Recherche operationnel

mohamed el khache' C25056

March 24, 2025

1 Definitions

1. **La méthode du simplex** est une technique d'optimisation utilisée pour résoudre les problèmes de programmation linéaire (PL)

2. **L'analyse de sensibilité** est une méthode qui permet de voir comment le changement des valeurs de certaines variables influence un résultat spécifique dans des situations données.
   En recherche opérationnelle, elle est utilisée pour étudier l'impact des variations des paramètres (coûts, ressources... etc) sur la solution optimale d'un problème d'optimisation

2 etapes du simplex

1. Formulation du problème sous forme standard (Transformer les inégalités de la forme canonique d'un programme linéaire en égalités)

2. construction du tablau simplex qui contien
   (a) Les coefficients de la fonction objectif Z
   (b) Les coefficients des contraintes
   (c) Les variables de décision et les variables de base.

3. Identifier le pivot et calculer le tableau suivant
   (a) Chercher la colonne du pivot ; c'est la colonne où le coefficient de Z est le plus grand.
   (b) Chercher la ligne du pivot ; c'est la ligne où les coefficients des contraintes divisés par la colonne du pivot donnent la plus petite valeur positive.
   L'intersection entre la colonne du pivot et la ligne du pivot est la cellule du pivot.
   (c) La valeur de chaque cellule sur la ligne du pivot dans le nouveau tableau sera la valeur précédente divisée par la valeur du pivot.

(d) La valeur devient 0 pour chaque cellule sur la colonne du pivot, sauf pour la cellule du pivot.

(e) Pour les autres cellules, la valeur (**C**) devient la valeur précédente (**M**) moins sa projection sur la ligne du pivot (**X**) multipliée par sa projection sur la colonne du pivot (**Y**), divisée par la valeur du pivot (**P**) :

$$C = M - \frac{X \times Y}{P}$$

4. **Répéter jusqu'à optimalité** Le processus est répété jusqu'à ce que tous les coefficients de la fonction objectif soient négatifs Si c'est le cas, la solution optimale a été atteinte. Si le tableau contient encore des coefficients négatifs on construit le tableau simplex suivant .

3 Example d'application

On a le Programe lineére suivant:

$$MaxZ = 1200X_1 + 1000X_2$$

$$SC = \begin{cases} 10X_1 + 5X_2 \leq 200 \\ 2X_1 + 3X_2 \leq 60 \\ X_1 \leq 34 \\ X_1 \geq 0, Y_2 \geq 0 \end{cases}$$

3.1 Solution Simplex

3.1.1 Tranformer en form standard

$$MaxZ = 1200X_1 + 1000X_2 + e_1 + e_2 + e_3$$

$$SC = \begin{cases} 10X_1 + 5Y_2 + e_1 = 200 \\ 2X_1 + 3X_2 + e_2 = 60 \\ X + e_3 = 34 \\ X_1, X_2, e_1, e_2, e_3 \geq 0 \end{cases}$$

3.1.2 Tableaux du simplex

	X_1	X_2	e_1	e_2	e_3	b
e_1	10	5	1	0	0	200
e_2	2	3	0	1	0	60
e_3	1	0	0	0	1	34
Z	1200	1000	0	0	0	0

1200 est la coefficient maximal donc X_1 est la colonne du pivot

	X_1	X_2	e_1	e_2	e_3	b	$\frac{b}{X_1}$
e_1	10	5	1	0	0	200	$\frac{200}{10} = 20$
e_2	2	3	0	1	0	60	$\frac{60}{2} = 30$
e_3	1	0	0	0	1	34	$\frac{34}{1} = 34$
Z	1200	1000	0	0	0	0	

la ligne de pivot est al ligne de e_1

	X_1	X_2	e_1	e_2	e_3	b
e_1	10	5	1	0	0	200
e_2	2	3	0	1	0	60
e_3	1	0	0	0	1	34
Z	1200	1000	0	0	0	0

Table 1: simplex:t-0

Après avoir trouvé le pivot, nous passerons au tableau suivant jusqu'à ce que tous les coefficients de la fonction objectif soient négatifs

	X_1	X_2	e_1	e_2	e_3	b
X_1	1	1/2	1/10	0	0	20
e_2	0	2	-1/5	1	0	20
e_3	0	-1/2	-1/10	0	1	14
Z	0	400	-120	0	0	-24000

Table 2: simplex:t-1

	X_1	X_2	e_1	e_2	e_3	b
X_1	1	0	3/20	-1/4	0	15
X_2	0	1	-1/10	1/2	0	10
e_3	0	0	-3/20	1/4	1	19
Z	0	0	-80	-200	0	-28000

Table 3: simplex:t-2

La valeur optimale de Z est: **28000** (qui c'est trouver avec **15** elements de X_1 et **10** elements de X_2)