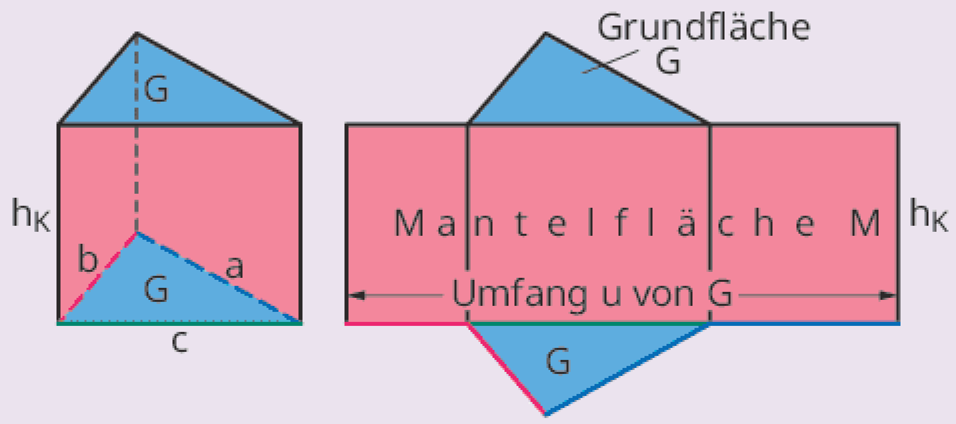
Oberfläche des Prismas

Die **Oberfläche** eines Prismas berechnest du, indem du die Flächeninhalte des Mantels und der beiden Grundflächen addierst.

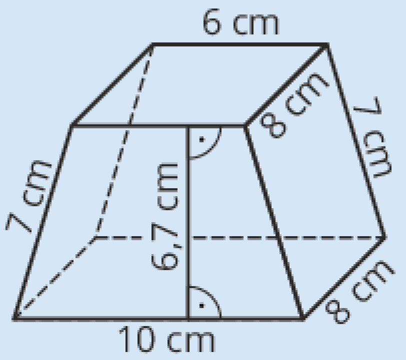
$$\mathbf{O = 2 \cdot G + M}$$

Die **Mantelfläche** berechnest du mit „Umfang u der Grundfläche mal Körperhöhe“:

$$\mathbf{M = u \cdot h_K}$$



Berechne die Oberfläche des Prismas.



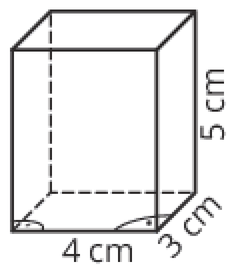
① $G = \frac{1}{2}(a + c) \cdot h$
$G = \frac{1}{2}(10\text{ cm} + 6\text{ cm}) \cdot 6{,}7\text{ cm}$
$G = 53{,}6\text{ cm}^2$

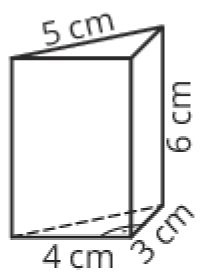
② $u = 10\text{ cm} + 7\text{ cm} + 6\text{ cm} + 7\text{ cm}$
$u = 30\text{ cm}$

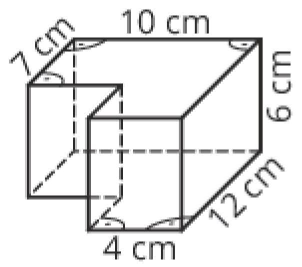
③ $M = u \cdot h_K$
$M = 30\text{ cm} \cdot 8\text{ cm}$
$M = 240\text{ cm}^2$

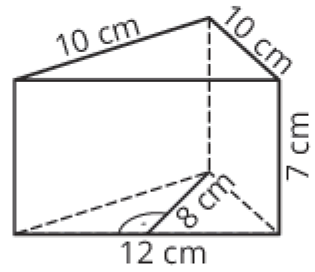
④ $O = 2 \cdot G + M$
$O = 2 \cdot 53{,}6\text{ cm}^2 + 240\text{ cm}^2$
$\mathbf{O = 347{,}2\text{ cm}^2}$

5. Berechne von dem abgebildeten Prisma nacheinander die Grundfläche G, den Umfang u der Grundfläche, die Mantelfläche M und die Oberfläche O.

a)


b)


c)


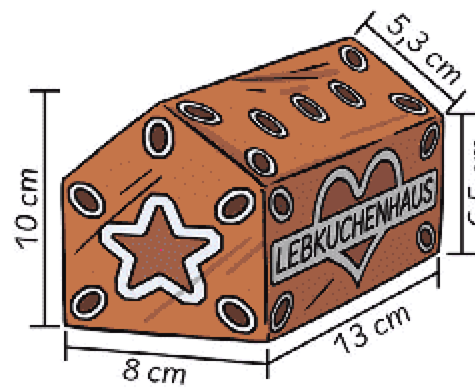
+d)


6. Berechne die Mantelfläche und die Oberfläche des Prismas.
a) $G = 24\text{ cm}^2$, $h_K = 3\text{ cm}$, $u = 18\text{ cm}$ **+b)** $G = 12{,}5\text{ mm}^2$, $h_K = 8{,}6\text{ mm}$, $u = 1{,}5\text{ cm}$

Beachte: Die Höhe der Grundfläche ist **nicht** die Höhe des Körpers.

7. Berechne die Oberfläche des Prismas mit der Körperhöhe $h_K = 11$ cm.
a) Grundfläche ist ein Rechteck mit a = 7 cm, b = 9 cm.
b) Grundfläche ist ein rechtwinkliges Dreieck mit a = 6 cm, b = 8 cm, c = 10 cm.
c) Grundfläche ist ein Parallelogramm mit a = 7,2 cm, b = 4,8 cm, $h_a = 3{,}6$ cm.
d) Grundfläche ist ein Trapez mit a || c, a = 9,6 cm, c = 6,4 cm, b = d = 4,8 cm, $h_a = 4{,}5$ cm

8. Als Verpackung für Lebkuchen verwendet eine Firma Schachteln mit der Form eines Hauses.
Berechne den Bedarf an Pappe, wenn für Verschnitt und Klebelaschen 15 % zusätzlich gerechnet werden.

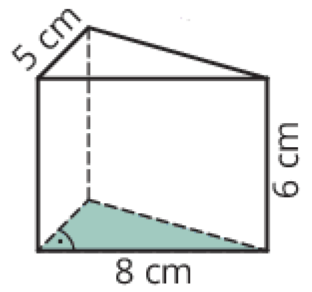


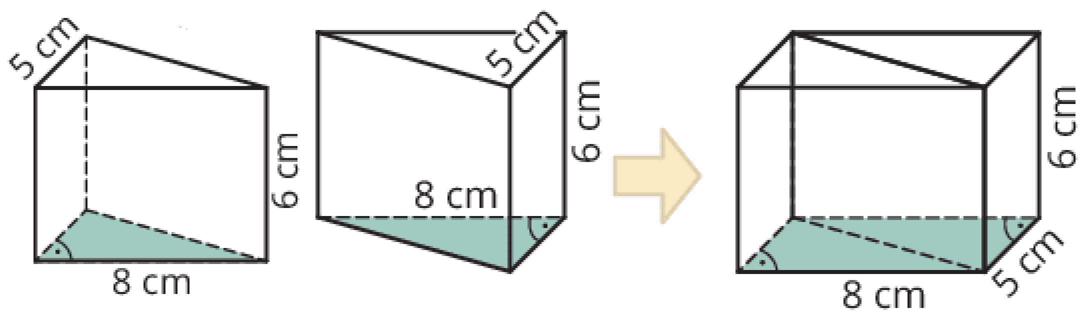
Volumen des Prismas

1. Partnerarbeit: Von einem Dreiecksprisma mit einem rechtwinkligen Dreieck als Grundfläche soll das Volumen bestimmt werden.

a) Erklärt den Übergang vom Dreiecksprisma zum Quader.

b) Bestimmt das Volumen des Dreiecksprismas.



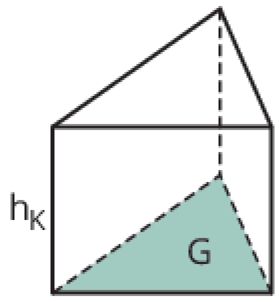


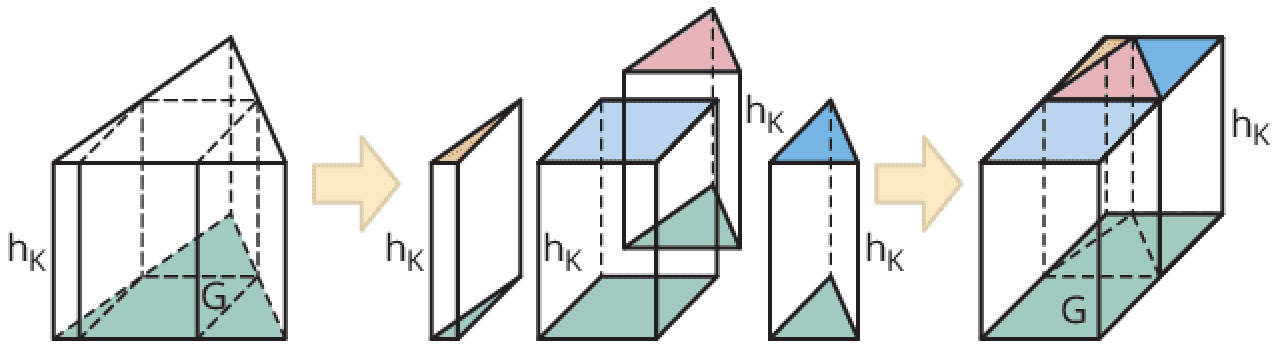
2. Partnerarbeit:

a) Erklärt die Umwandlung des Dreiecksprismas, mit einem allgemeinen Dreieck als Grundfläche, in einen Quader.

b) Gebt an, wie das Volumen des Prismas berechnet werden kann.

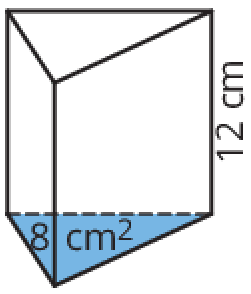
c) Stellt eine Formel für das Volumen des Prismas auf.



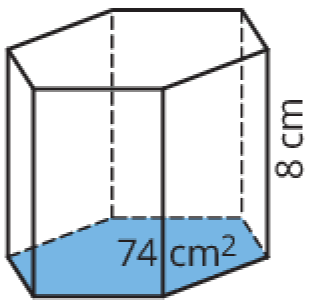


3. Berechne das Volumen des Prismas.

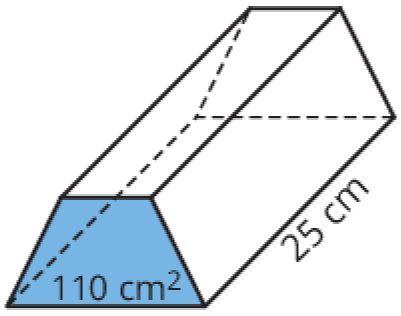
a)



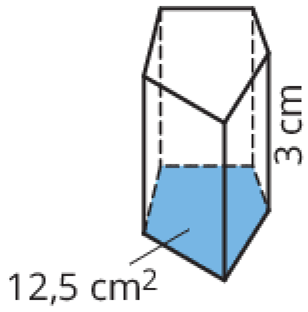
b)



c)



d)

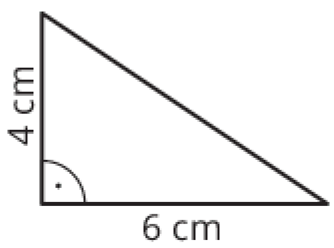


4. Berechne das Volumen des Prismas.

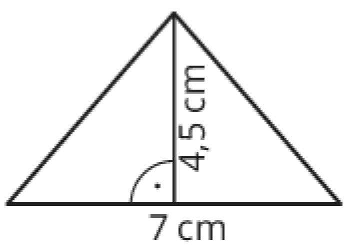
a) $G = 24\ cm^2$, $h_K = 6\ cm$ **b)** $G = 18{,}6\ cm^2$, $h_K = 2{,}5\ cm$ **c)** $G = 22\ dm^2$, $h_K = 3{,}3\ dm$

5. Berechne das Volumen des Prismas mit der abgebildeten Grundfläche und der gegebenen Körperhöhe h_K.

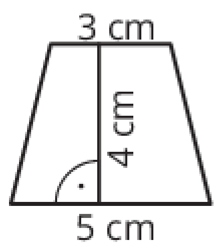
a) $h_K = 5\ cm$



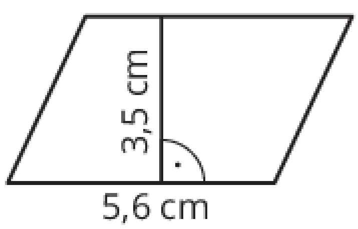
b) $h_K = 8\ cm$



c) $h_K = 3\ cm$



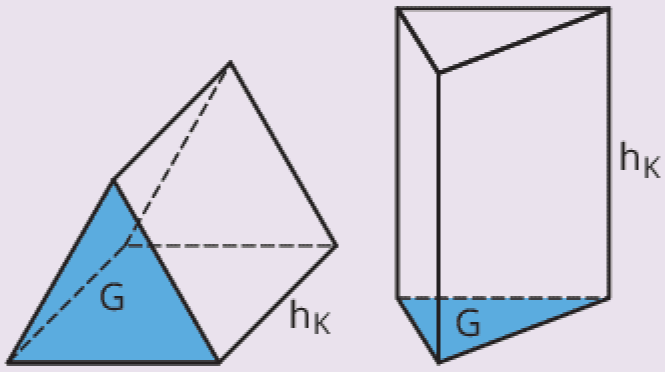
d) $h_K = 5\ cm$



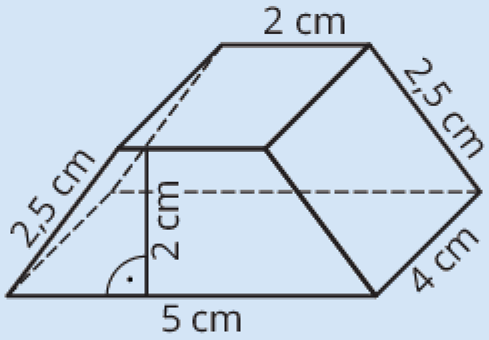
Volumen des Prismas

Das Volumen eines Prismas berechnest du, indem du den Flächeninhalt einer Grundfläche mit der Körperhöhe multiplizierst.

$\mathbf{V = G \cdot h_K}$



Berechne das Volumen des Prismas.

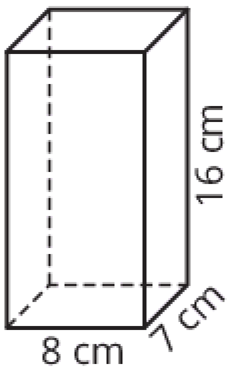


① $G = \frac{1}{2}(a + c) \cdot h$
$G = \frac{1}{2}(5\ \text{cm} + 2\ \text{cm}) \cdot 2\ \text{cm}$
$G = 7\ \text{cm}^2$

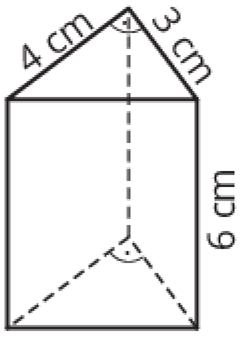
② $V = G \cdot h_K$
$V = 7\ \text{cm}^2 \cdot 4\ \text{cm}$
$\mathbf{V = 28\ cm^3}$

6. Berechne das Volumen des Prismas.

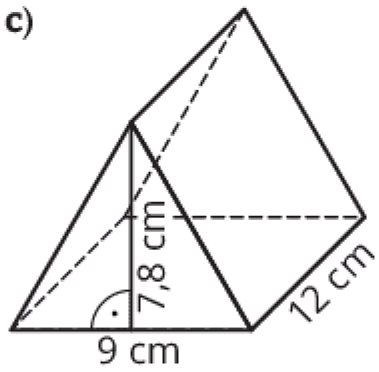
a)



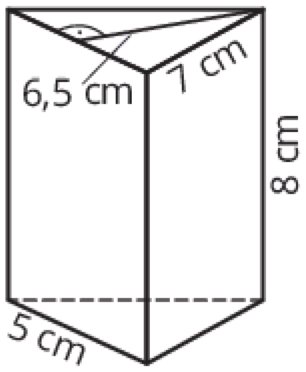
b)



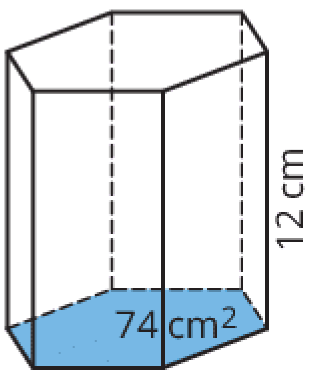
c)



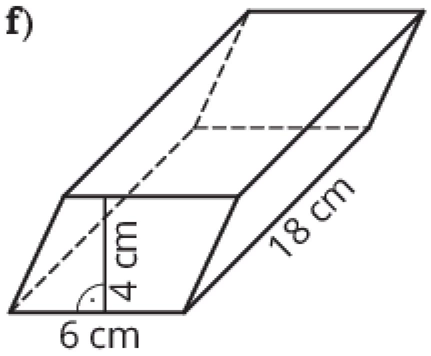
d)



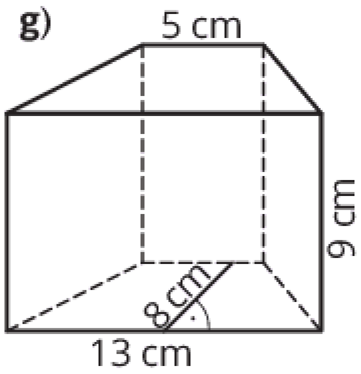
e)



f)



g)



7. **a)** Ein Quader aus Aluminium ist 10 cm lang, 8 cm breit und 5 cm hoch.
Wie viel wiegt er?

b) Ein Dreiecksprisma aus Kupfer hat ein rechtwinkliges Dreieck als Grundfläche mit $a = 4{,}5$ cm, $b = 3{,}5$ cm und $\gamma = 90°$.
Seine Körperhöhe ist $h_K = 6$ cm.
Wie schwer ist es?

Die Masse eines Körpers berechnest du mit der Formel:
Masse = Dichte · Volumen
$\mathbf{m = \varrho \cdot V}$
Dichten ϱ (in g pro cm³) verschiedener Materialien findest du im Anhang des Buches oder im Internet.

Rechnen mit Formeln

Formeln für das Prisma

$V = G \cdot h_K$ $\quad O = 2 \cdot G + M$ $\quad M = u \cdot h_K$

Zur Berechnung der Grundfläche G benötigst du die Flächeninhaltsformeln:

Rechteck	Dreieck	Trapez	Parallelogramm
$A = a \cdot b$	$A = \frac{g \cdot h}{2}$	$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$	$A = g \cdot h$

Mit Hilfe von **Formeln** kannst du gesuchte Größen auf zwei Arten bestimmen:

Zuerst einsetzen:
Setze die gegebenen Werte zuerst in die Formel ein und löse dann die Gleichung.

Zuerst umformen:
Forme die Formel zuerst nach der gesuchten Größe um und setze dann die gegebenen Werte ein.

Von einem Prisma sind die Oberfläche $O = 102\ \text{cm}^2$ und die Mantelfläche $M = 48\ \text{cm}^2$ gegeben. Berechne die Grundfläche G.

$$\begin{aligned} O &= 2 \cdot G + M \\ 102 &= 2 \cdot G + 48 && |-48 \\ 54 &= 2 \cdot G && |:2 \\ 27 &= G \\ \mathbf{G} &\mathbf{= 27\ cm^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O &= 2 \cdot G + M && |-M \\ O - M &= 2 \cdot G && |:2 \\ (O - M) : 2 &= G \\ G &= (102 - 48) : 2 \\ \mathbf{G} &\mathbf{= 27\ cm^2} \end{aligned}$$

1. Berechne die gesuchte Größe des Prismas mit einer Methode deiner Wahl.

a) $V = 56\ \text{cm}^3$, $h_K = 4\ \text{cm}$, $G = ■$
b) $V = 288\ \text{cm}^3$, $G = 8\ \text{cm}^2$, $h_K = ■$
c) $V = 114\ \text{cm}^3$, $h_K = 6\ \text{cm}$, $G = ■$
d) $V = 238\ \text{cm}^3$, $G = 34\ \text{cm}^2$, $h_K = ■$

2. **a)** $V = 1{,}2\ \ell$, $h_K = 20\ \text{cm}$, $G = ■$
b) $u = 9\ \text{cm}$, $h_K = 7\ \text{cm}$, $G = 24\ \text{cm}^2$, $M = ■$, $O = ■$
c) $h_K = 5\ \text{cm}$, $M = 60\ \text{cm}^2$, $G = 32\ \text{cm}^2$, $u = ■$, $O = ■$
d) $u = 24\ \text{cm}$, $h_K = 4\ \text{cm}$, $O = 128\ \text{cm}^2$, $M = ■$, $G = ■$

3. Bei einem Prisma sind G die Grundflächen, u deren Umfang, h_K die Körperhöhe, M die Mantelfläche und O die Oberfläche. Berechne die beiden fehlenden Größen.

a) $u = 18\ \text{cm}$, $h_K = 7\ \text{cm}$, $G = 24\ \text{cm}^2$
b) $h_K = 7\ \text{cm}$, $M = 98\ \text{cm}^2$, $G = 12\ \text{cm}^2$
c) $u = 15\ \text{cm}$, $h_K = 8\ \text{cm}$, $O = 155\ \text{cm}^2$
d) $u = 40\ \text{mm}$, $G = 100\ \text{mm}^2$, $O = 500\ \text{mm}^2$

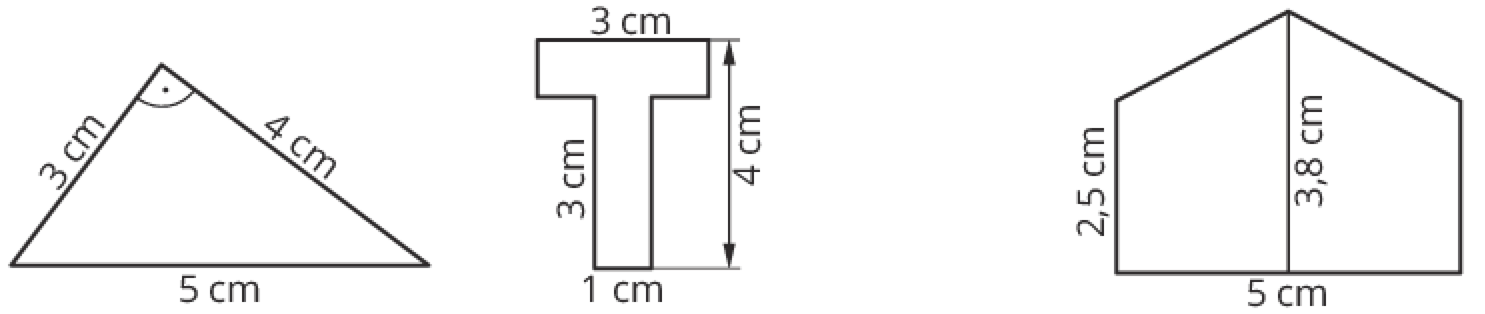
4. **a)** $u = 19\ \text{cm}$, $G = 16\ \text{cm}^2$, $O = 70\ \text{cm}^2$, $M = ■$, $h_K = ■$, $V = ■$
b) $V = 84{,}6\ \text{cm}^3$, $h_K = 4\ \text{cm}$, $O = 136{,}8\ \text{cm}^2$, $G = ■$, $M = ■$, $u = ■$
c) $G = 28{,}6\ \text{cm}^2$, $M = 45{,}9\ \text{cm}^2$, $u = 13{,}5\ \text{cm}$, $O = ■$, $h_K = ■$, $V = ■$

5. **a)** Ein Dreiecksprisma hat ein Volumen von $213{,}3\ \text{cm}^3$. Die Grundfläche ist ein Dreieck mit $g = 9{,}3\ \text{cm}$ und $h = 6{,}2\ \text{cm}$. Berechne die Körperhöhe h_K des Prismas.
b) Ein Prisma hat eine Oberfläche von $116{,}6\ \text{cm}^2$, die Mantelfläche beträgt $84{,}2\ \text{cm}^2$. Die Grundfläche ist ein Parallelogramm mit $a = 3{,}6\ \text{cm}$. Berechne die Höhe h_a des Parallelogramms.
c) Ein Trapezprisma mit einem Volumen von $56\ \ell$ hat die Körperhöhe $h_K = 50\ \text{cm}$. Die Grundfläche hat die parallelen Seiten $a = 45\ \text{cm}$ und $c = 25\ \text{cm}$. Berechne die Höhe h_a der Grundfläche.

Vermischte Aufgaben

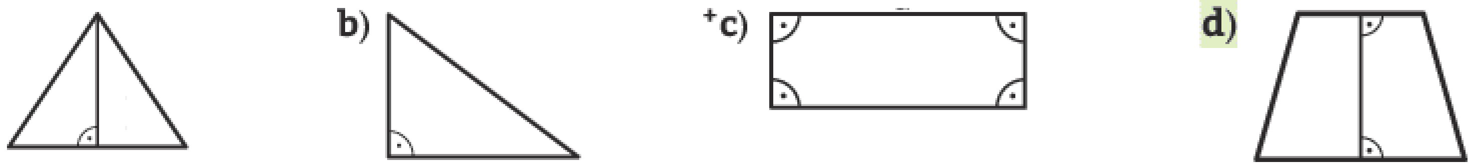
1. Zeichne das Schrägbild des Prismas mit der abgebildeten Grundfläche.

a) Körperhöhe: $h_K = 8$ cm **b)** Körperhöhe: $h_K = 5$ cm **c)** Körperhöhe: $h_K = 6{,}8$ cm



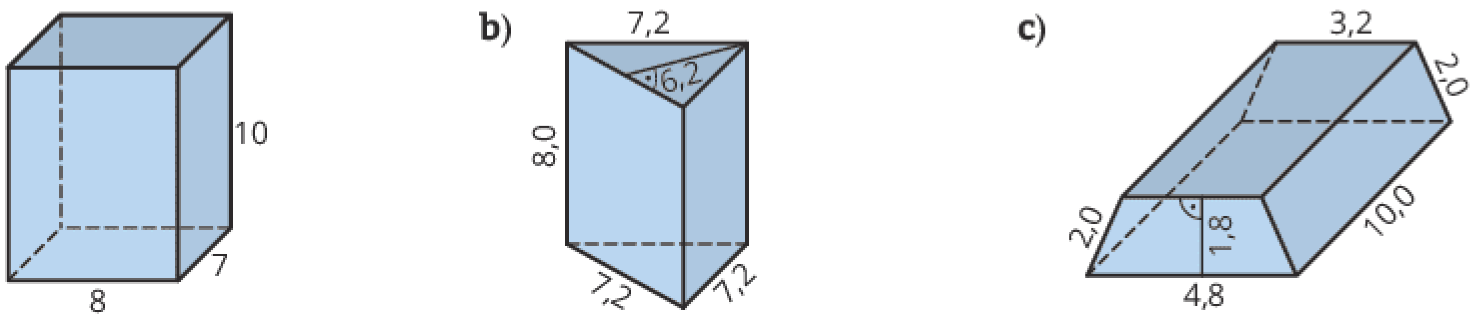
2. Skizziere das Schrägbild eines Prismas, das auf der abgebildeten Grundfläche steht.

a) **b)** **+c)** **d)**



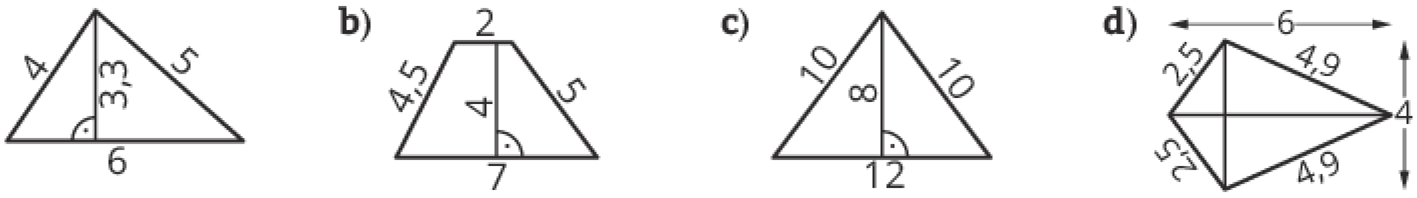
3. Berechne die Oberfläche und das Volumen des Prismas. Längen sind in cm angegeben.

a) **b)** **c)**



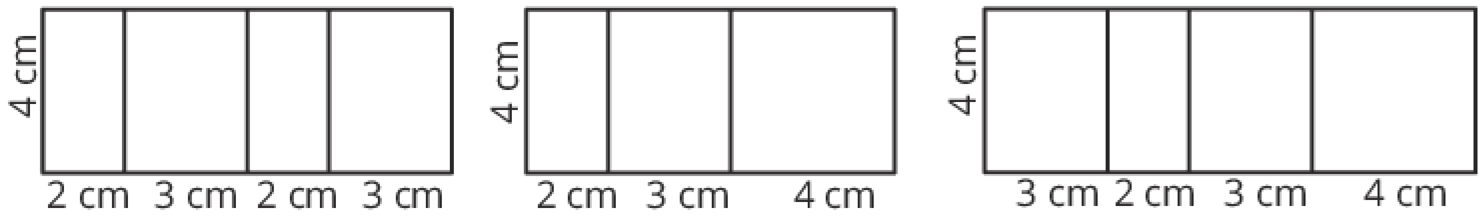
+4. Das Prisma hat die Körperhöhe $h_K = 8$ cm und die abgebildete Grundfläche (Längen in cm).
Berechne die Grundfläche G, den Mantel M, die Oberfläche O sowie das Volumen V.

a) **b)** **c)** **d)**



5. Bei dem abgebildeten Netz eines Prismas fehlen die beiden Grundflächen. Zeichne das vollständige Netz.

a) Grundfläche: Rechteck **b)** Grundfläche: Dreieck **c)** Grundfläche: Trapez



6. Berechne die Oberfläche und das Volumen des Prismas. Die Körperhöhe ist $h_K = 7{,}5$ cm.

a) Grundfläche: Rechteck mit a = 3,5 cm, b = 4,8 cm.

b) Grundfläche: rechtwinkliges Dreieck mit a = 5 cm, b = 12 cm, c = 13 cm.

c) Grundfläche: gleichseitiges Dreieck mit a = 5 cm und Dreieckshöhe $h_a = 4{,}3$ cm.

d) Grundfläche: Parallelogramm mit a = 6 cm, b = 4 cm, $h_a = 3$ cm.

7. Partnerarbeit: Bei welchem Prisma gilt: Kennst du seine Oberfläche, dann kennst du auch die Grundfläche und das Volumen? (Beispiel: Oberfläche O = 150 cm²)

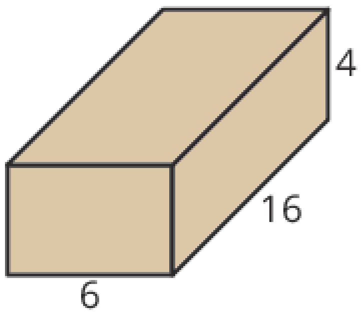
8. Berechne die gesuchte Größe des Prismas.

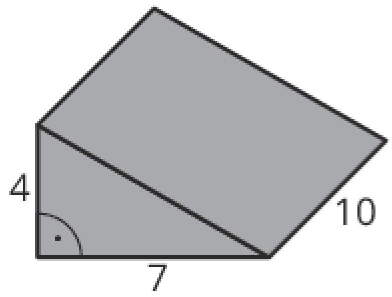
a) $V = 132\ cm^3$, $h_K = 6\ cm$, $G = ▒$ **b)** $V = 324\ cm^3$, $G = 36\ cm^2$, $h_K = ▒$

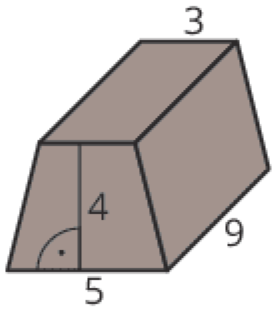
c) $O = 87\ cm^2$, $M = 43\ cm^2$, $G = ▒$ **d)** $h_K = 7\ cm$, $M = 84\ cm^2$, $u = ▒$

9. Wie schwer ist das Prisma? Alle Längen sind in cm angegeben.

a) Holz $\left(\text{Dichte } 0{,}7\ \frac{g}{cm^3}\right)$ **b)** Aluminium $\left(\text{Dichte } 2{,}7\ \frac{g}{cm^3}\right)$ **⁺c)** Eisen $\left(\text{Dichte } 7{,}9\ \frac{g}{cm^3}\right)$







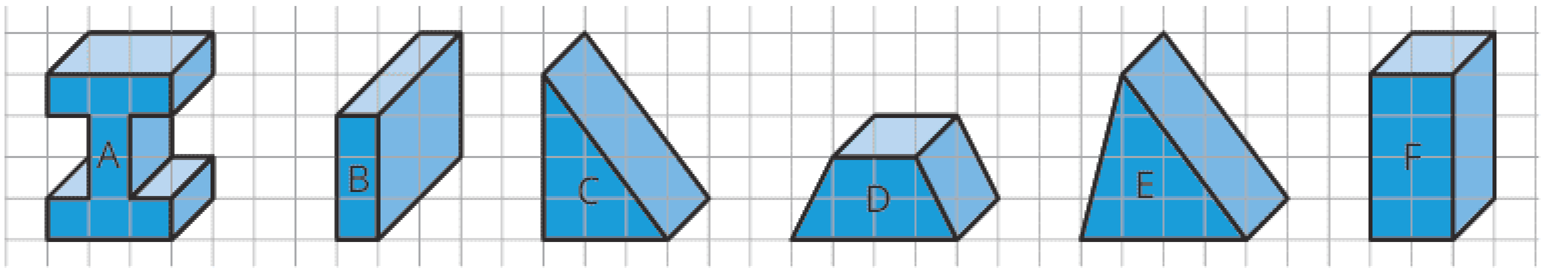
Angaben zur **Dichte** verschiedener Materialien findest du im Anhang des Buches.

10. Wie viel kg wiegt etwa ein Holzbalken mit den Kantenlängen 28 cm, 22 cm und 440 cm?

⁺11. Berechne die Masse von drei gleich großen Quadern aus Holz, aus Marmor und aus Eisen. Die Quader sind 20 cm lang, 12 cm breit und 9 cm hoch.

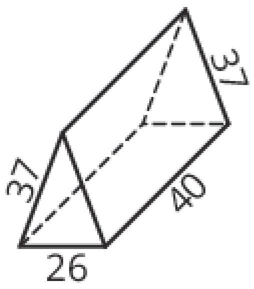
⁺12. Die Spanplatte aus Holz für einen Modellbau ist 3 m lang und 1,80 m breit. Die Platte ist 2 cm dick. Wie schwer ist die Spanplatte?

13. Welche Prismen haben jeweils das gleiche Volumen? Du musst nicht rechnen.

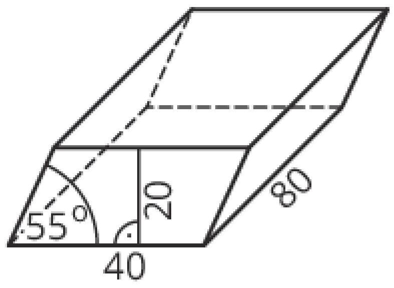


14. Berechne die Oberfläche des Prismas. Zeichne die Flächen, an denen du die fehlenden Stücke messen kannst (Maße in mm).

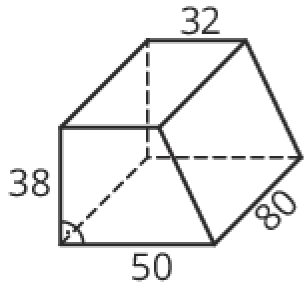
a)



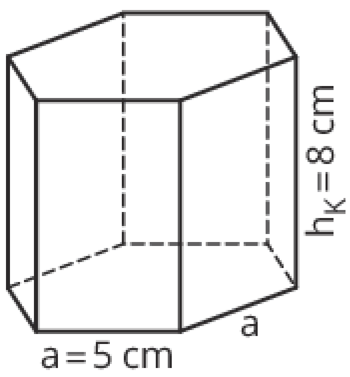
b)

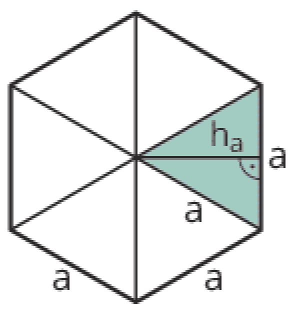


c)



15. Die Grundfläche des abgebildeten Prismas besteht aus einem regelmäßigen Sechseck, welches sich in 6 kongruente gleichseitige Dreiecke zerlegen lässt.
Berechne die Oberfläche des Sechseck-Prismas.





Anleitung:

① Zeichne eines der 6 gleichseitigen Dreiecke als Grundfläche.

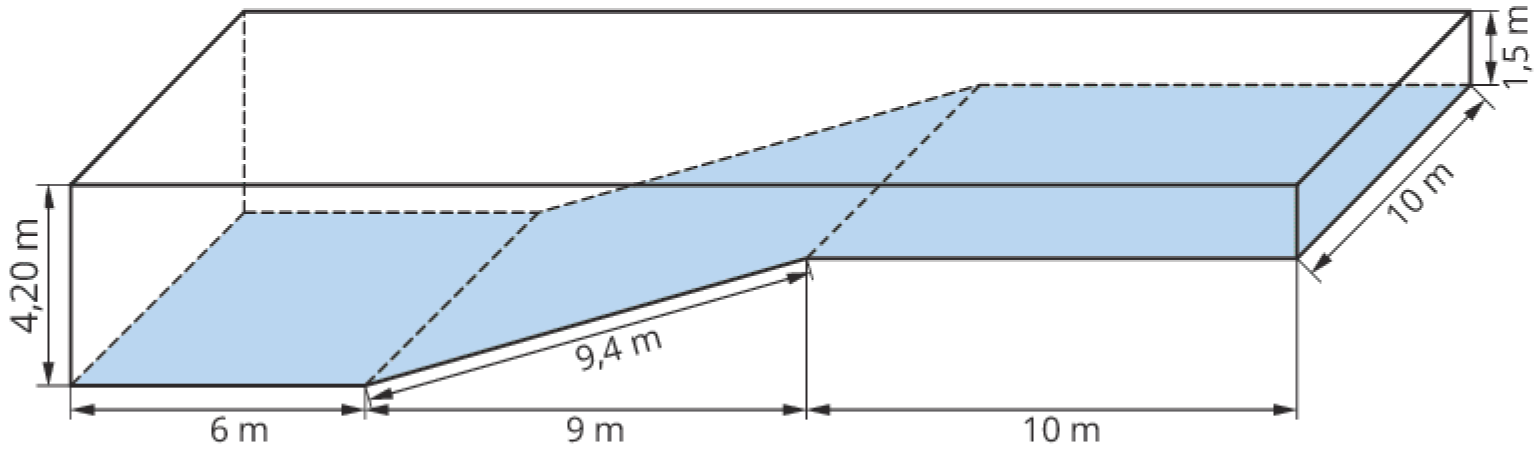
② Miss die Höhe h_a des Dreiecks und berechne seinen Flächeninhalt.

③ Berechne Grund-, Mantel- und Oberfläche des Prismas.

16. Boden und Wände eines neuen Schwimmbeckens sollen gefliest werden.

a) Wie viel Quadratmeter Fliesen werden für das Becken benötigt?

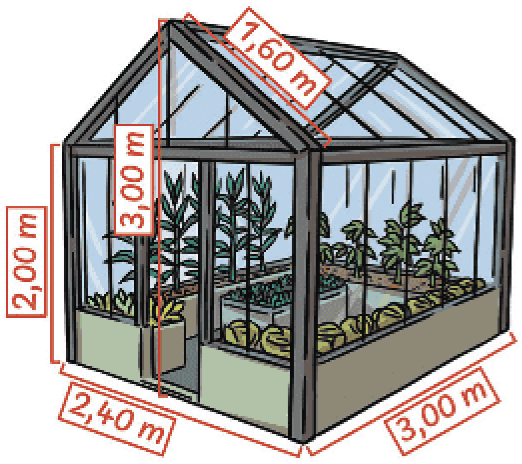
b) Wie viel Liter Wasser braucht man für eine Füllung bis zum Beckenrand?



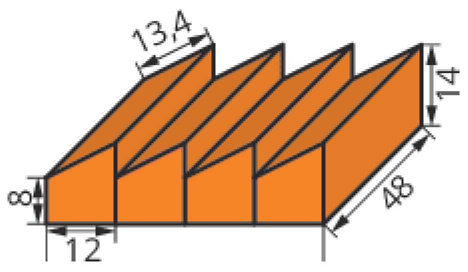
17. Berechne vom abgebildeten Gewächshaus einen gerundeten Wert für

a) die verglasten Flächen,

b) den Gesamtinnenraum.

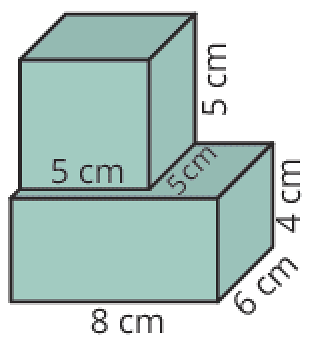


18. Berechne die Oberfläche (ohne den Boden) und das Volumen des Fabrikgebäudes (Angaben in m).

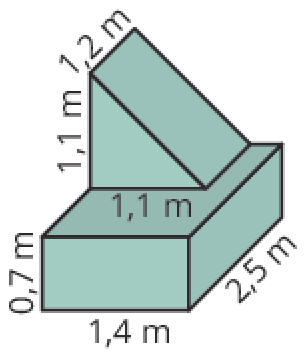


19. Berechne das Volumen des Körpers.

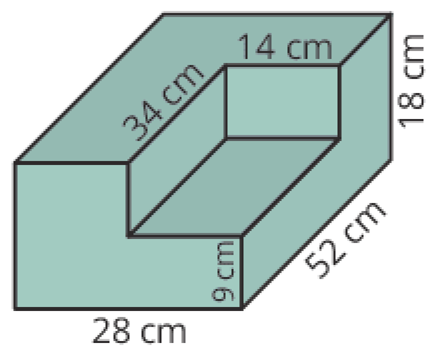
a)



b)



c)

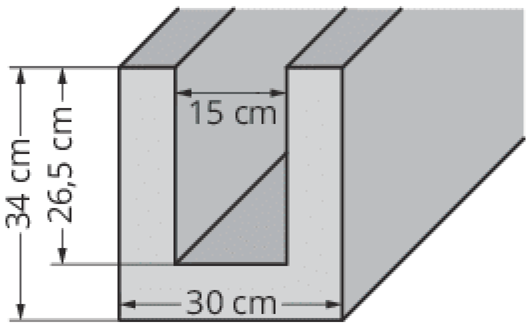


20. Ein Eisenträger hat den abgebildeten Querschnitt und ist 280 cm lang.

a) Der Eisenträger soll mit Rostschutzfarbe gestrichen werden. Wie groß ist die zu streichende Oberfläche?

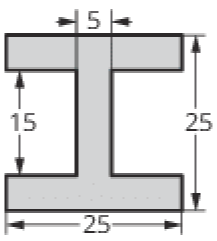
b) Berechne das Volumen des Eisenträgers.

c) Berechne die Masse des Eisenträgers. Runde auf Kilogramm.

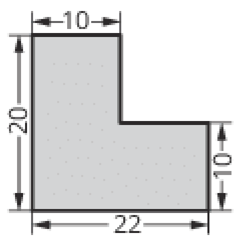


21. Berechne die Masse des Eisenträgers, der im Querschnitt dargestellt ist (Maßangaben in cm).

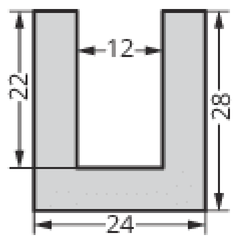
a) Länge 80 cm



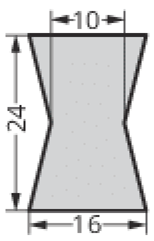
b) Länge 2,5 m



c) Länge 3,5 m



d) Länge 3,8 m



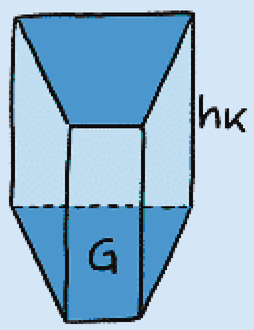
Das **Prisma**

Das **Prisma** ist ein Körper mit zwei parallelen, deckungsgleichen (kongruenten) Vielecken als **Grundflächen G.**

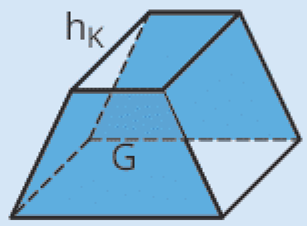
Die **Mantelfläche M** besteht aus Rechtecken.

Der Abstand zwischen den beiden Grundflächen ist die **Körperhöhe h_K**.

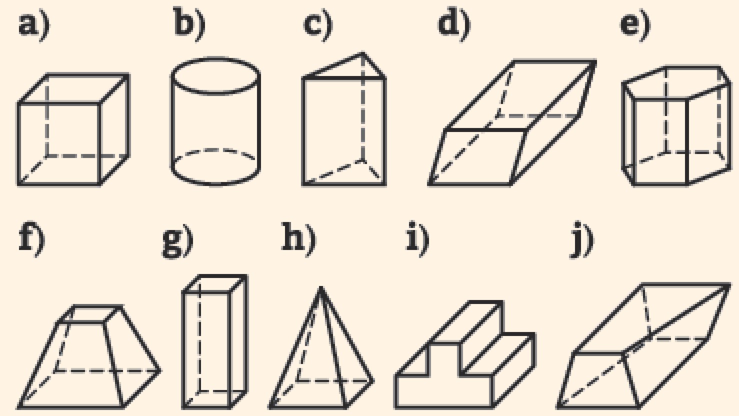
Schrägbild (Skizze)



Schrägbild (Zeichnung)

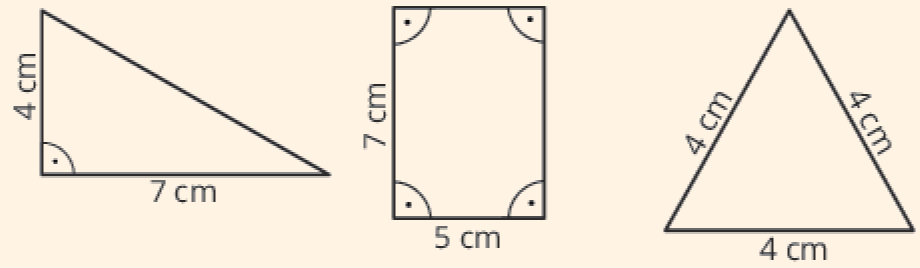


1. Ist der abgebildete Körper ein Prisma? Wenn ja, benenne die Form der Grundflächen.



2. Zeichne ein Schrägbild des Prismas mit der gegebenen Grundfläche und 6 cm Körperhöhe.

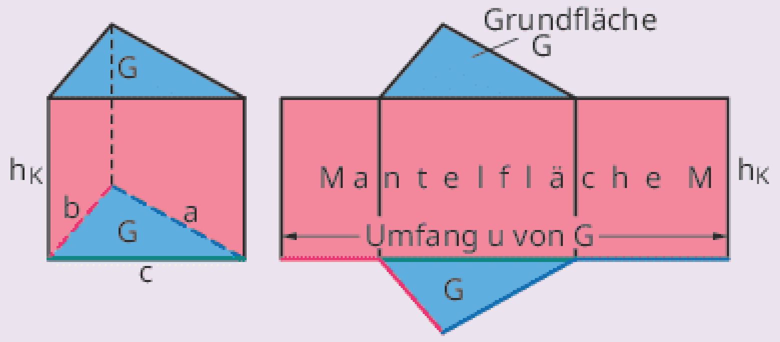
a) G vorne **b)** G unten **c)** G vorne



Die **Oberfläche des Prismas**

Mantelfläche = Umfang der Grundfläche · Körperhöhe

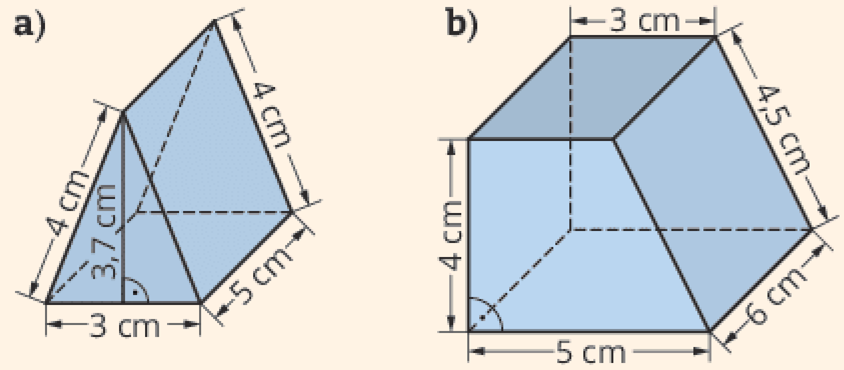
Oberfläche = 2 · Grundfläche + Mantelfläche



$M = u \cdot h_K$

$O = 2 \cdot G + M$

3. Berechne die Oberfläche des Prismas.

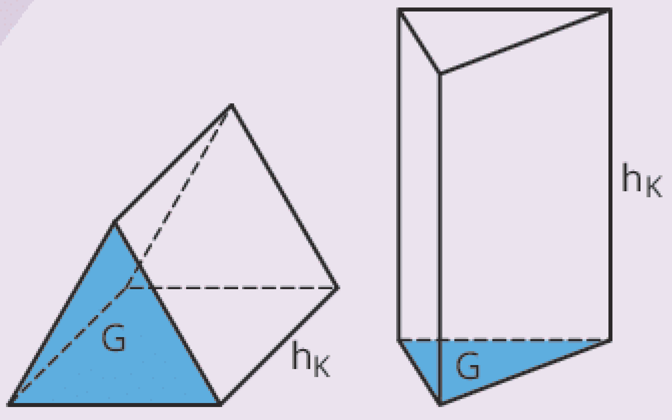


4. Berechne die fehlenden Größen des Prismas.

	G	u	h_K	M	O
a)	10 cm²	12 cm	5 cm		
b)	12 cm²		6 cm	48 cm²	
c)		36 cm	6 cm		300 cm²

Das **Volumen des Prismas**

Volumen = Grundfläche · Körperhöhe



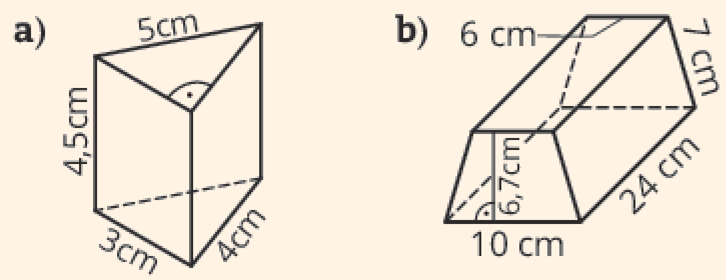
$V = G \cdot h_K$

5. Berechne das Volumen des Prismas mit der Grundfläche G und der Höhe h_K.

a) $G = 65\ cm^2$, $h_K = 7\ cm$

b) $G = 1{,}2\ dm^2$, $h_K = 8\ cm$

6. Berechne Oberfläche und Volumen des Prismas.

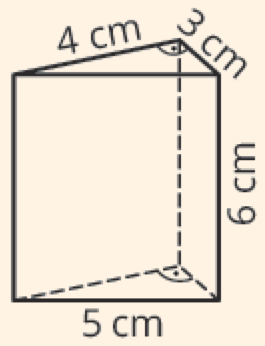


1. Berechne Volumen und Oberfläche eines Quaders mit a = 2 m, b = 5 m und c = 8 m.

2. Zeichne das Netz des abgebildeten Prismas.

3. Berechne das Volumen und die Oberfläche des abgebildeten Prismas.

4. Zeichne ein Schrägbild des abgebildeten Prismas mit der Grundfläche vorne.



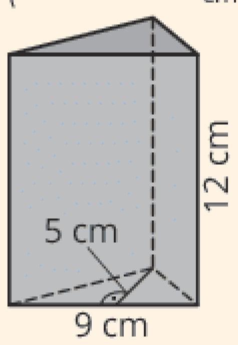
5. Sebastian renoviert sein Zimmer. Es ist 4,50 m lang, 3,90 m breit und 2,50 m hoch.

a) Wie viel m² Teppichboden benötigt er?

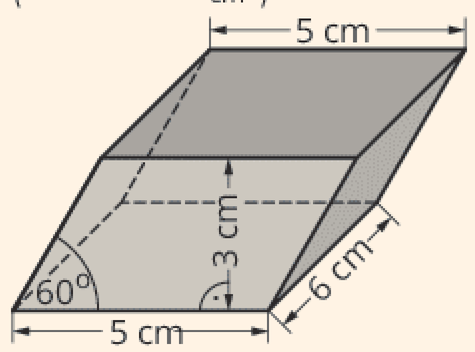
b) Wie viel m² Tapete für Wände und Decke müssen besorgt werden? Für Fenster und Türen werden 5 m² abgezogen.

6. Wie schwer ist das Prisma aus dem angegebenen Material und mit der gegebenen Dichte?

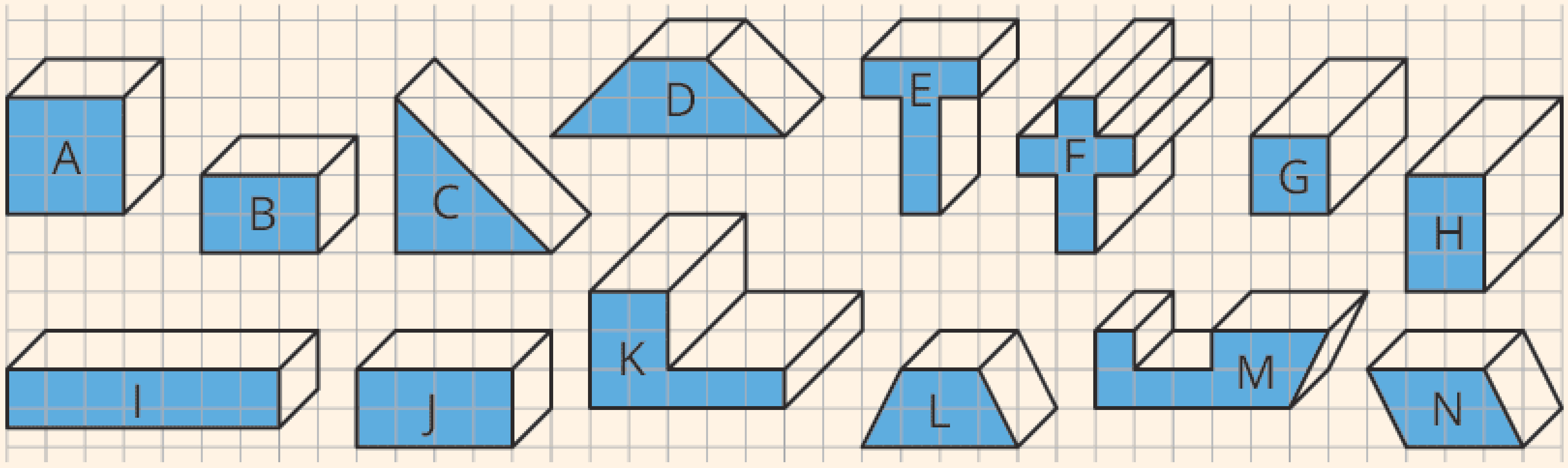
a) Aluminium $\left(\text{Dichte } 2{,}7\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$



b) Eisen $\left(\text{Dichte } 7{,}9\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$



7. Welche Prismen haben jeweils das gleiche Volumen? Du musst nicht unbedingt rechnen.

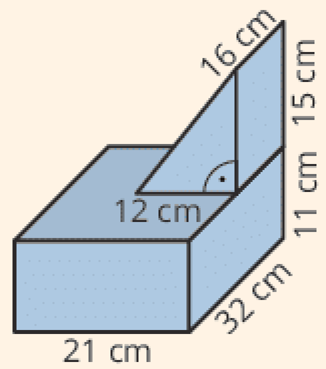


8. Wie verändert sich das Volumen eines Prismas, wenn man die Länge der Körperhöhe verdoppelt?

9. Berechne die gesuchte Größe des Prismas.

a) V = 2,1 ℓ, G = 60 cm², h_K = ▢ **b)** O = 186 cm², G = 38 cm², u = 22 cm, h_K = ▢

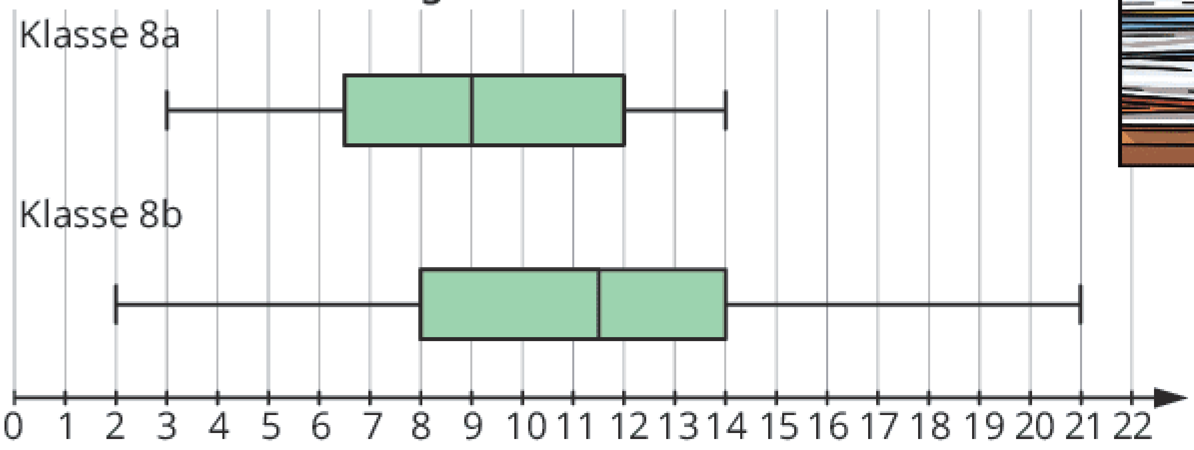
10. Welches Volumen hat der abgebildete Körper?

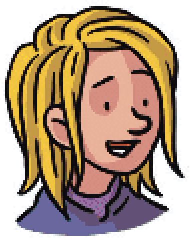


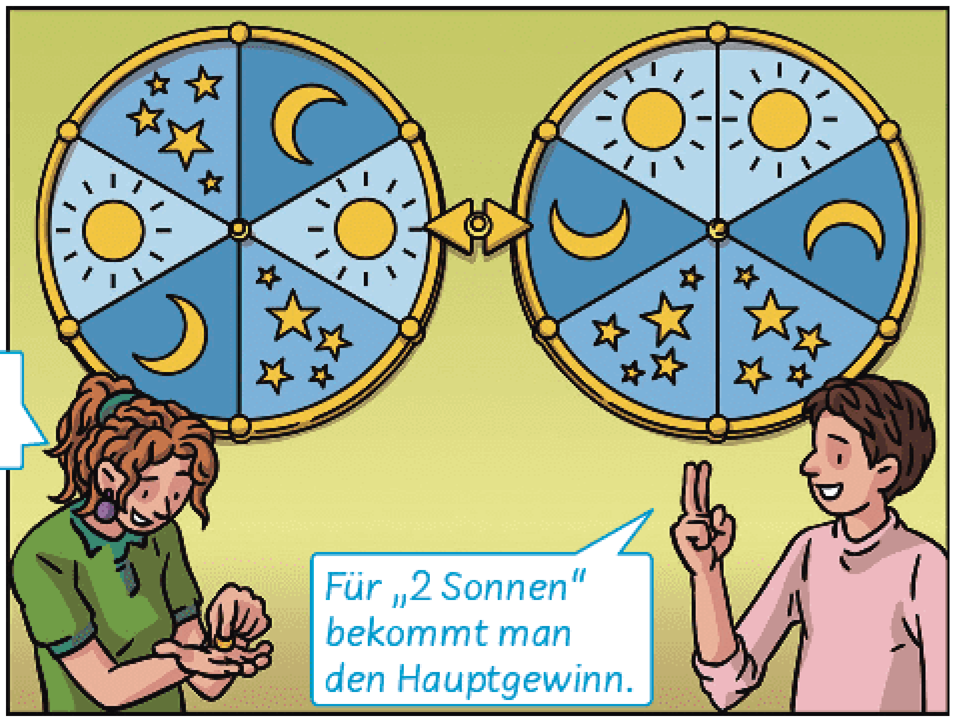
11. Ein quaderförmiges Paket hat ein Volumen von 14,4 Liter. Es ist 96 mm breit und 3 dm hoch. Welche Oberfläche hat das Paket?

Daten und Zufall 7

Dauer der Vorbereitungen auf die Klassenarbeit in Stunden







In diesem Kapitel lernst du, ...

... wann eine Datenerhebung repräsentativ ist,
... wie du Quartile berechnest,
... was ein Boxplot ist und wie du ihn zeichnest,
... wie du zweistufige Zufallsexperimente im Baumdiagramm darstellst,
... wie du die Wahrscheinlichkeiten von Ergebnissen und Ereignissen bei zweistufigen Zufallsexperimenten bestimmst.

Löse die folgenden Aufgaben und schätze dich ein.

1. Deryas Körpergröße wurde von vier verschiedenen Personen gemessen:

1,65 m | 1,67 m | 1,63 m | 1,69 m

Berechne die Spannweite der Messungen.

Ich kann die Spannweite einer Datenreihe bestimmen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

→ S. 209, A 1

2. Robert hat an sechs Schultagen seine Schultasche gewogen:

2,8 kg | 3,4 kg | 3,5 kg | 2,8 kg | 3,0 kg | 2,5 kg

Wie schwer war Roberts Schultasche im Durchschnitt?

Ich kann den Mittelwert einer Datenreihe berechnen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

→ S. 209, A 2–3

3. Ordne die Daten der Größe nach und bestimme den Median (Zentralwert).

a) 29, 37, 24, 18, 35

b) 12, 20, 44, 18, 47, 48

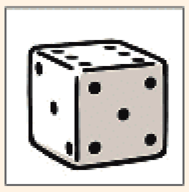
Ich kann den Median einer Datenreihe bestimmen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

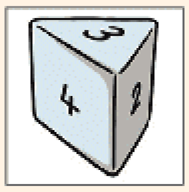
→ S. 209, A 4–5

4. Entscheide zunächst, ob es sich beim Werfen oder Drehen des Zufallsgeräts um ein Laplace-Experiment handelt. Wenn ja, dann bestimme die Wahrscheinlichkeit für die Zahl „2".

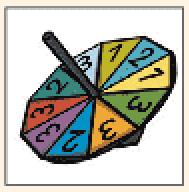
①



②



③

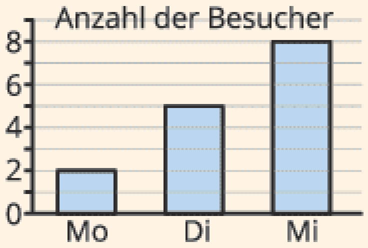


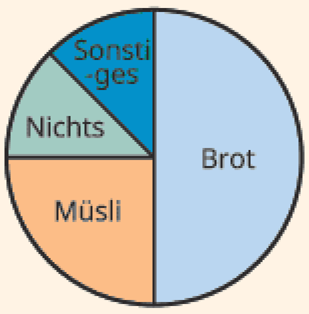
Ich weiß, was ein Laplace-Experiment ist, und kann dazu Wahrscheinlichkeiten von Ergebnissen und Ereignissen bestimmen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

→ S. 210, A 1–4

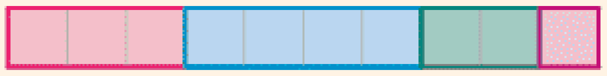
5.





a) Wie viele Besucher kamen am Montag?

b) Wie viele der 24 Kinder essen morgens Müsli?



c) Wie viele der 100 befragten Personen hatten blau als Lieblingsfarbe?

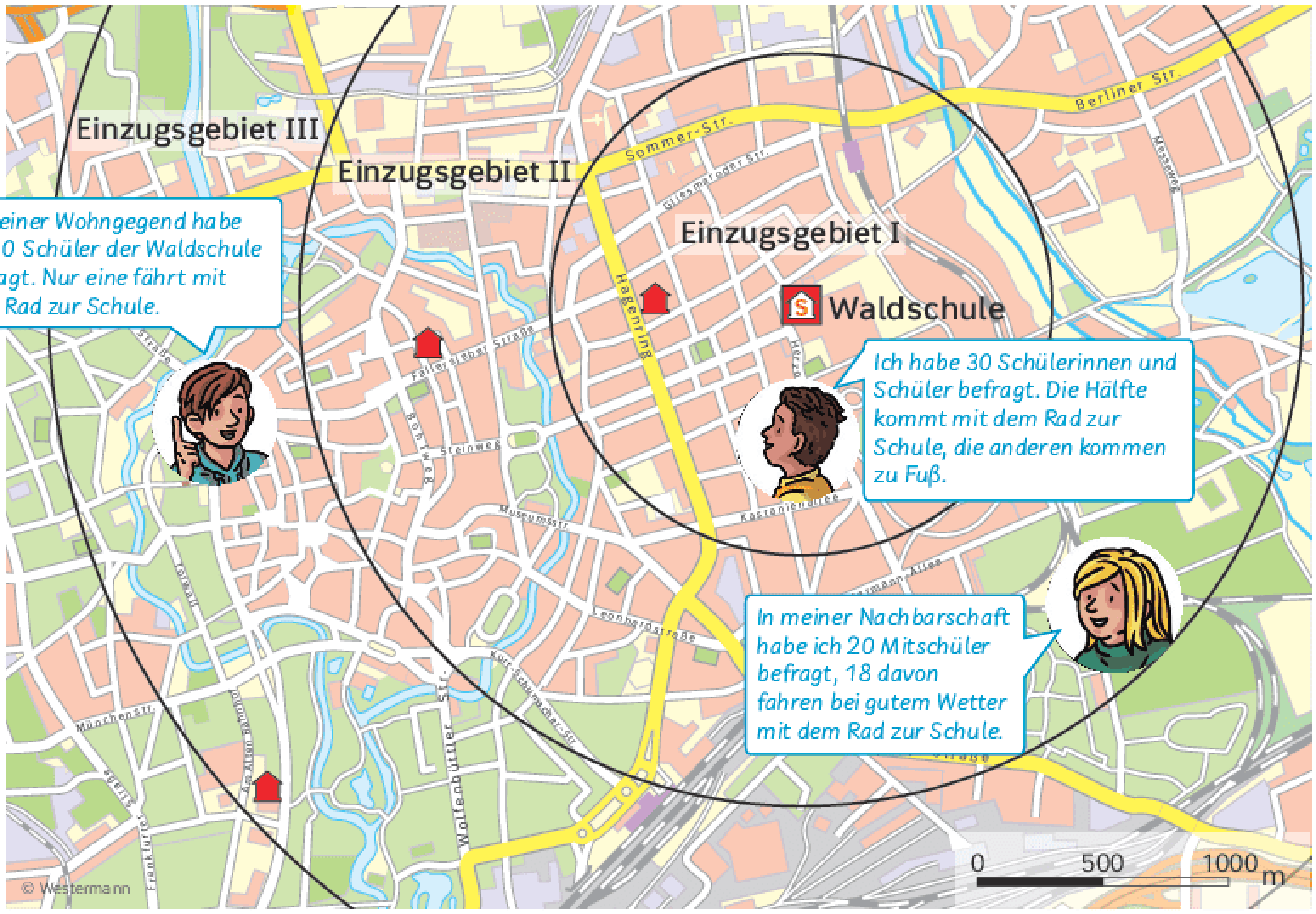
Ich kann Informationen aus Säulen-, Kreis- und Streifendiagrammen ablesen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

→ S. 206, A 1–2
→ S. 211, A 1–3

Stichproben

Bearbeitet die Aufgaben in Partnerarbeit.



Eine Stichprobe ist ein Teil aus der Gesamtheit, der befragt oder untersucht wird.

1. Die Waldschule plant den Bau von Stellplätzen für Fahrräder. Herr Lohse soll mit seiner Klasse 7c herausfinden, wie viele Stellplätze benötigt werden. Er soll eine Umfrage durchführen. Alle Schülerinnen und Schüler zu befragen ist sehr aufwändig. Deshalb soll nur eine Stichprobe erhoben werden.

a) Robert, Halil und Mina aus der 7c kommen bei ihren Befragungen zu sehr unterschiedlichen Ergebnissen. Überlegt, woran das liegen könnte.

b) Diskutiert über die weiteren Vorschläge und stellt eure Ergebnisse der Klasse vor.

Wir befragen alle Schülerinnen und Schüler aus unserer Klasse.

Jeder befragt in der Pause seine Freunde aus anderen Klassen.

Wir stellen uns nach der 6. Stunde vor die Schule und befragen die ersten 100 Schüler, die nach Hause gehen.

Wir befragen aus jeder Klassenstufe 5 Mädchen und 5 Jungen.

Wir lassen jeden Schüler der Schule ein Los ziehen. Die 100 Schüler, die ein „Ja" ziehen, befragen wir.

Eine Stichprobe heißt repräsentativ, wenn wichtige Merkmale (z. B. Alter, Geschlecht oder Entfernung zur Schule) in der Stichprobe eine ähnliche Verteilung haben wie in der Gesamtheit.

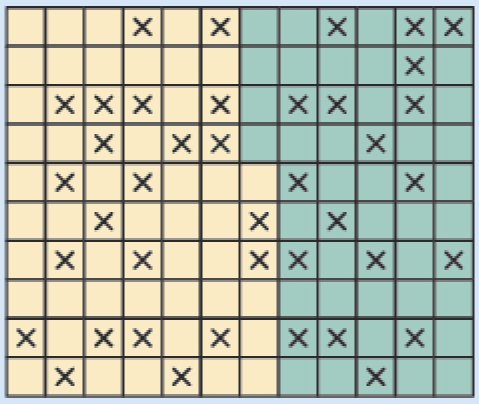
c) Von der Schulleitung erhält Herr Lohse die nebenstehende Tabelle. Herr Lohse schlägt vor, mit Hilfe der Tabelle eine repräsentative Stichprobe von 50 Schülerinnen und Schülern für die Befragung auszuwählen.
Wie viele Schülerinnen und Schüler müssen jeweils aus den drei Einzugsgebieten befragt werden?

Waldschule	
Schülerinnen und Schüler aus	
Einzugsgebiet I	510
Einzugsgebiet II	180
Einzugsgebiet III	60
Gesamtschülerzahl	750

Die Gesamtheit ist die Menge aller Personen oder Dinge, die untersucht werden sollen.

Eine **Stichprobe** ist ein Teil aus der Gesamtheit, der befragt oder untersucht wird.
Die Stichprobe kann aus Personen oder Dingen bestehen.
Eine Stichprobe ist **repräsentativ**, wenn ihre Ergebnisse für die Gesamtheit gelten. Dazu muss die Stichprobe genügend groß sein und zur Gesamtheit passend ausgewählt werden.
Die Auswahl einer repräsentativen Stichprobe wird häufig **zufällig** getroffen.
Dabei wird durch ein Losverfahren ausgewählt, bei dem alle die gleiche Chance haben, in die Stichprobe zu gelangen.

Repräsentative Stichprobe aus 120 Jugendlichen nach Geschlecht



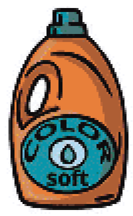
Gesamtheit: 120 Jugendliche

- Anzahl der Mädchen: 66
  Anteil der Mädchen: 55 %
- Anzahl der Jungen: 54
  Anteil der Jungen: 45 %

Stichprobenumfang: 40

- Anteil der Mädchen: 55 %
  Anzahl der Mädchen: 55 % von 40 = 22
- Anteil der Jungen: 45 %
  Anzahl der Jungen: 45 % von 40 = 18

2. Bei einer repräsentativen statistischen Erhebung griffen 750 von 5 000 Testpersonen zum Waschmittel „Colorsoft“. Mit wie vielen Käufern ist bei 5 Millionen möglichen Kunden etwa zu rechnen?



3. Partnerarbeit: Wie viel Taschengeld pro Woche bekommen 14-Jährige in unserer Stadt durchschnittlich?

a) Erklärt, warum Fatimas und Martins Stichproben nicht repräsentativ sind.
b) In der Stadt wohnen 18 % der Vierzehnjährigen wie Martin und 39 % wie Fatima, die übrigen wohnen in einer mittleren Wohnlage. Wie würdet ihr eine repräsentative Stichprobe von 300 Vierzehnjährigen zusammenstellen?
c) Die Befragung einer repräsentativen Stichprobe ergab eines der folgenden Ergebnisse für das durchschnittliche wöchentliche Taschengeld von Vierzehnjährigen:
9,10 € oder 10,10 € oder 11,10 € oder 12,10 € oder 13,10 €
Findet zusammen heraus, welches Ergebnis zutreffen könnte.

In einem KFZ-Zulassungsregister sind alle angemeldeten Autos und ihre Besitzer gespeichert.

4. 1936 wurden vor den Präsidentschaftswahlen in den USA über 2,4 Millionen Personen befragt. Die Adressen der Befragten wurden aus Telefonbüchern und KFZ-Zulassungsregistern entnommen. 57 % der Befragten gaben an, Alf Landon zu wählen. Am Wahltag gewann aber Franklin Roosevelt mit 63 % der Stimmen. Gib mögliche Gründe an, warum das Stichprobenergebnis so stark vom tatsächlichen Wahlergebnis abwich.

Mittelwert bei Klasseneinteilung

Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

1.

Mittelwert (Durchschnitt) | Median (Zentralwert) | Spannweite | Modus (Modalwert)

In der Mitte der Rangliste (nach Größe geordnete Daten) | Differenz zwischen größtem und kleinstem Wert | Summe aller Datenwerte dividiert durch ihre Anzahl

Datenwert mit der größten Häufigkeit

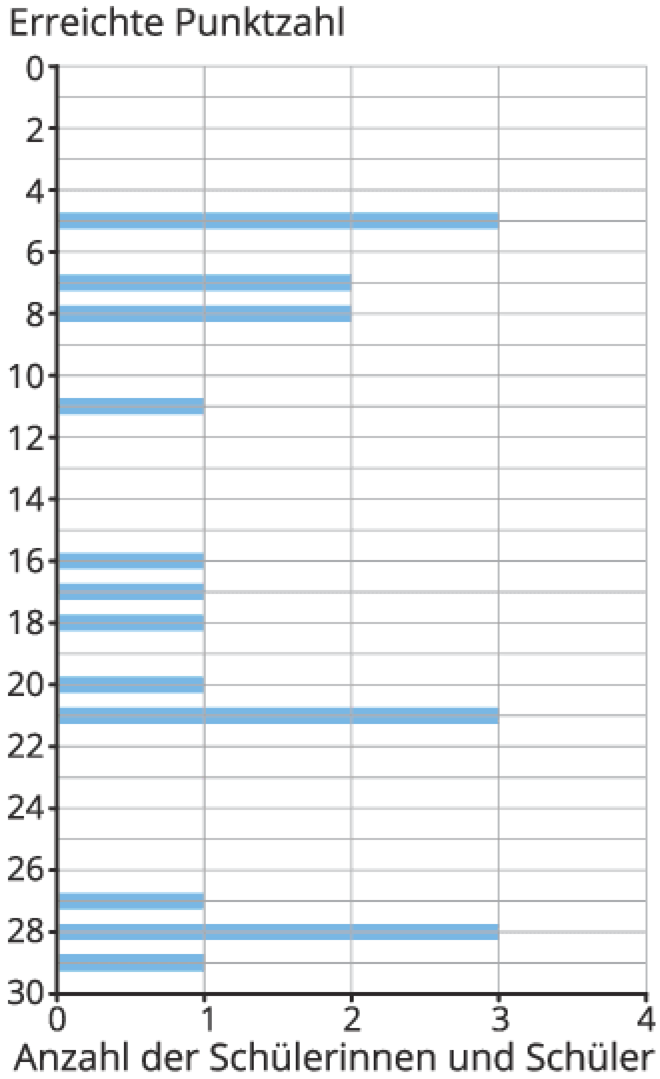
7 | 5,6 | 6 | 8

Punkte im Test				
1	3	4	4	5
5	5	6	6	7
7	7	7	8	9

a) Mittelwert, Median und Spannweite kennt ihr. Als neuen Kennwert lernt ihr den Modus (oder Modalwert) kennen. Zu ihm gehören die Text- und die Zahlenkarte, die nicht zu den drei anderen Begriffen passen. Ordnet richtig zu.

b) Erfindet ein Testergebnis, das mehr als einen Modus besitzt. Prüft auch, ob es Daten mit mehr als einem Mittelwert oder mehr als einem Median geben kann. Präsentiert eure Lösung.

2. Die Mathe-AG mit 20 Schülerinnen und Schülern hat einen Test geschrieben. Es gab maximal 29 Punkte. Das Balkendiagramm rechts zeigt die erreichten Punktzahlen.



a) Erstellt aus dem Balkendiagramm eine Rangliste der erreichten Punktzahlen.

b) Bestimmt Mittelwert, Median, Modus und Spannweite der Daten.

c)

Teilt die Punkte wie von Mia und Yussuf vorgeschlagen in Klassen ein. Legt dann eine Häufigkeitstabelle für „euren" Kurs an und stellt die Häufigkeiten grafisch dar. Präsentiert eure Ergebnisse.

Kurs	
Punkte	Anzahl
0–6	
7–12	

In der Statistik ist eine Klasse eine Zusammenfassung von Daten.

3. In der Schule sind Punktwerte häufig Grundlage für Noten von 1 bis 6. Warum ist die Klasseneinteilung in Aufgabe 2 dafür nicht gut geeignet? Überlegt euch eine neue Klasseneinteilung der Punktwerte, die für eine Zensurenvergabe besser geeignet ist.

4. Ist Toms Meinung richtig? Begründet eure Antwort mit einer entsprechenden Klasseneinteilung.

Du kannst manche Diagramme übersichtlicher gestalten, wenn du zuvor die Daten in Klassen einteilst. Dabei müssen die Klassen nicht gleich breit sein. Je weniger Klassen es gibt, desto mehr Informationen gehen verloren.
Den **Mittelwert bei einer Klasseneinteilung** berechnest du so:
① Ermittle für jede Klasse den Wert in der Mitte (Klassenmitte).
② Berechne den Mittelwert mit Hilfe der Klassenmitten.

Berechne den Mittelwert der erreichten Punktzahlen von 25 Jugendlichen.

Punkte	0 bis 4	5 bis 9	10 bis 15	16 bis 20	21 bis 25
Anzahl	0	6	10	5	4
	0 1 2 3 4	5 6 7 8 9	10 11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25

$\frac{12+13}{2} = 12{,}5$

① Klassenmitten

② Mittelwert: $\frac{0\cdot 2 + 6\cdot 7 + 10\cdot 12{,}5 + 5\cdot 18 + 4\cdot 23}{25} = \frac{349}{25} = 13{,}96$ Punkte

5. Berechne den Mittelwert der erreichten Punktzahlen von 20 Schülerinnen und Schülern.

Punkte	0 bis 4	5 bis 9	10 bis 14	15 bis 19	20 bis 24	25 bis 29
Anzahl	0	7	1	3	4	5
	0 1 2 3 4	5 6 7 8 9	10 11 12 13 14	15 16 17 18 19	20 21 22 23 24	25 26 27 28 29

6. Berechne den Mittelwert der Testergebnisse.

Punkte	0 – 10	11 – 20	21 – 30	31 – 40	41 – 50
Anzahl	5	15	21	28	11

Berechnung der Klassenmitte:
0 bis 10: $\frac{0+10}{2} = 5$
11 bis 20: $\frac{11+20}{2} = 15{,}5$

+7. Ein Unternehmen hat untersucht, wie viele Gäste sich wie lange im Restaurant aufhalten. Berechne die durchschnittliche Aufenthaltsdauer.

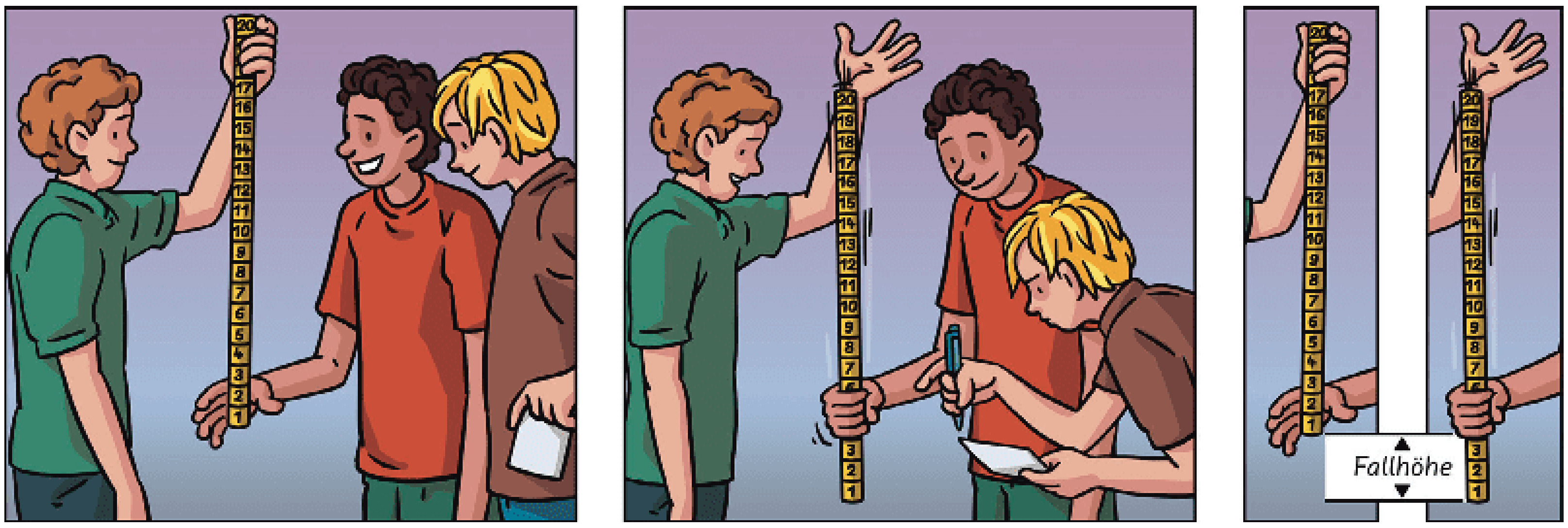
unter 10 min : 32	10 - 19 min : 67	20 - 29 min : 43	30 - 40 min : 8

8. **a)** Eine Ladung Post-Pakete wird gewogen. Wie viel wiegt ein Paket durchschnittlich?
b) Wie viel wiegt die gesamte Ladung sicher mindestens, wie viel höchstens?

kg	unter 2	2 bis unter 6	6 bis unter 10	10 bis unter 14	14 bis unter 20
Anzahl	63	125	28	38	46

Boxplot

1. Partnerarbeit



12 Schülerinnen und Schüler der Tischtennis-AG haben einen Reaktionstest durchgeführt. Die Klebezettel auf der Tafel zeigen die erzielten Fallhöhen in cm im ersten Versuch.

a) Die Trainerin stellt die Ergebnisse in einem Boxplot (Kastendiagramm) dar. Wie ist sie vorgegangen? Bringt die einzelnen Schritte passend zu den Tafelbildern in eine sinnvolle Reihenfolge. Stellt eure Anleitung einer anderen Zweiergruppe vor.

Ⓐ Bestimme den Median der Rangliste.

Ⓑ Bestimme Minimum und Maximum.

Ⓒ Ordne die Daten der Größe nach.

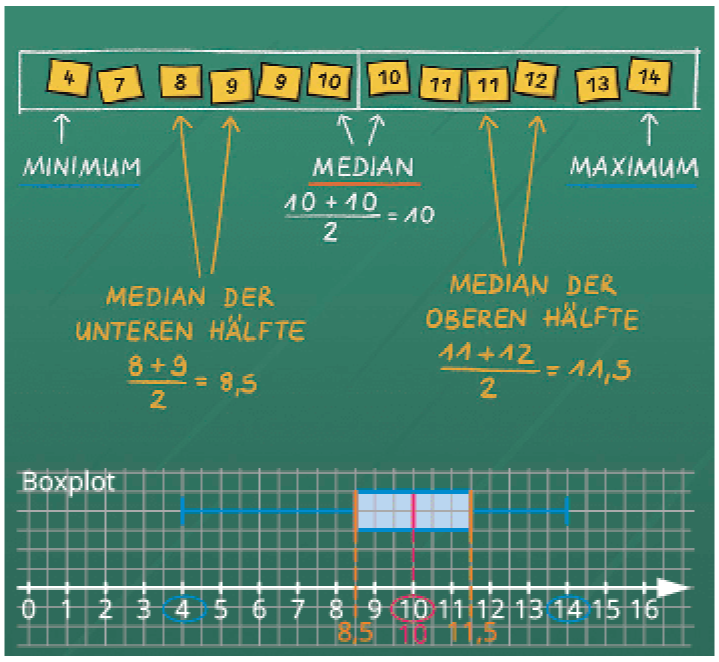
Ⓓ Zeichne die Box und die waagerechten Linien.

Ⓔ Teile die Daten in eine untere und obere Hälfte.

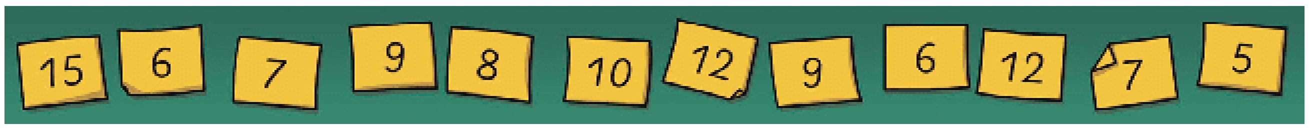
Ⓕ Markiere die 5 Kennwerte über der Skala.

Ⓖ Bestimme den Median der unteren und oberen Hälfte.

Ⓗ Zeichne eine passende Skala und beschrifte sie.



b) Die 12 Schülerinnen und Schüler haben trainiert und den Reaktionstest wiederholt.

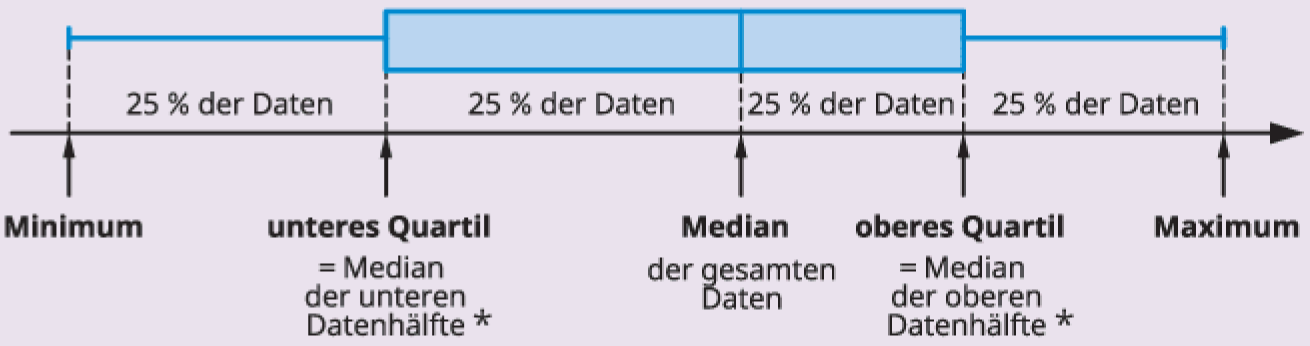


Nutzt eure Anleitung aus a) und stellt die Ergebnisse vor und nach dem Training in jeweils einem Boxplot dar. Verwendet dabei eine gemeinsame Skala und zeichnet die beiden Boxplots übereinander.

c) Vergleicht die Ergebnisse vor und nach dem Training und beurteilt, ob das Training erfolgreich war.

Quartil ist lateinisch und heißt „Viertelwert".

Ein **Boxplot** ist eine grafische Darstellung von Daten. In einem Boxplot zerteilst du die Daten einer Rangliste in vier gleich große Teile. Die beiden mittleren Teile sind durch eine Box hervorgehoben.



13 Jugendliche wurden nach der Dauer ihres Schulwegs gefragt.
Stelle die Antworten in einem Boxplot dar.

Dauer in min: 24, 25, 8, 9, 12, 15, 5, 30, 16, 18, 20, 15, 20

① *Erstelle eine Rangliste.*

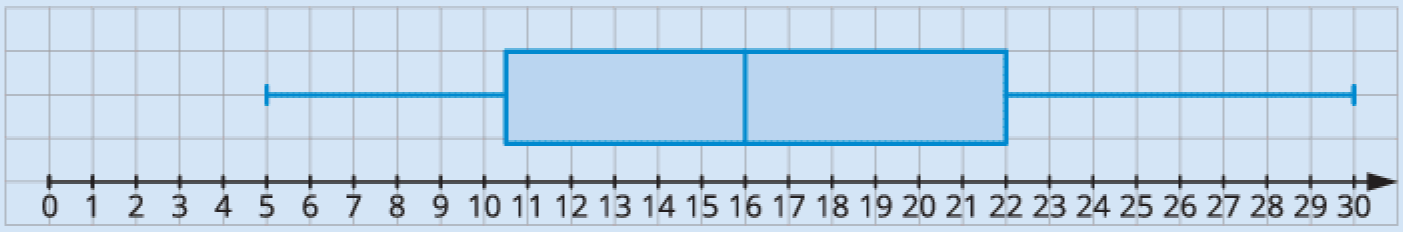
5	8	9	12	15	15	16	18	20	20	24	25	30

② *Bestimme die fünf benötigten Kennwerte.*

Minimum: 5 Maximum: 30 Median: 16

unteres Quartil: $\frac{9+12}{2} = 10{,}5$ oberes Quartil: $\frac{20+24}{2} = 22$

③ *Wähle eine geeignete Skala, markiere die Kennwerte und zeichne den Boxplot.*



2. **a)** Erstelle für die Daten rechts eine Rangliste.
b) Bestimme Minimum, Maximum, Median sowie unteres und oberes Quartil.
c) Stelle die Daten in einem Boxplot dar.

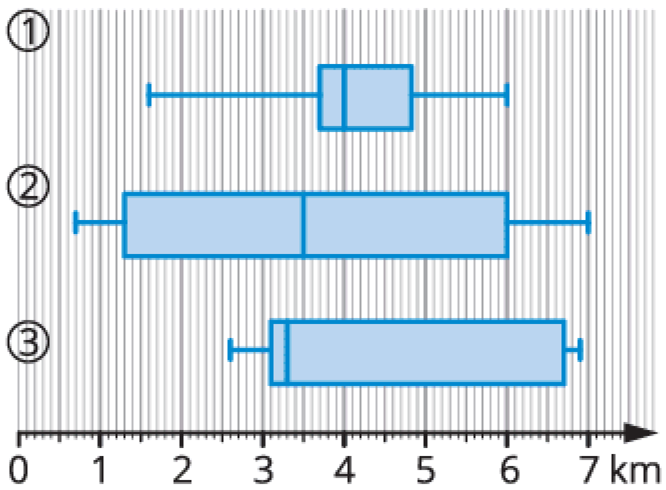
5	16	8	5	14	3	12	17
15	20	15	18	8	2	12	18
10	13	15	8	7	12	8	12

3. In drei Klassen wurde die Länge des Schulwegs ermittelt. Dazu gehören die drei abgebildeten Boxplots und die unten zu lesenden Beschreibungen. Ordne zu.

Ⓐ Niemand wohnt wirklich nah bei der Schule, 25 % wohnen fast 7 km von der Schule entfernt.

Ⓑ Die meisten wohnen ähnlich weit von der Schule entfernt.

Ⓒ Die Hälfte der Schüler wohnt zwischen 1,3 km und 6 km von der Schule entfernt.



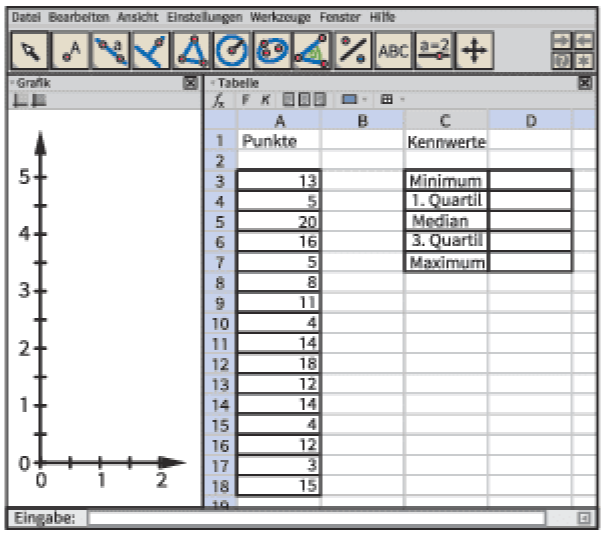
+4. Zeichne einen Boxplot zu folgenden 20 Daten:
9, 6, 7, 7, 3, 9, 10, 1, 8, 7, 9, 9, 8, 10, 5, 10, 10, 9, 10, 8.

*Bei einer ungeraden Zahl von Daten nimmt man die Datenmenge ohne den Median und unterteilt sie in eine untere und eine obere Datenhälfte.

Boxplots mit dem Computer

1. Auf den letzten Seiten hast du Boxplots kennengelernt, in denen wichtige Merkmale von Datenreihen wie Minimum, Maximum, Median und Quartile veranschaulicht werden können.
Wenn deine Geometriesoftware auch ein Tabellenfenster hat, kannst du die Kennwerte auch damit berechnen (**a**)) und grafisch in einem Boxplot darstellen (**b**)).

a) Werte eingeben und Kennwerte berechnen



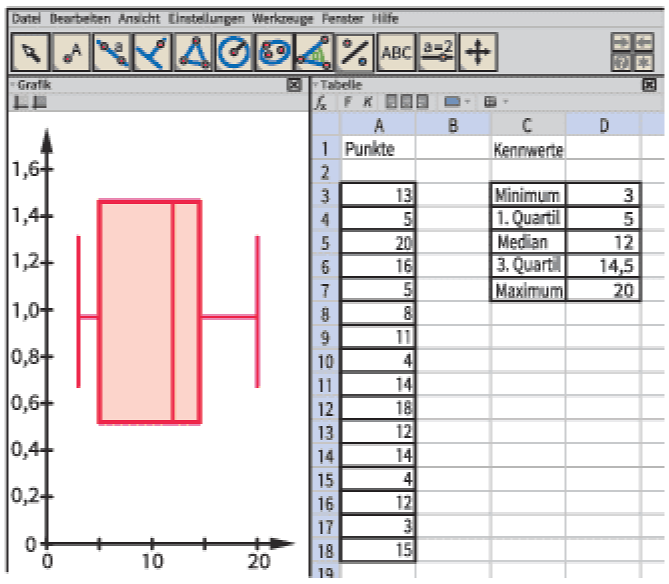
① Öffne deine Geometriesoftware*, in der Regel wird das Grafikfenster angezeigt. (Das Algebrafenster kannst du schließen.) Öffne auch das Tabellenfenster: Klicke im Register ANSICHT auf TABELLE.
② Schreibe die Überschriften „Punkte" und „Kennwerte" in die Zellen A1 und C1 sowie die Begriffe in C3 bis C7.
③ Gib die Punkte einer Klassenarbeit der Klasse 8a in die Zellen A3 bis A18 ein: 13, 5, 20, 16, 5, 8, 11, 4, 14, 18, 12, 14, 4, 12, 3, 15
④ Berechne nun die Kennwerte in den Zellen D3 bis D7: Minimum [=Min(A3:A18)], 1. Quartil [=q1(A3:A18)], 2. Quartil [=Median(A3:A18)], 3. Quartil [=q3(A3:A18)], Maximum [=Max(A3:A18)].

b) Boxplot-Diagramm erstellen

① Markiere die Zellen mit den Punktewerten (A3 bis A18).
② Wähle nun ANALYSE EINER VARIABLEN. Es öffnet sich das Fenster DATENQUELLE.
③ Klicke ANALYSE an und wechsle von HISTOGRAMM auf BOXPLOT.
④ Kopiere den Boxplot in die Zeichenfläche: Rechtsklick auf den Boxplot und dann „in die Grafikansicht kopieren" anklicken.

c) Vergleiche deinen Boxplot mit den in der Tabelle errechneten Werten.

2. Für zwei weitere Klassen gab es folgende Punktezahlen.



Klasse 8b

5, 6, 9, 20, 6, 11, 13, 5, 6, 16, 16, 11, 15, 6, 13, 8, 15

Klasse 8c:

19, 7, 4, 11,10, 13, 18, 7, 12, 13, 17, 9, 13, 20, 20, 2, 4, 20

a) Trage die Punkte in eine Tabelle ein und ermittle die Kennwerte. Erstelle auch die beiden Boxplots.
b) In welcher Klasse sind die Unterschiede am geringsten, in welcher Klasse am größten?
c) In welcher Klasse ist der Abstand zwischen dem 1. und 3. Quartil am größten?
d) Vergleiche in allen drei Klassen die durchschnittliche Punktzahl (Mittelwert) mit dem Median.

*Die hier vorgestellten Anleitungsschritte können sich in verschiedenen Programmen unterscheiden.

Vermischte Aufgaben

1. Da es bei Astronauten besonders wichtig ist, dass sie im Notfall schnell und richtig reagieren, wurde mit elf Astronauten ein Training durchgeführt, um ihre Reaktionszeit zu verbessern.
Die Tabelle gibt die Reaktionszeiten vor und nach dem Training an (in Sekunden).

Person	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
vorher	4	9	8	7	22	14	19	28	9	9	8
nachher	5	7	8	5	16	15	15	10	8	9	5

Wähle als Einheit 0,5 cm für 1 Sekunde und zeichne Boxplots für die Reaktionszeiten vor und nach dem Training. Beurteile dann, ob das Training erfolgreich war.

2. Ein Großhändler erhält eine Lieferung von 1 000 Kisten, jede ist mit 5 kg Erdbeeren befüllt. Er kontrolliert 5 Kisten und findet in ihnen insgesamt 500 g faule Früchte.

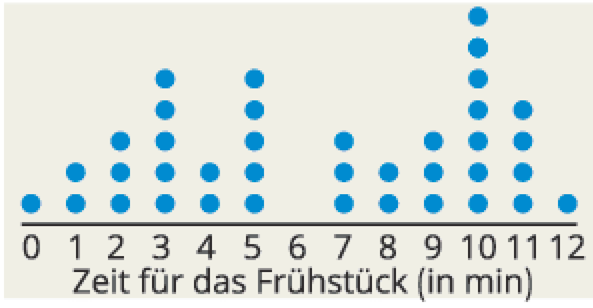
a) Angenommen diese Stichprobe ist repräsentativ, wie viel kg faule Früchte sind in der gesamten Lieferung zu erwarten?

b) Worauf muss der Großhändler bei der Auswahl der 5 Kisten achten, damit diese Stichprobe ihn nicht täuscht? Erkläre deine Überlegungen.

3. Partnerarbeit: Berechnet die durchschnittliche Größe. Stellt das Ergebnis der Klasse vor.

Klasse 8a									
Größe (in m)	1,40 – 1,44	1,45 – 1,49	1,50 – 1,54	1,55 – 1,59	1,60 – 1,64	1,65 – 1,69	1,70 – 1,74	1,75 – 1,79	1,80 – 1,84
Anzahl der Schüler	1	1	5	5	8	6	2	1	2

4. Partnerarbeit: Das Punktdiagramm zeigt die Ergebnisse der Befragung: „Wie lange dauerte heute Ihr Frühstück?“



a) Wie viele Personen frühstückten 6 Minuten lang?

b) Wie viele Personen frühstückten gar nicht?

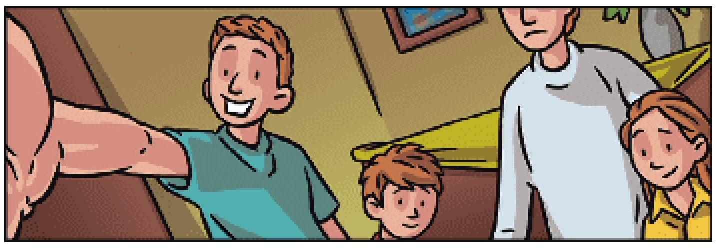
c) Wie viele Personen wurden insgesamt befragt?

d) Bei wie vielen Personen dauerte das Frühstück weniger als 5 Minuten?

⁺5. Stellt die abgebildeten Daten in einem Punktdiagramm dar.

Wie viele Geschwister hast du?

0	1	2	3	4	mehr als 4
6	8	5	3	2	1



6. Der neunte Datenwert fehlt in der Tabelle, aber eine andere Kenngröße zu den Daten ist bekannt. Bestimme daraus den fehlenden Wert, es kann verschiedene Lösungen geben.

a) Spannweite : 10 **b)** Modus : 11 **c)** Median : 8 **d)** Mittelwert : 9.

13	5	12
6	?	4
14	8	11

Die Ergebnisse der Aufgaben führen zu Hauptstädten aus Ländern im Südwesten Europas.

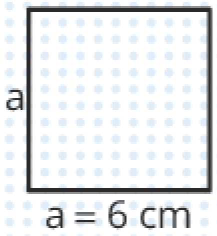
1. **a)** 1 804 – 1 024 **b)** 5 · 6,5

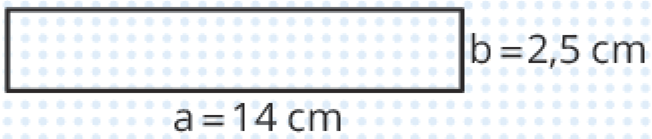
2. **a)** 4,850 t : 2 = ■ kg
b) Wie viel kg sind $\frac{3}{4}$ von 60 kg?

3. 24,5 m – 2 450 cm = ■ cm

4. (3,5 + 6,5) · ■ = 24

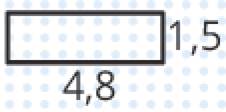
5. Gib den Flächeninhalt in cm² an.

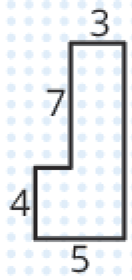
a)


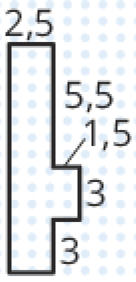
b)


6. **a)** $\frac{2}{5}$ = ■ % **b)** $\frac{15}{20}$ = ■ %
c) $\frac{18}{25}$ = ■ % **d)** $\frac{24}{30}$ = ■ %

7. Berechne den Umfang der Figur in cm (alle Maßangaben in cm).

a)


b)


c)


8. **a)** Ein Rechteck ist doppelt so lang wie breit. Es ist 4 cm lang. Berechne den Flächeninhalt in cm².
b) Ein Auto fährt 90 $\frac{km}{h}$. Wie viel km legt es bei gleicher Geschwindigkeit in 20 min zurück?

9. Welcher Überschlag passt am besten?

a) 42 · 38 ≈ ■	1 100	1 200	1 600
b) 4 469 : 15 ≈ ■	30	200	300

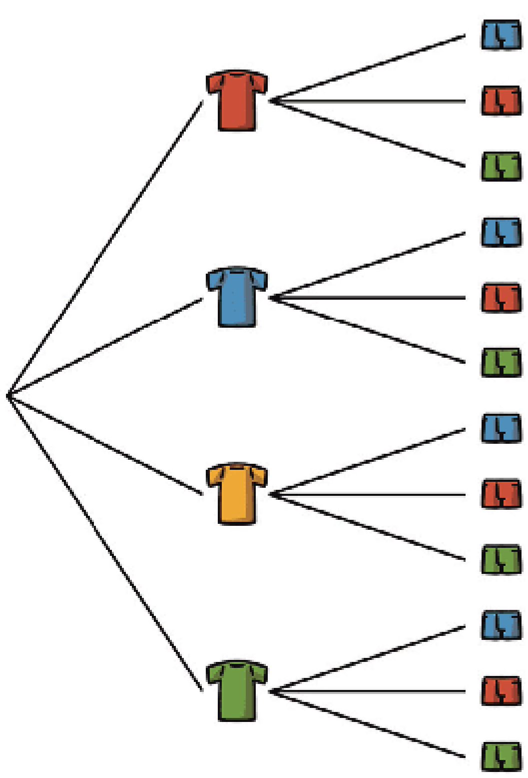
0	A	2,4	B	7,2	A
8	A	12,6	I	14,5	B
24	I	24,25	M	30	R
31	P	32	D	32,5	I
33	T	35	N	36	O
40	M	41	S	45	S
72	D	75	A	80	R
130,356	A	200	W	240	N
300	S	780	L	1 100	O
1 200	A	1 600	I	2 425	S

Baumdiagramme und zweistufige Zufallsexperimente

1. Partnerarbeit: Elif ist eine begeisterte Sportlerin. Für das Training hat sie vier Trikots und drei Sporthosen.
Ihre Freunde rätseln, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass Elif mit Trikot und Hose in gleicher Farbe zum Training erscheint.

a) Angenommen, Elif zieht zuerst ein Trikot und dann eine Hose heraus. Das **Baumdiagramm** rechts zeigt, welches Trikot und welche Hose sie ziehen könnte.
In dem Text unten ist beschrieben, wie das Baumdiagramm entstanden ist.
Übertragt den Text in euer Heft und setzt die passenden Worte in die Lücken ein:

vier | Ergebnis | Hose | Trikot | drei | Hosen



Elif zieht zuerst eines der vier Trikots, also zeichne ich __________ Äste. An das Ende jedes Astes zeichne ich ein __________, das gezogen wird.
Dann wählt Elif eine der drei Hosen aus. Also zeichne ich an jeden der vier Äste __________ neue Äste.
An das Ende jedes neuen Astes zeichne ich eine __________, die gezogen wird.
Der Weg entlang der Äste von ganz links bis ganz rechts heißt Pfad. Jeder Pfad führt zu einem möglichen __________.

b) Übertragt das Baumdiagramm in euer Heft und markiert mit einem bunten Stift alle Pfade, die zu einer Kombination aus Trikot und Hose in der gleichen Farbe führen.

Für ein „rotes Trikot" kannst du kurz „rT" oder „T" notieren.

c) Lest aus dem Baumdiagramm die Anzahl der möglichen und der günstigen Ergebnisse ab. Bestimmt dann die Wahrscheinlichkeit für eine gleichfarbige Kombination.

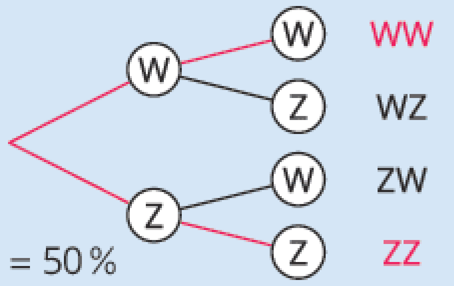
d) Angenommen, Elif zieht zuerst eine Hose und dann ein Trikot.
- Zeichnet dazu ein passendes Baumdiagramm in euer Heft. Besprecht vorher, wie der Text aus a) verändert werden muss, damit die Anleitung zu eurem Baumdiagramm passt.
- Bestimmt die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Elif trägt eine gleichfarbige Kombination". Vergleicht euer Ergebnis mit dem aus Aufgabenteil c).

Ein Zufallsexperiment, das aus zwei Teilexperimenten besteht, nennt man **zweistufiges Zufallsexperiment**. Beispiele sind das zweimalige Werfen eines Würfels, das Werfen von zwei Würfeln oder das zweimalige Ziehen aus einer Urne.
Bei zweistufigen Zufallsexperimenten besteht jedes Ergebnis aus **zwei Teilergebnissen**.
Du kannst die Ergebnisse mit einem **Baumdiagramm** veranschaulichen.

Zwei Münzen werden geworfen. Bestimme die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „gleiche Symbole“.

W: Wappen *Z: Zahl*

Baumdiagramm:



Insgesamt sind vier Ergebnisse möglich:
(W,W); (W,Z); (Z,W); (Z,Z).

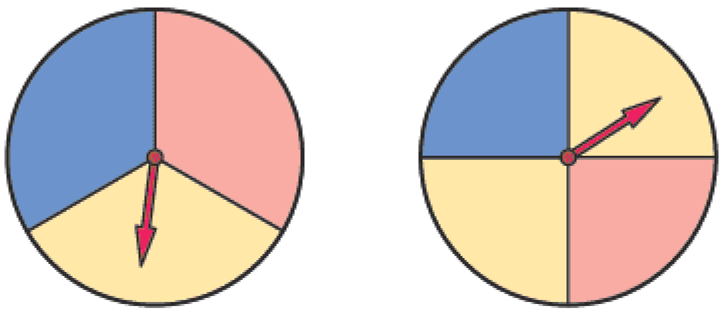
Zwei davon gehören zum Ereignis „gleiche Symbole“ (sind dafür *günstig*): (W,W); (Z,Z).

$$\text{P(gleiche Symbole)} = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse.}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\,\%$$

Mindestens einmal bedeutet „einmal“ oder „mehr als einmal“.

2. Bestimme mit einem Baumdiagramm die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse beim Werfen zweier Münzen. A: zweimal Zahl B: mindestens einmal Wappen

+3. Die beiden Glücksräder werden gedreht. Bestimme mit einem Baumdiagramm die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse.
A: die Abfolge gelb – rot
B: zwei gelbe Felder
C: zwei gleichfarbige Felder
D: mindestens ein blaues Feld



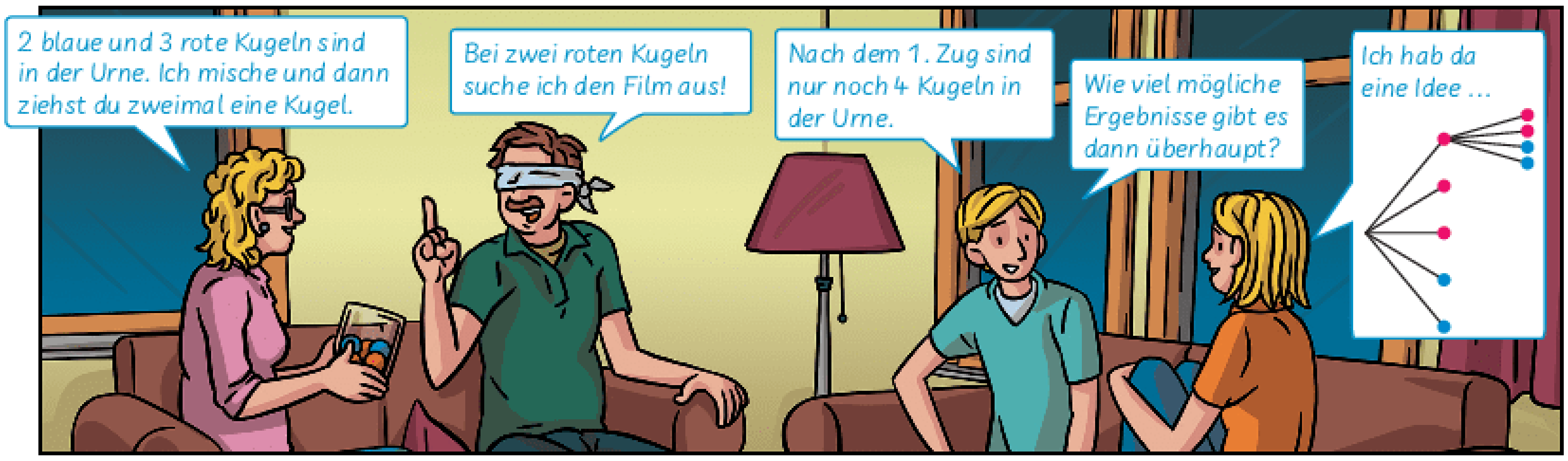
4. Partnerarbeit:
Mira und Leo würfeln mit zwei Würfeln.

a) Zeichnet ein vollständiges Baumdiagramm für einen zweimaligen Würfelwurf in euer Heft und begründet, warum Leos Überlegung, dass die Augensumme 7 eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{11}$ hat, nicht stimmen kann.
b) Bestimmt mit Hilfe des Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: Augensumme 7 B: Augensumme höchstens 5 C: Pasch
c) Macht es einen Unterschied, ob ihr zweimal nacheinander mit einem Würfel werft oder nur einmal gleichzeitig mit zwei Würfeln? Nehmt Stellung.

Ein Pasch ist ein Wurf mit mehreren Würfeln, bei dem alle Würfel die gleiche Augenzahl zeigen.

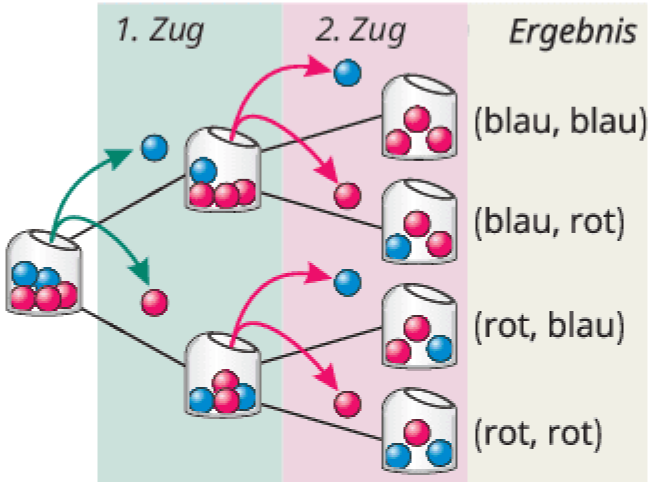
Produktregel und Summenregel

1. Partnerarbeit



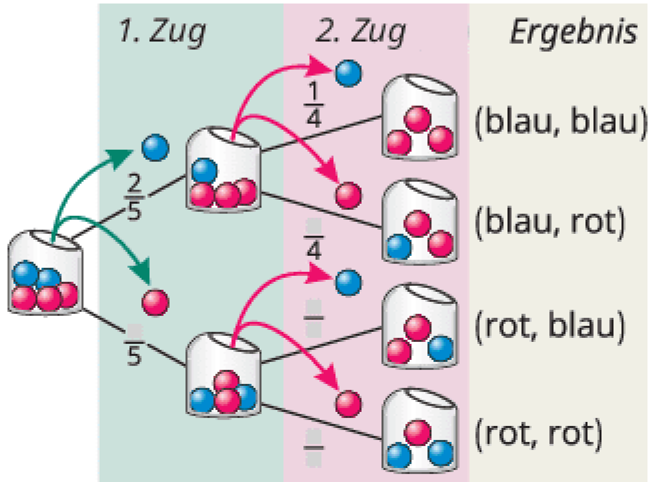
a) Folgt Lisas Idee: Bestimmt mit Hilfe eines Baumdiagramms die Anzahl der möglichen Ergebnisse und die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis (rot, rot).

b)



Betrachtet Jans Baumdiagramm und erklärt euch gegenseitig, wie er vorgegangen ist.

c) Jan und Lisa haben an den Pfadabschnitten Wahrscheinlichkeiten notiert.
Lest ab, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist,
- beim ersten Zug eine blaue Kugel zu ziehen?
- beim zweiten Zug eine blaue Kugel zu ziehen, wenn man beim ersten Zug eine blaue Kugel gezogen hat?



d) Übertragt Jans Baumdiagramm in euer Heft und ergänzt die noch fehlenden Wahrscheinlichkeiten an den Pfadabschnitten.

e) Erklärt euch gegenseitig die Überlegungen von Jan und Lisa.

f) Bestimmt mit Hilfe eures Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit, dass
- beide Kugeln rot sind,
- beide Kugeln die gleiche Farbe haben.

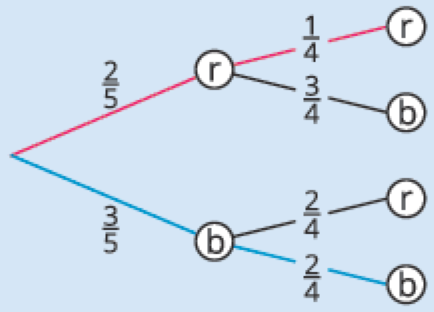
So berechnest du Wahrscheinlichkeiten bei zwei- und mehrstufigen Zufallsexperimenten:
① Zeichne ein passendes **Baumdiagramm**.
② Wende die beiden **Pfadregeln** (Produkt- und Summenregel) für Baumdiagramme an.

Produktregel
Die Wahrscheinlichkeit eines **Ergebnisses** berechnest du durch **Multiplikation** der Wahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades.

Summenregel
Die Wahrscheinlichkeit eines **Ereignisses** berechnest du durch **Addition** der Wahrscheinlichkeiten der Pfade, die zu diesem Ereignis gehören.

Aus einer Urne mit drei blauen und zwei roten Kugeln wird zweimal eine Kugel ohne Zurücklegen gezogen.
Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass
- zwei rote Kugeln gezogen werden,
- zwei blaue Kugeln gezogen werden,
- zwei gleichfarbige Kugeln gezogen werden.

① *Baumdiagramm*

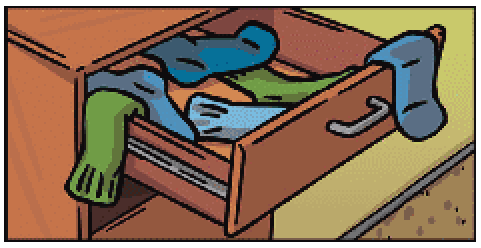


② *Anwendung der Pfadregeln*

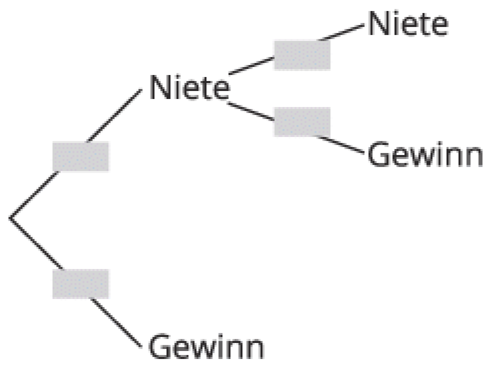
Produktregel
- $P(\text{rot, rot}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10} = 0{,}1 = 10\,\%$
- $P(\text{blau, blau}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10} = 0{,}3 = 30\,\%$

Summenregel
- $P(\text{gleichfarbig}) = P(\text{rot, rot}) + P(\text{blau, blau})$
  $= \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{2}{5} = 0{,}4 = 40\,\%$

2. Hassans Socken liegen ungeordnet in einer Schublade. Morgens nimmt er wahllos nacheinander zwei Socken heraus. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass Hassan
a) zwei blaue Socken zieht,
b) zwei gleichfarbige Socken zieht.

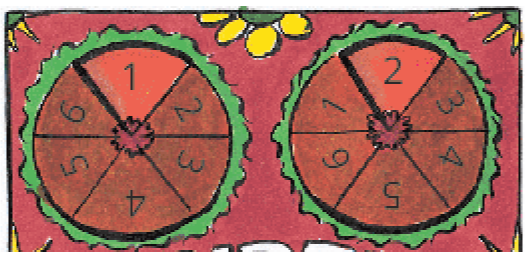


3. Partnerarbeit: In einer Urne liegen 50 Lose, davon sind 5 Gewinne, der Rest Nieten. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „zwei Nieten“. Lee löst die Aufgabe mit Hilfe eines **verkürzten Baumdiagramms**.
a) Erklärt euch gegenseitig, was Lee sich dabei denkt.
b) Übertragt das verkürzte Baumdiagramm in euer Heft und bestimmt die gesuchte Wahrscheinlichkeit.



4. Aus einer Urne mit 3 roten und 7 weißen Kugeln werden zwei Kugeln gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis „rot, rot“, wenn die erste gezogene Kugel
a) nicht in die Urne zurückgelegt wird (ohne Zurücklegen),
b) in die Urne zurückgelegt wird (mit Zurücklegen).

+5. Der „Spielautomat“ besteht aus zwei Glücksrädern, die sich beide gleichzeitig drehen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigt die gemeinsame Anzeige
a) links 6, rechts 6, **b)** links gerade, rechts gerade,
c) links 6, rechts keine 6,
d) links 1, 2 oder 3, rechts 5 oder 6?



6. Unter den 16 Mädchen und 12 Jungen der Klasse 8a werden zwei Freikarten für ein Popkonzert verlost. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind die beiden Gewinner
a) zwei Mädchen, **b)** zwei Jungen, **c)** ein Junge und ein Mädchen?

⁺7. Aus einer Lostrommel mit 4 Gewinnlosen und 50 Nieten werden zwei Lose gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind es zwei Gewinnlose?

⁺8. Es wird zweimal gewürfelt, dann werden die gewürfelten Augenzahlen addiert. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für die
a) Augensumme 12, **b)** Augensumme 11, **c)** Augensumme 7?

9. Partnerarbeit: Vergleicht die drei Aufgaben. Zwei von ihnen haben dasselbe Ergebnis. Begründet, welche es sind. Bestimmt dann die gesuchten Wahrscheinlichkeiten.

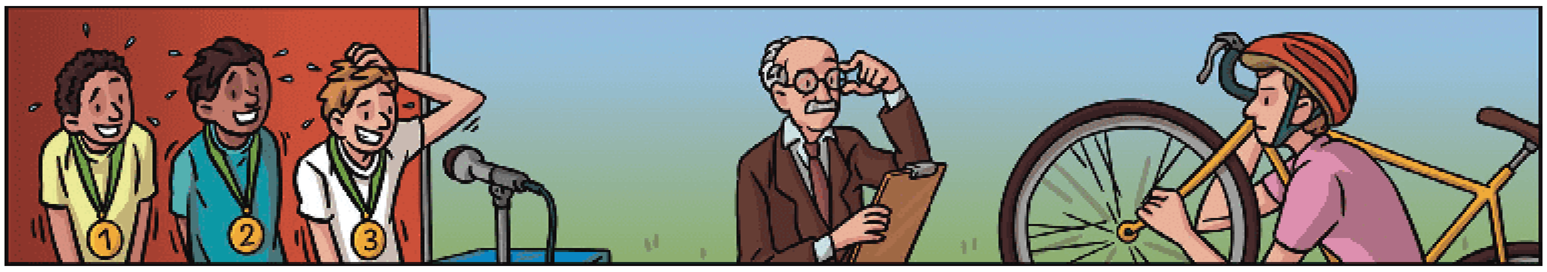
① Jonah hat im ersten Wurf eine Sechs gewürfelt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit würfelt er im zweiten Wurf erneut eine Sechs?

② Azra würfelt mit zwei Würfeln gleichzeitig. Mit welcher Wahrscheinlichkeit würfelt sie dabei einen Sechserpasch?

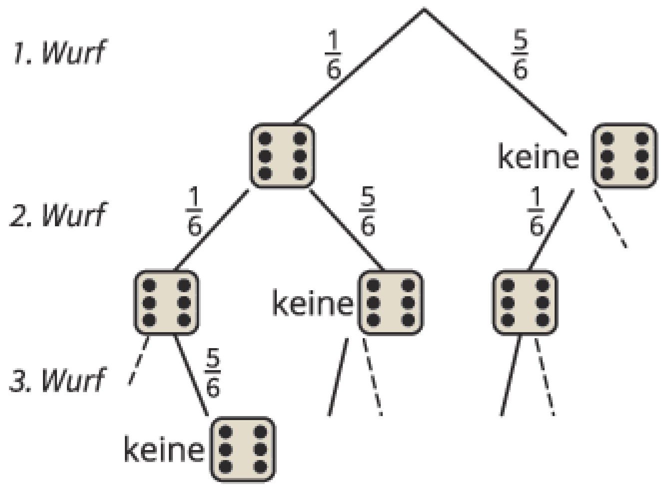
③ Timur würfelt zweimal nacheinander mit einem Würfel. Mit welcher Wahrscheinlichkeit würfelt er dabei zwei Sechsen?

10. In einer Urne liegen 4 Kugeln mit den Ziffern 1, 2, 3 und 4. Nacheinander werden ohne Zurücklegen zwei Kugeln gezogen und aus den beiden Ziffern eine zweistellige Zahl gebildet (Erste gezogene Kugel: Zehner, zweite gezogene Kugel: Einer).
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die so gebildete Zahl
a) eine gerade Zahl? **b)** größer als 30? **c)** ein Vielfaches von 3?
d) eine Zahl mit der Quersumme 5? **e)** kleiner als 12? **f)** eine Primzahl?

11. Bei einem Straßenrennen für Radrennfahrer müssen zwei der zehn Fahrer mit den Plätzen 1 bis 10 zur Dopingkontrolle. Drei von ihnen zittern, denn sie haben zur Leistungssteigerung unerlaubte Mittel eingenommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens ein „Sünder“ kontrolliert wird?



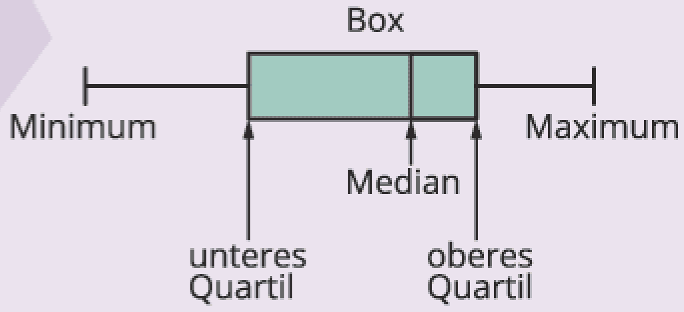
12. Partnerarbeit: Es wird dreimal gewürfelt. Es interessieren nur die Fälle „6“ und das Gegenereignis „$\bar{6}$“ („keine 6“).
a) Rechts seht ihr ein verkürztes Baumdiagramm. Übertragt es in euer Heft und vervollständigt es.
b) Bestimmt die Wahrscheinlichkeit, mit der beim dreifachen Wurf mit einem Spielwürfel genau zweimal eine 6 gewürfelt wird.



Eine **Stichprobe** ist **repräsentativ**, wenn ihre Ergebnisse für die Gesamtheit gelten. Dazu muss die Stichprobe genügend groß sein und zur Gesamtheit passend ausgewählt werden.

1. In der Klasse 8b sind 18 Mädchen und 12 Jungen. Angenommen diese Klasse ist repräsentativ für die ganze Schule mit insgesamt 450 Schülerinnen und Schülern: Wie viele Mädchen und wie viele Jungen sind dann ungefähr an der Schule?

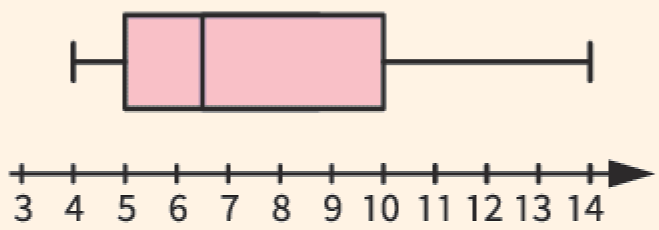
Der **Boxplot**



Ein Boxplot ist eine grafische Darstellung von Daten. In einem Boxplot zerteilst du die Daten einer Rangliste in vier gleich große Teile. Die beiden mittleren Teile sind durch eine Box hervorgehoben.

2. Bestimme Minimum, Maximum, Median sowie unteres und oberes Quartil und stelle dann die Daten in einem Boxplot dar.
48, 53, 59, 68, 68, 75, 64, 61,
57, 56, 65, 71, 60, 56, 48.

3.



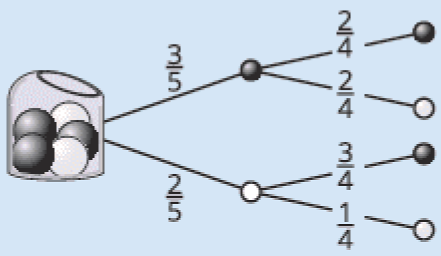
Gib für den abgebildeten Boxplot folgende Kennwerte an: Minimum, Maximum, Median, unteres und oberes Quartil.

Die **Pfadregeln für Baumdiagramme**

Produktregel:
Die Wahrscheinlichkeit eines **Ergebnisses** berechnest du durch **Multiplikation** der Wahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades.

Summenregel:
Die Wahrscheinlichkeit eines **Ereignisses** berechnest du durch **Addition** der Wahrscheinlichkeiten der Pfade, die zu diesem Ereignis gehören.

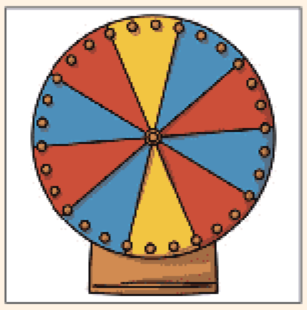
Zweimaliges Ziehen ohne Zurücklegen:



P(2-mal schwarz) = $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10} = 0{,}3 = 30\,\%$

P(gleichfarbig) = $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{10} = 0{,}4 = 40\,\%$

4. Das abgebildete Glücksrad wird zweimal gedreht. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit



a) für „2-mal blau“,
b) für „2-mal gelb“,
c) für mindestens „1-mal gelb“,
d) für „zwei verschiedene Farben“.

5. Aus einer Urne mit 4 weißen und 5 roten Kugeln werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit zwei rote Kugeln zu ziehen?
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind sie gleichfarbig?

6. In einer Lostrommel liegen 100 Lose, davon sind 10 Hauptgewinne, 40 Trostpreise und der Rest Nieten. Kira zieht zwei Lose. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht Kira zwei Hauptgewinne?

1. Berechne Mittelwert und Median der Ball-Weitwurf-Ergebnisse.

2. Gib die Spannweite und den Modus bei den Ball-Weitwurf-Ergebnissen an.

24 m	28 m	19 m	25 m
24 m	31 m	28 m	25 m
25 m	27 m	22 m	29 m

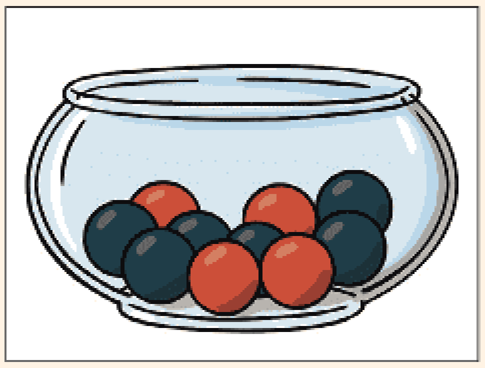
Ball-Weitwurf-Ergebnisse

3. Erstelle zu den Ball-Weitwurf-Ergebnissen einen Boxplot.

4. Bei einer repräsentativen Umfrage gaben 144 von 1 800 Personen an, zukünftig ein E-Auto zu kaufen. Mit wie vielen Käufern ist bei 40 Millionen möglichen Kunden etwa zu rechnen?

5. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, mit einem Würfel zweimal nacheinander eine gerade Zahl zu würfeln.

6. Aus der abgebildeten Urne werden mit verbundenen Augen zwei Kugeln gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „zwei verschiedenfarbige Kugeln", wenn die erste gezogene Kugel
a) in die Urne zurückgelegt wird (mit Zurücklegen),
b) nicht in die Urne zurückgelegt wird (ohne Zurücklegen).



7. Simone hat vier Weitsprünge hinter sich: 3,60 m|3,85 m|3,40 m|4,10 m. Wie weit muss sie im fünften Sprung wenigstens kommen, um einen Mittelwert von 3,77 m nicht zu unterschreiten?

8. Unter 1 000 zufällig ausgewählten Besuchern eines Fußballspiels waren 600 Fans der Heimmannschaft, 250 Fans der gegnerischen Mannschaft und 150 Personen, die Fans anderer Mannschaften waren. Insgesamt besuchten 76 500 Personen das Spiel.
Wie viele Personen aus den drei Fangruppen waren vermutlich insgesamt darunter?

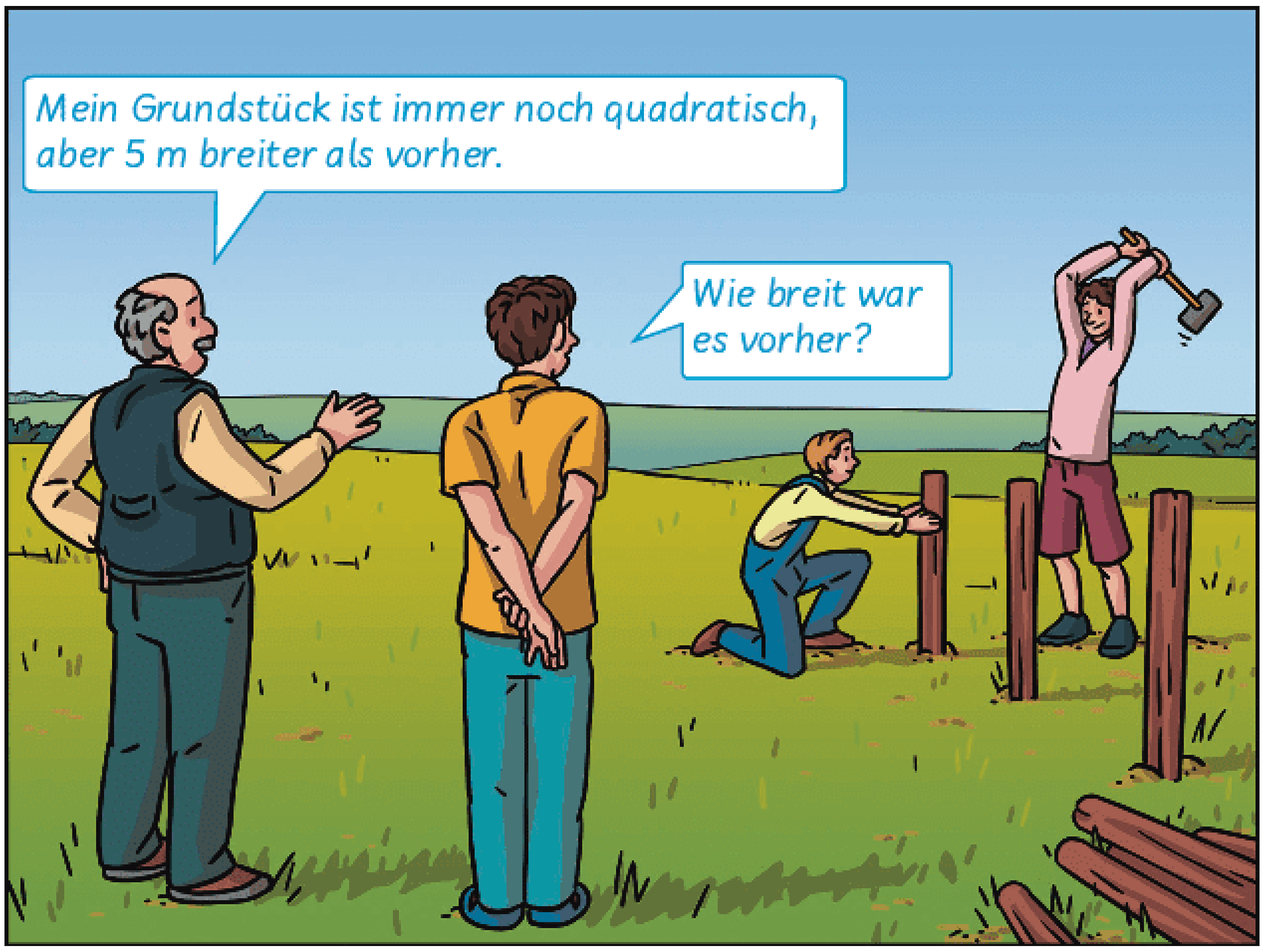
9. In einer Lostrommel sind 25 Kugeln, die sich nur durch die Farbe unterscheiden. 6 von ihnen sind rot, 11 blau, 4 gelb und 4 grün. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei verbundenen Augen mit einem Griff in die Lostrommel zwei Kugeln zu ziehen,
a) die nicht blau sind, **b)** deren Farbe mit „g" anfängt?

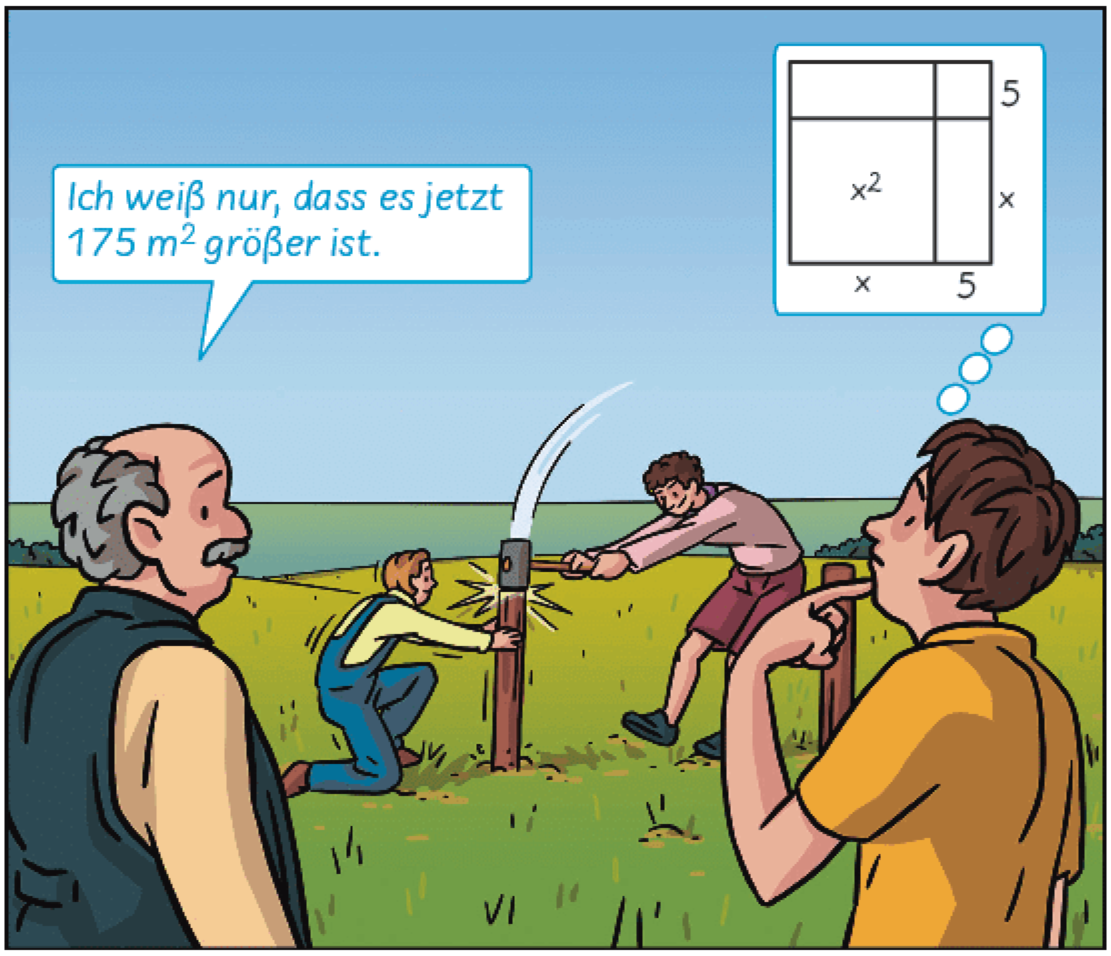
10. Es wird mit 2 Würfeln gewürfelt und das Produkt der Augenzahlen gebildet. Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Ergebnis
a) 4 lautet, **b)** ein Vielfaches von 3 ist.

11. Beim 100-m-Lauf der Jungen wurden folgende, bereits geordnete, Leistungen erzielt:
12,8 s|12,9 s|13,1 s|13,3 s|13,3 s| |14,9 s|15,0 s|15,0 s|15,7 s|16,3 s|17,1 s|
Die 6. und die 13. Laufzeit sind unleserlich; bekannt ist aber die Spannweite 5,4 s und der Mittelwert 14,77 s (gerundet). Bestimme die unleserlichen Laufzeiten.

12. Ein Multiple-Choice-Test besteht aus drei Fragen mit je drei Antwortmöglichkeiten, von denen je eine richtig ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit beantwortet man bei zufälligem Ankreuzen mindestens zwei Fragen richtig?

Produkte von Summen und binomische Formeln 8





In diesem Kapitel lernst du, ...

... wie du Summen multiplizierst, die Variablen enthalten,
... den Begriff Binom kennen und mit den binomischen Formeln zu rechnen,
... wie du Gleichungen mit Produkten von Summen lösen kannst,
... wie du Sachaufgaben mit Hilfe solcher Gleichungen löst.

Löse die folgenden Aufgaben und schätze dich ein.

1. Löse die Klammer auf und fasse zusammen.

a) $3 + (x - 4)$ **b)** $a - (5 - 2a)$
c) $9 - (x + 2)$ **d)** $5x - (2x + 3)$
e) $q + (p + q)$ **f)** $-2p + (3p + q)$
g) $y - (2 + y)$ **h)** $5 - (-3 + 2x)$

Ich kann Summen, die Variablen enthalten, addieren und subtrahieren.

Das kann ich gut.	Ich bin noch unsicher.
☺	→ S. 36, A 2–4 → S. 212, A 1–2

2. Multipliziere aus.

a) $2(x + 3)$ **b)** $-3(a + b)$
c) $a(4 - b)$ **d)** $-p(4 + q)$
e) $-2(2x - 3y)$ **f)** $y(x + y)$
g) $-y(3 - y)$ **h)** $4(-a - b)$

Ich kann Summen, die Variablen enthalten, mit einer Zahl oder einer Variablen multiplizieren.

Das kann ich gut.	Ich bin noch unsicher.
☺	→ S. 38, A 5–7 → S. 212, A 3–5

3. Klammere möglichst umfangreich aus.

a) $3a + 12b$ **b)** $42x - 24y$
c) $18x + 14x^2$ **d)** $45p^2 + 36pq$
e) $17p - 34q$ **f)** $xy - x^2y^2$
g) $6x^2 + 21x$ **h)** $35y - 55xy$

Ich kann aus einer Summe, die Variablen enthält, einen Term ausklammern.

Das kann ich gut.	Ich bin noch unsicher.
☺	→ S. 38, A 8–9 → S. 213, A 1–2

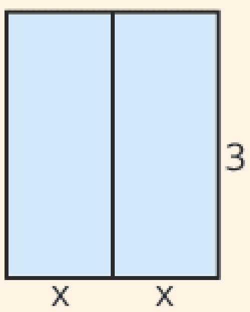
4. Löse die Gleichung.

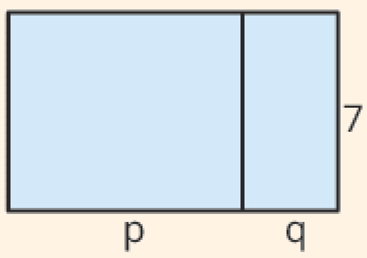
a) $3x + 4 = 19$ **b)** $4 - (x - 8) = 0$
c) $2(x + 5) = 40 - 3x$ **d)** $2x + 5 - 3x - 2 = 7 - x + 16 + 4x$

Ich kann Gleichungen lösen.

Das kann ich gut.	Ich bin noch unsicher.
☺	→ S. 41, A 1 → S. 44, A 2–4 → S. 196, A 1–2 → S. 213, A 3–4

5. Gib den Flächeninhalt des Rechtecks als Produktterm und als Summenterm an.

a)


b)


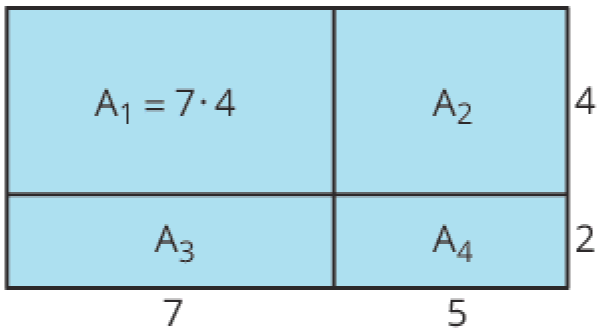
Ich kann den Flächeninhalt eines Rechtecks als Produkt- und als Summenterm angeben.

Das kann ich gut.	Ich bin noch unsicher.
☺	→ S. 35, A 9 → S. 37, A 1 → S. 214, A 1–2

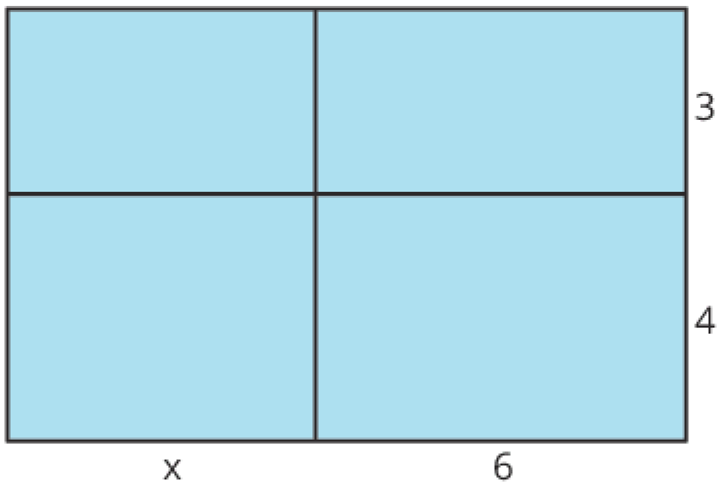
Produkte von Summen

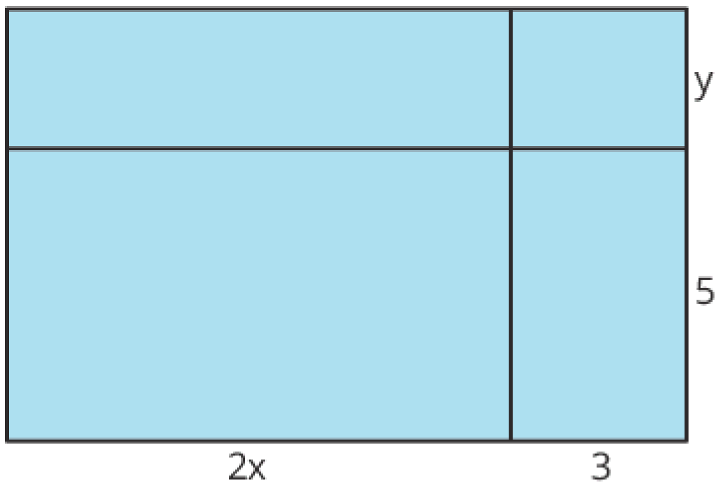
Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

1. Ergänzt die Terme und berechnet den Flächeninhalt A des großen Rechtecks auf zwei Weisen.
① Produkt der Seitenlängen:
$A = (\square + 5)(4 + \square) = \square \cdot \square = \square$
② Summe der Teilflächen:
$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$
$A = 7 \cdot 4 + 5 \cdot \square + \square = \square$

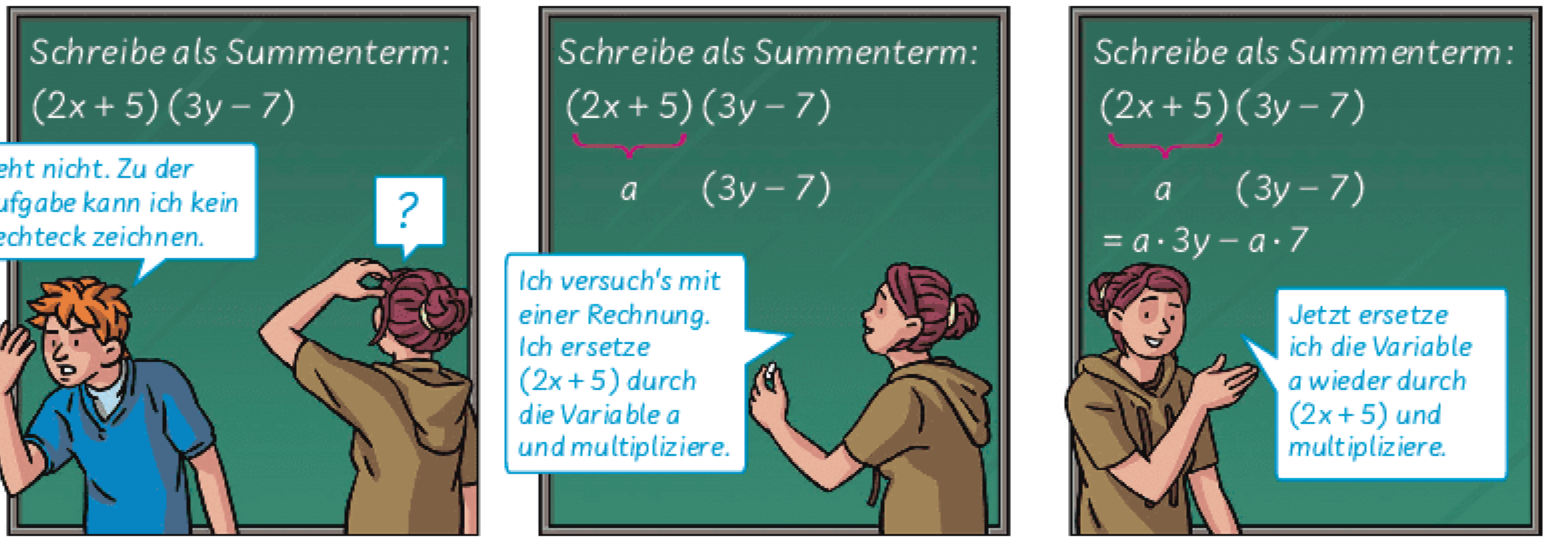


2. Übertragt die Zeichnung in euer Heft. Notiert wie in Aufgabe 1 zwei Terme für den Flächeninhalt A des großen Rechtecks und fasst – wenn möglich – zusammen.

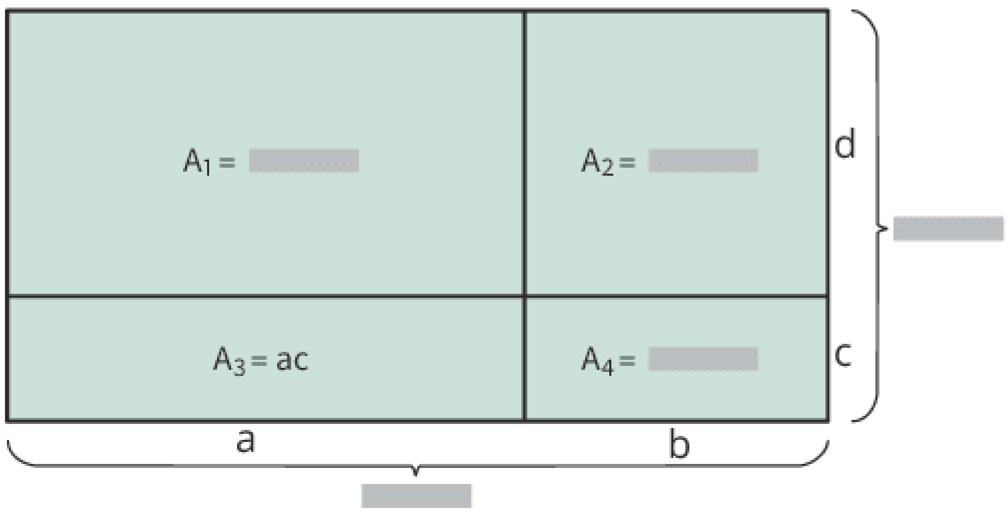
a)


b)


3. Formt nach Rinas Vorschlag durch Rechnung in einen Summenterm um.



4. a) Übertragt die Zeichnung ins Heft und ergänzt die fehlenden Angaben.
b) Notiert den Flächeninhalt A des großen Rechtecks als Produkt der Seitenlängen und als Summe der Teilflächen.



So kannst du zwei Summen miteinander multiplizieren:
① Multipliziere jeden Summanden der ersten Summe mit jedem Summanden der zweiten Summe.
② Addiere die Produkte.

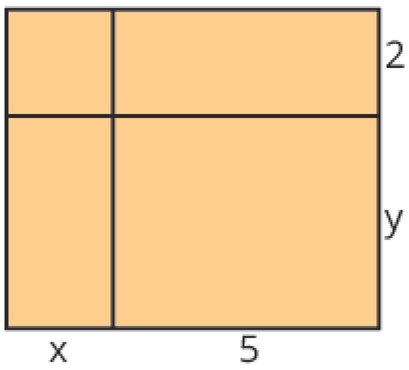
$(a + b)(c + d)$
$= ac + ad + bc + bd$

- $(4 + 2x)(3x - 5)$
  $= 4 \cdot 3x + 4 \cdot (-5) + 2x \cdot 3x + 2x \cdot (-5)$
  $= 12x - 20 + 6x^2 - 10x$
  $= 6x^2 + 2x - 20$

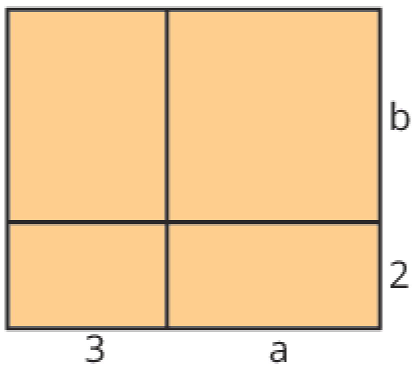
- $(-2a + 3)(6 - 3b)$
  $= -2a \cdot 6 + (-2a) \cdot (-3b) + 3 \cdot 6 + 3 \cdot (-3b)$
  $= -12a + 6ab + 18 - 9b$
  $= -12a + 6ab - 9b + 18$

5. Forme in einen Summenterm um. Die Zeichnung kann dir helfen.

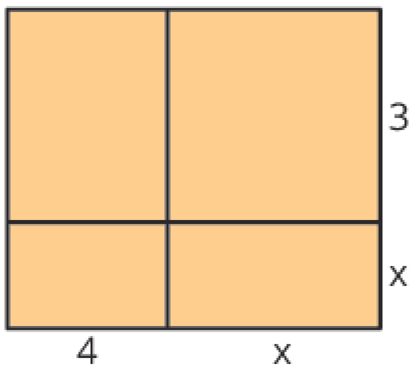
a) $(x + 5)(y + 2)$



b) $(3 + a)(2 + b)$



c) $(4 + x)(x + 3)$



6. Skizziere ein passendes Rechteck und notiere den äquivalenten Summenterm.
a) $(a + 4)(b + 5)$ **b)** $(2 + x)(y + 4)$ **c)** $(x + 1)(3 + x)$

7. Multipliziere die Summen.
a) $(x + 2)(y + 4)$ **b)** $(x - 2)(y - 5)$ **c)** $(2a - 3)(b + 6)$ **d)** $(3 + x)(8 + z)$
e) $(-y + 7)(6 - z)$ **f)** $(3b - 4)(a - 2)$ **g)** $(a + 8)(-b + 1)$ **h)** $(7 - y)(z + 2)$
i) $(-a + 1)(-5 - b)$ **j)** $(-3 + y)(4 + z)$ **k)** $(x - 9)(7 - 4y)$ **l)** $(8 - a)(-5 + b)$

8. Multipliziere die Summen und fasse so weit wie möglich zusammen.
a) $(x + 4)(x + 7)$ **b)** $(3 - y)(5 + y)$ **c)** $(a + 8)(6 - a)$ **d)** $(x - 3)(6 + x)$
e) $(z + 5)(-z - 8)$ **f)** $(-x + 3)(7 - x)$ **g)** $(2y + 1)(y + 7)$ **h)** $(2a - 3)(-5a - 4)$
i) $(-b - 5)(-6 + b)$ **j)** $(3a - 1)(-5 + a)$ **k)** $(4 + x)(9 + x)$ **l)** $(-2y - 3)(6 - 3y)$

9. Notiere als Summenterm.
a) $\left(a + \frac{1}{2}\right)\left(b - \frac{1}{2}\right)$ **b)** $\left(\frac{5}{6} + x\right)(y + 6)$ **c)** $(0{,}7 + x)(z - 0{,}2)$ **d)** $(1{,}5 + x)(y - 4)$
e) $(0{,}8 - a)(b + 0{,}9)$ **f)** $\left(y + \frac{1}{3}\right)(9 + z)$ **g)** $\left(b - \frac{1}{5}\right)\left(c + \frac{2}{3}\right)$ **h)** $(x - 0{,}8)(6 - y)$

10. Multipliziere aus und vereinfache so weit wie möglich.
a) $(2x + 3y)(4x - 3y) + (3y - 2x)(4y + 3x)$ **b)** $(7a - 3b)(-2b + 2a) + (6a - 8b)(5a + 4b)$
c) $(4a - 3b)(2a - 4b) + (6a - 4b)(2b - 3a)$ **d)** $(7 - 3y)(-6y + 3) + (9y + 4)(6 - 3y)$
e) $(3a + 7)(4a - 3) + (2a - 4)(3a + 6)$ **f)** $(2x - 3y)(2x - 4y) + (4x + 2y)(3x - 2y)$
g) $(-4m + 5)(2m - 3) + (8 - m)(2 - m)$ **h)** $(3p + 4q)(p - q) + (p - q)(4p + 3q)$

11. Fülle die Lücken.

a) $(2x+5)(7+\square) = 14x + 6xy + \square + \square$ **b)** $(\square - 4)(2a - b) = 6a^2 - \square - \square + 4b$

c) $(4x - \square)(5y + \square) = \square + 8x - 10y - \square$ **d)** $(2a + \square)(\square - b) = 8a - \square + 12b - \square$

12. Rechne wie im Beispiel.

a) $12a - (3a+7)(8-4a)$ **b)** $(5x+3y) - (4x-3y)(5y-3x)$

c) $19 - (2-3y)(8y-4)$ **d)** $3a - 4b - (2a+4b)(3b-4a)$

e) $3y - (2y+7)(8+3y)$ **f)** $6x^2 + 2y^2 - (3x+2y)(3x+2y)$

g) $7a^2 - (3a+4)(4a+9)$ **h)** $4ab + 3a^2 - (2a-4b)(5a-3b)$

$$\begin{aligned} &7x - (8x+2)(3-4x) \\ &= 7x - [24x - 32x^2 + 6 - 8x] \\ &= 7x - 24x + 32x^2 - 6 + 8x \\ &= 32x^2 + 7x - 24x + 8x - 6 \\ &= 32x^2 - 9x - 6 \end{aligned}$$

13. **a)** $(2a+3b)(4a-3b) + (3a-2b)(4b+3a) + (5a-2b)(3a-4b)$

b) $(4a-3b)(2a-4b) + (6a-4b)(2b-3a) + (5a-3b)(5b-3a)$

c) $(3a+7)(4a-3) + (2a-4)(3a+6) - (5a-2)(6a-5)$

d) $(5-a)(2-3a) - (7a+4)(5-2a) + 6(3a-8)(a+2)$

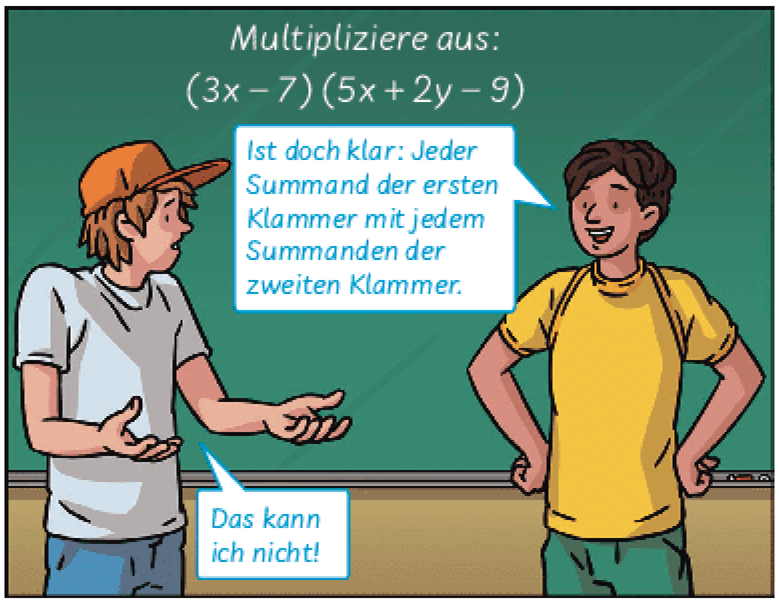
Mögliche Ergebnisterme:

$32a^2 - 14ab - 9b^2$	$35a^2 - 56a - 106$	$-25a^2 + 36ab - 11b^2$
$35a^2 - 56a - 81$	$17a^2 - 19ab + 11b^2$	$-12a^2 + 56a - 55$

14.

$$(3x - 7)(5x + 2y - 9)$$

Übertrage ins Heft und ergänze die fehlenden Pfeile. Dann multipliziere aus und fasse zusammen.



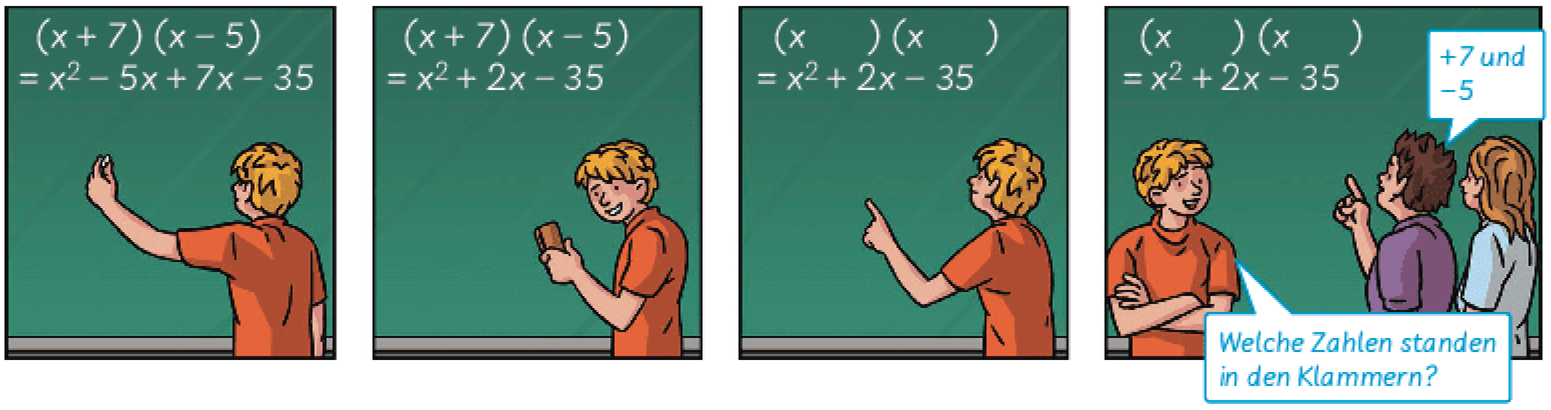
15. Schreibe als Summe so kurz wie möglich.

a) $(2a-5)(a+3b-4)$

b) $(2x+y-8)(5x+3y)$

c) $(3a-2b+5)(4c-11ab-2a)$

16. Partnerarbeit: Katrin und Daniel meldeten sich für ein „Spiel" und verließen freiwillig die Klasse. Die Bilder zeigen, was während ihrer Abwesenheit an der Tafel geschrieben und welche Aufgabe ihnen gestellt wurde, nachdem sie hereingerufen wurden.



a) Diskutiert, wie Katrin und Daniel die beiden Zahlen entdeckt haben.

b) Stellt euch gegenseitig Aufgaben, wie Katrin und Daniel sie lösen sollten.

17. Forme in ein Produkt um.

a) $x^2 + 7x + 12$ **b)** $a^2 + 11a + 30$ **c)** $z^2 - 5z + 4$ **d)** $x^2 - x - 6$

e) $b^2 - 7b + 12$ **f)** $y^2 - 3y - 10$ **g)** $a^2 + 8a + 15$ **h)** $x^2 + 2x - 24$

Die Ergebnisse der Aufgaben ergeben drei Inseln im östlichen Mittelmeer.

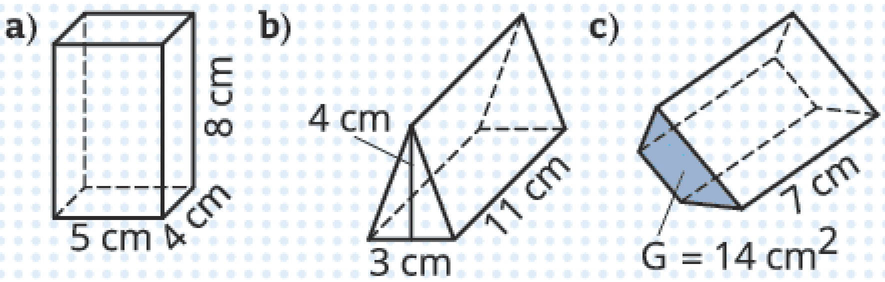
1. Rechne aus.

a) $-11 + 3 \cdot (-3)$ **b)** $5 \cdot (10 - 17)$

c) $-6 \cdot (-4) \cdot (-2)$ **d)** $-17 + 31$

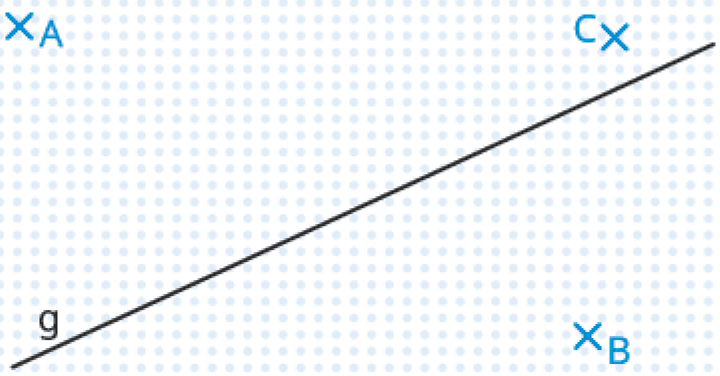
e) $-\frac{1}{8} \cdot 5 \cdot 8$ **f)** $30 - 3^2$

2. Berechne das Volumen.



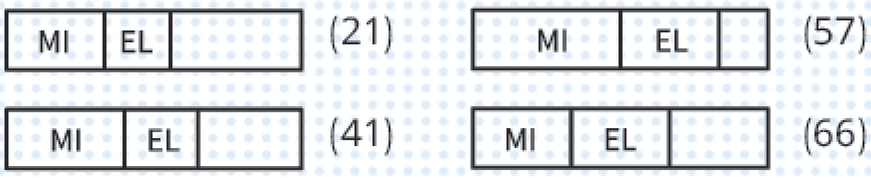
V = ▢ cm³ V = ▢ cm³ V = ▢ cm³

3. Wie viel Millimeter sind A, B und C von der Geraden g entfernt?



A: ▢ mm B: ▢ mm C: ▢ mm

4. Frau Solms verdient 1 560 € im Monat. Sie gibt 624 € für Miete (MI) und 390 € für Ernährung und Lebensmittel (EL) aus.
Welches Diagramm beschreibt dies am besten?



5. Wandle um.

a) 8 dm³ = ▢ cm³ **b)** 4,7 ℓ = ▢ dm³

c) 5 200 mℓ = ▢ ℓ **d)** 0,8 hℓ = ▢ ℓ

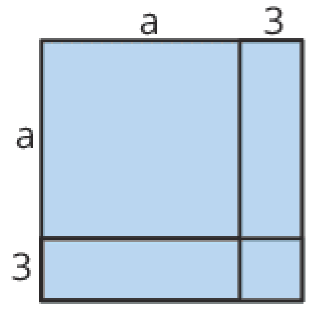
6. Wenn ich eine Zahl mit 15 multipliziere und anschließend 5 addiere, erhalte ich 50.
Wie heißt die Zahl?

A: −51	P: −48	I: −39
Y: −35	K: −21	Z: −20
E: −12	R: −5	U: −4,8
W: 1,25	S: 3	Z: 3,47
M: 4	O: 4,7	N: 5,18
N: 5,2	B: 6,1	T: 6,85
U: 7,925	R: 9,8	E: 14
A: 18	B: 19,6	N: 21
T: 26	Y: 41	U: 57
R: 66	O: 80	E: 98
K: 160	W: 800	K: 8 000

1. und 2. binomische Formel

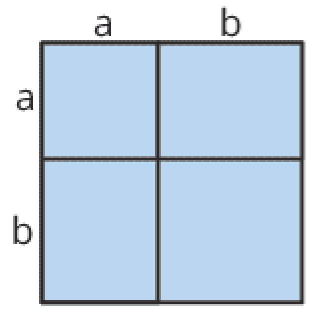
Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

1. Übertragt die Zeichnung ins Heft und notiert den Flächeninhalt A des großen Quadrats wie angegeben auf zwei Weisen mit äquivalenten Termen.



a) ① Bildet das Produkt seiner Seitenlängen:
A = (■ + ■)(■ + ■) = (■ + ■)²

② Addiert alle Teilflächen und fasst zusammen:
A = a² + ■ + ■ + ■ = ■ + ■ + ■



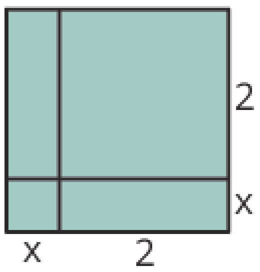
b) ① Bildet das Produkt seiner Seitenlängen:
A = (■ + ■)(■ + ■) = (■ + ■)²

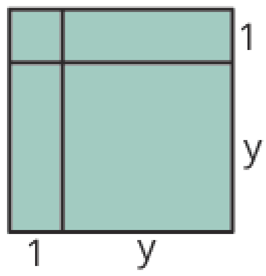
② Addiert alle Teilflächen und fasst zusammen:
A = a² + ■ + ■ + ■ = ■ + ■ + ■

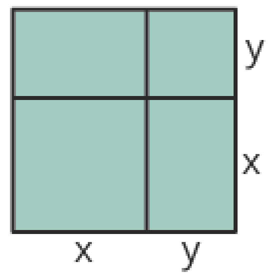
③ Notiert die äquivalenten Terme in einer Formel:
$(a + b)^2$ = ■ + ■ + ■

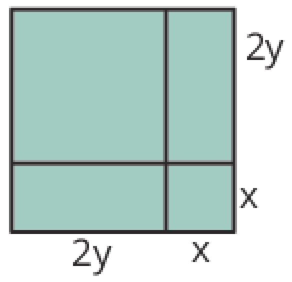
2. Formt in einen möglichst kurzen Summenterm um. Die Zeichnung kann euch helfen:

a) $(x + 2)^2$ **b)** $(1 + y)^2$ **c)** $(x + y)^2$ **d)** $(2y + x)^2$





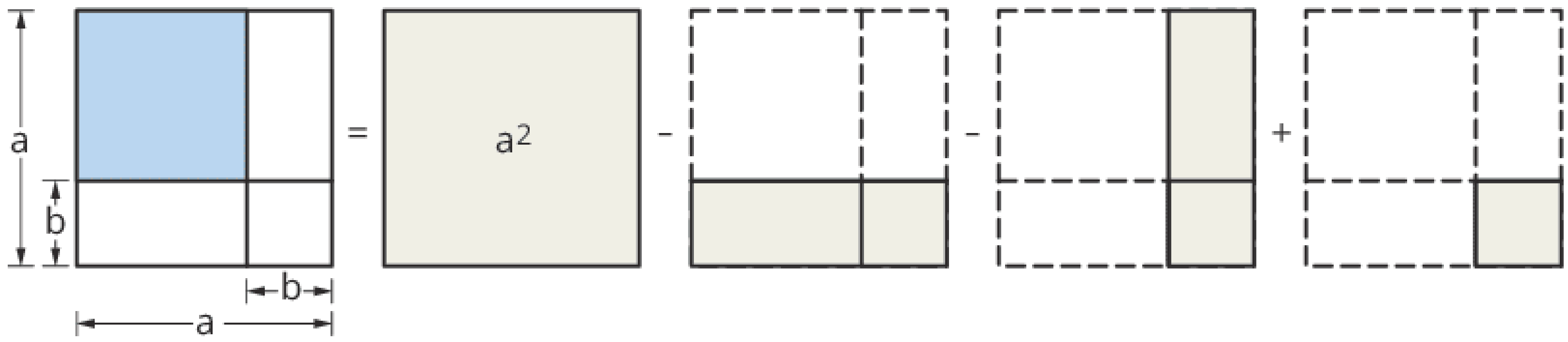




3. Schreibt zuerst als Produkt. Dann multipliziert aus und vereinfacht so weit wie möglich.

a) $(3 + y)^2$ **b)** $(4 + x)^2$ **c)** $(2b + 7)^2$ **d)** $(4 + 3p)^2$ **e)** $(a + b)^2$

4.



a) Emma nennt für den Flächeninhalt des blau gefärbten Quadrats den Term $(a - b)^2$. Begründet, warum dieser Term den Flächeninhalt des Quadrats beschreibt.

b) Ben möchte ihr mit der Zeichnung oben veranschaulichen, welcher Summenterm zu ihrem Produktterm äquivalent ist.
Übertragt seine Zeichnung ins Heft und benennt die Seitenlängen der hellen Flächen.
Welchen äquivalenten Summenterm findet Ben?

c) Ergänzt die Formel: $(a - b)^2$ = ■ – ■ + ■

5. Schreibt zuerst als Produkt. Dann multipliziert aus und vereinfacht so weit wie möglich.

a) $(4 - y)^2$ **b)** $(x - 7)^2$ **c)** $(3a - 1)^2$ **d)** $(5 - 2p)^2$ **e)** $(a - b)^2$

Summen, die aus zwei Summanden bestehen, heißen Binome.
So multiplizierst du ein Binom mit sich selbst:

1. binomische Formel

Wenn beide Summanden dasselbe Vorzeichen haben, dann gilt:
$\mathbf{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$

2. binomische Formel

Wenn beide Summanden verschiedene Vorzeichen haben, dann gilt:
$\mathbf{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

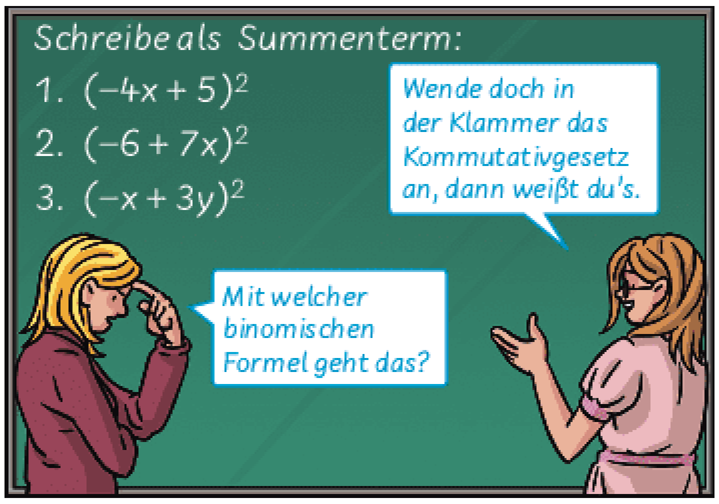
- $(2x + 3)^2$
  $= (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2$
  $= 4x^2 + 12x + 9$
- $(3a - 4)^2$
  $= (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 4 + 4^2$
  $= 9a^2 - 24a + 16$

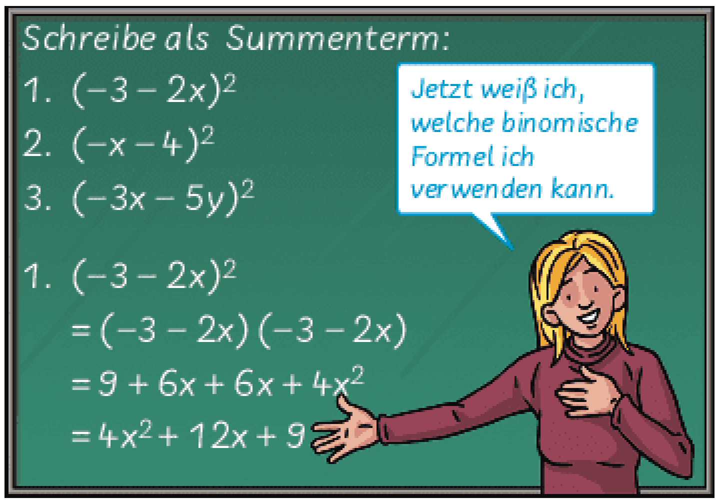
6. Forme in einen Summenterm um.

a) $(3 + m)^2$ **b)** $(y + 5)^2$ **c)** $(2 - x)^2$ **d)** $(x - 4)^2$ **e)** $(a + 3)^2$
f) $(p + 5)^2$ **g)** $(y - 3)^2$ **h)** $(x + 1)^2$ **i)** $(a - 8)^2$ **j)** $(x + 9)^2$
k) $(a + 7b)^2$ **l)** $(5m - 5)^2$ **m)** $(6p + 2q)^2$ **n)** $(2x - 3y)^2$ **o)** $(4a + 4b)^2$

7. Rechne alle Aufgaben wie vorgeschlagen. Welche binomische Formel kann man jeweils verwenden?

Nach dem Kommutativgesetz darf man Summanden *vertauschen*, z. B. $-5 + 4 = 4 - 5$

a)


b)


8. Wähle die passende binomische Formel und schreibe als Summenterm.

a) $(-9 + a)^2$ **b)** $(-y - 6)^2$ **c)** $(-5 - y)^2$ **d)** $(-x - 4)^2$ **e)** $(-a + 8)^2$
f) $(-2x - 5y)^2$ **g)** $(-x + 7y)^2$ **h)** $(-p + 3q)^2$ **i)** $(-6x - 9y)^2$ **j)** $(-p - 4q)^2$

9. Ein Binom wurde mit sich selbst multipliziert. Prüfe, ob der zweite Summand richtig sein kann. Falls nicht, korrigiere. Gib auch einen passenden Produktterm an. Es gibt mehrere Möglichkeiten.

a) $x^2 + 6x + 4$ **b)** $9a^2 - 24a + 16$ **c)** $x^2 - 8xy + 4y^2$ **d)** $25p^2 - 60p + 36$
e) $a^2 + 4ab + 4b^2$ **f)** $16p^2 + 64pq + 16q^2$ **g)** $25a^2 - 30ab + 9b^2$ **h)** $9x^2 - 12x + 4$

10. Ein Produktterm wurde mit Hilfe einer binomischen Formel in einen Summenterm verwandelt.

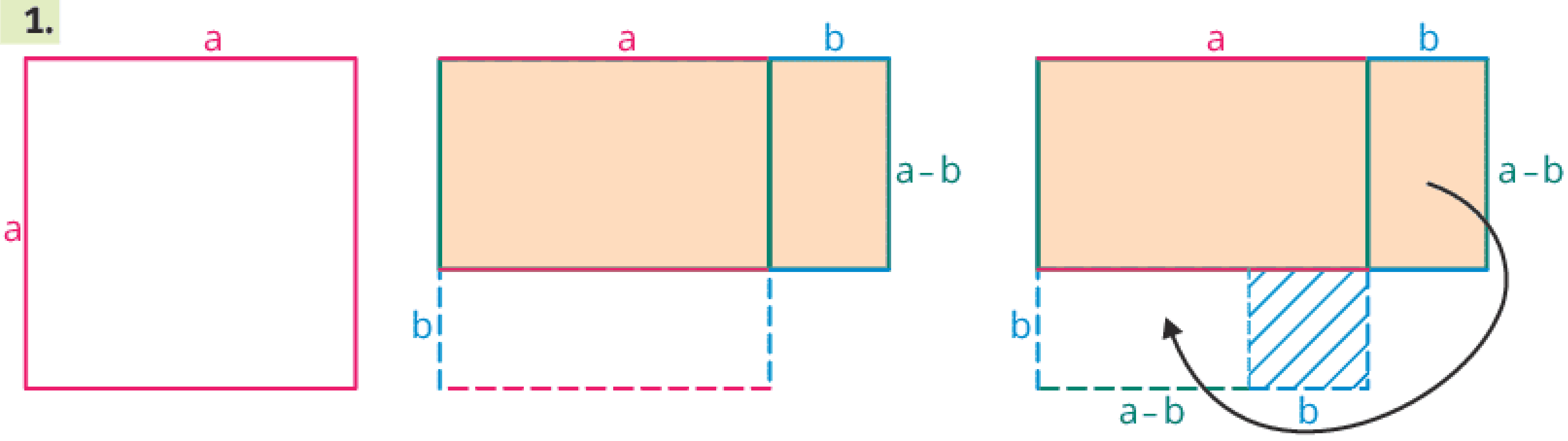
① $(\square - 5)^2 = 9x^2 - \square + \square$ ② $(7 + \square)^2 = \square + \square + 4x^2$ ③ $(\square + \square)^2 = x^2 + 8x\,\square$ ④ $(\square - \square)^2 = \square - 12y + 4y^2$

a) Erkläre, wie man die weggewischten Teilterme wiederfinden kann.
b) Partnerarbeit: Stellt euch gegenseitig ähnliche Aufgaben.

3. binomische Formel

Löst Aufgabe 1. und 2. in Partnerarbeit.

1.



Bei dem Quadrat wird die ursprüngliche Seitenlänge a in der einen Richtung um b verlängert und in der anderen um b verkürzt.

a) Welche Figur entsteht?

b) Notiert ihren Flächeninhalt mit einem Produktterm.

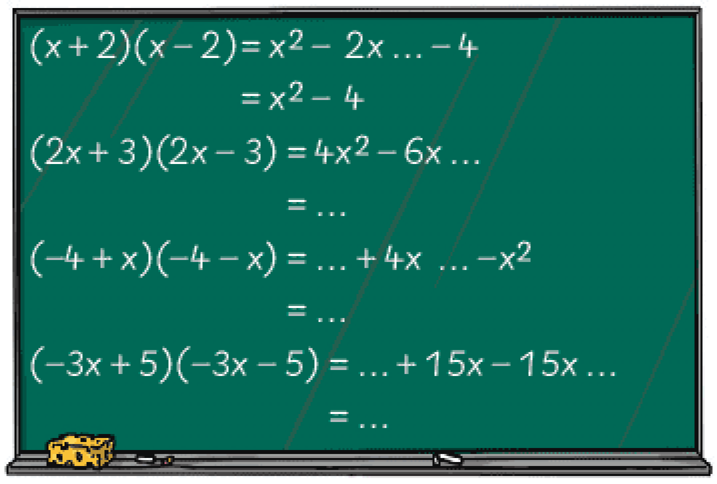
c) Begründet mit Hilfe der Abbildung die Formel: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

2. **a)** Ergänzt die Rechnungen an der Tafel. Was fällt euch auf?

b) Zeigt durch Ausmultiplizieren der Klammern, dass gilt: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

c) Notiert den Ergebnisterm ohne Zwischenschritt.

① $(3 + x)(3 - x)$ ② $(y + 2)(y - 2)$
③ $(2a + 3b)(2a - 3b)$ ④ $(2x + 1)(2x - 1)$



So multiplizierst du zwei Binome, die sich nur im Vorzeichen eines Summanden unterscheiden:

3. binomische Formel

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

- $(x + 5)(x - 5)$
  $= x^2 - 5^2$
  $= x^2 - 25$
- $(2a + b)(2a - b)$
  $= (2a)^2 - b^2$
  $= 4a^2 - b^2$
- $(-m + 3)(-m - 3)$
  $= (-m)^2 - 3^2$
  $= m^2 - 9$

3. Schreibe als Summenterm.

a) $(p + 8)(p - 8)$ **b)** $(7 + y)(7 - y)$ **c)** $(2m - 1)(2m + 1)$ **d)** $(x + 3y)(x - 3y)$
e) $(-3 + 4b)(-3 - 4b)$ **f)** $(8a + 7)(8a - 7)$ **g)** $(-p - q)(-p + q)$ **h)** $(3 - a)(3 + a)$
i) $(-2 + 3x)(-2 - 3x)$ **j)** $(-6a + 3)(-6a - 3)$ **k)** $(2x - 3y)(2x + 3y)$ **l)** $(3p + 5q)(3p - 5q)$

4. Schreibe als Produktterm.

a) $x^2 - 36$ **b)** $4 - a^2$ **c)** $196 - p^2$ **d)** $x^2 - 225$ **e)** $y^2 - 400$

5. Ergänze.

a) $(x + \blacksquare)(x - \blacksquare) = \blacksquare - 36$ **b)** $(\blacksquare + b)(\blacksquare - b) = 16a^2 - \blacksquare$
c) $(\blacksquare + \blacksquare)(\blacksquare - \blacksquare) = 36x^2 - 49y^2$ **d)** $(4y + \blacksquare)(4y - \blacksquare) = \blacksquare - 100z^2$

Vermischte Aufgaben

1. Forme in einen Summenterm um.

a) $(7x-3)^2$ **b)** $(4a-6)^2$ **c)** $(3x+5)^2$ **d)** $(-5z+5)^2$ **e)** $(4p+10)^2$ **f)** $(-3y-6)^2$
g) $(-5y+2)^2$ **h)** $(-3z-6)^2$ **i)** $(-3+y)^2$ **j)** $(3y-7)^2$ **k)** $(-y-4)^2$ **l)** $(2x+9)^2$

2. **a)** $(7b+3c)^2$ **b)** $(2a-5b)^2$ **c)** $(-3a-4b)^2$ **d)** $(7x+8y)^2$ **e)** $(-2b+3c)^2$ **f)** $(5y-3z)^2$
g) $(3a+2b)^2$ **h)** $(4x-3y)^2$ **i)** $(2a-5b)^2$ **j)** $(-x+y)^2$ **k)** $(-2x-y)^2$ **l)** $(3x-2y)^2$

3. **a)** $(y+3)(y-3)$ **b)** $(-x+4)(-x-4)$ **c)** $(-7+y)(-7-y)$ **d)** $(a+9)(a-9)$
e) $(2a+9)(2a-9)$ **f)** $(-6+3x)(-6-3x)$ **g)** $(2x+5y)(2x-5y)$ **h)** $(3a+2b)(3a-2b)$

4. Forme – wenn möglich – mit einer binomischen Formel in einen Summenterm um, sonst multipliziere die Klammern aus. Notiere, welche der Formeln du verwendet hast.

a) $(2a+2b)(2a-2b)$ **b)** $(6+2y)(6y+2)$ **c)** $(x+y)(-x-y)$ **d)** $(p+3q)(-p+3q)$
e) $(-2x+y)(2x-y)$ **f)** $(-a+7)(a-7)$ **g)** $(4x+1)(1+4x)$ **h)** $(3-y)(y+3)$
i) $(-5p+q)(-5p+q)$ **j)** $(x-2y)(2y+x)$ **k)** $(2x+3y)(3x-2y)$ **l)** $(-4+a)(-4-a)$

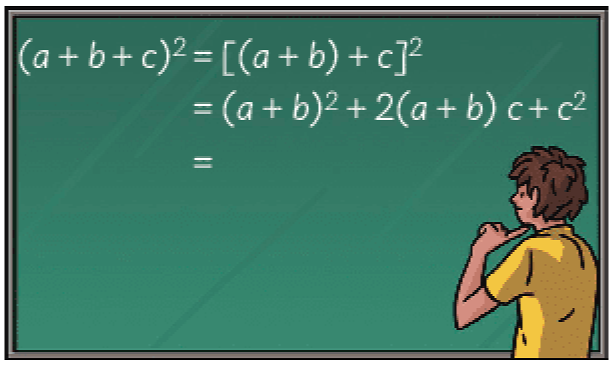
5. Achte auf das Minuszeichen vor der zweiten Klammer.

a) $(a-3)^2-(2a+6b)^2$ **b)** $(x+4)^2-(2x+3)(2x-3)$
c) $(x+y)^2-(x-y)^2$ **d)** $(a-7)^2-(5a-4)(5a+4)$
e) $(2x-3y)^2-(3x-2y)^2$ **f)** $(3x-4y)^2-(4x+2)(4x-2)$

Minus beachten!

$(2x+2)^2-(3x-3)^2$
$= 4x^2+8x+4-[9x^2-18x+9]$
$= \dots$

6. **a)** Baki sollte $(a+b+c)^2$ in einen Summenterm verwandeln. Rechts siehst du, wie er damit begonnen hat. Führe seine Rechnung zu Ende.

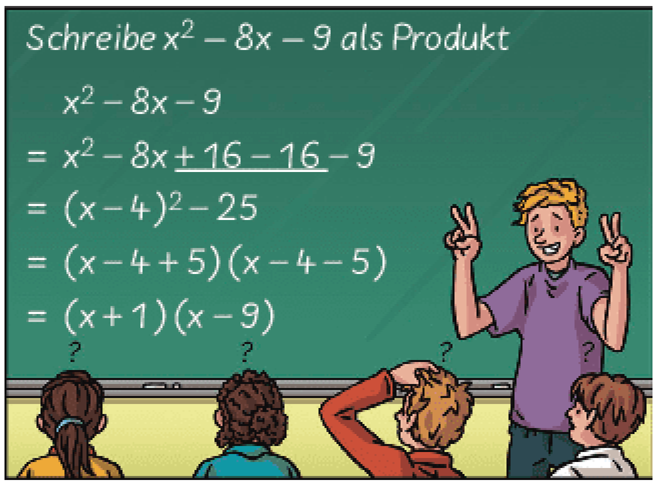


b) Wandle die folgenden Terme in Summenterme um.
① $(2a-b+3c)^2$ ② $(3x+4y-5z)^2$
③ $(6a-4x-9p)^2$ ④ $(3a-b+2c+d)^2$

7. Ein Produktterm wurde mit Hilfe einer binomischen Formel in den angegebenen Summenterm umgeformt. Wie lautet der Produktterm? Es kann zwei Lösungen geben.

a) x^2-16 **b)** x^2+6x+9 **c)** $4a^2-9b^2$ **d)** $x^2-10x+25$
e) $9x^2+12x+4$ **f)** $49z^2-144$ **g)** $4b^2-20b+25$ **h)** $p^2-4pq+4q^2$
i) $100b^2+20b+1$ **j)** $25a^2-36$ **k)** $16y^2-48y+36$ **l)** $64z^2-9$

8. Partnerarbeit:
Thorsten ist in Mathematik ein „Ass", erklären kann er aber nicht so richtig. So verstehen auch bei der nebenstehenden Aufgabe viele Mitschülerinnen und Mitschüler nicht, wie Thorsten sie gelöst hat.



a) Sucht gemeinsam die Erklärung, wie Thorsten vorgegangen ist.
b) Wandelt die folgenden Summenterme wie Thorsten in Produkte um.
① $y^2+10y-11$ ② $x^2-4x-12$ ③ $a^2+14a+40$
④ x^2-5x+4 ⑤ $b^2+4b-12$ ⑥ $y^2-6y-40$

Gleichungen mit Produkten von Summen

1. Oh je! Tintenflecke auf Emmas Mathematikheft. Übertrage die Rechnungen in dein Heft und vervollständige.

$$
\begin{aligned}
(x+3)(x+4) &= x^2-2 \\
x^2+4x+\blacksquare+12 &= x^2-2 \\
x^2+\blacksquare+12 &= x^2-2 && |-x^2 \\
7x+12 &= -2 && |\,\blacksquare \\
\blacksquare &= -14 && |:7 \\
x &= \blacksquare
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(x+1)(x-1) &= (x-2)(x+3) \\
\blacksquare-1 &= x^2+3x-2x\,\blacksquare \\
x^2-1 &= x^2\,\blacksquare-6 && |-\blacksquare \\
\blacksquare &= x-6 && |+6 \\
\blacksquare &= x
\end{aligned}
$$

Beim Lösen von Gleichungen mit Produkten von Summen musst du zuerst die Klammern auflösen. Du kannst die Summen ausmultiplizieren oder die binomischen Formeln anwenden.

Löse die Gleichung.

$$
\begin{aligned}
(x+2)(x+7) &= (x+4)^2 \\
x^2+7x+2x+14 &= x^2+8x+16 \\
x^2+9x+14 &= x^2+8x+16 && |-x^2 \\
9x+14 &= 8x+16 && |-14 \\
9x &= 8x+2 && |-8x \\
x &= 2
\end{aligned}
$$

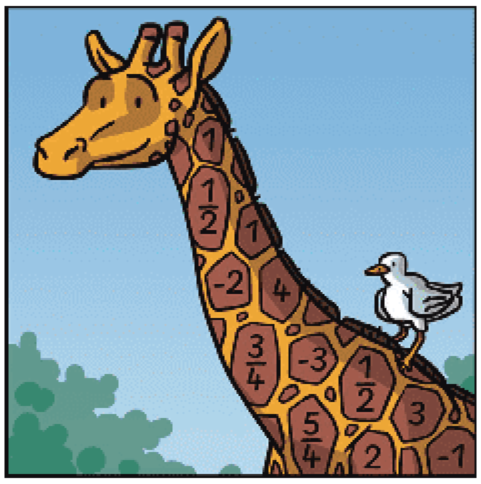
① *Löse alle Klammern auf.*
② *Fasse auf beiden Seiten zusammen.*
③ *Löse die Gleichung mit Äquivalenzumformungen.*

2. Löse die Gleichung. Kontrolliere dein Ergebnis mit einer Probe.

a) $(2+x)(x+3) = x^2-4$ **b)** $(y+4)(3-y) = 6-y^2$ **c)** $(b-9)(b+4) = b^2-11$
d) $(3-x)(4-x) = x^2-2$ **e)** $(4-x)(7+x) = 4-x^2$ **f)** $(a-5)(a-8) = a^2+1$
g) $(x+4)(x+5) = x^2-7$ **h)** $(3a+2)(6a-3) = 18a^2+9$ **i)** $(7-x)(x+3) = 1-x^2$
j) $(5z+3)(4z-2) = 20z^2-2$ **k)** $(5-2x)(3-5x) = 10x^2-78$ **l)** $(3-4x)(5x+7) = 47-20x^2$

3. Löse die Gleichung. Die Lösung findest du auf der Giraffe.

a) $(2x+5)^2 = 4x^2-15$ **b)** $(2a-2)^2 = 4a^2-4$
c) $(-3y+3)^2 = 9y^2-45$ **d)** $(2x-5)^2 = 4x^2$
e) $(3x-1)^2 = 9x^2+7$ **f)** $(5x+3)^2 = 25x^2+39$
g) $(-2x+1)^2 = 4x^2-7$ **h)** $(4c-6)^2 = 16c^2$
i) $(3p+4)^2 = 9p^2+28$ **j)** $(-b+5)^2 = b^2-15$
k) $(-4x-4)^2 = 16x^2-80$ **l)** $(-4x+8)^2 = 16x^2+32$



4. **a)** $3x-(5x+2)^2 = 47-25x^2$
b) $(x-4)^2-(2x+1)^2 = -3x^2-9$
c) $5x-(2x+4)^2 = 17-4x^2$
d) $(x+5)^2-(x-3)^2 = 12(x+4)$
e) $18-(4x-3)^2 = 9-16x^2$
f) $(x-3)^2-(3x+1)^2 = -2(2x-3)^2+2$
g) $(x+1)^2-1 = (x-1)^2$
h) $(2x+1)^2 = (4x+5)x+17$

Minus vor der Klammer beachten!

$$
\begin{aligned}
2x-(2x+3)^2 &= -4x^2+1 \\
2x-(4x^2+12x+9) &= -4x^2+1 \\
2x-4x^2-12x-9 &= -4x^2+1 && |+4x^2 \\
&\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

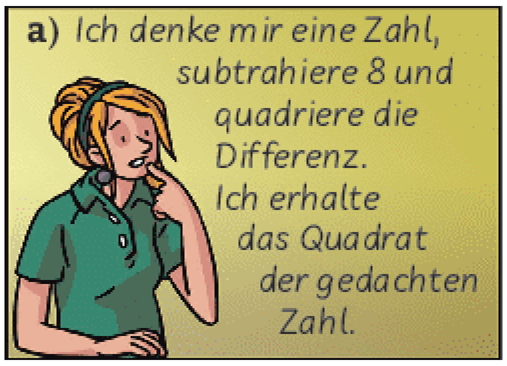
5. Paul hat sich ein Rätsel für seine Mitschülerinnen und Mitschüler überlegt:
Ich denke mir eine Zahl, addiere 4 und quadriere die Summe. Als Ergebnis erhalte ich das Quadrat der Zahl.
Welche Zahl ist gesucht? Stelle eine Gleichung auf und löse sie.

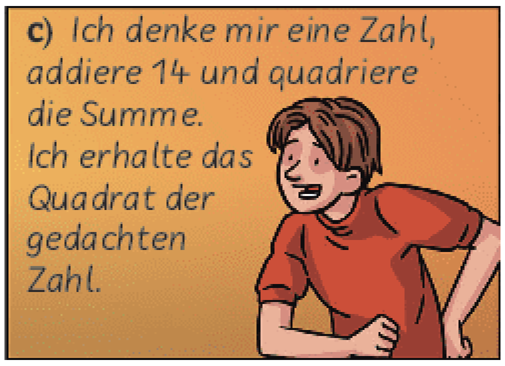
Gesuchte Zahl:	x
Addiere 4:	$x + 4$
Quadriere die Summe:	$(x + 4)^2$
Quadrat der Zahl:	x^2
Gleichung:	___

6. Schreibe eine Anleitung zum Lösen von Sachaufgaben mit einer Gleichung. Bringe dazu die Sätze in die richtige Reihenfolge.

- Stelle eine Gleichung auf, die den Sachverhalt beschreibt.
- Formuliere einen Antwortsatz.
- Löse die Gleichung.
- Lies den Text gründlich durch und markiere wichtige Angaben.
- Zeichne eine passende Skizze oder lege eine Tabelle an.
- Mache die Probe am Text.
- Überlege, welche Größe gesucht ist und nenne sie x.

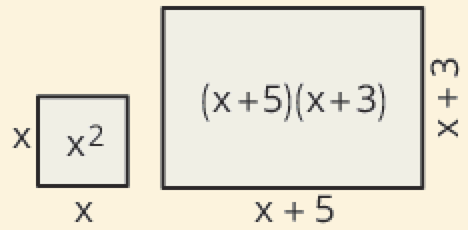
7.





8. Verlängert man in einem Quadrat zwei gegenüberliegende Seiten um 3 cm und die anderen zwei um 5 cm, so entsteht ein Rechteck. Sein Flächeninhalt ist 79 cm² größer als der des Quadrats. Wie lang ist eine Seite des Quadrats?

Seitenlänge des Quadrats gesucht: x
Skizze:



Gleichung: x^2 ___ $= (x + 5)(x + 3)$

9. In einem Rechteck ist eine Seite 6 cm länger als die andere. Vergrößert man die kürzere Seite um 5 cm und die längere um 3 cm, so erhält man ein Rechteck, dessen Flächeninhalt um 105 cm² größer ist als der des ursprünglichen Rechtecks.

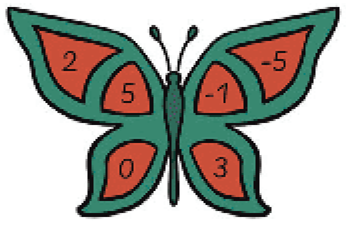
	kurze Seite	lange Seite	Fläche
1. Rechteck	x	$x + 6$	$x(x + 6)$
2. Rechteck	$x + 5$	$x + 9$	$(x + 5)(x + 9)$

10. Berechne die Länge der Seiten des ursprünglichen Quadrats.
a) Verkürzt man die Seiten eines Quadrats um 4 cm, so entsteht ein neues Quadrat. Dieses hat einen um 64 cm² kleineren Flächeninhalt als das ursprüngliche Quadrat.
b) Verlängert man die Seiten eines Quadrats um 2 cm, so entsteht ein neues Quadrat. Dieses hat einen um 56 cm² größeren Flächeninhalt als das ursprüngliche Quadrat.

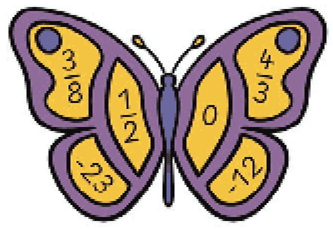
Vermischte Aufgaben

1. Löse die Gleichung.
a) $(x+4)^2 = x^2$ **b)** $(y-3)^2 = y^2$ **c)** $(8+z)^2 = z^2$ **d)** $(1-p)^2 = p^2$

2. Bestimme die Lösung der Gleichung.
a) $(8-x)^2 = x^2 + 16$ **b)** $(5a-4)^2 = 25a^2 - 64$
c) $(3x+7)^2 = (3x-5)^2 + 24$ **d)** $(3x+4)^2 = 9x^2 - 8$
e) $(-2p+1)^2 = 4p^2 - 19$ **f)** $(5x-2)^2 = (-5x+3)^2 - 55$



3. Löse die Gleichung.
a) $(y-6)(y+4) = (y-4)(y+3)$ **b)** $(3x+4)(4x+3) = (2x+6)(6x+2)$
c) $(x-6)(x+2) = (x-3)(x+8)$ **d)** $(2a+3)(4-9a) = (6a-1)(3-3a)$
e) $(b+3)(4-b) = (5+b)(7-b)$ **f)** $(3x+2)(8x-4) = (4x-2)(6x-3)$



4. In einem Rechteck ist die eine Seite 4 cm kürzer als die andere. Verkürzt man die kürzere Seite um 6 cm und die längere um 8 cm, so erhält man ein Rechteck, dessen Flächeninhalt um 116 cm² kleiner ist als der des ursprünglichen Rechtecks.

5. Verlängert man die Kanten eines Würfels um 3 cm, so nimmt die Oberfläche um 270 cm² zu. Wie lang sind die Kanten des ursprünglichen Würfels?

6. **a)** Wenn ich zu einer Zahl 1 addiere und das Ergebnis mit sich selbst multipliziere, erhalte ich dasselbe, als wenn ich die Zahl mit sich selbst multipliziere und zu dem Ergebnis 23 addiere.
b) Vergrößert man im Produkt $3 \cdot 7$ jeden Faktor um dieselbe Zahl und subtrahiert 121, so erhält man das Quadrat der Zahl.
c) Eine Zahl ist um 6 größer als eine andere. Multipliziert man beide mit sich selbst, so unterscheiden sich die Produkte um 120.

7. Ordne den passenden Term zu. In der Reihenfolge der Aufgaben ergeben die Buchstaben einen Kontinent.

a) Ich denke mir eine Zahl, subtrahiere 5 und quadriere die Differenz.
b) Ich subtrahiere meine gedachte Zahl von 5 und bilde das Quadrat der Differenz.
c) Zum Doppelten meiner gedachten Zahl addiere ich 5 und quadriere die Summe.
d) Ich denke mir eine Zahl, addiere 5 und bilde das Quadrat der Summe.
e) Vom Doppelten meiner gedachten Zahl subtrahiere ich 5 und quadriere die Differenz.
f) Ich subtrahiere das Doppelte meiner gedachten Zahl von 5 und bilde das Quadrat der Differenz.

$(2x+5)^2$	R
x^2+5	K
$(5-2x)^2$	A
$2x^2-5$	T
$(x-5)^2$	A
$5-2x^2$	S
$(5-x)^2$	F
$(2x-5)^2$	K
$(x+5)^2$	I

8. Erkläre, wie Asim die Gleichung löst, und versuche selbst, die Gleichungen entsprechend zu lösen.
① $x^2 + 3x - 40 = 0$ ② $y^2 - 4y = 21$
③ $y^2 - 11y + 30 = 0$ ④ $x^2 - 18 = 7x$
⑤ $a^2 - 15a + 44 = 0$ ⑥ $b^2 + 2b = 1{,}25$

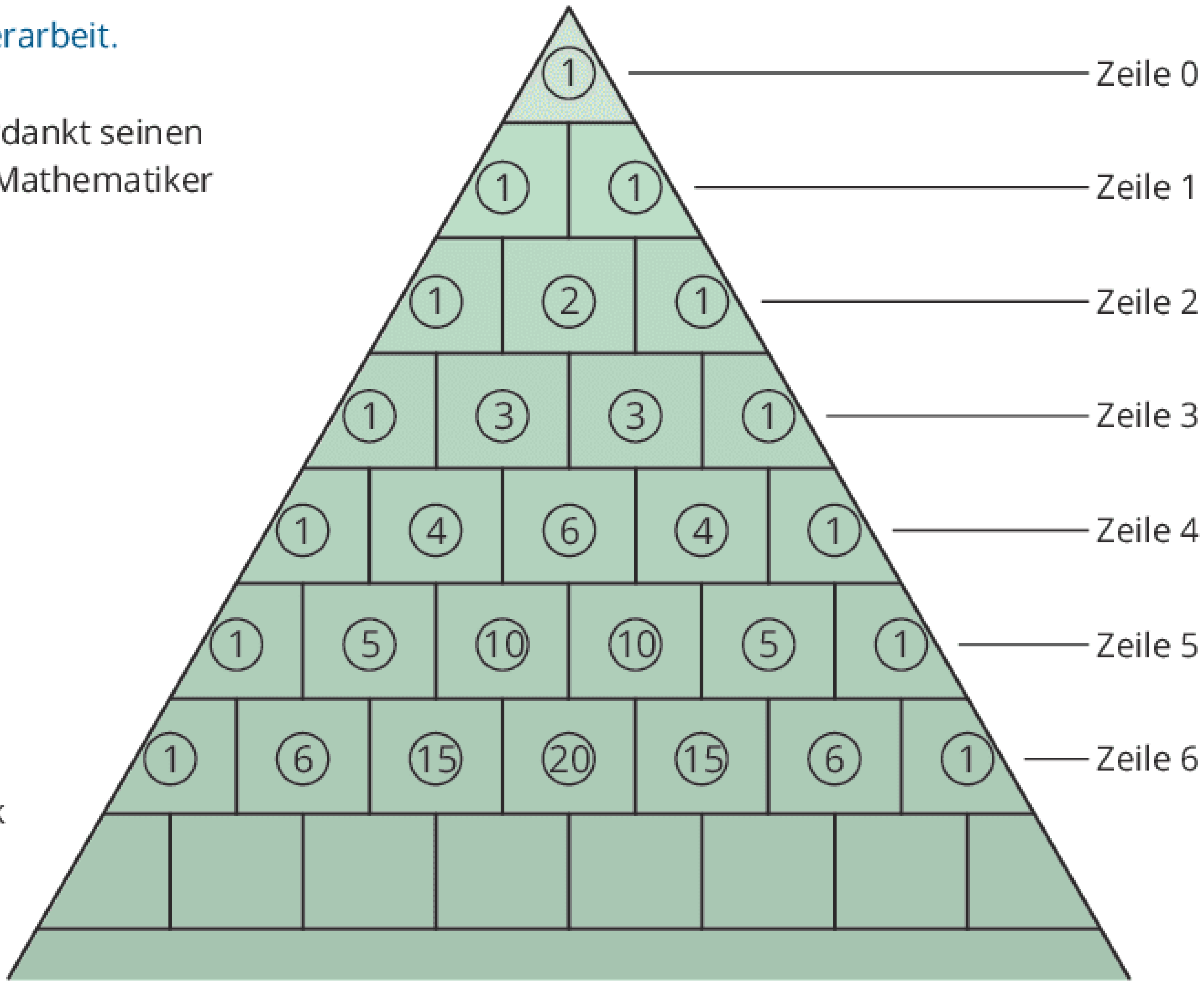
Das Pascalsche Dreieck

Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.

Das abgebildete Dreieck verdankt seinen Namen dem französischen Mathematiker *Blaise Pascal*.

19. 6. 1623–19. 8. 1662

Den Chinesen war dieses Zahlendreieck schon zuvor als Chu Shun Chiehs Dreieck bekannt, aber Pascal hat es als erster systematisch untersucht.



1. Das Dreieck ist nach einer bestimmten Gesetzmäßigkeit beschriftet. Übertragt es auf ein DIN-A4-Blatt, ermittelt die Gesetzmäßigkeit und setzt es bis Zeile 10 fort.

2. Was fällt euch auf?
a) Addiert alle Zahlen einer Zeile.
b) Subtrahiert und addiert im Wechsel die Zahlen einer Zeile (z. B. Zeile 3: $1 - 3 + 3 - 1$).

3. Es gilt ① $(a + b)^1 = a + b$ $(= \mathbf{1}a + \mathbf{1}b)$ und ② $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(= \mathbf{1}a^2 + \mathbf{2}ab + \mathbf{1}b^2)$

a) Wandelt die folgenden Produkte von Binomen in Summen um:

A $(a + b)^3 = \ldots$
$(a + b)^5 = \ldots$

B $(a + b)^4 = \ldots$
$(a + b)^6 = \ldots$

$(a + b)^3 = (a + b)^2\,(a + b)$
$(a + b)^4 = (a + b)^2\,(a + b)^2$
$(a + b)^5 = (a + b)^3\,(a + b)^2$
$(a + b)^6 = (a + b)^4\,(a + b)^2$

b) Tragt die Ergebnisse systematisch geordnet zusammen:
$(a + b)^1 = a + b$
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a + b)^3 =$
…
$(a + b)^6 =$

c) Findet den Zusammenhang zwischen den Ergebnissen bei b) und dem Pascalschen Dreieck heraus.

d) Wenn ihr c) gelöst habt, könnt ihr $(a + b)^{10}$ als Summenterm umschreiben, ohne zu rechnen. Stellt eure Umformung in der Klasse vor.

Die **Produkte von Summen**
So kannst du zwei Summen miteinander multiplizieren:
① Multipliziere jeden Summanden der ersten Summe mit jedem Summanden der zweiten Summe.
② Addiere die Produkte.

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

$$\begin{aligned}(a-3)(8+2a) &= a \cdot 8 + a \cdot 2a - 3 \cdot 8 - 3 \cdot 2a \\ &= 8a + 2a^2 - 24 - 6a \\ &= 2a^2 + 2a - 24\end{aligned}$$

1. Notiere als Summenterm.
a) $(x+3)(y-5)$ **b)** $(a+7)(4-b)$
c) $(3+b)(0{,}4-c)$ **d)** $(5x+4)(y-6)$

2. Multipliziere die Summen.
a) $(2x+7)(5x+4)$ **b)** $(3a+5)(6a-2)$
c) $(-2y+3)(4-3y)$ **d)** $(6-2b)(-2b+3)$

3. Multipliziere aus und fasse so weit wie möglich zusammen.
a) $(a+3)(5-a)+(a-7)(2+a)$
b) $(2x+4)(3x+5)+(4-x)(4x-6)$

Die **1. binomische Formel**
Beide Summanden haben dasselbe Vorzeichen:
$\mathbf{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$

Die **2. binomische Formel**
Beide Summanden haben verschiedene Vorzeichen:
$\mathbf{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

Die **3. binomische Formel**
Die Summanden unterscheiden sich nur im Vorzeichen:
$\mathbf{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$

$$(2x+3)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$$
$$(3y-7)^2 = (3y)^2 - 2 \cdot 3y \cdot 7 + 7^2 = 9y^2 - 42y + 49$$
$$(2p+3q)(2p-3q) = (2p)^2 - (3q)^2 = 4p^2 - 9q^2$$

4. Notiere als Summe.
a) $(7+x)^2$ **b)** $(-5-3y)^2$ **c)** $(2a+4b)^2$
d) $(x+2y)^2$ **e)** $(3p+3q)^2$ **f)** $(-a-b)^2$
g) $\left(\frac{1}{3}+x\right)^2$ **h)** $(x+0{,}2)^2$ **i)** $(-3x-2y)^2$

5. **a)** $(5-b)^2$ **b)** $(-7+8b)^2$ **c)** $(2x-2y)^2$
d) $(x-8)^2$ **e)** $(2a-5b)^2$ **f)** $(-p+7q)^2$
g) $(2q-3)^2$ **h)** $\left(-x+\frac{1}{2}\right)^2$ **i)** $(0{,}5a-0{,}2b)^2$

6. Multipliziere die Summen.
a) $(y+7)(y-7)$ **b)** $(0{,}5x+2)(0{,}5x-2)$
c) $(3a+4)(3a-4)$ **d)** $(7p+3q)(7p-3q)$
e) $(-a+3)(-a-3)$ **f)** $(-2x-1)(-2x+1)$

Beim **Lösen von Gleichungen mit Produkten von Summen** musst du zuerst die Klammern auflösen. Du kannst die Summen ausmultiplizieren oder die binomischen Formeln anwenden.

Löse die Gleichung
$$(x-4)^2 - 16 = x^2 + 24$$
Klammer auflösen, ordnen, zusammenfassen:
$$\begin{aligned} x^2 - 8x + 16 - 16 &= x^2 + 24 \quad &&| -x^2 \\ -8x &= 24 &&| :(-8) \\ x &= -3 \end{aligned}$$

7. Löse die Gleichung.
a) $(3+x)(x-7) = x^2 + 3$
b) $(2y+4)(3-3y) = 18 - 6y^2$
c) $(a+5)(4+a) = (a-4)(a+1)$
d) $(3a-1)(-a+4) = 35 - 3a^2$

8. Löse die Gleichung.
a) $(x+6)^2 = x^2$ **b)** $(a-8)^2 = a^2$
c) $(2y+4)^2 = 4y^2 + 32$ **d)** $(3b-2)^2 = 9b^2 - 44$
e) $(4-x)^2 = x^2 + 8$ **f)** $(3-2a)^2 = 4a^2 - 27$
g) $(-10-b)^2 = b^2$ **h)** $(8-3x)^2 = 9x^2 - 32$

Alles klar?

1. Multipliziere aus und fasse zusammen.
a) $(4a + 6)(5a - 3)$ **b)** $(-2b + 1)(-7 - b)$ **c)** $(-3x - 2y)(-y - 5x)$

2. Schreibe als Summenterm. **a)** $(-5 + 8y)^2$ **b)** $(3x + 4y)(3x - 4y)$

3. Löse die Gleichung. **a)** $(4y + 2)(5 - 3y) = -12y^2 + 4y$ **b)** $(2x - 1)(3 - 3x) = 15 - 6x^2$

4. In einem Rechteck ist die eine Seite 9 cm länger als die andere. Verlängert man die kürzere Seite um 5 cm und verkürzt die längere Seite um 6 cm, so erhält man ein Rechteck, dessen Flächeninhalt um 7 cm² größer ist als der des ursprünglichen Rechtecks.

5. Verlängert man die eine Seite eines Quadrats um 5 cm und die andere um 3 cm, so entsteht ein Rechteck, dessen Flächeninhalt 31 cm² größer ist als der des Quadrats.

6. Löse die Klammern mit den binomischen Formeln auf, fasse dann so weit wie möglich zusammen.
a) $(x + 5)^2 + (2x - 4)^2$ **b)** $(4y + 3)(4y - 3) + (3y - 5)^2$

7. Löse die Gleichung.
a) $(3y - 6)(y - 8) = 3(y^2 - 4)$ **b)** $(x + 3)(x + 4) = (x - 1)(x - 2)$
c) $(y + 3)^2 + (y + 2)^2 = 2y^2$ **d)** $(x - 6)^2 = 4 - 3x^2 + (2x - 4)^2$

8. Wenn ich zu meiner Zahl 5 addiere und das Ergebnis mit sich selbst multipliziere, erhalte ich dasselbe, als wenn ich die Zahl mit sich selbst multipliziere und 5 subtrahiere.

9. Ergänze: **a)** $(\square + 3y)(\square - 3y) = 121x^2 - \square$ **b)** $(8a - \square)(8a + \square) = \square - 144b^2$

10. Ergänze: **a)** $x^2 + \square x + 16 = (x + \square)^2$ **b)** $9y^2 - 18y + \square = (\square y - \square)^2$

11. Notiere das Produkt als Summe. **a)** $(3x - 7)(5x + 2y - 9)$ **b)** $(3a - 2b + 5)(4b - 11ab - 2a)$

12. Vereinfache so weit wie möglich.
a) $4x - (2x + 1)(5 - 3x)$ **b)** $-2y - (y + 3)(y - 8)$

13. Schreibe als Produkt. **a)** $x^2 + x - 20$ **b)** $x^2 - 8x + 12$

14. Wandle mit Hilfe der binomischen Formeln in ein Produkt um.
a) $25x^2 - 49y^2$ **b)** $4a^2 - 24ab + 36b^2$ **c)** $16x^2 + 80xy + 100y^2$

15. Eine Zahl wird um 3 vermindert. Multipliziert man die Differenz mit der um 6 größeren Zahl, so erhält man das Quadrat der Zahl.

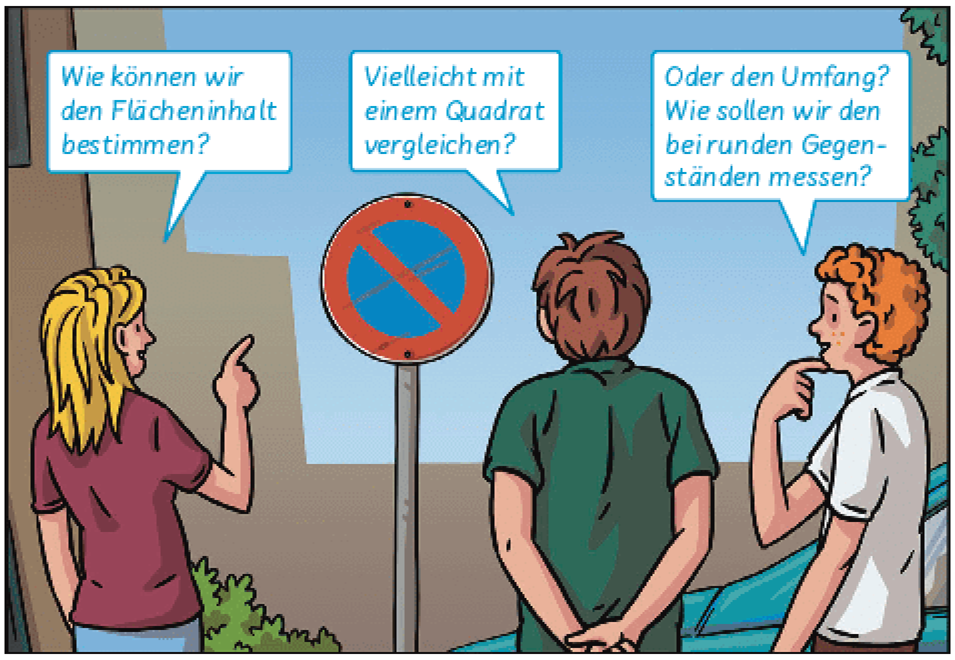
16. Das Produkt aus einer Zahl und der um 8 größeren Zahl ist genauso groß wie das Quadrat der um 2 größeren Zahl.

17. Löse die Gleichung.
a) $427 + (x + 1)^2 + 4(x - 3) = (x + 2)^2 + 24$ **b)** $(x + 2)^2 - 5(x + 1)^2 = 25 - (2x + 4)^2$

18. Zeige, dass folgende Formel richtig ist: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Kreis und Zylinder

9



In diesem Kapitel lernst du, …

… was die Kreiszahl π ist,
… wie du den Umfang und den Flächeninhalt von Kreisen berechnest,
… wie du Schrägbilder von Zylindern zeichnest oder skizzierst,
… wie du das Volumen und die Oberfläche von Zylindern berechnest.

Löse die folgenden Aufgaben und schätze dich ein.

1. Finde das richtige Ergebnis mit dem Überschlag.

a) $8{,}95 \cdot 9{,}83 = \square$ 87,9785 107,9785

b) $649{,}4 \cdot 51{,}2 = \square$ 3249,28 33249,28

c) $16{,}7 \cdot 235{,}5 = \square$ 3932,85 4927,84

d) $70{,}4^2 = \square$ 4856,16 4956,16

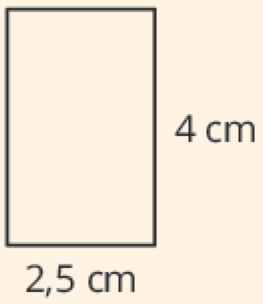
Ich kann Rechnungen mit Dezimalzahlen im Kopf überschlagen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

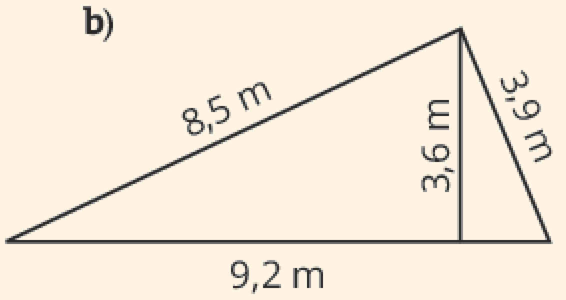
→ S. 215, A 1–5

2. Bestimme den Umfang und den Flächeninhalt der Figur.

a)



b)



Ich kann den Umfang und den Flächeninhalt von Rechtecken und Dreiecken berechnen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

→ S. 59, A 1–2
→ S. 60, A 3–10

3. Wandle in die angegebene Einheit um.

a) $2\ \text{ha} = \square\ \text{a}$
$2{,}43\ \text{a} = \square\ \text{m}^2$
$3{,}14\ \text{m}^2 = \square\ \text{dm}^2$
$0{,}75\ \text{m}^2 = \square\ \text{cm}^2$

b) $1230\ \text{mm}^2 = \square\ \text{cm}^2$
$300\ \text{cm}^2 = \square\ \text{dm}^2$
$3400\ \text{dm}^2 = \square\ \text{m}^2$
$12500\ \text{cm}^2 = \square\ \text{m}^2$

c) $2{,}7\ \text{m}^3 = \square\ \text{dm}^3$
$34\ \text{dm}^3 = \square\ \ell$
$3{,}4\ \text{dm}^3 = \square\ \text{cm}^3$
$23{,}01\ \text{cm}^3 = \square\ \text{mm}^3$

d) $2500\ \text{dm}^3 = \square\ \text{m}^3$
$2300\ \text{mm}^3 = \square\ \text{cm}^3$
$125\ \text{cm}^3 = \square\ \ell$
$500000\ \text{cm}^3 = \square\ \text{m}^3$

Ich kann Flächenmaße und Volumenmaße in vorgegebene Einheiten umwandeln.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

→ S. 198, A 1–4
→ S. 208, A 4–5

4. Runde die Zahlen auf

a) Zehntel.	6,238	4,356	2,971
b) Hundertstel.	5,768	8,253	1,089
c) Tausendstel.	9,2468	3,5235	0,8895

Ich kann Flächenmaße und Volumenmaße auf die vorgegebene Stelle runden.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

→ S. 216, A 1–5

5. Setze die gegebenen Größen in die Formel ein und bestimme die gesuchte Größe.

a) Umfang des Quadrats: $u = 4 \cdot a$
gegeben: $u = 22\ \text{m}$
gesucht: Seitenlänge a

b) Flächeninhalt des Rechtecks: $A = a \cdot b$
gegeben: $a = 4{,}5\ \text{cm}$, $A = 22{,}5\ \text{cm}^2$
gesucht: Seitenlänge b

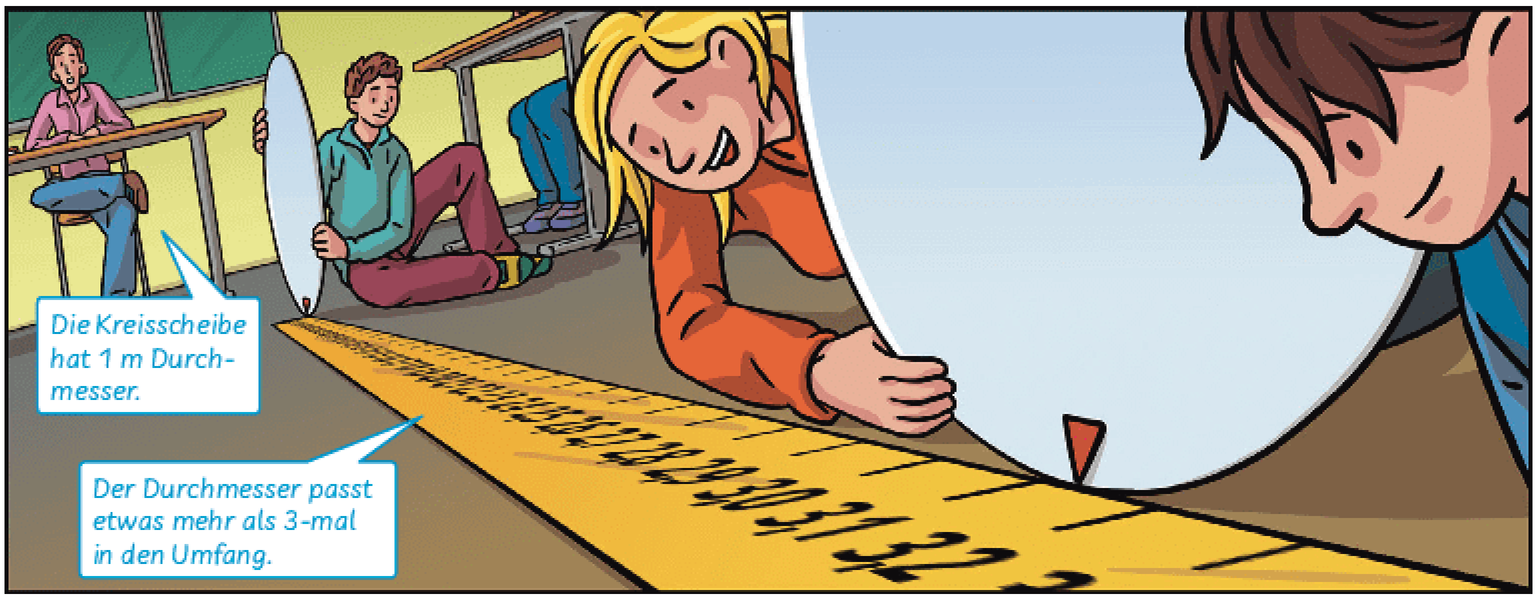
Ich kann in Formeln einsetzen und die dadurch entstehende Gleichung lösen.

Das kann ich gut. | Ich bin noch unsicher.

→ S. 64, A 1–3
→ S. 135, A 1–5

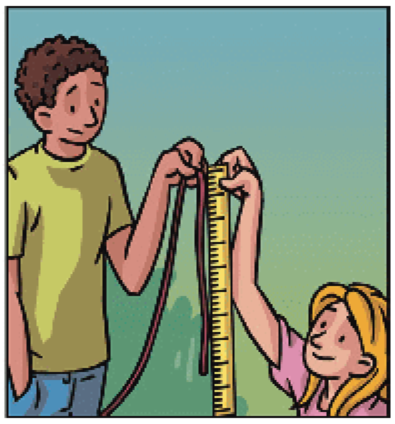
Umfang des Kreises

Löst alle Aufgaben in Partnerarbeit.



1. Gebt in Stichworten eine Anleitung, wie man den Umfang einer Kreisscheibe durch Abrollen messen kann.

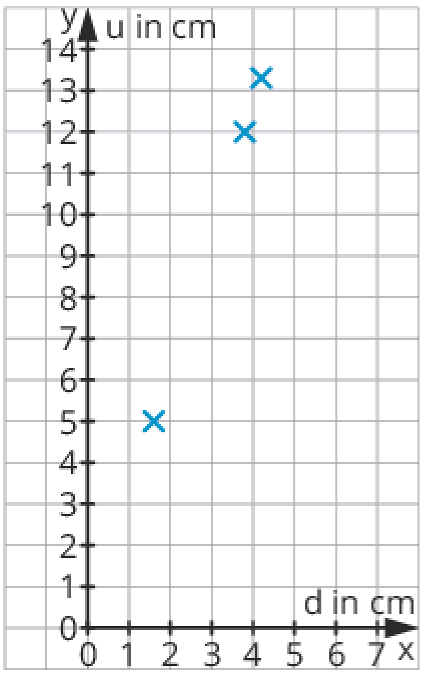
2. Beschreibt wie Tarik und Lena den Kreisumfang mithilfe einer Schnur messen.



3. Wählt kreisrunde Gegenstände. Messt ihre Umfänge mit der Methode eurer Wahl.

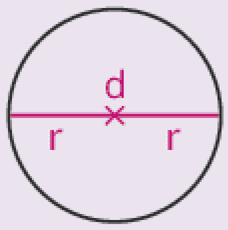
4. Übertragt die Tabelle ins Heft.
Ergänzt sie durch eigene Messungen zum Umfang u und zum Durchmesser d. Teilt u durch d.
Stellt alle Wertepaare graphisch dar.
Notiert, was euch auffällt.

	d	u	u : d
Lupe	3,8 cm	12,0 cm	3,15789...
Uhr	4,2 cm	13,3 cm	3,16666...
Stift	1,6 cm	5,0 cm	3,12500...



5. Schätzt aufgrund eurer bisherigen Beobachtungen:
a) die Umfänge von Kreisen mit den Durchmessern $d_1 = 2$ cm, $d_2 = 0{,}5$ m,
b) die Durchmesser von Kreisen mit den Umfängen $u_1 = 6{,}2$ cm, $u_2 = 70$ m.

Alle Kreise haben das gleiche Verhältnis "Umfang zu Durchmesser".
Dieses Verhältnis heißt **Kreiszahl π** (lies: pi).
π ist eine unendliche, nicht periodische Dezimalzahl (3,141592654...).
Man rechnet immer (auch mit dem Taschenrechner) nur mit gerundeten Werten von π.



Den **Umfang u** eines Kreises mit dem Durchmesser d oder dem Radius r berechnest du so:

$\mathbf{u = \pi \cdot d}$ oder $\mathbf{u = 2 \cdot \pi \cdot r}$

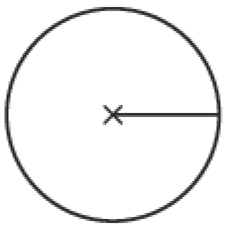
Berechne den Umfang eines Kreises mit dem Durchmesser d = 1,4 cm.

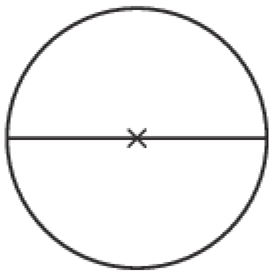
$u = \pi \cdot d$
$u = \pi \cdot 1{,}4$ cm
$u = 4{,}398...$ cm
$u \approx 4{,}4$ cm

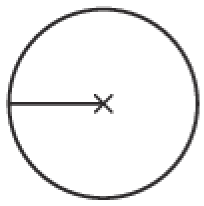
Berechne den Umfang eines Kreises mit dem Radius r = 0,6 m.

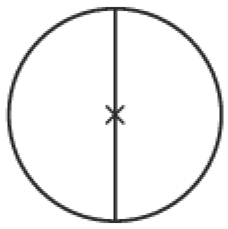
$u = 2 \cdot \pi \cdot r$
$u = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}6$ m
$u = 3{,}769...$ m
$u \approx 3{,}8$ m

6. Berechne den Umfang des Kreises. Runde auf mm.

a) 
r = 1,5 cm

b) 
d = 5 cm

c) 
r = 0,8 cm

d) 
d = 30 mm

7. Berechne den Umfang des Kreises. Runde auf so viele Stellen nach dem Komma wie der Radius oder der Durchmesser angegeben ist.

a) d = 12,0 cm **b)** r = 2,3 cm **+c)** d = 10,8 cm **+d)** d = 0,98 m

+8. Berechne den Umfang des Kreises. Runde sinnvoll.

a) 
d = 20 mm

b) 
d = 60,0 cm

c) 
r = 28,5 cm

d) 
r = 60 m

9. Partnerarbeit: Genügt ein Überschlag oder ist genaues Rechnen notwendig?

a) Ein Weg im Park führt um ein kreisförmiges Rondell mit 65 m Durchmesser. Wie lang ist der Weg?

b) Wieviel Meter Bandeisen braucht man für den Rand um eine Betonplatte von 12,8 m Durchmesser?

10. Partnerarbeit: Überlegt euch zwei Situationen, in denen man den Kreisumfang genau berechnen muss, und zwei Situationen, in denen eine Überschlagsrechnung genügt.

11. Welchen Radius hat ein Kreis mit 15 cm Umfang? Nutze die Formel $u = 2 \cdot \pi \cdot r$.

Erst einsetzen, dann umformen.

Celina

$15 = 2 \cdot \pi \cdot r \quad |:(2 \cdot \pi)$

$\frac{15}{2 \cdot \pi} = r$

…

Erst umformen, dann einsetzen.

Tom

$u = 2 \cdot \pi \cdot r \quad |:(2 \cdot \pi)$

$\frac{u}{2 \cdot \pi} = r$

…

12. Berechne den Radius des Kreises. Runde sinnvoll.

a) $u = 2{,}8$ cm **b)** $u = 7{,}3$ cm **c)** $u = 31{,}7$ m **⁺d)** $u = 16{,}8$ m **⁺e)** $u = 1{,}4$ km **⁺f)** $u = 110$ km

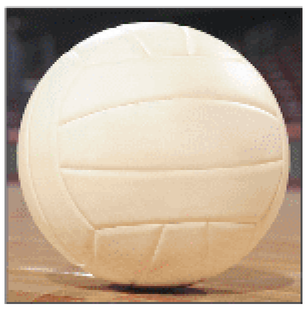
13. Berechne den Durchmesser des Kreises. Runde sinnvoll.

a) $u = 3{,}9$ m **b)** $u = 9{,}5$ cm **c)** $u = 34{,}5$ km **⁺d)** $u = 7{,}2$ cm **⁺e)** $u = 4{,}5$ cm **⁺f)** $u = 120$ km

14. Partnerarbeit: Rahel, Ivan, Carlos und Sina wollen den Radius des Kreises mit 12 cm Umfang berechnen. Vergleicht die vier Rechenwege und überlegt, was richtig und was falsch gemacht wurde.

Rahel	Ivan	Carlos	Sina
$12 = 2 \cdot \pi \cdot r$	$12 = 2 \cdot \pi \cdot r$	$12 = 2 \cdot \pi \cdot r$	$12 = 2 \cdot \pi \cdot r$
$r = 12 : (2 \cdot \pi)$	$r = 12 : 2 \cdot \pi$	$6 = \pi \cdot r$	$r = 12 : 2 : \pi$
$r \approx 12 : 6{,}283$	$r = 6 \cdot \pi$	$r = 6 : \pi$	$r \approx 1{,}9$ cm
$r \approx 1{,}9$ cm	$r \approx 18{,}8$ cm	$r \approx 1{,}9$ cm	

15. Welche Bälle passen durch eine kreisförmige Öffnung mit einem Radius von 12 cm? Überschlage. Benutze den Taschenrechner, wenn du dir nicht sicher bist.



$u = 64$ cm

$u = 70$ cm

$u = 110$ cm

⁺16. Eine 14 cm hohe Tasse hat den Radius $r = 3{,}5$ cm. Ist der Umfang oder die Höhe größer? Notiere zuerst, was du schätzt, dann rechne und vergleiche mit der Schätzung.

17. Der Singapur Flyer ist eines der größten Riesenräder der Welt. Ist er höher als der Berliner Funkturm? Überschlage zuerst, dann rechne.

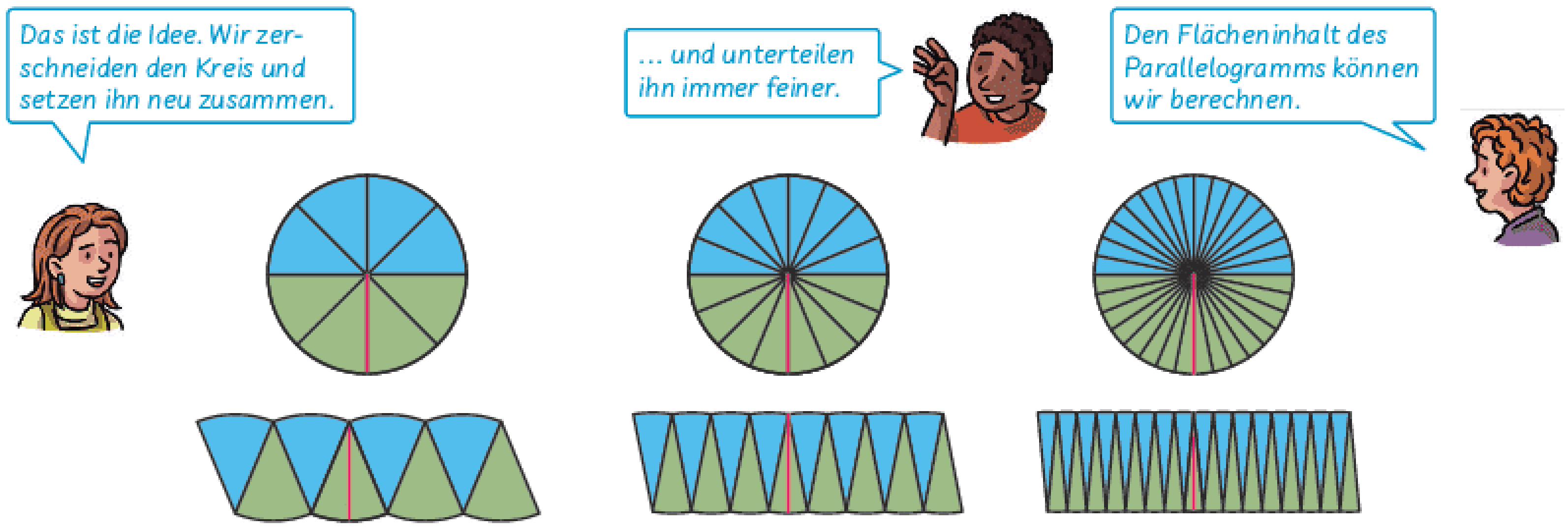
$u \approx 470$ m

$h \approx 147$ m

18. Ein Riesenluftballon kann bis zu einem Umfang von 200 cm aufgeblasen werden. Passt er in diesem Zustand durch eine Wohnungstür?

19. Der Sputnik war der erste künstliche Satellit, der die Erde umkreiste. Er flog in 577 km Höhe über die Erdoberfläche. Berechne die Länge der Flugbahn für eine Erdumkreisung. Recherchiere dazu den Umfang der Erde im Internet.

Flächeninhalt des Kreises



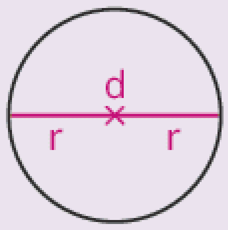
1. **a)** Erkläre, warum bei einer immer feineren Einteilung des Kreises die neu zusammengesetzte Figur immer genauer wie ein Parallelogramm wird.

b) Notiere eine Formel für die Fläche dieses Parallelogramms. Überlege zunächst, welche Seitenlänge und welche Höhe es hat. Berechne für r = 1,5 cm.

c) Was kannst du damit über den Flächeninhalt vom Kreis schließen?

Ein Kreis mit dem Radius r hat den **Flächeninhalt**

$$\mathbf{A = \pi \cdot r^2}$$



Berechne den Flächeninhalt eines Kreises mit dem

Radius $r = 2{,}5$ cm,	Durchmesser $d = 3{,}0$ cm.	
$A = \pi \cdot r^2$	Radius $r = \frac{d}{2}$	$A = \pi \cdot r^2$
$A = \pi \cdot (2{,}5\ \text{cm})^2$	$= \frac{3{,}0\ \text{cm}}{2}$	$A = \pi \cdot (1{,}5\ \text{cm})^2$
$A = \pi \cdot 6{,}25\ \text{cm}^2$	$= 1{,}5$ cm	$A = \pi \cdot 2{,}25\ \text{cm}^2$
$A \approx 19{,}63\ \text{cm}^2$		$A \approx 7{,}07\ \text{cm}^2$

2. Der Radius ist gegeben. Berechne den Flächeninhalt dieses Kreises.

a) r = 7 cm **b)** r = 4,5 cm **c)** r = 2 m **⁺d)** r = 6,3 m **⁺e)** r = 10,5 m

3. Der Durchmesser ist gegeben. Berechne den Flächeninhalt dieses Kreises.

a) d = 15 cm **b)** d = 86 cm **c)** d = 2 m **⁺d)** d = 3,5 m **⁺e)** d = 3,7 km

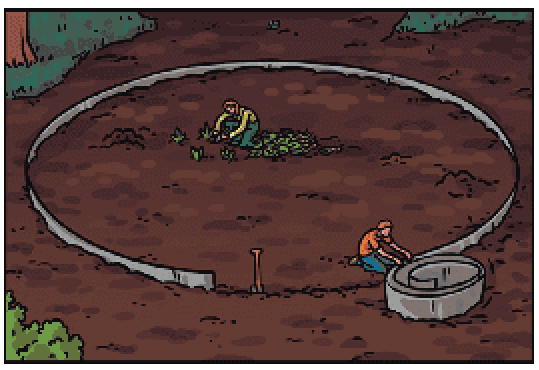
4. Manchmal reicht ein „Schätzwert“. Runde den Radius oder den Durchmesser ganzzahlig und rechne im Kopf mit dem Näherungswert π = 3.

a) r = 1,75 m **b)** d = 14,49 m **c)** r = 3,17 m **⁺d)** d = 18,3 m **⁺e)** r = 10,13 km

5. Im Park wird ein kreisförmiges Beet mit 12 m Radius angelegt. Die Fläche wird bepflanzt, der Rand wird mit einem Eisenband eingefasst.

a) Wie viel Quadratmeter Fläche werden bepflanzt? Runde sinnvoll.

b) Wie lang ist die Einfassung am Rand? Runde sinnvoll.



6. Wie groß ist der Flächeninhalt des Kreises mit
a) dem Radius 8 m, **b)** dem Durchmesser 120 m, ⁺**c)** dem Radius 700 m?

7. Eine kreisrunde Tischdecke mit einem Radius von 0,75 m liegt auf einem runden Tisch mit 1,10 m Durchmesser.
a) Welche Flächeninhalte haben Decke und Tischplatte?
b) Wie viel Prozent der Decke liegen auf dem Tisch?

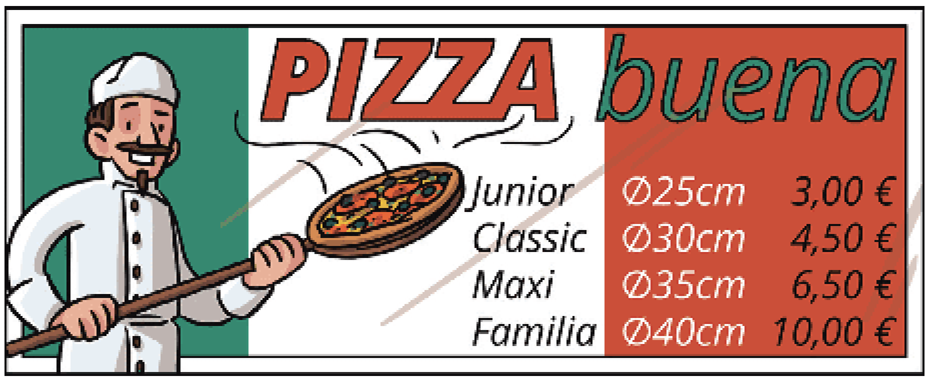
8. In einen quadratischen Karton mit 28 cm Seitenlänge passen 4 Minipizzen oder eine große Pizza.
Von welcher Lieferung hast du mehr?
Begründe.

9. **a)** Auf das Wievielfache wachsen der Umfang und der Flächeninhalt eines Kreises, wenn der Radius auf das 2-fache oder 3-fache wächst?
Lege eine Tabelle an.
b) Ist die Zuordnung $r \rightarrow u$ proportional? Begründe.
c) Ist die Zuordnung $r \rightarrow A$ proportional? Begründe.

r	u	A
1 cm	___ cm	___ cm²
2 cm	___ cm	___ cm²
3 cm	___ cm	___ cm²

Bestes Preis-Leistungs-Verhältnis: *Du bekommst das meiste pro Euro.*

10. Welche Pizza hat das beste Preis-Leistungs-Verhältnis? Begründe.



11. Zu einem vorgegebenen Umfang kann man verschiedene Rechtecke mit unterschiedlichen Flächeninhalten finden. Gilt das auch für Kreise?
Formuliere mit Begründung: Zu einem vorgegebenen Umfang eines Kreises …

12. Aus einem DIN-A4-Blatt soll ein möglichst großer Kreis ausgeschnitten werden.
a) Wie viel Fläche vom Blatt muss weggeworfen werden?
b) Wie viel Prozent des Blattes können für den Kreis genutzt werden?

13. **a)** Überlege dir eine Formel für den Flächeninhalt des Kreises, in der nicht der Radius r, sondern der Durchmesser d vorkommt.
b) Wende die neue Formel an für einen Kreis mit dem Durchmesser $d = 24{,}8$ m.

14. Ein gleichseitiges Dreieck, ein Quadrat und ein Kreis haben jeweils 120 cm Umfang. Schätze, welche der drei Figuren den größten, mittleren, kleinsten Flächeninhalt besitzt, und notiere deine Reihenfolge. Kontrolliere dann durch Berechnen der Flächeninhalte. (Höhe des Dreiecks: $h = 34{,}6$ cm)

15. Torsten macht für die Kreisfläche eine Überschlagsrechnung, indem er r^2 zunächst mit 3 multipliziert und dann 10 % des Ergebnisses addiert. Um wie viel Prozent ist sein Schätzwert größer als das Ergebnis mit dem Taschenrechnerwert für π?

Die Lösungen ergeben drei Flüsse in Osteuropa.

1. Welche Zahl ist Lösung der Gleichung?

a) $6x - 17 = 7 - 2x$ $\boxed{4}$ $\boxed{3}$ $\boxed{-2}$

b) $7x - 5 + 3x + 3 = 18$ $\boxed{-1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$

c) $8x + 1 - 3x - 5 = -19$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{-3}$

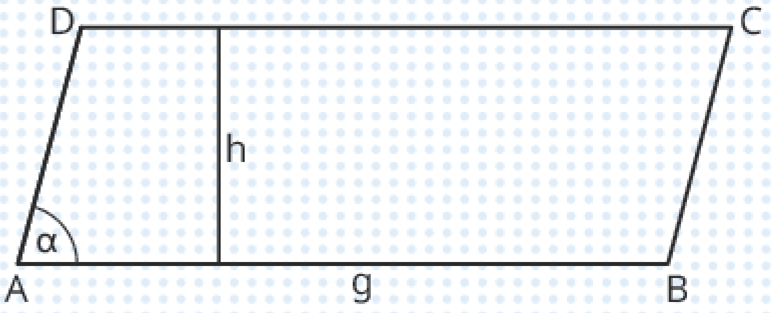
2. a) Alter Preis: 120 €
Preiserhöhung: 8 %
Neuer Preis: ▒ €

b) Alter Preis: 218 €
Preissenkung: 40 %
Neuer Preis: ▒ €

3. ABCD ist ein Parallelogramm

a) Miss den Winkel α: α = ▒°

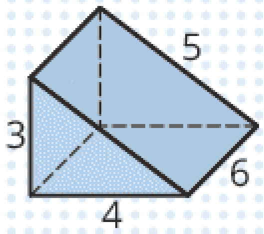
b) Bestimme den Flächeninhalt: A = ▒ cm^2



4. Berechne für den abgebildeten Körper

a) das Volumen,
V = ▒ cm^3,

b) die Oberfläche,
O = ▒ cm^2.



5. Ein Bus fuhr eine Strecke von 160 km in $2\frac{1}{2}$ h.
Die Durchschnittsgeschwindigkeit betrug ▒ $\frac{km}{h}$.

6. a) $2 + 2 \cdot 3 - (4 + 5)$ **b)** $8 \cdot (-3) - 4 \cdot (14 - 3 \cdot 5)$

c) $-6 + 13 \cdot (9 - 10)$ **d)** $16 - 10 \cdot (7^2 - 6 \cdot 8)$

e) $2 \cdot 5^2 - (2 \cdot 5)^2 : 4$ **f)** $(100 - 35) : (-13)$

7. Herr Puls verkauft Autopolitur. Letzte Woche verkaufte er so viele Dosen:

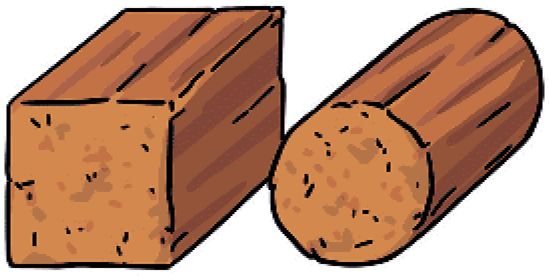
MO	DI	MI	DO	FR	SA
103	86	132	97	112	148

Wie viele Dosen Autopolitur hat Herr Puls durchschnittlich an einem Tag verkauft?

D −20	N −19	T −18
P −5	I −3	N −2
N −1	P 0	A 1
E 2	W 3	O 4
U 5	J 6	E 11
Z 21	E 25	L 36
O 64	S 75	D 84
R 113	C 129,60	H 130,80
B 135	R 162,4	F 165
A 305,20	K 840	Y 907,8

Zylinder

1. Beschreibe Unterschiede und Gemeinsamkeiten von Quader und Zylinder. Verwende Begriffe wie: *Ecken, Kanten, Flächen, Mantelfläche, Grundfläche, Rechteck, Kreis, parallel, senkrecht, gerade.*



2. Notiere vier zylinderförmige Gegenstände, die du kennst.

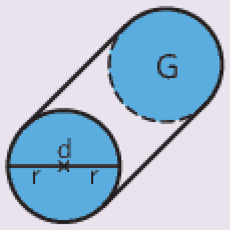
Ein **Zylinder** ist ein Körper mit zwei parallelen, kongruenten Kreisen als **Grundflächen G**.

Sie sind durch die **Mantelfläche M** verbunden.

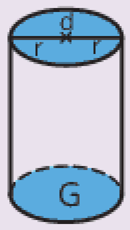
Der Abstand zwischen den beiden Grundflächen ist die **Körperhöhe h_K**.

Schrägbilder

G vorne



G unten



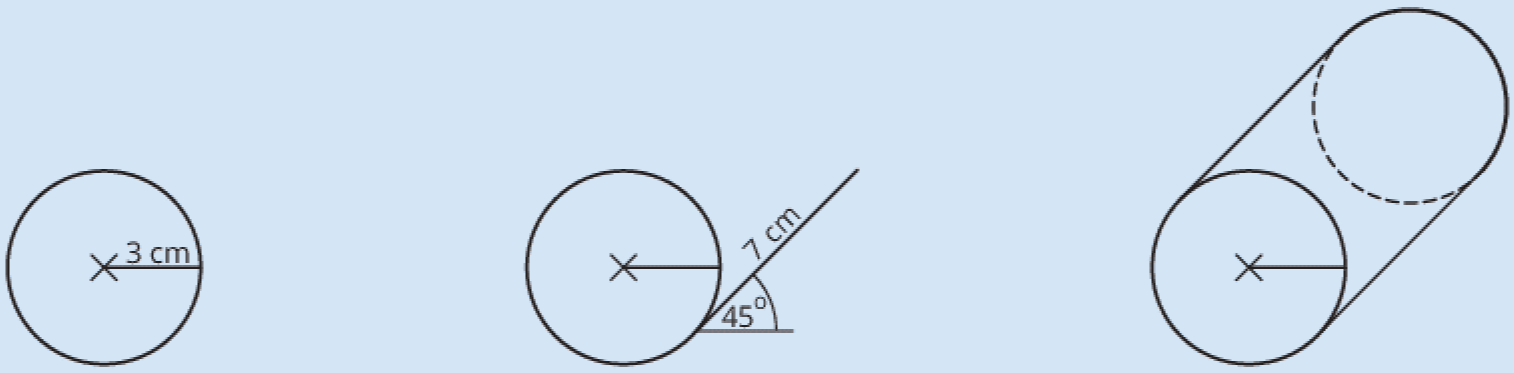
Schrägbilder des Zylinders zeichnen (Grundfläche vorne)

① Zeichne die Grundfläche als Vorderfläche, in Originalgröße.

② Zeichne die Linien von h_K, im Winkel 45° mit halber Länge.

③ Zeichne die hintere Grundfläche. Die unsichtbare Kante ist gestrichelt.

Zeichne das Schrägbild des Zylinders (Grundfläche vorne) mit r = 3 cm und h_K = 14 cm.



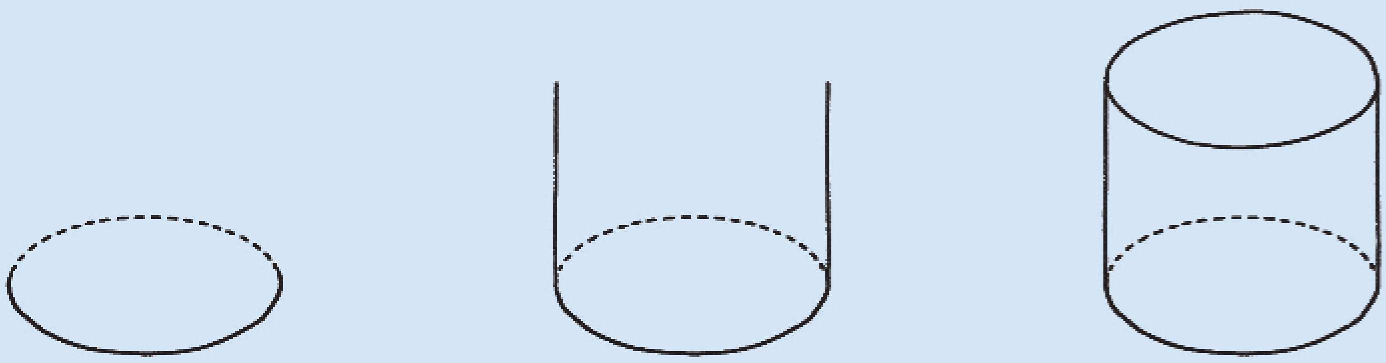
Schrägbilder des Zylinders skizzieren (Grundfläche unten)

① Skizziere die Grundfläche unten.

② Zeichne senkrechte Kanten in voller Länge.

③ Skizziere die Grundfläche oben.

Skizziere das Schrägbild des Zylinders (Grundfläche unten) mit r = 4 cm und h_K = 4 cm.



3. Zeichne ein Schrägbild des Zylinders mit der Grundfläche vorne.

a) d = 2 cm, h_K = 3 cm **b)** r = 2 cm, h_K = 6 cm **+c)** r = 3 cm, h_K = 2 cm

4. Skizziere ein Schrägbild des Zylinders mit der Grundfläche unten.

a) r = 1 cm, h_K = 5 cm **b)** r = 30 mm, h_K = 20 mm **+c)** r = 5 cm, h_K = 13 cm

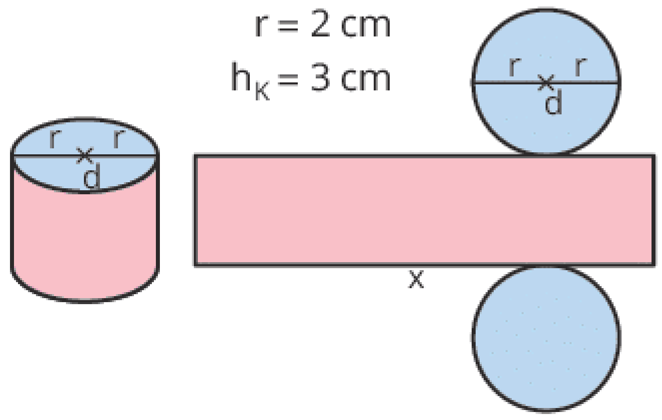
Netz und Oberfläche des Zylinders

1. Die Abbildung zeigt einen Zylinder mit seinem Netz. Es entsteht, indem man den Zylinder auseinanderschneidet und die Grundflächen und die Mantelfläche ausbreitet.

a) Welche Form hat die Mantelfläche und wie lang ist ihre Seite x?

b) Zeichne das Netz in Originalgröße.

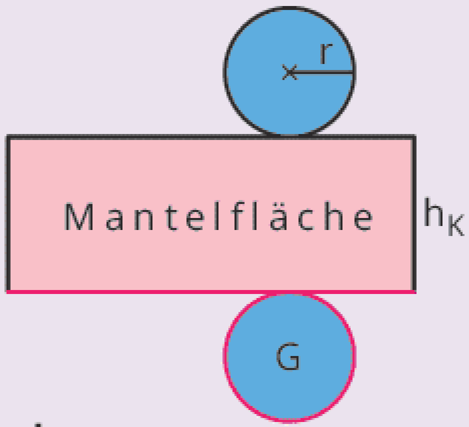
c) Falte und klebe das Netz zum Zylinder.



Oberfläche des Zylinders

Die **Oberfläche** eines Zylinders berechnest du, indem du die Flächeninhalte der Mantelfläche und der beiden kreisförmigen Grundflächen addierst.

Die Mantelfläche ist rechteckig mit den Seitenlängen h_K und $2\pi r$.



Oberfläche: $O = 2 \cdot G + M$

$O = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot h_K$

Grundfläche: $G = \pi r^2$

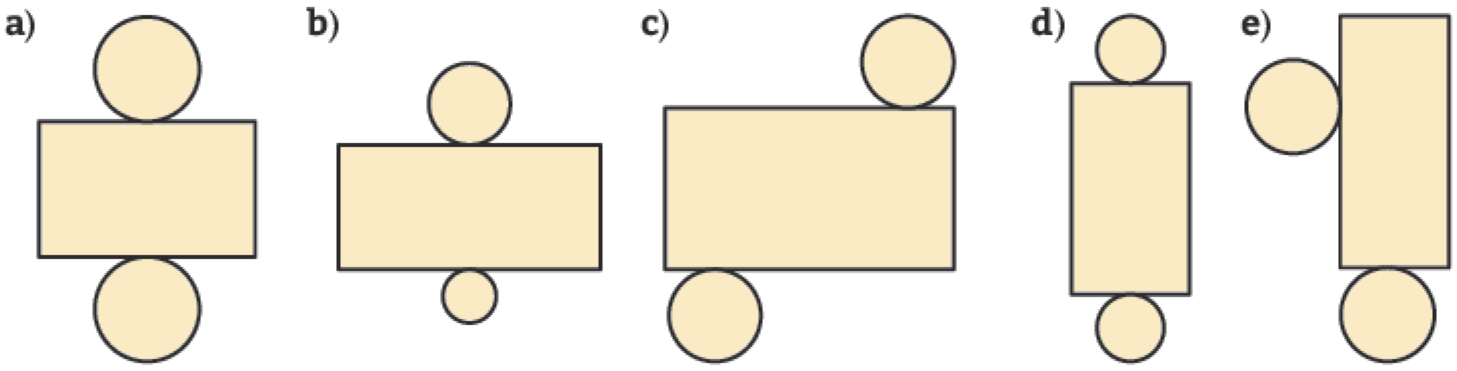
Mantelfläche: $M = 2\pi r \cdot h_K$

Berechne Grundfläche, Mantelfläche und Oberfläche eines Zylinders mit dem Radius $r = 1{,}4$ cm und der Höhe $h_K = 3{,}0$ cm.

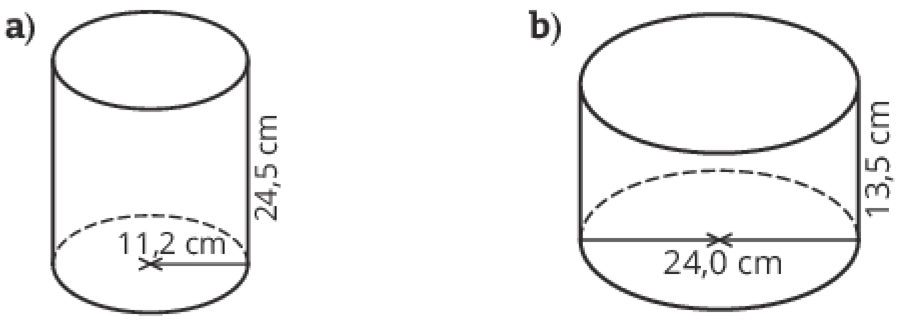
$G = \pi r^2$	$M = 2\pi r \cdot h_K$	$O = 2 \cdot G + M$
$G = \pi \cdot (1{,}4\text{ cm})^2$	$M = 2\pi \cdot 1{,}4\text{ cm} \cdot 3{,}0\text{ cm}$	$O = 2 \cdot 6{,}157...\text{ cm}^2 + 26{,}289...\text{ cm}^2$
$G = 6{,}157...\text{ cm}^2$	$M = 26{,}389...\text{ cm}^2$	$O \approx 38{,}7\text{ cm}^2$
$G \approx 6{,}16\text{ cm}^2$	$M \approx 26{,}39\text{ cm}^2$	

2. Zu welchem Ergebnis für die Oberfläche kommt man im obigen Beispiel, wenn man mit den schon gerundeten Werten von G und M rechnet?

3. Partnerarbeit: Lässt sich aus dem abgebildeten Netz ein Zylinder bauen? Begründet.



4. Partnerarbeit: Berechnet Grundfläche G, Mantelfläche M und Oberfläche O des Zylinders. Rundet sinnvoll. Ihr könnt O mit gerundeten Werten für G und M berechnen oder mit den im Taschenrechner gespeicherten ungerundeten Werten. Vergleicht die Ergebnisse.



Zwischenergebnisse im Taschenrechner:

Speichern: STO

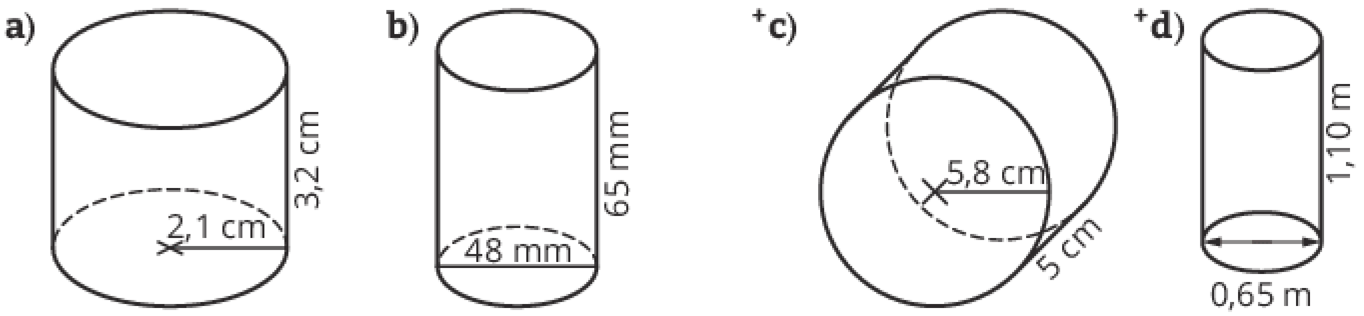
Aufrufen: RCL

Endergebnisse auf 2 Stellen nach dem Komma runden.

5. Berechne die Oberfläche des Zylinders.

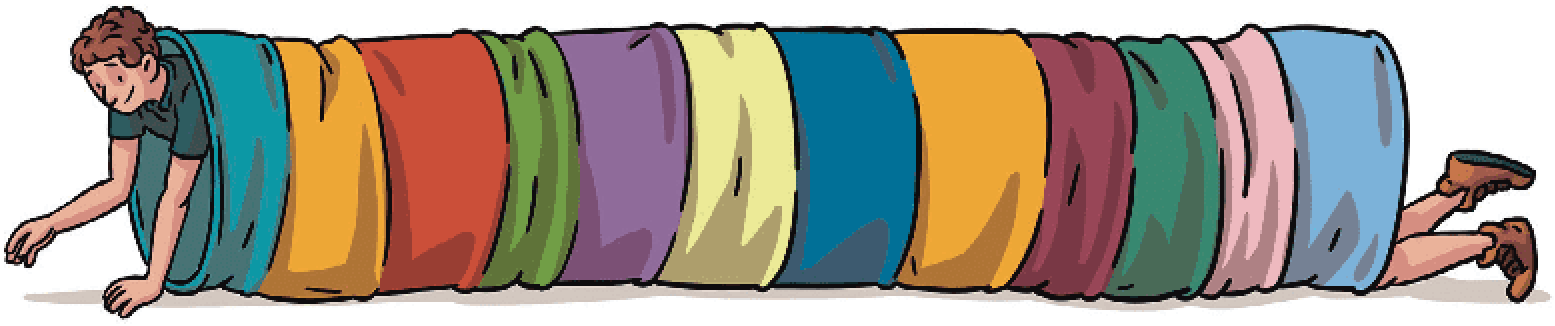
a) $r = 3{,}3$ cm, $h = 4{,}5$ cm **b)** $d = 7{,}4$ cm, $h = 8{,}3$ cm

6. Berechne die Mantelfläche M und die Oberfläche O des Zylinders.



7. Berechne den Materialbedarf des Kriechtunnels (Länge: 280 cm; Durchmesser: 53 cm)

a) an Stoff, **b)** an Draht zur Stabilisierung (Abstände der Drahtringe: 20 cm).



8. Berechne die fehlenden Angaben des Zylinders. Runde sinnvoll.

	r	h_K	M	O
a)	4,6 cm	11,6 cm		
b)	9,4 cm	2,5 cm		
c)	13,5 cm		605,0 cm²	
d)	1,8 cm		33,7 cm²	
e)	2,0 cm			84,0 cm²

9. Eine Rasenfläche wird mit einer Walze geglättet. Die Walze hat 60 cm Durchmesser und ist 150 cm breit. Wie groß ist die Fläche, die mit einer Umdrehung gewalzt wird?

+10. Ein zylinderförmiger Holzbaustein mit 4,0 cm Durchmesser und 10,0 cm Höhe wird rot gefärbt. Berechne die zu färbende Fläche.

+11. Wie viele cm² Blech werden mindestens gebraucht, um eine Konservendose mit dem Radius $r = 5$ cm und der Höhe $h = 12$ cm zu produzieren?

12. Berechne die Höhe des Zylinders. Runde sinnvoll.

a) $M = 36$ cm², $u = 6{,}0$ cm **b)** $M = 94{,}25$ cm², $r = 5{,}6$ cm

13. Wie groß ist die Grundfläche einer zylinderförmigen Regentonne mit

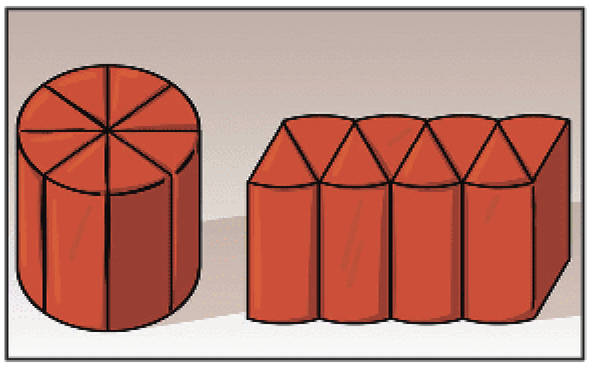
a) $O = 245$ cm²; $M = 125$ cm², **b)** $M = 56{,}55$ cm²; $h_K = 4{,}5$ cm?

14. **a)** Berechne den Radius der Grundfläche eines Zylinders mit $M = 360$ cm² und $h_K = 5$ cm.

b) Wie ändert sich der Radius bei gleicher Höhe, wenn du die Mantelfläche verdoppelst?

c) Ist die Zuordnung $M \rightarrow r$ bei gleich bleibender Höhe h_K proportional? Begründe.

Volumen des Zylinders



1. Gruppenarbeit:

a) Stellt euch den Zylinder wie oben in sehr viele Sektoren geschnitten und neu zusammengesetzt vor. Welche Form hat der neu zusammengesetzte Körper ungefähr, und mit welcher Formel könnte man sein Volumen berechnen?

b) Welche Schlussfolgerungen für das Volumen der Zylinder können aus dem im Comic dargestellten Umschüttversuch getroffen werden?

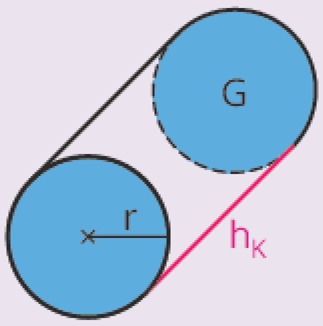
c) Beim Prisma kennt ihr die Volumenformel $V = G \cdot h_K$. Stellt die Volumenformel für den Zylinder auf und verwendet dabei die Bezeichnungen V, h_K, r sowie die Zahl π.

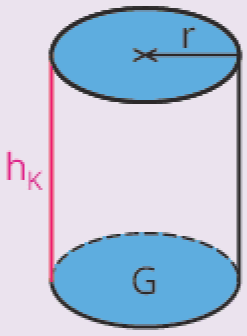
Volumen des Zylinders

Das **Volumen** eines Zylinders berechnest du, indem du die Grundfläche mit der Körperhöhe multiplizierst.

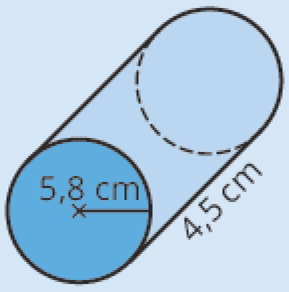
Volumen: $V = G \cdot h_K$ **Grundfläche:** $G = \pi r^2$

$V = \pi r^2 \cdot h_K$



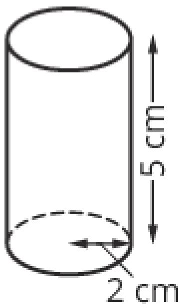


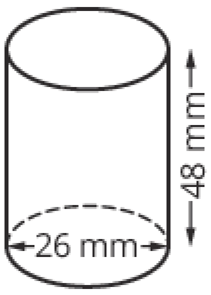
Berechne das Volumen des Zylinders.

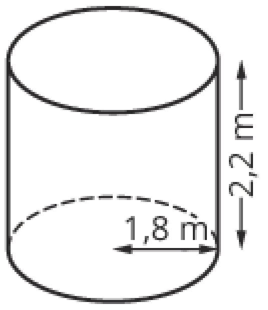


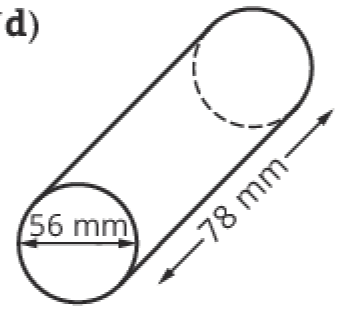
$V = \pi r^2 \cdot h_K$
$V = \pi \cdot (5{,}80\text{ cm})^2 \cdot 4{,}50\text{ cm}$
$V = \pi \cdot 33{,}64\text{ cm}^2 \cdot 4{,}50\text{ cm}$
$V = 475{,}574...\text{ cm}^2$
$V \approx 475{,}57\text{ cm}^2$

2. Berechne das Volumen des Zylinders. Runde auf zwei Stellen nach dem Komma.

a)


b)


+c)


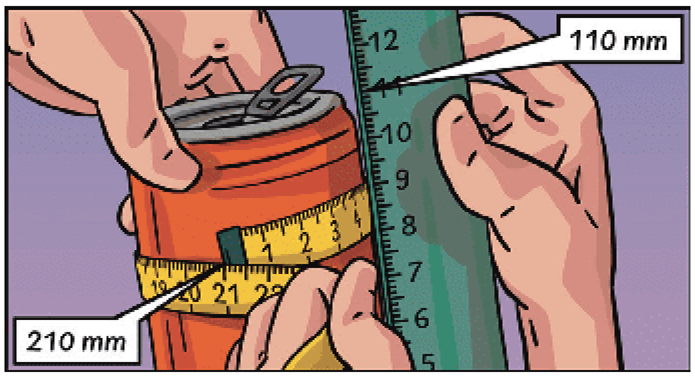
+d)


3. Jassi und Sam bestimmen das Volumen einer Getränkedose durch Ausmessen des Umfangs und der Höhe.

a) Berechne den Radius der Dose.

b) Berechne das Volumen der Dose.

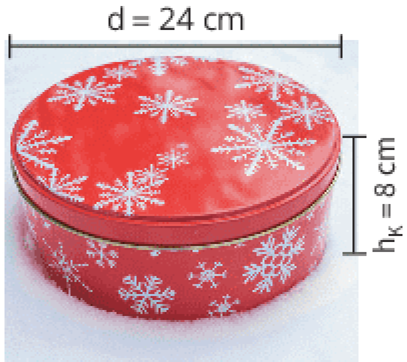
c) Der Dosenhersteller spricht von 0,33 ℓ Doseninhalt. Prüfe, ob die Angabe stimmt.



4. Berechne das Volumen des zylinderförmigen Gegenstands. Gib das Volumen in einer geeigneten Einheit an. Runde sinnvoll.

a)

b)



c)

5. Eine Pipeline wird aus Rohren zusammengesetzt. Ein Rohr ist 12 m lang und hat einem Innendurchmesser von 1,153 m.

a) Aus wie viel Rohren besteht eine 600 m lange Leitung?

b) Wie groß ist das Volumen in dieser Leitung? Gib es in m^3 und in hℓ an, runde sinnvoll.

⁺6. Aus einem DIN-A4-Blatt als Mantel können zwei verschiedene Zylinder geformt werden. Haben sie gleiches oder verschiedenes Volumen? Schätze, dann rechne aus.

7. **a)** Berechne das Volumens eines Zylinders mit dem Radius r = 0,5 m und Höhe h_K = 1 m.

b) Wie verändert sich des Volumen bei gleichbleibender Höhe, wenn du den Radius verdoppelst oder verdreifachst?

c) Ist die Zuordnung $r \rightarrow V$ bei gleich bleibender Höhe h_K proportional?

8. Ein zylinderförmiges Getreidesilo ist innen 18 m hoch. Es hat einen Innendurchmesser von 7,5 m und eine Wanddicke von 10 cm.

a) Berechne die Innen- und die Außenwandfläche des Silos.

b) Wie viel m^3 Getreide können maximal in dem Silo gelagert werden?

9. Eine zylinderförmige Regentonne hat einen Durchmesser von 1,50 m.

a) Das maximale Fassungsvermögen beträgt 1 m^3. Wie hoch ist die Tonne?

b) Die Regentonne enthält 550 ℓ Wasser? Wie hoch steht das Wasser in der Tonne?

10. Prüfe die Aussage. Begründe, warum sie richtig oder falsch ist.

a) Die Oberfläche eines Zylinders besteht aus drei unterschiedlichen Figuren.

b) Der Mantel eines Zylinders hat ausgerollt immer eine Rechteckform.

c) Vergrößert sich die Grundfläche eines Zylinders so vergrößert sich auch die Mantelfläche.

d) Es gibt Zylinder, bei denen die Mantelfläche kleiner ist als die die Grundfläche.

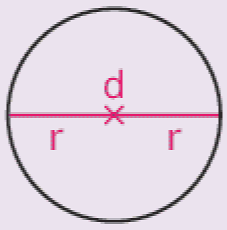
11. Marmor hat eine Dichte von ungefähr 2,8 g pro cm^3. Berechne die Masse einer zylinderförmigen Marmorsäule mit 4 m Höhe und 60 cm Durchmesser?

12. Vergleiche die Höhen von Zylinder A und Zylinder B: Beide haben 1 m Durchmesser. Zylinder A hat 2 m^3 Volumen. Zylinder B hat 2 m^2 Oberfläche.

Der **Kreis**

In jedem Kreis hat das Verhältnis „Umfang zu Durchmesser" den Wert der **Kreiszahl π.**

π = 3,141592654…



Umfang:

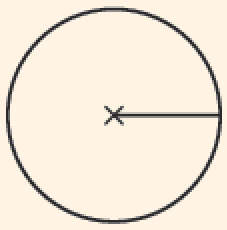
$u = \pi \cdot d$ oder $u = 2 \cdot \pi \cdot r$

Flächeninhalt:

$A = \pi \cdot r^2$

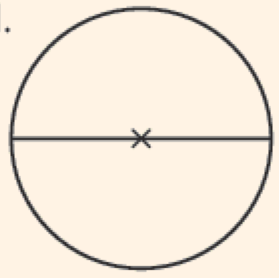
1. Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Kreises. Runde sinnvoll.

a)



r = 2 cm

b)



d = 3,6 m

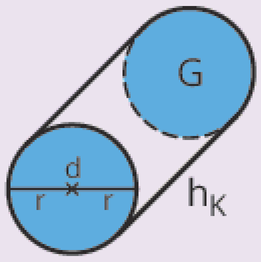
2. Bestimme Durchmesser und Radius eines Kreises mit 14 cm Umfang. Runde sinnvoll.

Der **Zylinder**

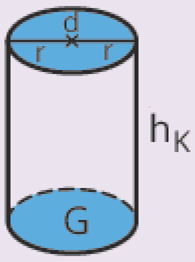
Ein Zylinder ist ein Körper mit zwei parallelen, deckungsgleichen Kreisen als **Grundflächen G**. Die **Mantelfläche M** ist ein Rechteck. Der Abstand zwischen den Grundflächen ist die **Körperhöhe h_K**.

Schrägbild:

Grundfläche vorne



Grundfläche unten



3. Ein Zylinder hat den Radius r = 3 cm und und die Körperhöhe h_K = 4 cm.

a) Zeichne ein Schrägbild (G vorne).

b) Skizziere ein Schrägbild (G unten).

4. Ein Zylinder mit 10 cm Durchmesser ist halb so hoch wie breit. Überlege, in welcher Darstellung, Grundfläche unten oder Grundfläche vorne, das Verhältnis von Breite zu Höhe deutlicher erkennbar ist. Begründe.

5. Kann ein Rechteck mit den Seitenlängen 7,5 cm und 15,0 cm der Mantel eines Zylinders mit r = 2,5 cm und h_K = 9,2 cm sein? Begründe.

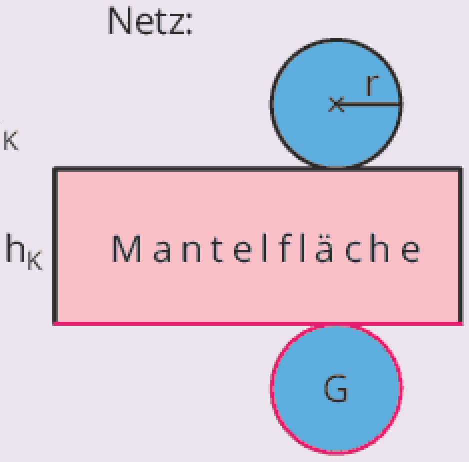
Die **Oberfläche des Zylinders**

Oberfläche:

$O = 2 \cdot G \quad + \quad M$

$O = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot h_K$

Netz:



6. Zeichne das Netz eines Zylinders mit r = 3 cm und h_K = 4 cm.

7. Berechne die Grundfläche, Mantelfäche und Oberfläche des Zylinders. Runde sinnvoll.

a) r = 4,0 cm, h_K = 5,3 cm

b) d = 2,6 m, h_K = 6,1 m

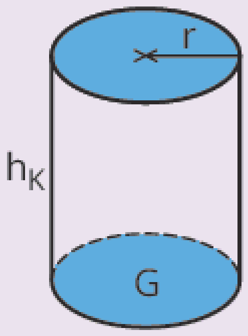
8. Berechne die Mantelfläche einer zylinderförmigen Dose mit 6,6 cm Durchmesser und 9,5 cm Höhe. Runde sinnvoll.

Das **Volumen des Zylinders**

Volumen:

$V = G \cdot h_K$

$V = \pi r^2 \cdot h_K$



9. Berechne das Volumen des Zylinders. Runde auf zwei Nachkommastellen.

a) r = 1,7 cm, h_K = 3,3 cm

b) d = 3,8 m, h_K = 1,1 m

10. Wie hoch ist ein Zylinder mit 5,4 cm Radius und 500 cm³ Volumen? Runde sinnvoll.

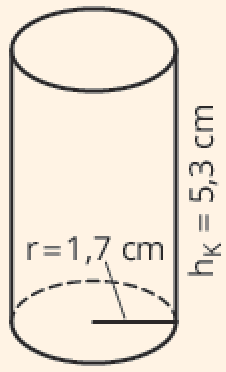
1. Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Kreises. Runde sinnvoll.
a) $r = 3{,}5$ cm **b)** $d = 5{,}6$ mm

2. **a)** Bestimme den Radius r eines Kreises mit Umfang $u = 16{,}7$ cm.
b) Bestimme den Durchmesser d eines Kreises mit dem Umfang $u = 47{,}5$ m.

3. **a)** Skizziere das Schrägbild eines stehenden Zylinders mit $r = 1{,}5$ cm und $h_K = 3$ cm.
b) Zeichne das Schrägbild dieses Zylinders, wenn er liegt.

4. Eine kreisförmige Liegewiese ($r = 27{,}5$ m) wird erneuert. Pro Quadratmeter benötigt man 20 g Rasensamen. Im Großhandel kostet ein Paket mit 10 kg Samen 26,50 €.
Berechne die Anzahl und den Preis der benötigten Pakete.

5. **a)** Zeichne das Netz des Zylinders.
b) Berechne die Grundfläche, die Mantelfläche und die gesamte Oberfläche des Zylinders. Runde sinnvoll.
c) Berechne das Volumen des Zylinders. Runde sinnvoll.



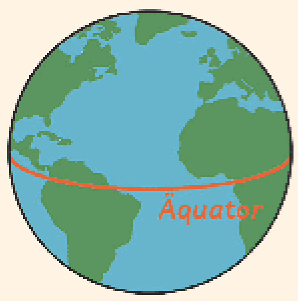
6. Ein Zylinder hat die Oberfläche $O = 180{,}28\ cm^2$ und die Grundfläche $G = 60{,}14\ cm^2$. Bestimme die Mantelfläche.

7. Ein Zylinder hat das Volumen $V = 175\ m^3$ und die Grundfläche $G = 25\ m^2$. Bestimme die Höhe.

8. Kann aus einem rechteckigen Blatt Papier mit den Seitenlängen $a = 15$ cm und $b = 4{,}6$ cm sowie zwei Papierkreisen mit $r = 2{,}5$ cm das Netz eines Zylinders gebastelt werden? Begründe.

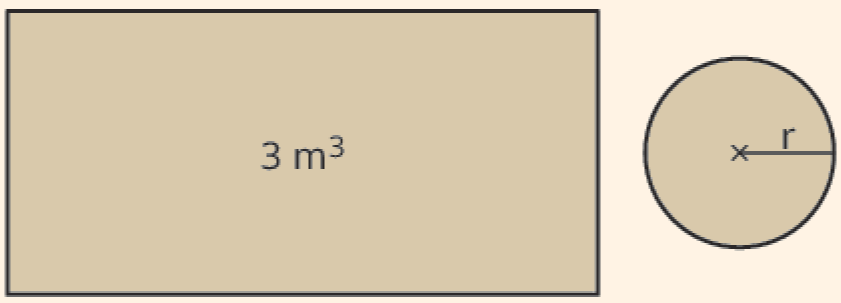
9. Ein runder Tisch mit dem Radius $r = 1{,}50$ m soll eine quadratische Tischdecke erhalten.
a) Wie groß ist der Flächeninhalt des Tisches?
b) Wie groß ist die Seitenlänge der Tischdecke, wenn sie an jeder Stelle des Tisches mindestens 10 cm am Rand überstehen soll?

10. Am Äquator beträgt der Erdradius ganzzahlig gerundet 6 378 km.
a) Überschlage die Länge des Äquators im Kopf.
b) Berechne die Länge des Äquators mit dem Taschenrechner.



11. Ein zylinderförmiger Stahltank mit 800 000 ℓ Inhalt hat 220 dm Durchmesser. Wie hoch ist er?

12. Aus $3\ m^2$ Blech soll der Mantel einer zylinderförmigen Regentonne gewalzt werden.
Sie soll 1,20 m hoch sein.
a) Wie groß darf der Radius der Bodenfläche maximal sein?
b) Wie viel m^2 beträgt die Bodenfläche?

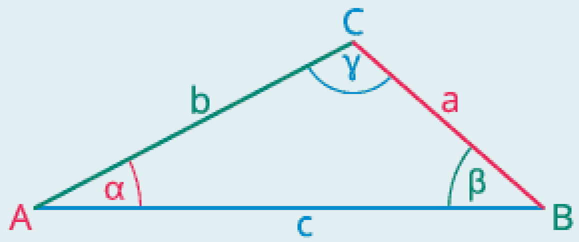


13. **a)** Berechne Oberfläche und Volumen eines Zylinders, der so hoch wie breit ist mit $d = h_K = 10$ cm.
b) Notiere Formeln für die Oberfläche und das Volumen solch spezieller Zylinder mit $d = h_K$.
c) Sind die Zuordnungen $d\ (= h_K) \rightarrow O$ und $d\ (= h_K) \rightarrow V$ proportional? Begründe.

Beschriftung von Dreiecken

Aufgabe 1
→ *Seite 8*

Diese drei Regeln musst du bei der Benennung von Eckpunkten, Seiten und Winkeln eines Dreiecks beachten:

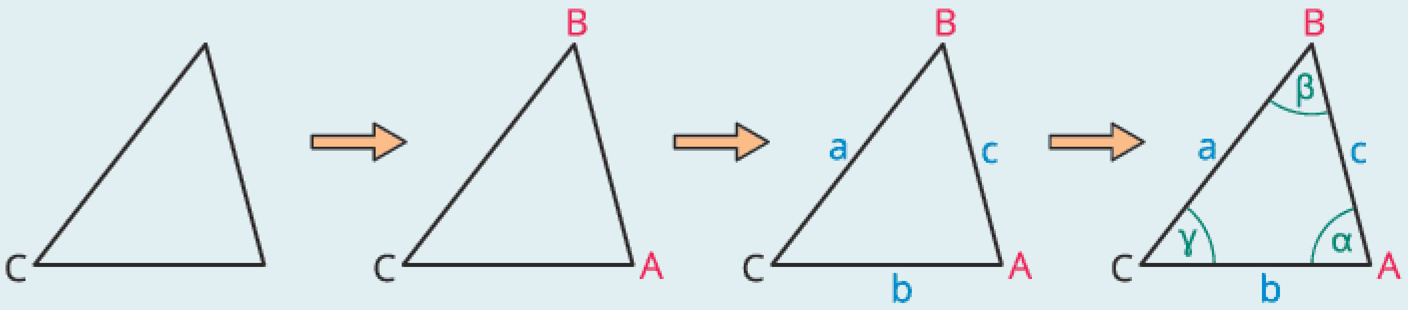


① Benenne die **Eckpunkte** mit Großbuchstaben A, B, C – und zwar gegen den Uhrzeigersinn in alphabetischer Reihenfolge.

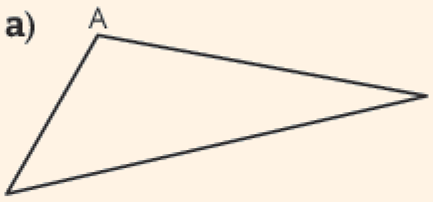
② Benenne die **Seiten** mit Kleinbuchstaben a, b, c. Seite a liegt gegenüber von Punkt A, Seite b liegt gegenüber von Punkt B und Seite c liegt gegenüber von Punkt C.

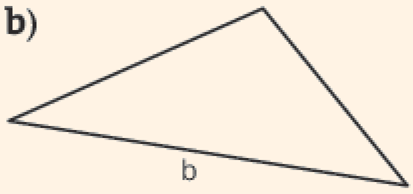
③ Benenne die **Winkel** mit griechischen Buchstaben. Bei Punkt A liegt der Winkel α (alpha), bei Punkt B liegt der Winkel β (beta) und bei Punkt C liegt der Winkel γ (gamma).

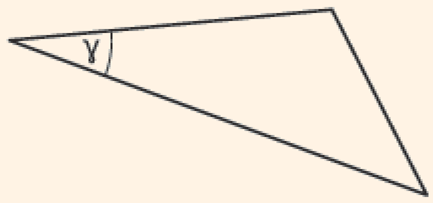
Beim abgebildeten Dreieck ist nur Eckpunkt C benannt. Vervollständige die Beschriftung.



1. Skizziere das Dreieck im Heft und vervollständige die Beschriftung.

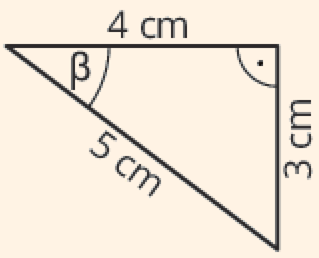
a)


b)


c)


2. Zeichne das Dreieck mit den Eckpunkten (2|–4), (7|–4) und (2|5) in ein Koordinatensystem. Nenne den rechten Winkel γ und beschrifte das Dreieck vollständig.

3. a) Wie lang ist beim abgebildeten Dreieck …
① … die Seite a? ② … die Seite b? ③ … die Seite c?
b) Wie heißt der rechte Winkel?



4. Zeichne ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm. Trage dann das Dreieck mit den Eckpunkten (–3|6), (5|1) und (7|6) ein. Nenne die 10 cm lange Dreieckseite c und beschrifte das Dreieck vollständig.

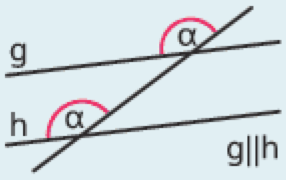
Winkelpaare erkennen, Winkel berechnen

Aufgabe 2
→ Seite 8

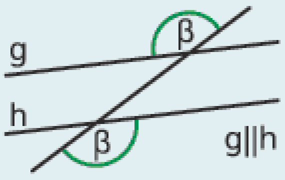
Nebenwinkel

Scheitelwinkel

Stufenwinkel



Wechselwinkel

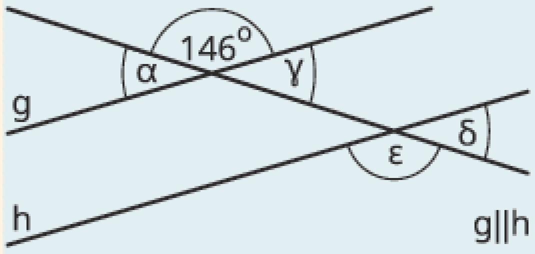


$\alpha + \beta = 180°$
Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°.

Scheitelwinkel sind gleich groß.

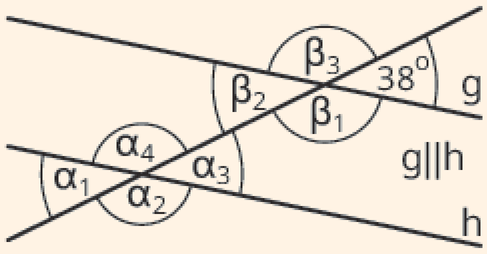
Stufen- und Wechselwinkel sind gleich groß.

Bestimme die Maße der markierten Winkel.



α ist ein Nebenwinkel zu 146°, also $\alpha = 180° - 146° = 34°$
γ ist ein Scheitelwinkel zu α, also $\gamma = \alpha = 34°$
δ ist ein Stufenwinkel zu γ, also $\delta = \gamma = 34°$
ε (epsilon) ist ein Wechselwinkel zu 146°, also $\varepsilon = 146°$

1. **a)** Wie heißt der Scheitelwinkel zu α_1?
b) β_2 hat zwei Nebenwinkel. Wie heißen sie?
c) Welcher Winkel ist Stufenwinkel zu α_2?
d) Wie heißt der Wechselwinkel zu α_3?



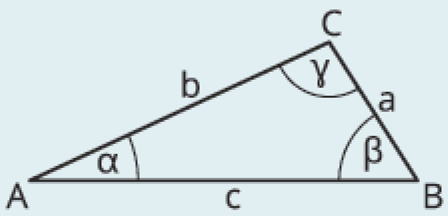
2. Wie groß sind die Winkel? $\alpha_3 =$ ▬ $\alpha_4 =$ ▬

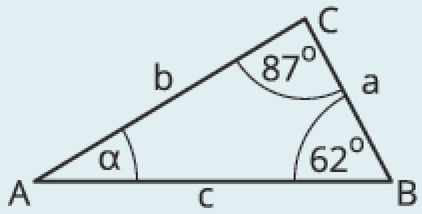
Winkelsumme im Dreieck

Aufgabe 3
→ Seite 8

In jedem Dreieck beträgt die Summe der Innenwinkel 180°.

$\alpha + \beta + \gamma = 180°$.



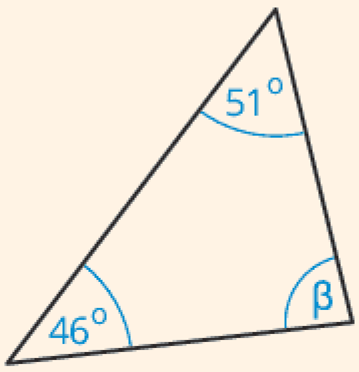


Berechne die Größe des Winkels α.

$\alpha = 180° - 87° - 62° = 31°$

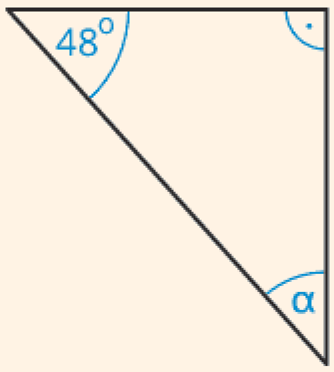
3. Berechne den fehlenden Winkel.

a)

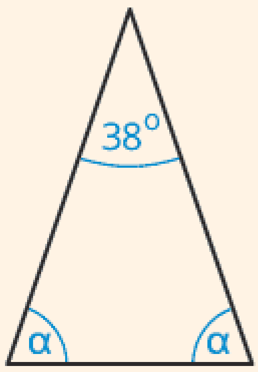


b)

c)



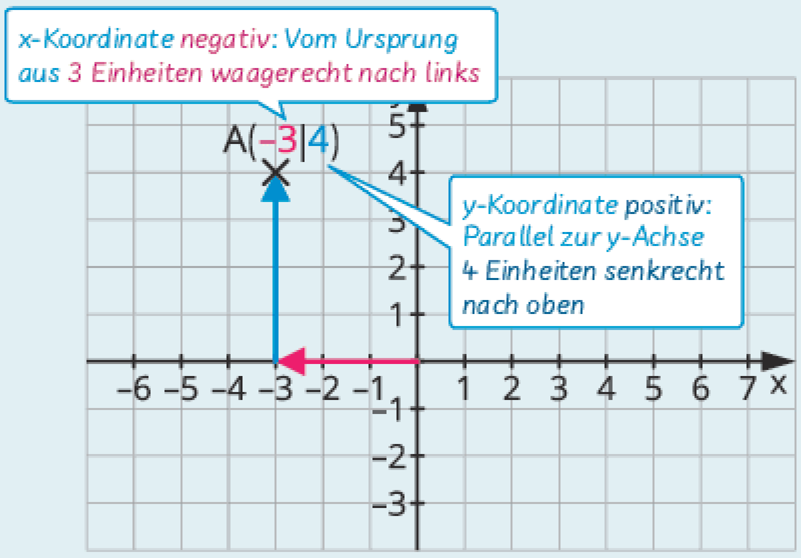
d)



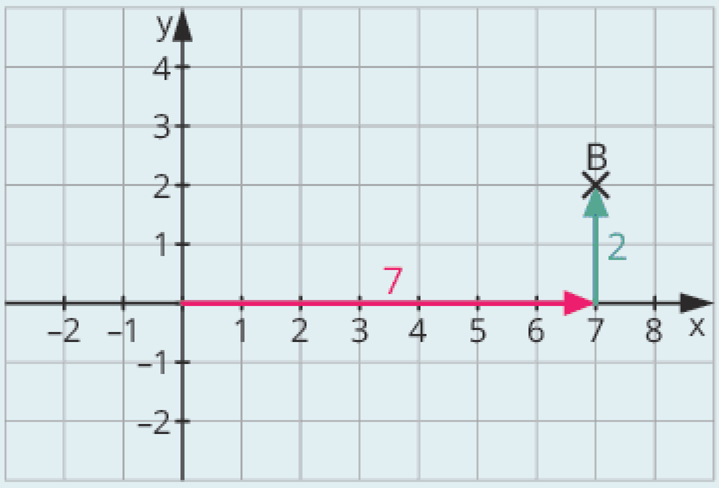
Punkte im Koordinatensystem

Aufgabe 4
→ *Seite 8*

Punkt A(–3|4) einzeichnen

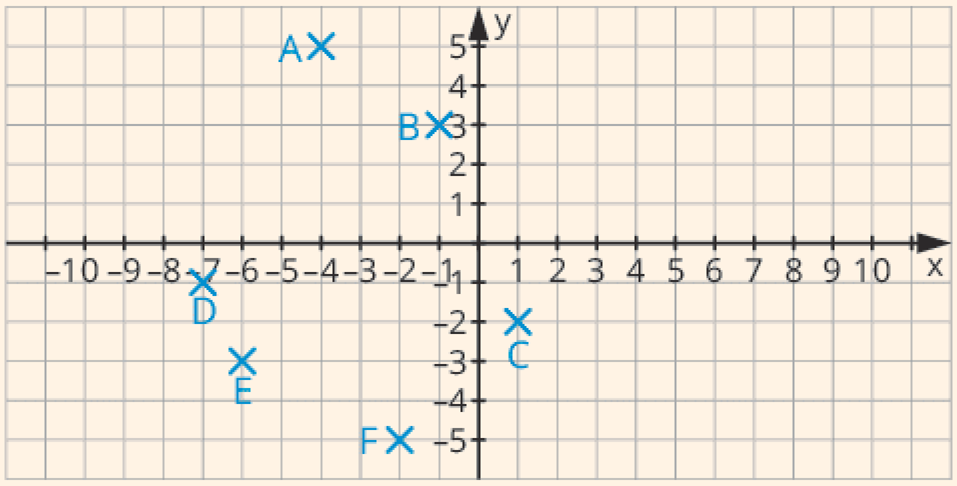


Punkt B ablesen



abgelesen: B(7|2)

1. Lies die Koordinaten der Punkte A bis F ab.



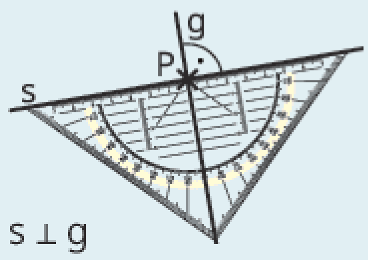
2. Übertrage das Koordinatensystem ins Heft. Zeichne die folgende Punkte ein: P(3|–4), Q(8|–2), R(8|5), S(3|3). Verbinde die Punkte in alphabetischer Reihenfolge zu einem Viereck. Wie heißt die Vierecksform?

Senkrechte und parallele Geraden

Aufgabe 5
→ *Seite 8*

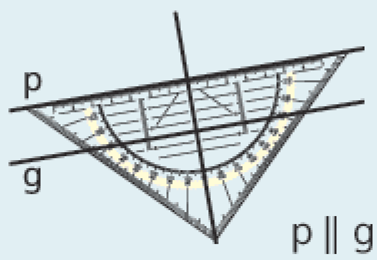
Zwei Geraden stehen **senkrecht** aufeinander, wenn sie einen rechten Winkel bilden.
Zwei Geraden sind **parallel**, wenn sie beide senkrecht zu einer dritten Geraden sind.

senkrechte Geraden



$s \perp g$

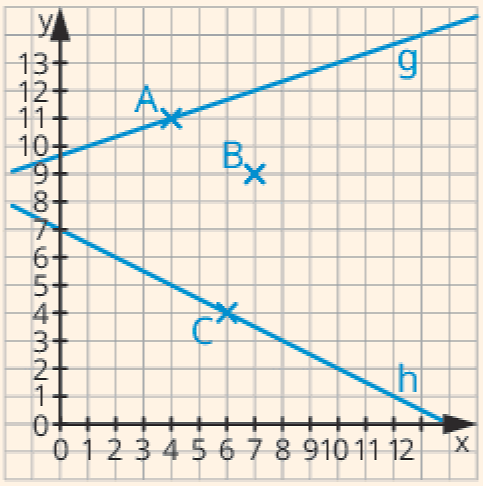
parallele Geraden



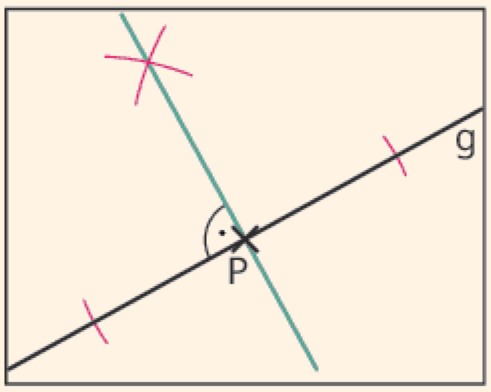
$p \parallel g$

3. Übertrage das Koordinatensystem ins Heft und zeichne
① die Senkrechte zu g durch A
② die Parallele zu g durch B

4. Konstruiere die Senkrechte zu h duch C. Orientiere dich am Kasten neben dem Koordinatensystem.



Konstruktion der Senkrechte zu g durch P



Werte von Termen berechnen

Aufgabe 1
→ *Seite 32*
Aufgabe 2
→ *Seite 102*

Wenn du Werte von Termen berechnest, musst du folgende Dinge beachten:
- Ersetze die Variablen durch die vorgegebenen Zahlen.
- Schreibe negative Zahlen beim Einsetzen in Klammern.
  Ausnahme: Steht eine negative Zahl am Anfang des Terms, darfst du die Klammer weglassen.
- Fehlt in Termen ein Rechenzeichen, musst du beim Einsetzen einen Malpunkt setzen. Der Term 4x steht für $4 \cdot x$, der Term xy steht für $x \cdot y$.
- Beachte beim Ausrechnen die Rechenreihenfolge: Klammern vor Punktrechnung vor Strichrechnung.

Schreibe die Rechnung auf und berechne den Wert des Terms.
- $5 + 8x$ mit $x = -2$
  $5 + 8 \cdot (-2) = 5 + (-16) = 5 - 16 = -11$
- $y(x + y)$ mit $x = 4$ und $y = 5$
  $5 \cdot (4 + 5) = 5 \cdot 9 = 45$

1. Schreibe die Rechnung auf und berechne den Wert des Terms.
a) $x + 7$ mit $x = 3$ **b)** $4x - 5$ mit $x = -1$ **c)** $5b - 3a$ mit $a = -3$; $b = 3$
d) $10 + 6y$ mit $y = 5$ **e)** $a(12 + 2a)$ mit $a = 2$ **f)** $xy + 10x$ mit $x = 8$; $y = -5$

2. Setze die angegebenen Werte für die Variable ein und prüfe, welche der Zahlen Lösung der Gleichung ist.
a) $4x + 7 = 31$ 1 6 7 **b)** $4x - 4 = 18 + 6x$ −2 −9 −11

Terme addieren und subtrahieren

Aufgabe 2
→ *Seite 32*

Zahlen und Vielfache derselben Variablen darfst du **beim Addieren und Subtrahieren von Termen** zusammenfassen.

- $5x + 7 - 2x + 13$
  $= 5x + 7 - 2x + 13$
  $= 5x - 2x + 7 + 13$
  $= 3x + 20$

① Markiere gleichartige Glieder.
② Ordne die Glieder.
③ Fasse zusammen.

- $-4 + 3r - z + 12 - 2z + r$
  $-4 + 3r - z + 12 - 2z + r$
  $= -4 + 12 + 3r + r - z - 2z$
  $= 8 + 4r - 3z$

3. Fasse den Term so weit wie möglich zusammen. Auf den Kärtchen stehen die Lösungen.
a) $3a + 4 + 6a + 10$ **b)** $4a + 9 - a - 12$
c) $9a + 15 - 3a - 20$ **d)** $-12 - 5a + 1 - 3a$
e) $8a - 12 - 4b - 14 - 7a + 6b$ **f)** $32 - 4a + 2b - 8a - b - 21$
g) $-a + 5b + 12 - 6a + 3b - 20$ **h)** $-1 + 5a - 4b - 11 - 2a + 7b$

$a + 2b - 26$ | $-7a + 8b - 8$ | $6a - 5$ | $3a + 3b - 12$ | $-8a - 11$ | $9a + 14$ | $3a - 3$ | $-12a + b + 11$

4. Vereinfache den Term durch Zusammenfassen.
a) $8z - 14 - 3z + 2z - 12$ **b)** $24 + 7x - 8 - 8x + 2$
c) $3y - 11 + 4y + 9y - 12$ **d)** $-x + 3 - 8x + 3y + 2 - 5y$
e) $-10 + 3y - 4x + 14 - 2y + x$ **f)** $9x - 10 + 7y - 11x + 2 - 10y$

Fachbegriffe zu den Grundrechenarten

Aufgabe 3
→ Seite 32

In der Tabelle findest du wichtige Fachbegriffe zur Addition, Subtraktion, Mulitplikation und Division.

	zusammenrechnen	*abziehen*	*malnehmen*	*teilen*
Tätigkeit	**addieren**	**subtrahieren**	**multiplizieren**	**dividieren**
Rechenoperation	**Addition**	**Subtraktion**	**Multiplikation**	**Division**
Term mit Rechensymbol	$a + b$	$a - b$	$a \cdot b$	$a : b$
Name für a	**1. Summand**	**Minuend**	**1. Faktor**	**Dividend**
Name für b	**2. Summand**	**Subtrahend**	**2. Faktor**	**Divisor**
Rechenergebnis	**Summe**	**Differenz**	**Produkt**	**Quotient**

1. Schreibe als Rechenaufgabe auf und ermittle das Ergebnis.
a) Addiere die Zahlen 23 und 29.
b) Subtrahiere von 89 die Zahl 43.
c) Dividiere 65 durch 5.
d) Multipliziere 7 mit 6.

2. **a)** Berechne das Produkt von 11 und 20.
b) Wie heißt die Summe von 48 und 29?
c) Bestimme die Differenz von 20 und 5.
d) Berechne den Quotienten aus 35 und 7.

3. Ordne der Beschreibung eine passende Rechnung zu.
a) Das Doppelte.
b) Vermindere um 2.
c) Halbiere.
d) Verdopple.
e) Vermehre um 2.
f) Die Hälfte.

$+\,2$ $-\,2$ $\cdot\,2$ $:\,2$

4. **a)** Der Quotient ist 9, der Divisor 6. Welche Zahl ist der Dividend?
b) Der Minuend ist 32, die Differenz 9. Welche Zahl ist der Subtrahend?

5. Achtung, aufgepasst!
a) Der Divisor ist 21, der Dividend ist 63. Berechne den Quotienten.
b) Der Minuend ist 30, der Subtrahend ist –15. Berechne die Differenz.
c) Der 1. Summand ist –30, die Summe ist –60. Berechne den 2. Summanden.
d) Der 2. Faktor ist –8, das Produkt ist 72. Berechne den 1. Faktor.

Terme für den Flächeninhalt und Umfang von Rechtecken und Quadraten aufstellen

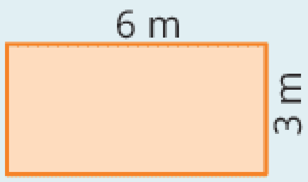
Aufgabe 4
→ *Seite 32*

Der **Flächeninhalt A** von Rechtecken und Quadraten ist das Produkt „Länge mal Breite“.

Der **Umfang u einer Figur** ist die **Summe aller Seitenlängen**.

Ein Rechteck mit den Seiten a und b hat
– den **Flächeninhalt A = a · b**
– den **Umfang u = 2 · a + 2 · b**

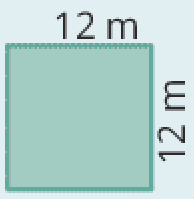
Term für den Flächeninhalt des Rechtecks:
A = 6 m · 3 m



Terme für den Umfang des Rechtecks:
u = 6 m + 6 m + 3 m + 3 m
= 2 · 6 m + 2 · 3 m

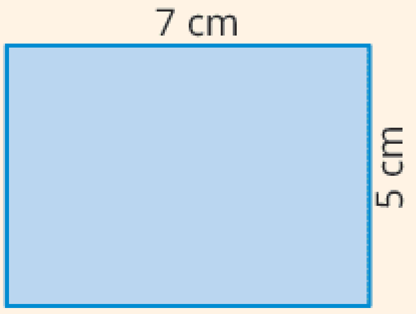
Ein Quadrat mit der Seitenlänge a hat
den **Flächeninhalt A = a · a**
den **Umfang u = 4 · a**

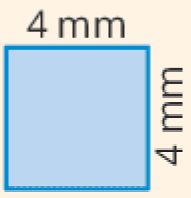
Term für den Flächeninhalt des Quadrats:
A = 12 m · 12 m

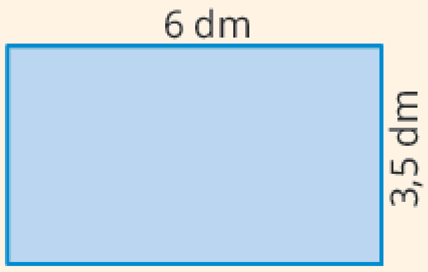


Terme für den Umfang des Rechtecks:
u = 12 m + 12 m + 12 m + 12 m
= 4 · 12 m

1. Gib jeweils einen Term für den Flächeninhalt und den Umfang der Figur an.

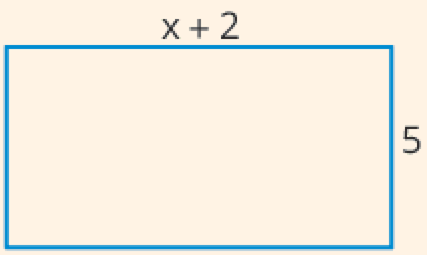
a)


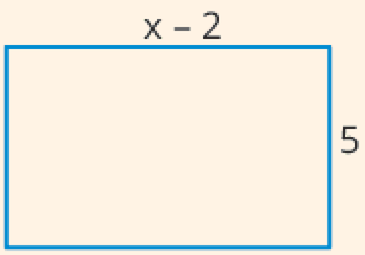
b)


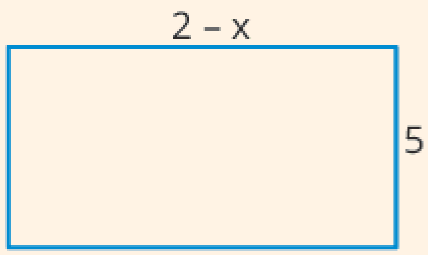
c)


2. Ordne den Figuren den passenden Term für ihren Umfang zu.

① 10 + 2x – 4   ② 10 + 2x + 4   ③ 10 + 2 – 4x   ④ 10 + 4 – 2x

Ⓐ


Ⓑ


Ⓒ


3. Der Term gibt den Umfang eines Rechtecks an. Zeichne das Rechteck und gib einen Term für seinen Flächeninhalt an.
a) 5 cm + 5 cm + 2 cm + 2 cm   **b)** 2 · 3 cm + 2 · 1 cm   **c)** 2 · 3,5 cm + 2 · 2,5 cm

4. **a)** Skizziere ein Rechteck mit dem Flächeninhalt A = 4 · x. Welchen Umfang hat es?
b) Skizziere ein Rechteck mit dem Umfang u = 4 · x. Welchen Flächeninhalt hat es?

Gleichungen ohne Klammern lösen

Aufgabe 5
→ Seite 32
Aufgabe 4
→ Seite 160

Du kannst Gleichungen durch folgende Umformungen vereinfachen:
① **gleichartige Terme** zusammenfassen,
② **auf beiden Seiten** dasselbe addieren oder subtrahieren,
③ **beide Seiten** mit derselben Zahl außer Null multiplizieren oder durch sie dividieren.

$$\begin{aligned} 3x + 10 &= 24 - 4x &&| + 4x \\ 7x + 10 &= 24 &&| - 10 \\ 7x &= 14 &&| : 7 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Probe: linke Seite: $6 + 10 = 16$
rechte Seite: $24 - 8 = 16$

$$\begin{aligned} 6x + 2 - 2x &= 2x - 4 \\ 4x + 2 &= 2x - 4 &&| - 2 \\ 4x &= 2x - 6 &&| - 2x \\ 2x &= -6 &&| : 2 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

Probe: linke Seite: $-18 + 5 - 3 + 6 = -10$
rechte Seite: $-6 - 4 = -10$

1. Löse die Gleichung und mache die Probe.
a) $2x + 14 = 30$ **b)** $3a + 5 = 20$ **c)** $4y + 4 = 12$
d) $5y - 30 = 15$ **e)** $7b + 36 = 20 + 3b$ **f)** $-12 + 3x = -3x + 12$
g) $3a + 4 = 8a - 6$ **h)** $5x + 8x = 7x + 6$ **i)** $30 - 4b = -2b + 2$

2. Fasse zuerst zusammen und löse dann die Gleichung. Mache zur Kontrolle die Probe.
a) $z + 3z - 4 = z + 14$ **b)** $8y - 5y = y + 34 + 6$ **c)** $-3a - 14 + 9a - a = 5 - a + 17$
d) $-7 - 4x - 9 = -7x + 2$ **e)** $20 + 2b - 12 = 5b - 12 - 8b$ **f)** $5y - 20 + 7y = 14 - 3y + 11$

Maßstab

Aufgabe 3
→ Seite 58

Maßstab = Länge im Bild geteilt durch Länge in der Wirklichkeit

Verkleinerung der Wirklichkeit:
Maßstab 1 : 5 bedeutet:
1 cm auf dem Bild sind 5 cm in Wirklichkeit.

Vergrößerung der Wirklichkeit:
Maßstab 5 : 1 bedeutet:
5 cm auf dem Bild sind 1 cm in Wirklichkeit.

3. In einer Bauzeichnung mit dem Maßstab 1 : 100 ist ein rechteckiges Grundstück mit Seitenlängen von 12 cm und 8 cm gezeichnet. Wie lang sind die Grundstücksseiten in Wirklichkeit?

4. Zeichne ein Rechteck, dessen Seiten 250 m und 600 m lang sind, im Maßstab 1 : 10 000. Wie lang werden die Seiten in der Zeichnung?

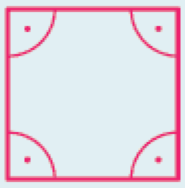
5. In einem Buch über Käfer ist ein Blutroter Schnellkäfer in 9 cm Länge im Maßstab 10 : 1 abgebildet. Wie lang ist der Käfer in Wirklichkeit?

6. Wie lang ist auf einer Straßenkarte ein mit 1 cm Länge gezeichnetes Straßenstück beim angegebenen Maßstab in Wirklichkeit?
a) 1 : 1 000 000, **b)** 1 : 200 000, **c)** 1 : 50 000?

Vierecksarten

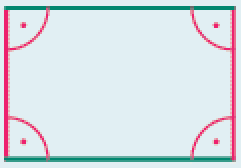
Aufgabe 2
→ *Seite 58*

Quadrat



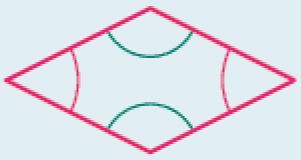
- 4 gleichlange Seiten
- 4 rechte Winkel

Rechteck



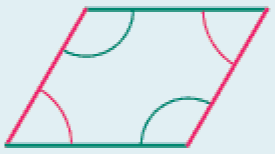
- gegenüberliegende Seiten gleichlang
- 4 rechte Winkel

Raute



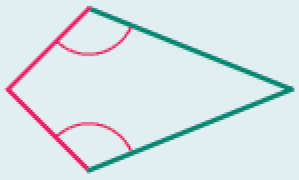
- 4 gleichlange Seiten
- gegenüberliegende Winkel gleichgroß

Parallelogramm



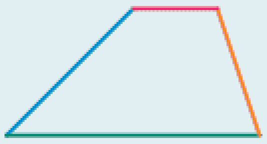
- gegenüberliegende Seiten gleichlang
- gegenüberliegende Winkel gleichgroß

Drachen



- 2 Paar gleichlange Seiten
- 1 Paar gleichgroße Winkel

Trapez



- 1 Paar parallele Seiten

1. Welche Eigenschaften haben Quadrat und Rechteck gemeinsam, welche nicht?

2. Was ist die Gemeinsamkeit von Quadrat und Raute? Worin unterscheiden sie sich?

3. In welchen dieser Vierecke sind
a) alle 4 Winkel gleich groß, **b)** je 2 Winkel gleich groß?

4. Welche dieser Vierecke sind
a) achsensymmetrisch, **b)** punktsymmetrisch?

5. In welchen dieser Vierecke sind die Diagonalen senkrecht zueinander?

6. Torsten meint: „Alle diese Vierecke sind spezielle Trapeze.“ Prüfe, für welche Vierecke das stimmt.

Flächenmaße umrechnen

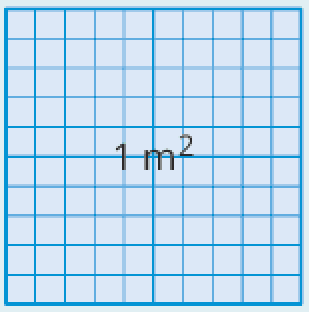
Aufgabe 4 → Seite 58
Aufgabe 4 → Seite 124
Aufgabe 3 → Seite 176

Ein **Quadratmeter** (1 m²) ist ein Quadrat mit 1 m Seitenlänge. Es besteht aus $10 \cdot 10 = 100$ Quadratdezimetern:

$1\ m^2 = 100\ dm^2$

Weitere Flächenmaße:

$1\ dm^2 = 100\ cm^2$ $\quad 1\ cm^2 = 100\ mm^2$



$10 \cdot 10 = 100$ Quadratmeter zu einem Quadrat mit 10 m Seitenlänge ergeben ein Ar:

$1\ a = 100\ m^2$

Weitere Flächenmaße:

$1\ ha = 100\ a$ $\quad 1\ km^2 = 100\ ha$

Umrechnen benachbarter Einheiten:

$720\ mm^2 \xrightarrow[:100]{\text{in die nächstgrößere}} 7{,}2\ cm^2$ $\qquad 720\ mm^2 \xleftarrow[\cdot 100]{\text{in die nächstkleinere}} 7{,}2\ cm^2$

1. Rechne in die nächstgrößere Flächeneinheit um.
a) 470 mm² **b)** 355 cm² **c)** 175 dm² **d)** 4250 cm² **e)** 25 m² **f)** 42 600 ha

2. Rechne in die nächstkleinere Flächeneinheit um.
a) 20 cm² **b)** 4,5 dm² **c)** 0,8 m² **d)** 2,8 a **e)** 2,5 ha **f)** 7,3 km²

3. Rechne in die angegebene Flächeneinheit um.
a) 645 mm² = ▒ cm² **b)** 15,7 cm² = ▒ mm² **c)** 256 dm² = ▒ m² **d)** 0,4 ha = ▒ a
e) 2470 ha = ▒ km² **f)** 3400 m² = ▒ a **g)** 1,3 m² = ▒ dm² **h)** 3,07 dm² = ▒ cm²

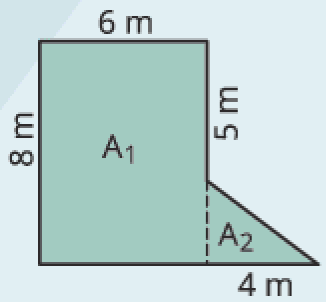
4. Wie viele Quadratmeter sind **a)** ein Hektar, **b)** ein Quadratkilometer?

Flächeninhalt zusammengesetzter Flächen

Aufgabe 5 → Seite 58

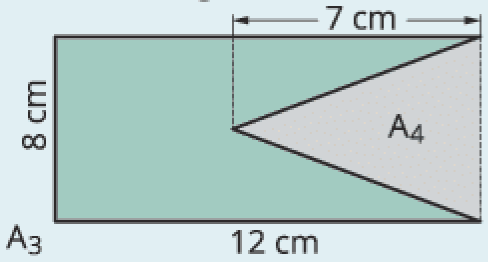
Den **Flächeninhalt A** einer **zusammengesetzten Fläche** kannst du berechnen:

1. durch Zerlegen und Addieren



$\mathbf{A = A_1 + A_2}$

2. durch Ergänzen und Subtrahieren

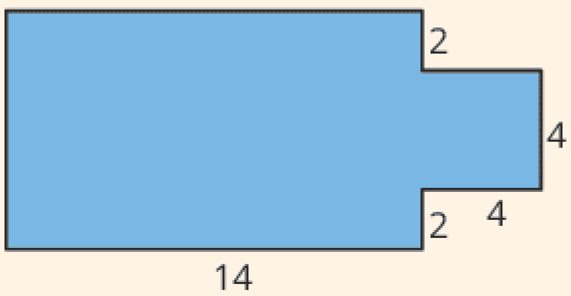


$\mathbf{A = A_3 - A_4}$

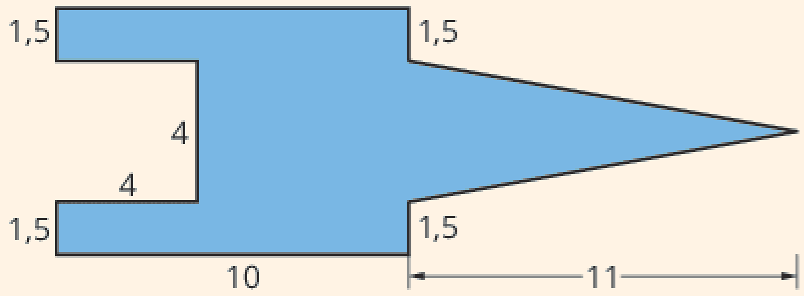
5. Berechne die Flächeninhalte der beiden oben abgebildeten Figuren.

6. Berechne den Flächeninhalt der Figur, wähle selbst den Lösungsweg. (Längen in cm)

a)



b)



Prozentsätze, Brüche und Dezimalzahlen

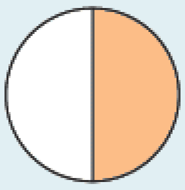
Aufgabe 1
→ *Seite 76*
Aufgabe 2
→ *Seite 76*

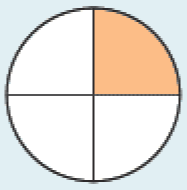
Brüche mit dem **Nenner 100** kannst du in der **Prozentschreibweise** notieren.
Das Zeichen für Prozent ist % und steht für Hundertstel.

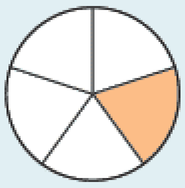
- Verwandle 0,35 in die Prozentschreibweise
  $0{,}35 = \frac{35}{100} = 35\,\%$
- Schreibe 70 % als Dezimalzahl
  $70\,\% = \frac{70}{100} = 0{,}70 = 0{,}7$

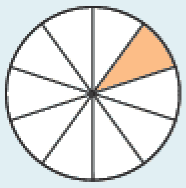
- $\frac{17}{100} = 17\,\%$
- $0{,}25 = \frac{25}{100} = 25\,\%$
- $0{,}6 = 0{,}60 = \frac{60}{100} = 60\,\%$
- $1 = 1{,}00 = \frac{100}{100} = 100\,\%$

Zu vielen Prozentsätzen können auch einfache Bruchteile angegeben werden.


$50\,\% = \frac{1}{2}$


$25\,\% = \frac{1}{4}$


$20\,\% = \frac{1}{5}$


$10\,\% = \frac{1}{10}$

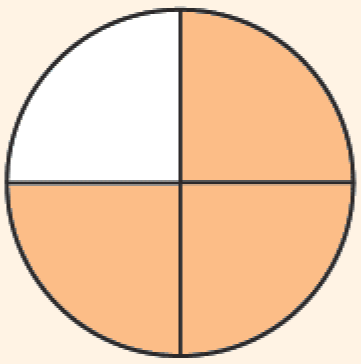
1. Verwandle in die Prozentschreibweise.

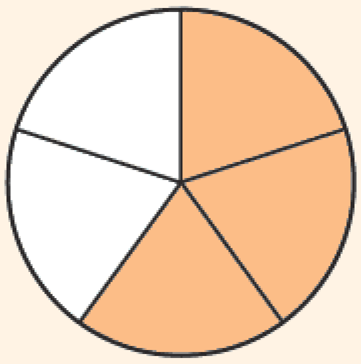
a) $\frac{37}{100}$ **b)** $\frac{65}{100}$ **c)** $\frac{7}{100}$ **d)** $\frac{70}{100}$ **e)** $\frac{5}{100}$ **f)** $\frac{1}{100}$
g) 0,18 **h)** 0,08 **i)** 0,74 **j)** 0,03 **k)** 0,02 **l)** 0,81

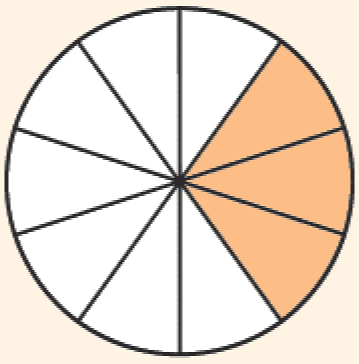
2. Schreibe zuerst als Dezimalzahl und dann als Bruch. Kürze den Bruch so weit wie möglich.

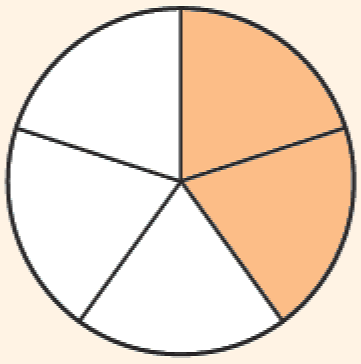
a) 19 % **b)** 6 % **c)** 35 % **d)** 4 % **e)** 80 % **f)** 12 %

3. Gib zu dem dargestellten Prozentsatz jeweils den passenden Bruchteil an.

a)

75 % = ■

b)

60 % = ■

c)

30 % = ■

d)

40 % = ■

4. Verwandle in einen Bruch mit dem Nenner 100 und gib den zugehörigen Prozentsatz an.

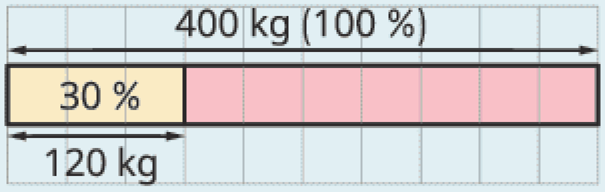
a) $\frac{7}{10}$ **b)** $\frac{3}{20}$ **c)** $\frac{11}{50}$ **d)** $\frac{9}{25}$ **e)** $\frac{48}{200}$ **f)** $\frac{17}{20}$ **g)** $\frac{49}{50}$

Grundbegriffe der Prozentrechnung

Aufgabe 6
→ *Seite 76*

Der **Grundwert G** ist die Menge oder Anzahl, der 100 % zugeordnet werden.
Der **Prozentwert W** ist ein Anteil vom Grundwert. Er hat die gleiche Einheit wie G.
Der **Prozentsatz p %** beschreibt das Verhältnis vom Prozentwert zum Grundwert. Du gibst ihn in Prozent an.

30 %	von	400 kg	sind	120 kg.
Prozentsatz p %		Grundwert G		Prozentwert W



1. Lege die abgebildete Tabelle im Heft an und trage jeweils Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz ein.

a) Von 20 € sind 10 % 2 €.
b) 4 km sind 50 % von 8 km.
c) 25 % von 600 kg sind 150 kg.
d) Eine Oper dauert 5 Stunden. 2 Stunden nach Beginn, also nach 40 %, ist Pause.
e) Das neue Auto kostet 32 000 €. Maiks Eltern handeln einen Nachlass von 15 % heraus und sparen so 4 800 €.
f) Grippewelle: Von 30 Schülerinnen und Schülern der 8a sind 9 erkrankt, das sind 30 %.

	G	W	p %
a)			
b)			
c)			
d)			
e)			
f)			
2.			

2. Der folgende Text enthält viele Informationen. Versuche auch hier, einen Grundwert G, einen Prozentwert W und den zugehörigen Prozentsatz p % in die Tabelle von Aufgabe 1 einzutragen.

Rüdesheim am Rhein ist ein berühmter Weinort mit jährlich rund 380 000 Übernachtungen. Der Ort erstreckt sich am Rhein vom Stromkilometer 525 bis zum Stromkilometer 535 und hat 9 800 Einwohner.
Rüdesheim ist ein eher „alter“ Ort, denn von den Einwohnern sind nur 17 % jünger als 18 Jahre und fast 24 % 65 Jahre alt oder älter.
Aber auch die rund 2 350 Seniorinnen und Senioren ab 65 aus Rüdesheim nehmen gerne an den Weinfesten im Ort teil und sind dann sehr vergnügt.

Berechnung des Prozentwertes W

Aufgabe 3
→ *Seite 76*

Sind der Grundwert G und der Prozentsatz p % gegeben, kannst du den **Prozentwert W**
- mit dem **Dreisatz** oder
- durch eine Multiplikation mit einer Dezimalzahl (**Operatorverfahren**) berechnen.

Wie viel Euro sind 15 % von 800 €? Gegeben: G = 800 €, p % = 15 %; gesucht: W

Dreisatz

: 100	100 %	800 €	: 100
· 15	1 %	8 €	· 15
	15 %	**120 €**	

1 % von 800 € = 8 €

15 % = ■ = 0,15

Operatorverfahren

$800\,€ \xrightarrow{\cdot 0{,}15} ■\,€$

Rechnung: 800 · 0,15 = 120

15 % von 800 Euro sind 120 Euro.

1. Übertrage das Dreisatzschema ins Heft und berechne den Prozentwert.

a)

100 %	2 600 €
1 %	
7 %	

b)

100 %	850 kg
1 %	
32 %	

c)

100 %	50 ℓ
1 %	
48 %	

d)

100 %	600 m²
1 %	
23 %	

2. Berechne den Prozentwert mit dem Verfahren deiner Wahl. Verwende dazu den Taschenrechner.
a) 17 % von 400 km **b)** 8 % von 2 500 t **c)** 65 % von 34 000 €
d) 43 % von 90 min **e)** 68 % von 720 € **f)** 2,5 % von 840 m

3. Berechne mit einem Bruchteil im Kopf.
a) 25 % von 84 kg **b)** 30 % von 600 € **c)** 75 % von 200 Tagen **d)** 40 % von 15 m

4. Im Fahrradladen wird ein E-Bike für 2 400 € angeboten. Frau Frickel handelt einen Rabatt von 18 % heraus.
a) Wie viel Geld spart sie beim Kauf des E-Bikes durch den Rabatt?
b) Wie viel muss sie für das neue E-Bike bezahlen?

5. Mydia ist sehr beliebt bei ihren 28 Mitschülerinnen und Mitschülern. Bei der Wahl zur Klassensprecherin erhielt sie von 75 % der Jungen und Mädchen ihrer Klasse die Stimme. Wie viele haben sie gewählt?

6. In der Marie-Curie-Schule gibt es 840 Schülerinnen und Schüler, 95 Lehrkräfte einschließlich der Schulleitung sowie Frau Wagner im Sekretariat und Herrn Gommert als Hausmeister. Von den Schülerinnen und Schülern sind 55% weiblich, von den Lehrkräften sogar 80%. Wie viele weibliche Personen gibt es an der Marie-Curie-Schule?

Berechnung des Grundwertes G

Aufgabe 4
→ *Seite 76*

Sind der Prozentwert W und der Prozentsatz p % gegeben, kannst du den **Grundwert G**
- mit dem **Dreisatz** oder
- mit einer **Division** durch eine Dezimalzahl (**Operatorverfahren**) berechnen.

Von welchem Eurobetrag sind 7 % genau 56 €?
Gegeben: W = 56 €, p % = 7 %; gesucht: G

Dreisatz

	7 %	56 €	
: 7	1 %	8 €	: 7
· 100	100 %	**800 €**	· 100

Operatorverfahren

$\square \xrightarrow{\cdot 0{,}07} 56\text{ €}$, $\square \xleftarrow{:0{,}07} 56\text{ €}$

Rechnung: 56 : 0,07 = 5 600 : 7 = 800

Von 800 € sind 7 % genau 56 €.

1. Berechne G mit dem Verfahren deiner Wahl.
a) W = 4 200 €, p % = 60 %
b) p % = 15 %, W = 1 050 ℓ
c) 16 % von einer Strecke sind 400 m.
d) W = 22 kg, p % = 55 %

2. Berechne mit dem Verfahren deiner Wahl. Verwende dazu den Taschenrechner.
a) Von welchem Betrag sind 35 % 630 €?
b) 1 820 kg sind 25 % von welcher Masse?

Berechnung des Prozentsatzes p %

Aufgabe 5
→ *Seite 76*

Sind der Grundwert G und der Prozentwert W gegeben, kannst du den **Prozentsatz p %**
- mit dem **Dreisatz** oder
- mit einer **Division** von Prozentwert W durch Grundwert G (**Operatorverfahren**) berechnen.

Wie viel Prozent sind 36 kg von 400 kg? Gegeben: G = 400 kg, W = 36 kg; gesucht: p %

Dreisatz

	400 kg	100 %	
: 400	1 kg	$\frac{100}{400}$ %	: 400
· 36	36 kg	$\frac{100}{400}$ % · 36 = **9 %**	· 36

$\frac{\cancel{100}\cdot\cancel{36}}{\cancel{400}}$

Operatorverfahren

$400\text{ kg} \xrightarrow{\cdot\,\square} 36\text{ kg}$

Rechnung: $\mathbf{p\,\% = \frac{36}{400} = \frac{9}{100} = 0{,}09}$

$\mathbf{p\,\% = 9\,\%}$

36 kg von 400 kg sind 9 %.

3. Berechne mit dem Dreisatz oder mit dem Operatorverfahren. Wie viel Prozent sind
a) 170 € von 500 €?
b) 576 km von 7 200 km?
c) 99 g von 550 g?
d) 204 Tage von 240 Tagen?

4. Berechne im Kopf. Wie viel Prozent sind
a) 16 m von 32 m?
b) 8 kg von 80 kg?
c) 7 € von 28 €?
d) 57 min von 57 min?
e) 3 cm von 15 cm?
f) 29 € von 100 €?

Proportionale Zuordnungen erkennen

Aufgabe 1
→ *Seite 102*

Eine Zuordnung heißt **proportional**, wenn für sie gilt:
- Dem Doppelten (Dreifachen, ...) der ersten Größe entspricht das Doppelte (Dreifache, ...) der zweiten Größe.
- Die Hälfte (einem Drittel, ...) der ersten Größe entspricht die Hälfte (ein Drittel, ...) der zweiten Größe.

Die Wertepaare einer proportionalen Zuordnung liegen im Koordinatensystem auf einem **Strahl, der im Nullpunkt anfängt**.
Alle Wertepaare zusammen ergeben den Graphen der Zuordnung.

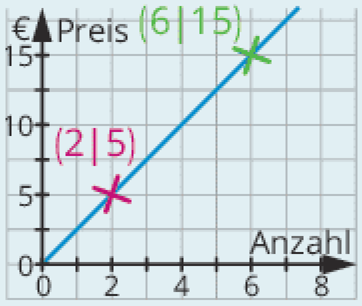
Wenn du bei einer **proportionalen Zuordnung** jeweils die zweite Größe durch die erste Größe teilst, so ist der Quotient immer gleich:
Die Wertepaare sind quotientengleich.
Dieser Quotient heißt **Proportionalitätsfaktor**.

Zuordnung: Anzahl → Preis (€)

·6 :2

Anzahl	2	12	6
Preis (€)	5	30	15

·6 :2



Proportionalitätsfaktor:
$\frac{5}{2} = \frac{30}{12} = \frac{15}{6} = 2{,}5$
Preis pro Stück: 2,50 €

1. Die Zuordnung ist proportional. Bestimme die fehlende Größe.

a)

Menge (kg)	Preis (€)
3	13,50
12	■

b)

Menge (kg)	Preis (€)
35	42
5	■

c)

Anzahl	Preis (€)
7	28
21	■

d)

Anzahl	Preis (€)
36	6
6	■

2. Berechne die fehlenden Größen der proportionalen Zuordnung.

a)

Anzahl	€
3	2,10
1	■
5	■
11	■
20	■

b)

kg	€
4	4,80
1	■
3	■
7	■
18	■

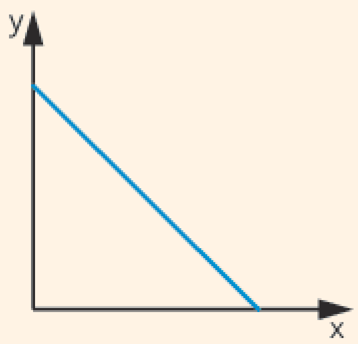
c)

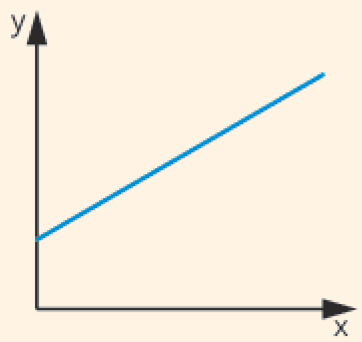
ℓ	kg
6	39
2	■
4	■
7	■
15	■

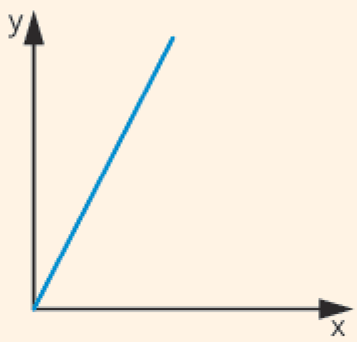
d)

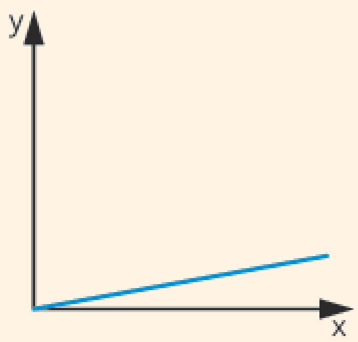
Personen	€
5	41,50
3	■
6	■
14	■
19	■

3. Entscheide und begründe, ob der Graph eine proportionale Zuordnung darstellt.

a)


b)


c)


d)


4. Prüfe und begründe, ob die Zuordnung proportional ist oder nicht.

a)

Arbeitslohn	
2 Stunden	46 €
6 Stunden	138 €

b)

Benzin tanken	
22 ℓ	29,04 €
55 ℓ	72,60 €

c)

Hotelübernachtung	
3 Sterne	80 €
4 Sterne	120 €

d)

Rundfahrt	
20 $\frac{km}{h}$	6 h
60 $\frac{km}{h}$	2 h

Wertetabellen erstellen und Graphen dazu zeichnen

Aufgabe 3
→ *Seite 102*

Du kannst **Zuordnungen** zwischen zwei Größen (erste Größe → zweite Größe) in einer **Wertetabelle** oder grafisch darstellen.

Beschreibung der Zuordnung:
Der Preis für 1 kg Kartoffeln beträgt 0,75 €.

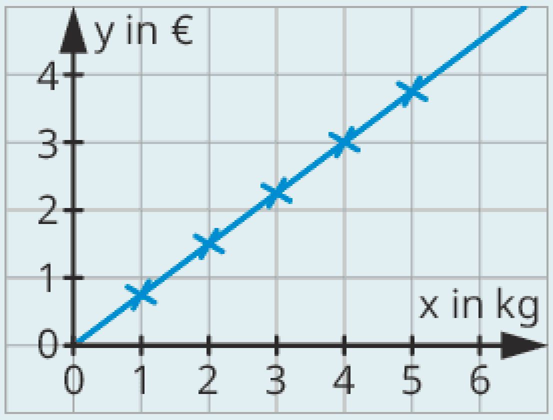
In der Wertetabelle steht die erste Größe in der ersten Zeile, die zweite Größe steht in der zweiten Zeile.

Wertetabelle:

x (kg)	1	2	3	4	5
y (€)	0,75	1,50	2,25	3,00	3,75

Alle Wertepaare (x|y) werden im **Koordinatensystem** als Punkte eingetragen. Sie ergeben zusammen den **Graphen** der Zuordnung.

Graph:



1. Übertrage die Wertepaare der Wertetabelle in ein Koordinatensystem und verbinde sie zu einem Graphen.

a)

x	0	1	2	3	4
y	0	0,5	1	1,5	2

b)

x	2	4	6	8	10
y	4	6	8	10	12

2. Henning fotografiert gerne. Für 24 nachbestellte Ausdrucke zahlt er 3,60 €. Erstelle eine Wertetabelle für 0, 10, 20, 30, 40 und 50 Ausdrucke und zeichne den Graphen der Zuordnung *Anzahl der Ausdrucke* → *Preis*. Wähle auf der x-Achse 1 cm für 5 Ausdrucke und auf der y-Achse 1 cm für 1 €.

3. Der Warenpreis pro Quadratmeter ist für die Teppichsorte in der untenstehenden Tabelle immer gleich. Berechne die fehlenden Größen und zeichne den Graphen der Zuordnung.

Ware (m^2)	1	5	10	15	20
Preis (€)	8				

Punkte auf einer Geraden im Koordinatensystem ablesen

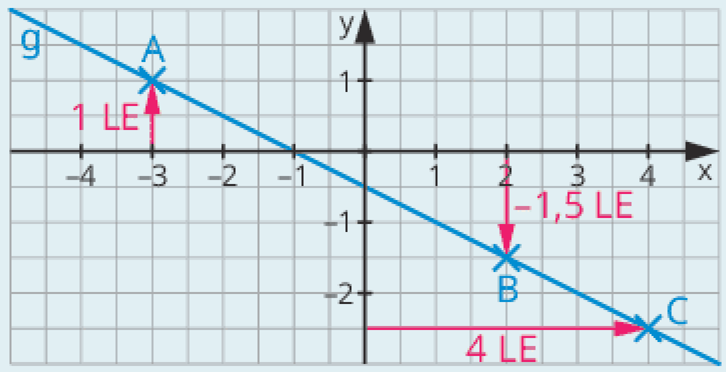
Aufgabe 4
→ *Seite 102*

So kannst du Punkte auf einer Geraden ablesen:

x-Koordinate vorgegeben:
① Suche die vorgegebene Stelle auf der x-Achse.
② Die y-Koordinate ist die Anzahl der Einheiten, die du von dort aus nach oben (positiv) bzw. unten (negativ) bis zur Geraden laufen musst.

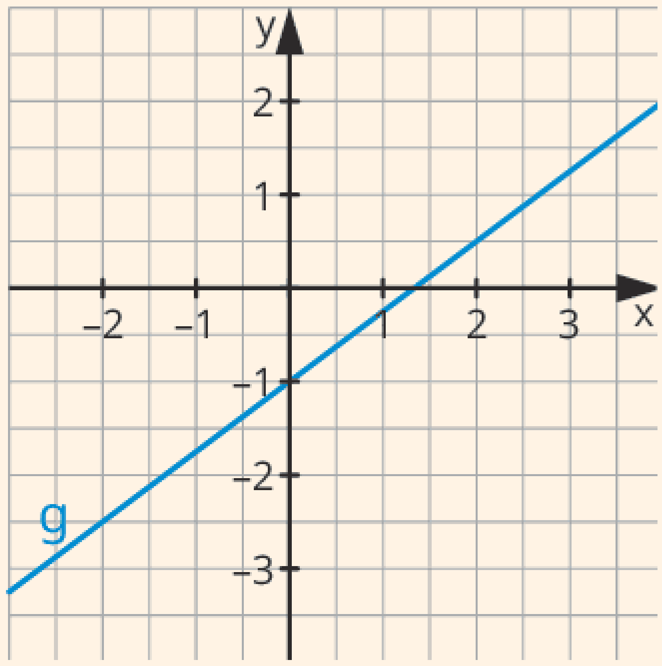
y-Koordinate vorgegeben:
① Suche die vorgegebene Stelle auf der y-Achse.
② Die x-Koordinate ist die Anzahl der Einheiten, die du von dort aus nach rechts (positiv) bzw. links (negativ) bis zur Geraden laufen musst.

Bestimme die fehlenden Koordinaten der Punkte A, B und C, die alle auf der Geraden g liegen.
A(–3|▒), B(2|▒), C(▒|–2,5)



Lösung: A(–3|1), B(2|–1,5), C(4|–2,5)

1. Bestimme die fehlenden Koordinaten der Punkte A bis C, die alle auf der rechts abgebildeten Gerade g liegen.
A(–2|▒), B(0|▒), C(▒|0,5)

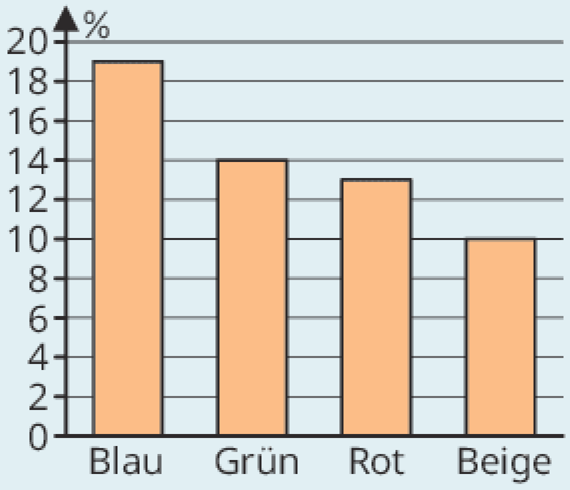


2. a) Zeichne ein Koordinatensystem mit der Geraden g durch die Punkte A(–2|–1,5) und B(6|2,5). Wähle 2 Kästchen als Einheit.
b) Ergänze die fehlenden Koordinaten der Punkte C, D und E, die alle auf der Geraden g liegen.
C(–3|▒), D(▒|–0,5), E(▒|1,5)

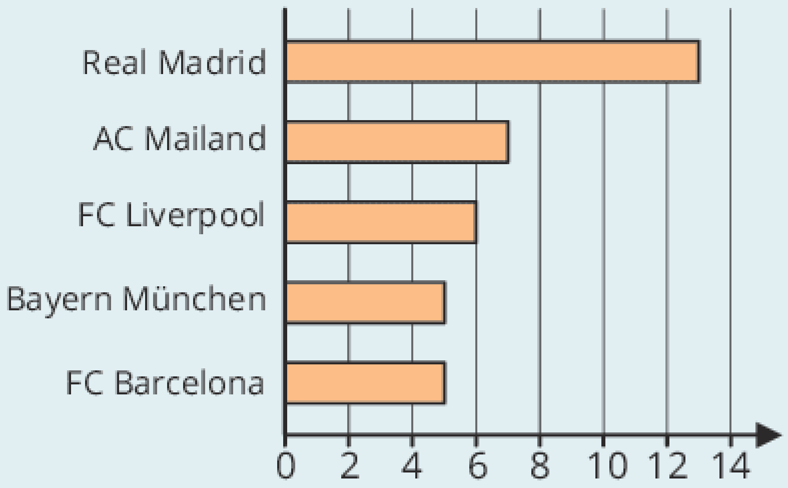
Informationen aus Diagrammen ablesen

Aufgabe 5
→ *Seite 102*
Aufgabe 5
→ *Seite 142*

Säulendiagramm
Die Lieblingsfarben der Deutschen



Balkendiagramm
Rekordsieger Champions League bis 2019



Im Balkendiagramm und im Säulendiagramm kannst du die Daten anhand der Länge der Balken bzw. der Höhe der Säulen schnell miteinander vergleichen. Beim Ablesen der genauen Werte ist es wichtig, die Einteilung der Achsen zu beachten.

1. **a)** Lies aus dem Säulendiagramm ab, wie viel Prozent der Deutschen Blau als Lieblingsfarbe haben und wie viel Prozent Beige.
b) Wie viel Prozent der Deutschen haben eine andere Farbe als Blau, Rot, Grün oder Beige als Lieblingsfarbe?

2. Übertrage die Häufigkeitstabelle in dein Heft. Vervollständige sie, indem du die benötigten Daten aus dem Balkendiagramm abliest.

Verein	R. Madrid	AC Mailand	FC Liverpool	B. München	FC Barcelona
Siege Champions League					

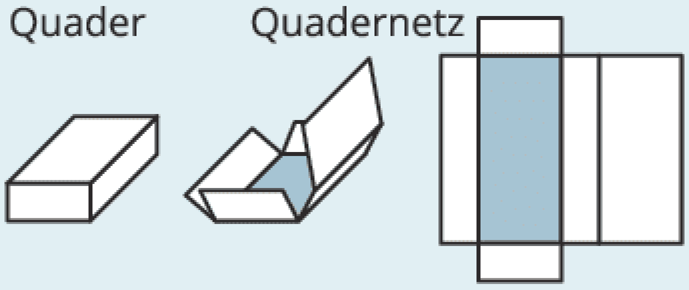
Netze von Quader und Würfel

Aufgabe 1
→ *Seite 124*

Das **Netz eines Körpers** erhältst du, wenn du den Körper an den Kanten so aufschneidest und auseinanderklappst, dass eine zusammenhängende Fläche entsteht.

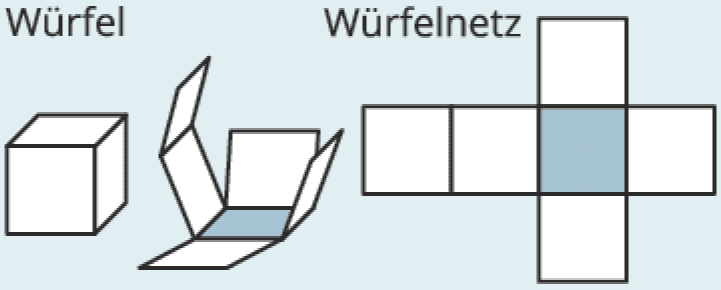
Quadernetze bestehen aus 6 Rechtecken, von denen jeweils 2 gleich groß sind.

Quader Quadernetz



Würfelnetze bestehen aus 6 Quadraten, die alle gleich groß sind.

Würfel Würfelnetz



1. Zeichne das obige Würfelnetz für 1,5 cm Kantenlänge. Gib der grauen Fläche die Augenzahl 1. Beschrifte dann die anderen Flächen so, dass gegenüberliegende Zahlen die Summe 7 ergeben.

2. Zeichne je zwei Rechtecke mit den Seitenlängen 2 cm x 4 cm, 2 cm x 7 cm und 4 cm x 7 cm. Schneide die Rechtecke aus und lege sie so aneinander, dass du sie, mit Klebeband verbunden, zu einem Quader falten kannst. Notiere seine Kantenlängen.

3. Zeichne ein Quadernetz mit den Kantenlängen a = 2,5 cm, b = 3,5 cm und c = 6 cm.

Schrägbilder von Würfel und Quader

Aufgabe 2
→ *Seite 124*

Schrägbilder zeichnen

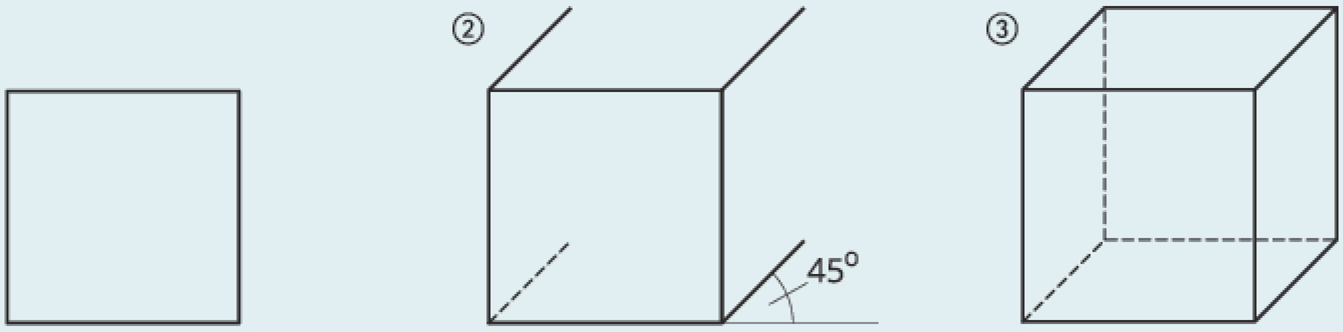
① Zeichne die Vorderfläche in Originalgröße.

② Zeichne nach hinten verlaufende Kanten im Winkel von 45° mit halber Länge.

③ Zeichne die fehlenden Kanten, strichle die verdeckten Kanten.

Zeichnung für einen Würfel mit 2 cm Kantenlänge:

① ② ③

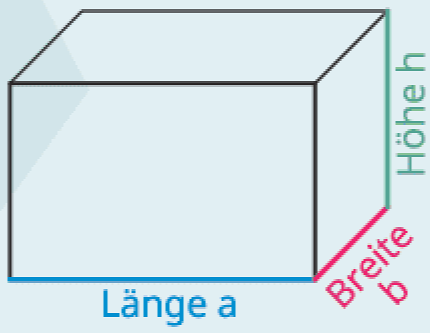


4. Zeichne das Schrägbild eines Würfels mit 4 cm Kantenlänge.

5. Zeichne das Schrägbild eines 7 cm hohen Quaders, der auf seiner quadratischen Grundfläche mit 4 cm Seitenlänge steht.

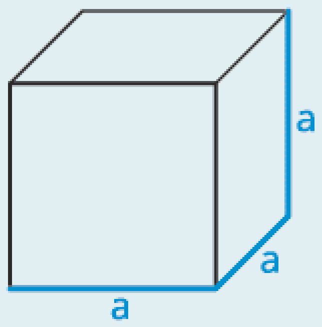
Volumen und Oberfläche von Quader und Würfel

Aufgabe 3
→ *Seite 124*



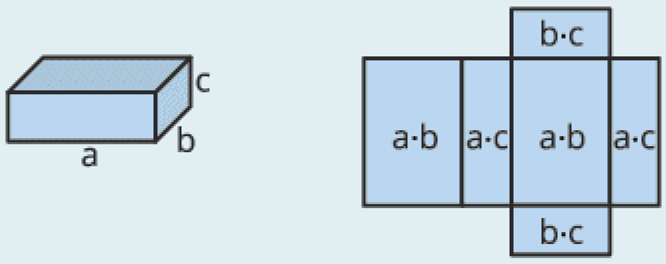
Volumen Quader

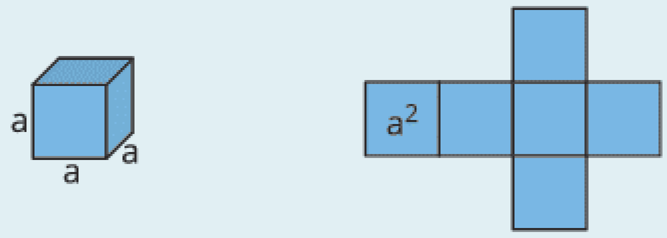
V = Länge · Breite · Höhe
$V = a \cdot b \cdot c$



Volumen Würfel

$V = a \cdot a \cdot a$
$V = a^3$





Oberfläche Quader:
$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$

Oberfläche Würfel:
$O = 6 \cdot a^2$

1. Berechne für einen Würfel mit 12 cm Kantenlänge **a)** die Oberfläche, **b)** das Volumen.

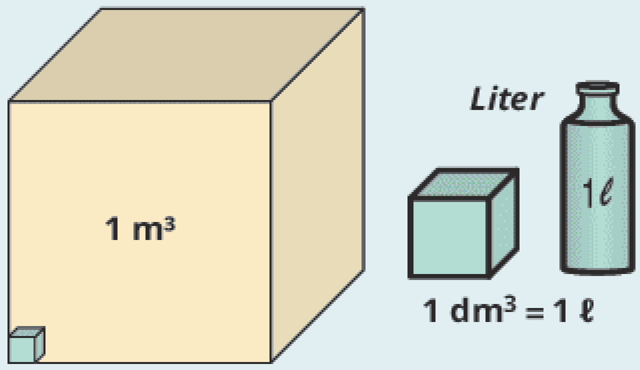
2. Berechne für einen Quader mit a = 23 cm, b = 17 cm, c = 40 cm
a) die Oberfläche, **b)** das Volumen.

3. Ein quaderförmiger und 350 cm langer Holzbalken mit 81 cm² Grundfläche soll mit Holzschutzmittel gestrichen werden. Wie groß ist die zu streichende Fläche?

Volumenmaße umrechnen

Aufgabe 5
→ *Seite 124*
Aufgabe 3
→ *Seite 176*

Ein Würfel mit 1 m Kantenlänge hat das Volumen von einem **Kubikmeter** (1 m³).
Er besteht aus
10 dm · 10 dm · 10 dm = 1 000 Kubikdezimetern:
1 m³ = 1 000 dm³



Weitere Volumenmaße:
1 dm³ = 1 000 cm³ 1 cm³ = 1 000 mm³

Umrechnen benachbarter Einheiten:

$7\,500\ \text{mm}^3 \xrightarrow[:\,1\,000]{\text{in die nächstgrößere}} 7{,}5\ \text{cm}^3$ $7\,500\ \text{mm}^3 \xleftarrow[\cdot\,1\,000]{\text{in die nächstkleinere}} 7{,}5\ \text{cm}^3$

4. Rechne in die angegebene Volumeneinheit um.
a) 2 645 mm³ = ▢ cm³ **b)** 852,7 cm³ = ▢ mm³ **c)** 45 000 dm³ = ▢ m³
d) 0,2 m³ = ▢ dm³ **e)** 3 000 cm³ = ▢ dm³ **f)** 25 000 dm³ = ▢ m³

5. Rechne in die angegebene Volumeneinheit um.
a) 1 500 cm³ = ▢ ℓ **b)** 15,8 m³ = ▢ ℓ **c)** 100 000 ℓ = ▢ m³ **d)** 1 ℓ = ▢ mm³
e) 467 dm³ = ▢ ℓ **f)** 0,055 ℓ = ▢ cm³ **g)** 250 cm³ = ▢ ℓ **h)** 1 ℓ = ▢ mℓ

Spannweite einer Datenreihe bestimmen

Aufgabe 1
→ Seite 142

Die **Spannweite** berechnest du so:
① Suche den größten Wert (Maximum) und den kleinsten Wert (Minimum) der Urliste.
② Berechne die Differenz von Maximum und Minimum
Urliste: 23, 30, 27, 19, 21 Spannweite = Maximum – Minimum = 30 – 19 = 11

1. In der Tabelle siehst du die monatlichen Durchschnittstemperaturen für Athen und Nikosia (Angaben in °C). Bestimme für beide Orte die Temperaturspannweite und beurteile, wo die Temperaturschwankungen größer sind.

Monat	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
Athen	10	10	10	12	20	25	28	28	24	20	15	11
Nikosia	12	12	12	14	21	25	27	27	25	22	18	14

Mittelwert einer Datenreihe bestimmen

Aufgabe 2
→ Seite 142

Den **Mittelwert (Durchschnitt)** berechnest du so:
① Addiere alle Werte der Urliste.
② Dividiere die Summe durch die Anzahl der Werte.
Urliste: 24, 32, 15, 25 Mittelwert: $(24 + 32 + 15 + 25) : 4 = 24$

2. Bestimme den Mittelwert der Datenreihe.
a) 17; 18; 22; 11; 13; 15 **b)** 3; 12; 2; 4; 4 **c)** 9,3; 6,7; 3,8; 6,5; 8,2

3. Bestimme mit Hilfe der Angaben aus Aufgabe 1 die durchschnittliche Temperatur für Athen und Nikosia.

Median einer Datenreihe bestimmen

Aufgabe 3
→ Seite 142

Den **Median (Zentralwert)** berechnest du so:
① Erstelle eine **Rangliste**. Dazu musst du alle Werte der Urliste der Größe nach ordnen.
② Bestimme die Anzahl der Werte in der Rangliste.
③ → Bei einer **ungeraden** Anzahl ist der **Median** der Wert in der Mitte der Rangliste.
Urliste: 4, 7, 2, 5, 4 Rangliste: 2, 4, 4, 5, 7 Median: 4
→ Bei einer **geraden** Anzahl an Werten nimmst du die beiden mittleren Werte in der Rangliste. Der Mittelwert dieser Werte ist der **Median**.
Urliste: 2, 7, 2, 5, 14, 6 Rangliste: 2, 2, 5, 6, 7, 14 Median: $(5 + 6) : 2 = 5{,}5$

4. Erstelle eine Rangliste und bestimme den Median der Datenreihe.
a) 5; 6; 4; 7; 3 **b)** 12; 17; 13; 15; 28; 15 **c)** 8; 14; 17; 10; 14; 12

5. Bestimme mit Hilfe der Angaben aus Aufgabe 1 den Median der Temparaturen für Athen und Nikosia.

Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses bei Laplace-Experimenten bestimmen

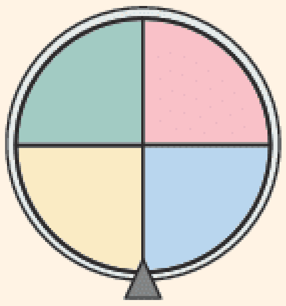
Aufgabe 4
→ *Seite 142*

Bei einigen Zufallsexperimenten kann man annehmen, dass jedes einzelne Ergebnis mit der **gleichen Wahrscheinlichkeit** eintritt.
Diese Zufallsexperimente heißen **Laplace-Experimente**.
Bei Laplace-Experimenten berechnest du die **Wahrscheinlichkeit P für jedes Ergebnis** so: $\mathbf{P(Ergebnis)} = \frac{1}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$.

Würfeln mit einem fairen Würfel:
Sechs mögliche Ergebnisse: 1; 2; 3; 4; 5; 6

Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis „Eins“:
$\mathbf{P(Eins)} = \frac{1}{6} \approx 0{,}17 = 17\,\%$

1. **a)** Begründe, warum es sich beim Drehen des abgebildeten Glücksrads um ein Laplace-Experiment handelt.
b) Benenne alle möglichen Ergebnisse.
c) Gib für jedes Ergebnis die zugehörige Wahrscheinlichkeit an.



Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses bei Laplace-Experimenten bestimmen

Aufgabe 4
→ *Seite 142*

Ein **Ereignis** ist eine Zusammenfassung von einem oder mehreren Ergebnissen eines Zufallsexperimentes. Diese Ergebnisse werden als **günstige Ergebnisse** bezeichnet.
Bei **Laplace-Experimenten** berechnest du die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses so:

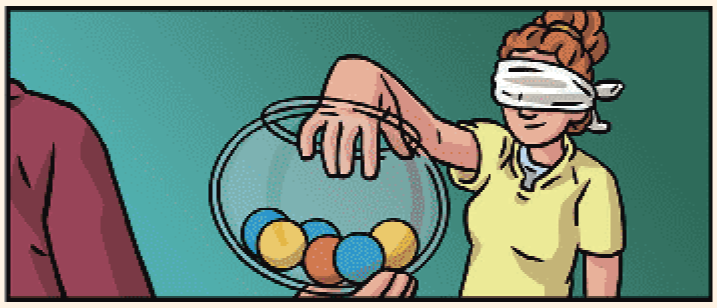
$$\mathbf{P(Ereignis)} = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

Würfeln mit einem fairen Würfel:
6 mögliche Ergebnisse: 1; 2; 3; 4; 5; 6
3 Ergebnisse davon sind günstig: 2; 4; 6

Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „gerade Zahl“:
$\mathbf{P(gerade\ Zahl)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\,\%$

2. Ein fairer Würfel wird geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis
a) ungerade Zahl, **b)** mindestens 2, **c)** weniger als 2,
d) 3 oder 5, **e)** mehr als 6, **f)** höchstens 4?

3. Aus der abgebildeten Urne wird eine Kugel gezogen.
a) Bestimme die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse „Blau“, „Gelb“ und „Rot“.
b) Wie viele gelbe Kugeln müsste man hinzufügen, damit sich die Wahrscheinlichkeit für „Gelb“ auf 50 % erhöht?



4. Bei einer Tombola gibt es Gewinne und Nieten. Berechne die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn.
a) Von 600 Losen sind 250 Lose Gewinne.
b) In der Lostrommel befinden sich 180 Gewinnlose und 540 Nieten.

Informationen aus Kreis- und Streifendiagrammen ablesen

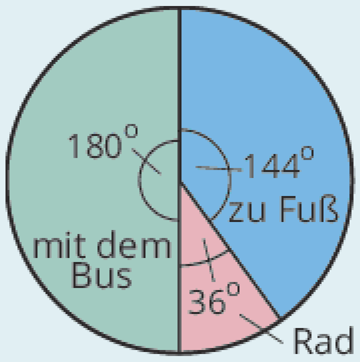
Aufgabe 5
→ *Seite 142*

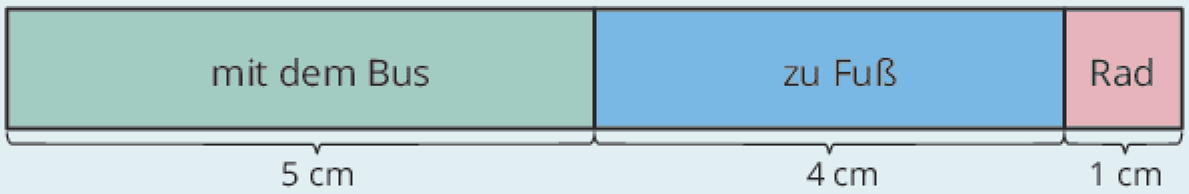
Ein Anteil von 1 % nimmt im **Kreisdiagramm** $\frac{1}{100}$ der Kreisfläche ein. Der Winkel des Teilstücks beträgt $\frac{1}{100}$ vom Vollwinkel 360°, also 3,6°.

So bestimmst du Anteile im **Kreisdiagramm**:
① Miss den Winkel eines Teilstücks.
② Dividiere den Winkel durch 3,6°.

Ein Anteil von 1 % nimmt im **Streifendiagramm** $\frac{1}{100}$ der Streifenlänge ein. Wenn der Streifen 10 cm lang ist, dann hat 1 % eine Länge von 1 mm.

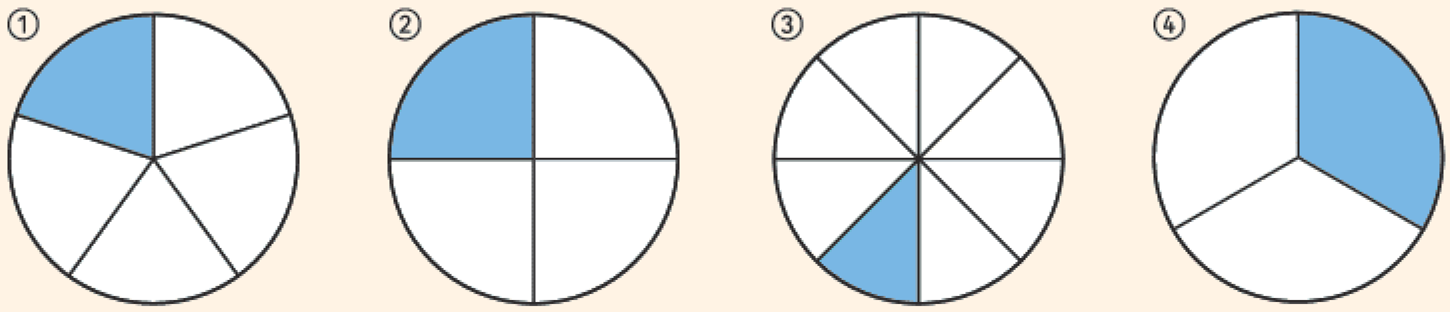
So bestimmst du Anteile im **Streifendiagramm** mit einer Streifenlänge von 10 cm:
① Miss die Länge eines Teilstücks in mm.





	Kreisdiagramm	Streifendiagramm	Anteil
mit dem Bus	180° : 3,6° = 50	5 cm = 50 mm	50 %
zu Fuß	144° : 3,6° = 40	4 cm = 40 mm	40 %
mit dem Rad	36° : 3,6° = 10	1 cm = 10 mm	10 %

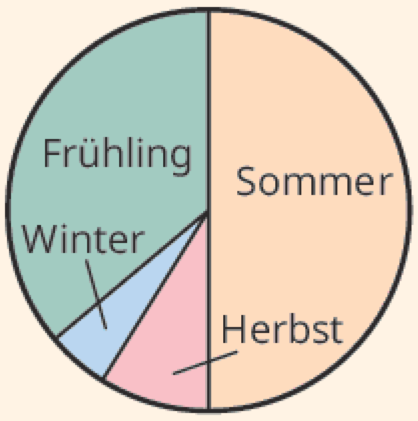
1. Ordne jedem Kreisdiagramm den Wert des dargestellten Anteils und die zugehörige Winkelgröße zu. Notiere so in deinem Heft:
Kreisdiagramm ① : ▒°, ▒ %.



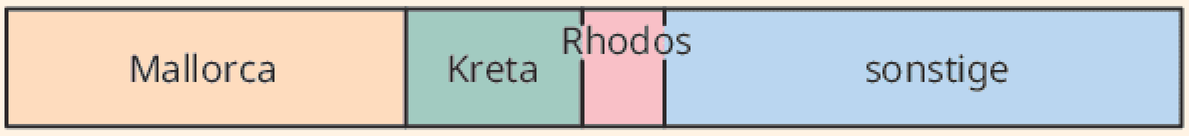
120° 25 % 30° 50 % 90° 33,3 % 45° 15 % 72° 12,5 % 60° 20 %

2. Im Kreisdiagramm sind die Lieblingsjahreszeiten der Deutschen abgebildet. Übertrage die Tabelle in dein Heft und ergänze die Angaben.

Jahreszeit	*Winkel*	*Anteil in Prozent*
Frühling		
Sommer		
Herbst		
Winter		



3. Im Streifendiagramm sind die beliebtesten Urlaubsinseln der Deutschen dargestellt. Bestimme für jede Insel die zugehörigen Anteile in Prozent.



Summenterme addieren und subtrahieren

Aufgabe 1
→ *Seite 160*

Eine Summe, die in Klammern steht, addierst (substrahierst) du, indem du die Summanden einzeln addierst (substrahierst).

- $20 + (-6 - 4x)$
  $= 20 + (-6) + (-4x)$
  $= 20 - 6 - 4x$
  $= 14 - 4x$
- $4x - (2x + 3)$
  $= 4x - 2x - (+3)$
  $= 4x - 2x - 3$
  $= 2x - 3$
- $8 - (5x - 3)$
  $= 8 - 5x - (-3)$
  $= 8 - 5x + 3$
  $= 11 - 5x$

1. Finde die Fehler und korrigiere sie im Heft.

a)	b)	c)
$10x - (9 + 3x)$	$-(-15x + 2) + 4$	$-4x - (2x - 6)$
$= 10x - 9 + 3x$	$= -15x + 2 + 4$	$= -4x - 2x - 6$
$= 13x - 9$ f	$= -15x + 6$ f	$= -6x - 6$ f

2. Löse die Klammer auf und vereinfache den Term so weit wie möglich.

a) $4x + (6 - 3x)$ **b)** $11 + (8a - 9)$ **c)** $10x - (6x - 4)$
d) $7b - (8 + 2b)$ **e)** $12 - (6 - 8z)$ **f)** $x - (9 - 4x)$
g) $-4a + (-1 - 4a)$ **h)** $-5y + (-1 - 3y)$ **i)** $-(-12z + 3) + 21$

Summenterme mit einer Zahl oder Variablen multiplizieren

Aufgabe 2
→ *Seite 160*

Einen Summenterm **multiplizierst** du mit einer Zahl oder einer Variablen, indem du den Faktor vor oder hinter der Klammer mit allen Summanden in der Klammer **multiplizierst**.

- $2 \cdot (x + 5)$
  $= 2 \cdot x + 2 \cdot 5$
  $= 2x + 10$
- $(3 - y) \cdot x$
  $= 3 \cdot x - y \cdot x$
  $= 3x - xy$
- $-4 \cdot (x + 3)$
  $= -4 \cdot x + (-4) \cdot 3$
  $= -4x - 12$
- $-x \cdot (7 - x)$
  $= -x \cdot 7 - (-x) \cdot x$
  $= -7x + x^2$

3. Finde die Fehler und korrigiere sie im Heft.

a)	b)	c)
$3 \cdot (8x - 4)$	$-2(6x - 5)$	$3x(4y - 2x)$
$= 24x - 4$ f	$= -12x - 10$ f	$= 12xy - 6x$ f

4. Löse die Klammern durch Ausmultiplizieren auf.

a) $3(a + 4)$ **b)** $(z + 8)\,2$ **c)** $-p(q + 5)$
d) $y(y - 3)$ **e)** $3\,(-a - b)$ **f)** $m(n - p)$
g) $-2(x + y)$ **h)** $-4(2p + 2r)$ **i)** $(-3 - 2a) \cdot (-b)$

5. Vervollständige im Heft die fehlenden Terme.

a) $3(\square + \square) = 6x + 3$ **b)** $8y + 4 = 2\,(\square + \square)$ **c)** $5(\square - \square) = 15 - 10a$
d) $5ab + 10b^2 = 5b\,(\square + \square)$ **e)** $9x^2 - 27xy = \square\,(x - 3y)$ **f)** $3p(\square + \square) = 6p^2 + 12pq$

Summenterme durch Ausklammern in Produktterme umwandeln

Aufgabe 3
→ *Seite 160*

Durch **Ausklammern** kannst du **Produktterme in Summenterme** umwandeln:
① Suche jeden **Faktor**, den alle Summanden in der Klammer **gemeinsam** haben.
② **Zerlege die Summanden** in die gefundenen Faktoren.
③ Schreibe die **gemeinsamen Faktoren vor die Klammer**.

- $5a + 15b$
  $= 5 \cdot a + 5 \cdot 3 \cdot b$
  $= 5(a + 3b)$
- $8a - 12ab$
  $= 4 \cdot a \cdot 2 - 4 \cdot a \cdot 3 \cdot b$
  $= 4a(2 - 3b)$
- $12x^2 - 3xy$
  $= 3 \cdot x \cdot 4 \cdot x - 3 \cdot x \cdot y$
  $= 3x(4x - 3y)$

1. Klammere den angegebenen Faktor aus.
a) $3b + 9$, Faktor: 3 **b)** $12 - 4x$, Faktor: 4 **c)** $16a - 56$, Faktor: 8
d) $4ab - 17a$, Faktor: a **e)** $12y + y^2$, Faktor: y **f)** $36x^2 - 12x$, Faktor: 6x
g) $35xy + 5y$, Faktor: 5y **h)** $24a^2 - 6ab$, Faktor: 6a **i)** $45y^2 - 9y$, Faktor: 9y

2. Klammere möglichst umfangreich aus.
a) $14a + 7$ **b)** $64 - 8x$ **c)** $32b - 4$
d) $2xy + 4y$ **e)** $36a + 6ab$ **f)** $4x^2 - 12x$
g) $3ab - 6b$ **h)** $14a^2 - 21ab$ **i)** $42y^2 - 7y$

Gleichungen mit Klammern lösen

Aufgabe 4
→ *Seite 160*

Klammern mit Gleichungen löst du so:
① zuerst **die Klammern auflösen**,
② **gleichartige Terme** zusammenfassen,
③ **auf beiden Seiten** dasselbe addieren oder subtrahieren,
④ **beide Seiten** mit derselben Zahl außer Null multiplizieren oder durch sie dividieren.

$$\begin{aligned} 8 - (2x - 2) &= 12 \\ 8 - 2x + 2 &= 12 \\ 10 - 2x &= 12 \quad \mid -10 \\ -2x &= 2 \quad \mid :(-2) \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Probe: $8 - (2 \cdot (-1) - 2) = 12$
$8 + 2 + 2 = 12$ (w)

$$\begin{aligned} 12(2x + 5) &= 6(3x - 1) \\ 24x + 60 &= 18x - 6 \quad \mid -60 \\ 24x &= 18x - 66 \quad \mid -18x \\ 6x &= -66 \quad \mid :6 \\ x &= -11 \end{aligned}$$

Probe: $12(-22 + 5) = 6(-33 - 1)$
$-204 = -204$ (w)

3. Löse die Gleichung. Beginne mit dem Auflösen der Klammer.
a) $2(x + 14) = 30$ **b)** $3(a + 4) = 24$ **c)** $-4(y + 7) = 40$
d) $(5y - 30) = 15$ **e)** $-(7b - 20) = 36 - 3b$ **f)** $3x - (12 - 3x) = 12$
g) $3a + (4 - 8a) = -6$ **h)** $x(5 + 8) = 7x + 6$ **i)** $2(15 - 2b) = -2(b - 1)$

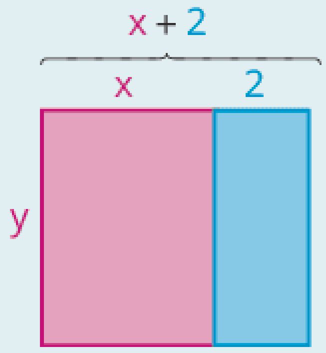
4. Löse die Gleichung. Mache zur Kontrolle die Probe.
a) $z - (3z + 5) = z + 4$ **b)** $8y - (5 - y) = y - 5$ **c)** $3(a - 4) = 9(a + 12)$
d) $4(2x + 1) = 2(3x + 12)$ **e)** $3(7 - b) = 6b + 12$ **f)** $2(-10 + 3y) = 14(2 - 3y)$

Flächeninhalt eines Rechtecks als Produkt- und als Summenterm angeben

Aufgabe 5
→ *Seite 160*

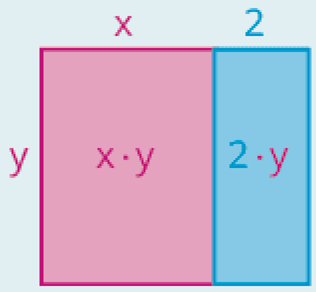
Der **Flächeninhalt A** von Rechtecken ist das Produkt „Länge mal Breite“.
Bei Rechtecken, die in Teilrechtecke zerlegt sind, kannst du den Flächeninhalt auf zwei Weisen berechnen:

- als **Produkt** aus „Länge mal Breite“ des gesamten Rechtecks



$A = y(x + 2)$

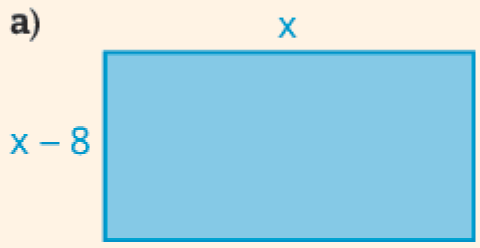
- als **Summe** aus „Länge mal Breite“ der Teilrechtecke



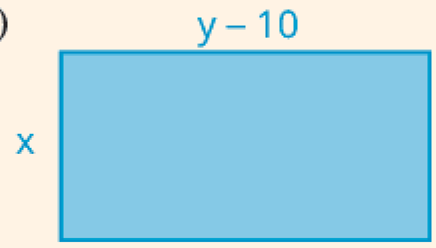
$A = xy + 2y$

1. Gib einen Term für den Flächeninhalt des Rechtecks an.

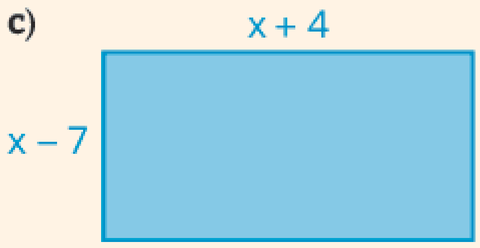
a)



b)

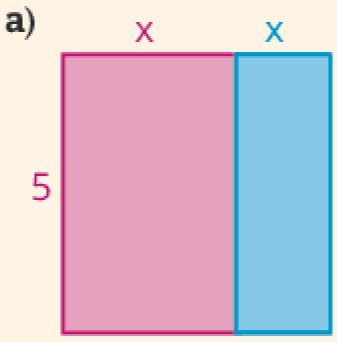


c)

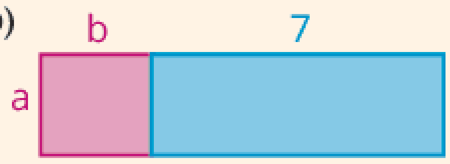


2. Gib je einen Produktterm und einen Summenterm für den Flächeninhalt des Rechtecks an.

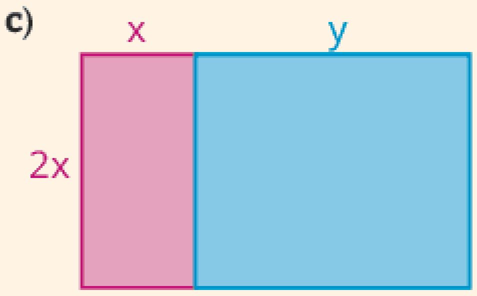
a)



b)



c)



Überschlagsrechnen

Aufgabe 1
→ Seite 176

Für eine **Überschlagsrechnung** rundest du die Zahlen und rechnest mit diesen gerundeten Zahlen. Wenn du jeweils auf nur eine oder zwei Ziffern ≠ 0 rundest, kannst du den Überschlag im Kopf rechnen. Du erhältst eine **ungefähre Schätzung** für das genaue Rechenergebnis.

452,3 · 84,8 *gerundet:* 500 · 80 = 40 000 *Schätzwert für das genaue Ergebnis*

1. Familie Berg plant die Anschaffung einer Waschmaschine zum Preis von 787,50 € und einer Spülmaschine zum Preis von 568,30 €. Wie hoch sind die Gesamtkosten ungefähr?

2. Ein Hochhaus hat ein Erdgeschoss von 7,85 m Höhe und darüber 17 Stockwerke mit je 4,20 m Höhe. Schätze seine Gesamthöhe mit einer Überschlagsrechnung im Kopf.

3. Eine Wandergruppe plant, den 643 km langen norwegischen Olavsweg von Oslo nach Trondheim zu wandern. Vier Wochen haben sie Zeit zu wandern, wie lang etwa ist dann eine Tagesetappe?

4. Frau Rusch hat 628,12 € auf ihrem Konto, der neue Computer kostet 2 306,55 €. Wie viel Euro ungefähr braucht sie zusätzlich, um den Computer bezahlen zu können?

5. Jan hat einige Freundinnen und Freunde zum Essen in einer Pizzeria eingeladen. Nachdem alle bestellt haben, schätzt Jan die Höhe der Rechnung im Kopf. Bestimme sein Ergebnis.

Pia	*Pit*	*Ron*	*Anna*	*Jan*
Lasagne 7,85 €	Pizza C. 6,55 €	Pizza Q. 6,85 €	Ravioli 7,50 €	Pizza R. 8,75 €
Cola 2,40 €	Saft 3,20 €	Wasser 2,60 €	Schorle 4,10 €	Wasser 1,75 €

Flächen- und Volumenmaße auf vorgegebene Stellen runden

Aufgabe 4
→ Seite 176

Ganzzahlig Runden bedeutet Runden auf die Stelle direkt vor dem Komma.

Flächenmaße
- $37{,}54321\ m^2 \approx 38\ m^2$

Auf Hundertstel Runden bedeutet Runden auf die zweite Nachkommastelle, gleichbedeutend mit Runden auf die **nächstkleinere** Flächeneinheit.

$24{,}36542\ m^2 \approx 24{,}37\ m^2$ *gerundet auf dm²*

Volumenmaße
- $37{,}45678\ m^3 \approx 37\ m^3$

Auf Tausendstel Runden bedeutet Runden auf die dritte Nachkommastelle, gleichbedeutend mit Runden auf die **nächstkleinere** Volumeneinheit.

$32{,}125488\ m^3 \approx 32{,}125\ m^3$ *gerundet auf dm³*

1. Runde das Flächen- oder Volumenmaß ganzzahlig.
a) $254{,}672\ m^2$ **b)** $28{,}285\ cm^3$ **c)** 3652,088 ha **d)** 21,70345 ℓ **e)** $84{,}389\ dm^3$

2. Runde das Flächenmaß auf Hundertstel.
a) $14{,}7653\ m^2$ **b)** 5,30333 ha **c)** $4{,}83723\ cm^2$ **d)** 12,85472 a **e)** $0{,}64788\ m^2$

3. Runde das Volumenmaß auf Tausendstel.
a) $38{,}58832\ cm^3$ **b)** $0{,}546322\ m^3$ **c)** $2{,}500231\ dm^3$ **d)** $1{,}340532\ cm^3$ **e)** 0,37238 ℓ

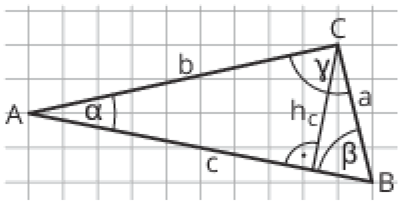
4. Runde auf die nächstkleinere Einheit.
a) $7{,}54822\ m^2$ **b)** $1{,}463244\ m^3$ **c)** 10,2476 a **d)** $3{,}48367\ cm^3$ **e)** 1,64532 ℓ

5. Eine Fläche von 125,80 a wird in 6 gleich große Grundstücke für Schrebergärten aufgeteilt. Wie groß wird jedes Grundstück? Runde auf m^2.

Lösungen zu Kapitel 1

Startklar?
→ *Seite 8*

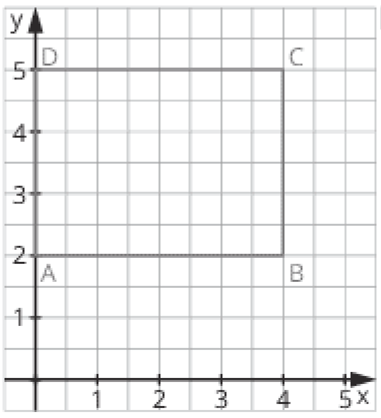
1. a), b)



2. a) $\alpha = 70°$; $\beta = 110°$; $\gamma = 70°$; $\delta = 110°$
b) β und δ: Scheitelwinkel
γ und δ: Nebenwinkel
$70°$ und α: Stufenwinkel

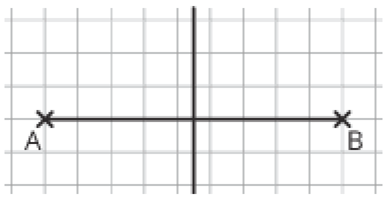
3. a) $\gamma = 50°$ **b)** $\alpha = 37°$ **c)** $\beta = 55°$ **d)** $\alpha = 45°$; $\gamma = 90°$

4.

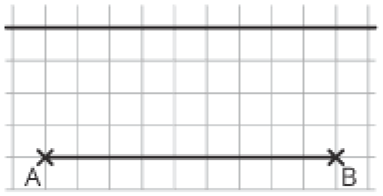


Koordinaten: D(0|5)

5. a) z. B.:



b) z. B.:



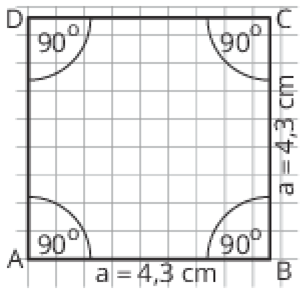
Auf einen Blick!
→ *Seite 29*

1. a) $\delta = 105°$ **b)** $\beta = 78°$; $\gamma = 102°$; $\delta = 102°$ **c)** $\gamma = 35°$; $\beta = 145°$; $\delta = 145°$
d) $\beta = \delta = 87°$ **e)** $\alpha = \gamma = \beta = \delta = 90°$

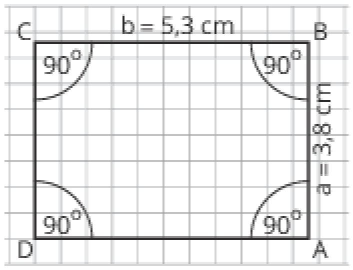
2. a) Quadrat und Raute
b) Rechteck und Quadrat
c) Quadrat, Rechteck, Drachen, Raute, gleichschenkliges Trapez
d) Quadrat, Raute, Parallelogramm, Rechteck
e) Quadrat, Raute, Drachen
f) Quadrat, Rechteck, Raute, Parallelogramm, Trapez, gleichschenkliges Trapez

3. a) Falsch **b)** Wahr **c)** Falsch **d)** Wahr **e)** Wahr

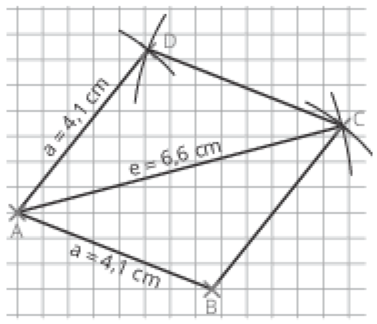
4. a)



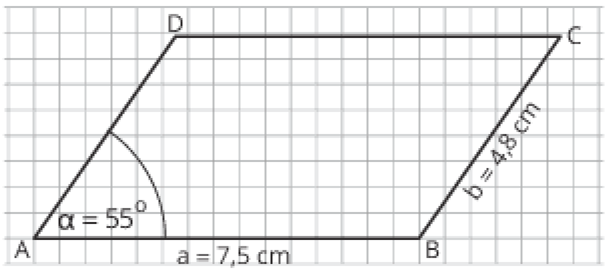
b)



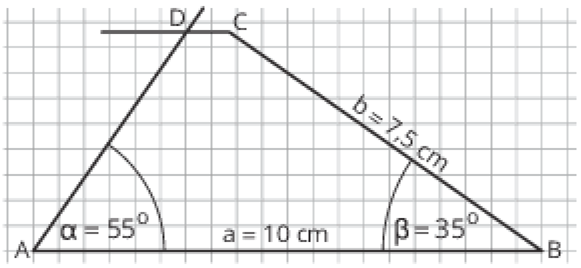
c)



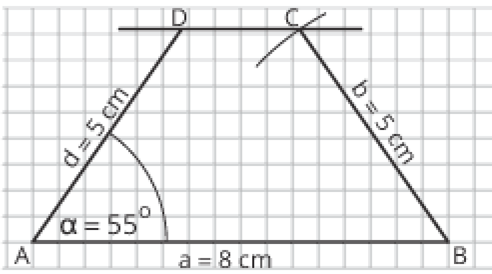
d)



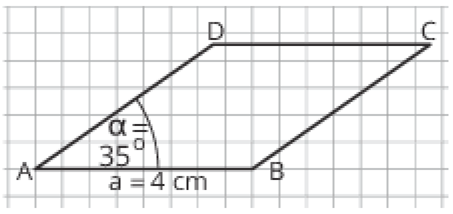
e)



f)



g)

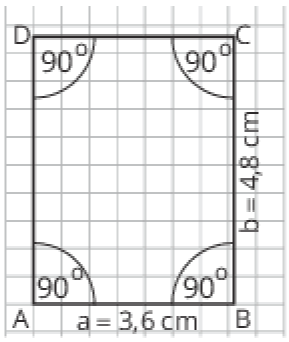


5. $\alpha = 120°$; $\beta = 30°$; $\gamma = 30°$; $\delta = 60°$

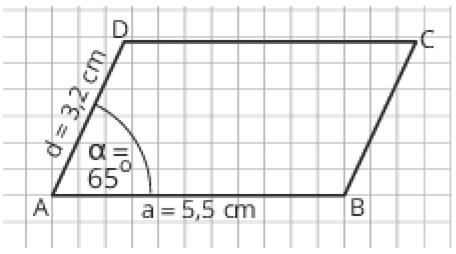
Alles klar?
→ *Seite 30*

1. **a)** $\gamma = 73°$ **b)** $\gamma = 110°$

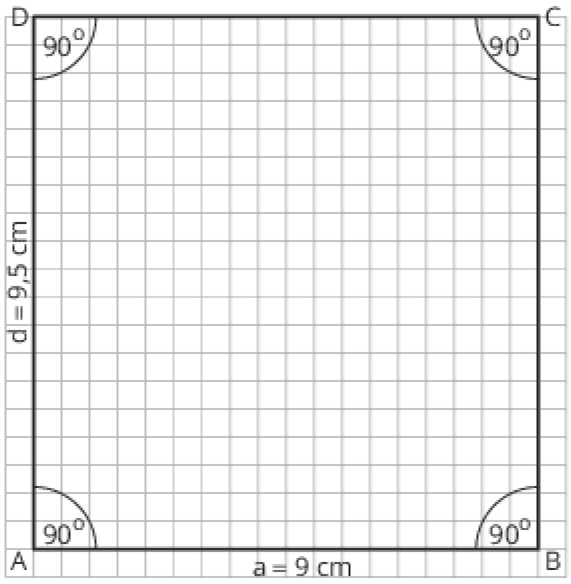
2. **a)**



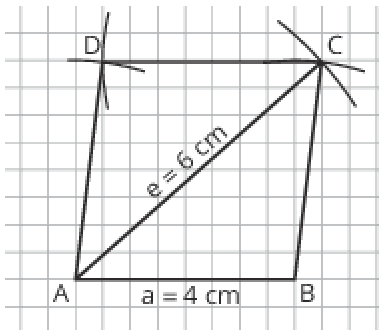
b)



c)



d)

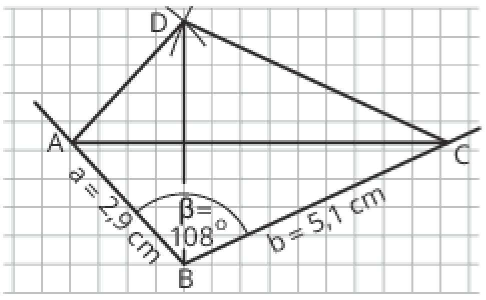


3. **a)** Quadrat, Rechteck, gleichschenkliges Trapez
b) Quadrat, Rechteck, Raute, Parallelogramm
c) Rechteck, Raute
d) Quadrat, Rechteck, Raute, Parallelogramm, Drachen

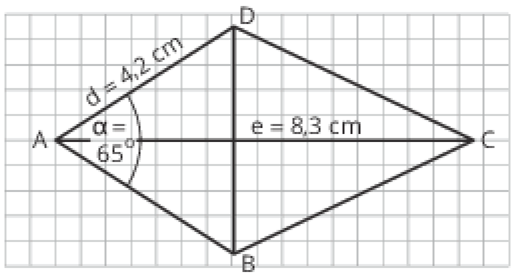
4. **a)** Quadrat **b)** Raute, Quadrat

5. Gegenüberliegende Seiten sind gleichlang. Nebeneinanderliegende Winkel ergänzen sich zu 180°. Gegenüberliegende Winkel sind gleichgroß. Gegenüberliegende Seiten sind parallel.

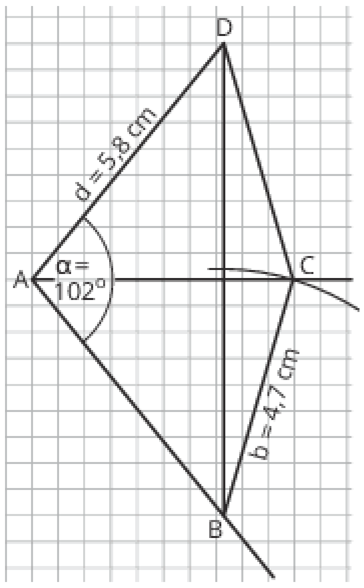
6. **a)**



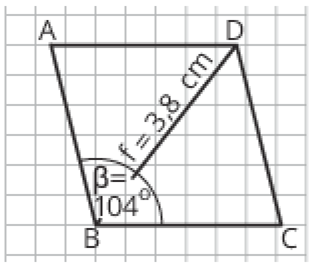
b)



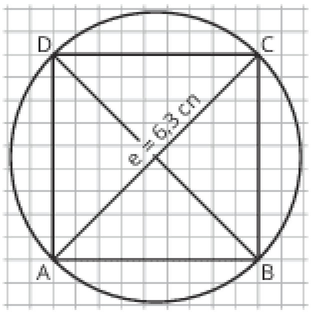
c)



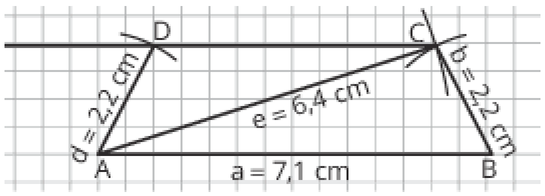
7. **a)**



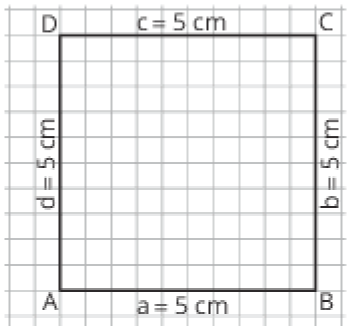
b)



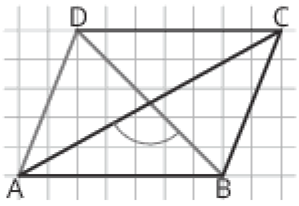
c)



d)

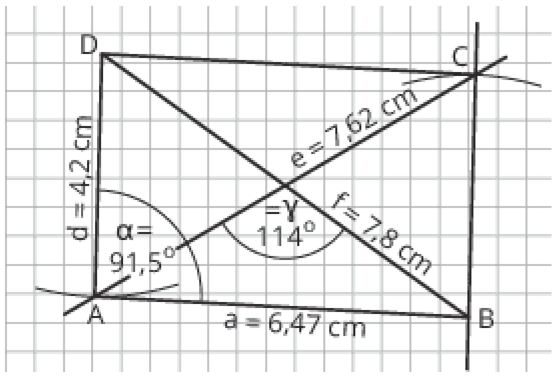


8. Planfigur:

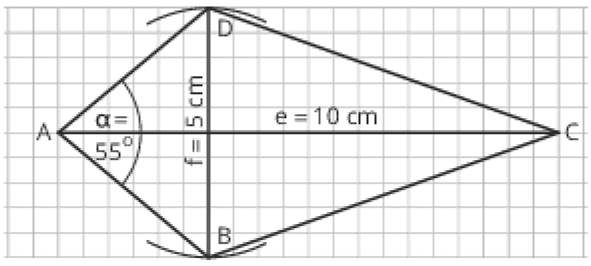


$\alpha = 91{,}5°$; $a = 6{,}47$ cm; $e = 7{,}62$ cm

Konstruktion:



9.



$a = d = 3{,}9$ cm; $b = c = 7{,}4$ cm

10. Quadrat, Rechteck, Parallelogramm, Raute, gleichschenkliges und unregelmäßiges Trapez

11. Nein, denn man benötigt immer 5 Maße, um ein Viereck eindeutig zu konstruieren.
Beispiel Quadrat: Alle vier Winkel sind 90°. Die Seiten können aber unterschiedlich lang sein, sodass die Quadrate zwar ähnlich aber nicht identisch sind.

Lösungen zu Kapitel 2

Startklar?
→ *Seite 32*

1. **a)** $5 \cdot 3 + 2 = 15 + 2 = 17$ **b)** $3 \cdot (-1) - 4 = -3 - 4 = -7$
c) $5 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 20 + 12 = 32$ **d)** $4 \cdot (2 - (-2)) = 4 \cdot 4 = 16$

2. **a)** $4x$ **b)** $4a$ **c)** $15y$ **d)** $7r - s$ **e)** 0

3. **a)** $x + 2$ **b)** $2 - x$ **c)** $x \cdot 2$ **d)** $2 : x$ **e)** $x - 2$ **f)** $x : 2$

4. **a)** $u = 4 \cdot 2{,}5$ $A = 2{,}5 \cdot 2{,}5 = 2{,}5^2$ **b)** $u = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 1{,}8$ $A = 4 \cdot 1{,}8$ **c)** $u = 2 \cdot 5 + 2 \cdot x$ $A = 5 \cdot x = 5x$

5. **a)**
$$\begin{aligned} 5x + 2 &= 17 && \mid -2 \\ 5x &= 15 && \mid :5 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 4x + 3 &= x - 9 && \mid -x \\ 3x + 3 &= -9 && \mid -3 \\ 3x &= -12 && \mid :3 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} 5a - 7 &= 3a - 13 && \mid -3a \\ 2a - 7 &= -13 && \mid +7 \\ 2a &= -6 && \mid :2 \\ a &= -3 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} -2y - 5 + 7y + 3 &= 12 + y - 9 + 3y \\ 5y - 2 &= 4y + 3 && \mid -4y \\ y - 2 &= 3 && \mid +2 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

Auf einen Blick!
→ *Seite 55*

1. **a)** $28x$ **b)** $-48a$ **c)** $10ab$ **d)** $9x^2$ **e)** $-20y^2$ **f)** $24ab^2c$

2. **a)** $A = 4x \cdot 7$
$= 28x$
b) $A = 9x \cdot 9x$
$= 81x^2$

3. **a)** $13 + 2x - 5 = 8 + 2x$ **b)** $3y - 4 - y = y - 4$ **c)** $16a - 4a + 3 = 12a + 3$
d) $25 + 2x - 13 = 12 + 2x$ **e)** $3y + 19 + 7y = 10y + 19$ **f)** $15a - 9a - 7 = 6a - 7$

4. **a)** $6x + 15$ **b)** $63b - 28$ **c)** $-8y + 10x$ **d)** $3x^2 - 2x$ **e)** $30a + 40a^2$ **f)** $-36y + 4y^2$

5. **a)** $5(5a + 8)$ **b)** $7(3x - 4)$ **c)** $4(4 - 3a)$ **d)** $a(a - b)$ **e)** $12x(2x + 3)$ **f)** $-3b(3b + 2)$

6. **a)** $3x - x + 7 = 5x - 20$
$2x + 7 = 5x - 20 \quad | -2x$
$7 = 3x - 20 \quad | +20$
$27 = 3x \quad | :3$
$9 = x$

b) $8x - 36 + 31 = 6 + 9x - 4$
$8x - 5 = 2 + 9x \quad | -8x$
$-5 = 2 + x \quad | -2$
$-7 = x$

c) $4y - 9 + 2y + 3y - 15 = 4y - 4$
$9y - 24 = 4y - 4 \quad | -4y$
$5y - 24 = -4 \quad | +24$
$5y = 20 \quad | :5$
$y = 4$

7. **a)** $(3 - x) \cdot 5 = -5$
$15 - 5x = -5 \quad | -15$
$-5x = -20 \quad | :(-5)$
$x = 4$

b) $(2x + 6) \cdot 3 = 3x + 12$
$6x + 18 = 3x + 12 \quad | -3x$
$3x + 18 = 12 \quad | -18$
$3x = -6 \quad | :3$
$x = -2$

8. **a)** $\frac{x}{6} = \frac{2}{3} \quad | \cdot 6$
$x = 4$

b) $\frac{10}{x} = \frac{5}{12} \quad | \cdot 12 \cdot x$
$120 = 5x \quad | :5$
$24 = x$

c) $\frac{4}{6} = \frac{x}{9} \quad | \cdot 9$
$6 = x$

9. **a)** $\frac{x}{8} = \frac{3}{4} \quad | \cdot 8$
$x = 6$

b) $\frac{9}{10} = \frac{x}{25} \quad | \cdot 25$
$22{,}5 = x$

c) $\frac{7}{5} = \frac{x}{5} \quad | \cdot 5$
$7 = x$

d) $\frac{15}{x} = \frac{72}{48} \quad | \cdot 48 \cdot x$
$720 = 72x$
$10 = x$

10. $\frac{x}{5\,\text{km}} = \frac{1}{200\,000} \quad | \cdot 5\,\text{km}$
$x = 0{,}000025\,\text{km} = 2{,}5\,\text{cm}$ Die Strecke muss auf der Karte 2,5 cm lang gezeichnet werden.

Alles klar?
→ Seite 56

1. **a)** $3 \cdot (2 + 5) - 3 = 18$ **b)** $7 + 4 \cdot 2\,(12 - 3 \cdot 2) = 55$

2. **a)** $49x$ **b)** $-45x^2$ **c)** $48a^2b$

3. **a)** $2x + 7 + 9x = 11x + 7$ **b)** $27 - 19 + 5y = 5y + 8$
c) $-6x - 8$ **d)** $20y^2 - 15y$

4. **a)** $15(x - 1)$ **b)** $7(-2a + 3)$ **c)** $x(-39 + 67y)$

5. **a)** $4x + 28 = 52 \quad | -28$
$4x = 24 \quad | :4$
$x = 6$

b) $4x = -6x + 100 \quad | +6x$
$10x = 100 \quad | :10$
$x = 10$

c) $8 + 9x + 13 = 33x - 3$
$21 + 9x = 33x - 3 \quad | -9$
$21 = 24x - 3 \quad | +3$
$24 = 24x \quad | :24$
$1 = x$

6. $23 = 2b + 2(b + 3{,}5)$
$23 = 4b + 7 \quad | -7$
$16 = 4b \quad | :4$
$4 = b$ Seite b = 4 cm; Seite a = 7,5 cm

7. **a)** $\frac{x}{9} = \frac{4}{9} \quad | \cdot 9$
$x = 4$

b) $\frac{2}{x} = \frac{6}{15} \quad | \cdot x \cdot 15$
$30 = 6x \quad | :6$
$5 = x$

c) $\frac{4}{5} = \frac{x}{10} \quad | \cdot 10$
$8 = x$

8. **a)** $14x + 35 = 24x - 15 \quad | -14x$
$35 = 10x - 15 \quad | +15$
$50 = 10x \quad | :10$
$5 = x$

b) $2x + 36 = 26 \quad | -36$
$2x = -10 \quad | :2$
$x = -5$

9. $x = \overline{SA}$

$$\begin{aligned} x + x + x + 50 + 2(x + 50) + 2 \cdot (x + x) &= 9\,150 \\ 9x + 150 &= 9\,150 && \mid -150 \\ 9x &= 9\,000 && \mid :9 \\ x &= 1\,000 \end{aligned}$$

Von S nach A ist es 1 km weit.

10.

$$\begin{aligned} 2x - 10 &= 3\,(x - 10) \\ 2x - 10 &= 3x - 30 && \mid -2x \\ -10 &= x - 30 && \mid +30 \\ 20 &= x \end{aligned}$$

Der Sohn ist 20 Jahre alt, der Vater ist 40 Jahre alt.

11.

$$\begin{aligned} A &= \tfrac{g \cdot h}{2} && \mid \cdot 2 \\ 2A &= g \cdot h && \mid :g \\ \tfrac{2A}{g} &= h \\ h &= \tfrac{2 \cdot 12}{7{,}5} \\ h &= 3{,}2\text{ cm} \end{aligned}$$

12.

$$\begin{aligned} V &= 4x \cdot x \cdot (x + 5) \\ &= 4x^2\,(x + 5) \\ &= 4x^3 + 20x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O &= 2 \cdot 4x \cdot x + 2 \cdot 4x \cdot (x + 5) + 2 \cdot x \cdot (x + 5) \\ &= 8x^2 + 8x \cdot (x + 5) + 2x \cdot (x + 5) \\ &= 8x^2 + 8x^2 + 40x + 2x^2 + 10x \\ &= 18x^2 + 50x \end{aligned}$$

13. **a)**

$$\begin{aligned} 4x + 26 &\geq 6x && \mid -4x \\ 26 &\geq 2x && \mid :2 \\ 13 &\geq x \end{aligned}$$

L: Alle Zahlen, die kleiner oder gleich 13 sind.

b)

$$\begin{aligned} (2x + 15) \cdot 2 &< 44 - 3x \\ 4x + 30 &< 44 - 3x && \mid +3x \\ 7x + 30 &< 44 && \mid -30 \\ 7x &< 14 && \mid :7 \\ x &< 2 \end{aligned}$$

L: Alle Zahlen, die kleiner als 2 sind.

Lösungen zu Kapitel 3

Startklar?
→ *Seite 58*

1. **a)** $u = 4 \cdot 1{,}8\text{ cm} = 7{,}2\text{ cm}$ $A = 1{,}8\text{ cm} \cdot 1{,}8\text{ cm} = 3{,}24\text{ cm}^2$
b) $u = 2 \cdot 3{,}5\text{ cm} + 2 \cdot 1{,}5\text{ cm} = 10\text{ cm}$ $A = 3{,}5\text{ cm} \cdot 1{,}5\text{ cm} = 5{,}25\text{ cm}^2$
c) $u = 4\text{ cm} + 3\text{ cm} + 5\text{ cm} = 12\text{ cm}$ $A = \frac{3\text{ cm} \cdot 4\text{ cm}}{2} = 6\text{ cm}^2$

2. A: Rechteck; vier rechte Winkel
B: Quadrat; alle Seiten sind gleich lang
C: Drachen; je zwei Seiten sind gleich lang
D: Trapez; zwei Seiten sind parallel zueinander
E: Parallelogramm; gegenüberliegende Seiten sind parallel zueinander
F: Raute; alle Seiten sind gleich lang

3. **a)** Gemessene Strecke: 2,7 cm; tatsächliche Größe: 270 cm = 2,70 m
b) Gemessene Strecke: 2 cm; tatsächliche Größe: 0,4 cm = 4 mm

4. **a)** 700 mm^2 **b)** 3 dm^2 **c)** 340 dm^2 **d)** 40 km^2 **e)** 9 000 a **f)** 8,5 ha

5. **a)** Zerlegen:
$A_1 = 3\text{ m} \cdot 2\text{ m} = 6\text{ m}^2$
$A_2 = 2\text{ m} \cdot 1\text{ m} = 2\text{ m}^2$ $A_3 = 2\text{ m} \cdot 2\text{ m} = 4\text{ m}^2$
$A_{Gesamt} = 12\text{ m}^2$

b) Ergänzen:
$A_{Quadrat} = 5\text{ m} \cdot 5\text{ m} = 25\text{ m}^2$
$A_{Dreieck} = \frac{1\text{ m} \cdot 4{,}5\text{ m}}{2} = 2{,}25\text{ m}^2$
$A_{Gesamt} = A_{Quadrat} - A_{Dreieck} = 22{,}75\text{ m}^2$

Auf einen Blick!
→ *Seite 73*

1. **a)** $A = 20{,}35\ m^2$ $u = 18{,}4\ m$ **b)** $A = 28{,}7\ m^2$ $u = 23{,}4\ m$
c) $b = 3{,}8\ m$ $u = 21{,}6\ m$ **d)** $a = b = 4{,}5\ m$ $u = 18\ m$

2. $A = 1\,200\ m^2 = 12\ a$

3. **a)** $A = \frac{5{,}4\ cm \cdot 2{,}1\ cm}{2} = 5{,}67\ cm^2$ **b)** $14{,}7\ cm^2$

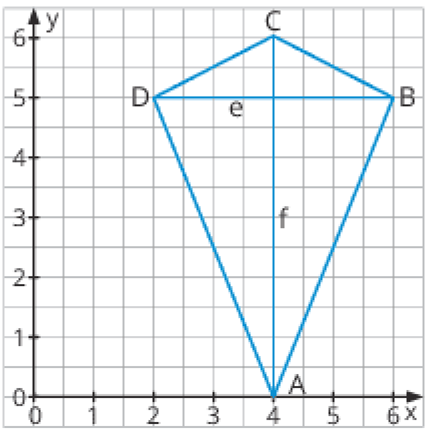
4. $g = 3{,}6\ cm$

5. **a)** $A = 4{,}2\ cm \cdot 3\ cm = 12{,}6\ cm^2$ $u = 2 \cdot 4{,}2\ cm + 2 \cdot 3{,}1\ cm = 14{,}6\ cm$
b) $A = 3{,}5\ cm \cdot 1{,}3\ cm = 4{,}55\ cm^2$ $u = 2 \cdot 3{,}5 + 2 \cdot 1{,}5 = 10\ cm$

6. $A = 62{,}62\ cm^2$

7.
$250{,}8\ cm^2 = \frac{a + 14\ cm}{2} \cdot 12\ cm \quad |:12\ cm$
$20{,}9\ cm = \frac{a + 14\ cm}{2} \quad |\cdot 2$
$41{,}8\ cm = a + 14\ cm \quad |-14\ cm$
$27{,}8\ cm = a$

8.



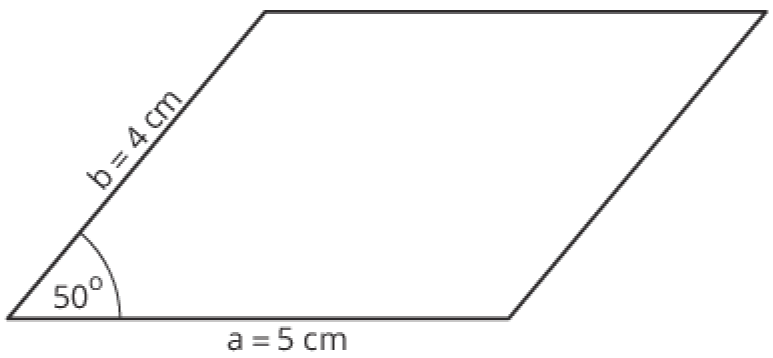
$A = \frac{6\ cm \cdot 4\ cm}{2} = 12\ cm^2$

9.
$30\ cm^2 = \frac{6\ cm \cdot f}{2} \quad |\cdot 2$
$60\ cm^2 = 6\ cm \cdot f \quad |:6\ cm$
$10\ cm = f$

Alles klar?
→ *Seite 74*

1. $A = \frac{7\ cm \cdot 2{,}8\ cm}{2} = 9{,}8\ cm^2$ $u = 6{,}5\ cm + 3\ cm + 7\ cm = 16{,}5\ cm$

2.

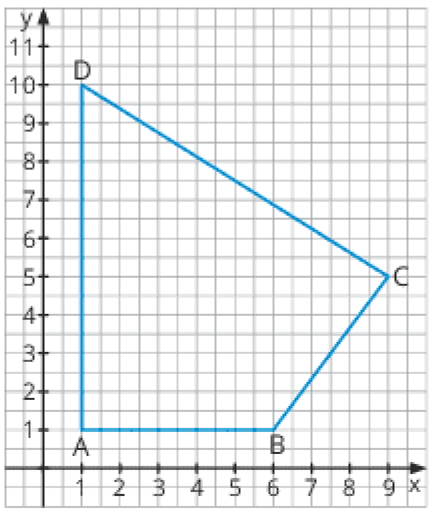


$h \approx 3{,}1\ cm$
$A = a \cdot h = 5\ cm \cdot 3{,}1\ cm \approx 15{,}5\ cm^2$

3. $A = \frac{10{,}5\ cm + 6\ cm}{2} \cdot 4{,}3\ cm = 35{,}475\ cm^2$
$u = 27{,}1\ cm$

4. $A = A_{Parallelogramm} + A_{Dreieck} = 6\ cm \cdot 3\ cm + \frac{6\ cm \cdot 2\ cm}{2} = 18\ cm^2 + 6\ cm^2 = 24\ cm^2$
$u = 3{,}2\ cm + 2{,}8\ cm + 4{,}5\ cm + 3{,}2\ cm + 6\ cm = 19{,}7\ cm$

5.



Die Figur ist ein Drachen.
$A = \frac{9\ cm \cdot 10\ cm}{2} = 45\ cm^2$

6. Ergänzen:
$A_{Rechteck} = 24\ m \cdot 16\ m = 384\ m^2$
$A_L = 3\ m \cdot 9\ m + 3\ m \cdot 8\ m = 51\ m^2$
$A_{Schulhof} = A_{Rechteck} - A_L = 333\ m^2$

7. Zerlegen:
$A_{Rechteck} = 3{,}60\ m \cdot 3\ m = 10{,}80\ m^2$
$A_{DreieckGroß} = \frac{3{,}40\ m \cdot 3{,}60\ m}{2} = 6{,}12\ m^2$
$A_{DreieckKlein} = \frac{1{,}20\ m \cdot 1{,}60\ m}{2} = 0{,}96\ m^2$
$A_{Flur} = 10{,}80\ m^2 + 6{,}12\ m^2 + 0{,}96\ m^2 = 17{,}88\ m^2$
$u = 8\ m + 2\ m + 2{,}40\ m + 3\ m + 5\ m = 20{,}4\ m$

8. **a)** $96\ cm^2 = g \cdot 7{,}5\ cm \quad |:7{,}5\ cm$
$12{,}8\ cm = g$

b) $4{,}48\ m^2 = \frac{g \cdot 1{,}40\ m}{2} \quad |\cdot 2$
$8{,}96\ m^2 = g \cdot 1{,}40\ m \quad |:1{,}40\ m$
$6{,}4\ m = g$

9. $34{,}4\ dm^2 = \frac{12\ dm + 5{,}2\ dm}{2} \cdot h$
$34{,}4\ dm^2 = 8{,}6\ dm \cdot h \quad |:8{,}6\ dm$
$4\ dm = h$

10. $A_{Quadrat} = 1{,}2\ m \cdot 1{,}2\ m = 1{,}44\ m^2$
$1{,}44\ m^2 = a \cdot 0{,}9\ m \quad |:0{,}9\ m$
$1{,}6\ m = a$

11. $A = 65\ m \cdot 35\ m = 2\,275\ m^2$
Benötigte Saat: $20\ g \cdot 2\,275 = 45\,500\ g = 45{,}5\ kg$
$u = 2 \cdot 65\ m + 2 \cdot 45\ m = 220\ m$
Es werden 45,5 kg Saat benötigt, also sind 45 kg nicht ausreichend. Das Signalband mit einer Länge von 250 m reicht, denn es werden nur 220 m benötigt.

12. $49{,}6\ cm^2 = \frac{e \cdot 12{,}4\ cm}{2} \quad |\cdot 2$
$99{,}2\ cm^2 = e \cdot 12{,}4\ cm \quad |:12{,}4\ cm$
$8\ cm = e$

13. $A_{Parallelogramm} = 10{,}7\ cm \cdot 5{,}5\ cm = 58{,}85\ cm^2$
Dreieck:
$58{,}85\ cm^2 = \frac{10{,}7\ cm \cdot h}{2} \quad |\cdot 2$
$117{,}7\ cm^2 = 10{,}7\ cm \cdot h \quad |:10{,}7\ cm$
$11\ cm = h$

14. $24\ cm^2 = \frac{a+c}{2} \cdot 6\ cm \quad |:6\ cm$
$4\ cm = \frac{a+c}{2} \quad |\cdot 2$
$8\ cm = a + c$
Mögliche Lösungen: $a = 2\ cm;\ c = 6\ cm$ $a = 3\ cm;\ c = 5\ cm$ $a = 1\ cm;\ c = 7\ cm$ $a = 4\ cm,\ c = 4\ cm$

15. $9\ m^2 = \frac{a+c}{2} \cdot 2\ m \quad |:2\ m$
$4{,}5\ m = \frac{a+c}{2} \quad |\cdot 2 \qquad a = 2 \cdot c$
$9\ m = 2c + c$
$9\ m = 3c \quad |:3$
$3\ m = c \qquad a = 2 \cdot 3\ m = 6\ m$

Lösungen zu Kapitel 4

Startklar?
→ *Seite 76*

1. **a)** 0,44 **b)** 0,54 **c)** 0,18 **d)** 42 % **e)** 17 % **f)** 20 %

2. **a)** $\frac{1}{10}$ **b)** $\frac{3}{4}$ **c)** $\frac{1}{4}$ **d)** $\frac{3}{5}$ **e)** $\frac{1}{5}$ **f)** $\frac{1}{100}$

3. **a)** 2,40 € **b)** 10 cm **c)** 45 m **d)** 120 m

4. **a)** 200 € **b)** 30 cm **c)** 700 km **d)** 200 ct (2 €)

5. **a)** 20 % **b)** 25 % **c)** 25 % **d)** 75 %

6. **a)** Am ersten Tag schaffen sie 40 % der Gesamtstrecke.
b) Die erste Übernachtung kostet 270 €.
c) Der Urlaub soll insgesamt 20 Tage dauern.

Auf einen Blick!
→ *Seite 99*

1. **a)** 31,20 € **b)** 570,40 € **c)** 113,40 m **d)** 76 m

2. ≈ 69 % haben den Test bestanden ($69,\overline{3}$)

3. Lena muss 137,50 € bezahlen.

4. **a)** 900 € **b)** 900 € **c)** 300 kg **d)** 32 m

5. **a)** 5 % **b)** 31,25 % **c)** 12,5 % **d)** 8 %

6. W = G · p %
75 km = G · 0,8 | : 0,8
95 km = G Die gesamte Radtour ist 95 km lang.

7. **a)** 274,56 € **b)** 128,80 € **c)** 38,08 € **d)** 15,28 €

8. **a)** 79,90 € **b)** 42,77 € **c)** 117,03 € **d)** 11,75 €

9. **a)** 48 € **b)** 106,25 €

10. **a)** Z = 52 € **b)** K = 1 440 €

11. **a)** ≈ 0,81 € (0,8125) **b)** ≈ 1,60 € (1,604166667) **c)** ≈ 3,23 € (3,23125)

Alles klar?
→ *Seite 100*

1. 2000 kg sind Abfall.

2. G sind 80 Mio., W sind 10 Mio., p % = 12,5 %

3. Eine durchschnittliche Frau wiegt 67,5 kg.

4. Zukünftig verdient er 4331,25 €.

5. Karin bekommt am Ende des Jahres 9 € Zinsen.

6. Frau Schallbruch muss nach drei Monaten 37,50 € Zinsen zahlen.

7. Herr Thiel muss ≈ 4,38 € (4,375) Zinsen zahlen.

8. Jupiter Markt: 265,68 € b-mazon: 238 € · 1,19 = 283,22 €
Ludwig sollte die Spielekonsole im Jupiter-Markt kaufen.

9. Kaufpreis – Preis für altes Auto: 8 900 € – 350 € = 8 550 €
Summe, die sie sich leihen muss: 8 550 € – 3 250 € = 5 300 €
$Z = 5\,300\text{ €} \cdot 0{,}06 \cdot \frac{3}{12} = 79{,}50\text{ €}$ Frau Bönisch muss 79,50 € Zinsen an die Bank zahlen.

10. Kredit A: Zinsen: 360 €. Rückzahlung: 8 000 + 360 + 100 = 8 460 €
Kredit B: Zinsen 10 000 €: 450 €;
Zinsen 5 000 €: 275 €.
Rückzahlung: 10 000 + 450 + 5 000 + 275 = 15 725 €
Kredit C: Zinsen 20 000 €: 800 €;
Zinsen 10 000 €: 500 €.
Rückzahlung: 20 000 + 800 + 10 000 + 500 + 150 = 31 450 €

11. Die Wohnung darf zwischen 135 m^2 und 165 m^2 groß sein.

12. Barzahlungspreis: 18 130 € (Rabatt: 370 €)
Kontoüberziehung: 18 130 € – 6 500 € = 11 630 € für 5 Monate.
Zinsen für die Kontoüberziehung sollen kleiner als der Rabatt sein:
$11\,630 \cdot p\,\% \cdot \frac{5}{12} = 370$
$p\,\% \approx 7{,}6\,\%$
Wenn der Zinssatz höchstens 7,6 % beträgt, lohnt sich der Barkauf.

Lösungen zu Kapitel 5

Startklar?
→ *Seite 102*

1. **a)** ja **b)** nein **c)** ja

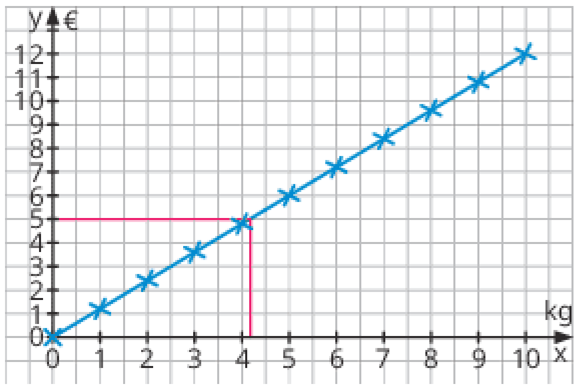
2.

	a)	b)	c)	d)
x = 3	10	2	18	7
x = –2	5	–8	3	–8

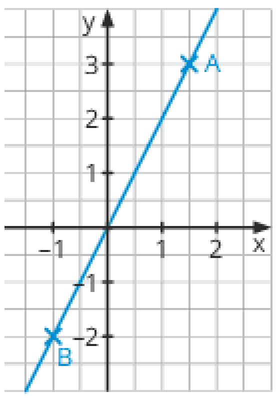
3. **a)**

kg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
€	1,20	2,40	3,60	4,80	6,00	7,20	8,40	9,60	10,80	12,00

b) Es sind etwas mehr als 4 kg.



4. **a)**



b) C(0|0) D(1|2) E(0,5|–1)

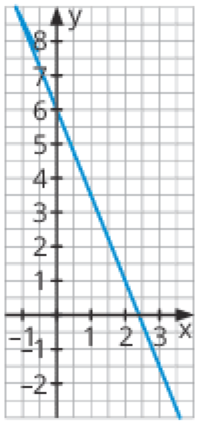
5. **a)** höchste Temperatur: Juli; niedrigste Temperatur: Januar **b)** Oktober – November

Auf einen Blick!
→ *Seite 121*

1. **a)** und **d)** nein, denn einigen x-Werten werden mehrere y-Werte zugeordnet.
b) und **c)** ja, denn die Zuordnung ist eindeutig .

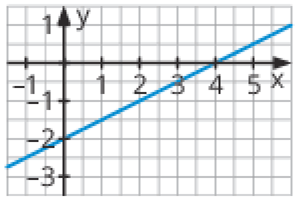
2. a)

x	y
0	6
3	–1,5



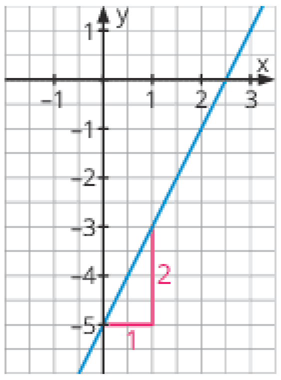
b)

x	y
0	–2
3	–0,5

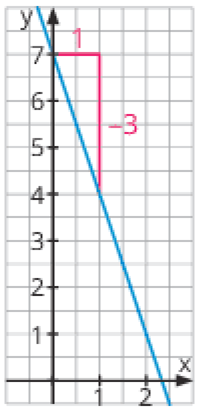


3. a) Steigung m = –2   y-Achsenabschnitt b = 1,5   **b)** Steigung m = 3   y-Achsenabschnitt b = –5

4. a)

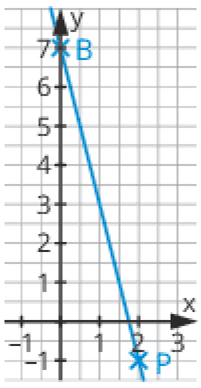


b)



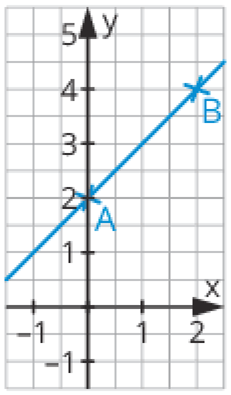
5. Hier ohne Zeichnung:
Gerade g: y-Achsenabschnitt b = –1; Steigung m = 1; Funktionsgleichung: y = x – 1
Gerade h: y-Achsenabschnitt b = 1; Steigung m = $-\frac{1}{3}$; Funktionsgleichung: y = $-\frac{1}{3}$x + 1

6. a)



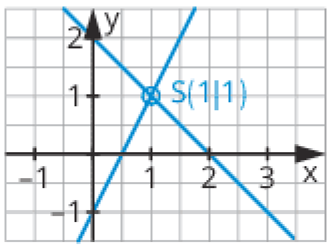
Funktionsgleichung: y = –4x + 7

b)

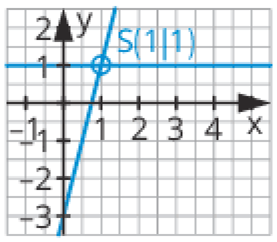


Funktionsgleichung: y = x + 2

7. a)



b)



8. a) S(1|3)   **b)** $S\left(\frac{8}{11}\middle|-\frac{1}{11}\right)$

Alles klar?
→ *Seite 122*

1. a)

x	0	5
y	3	13

b)

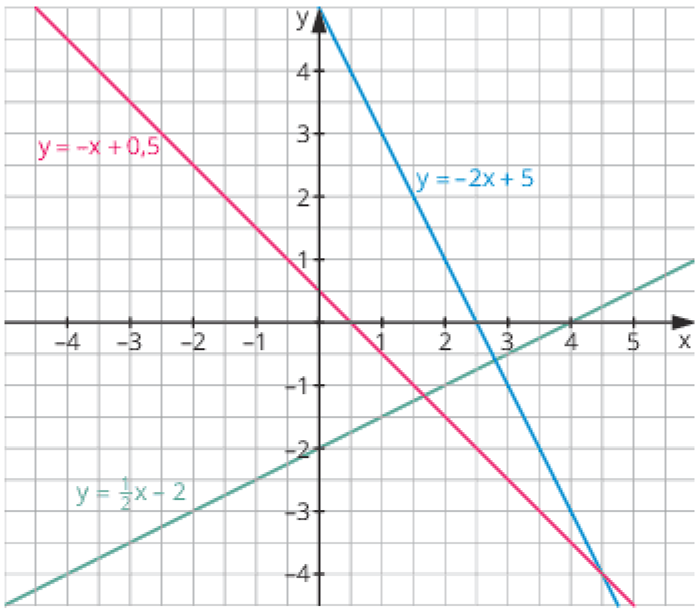
x	0	5
y	2	–0,5

c)

x	0	3
y	0	–9

2. a) m = 2,5   P(0|–7)   **b)** m = –0,8   P(0|4)   **c)** m = 2   P(0|0)

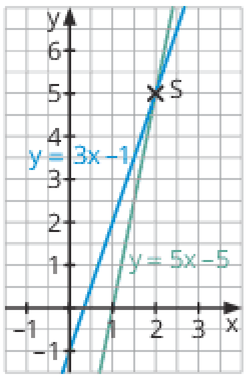
3.



4. ① → Ⓒ ② → Ⓑ ③ → Ⓐ

5. A(–2|2): 2 = 4 + 4
B(1,5|1): 1 = –3 + 4
→ B liegt auf dem Graphen der Funktion

6. S(2|5)



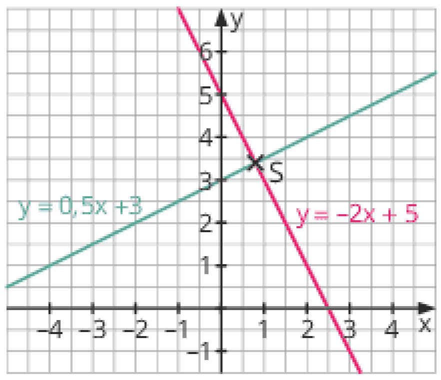
7. **a)** Funktion **b)** lineare Funktion **c)** keine Funktion

8. **a)** y = 0,3 x + 40
b) Herr Mai muss für eine Strecke von 285 km einen Betrag von 125,50 € bezahlen.

9. **a)** $y = \frac{1}{3}x - 1$ **b)** $y = \frac{1}{3}x + 1$

10. $y = x(x + 5) = x^2 + 5x$ Es liegt keine lineare Funktion vor.

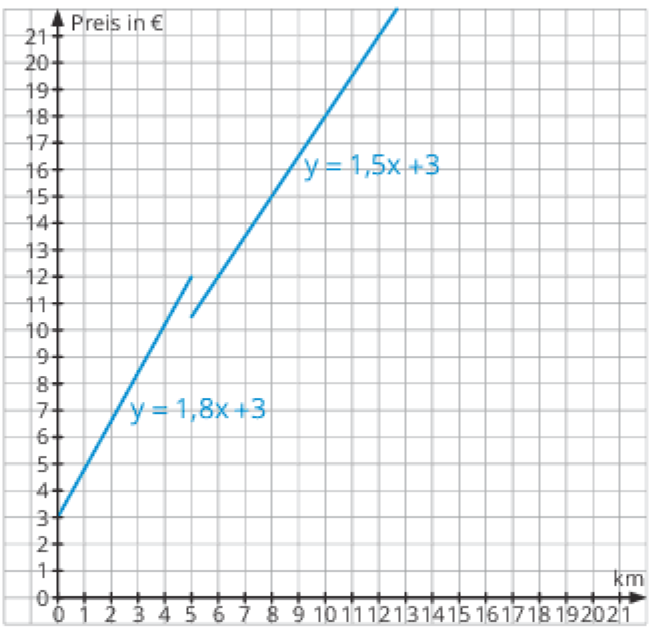
11. S(0,8|3,4)



12. Die Gleichung $y - x^2 = \frac{1}{2}(4x - 2x^2) + 5{,}5$ lässt sich vereinfachen zur Gleichung $y = 2x + 5{,}5$ und gehört damit zu einer linearen Funktion.

13. g: y = 0,3x + 2,2 h: y = 0,25x + 2 Schnittpunkt S der Geraden g und h: S(–4|1)

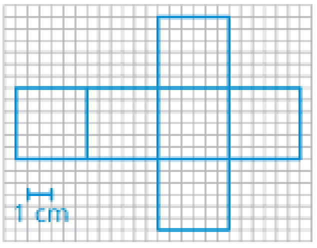
14. Für 0–5 km: y = 1,8x + 3
Ab 5 km: y = 1,5x + 3



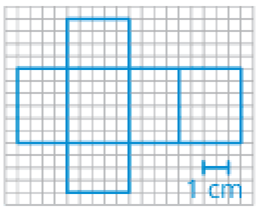
Lösungen zu Kapitel 6

Startklar?
→ *Seite 124*

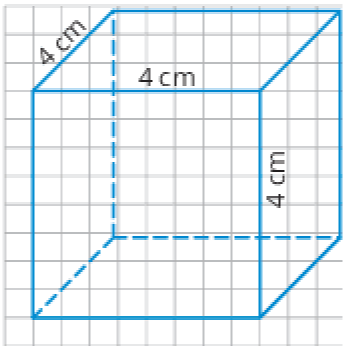
1. **a)** z. B.



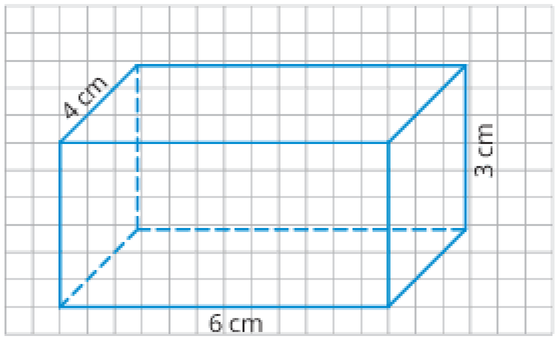
b) z. B.



2. **a)**



b) z. B.



3. **a)** $O = 6 \cdot 25\ cm^2 = 150\ cm^2$ $V = 5\ cm \cdot 5\ cm \cdot 5\ cm = 125\ cm^3$
b) $O = 2 \cdot 8\ cm \cdot 4\ cm + 2 \cdot 6\ cm \cdot 4\ cm + 2 \cdot 6\ cm \cdot 8\ cm = 208\ cm^2$
$V = 8\ cm \cdot 6\ cm \cdot 4\ cm = 192\ cm^3$

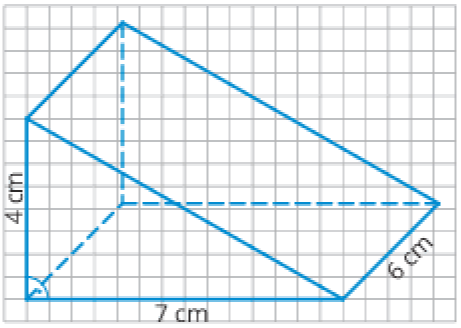
4. **a)** $230\ cm^2$ **b)** $3{,}65\ dm^2$ **c)** $1100\ mm^2$ **d)** $60000\ cm^2$ **e)** $7500\ mm^2$

5. **a)** $11000\ cm^3$ **b)** $2{,}468\ dm^3$ **c)** $36000\ mm^3$ **d)** $2000\ \ell$ **e)** $9000\ cm^3$ **f)** $1500\ m\ell$

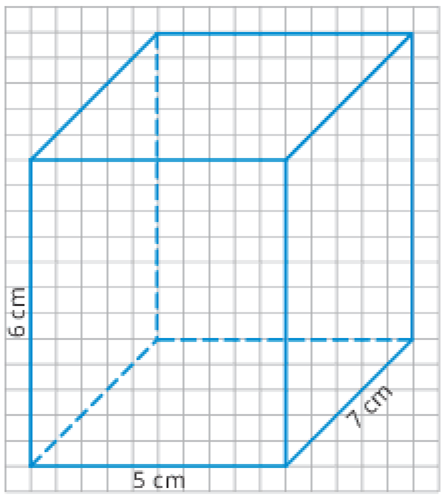
Auf einen Blick!
→ *Seite 139*

1. **a)** Quadrat **b)** kein Prisma **c)** Dreieck **d)** Parallelogramm
e) Sechseck **f)** kein Prisma **g)** Quadrat oder Rechteck
h) kein Prisma **i)** Vieleck (8 Ecken) **j)** kein Prisma

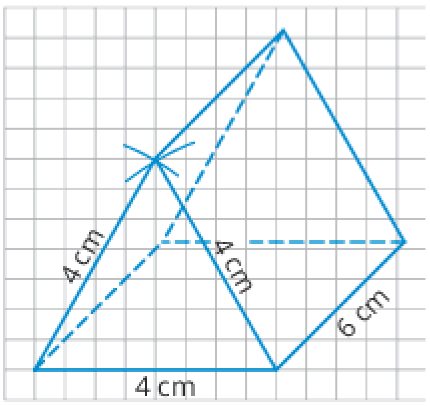
2. **a)**



b)



c)



3. **a)** $G = \frac{3{,}7\ cm \cdot 3\ cm}{2} = 5{,}55\ cm^2$ $M = 11\ cm \cdot 5\ cm = 55\ cm^2$ $O = 2 \cdot G + M = 66{,}1\ cm^2$
b) $G = 3\ cm \cdot 4\ cm + \frac{2\ cm \cdot 4\ cm}{2} = 12\ cm^2 + 4\ cm^2 = 16\ cm^2$ $M = 16{,}5\ cm \cdot 6\ cm = 99\ cm^2$
$O = 2 \cdot G + M = 131\ cm^2$

4. **a)** $M = u \cdot h_k = 60\ cm^2$ $O = 2 \cdot G + M = 80\ cm^2$
b) $u = \frac{M}{h_k} = 8\ cm$ $O = 2 \cdot G + M = 72\ cm^2$
c) $M = u \cdot h_k = 216\ cm^2$ $G = \frac{O - M}{2} = 42\ cm^2$

5. a) $V = G \cdot h_k = 455\ cm^3$ **b)** $V = 1{,}2\ dm^2 \cdot 0{,}8\ dm = 0{,}96\ dm^3$ oder $120\ cm^2 \cdot 8\ cm = 960\ cm^3$

6. a) $O = 2 \cdot \frac{3\ cm \cdot 4\ cm}{2} + 12\ cm \cdot 4{,}5\ cm = 66\ cm^2$ $V = 6\ cm^2 \cdot 4{,}5\ cm = 27\ cm^3$

b) $O = 2 \cdot \frac{6\ cm + 10\ cm}{2} \cdot 6{,}7\ cm + 30\ cm \cdot 24\ cm = 107{,}2\ cm^2 + 720\ cm^2 = 827{,}2\ cm^2$

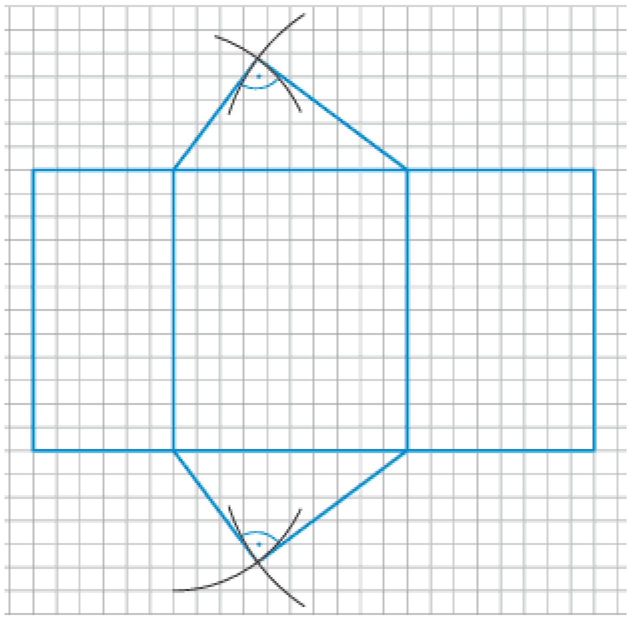
$V = 53{,}6\ cm^2 \cdot 24\ cm = 1\,286{,}4\ cm^3$

Alles klar?
→ *Seite 140*

1. $V = a \cdot b \cdot c = 80\ m^3$

$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c = 20\ m^2 + 32\ m^2 + 80\ m^2 = 132\ m^2$

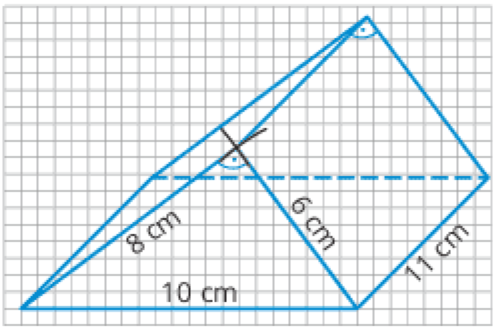
2.



3. $O = 2 \cdot \frac{3\ cm \cdot 4\ cm}{2} + 12\ cm \cdot 6\ cm = 12\ cm^2 + 72\ cm^2 = 84\ cm^2$

$V = 36\ cm^3$

4.



5. a) $4{,}50\ m \cdot 3{,}90\ m = 17{,}55\ m^2$ Sebastian benötigt $17{,}55\ m^2$ Teppichboden.

b) $G + M = 17{,}55\ m^2 + (4{,}50\ m + 4{,}50\ m + 3{,}90\ m + 3{,}90\ m) \cdot 2{,}50\ m$

$= 17{,}55\ m^2 + 42\ m^2 = 59{,}55\ m^2$

Gesamtfläche – Fenster/Türen $= 59{,}55\ m^2 - 5\ m^2 = 54{,}55\ m^2$

Sebastian braucht $54{,}55\ m^2$ Tapete für Wände und Decke.

6. a) $\varrho = \frac{m}{V}$ $V = \frac{5\ cm \cdot 9\ cm}{2} \cdot 12\ cm = 270\ cm^3$

$2{,}7\ \frac{g}{cm^3} = \frac{m}{270\ cm^3}$ $|\cdot 270\ cm^3$

$729\ \frac{g \cdot cm^3}{cm^3} = m$

$729\ g = m$ Das Prisma wiegt 729 g.

b) $\varrho = \frac{m}{V}$ $V = 90\ cm^3$

$7{,}9\ \frac{g}{cm^3} = \frac{m}{90\ cm^3}$ $|\cdot 90\ cm^3$

$711\ \frac{g \cdot cm^3}{cm^3} = m$

$711\ g = m$ Das Prisma wiegt 711 g.

7. Jeweils gleich groß sind:

A und M B, E, L und N C, D, G und J F und H

8. Wenn die Körperhöhe verdoppelt wird, dann verdoppelt sich auch das Volumen.

9. a) $h_K = 3{,}5\ dm$ (oder 35 cm) **b)** $O = 2 \cdot G + M$ $M = 110\ cm^2$

$M = u \cdot h_K$ $h_K = 5\ cm$

10. $V_{Quader} = 21\ cm \cdot 32\ cm \cdot 11\ cm = 7\,392\ cm^3$

$V_{Prisma} = \frac{15\ cm \cdot 12\ cm}{2} \cdot 16\ cm = 1\,140\ cm^3$

$V_{Gesamt} = 8\,832\ cm^3$

11. $14{,}4\ dm^3 = a \cdot b \cdot c$
$14{,}4\ dm^3 = 0{,}96\ dm \cdot b \cdot 3\ dm$
$14{,}4\ dm^3 = 2{,}88\ dm^2 \cdot b \qquad |:2{,}88\ dm^2$
$5\ dm = b$

$O = 2 \cdot G + M = 2 \cdot 5\ dm \cdot 3\ dm + 16\ dm \cdot 0{,}96\ dm = 30\ dm^2 + 15{,}36\ dm^2 = 45{,}36\ dm^2$
Die Oberfläche des Pakets beträgt $45{,}36\ dm^2$

Lösungen zu Kapitel 7

Startklar?
→ *Seite 142*

1. 1,69 m – 1,63 m = 0,06 m

2. $\frac{(2{,}8 + 3{,}4 + 3{,}5 + 2{,}8 + 3{,}0 + 2{,}5)\ kg}{6} = \frac{18\ kg}{6} = 3\ kg$

3. **a)** 18, 24, 29, 35, 37 Median: 29
b) 12, 18, 20, 44, 47, 48 Median: $\frac{20 + 44}{2} = \frac{64}{2} = 32$

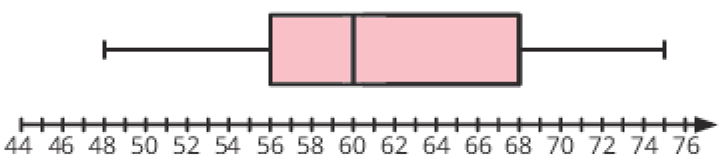
4. Laplace–Experiment: ① und ③
Wahrscheinlichkeiten: ① $P(2) = \frac{1}{6}$ ③ $P(2) = \frac{3}{10}$

5. **a)** Am Montag kamen 2 Besucher.
b) $\frac{1}{4}$ von 24 Kindern = 6 Kinder 6 Kinder essen morgens Müsli.
c) 40 Personen hatten blau als Lieblingsfarbe.

Auf einen Blick!
→ *Seite 157*

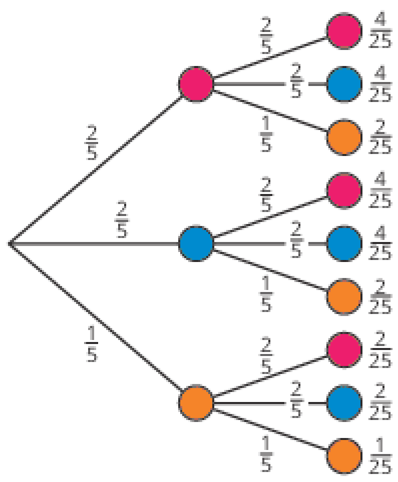
1. Insgesamt 30 Jugendliche in der Klasse. 18 Mädchen: 60 %; 12 Jungen: 40 %.
60 % von 450: 270 Mädchen
40 % von 450: 180 Jungen

2. Minimum: 48
Maximum: 75
Median: 60
unteres Quartil: 56
oberes Quartil: 68



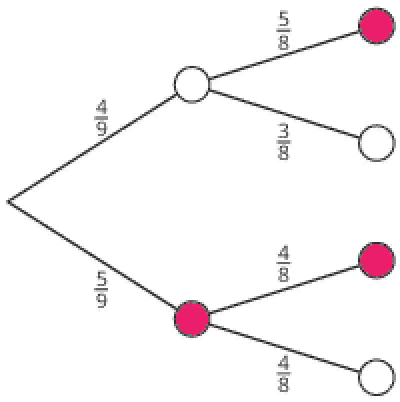
3. Minimum: 4
Maximum: 14
Median: 6,5
unteres Quartil: 5
oberes Quartil: 10

4.



a) $P(\text{blau, blau}) = \frac{4}{25} = 16\ \%$
b) $P(\text{gelb, gelb}) = \frac{1}{25} = 4\ \%$
c) $P(\text{mind. 1-mal gelb}) = \frac{9}{25} = 36\ \%$
d) $P(\text{zwei versch. Farben}) = \frac{16}{25} = 64\ \%$

5.



a) P(rot, rot) $= \frac{5}{18} \approx 27{,}78\,\%$

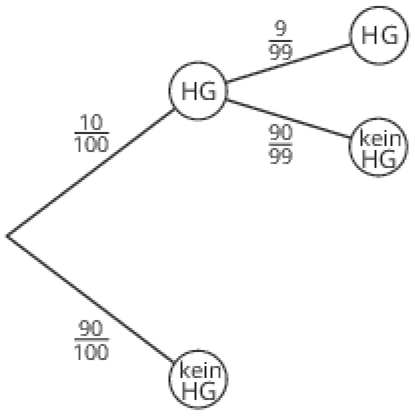
b) P(gleichfarbig) = P(rot, rot) + P(weiß, weiß)

$= \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \quad + \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$

$= \frac{5}{18} \quad + \frac{1}{6}$

$= \frac{8}{18} = \frac{4}{9} \approx 44{,}44\,\%$

6.



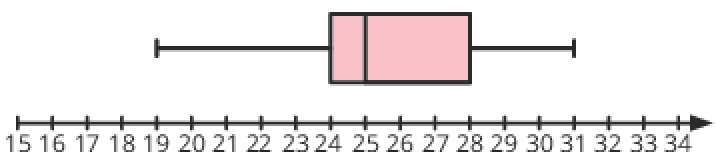
P(HG, HG) $= \frac{10}{100} \cdot \frac{9}{99} = \frac{90}{9\,900} = \frac{1}{110} \approx 0{,}9\ \%$

Alles klar?
→ *Seite 158*

1. Mittelwert: 25,5 m   Median: 25 m

2. Spannweite: 12 m   Modus: 25 m

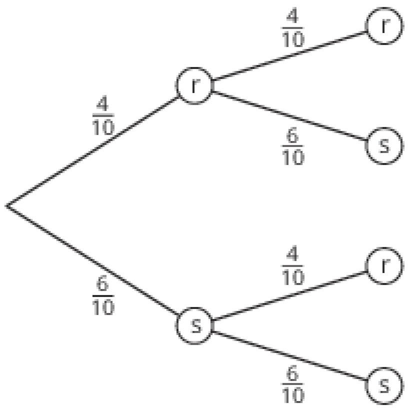
3.



4. 8 % von 40 Millionen = 3 200 000

5. P(zweimal gerade) $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

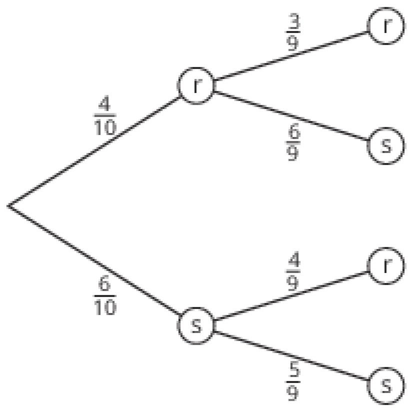
6. a) mit Zurücklegen



P(verschiedenfarbig) $= \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{10} + \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{10}$

$= \frac{48}{100} = 48\,\%$

b) ohne Zurücklegen



P(verschiedenfarbig) $= \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} + \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9}$

$= \frac{24}{90} + \frac{24}{90} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15} \approx 53{,}3\,\%$

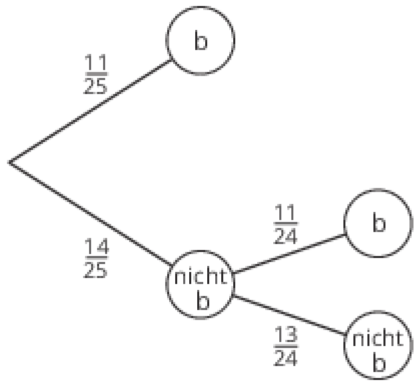
7. Simone muss mindestens 3,90 m weit springen.

8. Fans der Heimmannschaft: $\frac{600}{1\,000} = 60\,\%$ 60 % von 76 500 = 45 900

Fans der gegnerischen Mannschaft: $\frac{250}{1\,000} = 25\,\%$ 25 % von 76 500 = 19 125

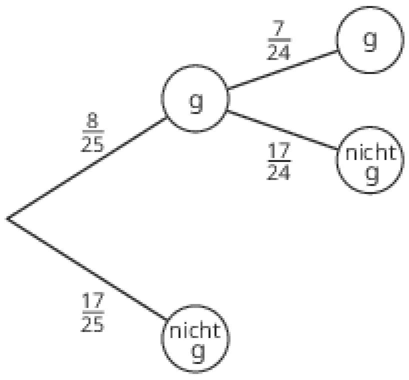
andere Fans: $\frac{150}{1\,000} = 15\ \%$ 15 % von 76 500 = 11 475

9. a)



P(2 nicht blaue Kugeln) $= \frac{14}{25} \cdot \frac{13}{24}$
$= \frac{182}{600} = \frac{91}{300} \approx 30{,}33\,\%$

b)



P(zwei Kugeln, deren Farbe mit „g" anfängt)
$= \frac{8}{25} \cdot \frac{7}{24} = \frac{56}{600} = \frac{7}{75} \approx 9{,}3\,\%$

10. a) Günstige Ergebnisse: 1 und 4; 2 und 2; 4 und 1 (alle anderen Produkte ergeben nicht 4)
P(Produkt der Augenzahlen zweier Würfel ist 4) $= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12} \approx 8{,}3\,\%$

b) Günstige Ergebnisse:

1 und 3	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$	4 und 3	$\frac{1}{36}$
1 und 6	$\frac{1}{36}$	4 und 6	$\frac{1}{36}$
2 und 3	$\frac{1}{36}$	5 und 3	$\frac{1}{36}$
2 und 6	$\frac{1}{36}$	5 und 6	$\frac{1}{36}$
3 und 1	$\frac{1}{36}$	6 und 1	$\frac{1}{36}$
3 und 2	$\frac{1}{36}$	6 und 2	$\frac{1}{36}$
3 und 3	$\frac{1}{36}$	6 und 3	$\frac{1}{36}$
3 und 4	$\frac{1}{36}$	6 und 4	$\frac{1}{36}$
3 und 5	$\frac{1}{36}$	6 und 5	$\frac{1}{36}$
3 und 6	$\frac{1}{36}$	6 und 6	$\frac{1}{36}$

P(Produkt der Augenzahlen zweier Würfel ist Vielfaches von 3) $= 20 \cdot \frac{1}{36} = \frac{20}{36} \approx 55{,}56\,\%$

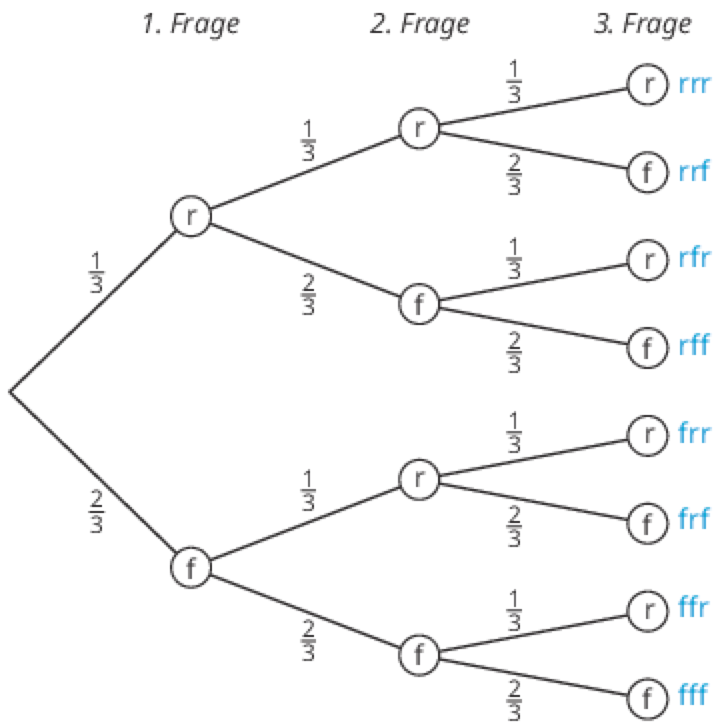
11. 13. Laufzeit: 12,8 s + 5,5 s = 18,2 s

6. Laufzeit: $\frac{177{,}6\text{ s} + x}{13} = 14{,}77$ s $\quad | \cdot 13$

$177{,}6\text{s} + x = 192{,}01\text{s} \quad | - 177{,}6$ s

$x = 14{,}41$ s

12.



$$\begin{aligned} P(\text{mind. } 2r) &= P(rrr) + P(rrf) + P(rfr) + P(frr) \\ &= \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{2}{3} + \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{1}{3} + \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{1}{3} \\ &= \tfrac{1}{27} + \tfrac{2}{27} + \tfrac{2}{27} + \tfrac{2}{27} \\ &= \tfrac{7}{27} \approx 25{,}9\,\% \end{aligned}$$

Lösungen zu Kapitel 8

Startklar?
→ *Seite 160*

1. **a)** $3 + (x - 4) = 3 + x - 4 = x - 1$
b) $a - (5 - 2a) = a - 5 + 2a = 3a - 5$
c) $9 - (x + 2) = 9 - x - 2 = -x + 7$
d) $5x - (2x + 3) = 5x - 2x - 3 = 3x - 3$
e) $q + (p + q) = q + p + q = p + 2q$
f) $-2p + (3p + q) = -2p + 3p + q = p + q$
g) $y - (2 + y) = y - 2 - y = -2$
h) $5 - (-3 + 2x) = 5 + 3 - 2x = -2x + 8$

2. **a)** $2(x + 3) = 2x + 6$
b) $-3(a + b) = -3a - 3b$
c) $a(4 - b) = 4a - ab$
d) $-p(4 + q) = -4p - pq$
e) $-2(2x - 3y) = -4x + 6y$
f) $y(x + y) = xy + y^2$
g) $-y(3 - y) = y^2 - 3y$
h) $4(-a - b) = -4a - 4b$

3. **a)** $3a + 12b = 3(a + 4b)$
b) $42x - 24y = 6(7x - 4y)$
c) $18x + 14x^2 = 2x(9 + 7x)$
d) $45p^2 + 36pq = 9p(5p + 4q)$
e) $17p - 34q = 17(p - 2q)$
f) $xy - x^2y^2 = xy(1 - xy)$
g) $6x^2 + 21x = 3x(2x + 7)$
h) $35y - 55xy = 5y(7 - 11x)$

4. **a)**
$$\begin{aligned} 3x + 4 &= 19 && \mid -4 \\ 3x &= 15 && \mid :3 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 4 - (x - 8) &= 0 \\ 4 - x + 8 &= 0 \\ 12 - x &= 0 && \mid +x \\ 12 &= x \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} 2(x + 5) &= 40 - 3x \\ 2x + 10 &= 40 - 3x && \mid +3x \\ 5x + 10 &= 40 && \mid -10 \\ 5x &= 30 && \mid :5 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} 2x + 5 - 3x - 2 &= 7 - x + 16 + 4x \\ -x + 3 &= 3x + 23 && \mid -3x \\ -4x + 3 &= 23 && \mid -3 \\ -4x &= 20 && \mid :(-4) \\ x &= -5 \end{aligned}$$

5. **a)** Produktterm: $A = 3 \cdot 2x$ Summenterm: $A = 3x + 3x$
b) Produktterm: $A = 7(p + q)$ Summenterm: $A = 7p + 7q$

Auf einen Blick!
→ *Seite 173*

1. **a)** $xy - 5x + 3y - 15 = -5x + 3y + xy - 15$
b) $4a - ab + 28 - 7b = 4a - 7b - ab + 28$
c) $1{,}2 - 3c + 0{,}4b - bc = 0{,}4b - 3c - bc + 1{,}2$
d) $5xy - 30x + 4y - 24 = -30x + 4y + 5xy - 24$

2. **a)** $10x^2 + 8x + 35x + 28 = 10x^2 + 43x + 28$
b) $18a^2 - 6a + 30a - 10 = 18a^2 + 24a - 10$
c) $-8y + 6y^2 + 12 - 9y = 6y^2 - 17y + 12$
d) $-12b + 18 + 4b^2 - 6b = 4b^2 - 18b + 18$

3. **a)** $5a - a^2 + 15 - 3a + 2a + a^2 - 14 - 7a = -3a + 1$
b) $6x^2 + 10x + 12x + 20 + 16x - 24 - 4x^2 + 6x = 2x^2 + 44x - 4$

4. **a)** $49 + 14x + x^2$
b) $25 + 30y + 9y^2$
c) $4a^2 + 16ab + 16b^2$
d) $x^2 + 4xy + 4y^2$
e) $9p^2 + 18pq + 9q^2$
f) $a^2 + 2ab + b^2$
g) $\frac{1}{9} + \frac{2}{3}x + x^2$
h) $x^2 + 0{,}4x + 0{,}04$
i) $9x^2 + 12xy + 4y^2$

5. **a)** $25 - 10b + b^2$
b) $49 - 112b + 64b^2$
c) $4x^2 - 8xy + 4y^2$
d) $x^2 - 16x + 64$
e) $4a^2 - 20ab + 25b^2$
f) $p^2 - 14pq + 49q^2$
g) $4q^2 - 12q + 9$
h) $x^2 - x + \frac{1}{4}$
i) $0{,}25a^2 - 0{,}2ab + 0{,}04b^2$

6. **a)** $y^2 - 49$
b) $0{,}25x^2 - 4$
c) $9a^2 - 16$
d) $49p^2 - 9q^2$
e) $a^2 - 9$
f) $4x^2 - 1$

7. a)
$$\begin{aligned}(3+x)(x-7) &= x^2+3 &&\\ 3x-21+x^2-7x &= x^2+3 &&\mid -x^2\\ -4x-21 &= 3 &&\mid -21\\ -4x &= 24 &&\mid :(-4)\\ x &= -6 &&\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}(2y+4)(3-3y) &= 18-6y^2 &&\\ 6y-6y^2+12-12y &= 18-6y^2 &&\mid +6y^2\\ -6y+12 &= 18 &&\mid -12\\ -6y &= 6 &&\mid :(-6)\\ y &= -1 &&\end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned}(a+5)(4+a) &= (a-4)(a+1) &&\\ 4a+a^2+20+5a &= a^2+a-4a-4 &&\mid -a^2\\ 9a+20 &= -3a-4 &&\mid +3a\\ 12a+20 &= -4 &&\mid -20\\ 12a &= -24 &&\mid :12\\ a &= -2 &&\end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned}(3a-1)(-a+4) &= 35-3a^2 &&\\ -3a^2+12a+a-4 &= 35-3a^2 &&\mid +3a^2\\ 13a-4 &= 35 &&\mid +4\\ 13a &= 39 &&\mid :13\\ a &= 3 &&\end{aligned}$$

8. a)
$$\begin{aligned}x^2+12x+36 &= x^2 &&\mid -x^2\\ 12x+36 &= 0 &&\mid -36\\ 12x &= -36 &&\mid :12\\ x &= -3 &&\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}a^2-16a+64 &= a^2 &&\mid -a^2\\ -16a+64 &= 0 &&\mid -64\\ -16a &= -64 &&\mid :(-16)\\ a &= 4 &&\end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned}4y^2+16y+16 &= 4y^2+32 &&\mid -4y^2\\ 16y+16 &= 32 &&\mid -16\\ 16y &= 16 &&\mid :16\\ y &= 1 &&\end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned}9b^2-12b+4 &= 9b^2-44 &&\mid -9b^2\\ -12b+4 &= -44 &&\mid -4\\ -12b &= -48 &&\mid :(-12)\\ b &= 4 &&\end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned}16-8x+x^2 &= x^2+8 &&\mid -x^2\\ 16-8x &= 8 &&\mid -16\\ -8x &= -8 &&\mid :(-8)\\ x &= 1 &&\end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned}9-12a+4a^2 &= 4a^2-27 &&\mid -4a^2\\ 9-12a &= -27 &&\mid -9\\ -12a &= -36 &&\mid :(-12)\\ a &= 3 &&\end{aligned}$$

g)
$$\begin{aligned}100+20b+b^2 &= b^2 &&\mid -b^2\\ 100+20b &= 0 &&\mid -100\\ 20b &= -100 &&\mid :20\\ b &= -5 &&\end{aligned}$$

h)
$$\begin{aligned}64-48x+9x^2 &= 9x^2-32 &&\mid -9x^2\\ 64-48x &= -32 &&\mid -64\\ -48x &= -96 &&\mid :(-48)\\ x &= 2 &&\end{aligned}$$

Alles klar?
→ *Seite 174*

1. a) $(4a+6)(5a-3) = 20a^2-12a+30a-18 = 20a^2+18a-18$
b) $(-2b+1)(-7-b) = 14b+2b^2-7-b = 2b^2+13b-7$
c) $(-3x-2y)(-y-5x) = 3xy+15x^2+2y^2+10xy = 15x^2+2y^2+13xy$

2. a) $(-5+8y)^2 = 25-80y+64y^2 = 64y^2-80y+25$ **b)** $(3x+4y)(3x-4y) = 9x^2-16y^2$

3. a)
$$\begin{aligned}(4y+2)(5-3y) &= -12y^2+4y &&\\ 20y-12y^2+10-6y &= -12y^2+4y &&\mid +12y^2\\ 20y+10-6y &= 4y &&\mid -4y\\ 10y+10 &= 0 &&\mid -10\\ 10y &= -10 &&\mid :10\\ y &= -1 &&\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}(2x-1)(3-3x) &= 15-6x^2 &&\\ 6x-6x^2-3+3x &= 15-6x^2 &&\mid +6x^2\\ 6x-3+3x &= 15 &&\mid +3\\ 9x &= 18 &&\mid :9\\ x &= 2 &&\end{aligned}$$

4. Kurze Seite: x
$$\begin{aligned}x(x+9)+7 &= (x+5)(x+9-6) &&\\ x(x+9)+7 &= (x+5)(x+3) &&\\ x^2+9x+7 &= x^2+3x+5x+15 &&\mid -x^2\\ 9x+7 &= 8x+15 &&\mid -7\\ 9x &= 8x+8 &&\mid -8x\\ x &= 8 &&\end{aligned}$$
Kurze Seite = 8 cm; lange Seite = 17 cm

5. Quadratseite: x

$$\begin{aligned} (x+5)(x+3) &= x^2+31 \\ x^2+3x+5x+15 &= x^2+31 && |-x^2 \\ 8x+15 &= 31 && |-15 \\ 8x &= 16 && |:8 \\ x &= 2 && \text{Länge Quadratseite} = 2\text{ cm} \end{aligned}$$

6. **a)** $(x+5)^2+(2x-4)^2 = x^2+10x+25+4x^2-16x+16$
$= 5x^2-6x+41$

b) $(4y+3)(4y-3)+(3y-5)^2 = 16y^2-9+9y^2-30y+25$
$= 25y^2-9-30y+25$
$= 25y^2-30y+16$

7. **a)**

$$\begin{aligned} (3y-6)(y-8) &= 3(y^2-4) \\ 3y^2-24y-6y+48 &= 3y^2-12 && |-3y^2 \\ -30y+48 &= -12 && |-48 \\ -30y &= -60 && |:(-30) \\ y &= 2 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} (x+3)(x+4) &= (x-1)(x-2) \\ x^2+4x+3x+12 &= x^2-2x-x+2 && |-x^2 \\ 7x+12 &= -3x+2 && |+3x \\ 10x+12 &= 2 && |-12 \\ 10x &= -10 && |:10 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} (y+3)^2+(y+2)^2 &= 2y^2 \\ y^2+6y+9+y^2+4y+4 &= 2y^2 && |-2y^2 \\ 10y+13 &= 0 && |-13 \\ 10y &= -13 && |:10 \\ y &= -1{,}3 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} (x-6)^2 &= 4-3x^2+(2x-4)^2 \\ x^2-12x+36 &= 4-3x^2+4x^2-16x+16 \\ x^2-12x+36 &= x^2-16x+20 && |-x^2 \\ -12x+36 &= -16x+20 && |-20 \\ -12x+16 &= -16x && |+12x \\ 16 &= -4x && |:(-4) \\ -4 &= x \end{aligned}$$

8. Gesuchte Zahl: x

$$\begin{aligned} (x+5)^2 &= x^2-5 \\ x^2+10x+25 &= x^2-5 && |-x^2 \\ 10x+25 &= -5 && |-25 \\ 10x &= -30 && |:10 \\ x &= -3 && \text{Gesuchte Zahl} = -3 \end{aligned}$$

9. **a)** $(\mathbf{11x}+3y)(\mathbf{11x}-3y) = 121x^2-\mathbf{9y^2}$ **b)** $(8a-\mathbf{12b})(8a+\mathbf{12b}) = \mathbf{64a^2}-144b^2$

10. **a)** $x^2+\mathbf{8}x+16 = (x+\mathbf{4})^2$ **b)** $9y^2-18y+\mathbf{9} = (\mathbf{3}y-\mathbf{3})^2$

11. **a)** $(3x-7)(5x+2y-9) = 15x^2+6xy-27x-35x-14y+63$
$= 15x^2+6xy-62x-14y+63$

b) $(3a-2b+5)(4b-11ab-2a)$
$= 12ab-33a^2b-6a^2-8b^2+22ab^2+4ab+20b-55ab-10a$
$= -6a^2-33a^2b-39\,ab+22ab^2-8b^2-10a+20b$

12. a) $4x - (2x+1)(5-3x) = 4x - (10x - 6x^2 + 5 - 3x)$
$= 4x - 10x + 6x^2 - 5 + 3x$
$= 6x^2 - 3x - 5$

b) $-2y - (y+3)(y-8) = -2y - (y^2 - 8y + 3y - 24)$
$= -2y - y^2 + 8y - 3y + 24$
$= -y^2 + 3y + 24$

13. a) $x^2 + x - 20 = (x-4)(x+5)$

b) $x^2 - 8x + 12 = (x-2)(x-6)$

14. a) $25x^2 - 49y^2 = (5x+7y)(5x-7y)$
b) $4a^2 - 24ab + 36b^2 = (2a-6b)^2$
c) $16x^2 + 80xy + 100y^2 = (4x+10y)^2$

15. Gesuchte Zahl: x
$(x-3)(x+6) = x^2$
$x^2 + 6x - 3x - 18 = x^2 \quad | -x^2$
$3x - 18 = 0 \quad | +18$
$3x = 18 \quad | :3$
$x = 6$ Gesuchte Zahl = 6

16. Gesuchte Zahl: x
$x(x+8) = (x+2)^2$
$x^2 + 8x = x^2 + 4x + 4 \quad | -x^2$
$8x = 4x + 4 \quad | -4x$
$4x = 4 \quad | :4$
$x = 1$ Gesuchte Zahl = 1

17. a) $427 + (x+1)^2 + 4(x-3) = (x+2)^2 + 24$
$427 + x^2 + 2x + 1 + 4x - 12 = x^2 + 4x + 4 + 24$
$416 + x^2 + 6x = x^2 + 4x + 28 \quad | -x^2$
$416 + 6x = 4x + 28 \quad | -416$
$6x = 4x - 388 \quad | -4x$
$2x = -388 \quad | :2$
$x = -194$

b) $(x+2)^2 - 5(x+1)^2 = 25 - (2x+4)^2$
$x^2 + 4x + 4 - 5(x^2 + 2x + 1) = 25 - (4x^2 + 16x + 16)$
$x^2 + 4x + 4 - 5x^2 - 10x - 5 = 25 - 4x^2 - 16x - 16$
$-4x^2 - 6x - 1 = -4x^2 - 16x + 9 \quad | +4x^2$
$-6x - 1 = -16x + 9 \quad | +16x$
$10x - 1 = 9 \quad | +1$
$10x = 10 \quad | :10$
$x = 1$

18. $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$
$= (a^2 + ab + ab + b^2)(a+b)$
$= (a^2 + 2ab + b^2)(a+b)$
$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3$
$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Lösungen zu Kapitel 9

Startklar?
→ *Seite 176*

1. a) $9 \cdot 10 = 90 \approx 87{,}9785$
b) $700 \cdot 50 = 35\,000 \approx 33\,249{,}28$
c) $15 \cdot 250 = 3750 \approx 3932{,}85$ (Die Endziffern der Zahlen $7 \cdot 5$ ergeben 35, deshalb muss die letzte Stelle der Zahl eine 5 sein)
d) $70^2 = 4900 \approx 4956{,}16$

2. a) $u = 2 \cdot 4\text{ cm} + 2 \cdot 2{,}5\text{ cm} = 13\text{ cm}$ $\quad A = 2{,}5\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} = 10\text{ cm}^2$
b) $8{,}5\text{ m} + 3{,}9\text{ m} + 9{,}2\text{ m} = 21{,}6\text{ m}$ $\quad A = \frac{3{,}6\text{ m} \cdot 9{,}2\text{ m}}{2} = 16{,}56\text{ m}^2$

3. **a)** $2\ ha = 200\ a$
$2{,}43\ a = 243\ m^2$
$3{,}14\ m^2 = 314\ dm^2$
$0{,}75\ m^2 = 7\,500\ cm^2$

b) $1\,230\ mm^2 = 12{,}3\ cm^2$
$300\ cm^2 = 3\ dm^2$
$3\,400\ dm^2 = 34\ m^2$
$12\,500\ cm^2 = 1{,}25\ m^2$

c) $2{,}7\ m^3 = 2\,700\ dm^3$
$34\ dm^3 = 34\ \ell$
$3{,}4\ dm^3 = 3\,400\ cm^3$
$23{,}01\ cm^3 = 23\,010\ mm^3$

d) $2\,500\ dm^3 = 2{,}5\ m^3$
$2\,300\ mm^3 = 2{,}3\ cm^3$
$125\ cm^3 = 0{,}125\ \ell$
$500\,000\ cm^3 = 0{,}5\ m^3$

4. **a)** 6,2 4,4 3,0 **b)** 5,77 8,25 1,09 **c)** 9,247 3,524 0,890

5. **a)** $a = 5{,}5\ m$ **b)** $b = 5\ cm$

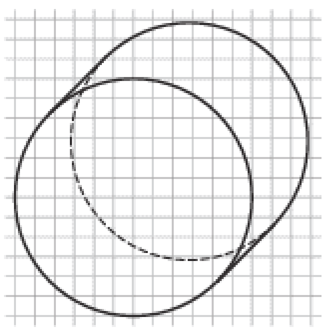
Auf einen Blick!
→ *Seite 188*

1. **a)** $u = 2 \cdot \pi \cdot 2\ cm = 12{,}56637061\ cm \approx 12{,}57\ cm$
$A = (2\ cm)^2 \cdot \pi = 12{,}56637061\ cm^2 \approx 12{,}57\ cm^2$

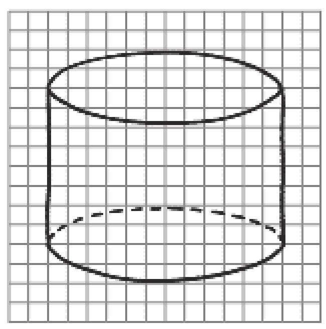
b) $u = 2 \cdot \pi \cdot 1{,}8\ m = 11{,}30973355\ m \approx 11{,}31\ m$
$A = (1{,}8\ m)^2 \cdot \pi = 10{,}1787602\ m^2 \approx 10{,}18\ m^2$

2. $14\ cm = 2 \cdot \pi \cdot r$
$r = \frac{14\ cm}{2 \cdot \pi} = 2{,}228169203\ cm \approx 2{,}23\ cm$
$d = 2 \cdot r = 4{,}46\ cm$

3. **a)**



b)



4. Wenn die Grundfläche unten ist, lässt es sich besser erkennen. Die Kanten des Mantels kann man im Abstand 10 cm zeichnen und die Höhe 5 cm. Bei einem Schrägbild wird das Bild durch die halbe Länge nach hinten verzerrt.

5. Nein, denn die Höhe des Körpers ist die eine Seite des Mantels. Und das Rechteck hat die Maße 7,5 cm und 15 cm, die Höhe des Körpers ist aber 9,2 cm.

6. Hier keine Zeichnung sondern Werte zur Kontrolle: Mantelfläche (Rechteck) $\approx 18{,}8\ cm \cdot 4\ cm$. Die Kreise befinden sich an der langen Seite des Rechtecks genau gegenüber voneinander.

7. **a)** $G = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4^2 \approx 50{,}27\ cm^2$ $M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h_K = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 5{,}3 \approx 133{,}2\ cm^2$
$O = 2 \cdot G + M = 2 \cdot 50{,}27\ cm^2 + 133{,}2\ cm^2 \approx 233{,}74\ cm^2$

b) $r = 1{,}3\ m;\ h_K = 6{,}1\ m$
$G = \pi \cdot 1{,}69\ m^2 \approx 5{,}31\ m^2$ $M = 2 \cdot \pi \cdot 1{,}3\ m \cdot 6{,}1\ m \approx 49{,}83\ m^2$
$O = 2 \cdot G + M$
$O = 2 \cdot 5{,}31\ m^2 + 49{,}83\ m \approx 60{,}45\ m^2$

8. $r = 3{,}3\ cm;\ h_K = 9{,}5\ cm$
$M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h_K = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}3\ cm \cdot 9{,}5\ cm \approx 196{,}98\ cm^2$

9. **a)** $V = \pi \cdot r^2 \cdot h_K = \pi \cdot (1{,}7\ cm)^2 \cdot 3{,}3\ cm \approx 29{,}961\ cm^3$ **b)** $V = \pi \cdot r^2 \cdot h_K = \pi \cdot (1{,}9\ m)^2 \cdot 1{,}1\ m \approx 12{,}475\ m^3$

10. $V = \pi \cdot r^2 \cdot h_K$
$h_K = \frac{V}{\pi \cdot r^2} = \frac{500\ cm^3}{\pi \cdot (5{,}4\ cm)^2} \approx 5{,}46\ cm$

Alles klar?
→ *Seite 189*

1. a) $u \approx 22$ cm; $A \approx 38{,}48$ cm^2

b) $r = 2{,}8$ mm; $u \approx 17{,}6$ mm; $A \approx 24{,}63$ mm^2

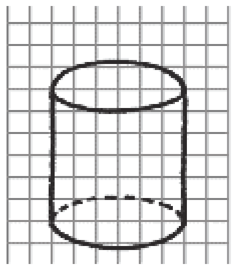
2. a) $16{,}7\text{ cm} = 2\pi r$

$r = \frac{16{,}7\text{ cm}}{2\pi} \approx 2{,}7$ cm

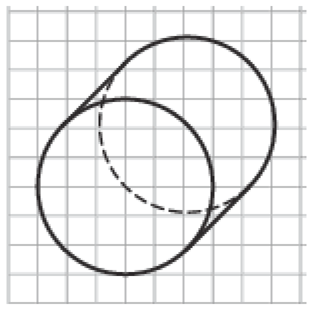
b) $47{,}5\text{ m} = d\pi$

$d = \frac{47{,}5\text{ m}}{\pi} \approx 15{,}12$ m

3. a)



b)



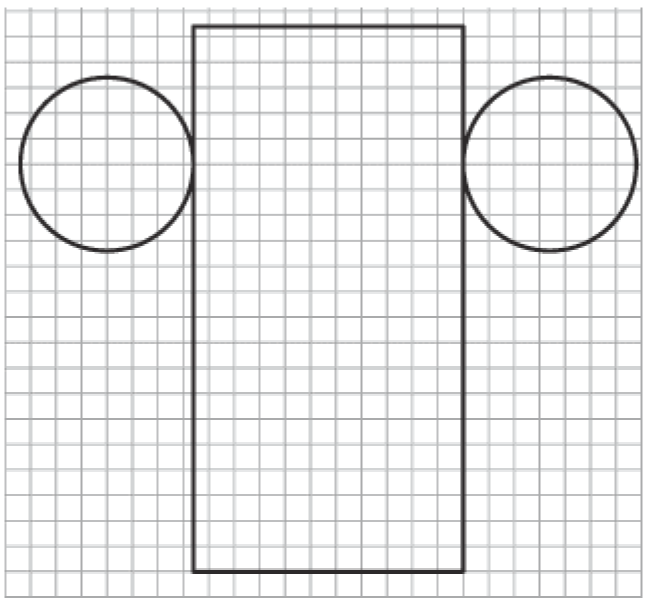
4. $A = \pi r^2 = \pi \cdot (27{,}5\text{ m})^2 \approx 2\,375{,}83$ m^2

$20\text{ g} \cdot 2\,375{,}83 = 47\,516{,}6$ g

$47\,516{,}6 : 1\,000 \approx 47{,}52$ kg

Es werden 5 Pakete mit je 10 kg benötigt. Die Kosten betragen 5 · 26,50 €, also insgesamt 132,50 €.

5. a)



b) $G = \pi \cdot 1{,}7^2 \approx 9{,}08$ cm^2

$M = 2 \cdot \pi \cdot 1{,}7 \cdot 5{,}3 \approx 56{,}61$ cm^2

$O = 2 \cdot G + M = 18{,}16\text{ cm}^2 + 56{,}61\text{ cm}^2 \approx 74{,}77$ cm^2

c) $V = G \cdot h_K = 9{,}08\text{ cm}^2 \cdot 5{,}3\text{ cm} \approx 48{,}124$ cm^3

6. $O = 2 \cdot G + M$

$180{,}28\text{ cm}^2 = 120{,}28\text{ cm}^2 + M \quad | - 120{,}28\text{ cm}^2$

$60\text{ cm}^2 = M$

7. $V = G \cdot h_K$

$175\text{ m}^3 = 25\text{ m}^2 \cdot h_K \quad | : 25\text{ m}^2$

$7\text{ m} = h_K$

8. Der Umfang des Kreises muss identisch mit einer der Seitenlängen des Papiers sein, denn das Blatt Papier stellt den Mantel dar.

$u = 2 \cdot \pi \cdot 2{,}5\text{ cm} \approx 15{,}7$ cm.

Seitenlängen Papier: 15 cm und 4,6 cm.

Aus den gegebenen Materialien ist es nicht möglich, das Netz eines Zylinders zu bauen, da der Umfang des Kreises länger ist als die größere Seitenlänge des Papiers. Wenn man es basteln möchte, schließt das Blatt Papier nicht um die Papierkreise herum – es würde eine Lücke bleiben.

9. a) $A = \pi r^2 = \pi \cdot (1{,}5\text{ m})^2 \approx 7{,}07$ m^2

b) Die Kantenlänge der Tischdecke ist 3,20 m.
Der Durchmesser des Tisches ist 3,0 m. Wenn rechts und links je 10 cm dazu kommen, ist die Tischdecke 3,20 m lang (und auch breit).

10. a) $r \approx 6\,500$ km; $u \approx 2 \cdot 3 \cdot 6\,500\text{ km} \approx 39\,000$ km

b) $u \approx 40\,074{,}16$ km

11. $r = 110$ dm; $V = 800\,000\ \ell$

$800\,000\ \ell = \pi \cdot (110\text{ dm})^2 \cdot h_K$

$21\text{ dm} \approx h_K$

12. a) Blech: $1{,}20\text{ m} \cdot b = 3\text{ m}^2$; $b = 2{,}50$ m

Der Umfang des Kreises darf maximal 2,50 m betragen.

$u = 2\pi r \qquad r = \frac{u}{2\pi} \qquad r = \frac{2{,}50\text{ m}}{2\pi} = 0{,}39$ m

Der Radius der Bodenfläche darf maximal 0,39 m (39 cm) groß sein.

b) $A = \pi r^2 = \pi \cdot (0{,}39\text{ m})^2 = 0{,}48$ m^2 Die Bodenfläche beträgt 0,48 m^2.

13. a) $r = 5\text{ cm};\ h_K = 10\text{ cm}$

$V = \pi \cdot (5\text{ cm})^2 \cdot 10\text{ cm} \approx 785{,}4\text{ cm}^3$

$O = 2 \cdot \pi \cdot (5\text{ cm})^2 + 2 \cdot \pi \cdot 5\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} \approx 471{,}24\text{ cm}^2$

b) $V = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot d = \pi \cdot \frac{d^2}{2^2} \cdot d = \pi \cdot \frac{d^3}{4}$

$O = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \pi \cdot d^2 = 2 \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{4} + \pi \cdot d^2 = \pi \cdot \frac{d^2}{2} + \pi \cdot d^2$

c) Die Zuordnung d (= h_K) → O ist nicht proportional, da sich kein Proportionalitätsfaktor ermitteln lässt.
Beispiel:

d	1	2
O	≈ 4,7	≈ 18,8
O/d	4,7	9,4

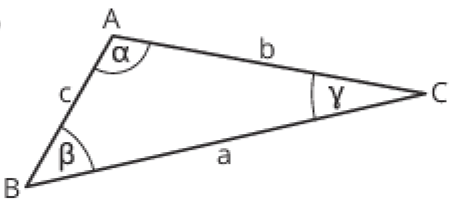
Die Zuordnung d (= h_K) → V ist nicht proportional, da sich kein Proportionalitätsfaktor ermitteln lässt.
Beispiel:

d	1	2
V	≈ 0,79	≈ 6,28
V/d	0,79	3,14

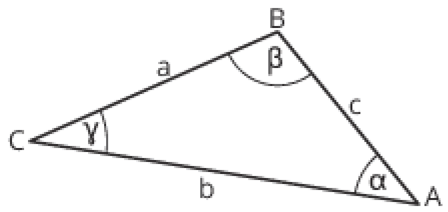
Lösungen „Erinnern und Wiederholen“

→ *Seite 190*

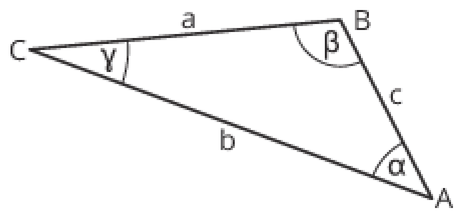
1. a)



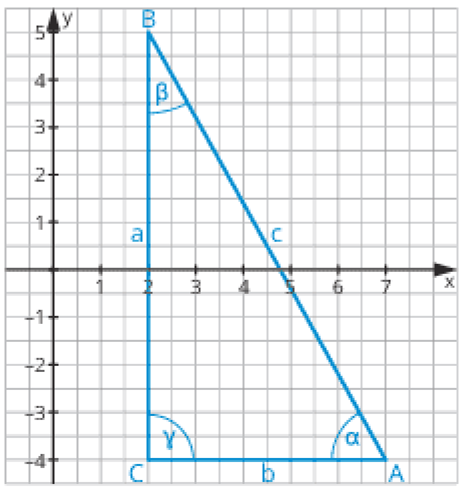
b)



c)

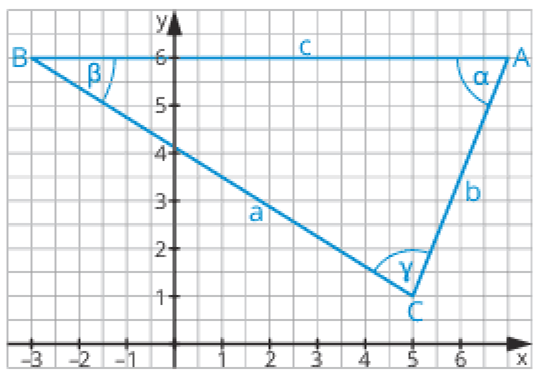


2.



3. a) ① a ist 5 cm lang ② b ist 3 cm lang ③ c ist 4 cm lang.
b) Der rechte Winkel heißt α.

4.



→ *Seite 191*

1. a) α_3 **b)** β_1 und β_3 **c)** β_1 **d)** β_2

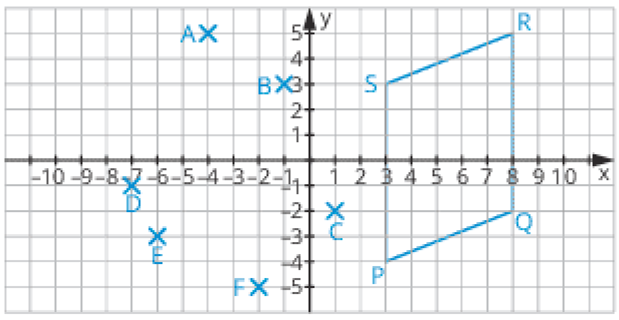
2. $\alpha_3 = 38°$ $\alpha_4 = 142°$

3. a) $\beta = 83°$ **b)** $\gamma = 115°$ **c)** $\alpha = 42°$ **d)** $\alpha = 71°$

→ *Seite 192*

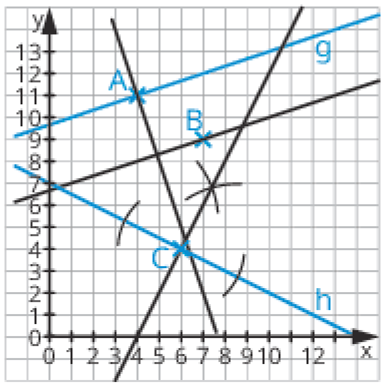
1. A(−4 | 5), B(−1 | 3), C(1 | −2), D(−7 | −1), E(−6 | −3), F(−2 | −5)

2.



Das Viereck ist ein Parallelogramm.

3., 4.



→ *Seite 193*

1. **a)** $3 + 7 = 10$ **b)** $4 \cdot (-1) - 5 = -4 - 5 = -9$ **c)** $5 \cdot 3 - 3 \cdot (-3) = 15 + 9 = 24$
d) $10 + 6 \cdot 5 = 10 + 30 = 40$ **e)** $2 \cdot (12 + 2 \cdot 2) = 2 \cdot (12 + 4) = 2 \cdot 16 = 32$
f) $8 \cdot (-5) + 10 \cdot 8 = -40 + 80 = 40$

2. **a)** $4 \cdot 1 + 7 = 11$ (f) $4 \cdot 6 + 7 = 24 + 7 = 31$ (w) $4 \cdot 7 + 7 = 28 + 7 = 35$ (f)

b) $4 \cdot (-2) - 4 = 18 + 6 \cdot (-2)$; $-8 - 4 = 18 - 12$; $-12 = 6$ (f)
$4 \cdot (-9) - 4 = 18 + 6 \cdot (-9)$; $-36 - 4 = 18 - 54$; $-40 = -36$ (f)
$4 \cdot (-11) - 4 = 18 + 6 \cdot (-11)$; $-44 - 4 = 18 - 66$; $-48 = -48$ (w)

3. **a)** $9a + 14$ **b)** $3a - 3$ **c)** $6a - 5$ **d)** $-8a - 11$
e) $a + 2b - 26$ **f)** $-12a + b + 11$ **g)** $-7a + 8b - 8$ **h)** $3a + 3b - 12$

4. **a)** $7z - 26$ **b)** $-x + 18$ **c)** $16y - 23$ **d)** $-9x - 2y + 5$ **e)** $-3x + y + 4$ **f)** $-2x - 3y - 8$

→ *Seite 194*

1. **a)** $23 + 29 = 52$ **b)** $89 - 43 = 46$ **c)** $65 : 5 = 13$ **d)** $7 \cdot 6 = 42$

2. **a)** $11 \cdot 20 = 220$ **b)** $48 + 29 = 77$ **c)** $20 - 5 = 15$ **d)** $35 : 7 = 5$

3. **a)** $\cdot 2$ **b)** -2 **c)** $: 2$ **d)** $\cdot 2$ **e)** $+ 2$ **f)** $: 2$

4. **a)** $a : 6 = 9 \quad | \cdot 6$
$a = 9 \cdot 6 = 54$ Der Dividend ist 54.

b) $32 - b = 9 \quad | + b$
$32 = 9 + b \quad | - 9$
$23 = b$ Der Subtrahend ist 23.

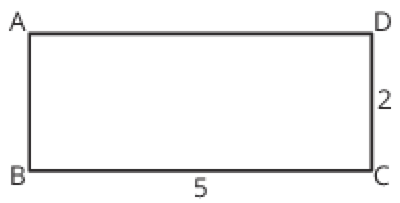
5. **a)** $63 : 21 = 3$ Der Quotient ist 3. **b)** $30 - (-15) = 45$ Die Differenz ist 45.
c) $-30 + b = -60 \quad | + 30$; $b = -30$ Der 2. Summand ist -30.
d) $a \cdot (-8) = 72 \quad |: (-8)$; $a = -9$ Der 1. Faktor ist -9.

→ *Seite 195*

1. **a)** $A = 7\text{ cm} \cdot 5\text{ cm}$; $u = 2 \cdot 7\text{ cm} + 2 \cdot 5\text{ cm}$ **b)** $A = 4\text{ mm} \cdot 4\text{ mm}$; $u = 4 \cdot 4\text{ mm}$ **c)** $A = 6\text{ dm} \cdot 3{,}5\text{ dm}$; $u = 2 \cdot 6\text{ dm} + 2 \cdot 3{,}5\text{ dm}$

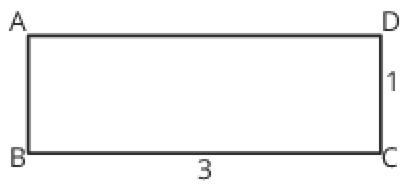
2. Ⓐ : ② Ⓑ : ① Ⓒ : ④

3. **a)**



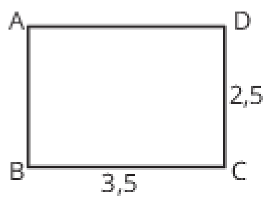
$A = 5\text{ cm} \cdot 2\text{ cm}$

b)



$A = 3\text{ cm} \cdot 1\text{ cm}$

c)



$A = 3{,}5\text{ cm} \cdot 2{,}5\text{ cm}$

4. **a)** Hier ohne Zeichnung. $u = 8 + 2x$ **b)** Hier ohne Zeichnung. $A = x^2$

→ Seite 196

1. **a)** $2x + 14 = 30 \quad |-14$
$2x = 16 \quad |:2$
$x = 8$
Probe: $16 + 14 = 30$

b) $3a + 5 = 20 \quad |-5$
$3a = 15 \quad |:3$
$a = 5$
Probe: $15 + 5 = 20$

c) $4y + 4 = 12 \quad |-4$
$4y = 8 \quad |:4$
$y = 2$
Probe: $8 + 4 = 12$

d) $5y - 30 = 15 \quad |+30$
$5y = 45 \quad |:5$
$y = 9$
Probe: $45 - 30 = 15$

e) $7b + 36 = 20 + 3b \quad |-3b$
$4b + 36 = 20 \quad |-36$
$4b = -16 \quad |:4$
$b = -4$
Probe linke Seite: $-28 + 36 = 8$
Probe rechte Seite: $20 - 12 = 8$

f) $-12 + 3x = -3x + 12 \quad |+3x$
$-12 + 6x = 12 \quad |+12$
$6x = 24 \quad |:6$
$x = 4$
Probe linke Seite: $-12 + 12 = 0$
Probe rechte Seite: $-12 + 12 = 0$

g) $3a + 4 = 8a - 6 \quad |-8a$
$-5a + 4 = -6 \quad |-4$
$-5a = -10 \quad |:(-5)$
$a = 2$
Probe linke Seite: $6 + 4 = 10$
Probe rechte Seite: $16 - 6 = 10$

h) $5x + 8x = 7x + 6$
$13x = 7x + 6 \quad |-7x$
$6x = 6 \quad |:6$
$x = 1$
Probe linke Seite: $5 + 8 = 13$
Probe rechte Seite: $7 + 6 = 13$

i) $30 - 4b = -2b + 2 \quad |+2b$
$30 - 2b = 2 \quad |-30$
$-2b = -28 \quad |:(-2)$
$b = 14$
Probe linke Seite: $30 - 56 = -26$
Probe rechte Seite: $-28 + 2 = -26$

2. **a)** $z + 3z - 4 = z + 14$
$4z - 4 = z + 14 \quad |-z+4$
$3z = 18 \quad |:3$
$z = 6$

b) $8y - 5y = y + 34 + 6$
$3y = y + 40 \quad |-y$
$2y = 40 \quad |:2$
$y = 20$

c) $-3a - 14 + 9a - a = 5 - a + 17$
$5a - 14 = 22 - a \quad |+a+14$
$6a = 36 \quad |:6$
$a = 6$

d) $-7 - 4x - 9 = -7x + 2$
$-16 - 4x = -7x + 2 \quad |+7x+16$
$3x = 18 \quad |:3$
$x = 6$

e) $20 + 2b - 12 = 5b - 12 - 8b$
$8 + 2b = -3b - 12 \quad |+3b-8$
$5b = -20 \quad |:5$
$b = -4$

f) $5y - 20 + 7y = 14 - 3y + 11$
$12y - 20 = 25 - 3y \quad |+3y+20$
$15y = 45 \quad |:15$
$y = 3$

3. $12\text{ cm} \cdot 100 = 1200\text{ cm} = 12\text{ m}$
$8\text{ cm} \cdot 100 = 800\text{ cm} = 8\text{ m}$

4. $250\text{ m} : 10000 = 0{,}025\text{ m} = 2{,}5\text{ cm}$
$600\text{ m} : 10000 = 0{,}06\text{ m} = 6\text{ cm}$

5. $9\text{ cm} : 10 = 0{,}9\text{ cm} = 9\text{ mm}$

6. **a)** 10 km **b)** 2 km **c)** 500 m

→ Seite 197

1. Quadrat und Rechteck haben jeweils vier rechte Winkel
   Das Quadrat hat vier gleichlange Seiten, das Rechteck jeweils zwei
   Das Quadrat hat vier Symmetrieachsen, das Rechteck hat zwei Symmetrieachsen

2. Quadrat und Raute haben jeweils vier gleichlange Seiten. Die Winkel einer Raute sind nicht rechtwinklig.

3. **a)** Rechteck, Quadrat **b)** Parallelogramm, Raute

4. **a)** Rechteck, Quadrat, Raute, Drachen **b)** Quadrat, Rechteck, Parallelogramm, Raute

5. Quadrat, Raute, Drachen

6. Der Drachen und das allgemeine Viereck sind keine Trapeze. Alle anderen Vierecke haben mindestens zwei zueinander parallelen Seiten.

→ Seite 198

1. **a)** 4,7 cm^2 **b)** 3,55 dm^2 **c)** 1,75 m^2 **d)** 42,5 dm^2 **e)** 0,25 a **f)** 426 km^2

2. **a)** 2000 mm^2 **b)** 450 cm^2 **c)** 80 dm^2 **d)** 280 m^2 **e)** 250 a **f)** 730 ha

3. **a)** 6,45 cm^2 **b)** 1570 mm^2 **c)** 2,56 m^2 **d)** 0,004 a
   e) 24,7 km^2 **f)** 34 a **g)** 130 dm^2 **h)** 307 cm^2

4. **a)** 1 ha = 100 a = 100 · 100 m^2 = 10 000 m^2
   Ein Hektar sind zehntausend Quadratmeter.
   b) 1 km^2 = 100 ha
   1 ha = 10 000 m^2 | · 100
   100 ha = 100 · 10 000 m^2 = 1 000 000 m^2
   Ein Quadratkilometer sind eine Million Quadratmeter.

5. Figur links: $8\text{ m} \cdot 6\text{ m} + \frac{4\text{ m} \cdot 3\text{ m}}{2} = 48\text{ m}^2 + 6\text{ m}^2 = 54\text{ m}^2$
   Figur rechts: $8\text{ cm} \cdot 12\text{ cm} - \frac{8\text{ cm} \cdot 7\text{cm}}{2} = 96\text{ cm}^2 - 28\text{ cm}^2 = 68\text{ cm}^2$

6. **a)** Rechteck = 14 cm · 8 cm = 112 cm^2 Quadrat = 4 cm · 4 cm = 16 cm^2 Gesamt = 128 cm^2
   b) Figur = Rechteck – Quadrat + Dreieck
   Rechteck = 10 · 7 = 70
   Quadrat = 4 · 4 = 16
   Dreieck = $\frac{11 \cdot 4}{2} = 22$
   Figur = 70 – 16 + 22 = 76 cm^2

→ Seite 199

1. **a)** 37 % **b)** 65 % **c)** 7 % **d)** 70 % **e)** 5 % **f)** 1 %
   g) 18 % **h)** 8 % **i)** 74 % **j)** 3 % **k)** 2 % **l)** 81 %

2. **a)** $0{,}19 = \frac{19}{100}$ **b)** $0{,}06 = \frac{6}{100} = \frac{3}{50}$ **c)** $0{,}35 = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$
   d) $0{,}04 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ **e)** $0{,}8 = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$ **f)** $0{,}12 = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$

3. **a)** $\frac{3}{4}$ **b)** $\frac{3}{5}$ **c)** $\frac{3}{10}$ **d)** $\frac{2}{5}$

4. **a)** $\frac{7}{10} = \frac{70}{100} = 70\,\%$ **b)** $\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 15\,\%$ **c)** $\frac{11}{50} = \frac{22}{100} = 22\,\%$ **d)** $\frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 36\,\%$
   e) $\frac{48}{200} = \frac{24}{100} = 24\,\%$ **f)** $\frac{17}{20} = \frac{85}{100} = 85\,\%$ **g)** $\frac{49}{50} = \frac{98}{100} = 98\,\%$

→ *Seite 200*

1., 2.

	G	W	p %
a)	20 €	2 €	10 %
b)	8 km	4 km	50 %
c)	600 kg	150 kg	25 %
d)	5 h	2 h	40 %
e)	32 000 €	4 800 €	15 %
f)	30	9	30 %
2.	9 800 Einwohner	2 350 über 65 J.	≈ 24 %

→ *Seite 201*

1. **a)**

100 %	2 600 €
1 %	26 €
7 %	182 €

b)

100 %	850 kg
1 %	8,5 kg
32 %	272 kg

c)

100 %	50 ℓ
1 %	0,5 ℓ
48 %	24 ℓ

d)

100 %	600 m^2
1 %	6 m^2
23 %	138 m^2

2. **a)** 68 km **b)** 200 t **c)** 22 100 € **d)** 38,7 min **e)** 489,60 € **f)** 21 m

3. **a)** 21 kg **b)** 180 € **c)** 150 Tage **d)** 6 m

4. **a)** 2400 € · 0,18 = 432 € Frau Frickel spart 432 € durch den Rabatt.
b) 2400 € – 432 € = 1968 € Frau Frickel muss noch 1968 € für das E–Bike bezahlen.

5. 28 · 0,75 = 21 21 Mitschülerinnen und Mitschüler haben Mydia gewählt.

6. 840 · 0,55 + 95 · 0,8 = 462 + 76 = 538 538 Personen an der Schule sind weiblich.

→ *Seite 202*

1. **a)**

60 %	4200 €
1 %	70 €
100 %	7 000 €

b)

15 %	1 050 ℓ
1 %	70 ℓ
100 %	7 000 ℓ

c)

16 %	400 m
1 %	25 m
100 %	2 500 m

d)

55 %	22 kg
1 %	0,4 kg
100 %	40 kg

2. **a)** 630 : 0,35 = 1 800 Von 1 800 € sind 35 % genau 630 €.
b) 1 820 : 0,25 = 7 280 Von 7280 kg sind 25 % genau 1 820 kg.

3. **a)** $\frac{170}{500}$ = 0,34 = 34 % **b)** $\frac{576}{7200}$ = 0,08 = 8 % **c)** $\frac{99}{550}$ = 0,18 = 18 % **d)** $\frac{204}{240}$ = 0,85 = 85 %

4. **a)** 50 % **b)** 10 % **c)** 25 % **d)** 100 % **e)** 20 % **f)** 29 %

→ *Seite 203*

1. **a)** 54 € **b)** 6 € **c)** 84 € **d)** 1 €

2. **a)**

Anzahl	€
3	2,10
1	0,70
5	3,50
11	7,70
20	14,00

b)

kg	€
4	4,80
1	1,20
3	3,60
7	8,40
18	21,60

c)

ℓ	kg
6	39
2	13
4	26
7	45,5
15	97,5

d)

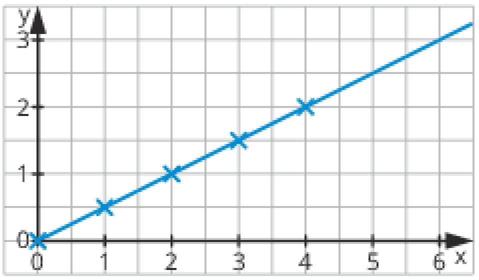
Personen	€
5	41,50
3	24,90
6	49,80
14	116,20
19	157,70

3. **a)** Der Strahl beginnt nicht im Nullpunkt, somit ist die Zuordnung nicht proportional.
b) Der Strahl beginnt nicht im Nullpunkt, somit ist die Zuordnung nicht proportional.
c) Der Graph ist ein Strahl und beginnt im Nullpunkt, deshalb ist die Zuordnung proportional.
d) Der Graph ist ein Strahl und beginnt im Nullpunkt, deshalb ist die Zuordnung proportional.

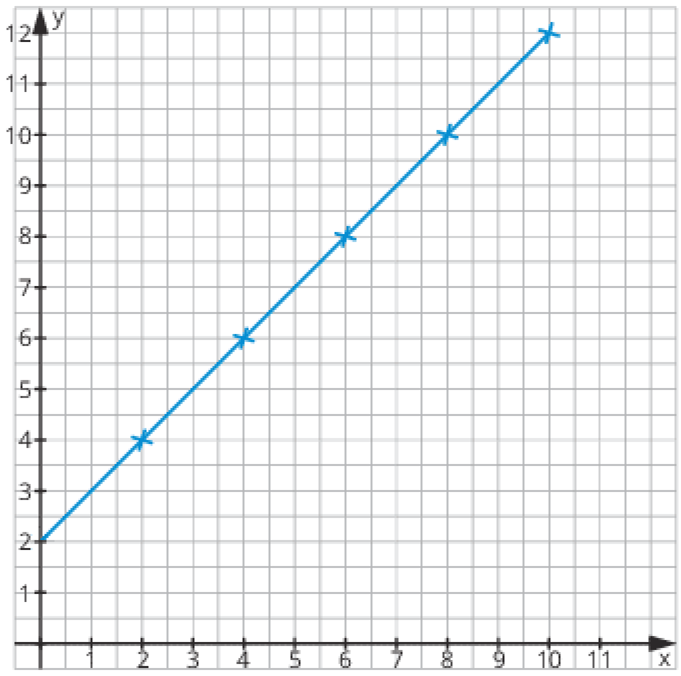
4. **a)** Die Zuordnung ist proportional, der Proportionalitätsfaktor ist 23.
b) Die Zuordnung ist proportional, der Proportionalitätsfaktor ist 1,32.
c) Die Zuordnung ist nicht proportional, denn der Proportionalitätsfaktor ist nicht gleich.
d) Die Zuordnung ist nicht proportional, denn der Proportionalitätsfaktor ist nicht gleich.

→ *Seite 204*

1. **a)**

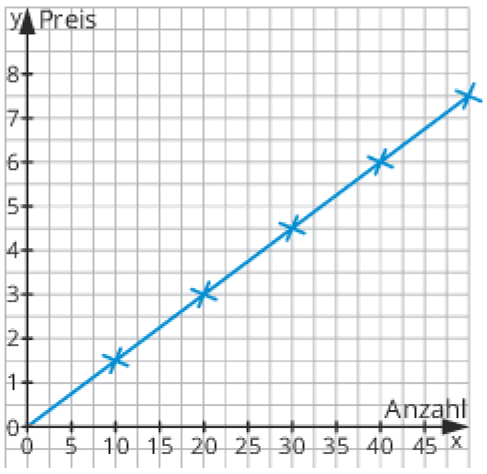


b)



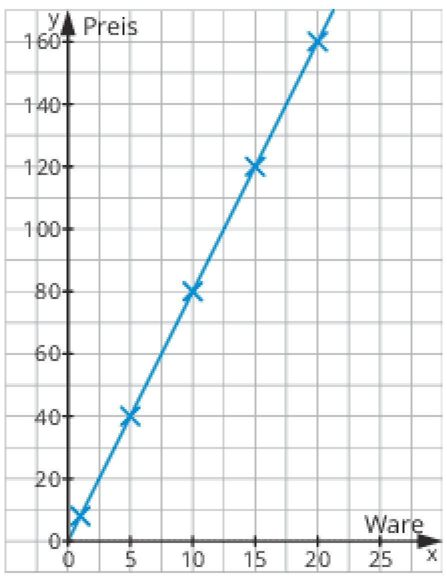
2.

Anzahl der Ausdrucke	24	0	10	20	30	40	50
Preis (€)	3,60	0	1,50	3,00	4,50	6,00	7,50



3.

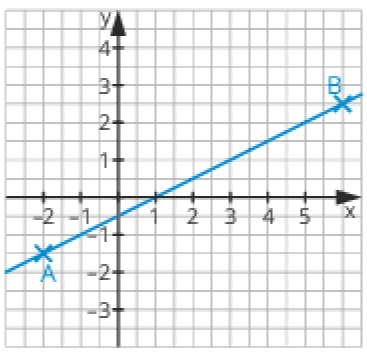
Ware (m²)	1	5	10	15	20
Preis (€)	8	40	80	120	160



→ *Seite 205*

1. A (−2|**−2,5**), B(0|**−1**), C(**2**|0,5)

2. **a)**



b) C(−3|**−2**), D(**0**|−0,5), E(**4**|1,5)

→ *Seite 206*

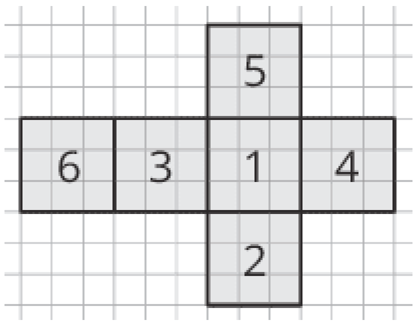
1. **a)** Blau: 19 % Beige: 10 %
b) 100 – 19 – 14 – 13 – 10 = 44 % 44 % der Deutschen haben eine andere Lieblingsfarbe.

2.

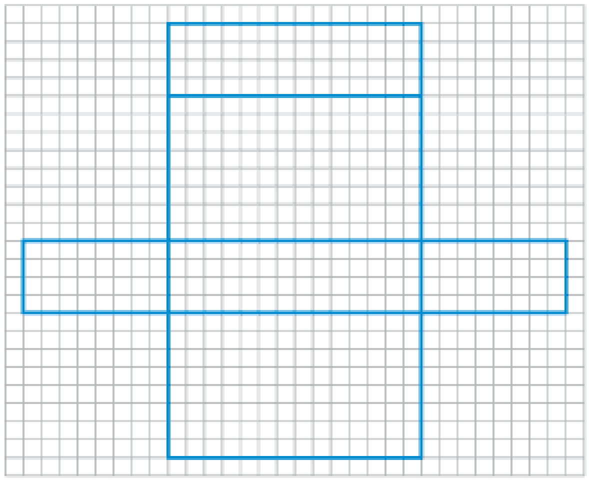
Verein	R. Madrid	AC Mailand	FC Liverpool	B. München	FC Barcelona
Siege Champions League	13	7	6	5	5

→ *Seite 207*

1. z.B.:

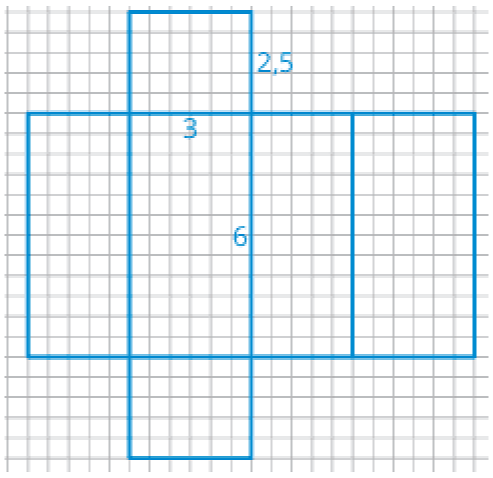


2. Netz zur Kontrolle.

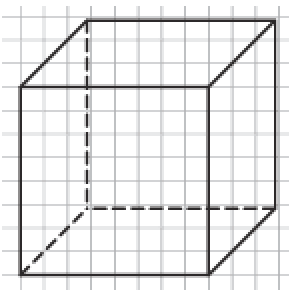


Kantenlängen: 2 cm, 4 cm und 7 cm.

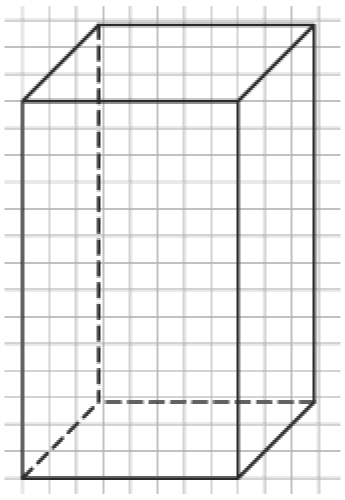
3. z.B.:



4.



5.



→ *Seite 208*

1. **a)** $O = 6 \cdot 12 \cdot 12 = 864\ \text{cm}^2$ **b)** $V = 12 \cdot 12 \cdot 12 = 1728\ \text{cm}^3$

2. **a)** $O = 2 \cdot 23 \cdot 17 + 2 \cdot 23 \cdot 40 + 2 \cdot 17 \cdot 40 = 3982\ \text{cm}^2$ **b)** $V = 23 \cdot 17 \cdot 40 = 15\,640\ \text{cm}^3$

3. $O = 2 \cdot 81\text{cm}^2 + 4 \cdot 350 \cdot 9 = 12762\ \text{cm}^2$
Die Fläche, die gestrichen werden muss, ist 12762 cm^2 groß.

4. **a)** 2,645 cm^3 **b)** 852 700 mm^3 **c)** 45 m^3 **d)** 200 dm^3 **e)** 3 dm^3 **f)** 25 m^3

5. **a)** 1,5 ℓ **b)** 15 800 ℓ **c)** 100 m^3 **d)** 1 000 000 mm^3
e) 467 ℓ **f)** 55 cm^3 **g)** 0,25 ℓ **h)** 1 000 mℓ

→ *Seite 209*

1. Athen Spannweite: 18 Nikosia Spannweite: 15

Die Temperatur schwankt in Athen stärker als in Nikosia. Das zeigt die Spannweite an. In Athen ist diese größer als in Nikosia.

2. **a)** Mittelwert: $(17 + 18 + 22 + 11 + 13 + 15) : 6 = 16$ **b)** Mittelwert: $(3 + 12 + 2 + 4 + 4) : 5 = 5$
c) Mittelwert: $(9{,}3 + 6{,}7 + 3{,}8 + 6{,}5 + 8{,}2) : 5 = 6{,}9$

3. Athen: $(10 + 10 + 10 + 12 + 20 + 25 + 28 + 28 + 24 + 20 + 15 + 11) : 12 = 17{,}75$
Nikosia: $(12 + 12 + 12 + 14 + 21 + 25 + 27 + 27 + 25 + 22 + 18 + 14) : 12 \approx 19{,}08$

4. **a)** Rangliste: 3, 4, 5, 6, 7 Median: 5
b) Rangliste: 12, 13, 15, 15, 17, 28 Median: $(15 + 15) : 2 = 15$
c) Rangliste: 8, 10, 12, 14, 14, 17 Median: $(12 + 14) : 2 = 13$

5. Athen: 10, 10, 10, 11, 12, 15, 20, 20, 24, 25, 28, 28 Median: $(15 + 20) : 2 = 17{,}5$
Nikosia: 12, 12, 12, 14, 14, 18, 21, 22, 25, 25, 27, 27 Median: $(18 + 21) : 2 = 19{,}5$

→ *Seite 210*

1. **a)** Die Felder nehmen jeweils ein Viertel der Scheibe ein. Dadurch hat jede Farbe die gleiche Wahrscheinlichkeit, gedreht zu werden.
b) Mögliche Ergebnisse: Blau, Lila, Grün, Gelb
c) $P(\text{Blau}) = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\,\%$ $P(\text{Rot}) = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\,\%$
$P(\text{Grün}) = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\,\%$ $P(\text{Gelb}) = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\,\%$

2. **a)** $P(\text{ungerade Zahl}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\,\%$ **b)** $P(\geq 2) = \frac{5}{6} \approx 0{,}83 = 83\,\%$
c) $P(1) = \frac{1}{6} \approx 0{,}17 = 17\,\%$ **d)** $P(3 \text{ o. } 5) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33 = 33\,\%$
e) $P(>6) = \frac{0}{6} = 0{,}0 = 0\,\%$ **f)** $P(\leq 4) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0{,}66 = 66\,\%$

3. **a)** $P(\text{Blau}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\,\%$
$P(\text{Gelb}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33 = 33\,\%$
$P(\text{Rot}) = \frac{1}{6} \approx 0{,}17 = 17\,\%$
b) Man müsste zwei weitere gelbe Kugeln hinzufügen. Dann wären es 4 gelbe Kugeln und insgesamt würden sich 8 Kugeln im Glas befinden. Also wäre die Wahrscheinlichkeit $\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\,\%$.

4. **a)** $P(\text{Gewinn}) = \frac{250}{600} \approx 0{,}42 = 42\,\%$
b) Gesamtanzahl der Lose: $180 + 540 = 720$
$P(\text{Gewinn}) = \frac{180}{720} = 0{,}25 = 25\,\%$

→ *Seite 211*

1. Kreisdiagramm ①: 72°, 20 %
Kreisdiagramm ②: 90°, 25 %
Kreisdiagramm ③: 45°, 12,5 %
Kreisdiagramm ④: 120°, 33,3 %

2.

Jahreszeit	Winkel	Anteil in Prozent
Frühling	130°	≈ 36,1 %
Sommer	180°	50 %
Herbst	32°	≈ 8,9 %
Winter	18°	5 %

3. Mallorca: 34 % Kreta: 15 % Rhodos: 7 % Sonstige: 44 %

→ *Seite 212*

1. **a)** $10x - (9 + 3x)$
$= 10x - 9 \mathbf{-} 3x$
$= \mathbf{7x} - 9$

b) $-(-15x + 2) + 4$
$= \mathbf{+}15x \mathbf{-} 2 + 4$
$= 15x \mathbf{+ 2}$

c) $-4x - (2x - 6)$
$= -4x - 2x \mathbf{+} 6$
$= -6x + 6$

2. **a)** $4x + 6 - 3x = x + 6$ **b)** $11 + 8a - 9 = 2 + 8a$ **c)** $10x - 6x + 4 = 4x + 4$
d) $7b - 8 - 2b = 5b - 8$ **e)** $12 - 6 + 8z = 6 + 8z$ **f)** $x - 9 + 4x = 5x - 9$
g) $-4a - 1 - 4a = -8a - 1$ **h)** $-5y - 1 - 3y = -8y - 1$ **i)** $12z - 3 + 21 = 12z + 18$

3. **a)** $3 \cdot (8x - 4) = 24x - \mathbf{12}$ **b)** $-2(6x - 5) = -12x \mathbf{+} 10$ **c)** $3x(4y - 2x) = 12xy - 6\mathbf{x^2}$

4. **a)** $3a + 12$ **b)** $2z + 16$ **c)** $-pq - 5p$
d) $y^2 - 3y$ **e)** $-3a - 3b$ **f)** $mn - mp$
g) $-2x - 2y$ **h)** $-8p - 8r$ **i)** $3b + 2ab$

5. **a)** $3(\mathbf{2x} + \mathbf{1}) = 6x + 3$ **b)** $8y + 4 = 2(\mathbf{4y} + \mathbf{2})$ **c)** $5(\mathbf{3} - \mathbf{2a}) = 15 - 10a$
d) $5ab + 10b^2 = 5b(\mathbf{a} + \mathbf{2b})$ **e)** $9x^2 - 27xy = \mathbf{9x}(x - 3y)$ **f)** $3p(\mathbf{2p} + \mathbf{4q}) = 6p^2 + 12pq$

→ *Seite 213*

1. **a)** $3(b + 3)$ **b)** $4(3 - x)$ **c)** $8(2a - 7)$
d) $a(4b - 17)$ **e)** $y(12 + y)$ **f)** $6x(6x - 2)$
g) $5y(7x + 1)$ **h)** $6a(4a - b)$ **i)** $9y(5y - 1)$

2. **a)** $7(2a + 1)$ **b)** $8(8 - x)$ **c)** $4(8b - 1)$
d) $2y(x + 2)$ **e)** $6a(6 + b)$ **f)** $4x(x - 3)$
g) $3b(a - 2)$ **h)** $7a(2a - 3b)$ **i)** $7y(6y - 1)$

3. **a)**
$$\begin{aligned} 2(x + 14) &= 30 & & \\ 2x + 28 &= 30 & &\mid -28 \\ 2x &= 2 & &\mid :2 \\ x &= 1 & & \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 3(a + 4) &= 24 & & \\ 3a + 12 &= 24 & &\mid -12 \\ 3a &= 12 & &\mid :3 \\ a &= 4 & & \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} -4(y + 7) &= 40 & & \\ -4y - 28 &= 40 & &\mid -28 \\ -4y &= 68 & &\mid :(-4) \\ y &= -17 & & \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} 5y - 30 &= 15 & &\mid +30 \\ 5y &= 45 & &\mid :5 \\ y &= 9 & & \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} -7b + 20 &= 36 - 3b & &\mid -20 + 3b \\ -4b &= 16 & &\mid :(-4) \\ b &= -4 & & \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} 3x - 12 + 3x &= 12 & &\mid +12 \\ 6x &= 24 & &\mid :6 \\ x &= 4 & & \end{aligned}$$

g)
$$\begin{aligned} 3a + 4 - 8a &= -6 & &\mid -4 \\ -5a &= -10 & &\mid :(-5) \\ a &= 2 & & \end{aligned}$$

h)
$$\begin{aligned} 5x + 8x &= 7x + 6 & &\mid -7x \\ 6x &= 6 & &\mid :6 \\ x &= 1 & & \end{aligned}$$

i)
$$\begin{aligned} 30 - 4b &= -2b + 2 & &\mid +4b - 2 \\ 28 &= 2b & &\mid :2 \\ 14 &= b & & \end{aligned}$$

4. **a)**
$$\begin{aligned} z - 3z - 5 &= z + 4 & &\mid -z + 5 \\ -3z &= 9 & &\mid :(-3) \\ z &= -3 & & \end{aligned}$$
Probe: $-3 - (3 \cdot (-3) + 5) = -3 + 4$
$-3 - (-4) = -3 + 4$ (w)

b)
$$\begin{aligned} 8y - 5 + y &= y - 5 & &\mid +5 - y \\ 8y &= 0 & &\mid :8 \\ y &= 0 & & \end{aligned}$$
Probe: $8 \cdot 0 - 5 + 0 = 0 - 5$
$0 - 5 + 0 = -5$ (w)

c)
$$\begin{aligned} 3a - 12 &= 9a + 108 & &\mid +12 - 9a \\ -6a &= 120 & &\mid :(-6) \\ a &= -20 & & \end{aligned}$$
Probe: $3(-20 - 4) = 9(-20 + 12)$
$-72 = -72$ (w)

d)
$$\begin{aligned} 8x + 4 &= 6x + 24 & &\mid -6x - 4 \\ 2x &= 20 & &\mid :2 \\ x &= 10 & & \end{aligned}$$
Probe: $4(2 \cdot 10 + 1) = 2(3 \cdot 10 + 12)$
$4 \cdot 21 = 2 \cdot 42$ (w)

e)
$$\begin{aligned} 21 - 3b &= 6b + 12 & &\mid +3b - 12 \\ 9 &= 9b & &\mid :9 \\ 1 &= b & & \end{aligned}$$
Probe: $3(7 - 1) = 6 \cdot 1 + 12$
$3 \cdot 6 = 18$ (w)

f)
$$\begin{aligned} -20 + 6y &= 28 - 42y & &\mid +20 + 42y \\ 48y &= 48 & &\mid :48 \\ y &= 1 & & \end{aligned}$$
Probe: $2(-10 + 3 \cdot 1) = 14(2 - 3 \cdot 1)$
$2 \cdot (-7) = -14$ (w)

→ *Seite 214*

1. **a)** $A = x(x - 8)$ **b)** $A = x(y - 10)$ **c)** $A = (x + 4)(x - 7)$

2. **a)** $A = 5(2x)$; $A = 5x + 5x$ **b)** $A = a(b + 7)$; $A = ab + 7a$ **c)** $A = 2x(x + y)$; $A = 2x^2 + 2xy$

→ *Seite 215*

1. 800 + 600 = 1 400 — Die Gesamtkosten betragen ungefähr 1 400 €.

2. $8 + 20 \cdot 4 = 8 + 80 = 88$ — Das Hochhaus ist ungefähr 88 m hoch.

3. $660 : 30 = 22$ — Eine Tagesetappe ist ungefähr 22 km lang.

4. 2300 – 600 = 1 700 — Frau Rusch braucht ungefähr noch zusätzlich 1 700 €, um den Computer bezahlen zu können.

5. Pia: 8 + 2= 10 Pit: 7 + 3 = 10 Ron: 7 + 3 = 10 Anna: 7 + 4 = 11
Jan: 9 + 2 = 11 Gesamt: 10 + 10 + 10 + 11 + 11 = 52 €

→ *Seite 216*

	a)	b)	c)	d)	e)
1.	255 m^2	28 cm^3	3652 ha	22 ℓ	84 dm^3
2.	14,77 m^2	5,30 ha	4,84 cm^2	12,85 a	0,65 m^2
3.	38,588 cm^3	0,546 m^3	2,500 dm^3	1,341 cm^3	0,372 ℓ
4.	7,55 m^2	1,463 m^3	10,25 a	3,484 cm^3	1,645 ℓ

5. 125,80 a : 6 = 20,97 a

Formeln

Algebra

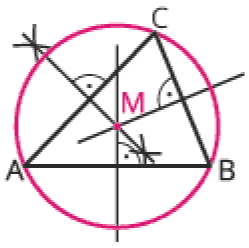
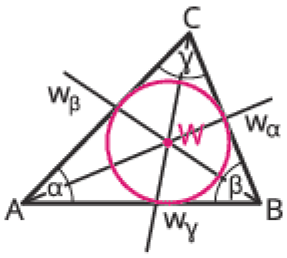
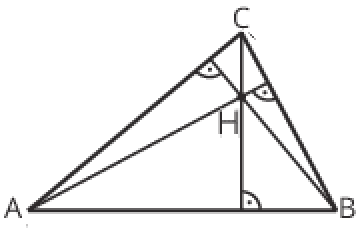
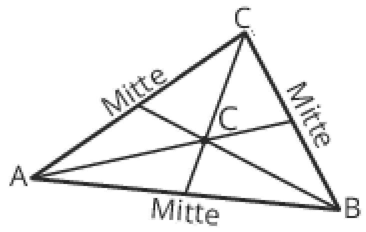
Klammern auflösen: $a + (b - c) = a + b - c$ $a - (b - c) = a - b + c$ Multiplikation von Summen: $(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$	Binomische Formeln: $(a + b)^2 \quad = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 \quad = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

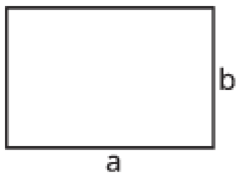
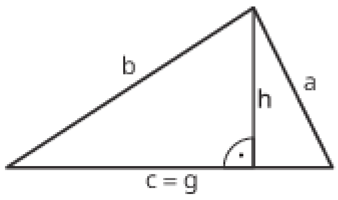
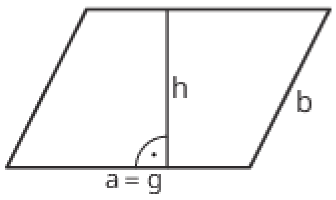
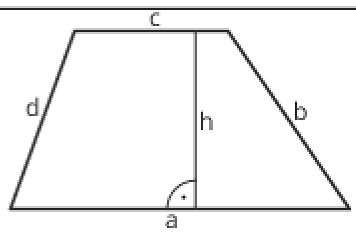
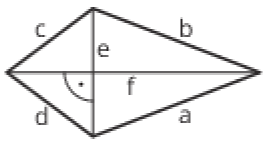
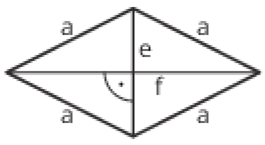
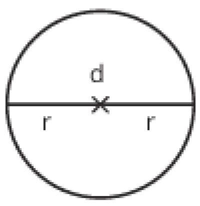
Prozentrechnung: $W = G \cdot p\,\%$	Zinsen für t Tage: $Z = K \cdot p\,\% \cdot \frac{t}{360}$

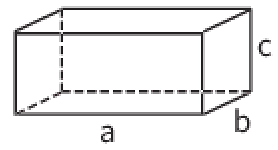
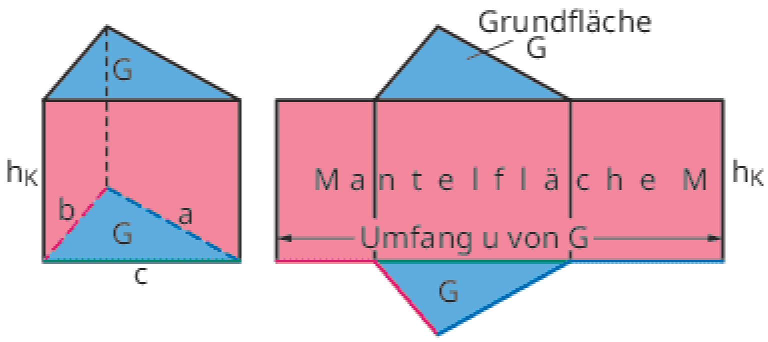
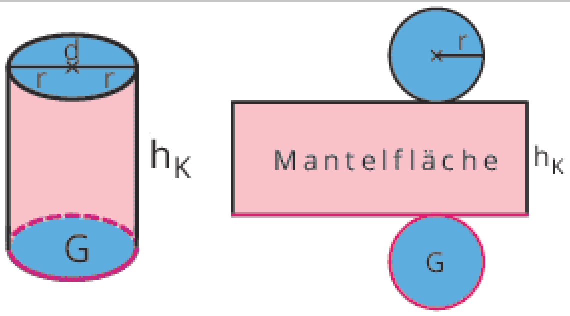
Geometrie

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180°. In jedem Viereck ist die Winkelsumme 360°.

Im Dreieck schneiden sich:

die **Mittelsenkrechten** im Mittelpunkt des **Umkreises.**	die **Winkelhalbierenden** im Mittelpunkt des **Inkreises.**	die **Höhen** in einem Punkt.	die **Seitenhalbierenden** im **Schwerpunkt**.
			

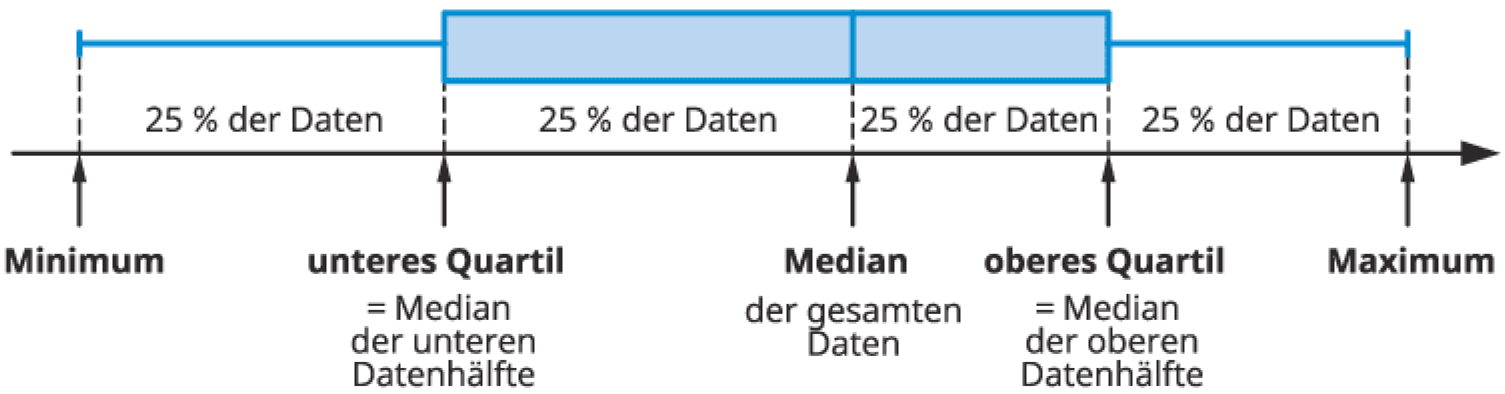
Rechteck		Flächeninhalt: $A = a \cdot b$ Umfang: $u = 2a + 2b$
Dreieck		Flächeninhalt: $A = \frac{g \cdot h}{2}$ Umfang: $u = a + b + c$
Parallelogramm		Flächeninhalt: $A = g \cdot h$ Umfang: $u = 2a + 2b$
Trapez		Flächeninhalt: $A = \frac{a + c}{2} \cdot h$ Umfang: $u = a + b + c + d$
Drachen und Raute	 	Flächeninhalt: $A = \frac{e \cdot f}{2}$ Umfang: $u = a + b + c + d \qquad u = 4a$
Kreis		Flächeninhalt: $A = \pi \cdot r^2$ Umfang: $u = \pi \cdot d = 2\pi \cdot r$

Quader		Volumen: $V = a \cdot b \cdot c$ Oberfläche: $O = 2\,ab + 2\,ac + 2\,bc$
Prisma		Volumen: $V = G \cdot h_K$ Mantelfläche: $M = u \cdot h_K$ Oberfläche: $O = 2\,G + M$
Zylinder		Volumen: $V = \pi r^2 \cdot h_K$ Mantelfläche: $M = u \cdot h_K = 2\,\pi r \cdot h_K$ Oberfläche: $O = 2\,G + M = 2\,\pi r^2 + 2\,\pi r \cdot h_K$

Stochastik

Datenreihe	Die ungeordnete Darstellung der Daten heißt Datenreihe oder Urliste.	Daten: 14 € 17 € 19 € 17 € 16 €
Mittelwert (arithmetisches Mittel)	Alle Werte einer Datenreihe werden addiert und anschließend durch die Anzahl der Werte dividiert.	14 € + 17 € + 19 € + 17 € + 16 € = 83 € Mittelwert: 83 € : 5 = 16,60 €
Median (Zentralwert)	Die Daten werden nach aufsteigender Größe geordnet (Rangliste). Der Median (Zentralwert) ist der Wert in der Mitte der Reihe. Bei einer geraden Anzahl von Werten ist der Median der Mittelwert der beiden Werte in der Mitte der Reihe. In der Rangliste stehen rechts und links vom Median gleich viele Daten.	Rangliste: 14 € 16 € $\underbrace{17\,€}$ 17 € 19 € Median: 17 € 19 g 19 g $\underbrace{21\text{ g } 22\text{ g}}$ 24 g 26 g Median: $\frac{21\text{ g} + 22\text{ g}}{2} = 21{,}5\text{ g}$

Boxplot



Ein Boxplot ist eine grafische Darstellung von Daten. In einem Boxplot werden die Daten einer Rangliste in vier gleich große Teile geteilt. Die beiden mittleren Teile sind durch eine Box hervorgehoben.

Wahrscheinlichkeit

Bei einem Zufallsexperiment mit gleichwahrscheinlichen Ergebnissen (Laplace-Experiment) gilt für die **Wahrscheinlichkeit P** eines Ereignisses

$$P(\text{Ereignis}) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

Beispiel:
Mögliche Ergebnisse beim fairen 6er-Würfel: Augenzahlen 1; 2; 3; 4; 5; 6
Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „1 oder 6": $P(1 \text{ oder } 6) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 33\,\%$

Maßeinheiten

Längen

1 km = 1 000 m
1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm
1 dm = 10 cm = 100 mm
1 cm = 10 mm

Flächen

1 km^2 = 100 ha = 10 000 a
1 ha = 100 a = 10 000 m^2
1 a = 100 m^2

1 m^2 = 100 dm^2 = 10 000 cm^2
1 dm^2 = 100 cm^2 = 10 000 mm^2
1 cm^2 = 100 mm^2

Volumen

1 m^3 = 1 000 dm^3
1 dm^3 = 1 000 cm^3
1 cm^3 = 1 000 mm^3

1 dm^3 = 1 ℓ
1 cm^3 = 1 mℓ

1 hℓ = 100 ℓ
1 ℓ = 100 cℓ = 1 000 mℓ
1 cℓ = 10 mℓ

Massen

1 t = 1 000 kg
1 kg = 1 000 g
1 g = 1 000 mg

Zeit

1 t = 24 h
1 h = 60 min
1 min = 60 s

Geschwindigkeit $= \frac{\text{Weg (in km)}}{\text{Zeit (in h)}}$, $\quad v = \frac{s}{t}$

Dichte $= \frac{\text{Masse (in g)}}{\text{Volumen (in cm}^3)}$, $\quad \varrho = \frac{m}{V}$

Dichtetabelle

So viel Gramm wiegt 1 cm^3 von diesem Material:

Aluminium	2,7	Granit	2,6	Silber	10,5
Beton	2,4	Holz (Buche)	0,7	Spiritus	0,83
Blei	11,3	Kork	0,5	Stahl	7,9
Eis (bei 0 °C)	0,92	Kupfer	8,9	Styropor	0,02
Eisen	7,9	Marmor	2,6	Titan	4,5
Glas	2,5	Platin	21,4	Wasser	1
Gold	19,3	Sand	1,7	Zinn	7,3

Arbeitsaufträge (Operatoren)

Arbeitsauftrag	Das sollst du tun
Fertige an (anfertigen)	etwas **erstellen**
Gib an (angeben)	etwas aufschreiben oder **nennen**
Begründe (begründen)	sagen oder aufschreiben, warum etwas so ist
Berechne (berechnen)	etwas ausrechnen/das Ergebnis einer Aufgabe herausfinden
Beschreibe (beschreiben)	einen Lösungsweg oder ein Vorgehen in vollständigen Sätzen mit Fachsprache in eigenen Worten wiedergeben
Besprich (besprechen)	mit einem Partner über Ideen oder Lösungswege sprechen
Bestimme (bestimmen)	etwas herausfinden
Beurteile (beurteilen)	zu Sachverhalten eine selbstständige Einschätzung aufschreiben und **begründen**
Stelle dar (darstellen)	etwas **erklären**, wiedergeben, aufschreiben, oder **zeichnen**
Setze ein (einsetzen)	*Text:* Etwas in eine Lücke schreiben *Term:* Eine Zahl anstelle einer Variablen aufschreiben
Trage ein (eintragen)	etwas in eine Liste oder Lücke schreiben
Entwickle (entwickeln)	eine Idee oder einen Lösungsweg ausdenken/erarbeiten
Ergänze (ergänzen)	eine Liste, einen Text, eine Tabelle ausfüllen oder **vervollständigen**
Erkläre (erklären)	einen Lösungsweg oder eine Idee einer anderen Person verständlich machen
Erstelle (erstellen)	einen Plan ausarbeiten, eine Liste machen, eine Tabelle **zeichnen**
Konstruiere (konstruieren)	eine exakte grafische Darstellung **anfertigen** (mit Hilfe von Werkzeugen wie Lineal, Zirkel, Geodreieck)
Löse (lösen)	eine Aufgabe bearbeiten und das Ergebnis **darstellen**
Markiere (markieren)	mit einem (farbigen) Stift kennzeichnen oder unterstreichen
Miss (messen)	die Länge, die Höhe von etwas genau **bestimmen** (zum Beispiel mit einem Lineal oder Geodreieck)
Nenne (nennen)	etwas aufschreiben oder sagen
Ordne (ordnen)	alles in eine bestimmte Reihenfolge bringen
Runde (runden)	abrunden bei 0 bis 4, aufrunden bei 5 bis 9 *sinnvoll:* So viele Kommastellen betrachten, wie es in einer Maßeinheit üblich ist oder so runden, dass das Rechnen zum Beispiel beim Kopfrechnen wirklich einfacher wird

Arbeitsauftrag	Das sollst du tun
Schätze (schätzen)	die Größe, den Wert, die Dauer von etwas ungefähr **bestimmen**
Skizziere (skizzieren)	von einer Figur oder einem Körper eine Freihandzeichnung ohne Lineal und Zirkel anfertigen, so dass wichtige Eigenschaften und Formen zu erkennen sind
Überprüfe (überprüfen)	eine Rechnung oder einen Lösungsweg kontrollieren
Übertrage (übertragen)	etwas (eine Zahl, eine Figur, eine Tabelle) an einer anderen Stelle noch einmal schreiben
Stelle um (umstellen)	eine Gleichung so umformen, dass die gesuchte Größe allein auf einer Seite steht
Wandle um (umwandeln)	etwas verändern, umformen
Untersuche (untersuchen)	etwas nach bestimmten sinnvollen Kriterien erkunden
Vereinfache (vereinfachen)	eine Aufgabe, einen Term oder eine Rechnung kürzer machen
Vergleiche (vergleichen)	entscheiden, ob etwas zum Beispiel größer, kleiner oder gleich ist und wo genau der Unterschied liegt
Vervollständige (vervollständigen)	Texte, Tabellen oder Rechnungen so erweitern, dass nichts mehr fehlt
Stelle vor (vorstellen)	einen Lösungsweg oder eine Idee einer anderen Person präsentieren, **erklären**, erzählen
Zeichne (zeichnen)	einen Zusammenhang aufmalen *in der Geometrie:* wie **konstruieren**
Zeige (zeigen)	mit Worten oder Rechnungen nachweisen, dass eine Aussage richtig ist
Ordne zu (zuordnen)	einen Zusammenhang zwischen Objekten oder Darstellungen herstellen
Fasse zusammen (zusammenfassen)	wie **vereinfachen**
Füge zusammen (zusammenfügen)	unterschiedliche Ergebnisse zu einem Neuen kombinieren *in der Geometrie:* aus Figuren oder Körpern ein neues Ganzes bilden

Stichwortverzeichnis

Bildquellenverzeichnis

|akg-images GmbH, Berlin: 172.1. |Alamy Stock Photo (RMB), Abingdon/Oxfordshire: Debu55y 87.1; Kzenon 48.3; PHOTOBYTE 57.1, 57.2. |bpk-Bildagentur, Berlin: 27.1. |Bundesministerium der Finanzen, Berlin: 175.6. |Druwe & Polastri, Cremlingen/Weddel: 97.1. |Feldhaus, Hans-Jürgen, Münster: 155.1. |fotolia.com, New York: industrieblick 48.1; kamonrat 179.4; Rtimages 46.1, 46.2, 46.3, 46.4, 46.5, 46.6, 47.1, 47.2, 47.3, 47.4, 47.5, 47.6; Werner, Jonathan 175.3. |Imago, Berlin: DeFodi 179.2. |iStockphoto.com, Calgary: alacatr 187.1; Alex-LMX 178.1; Bedell, Kyle 187.3; Caridad, Pablo 177.1; Dontstop 64.1; dusipuffi 187.2; Firmafotografen 175.4; flytosky11 60.1; GOLFX 178.2; harmpeti 177.4; Juniper_Berry 178.3; Krakowiak, Michal 78.1; Krsmanovic, Dejan 42.1; Matt_Brown 179.1; Mickis-Fotowelt 179.5; mkos83 178.4; Nikada 75.1; ollo 7.1; Prykhodov 187.4; rstpierr 177.2; SanneBerg Titel; Suradech14 177.3. |LIO Design GmbH, Braunschweig: LAYOUTELEMENT 25.1, 26.1, 27.2, 28.1, 28.2, 49.3, 63.1, 79.1, 82.1, 88.1, 91.1, 94.1, 95.1, 95.2, 97.2, 98.1, 109.1, 120.1, 149.1, 282.1. |Microsoft Deutschland GmbH, München: 49.2, 88.2, 91.2, 97.3. |PantherMedia GmbH (panthermedia.net), München: Khirman, Vladimir 43.1. |PresseBild von Graefe, Helmstedt: 68.1. |stock.adobe.com, Dublin: Alexstar 58.2; arahan 49.1; Corrie 175.2; design56 175.7; famveldman 48.2; martinjan 175.1; Passakorn 58.1; Thilo 179.3; voyata 175.5. |Welzel, Peter, Altdorf: 115.1.

ISBN 978-3-14-124229-4
9 783141 242294
www.westermann.de