Recherche operationnel

Mohamed el khache3

1 Introduction

1.1 Definitions

- **La recherche opérationnel** est un ensemble de méthodes scientifique pour resoudre des problemes d'Optimisation liés aux organisations du monde réel, elle permet de planifier et d'optimiser l'architecture et la fonctionnement des systémes de production ou d'organisation
- **La programmation linéaire** est une technique d'optimisation mathématique utilisée pour maximiser ou minimiser une fonction objective sous certaines contraintes

1.2 Domaines d'utilisation

1. **Optimisation des itinéraires** : Les entreprises de livraison comme DHL ou UPS utilisent des algorithmes de plus court chemin pour minimiser les distances et réduire les coûts de transport.

2. **Gestion des stocks et approvisionnement** : Les supermarchés et les entrepôts optimisent leurs stocks en utilisant la programmation linéaire pour minimiser les coûts et maximiser le benefic.

3. **Planification des transports publics** : Les métros et bus utilisent la RO pour optimiser les horaires et les fréquences des lignes afin de réduire l'attente des passagers.

1.3 Démarche de RO

1.3.1 Identification du probléme

1. Définir la problème à résoudre

2. Identifier les objectifs à atteindre (exemple : minimiser les coûts, maximiser le profit).

3. Identifier les contraintes (exemple : ressources limitées, capacité de production).

1.3.2 Modélisation mathématique

1. Nommer les variable de décision.
2. Déterminer la fonction objectif (minimiser les coûts ou maximiser le profit).
3. établir les contraintes mathématiques du probléme

1.3.3 Resolution du probléme

En utilisant une des méthodes(Graphique,simplex ou fonction solveur).

1.4 Example d'applications

1.4.1 Probleme:

Une usine fabrique deux produits P_1 et P_2, en utilisant trois matiéres premieres, M_1, M_2, M_1 qui son limités à : **18** unités de M_1, **8** unités de M_2, **14** de M_3. La fabrication de P_1 nécessite de (une unité de M_1,une unité de M_2 et 2 unités de M_3), P_2 nécessite de (3 unités de M_1,une unité de M_2 et une unité de M_3). Chaque vendue de P_1 génère un bénéfice de 3 MRU et chaque produit de P_2 un bénéfice de 5 MRU

1.4.2 Solution

Matiéres Prem	P_1	P_2	Disponible
M_1	1	3	18
M_2	1	1	8
M_3	2	1	14
Profit unitaire	3	5	?

1.4.3 Modélisation

1. Variables de décision:
   - X: Nombre d'unités de P_1 produites
   - Y: Nombre d'unités de P_2 produites
2. Fonction objectif:
   - Maximiser le profit: $Z = 3X + 5Y$
3. Contraintes:
   - $1X + 3Y \leq 18$ (Matière première M_1)
   - $1X + 1Y \leq 8$ (Matière première M_2)
   - $2X + 1Y \leq 14$ (Matière première M_3)
   - $X \geq 0, Y \geq 0$ (la contrainte de positivité)

1.4.4 Programe lineére:

$$MaxF(X,Y) = 3X + 5Y$$

$$SC = \begin{cases} X + 3Y \geq 18 \\ X + Y \geq 8 \\ 2X + Y \geq 14 \\ X \geq 0, \quad Y \geq 0 \end{cases}$$

1.4.5 Resolution en méthode graphique:

La zone faisable est la zone qui verifie tous les contraintes donnée, c'est la ou le solution est existe :

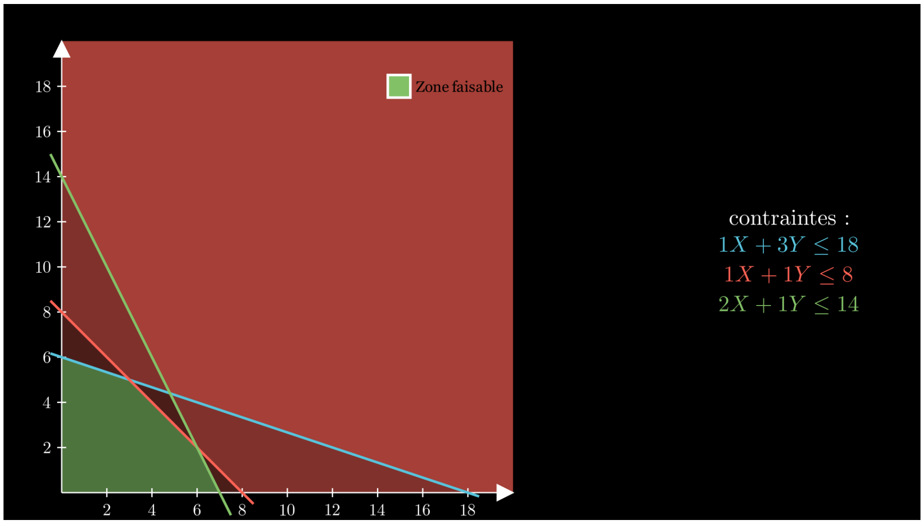

Figure 1: Zone du solutions

pour obtenir la solution optimale on va chercher tous les points d'intersiction (entre des contraintes ou avex les axes) qui sont dans la domaine du solution.

la point d'intersection de deux droits peut calculer avec la formule suivants

$$\begin{cases} \Delta_1 : a_1 X + b_1 Y = c_1 \\ \Delta_2 : a_2 X + b_2 Y = c_2 \end{cases}$$

$$(x_0, y_0) = \left(\frac{b_1 c_2 - b_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}, \frac{c_1 a_2 - c_2 a_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \right)$$

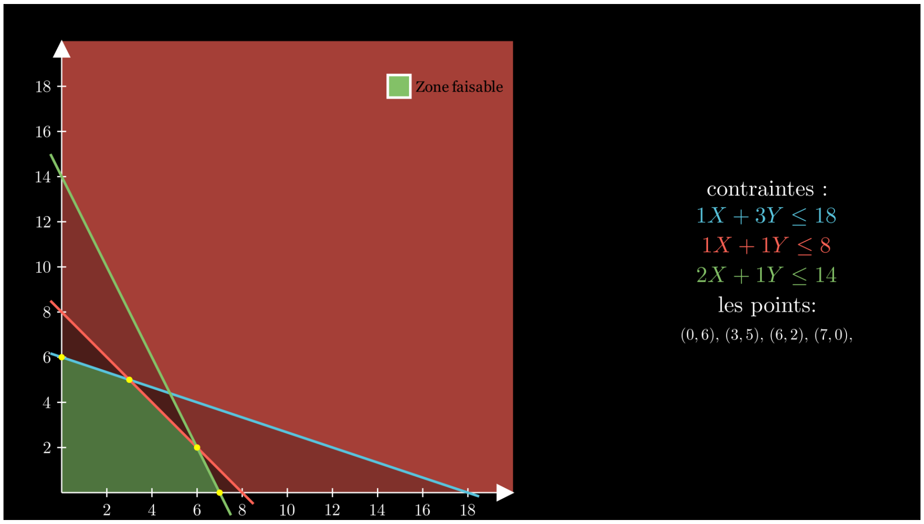

Figure 2: points d'intersection

Pour que la fonction objectif soit une maximisation, nous allons tester les points obtenus et chercher celui qui donne le meilleur bénéfice.

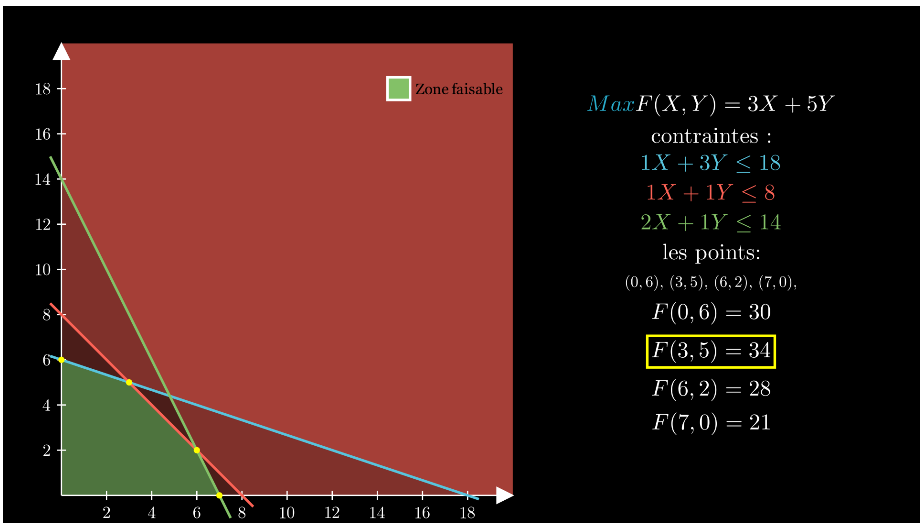

Figure 3: solution optimale