

# Optimale kretskonfigurasjoner for sammenkoblede solceller

Jonas Telle

Fysisk institutt, Universitetet i Oslo, N-0316 Oslo, Norge, datert 28.05.25

For å forstå hvordan solceller bør sammenkobles for optimalt effektutbytte, beregnes maksimal effekt med tilhørende optimal motstandsbelastning for solceller i ulike krets- og belysningssituasjoner. Estimater med usikkerhet finnes ved hjelp av polynomtilpasning og bootstrapping. For en enkelt solcelle beregnes en øvre grense for effektutbytte til  $P_b = 0.10 \pm 0.01\text{W}$ , mens det i praksis måles en maksimal effekt på  $P_1 = 0.063 \pm 0.003\text{W}$  med tilhørende optimal belastning  $R_1 = 2.3_{-0.3}^{+0.6}\Omega$ . For kombinasjoner av enkeltceller i god belysning måles optimal effekt til  $2P_1$  innenfor usikkerheten uavhengig av koblingskonfigurasjon, og for seriekobling inntreffer maksimumet omtrent ved  $2R_1$ , mens det for parallelkobling inntreffer omtrent ved  $R_1/2$ . Dersom en av solcellene er delvis skyggelagt, oppdages i seriekobling en svært ugunstig virkning på den andre cellens effekt, mens parallelkoblingen er robust. Vi anbefaler derfor parallelkoblinger i små solcellepanel, men forklarer hvorfor man likevel kan ønske å bruke en kombinasjon av koblinger i store paneler. Resultatene forklares med den teoretiske IV-karakteristikken for en enkeltcelle i lys og mørke, som også bekreftes eksperimentelt.

## I. Introduksjon

Solceller er viktige både på samfunnsnivå, med store industrielle anlegg som bidrar til det grønne skiftet, og på individnivå, som en liten kraftlösning som lar deg lade mobilen på hytta, fordi man ved å sette sammen enkeltceller lett kan skalere kraftproduksjonen. Men selv om solinnstrålingen etter absorpsjon i snitt yter en effekt per kvadratmeter på om lag  $950\text{W/m}^2$ , er effekten av en solcelle begrenset til mellom 10 – 40% av dette, og dersom enkeltcellene er koblet på en ugunstig måte kan virkningsgraden bli svært ustabil og gå nærmest i null når deler av solcellepanelet skyggelegges [1]. Det er derfor høyst relevant å undersøke hvordan solceller bør sammenkobles, og hvilken motstandsbelastning som må til, for å maksimere effektutbyttet av det sammensatte solcellepanelet i ulike situasjoner.

Vi gjør dette i fire steg. Først kartlegger vi strøm-spennin-karakteristikken (IV-karakteristikken) for en enkeltcelle, både i lys og mørke. Disse kurvene danner grunnlaget for forståelsen av oppførselen til enkeltcellene i ulike krets- og belysningssituasjoner. Deretter finner vi en teoretisk øvre grense for effektutbytte fra en enkelt solcelle, og finner optimal belastning og maksimal effekt i praksis for denne ved å analysere dens effekt-motstand-kurve (PR-kurve). Dette danner sammenlikningsgrunnlaget for analysen av flercellesystemer. Vi kombinerer så to solceller i jevn belysning og undersøker PR-kurvene for serie- og parallelkobling, for å finne oppførselen til systemene i ideelle forhold. Til slutt kaster vi delvis skygge over den ene solcellen og utforsker hvordan PR-kurvene for hver kretskobling endrer seg. Dette skal simulere en realistisk situasjon, der delvis skygge fra trær og skyer vil forekomme; det er derfor essensielt å vite hvor robuste ulike koblingstyper er hvis man skal sette sammen solceller på en effektiv måte i realistiske situasjoner.

Gjennom hele analysen brukes lineær regresjon og bootstrapping til å finne gode anslag for usikkerheter i tallverdiene som ligger til grunn for analysen og konklusjonene våre.

## II. Teori

### A. Silisium-halvledere

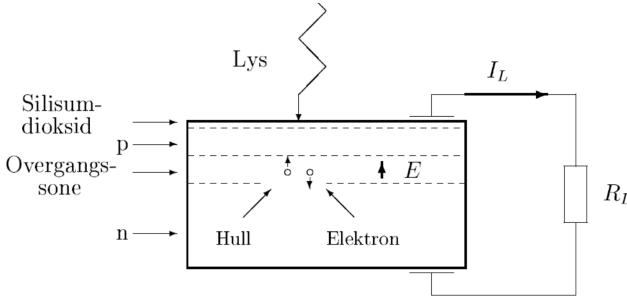
Silisium er et grunnstoff som danner krystaller hvor hvert atom har fire valenselektroner. Isolert har silisium lav elektrisk ledningsevne. Når mange atomer bindes sammen i en krystallstruktur, fører vekselvirkningene mellom atomene til at de diskrete energinivåene splittes opp og danner energibånd. I en krystall med mange tettpakkede atomer dannes kontinuerlige bånd som kan beskrives som valensbånd og ledningsbånd.

Valensbåndet er det høyeste energibåndet som er fullt i grunntilstanden. Elektroner kan imidlertid eksiteres over båndgapet til ledningsbåndet, hvor de kan bevege seg fritt, tilsvarende frie elektroner i metaller. For silisium trengs en energitilførsel på omtrent 1.2eV for å eksitere et elektron over båndgapet mellom valens- og ledningsbåndet. Ifølge Planck-relasjonen

$$E = \frac{hc}{\lambda},$$

der  $E$  er fotonenergien,  $h$  er Plancks konstant og  $\lambda$  er fotnets bølgelengde, tilsvarer dette en maksimal bølgelengde på omtrent 1100 nm. Dette innebærer at fotoner i det synlige og nærinfrarøde området kan eksitere elektroner i silisium.

Halvledere kan gjøres mer ledende gjennom såkalt doping, hvor en liten andel (typisk 1 ppm) av atomene i krystallen erstattes med atomer fra andre grunnstoff. Dersom silisium dopes med arsen, som har fem valenselektroner, vil ett av elektronene ikke inngå i kovalente bindinger og kan lett frigjøres. Dette øker ledningsevnen betraktelig. Et slikt materiale kalles en n-type-halvleder, der 'n' betegner negativ ladningsbærer. På tilsvarende måte kan man fremstille en p-type-halvleder ved å dope silisium med bor, som har tre valenselektroner. Dette fører til at atomet danner én kovalent binding for lite, og dermed skapes det et elektronunderskudd, eller et 'hull'. Disse hullene kan bevege seg gjennom krystallen og fungerer som positivt ladde ladningsbærere.



Figur 1. Skjematisk tegning av en silisium-solcelle som en pn-overgang, der eksitasjon skaper hull-elektron-par som gir strøm i en ekstern krets. Silisiumoksidlaget er kun for beskyttelse. Figuren er hentet fra [1].

Ved å dope ulike deler av én og samme silisiumkrystall med henholdsvis arsen og bor-atomer, kan man lage en overgang mellom n-type- og p-type-materiale - en såkalt pn-overgang. I denne overgangen går elektroner fra n-området over til p-området, hvor de fyller hull. Dette skaper en ladningsforskyvning som resulterer i et elektrisk felt fra n- til p-siden, som forhindrer ytterligere ladningsflytning.

En solcelle består av en slik pn-overgang, se figur 1. Når sollys (fotoner med  $\lambda \leq 1100\text{nm}$ ) treffer silisiumatomer i overgangsområdet, kan fotonene eksitere elektroner fra valensbåndet til ledningsbåndet. Dette skaper elektron-hull-par. På grunn av det elektriske feltet i overgangssonen vil elektronet bevege seg mot n-området, mens hullet beveger seg mot p-området. Hvis vi sammenkobler n- og p-området i en ytre krets, kan denne ladningsbevegelsen brukes til å drive en strøm i kretsen. Merk at den teoretisk maksimale spenningen fra en silisium-solcelle er gitt ved å anta at all eksitasjonsenergien  $E_g \approx 1.2\text{eV}$  går til å separere elektron-hull-paret, altså får vi

$$V_{max} = \frac{E_g}{e}, \quad (1)$$

der  $e$  er elementærladningen. I realiteten vil selvsagt energi gå tapt, og spenningen vil være lavere.

Ytterligere detaljer finnes i [1], som vi har basert forklaringen vår på.

## B. IV-karakteristikk

Fordi solcellen er bygget opp som en halvlederdiode, vil en mørklagt solcelle ha tilsvarende IV-kurve: Når vi setter en spenning over overgangsområdet som *motvirker* det elektriske feltet fra n-området til p-området, svekker vi barrieren og ladningene vil kunne flyte fritt. Vi anser dette som *positiv* spenning. Det viser seg at strømmen øker eksponentielt med spenningen, men å utlede dette teoretisk krever litt arbeid og statistisk fysikk, så vi henviser til forelesningsnotatene om IV-karakteristikken til pn-overgangsdioder fra MIT av Jesús del Alamo, [2].

For motsatte, altså negative, spenninger, forsterkes barrieren, og strømførselen vil være omtrent konstant, utover en svak lekkasje i motsatt retning. Dette forklarer formen på den øverste kurven i figur 2, som viser de teoretiske IV-kurvene for en mørklagt og belyst solcelle.

I figuren ser vi dessuten at kurven for den belyste solcellen er forskjøvet ned med kortslutningsstrømmen  $I_{SC}$  - altså den strømmen solcellen produserer i en krets med kun et amperemeter, se figur 3a. Dette er nettopp fordi den belyste solcellen setter opp denne motstrømmen når elektron-hull-par dannes og beveger seg med feltet. Vi kan altså forvente at en belyst solcelle vil kunne lede strøm også ved lav spenning, mens en mørklagt solcelle får svært stor motstand. Derfor kan vi forvente at en mørklagt solcelle ved lav spenning vil være betydelig mer ødeleggende for effektproduksjonen i seriekobling enn i parallellokobling, per addisjonsregler for motstander.

Effekten over en komponent er gitt ved

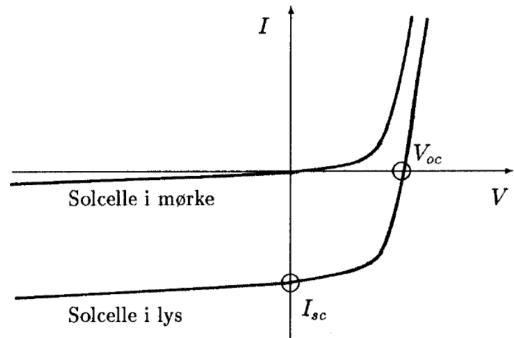
$$P = VI, \quad (2)$$

der  $V$  er spenningen og  $I$  er strømmen over komponenten. Dermed kan vi beregne effekten fra solcellen ved å måle strøm og spenning. Kombinert med IV-kurven i figur 2 viser denne likningen også at effekten over solcellen øker eksponentielt når man setter en spenning over denne. Fordi spenningskilder har begrenset effekt må man derfor i praksis legge inn en annen motstand i kretsen.

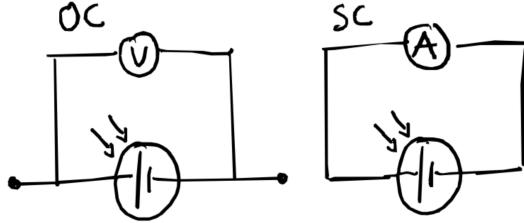
Mange motstander, og spesielt lange ledninger, kan tilnærmes som ohmske, og vi vil spesielt få bruk for at effekttapet i en ohmsk motstand  $R$  er, ved umiddelbar anvendelse av likningen for effekt over,

$$P \stackrel{\Omega}{=} RI^2, \quad (3)$$

der  $\Omega$  over likhetstegnet påminner om at dette kun er gyldig for ohmske motstander. Vi bemerket i denne sammenheng det (noe åpenbare) faktum at solcellen er ikke-ohmsk (Ohms lov postulerer jo en *lineær* sammenheng mellom strøm og spenning, men IV-kurvene i figur 2 er desidert ikke-lineære!).



Figur 2. Teoretisk IV-karakteristikk for belyst og mørklagt enkeltsolcelle, med kortslutningsstrøm  $I_{SC}$  og åpen krets-spenning  $V_{OC}$  tegnet inn. Figuren er hentet fra [1].



Figur 3. Kretsdiagrammer for å oppnå teoretisk maksimum for strøm og spenning: a) åpen krets (venstre, merket 'OC') og b) kortsluttet krets (høyre, merket 'SC'). Tilsvarende dia-grammer finnes i [1].

### C. Multimeter

Et multimeter lar oss måle både strøm, spenning og motstand i ulike følsomhetsområder. Egentlig kan multimeteret bare måle spenning, men ved å benytte ulike indre kretser kan man beregne de andre størrelsene fra spenningsmålinger. Kretsen er vist i figur 4, der alle motstander i kretsen er ohmske og har kjente verdier. Kretsen for spenning er selvforklarende, utover den variable motstanden som forsikrer at målespenningen er innenfor måleområdet til det indre voltmeteret i ulike følsomhetsområder, men vi vier noen ord til ampere- og ohm-meterkretsene.

Vi minner først om addisjonsreglene for motstander i henholdsvis serie ( $R_s$ ) og parallel ( $R_p$ ):

$$R_s = R_1 + \dots + R_n \quad \text{og} \quad R_p = \left( \frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_n} \right)^{-1} \quad (4)$$

der  $R_1, \dots, R_n$  betegner de  $n$  sammenkoblede motstandene.

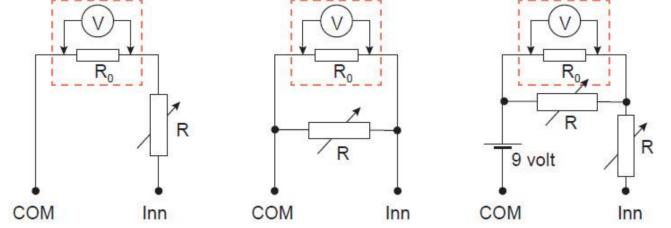
Ved å koble inn en kjent motstand i parallel med motstanden vi måler spenningen over, kan strømmen i kretsen beregnes enkelt med Ohms lov ( $\Omega$ ) og Kirchoffs første ( $K1$ ) og andre ( $K2$ ) lov:

$$V \stackrel{\Omega}{=} R_0 I_1 \stackrel{K2}{=} R I_2 \quad \text{og} \quad I \stackrel{K1}{=} I_1 + I_2,$$

der  $V$  er den målte spenningen,  $I_1$  og  $I_2$  er strømmene i henholdsvis øvre og nedre ledning i parallelkoblingen i figur 4 mens  $I$  er den totale strømmen, og  $R$  og  $R_0$  er definert i figuren. Loven som brukes er notert over det relevante likhetstegnet. Dette gir den vanlige addisjonsregelen for parallelkoblede motstander,

$$I = V \left( \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R} \right),$$

og slik kan multimeteret beregne strømmen. Merk at den variable motstanden må være høyere på fin enn på grov innstilling for å holde spenningen innenfor måleområdet til det indre voltmeteret når strømmen er liten, og selv om et ideelt amperemeter skal ha null motstand kan dette gi et betydelig bidrag i kretsen i enkle multimetere.



Figur 4. Indre kretser i et multimeter for (henholdsvis, fra venstre) volt-, ampere- og ohmmeter. Figuren er hentet fra [1].

Dersom man skal måle en motstand, må multimeteret selv sette opp en spenning, i figuren  $U = 9V$ . Den består effektivt av et amperemeter (sammenlikn parallellkoblingen med kretsen for amperemeteret!) som bestemmer strømmen  $I$  i kretsen, og en seriekoblet variabel motstand  $R_s$  som forsikrer riktig måleområde. Vi kan da beregne den ukjente motstanden  $R$  ved

$$R = \frac{U - V}{I} - R_s,$$

der  $V$  er spenningen målt av det indre voltmeteret, altså over amperemeteret (som jo ikke er ideelt, og derfor gir et lite spenningsfall).

### D. Polynomtilnærming og regresjonsanalyse

En vanlig problemstilling i eksperimentalfysikk er å tilpasse en kurve til diskrete måledata. Ofte er vi spesielt interessert i å gjøre dette rundt ekstremalpunkt, for eksempel for å finne maksimal effekt fra en solcelle som funksjon av resistans samt ved hvilken motstandsbelastning denne toppen inntreffer. Dersom vi har mange, tette datapunkter rett ved ekstremalverdien, kan vi med god tilnærming tilpasse dataene her med en parabel; dette har god teoretisk forankring, for hvis vi Taylorutvikler en vilkårlig (analytisk) funksjon  $f$  om en ekstremalverdi  $p$  får vi

$$f(x) = f(p) + \frac{df}{dx} \Big|_p (x - p) + \frac{1}{2} \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_p (x - p)^2 + \mathcal{O}(x^3)$$

og siden  $\frac{df}{dx} \Big|_p = 0$  i en ekstremalverdi kan vi, nærmere denne, forenkle til

$$f(x) \approx \frac{1}{2} \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_p (x - p)^2 + C, \quad (5)$$

der  $C$  er en konstant.

Ofte har vi likevel ikke fin nok skritt lengde i målingene våre til at vi kan 'zooome inn' på selve toppen, og vi må da bruke polynomer av høyere grad. Heldigvis finnes det svært generelle approksimasjonsteoremer (noen enkle eksempler er taylorapproksimasjonen og, noe mer generelt,

Stone-Weierstrass-teoremet, se for eksempel kap. 4.11 i [3]) som viser at alle rimelige funksjoner i prinsippet kan tilnærmes med et polynom. Ulempen er at kompliserte polynomer er mer ustabile med tanke på datapunkter, og man bør derfor velge den laveste graden, altså den 'enklestes' modellen, som likevel tilpasser dataene godt for å begrense variansen i modellen (dette er tett knyttet til det man i maskinlæring kaller 'overfitting').

Selv kurvetilpasningen gjøres med lineær regresjon (og da snakker vi altså om linearitet i koeffisientene - polynommodellen vi ender opp kan selvsagt være ikke-lineær!). For en utdypende forklaring av teorien bak dette, med fokus på numerisk implementering, henviser vi til forelesningsnotatene av Morten Hjorth-Jensen fra emnet FYS-STK3155 ved UiO i [4], og vi oppsummerer bare grunnideene her.

Vi ønsker å minimere minste kvadraters avvik mellom et polynom av grad  $d$  og datapunktene våre. Dette lar seg gjøre analytisk, og polynomkoeffisientene er gitt i en vektor  $\beta$  ved

$$\beta = (X^T X)^{-1} X \mathbf{y},$$

der  $X$  er designmatrisen, som sier noe om hva slags modell vi tilpasser, og  $\mathbf{y}$  er observasjonsvektoren, som vi vil at modellen skal komme nærmest mulig. Vi får en polynommodell av grad  $d$  ved å kreve at design-matrisen  $X$  er en såkalt Vandermonde-matrise med  $d$  kolonner, altså har  $k$ -te kolonne i  $X$  komponenter  $(x_i)^k$ , der  $x_i$  er en verdi langs førsteaksen hvis tilhørende  $y$ -verdi vi ønsker å beregne. Selv prediksjonen er da gitt ved

$$\tilde{\mathbf{y}} = X\beta.$$

Detaljene finnes altså i [4], og merk at man ofte i numeriske anvendelser bruker noe mer sofistikerte tapsfunksjoner enn minste kvadraters avvik for å få økt stabilitet.

## E. Bootstrapping

Nå som vi vet hvordan vi kan tilpasse et polynom av en bestemt grad  $d$  til dataene, vil vi også gjerne si noe om usikkerheten i kurvetilpasningen, slik at vi igjen vet hvor godt estimatet vårt for optimal motstandsbelastning for en gitt solcellekonfigurasjon er. Vi har altså en tilfeldig variabel  $\hat{R}$  og ønsker å finne standardavviket som skyldes modelltilpasningen på de  $n$  datapunktene. Den mest naturlige måten å gjøre dette på er ved bootstrapping, der kjerneideen er å simulere fordelingen til en tilfeldig variabel fra begrenset måledata, og vi følger metodebeskrivelsen på side 485 i [5] (lærebok, blant annet for emnet STK-FYS1110 ved UiO):

1. Vi trekker et nytt tilfeldig utvalg av  $n$  datapunkter med tilbakelegg fra dataserien vår.
2. Vi gjør en kurvetilpasning av grad  $d$  på dette utvalget og beregner forventningen for variablen  $\hat{R}$  basert på denne tilpasningen.

3. Vi gjentar dette  $B$  ganger og får en måleserie  $X$  med  $B$  estimatorer for  $\hat{R}$ . Vi bruker standardavviket i denne måleserien som anslag for det reelle standardavviket, og dette beregnes med likning (9), gitt under.

Ved hjelp av kurvetilpasningen kan vi på liknende vis gi et overslag på standardavviket i maksimumsverdien til responsvariabelen, som i vårt eksempel er effekten  $P(R)$ , der vi indikerer at denne avhenger av motstanden  $R$ . Ved å gjøre  $B$  tilpasninger på et utvalg av datapunktene gjort med tilbakelegg, og ta maksimalverdien av den tilpassede kurven, får vi en serie med  $B$  estimatorer på maksimumsverdien, hvis standardavvik kan ansees som et anslag på det faktiske standardavviket. Denne metoden kan dog problematiseres, fordi maksimumet av en måleserie avhenger av kun én måling i måleserien på en helt annen måte enn gjennomsnittet - vi sparer dette til diskusjonen.

## F. Usikkerhetsberegninger

I enkelte tilfeller har vi nok informasjon til at vi kan beregne usikkerheten analytisk, og vi bruker da den generelle feilpropageringsformelen for variasjonen i en responsvariabel  $f$  som funksjon av  $n$  kontrollvariabler  $x_1, \dots, x_n$ :

$$df(x_1, \dots, x_n) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n\right)^2}. \quad (6)$$

For produkter  $Z = AB$ , slik som likning (2), forenkles dette til

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2}, \quad [6]. \quad (7)$$

Ofte har vi dessuten ulike, *tilnærmet uavhengige* usikkerhetsbidrag  $\Delta Z_1$  og  $\Delta Z_2$ , og da kan disse på liknende vis legges sammen per addisjonsregler for varians ved

$$V(Z) = \Delta Z^2 = \Delta Z_1^2 + \Delta Z_2^2. \quad (8)$$

Standardavviket i en måleserie  $X$  med  $N$  målinger av en stokastisk variabel kan tilnærmet beregnes på vanlig måte, med

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_i^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (9)$$

der  $x_i$  er den  $i$ -te målingen og  $\bar{x}$  er gjennomsnittsverdien for måleserien. Merk at vi korrigerer for frihetsgraden som brukes opp i beregningen av gjennomsnittet ved å trekke fra 1 i nevneren.

## III. Eksperimentelt

### A. IV-karakteristikk

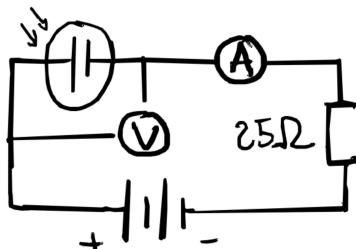
Vi mäter strømmen som funksjon av spenning, først for en mørklagt solcelle, og deretter for en belyst solcelle,

ved hjelp av to Fluke 75 multimeter. For å mørklegge solcellen legger vi den ned mot bordet og tildekker den med stoff, mens vi legger den belyste opp mot taklyset, i avstand omrent 2m - presise tall er her ikke viktige, da den generelle formen til kurven bør være reproducable med vidt ulike parametere, men vi presiserer at vi i dette del-forsøket bruker relativt svak belysning, altså ikke projektoren, for å unngå stor separasjon  $I_{SC}$  mellom den mørklagte og belyste kurven. Solcellen vi bruker har forøvrig en virkningsgrad på omrent 10% (side 2, [1]).

I begge tilfeller bruker vi kretsen med diagram i figur 5. Merk at spenningskilden har begrenset effekt, og som forklart i teoridelen viser figur 2 at solcellen har svært lav resistans ved positive spenninger. Dermed vil selv en lav positiv spenning gi svært stor strøm, og dermed effekt, i kretsen, per likning (2). For å unngå at spenningskildens effektgrense overskrides (altså for å unngå 'compliance error') legger vi inn en  $25\Omega$ -motstand, slik at kretsmotstanden aldri nærmer seg null.

Vi gjør 22 målinger av strømmen for spenninger fra omrent  $-4.5V$  til litt over  $0.5V$ , både for mørklagt og belyst solcelle. Fra den teoretiske kurven i figur 2 ser vi at strømmen skal stige fort når spenningen blir positiv, og siden vi ikke bruker strøm over  $160mA$  - først og fremst fordi spenningskilden vår har begrenset effekt, men også for å unngå å skade solcellen - forklarer dette at vi ikke kan bruke store positive spenninger. Spennet vi bruker viser seg uansett tilstrekkelig for å gjenskape den teoretiske IV-karakteristikken.

Fordi vi her måler strøm og spenning direkte trenger vi ikke i dette del-eksperimentet å være forsiktige med steglengden mellom spenningsmålingene. Dette er enda godt, for systemet er svært sensitivt, så det er vanskelig å få konsekvent steglengde, men vi sikter på omrent  $0.2V$  (merk at det ikke er spenningen fra kilden, men i steinet spenningen over solcellen, som er kontrollvariabelen i forsøket). Av samme grunn er det ikke viktig å begrense antall ledninger, som jo tilfører en liten ubestemt motstand til kretsen, og heller ikke å kjenne amperemeterets motstand.



Figur 5. Kretsdiagram for kretsen brukt til å kartlegge IV-karakteristikken for enkeltsolcellen. Figuren er løst basert på figur 7A i [1].

## B. Optimal belastning

Vi belyser nå solcellen jevnlig med projektoren (Reflecta Diametor AF) i en avstand slik at det vil være plass til enda en jevnlig belyst solcelle ved siden av den vi bruker her. Dette forsikrer at resultatene våre her er sammenliknbare med senere resultater. Vi merker også av hvor solcellen står for å forsikre at den ikke flytter seg i løpet av forsøket. Vi ønsker aller først å finne et røft overslag for øvre grenser for produsert spenning og strøm fra en enkeltcelle. Dette gjøres ved å koble den belyste solcellen i henholdsvis åpen krets og kortsluttet krets, se figur 3. Vi kommer ikke unna å bruke to ledninger i den kortsluttede kretsen, og disse legger til en viss motstand i tillegg til amperemeterets, men resultatet her gir likevel en verdi som er høyere enn noe som vil være mulig å produsere i en reell krets og fungerer derfor godt som en øvre grense. Med likning (2) kan vi da beregne en øvre grense for produsert effekt, og basert på produsentens oppgitte usikkerheter for Fluke 75 for likestrøm med strøminnstilling 10A og spenningsinnstilling 3.2V,

$$\Delta I = \bar{I} \cdot 1.5\% + 20mA \quad \text{og} \quad \Delta V = \bar{V} \cdot 0.4\% + 1mV, \quad (10)$$

kan vi med måleverdiene  $\bar{I} = 200mA$  og  $\bar{V} = 513mV$  og likning (7) anslå måleusikkerheten

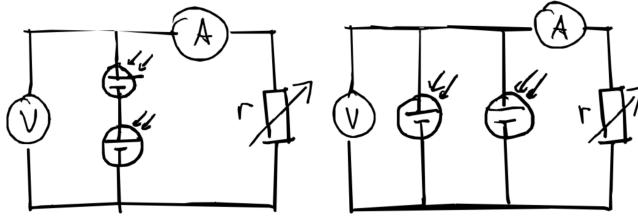
$$\Delta P_m = \bar{I}\bar{V} \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{\bar{I}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V}{\bar{V}}\right)^2} = 0.01W. \quad (11)$$

Merk at verdien oppgis i watt heller enn milliwatt for å tydeliggjøre at den bare kan påskryte seg ett gjeldende siffer.

Når vi deretter skal undersøke ved hvilken motstand solcellens maksimale effekt opptrer, lønner det seg å kjenne motstanden i kretsen til god presisjon. Vi ønsker spesielt å undersøke et område fra omrent  $0.5\Omega$  til  $10\Omega$ . Ved å sette et bærbart multimeter (Fluke 75) til ohmmeter-modus måler vi motstanden i det andre bærbare multimeteret, på fin innstilling (300mA), til omrent  $5\Omega$ , som selvsagt er altfor høyt når vi ønsker målinger under  $1\Omega$ . På grov innstilling (10A) er presisjonen for dårlig, og vi kan derfor ikke bruke dette. Det stasjonære multimeteret (Fluke 45) har derimot en målt motstand på omrent  $R_A = 0.1\Omega$  på grov innstilling (10A), og gir likevel god nok oppløsning i mA-området til at vi kan gjøre gode målinger av strømmen, som vi trenger for å beregne effekten. Det er altså Fluke 45-multimeteret vi i fortsettelsen betegner som 'amperemeteret', og usikkerheten oppgitt av produsenten er

$$\Delta I = \bar{I} \cdot 0.2\% + 0.1mA.$$

Vi beregner måleusikkerhetsbidraget  $\Delta P_m$  som i likning (11), og i fortsettelsen brukes altså alltid denne strømusikkerheten. Merk at  $\Delta I$  og  $\Delta V$  er funksjoner av måleverdiene  $\bar{I}$  og  $\bar{V}$  og må beregnes for hver enkelt måling.



Figur 6. Kretsdiagram for solcellene i a) seriekobling (til venstre) og b) parallellekobling (til høyre). Vi kan variere motstanden  $r$  i steg større enn eller lik  $0.5\Omega$ . Figuren er basert på figur 8 i [1].

Vi kobler nå opp kretsen i figur 6a. Merk at vi, i tillegg til den variable motstanden, som har minste motstand  $1\Omega$ , har en  $0.5\Omega$ -motstand vi kan koble i serie for å få mindre steglengder. Man bør videre regne med at ledningene hver kan ha en motstand i størrelsesorden  $0.1\Omega$  (side 10, [1]), og vi er her nødt til å bruke 4 ledninger i kretsen. Fordi ledningsmotstandene er ukjente, velger vi å operere med en ensidig usikkerhet  $\Delta R_c = 0.5\Omega$ , heller enn å legge til den eventuelle motstanden fra ledningene i snittverdene for målingene våre. Merk at motstanden fra ampemeteret er i samme størrelsesorden, så vi trekker  $R_A$  inn i denne kretsmotstands-usikkerheten  $\Delta R_c$ , som også inkluderer eventuell motstand i overgangene. På grunn av måten kretsen er koblet måler vi negativ strøm på ampemeteret (solcellen vi bruker har ikke indikert i koblingene hvilken side som tilhører n- og p-området), men fortagnet spiller ingen rolle og vi snur det i alle plott for å få positiv effekt.

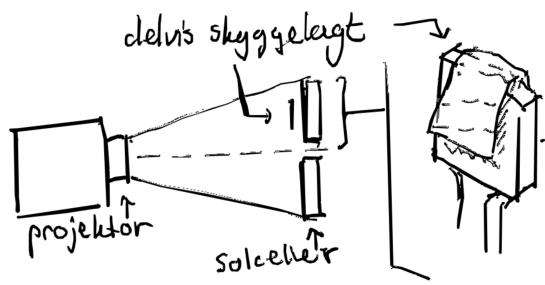
Vi gjør deretter 20 målinger av strøm og spenning for motstander fra  $0.5\Omega$  til  $10\Omega$  med steglengde  $0.5\Omega$ . Per likning (2) finner vi effekten fra solcellen og plotter resultatet. Vi gjør en polynomisk lineær regresjon av grad 5 for å anslå PR-kurven fra målingene. Grad 5 er valgt fordi det er den laveste graden som synes å tilpasse dataene godt, og gir relativt lav usikkerhet med bootstrapping, som vi bruker for å anslå motstanden som gir maksimal effekt  $\bar{R}$  samt usikkerhetsbidraget til denne fra lineærregresjonen,  $\Delta R_\ell = 0.3\Omega$ . Bootstrapping gjøres på vanlig måte som forklart i teoridelen, og vi bruker  $B = 10\,000$  bootstrap-utvalg. Vi anslår, igjen med bootstrap, usikkerhetsbidraget til den maksimale effekten  $\Delta P_\ell = 0.003W$ , som vi legger sammen med måleusikkerheten  $\Delta P_m$  med likning (8). Selve lineærregresjonen gjøres med `polyfit` fra NumPy [7], som bruker den enkle tapsfunksjonen vi forklarte i teoridelen (minste kvadraters avvik).

Vi legger sammen usikkerhetsbidraget fra ledningene  $\Delta R_c$  og fra regresjonen  $\Delta R_\ell$  og får

$$\Delta R = \sqrt{\Delta R_c^2 + \Delta R_\ell^2} \approx 0.6\Omega,$$

avrundet til nærmeste tidel. Fordi kretsusikkerheten kun kan øke resistansen, ikke minke den, blir usikkerhetsintervallet strengt tatt asymmetrisk:

$$[\bar{R} - \Delta R_\ell, \bar{R} + \Delta R]. \quad (12)$$



Figur 7. Solcelleoppsett for ikke-uniform belysning. Et tørkepapir skygger delvis for den ene solcellen, og skal simulere realistisk skygge fra et tre eller en sky. Uten tørkepapiret får vi oppsettet for uniform belysning, og tar vi bort den tildekede solcellen har vi oppsettet fra enkeltcelleundersøkelsen.

### C. Kombinasjon av enkeltceller

Vi simulerer nå et solcellepanel ved å sammenkoble to enkeltceller som begge er jevnt blyst. Først kobles de i serie, som angitt i figur 6a, og vi må nå legge til 3 ledninger. Derfor øker vi kretsusikkerheten  $\Delta R_c = 1$ , for å være på den sikre siden.

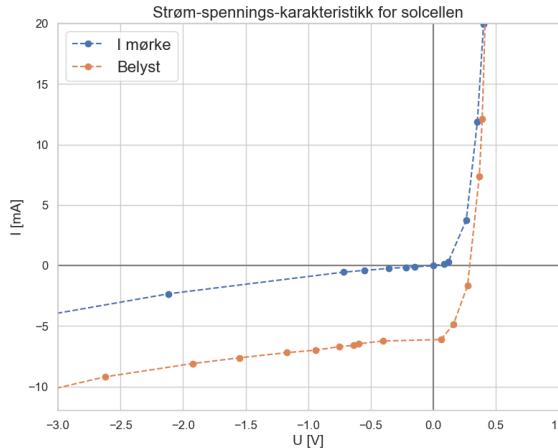
Effekt-motstand-kurven for det seriekoblede systemet finnes akkurat som i forrige del-eksperiment: Vi gjør 20 målinger av strøm og spenning fra  $0.5 - 10\Omega$  med steglengde  $0.5\Omega$ , og finner anslag med usikkerhet for maksimal effekt og ideell belastning fra disse målingene ved å bootstrappe med polynomisk lineær regresjon av grad 5. For parallelkoblede solceller, med kretsdiagram i 6b, går vi fram på samme måte, foruten at vi må bruke en polynomtilpasning av grad 6, fordi dataene her har en mer komplisert form med en skarpere topp.

### D. Ikke-uniform belysning

Til slutt ønsker vi å simulere ujevn belysning. Vi bruker et tynt tørkepapir og legger det halvveis over den ene solcellen. Oppsettet er vist i figur 7. Her er vi interessert i tendenser, ikke presise verdier, og den generelle effekten vil være reproducable uten kjennskap til nøyaktige detaljer som papirtykkelsen og størrelsen på det tilskyggede arealet.

Kretsdiagrammene for henholdsvis serie- og parallellekobling er som i forrige del-eksperiment, se figur 6, og vi går frem nokså likt. Men fra IV-karakteristikken i figur 2 vet vi at en skyggelagt sol celle kan ha svært stor motstand ved lav spenning, så det er mulig at toppene i PR-kurve har flyttet seg betydelig. Derfor gjør vi først et grovestimat for å finne toppene. For seriekoblingen gjør vi en serie på 9 målinger i spennet  $0.5 - 80\Omega$  (rådata finnes i Appendiks II), som forteller oss at toppen befinner seg rundt  $25\Omega$ .

Vi gjør deretter 17 målinger fra  $20 - 30\Omega$ . Det viser seg at denne toppen er svært bred, slik at alle punkte-



Figur 8. IV-karakteristikk for belyst og mørklagt enkeltsolcelle.

ne ligger veldig tett langs andreaksen; spesielt faller ikke punktene på en fin kurve, fordi den tilfeldige variasjonen fra måleusikkerheten er større enn kurvestigningen i området vi har siktet oss inn på. Likevel har dataene en antyding til parabelform, slik man vil forvente per taylorutviklingen gitt i likning (5) nærmere et maksimum, og vi bruker derfor en andogradstilnærming, som også gir minst usikkerhet med bootstrapping.

For parallellkoblingen finner vi straks at toppen ligger under  $5\Omega$ , og gjør derfor 10 målinger med steglengde  $0.5\Omega$  fra  $0.5 - 5\Omega$ . Her er en regresjon av polynomgrad 4 tilstrekkelig til å fange dataenes form godt, og denne gir også lavest usikkerhet med bootstrapping.

## IV. Resultater

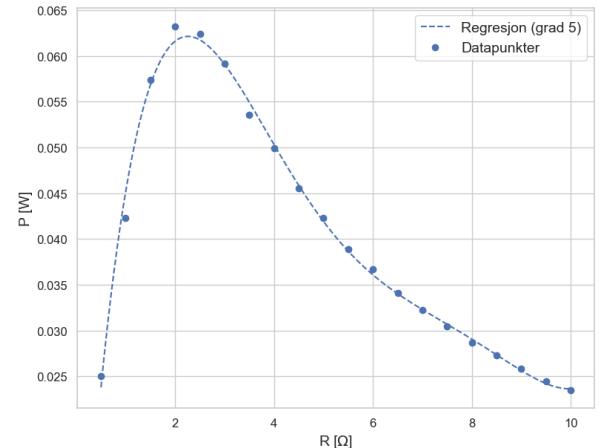
### A. IV-karakteristikk

I figur 8 ser vi vår eksperimentelle rekonstruksjon av den teoretiske IV-karakteristikken fra figur 2. Vi ser altså at den mørklagte solcellen ved lav spennin har veldig høy motstand, slik at strømmen er forsvinnende liten, mens den ved høy spennin har veldig lav motstand, og at den belyste solcellekuren er forskjøvet ned med en tilnærmet konstant verdi.

### B. Optimal belastning

Jevnt belyst og koblet i åpen krets gir solcellen en spennin på  $V_{OC} = 513 \pm 3\text{mV}$ , og i kortsluttet krets får vi en strøm på  $I_{SC} = 200 \pm 20\text{mA}$ . Usikkerhetene er beregnet fra likning (10). Dette gir en øvre grense på solcellens effekt på  $P_b = 0.10 \pm 0.01\text{W}$ , per likninger (2) og (11).

PR-kurven for den belyste enkeltsolcellen, sammen med polynomtilpasningen av grad 5, er vist i figur 9. Mot-



Figur 9. Effekt-motstand-kurven for den belyste enkeltsolcelle.

standen som gir høyest effekt anslås til  $R_1 = 2.3^{+0.6}_{-0.3}\Omega$ , der usikkerheten er asymmetrisk på grunn av det ensidige kretsbidraget  $\Delta R_c$ , se forklaringer før likning (12). Den tilhørende maksimale effektverdien er  $P_1 = 63 \pm 3\text{mW}$ , der usikkerheten er beregnet ved å legge sammen den bootstrap-estimerte usikkerheten med måleusikkerheten per likning (8).

### C. Kombinasjon av enkeltceller

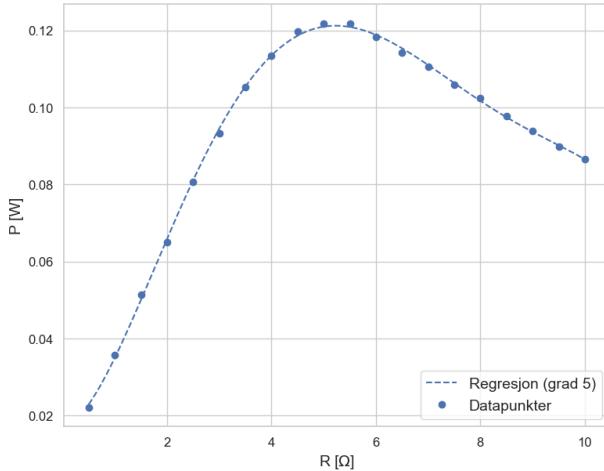
PR-kurven for den seriekoblede dobbeltcellen i jevn belysing, sammen med polynomtilpasningen av grad 5, er vist i figur 10. Den tilsvarende kurven for parallellkobling, med polynomtilpasning av grad 6, finnes i figur 11.

Anslagene for ideell belastning, med usikkerheter basert på regresjon og bootstrapping, finnes i tabell I. I sammenlikning med enkeltcellen merker vi oss at den optimale belastningen er omrent doblet for seriekoblingen og halvert for parallellkoblingen. Normaliserte anslag for maksimal effekt, med bootstrap-estimert usikkerhet sammenlagt med måleusikkerhet, finnes i tabell II, og vi merker oss at begge er, innenfor usikkerheten, lik det dobbelte av enkeltcellens maksimale effekt.

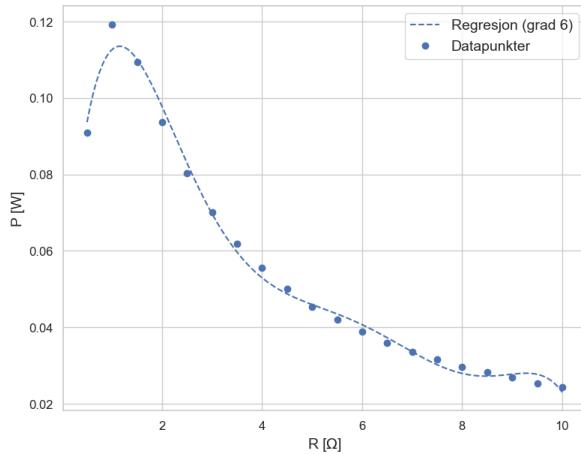
### D. Ikke-uniform belysning

PR-kurven for den seriekoblede dobbeltcellen med ujevn belysing, sammen med polynomtilpasningen av grad 2, i et område fra  $20 - 30\Omega$ , er vist i figur 12. Den tilsvarende kurven for parallellkobling, med polynomtilpasning av grad 4, i et spenn fra  $0.5 - 5\Omega$ , finnes i figur 13.

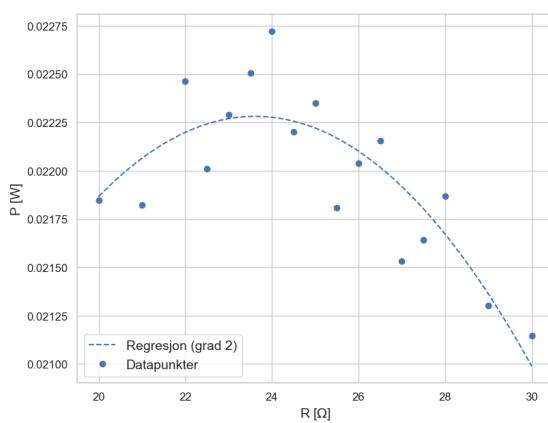
Anslagene for ideell motstandsbelastning, med usikkerheter basert på regresjon og bootstrapping, finnes i tabell I. Normaliserte anslag for maksimal effekt,



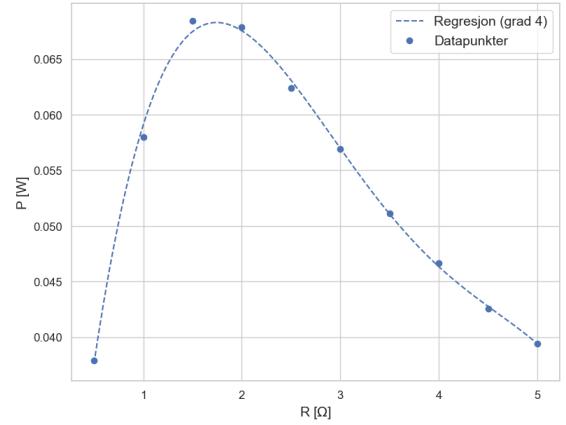
Figur 10. PR-kurve for seriekoblet dobbeltcelle i uniform belysning. Kurven er en regresjonstilpasning av grad 5.



Figur 11. PR-kurve for parallellekoblet dobbeltcelle i uniform belysning. Kurven er en regresjonstilpasning av grad 6.



Figur 12. PR-kurve for seriekoblet dobbeltcelle i ikke-uniform belysning. Kurven er en regresjonstilpasning av grad 2.



Figur 13. PR-kurve for parallellekoblet dobbeltcelle i ikke-uniform belysning. Kurven er en regresjonstilpasning av grad 4.

med bootstrap-estimert usikkerhet sammenlagt med måleusikkerhet, finnes i tabell II. Prosentvis endring i effekt ved delvis skygge i forhold til enkelt- og dobbeltcellen er vist i tabell III.

Tabell I. Ideell motstandsbelastning i  $\Omega$  for dobbeltcellen i ulike krets- og belysnings-situasjoner. Usikkerhetene er asymmetriske på grunn av det ensidige kretsbidraget.

Motstand ( $\Omega$ )	Serie	Parallel
<b>Jevn belysning</b>	$5.3^{+1.1}_{-0.5}$	$0.9^{+1.1}_{-0.4}$
<b>Ujevn belysning</b>	$23.4^{+1.3}_{-0.8}$	$1.8^{+1.1}_{-0.5}$

Tabell II. Maksimal effekt av dobbeltcellen normalisert mot anslaget for enkeltcellens maksimale effekt (63mW) i ulike krets- og belysnings-situasjoner. Merk at maksimal effekt inntrer ved ulike motstandsbelastninger, se tabell I.

Effekt (rel. enh., 63mW)	Serie	Parallel
<b>Jevn belysning</b>	$1.9 \pm 0.1$	$1.9 \pm 0.3$
<b>Ujevn belysning</b>	$0.354 \pm 0.003$	$1.1 \pm 0.3$

Tabell III. Prosentvis endring i anslaget for maksimal effekt  $\bar{P}$ , i forhold til enkelt- og dobbeltcellens verdier ved jvn belysning, for serie og parallellekobling når vi legger delvis skygge over en av solcellene. Positivt fortegn angir en økning i effekt, og kan forklares med at parallellekoblingen har to solceller mens enkeltcellen kun har én.

Prosentvis endring	Serie	Parallel
<b>Enkeltcelle</b>	-65%	+10%
<b>Dobbeltcelle</b>	-81%	-42%

## V. Diskusjon

### A. IV-karakteristikk

Vi ser den samme generelle formen i våre data, i figur 8, og den teoretiske kurven, i figur 2. Spesielt gjenkjenner vi egenskapene ved pn-overgang-diodekarakteristikken med eksponentiell vekst for positive spenninger og svært slak stigning for negative spenninger. Vi gjenkjenner også den tilnærmet konstante forskynningen mellom lys- og mørkekurven. Kurvene i vår rekonstruksjon synes å møtes raske for høye spenninger enn den teoretiske kurven, men i dette sjiktet er stigningen så stor at enkeltpunkter får stor effekt på kurveformen, så usikkerheten blir stor. Dette kan også simpelthen skyldes valg av verdiutsnitt langs aksene, siden det konstante avviket mellom grafene blir forsvinnende lite sammenliknet med stigningstallet når spenningen øker.

Merk at vi her ganske enkelt har trukket linjer mellom punktene, og ikke gjort en kurvetilpasning. Dette er fordi eksponentialformen krever høy polynomgrad for å tilpasses godt, og målingene våre er ikke jevnt fordelt i visningsområdet slik at modellen blir veldig ustabil. Siden formen uansett fanges godt med enkle linjestykker, vurderer vi at metoden er hensiktsmessig.

Grunnen til at punktene er ujevnt fordelt - spesielt ligger mange av datapunktene i den mørklagte kurven i figur 8 ganske tett rundt origo - er at systemet er ustabilt, slik at spenningen over solcellen kan endre seg betydelig selv ved svært små justeringer i bidraget fra spenningskilden. Dette er ikke overraskende med tanke på IV-kurvvens ikke-lineære form. Heldigvis gjør vi her målinger direkte av de målene vi ønsker å forstå sammenhengen mellom, så det spiller ingen stor rolle at steglengden er variabel - forholdet mellom spenning og strøm er lest av i samme øyeblikk og er uansett riktig. Dette er også grunnen til at motstanden i kretsen, inkludert ledninger og ampermeteret, ikke er av betydning for resultatene her, og det er derfor ikke noe problem at vi brukte Fluke 75 som ampermeter heller enn Fluke 45.

### B. Optimal belastning

Maksimalspenningen  $V_{OC} = 513 \pm 3\text{mV}$  er under halvparten av den teoretiske maksimale spenningen for en silisiumsolcelle på 1.2V, se likning (1). Dette er ikke veldig overraskende, ettersom maksimalspenningen er basert på ideell energibevaring, og vår verdi stemmer dessuten med den praktiske litteraturverdien  $V_{OC} \in (0.5V, 0.6V)$  for en enkel silisium-solcelle oppgitt i [8].

Verdien for strømproduksjonen i kortsluttet krets er kanskje noe lavere enn den 'sanne'  $I_{SC}$  på grunn av motstand i ledninger og overganger, og dette har vi ikke tatt høyde for i usikkerhetsberegningene for den teoretiske øvre grensen. I tillegg er usikkerheten om lag én størrelsesorden større enn de andre effektestimatene våre

fordi vi brukte Fluke 75 som ampermeter, på grov innstilling, heller enn Fluke 45. Alt dette er likevel tilgivelig, fordi maksimal spenning- og strømproduksjon som anslått med åpen og kortsluttet krets for enkeltcellen bare gir en streng øvre grense for effekten: Det vil ikke være mulig å oppnå begge disse verdiene samtidig. Det er altså ikke et spesielt godt overslag for den faktiske maksimale effekten, og gir heller ikke grunnlag for å være spesielt skuffet over den målte maksimale effekten på rundt 60% denne øvre grensen. Man kunne kanskje ha forsvert å utelate usikkerheten i den teoretiske øvre grensen, men fordi den er en av få usikkerheter som kan beregnes presist rent analytisk, uten bootstrapping, i eksperimentet, velger vi å ta den med.

### C. Oppsett- og måleusikkerheter

For å beregne optimal belastning, bruker vi en ensidig kretsusikkerhet  $R_c$ . I første omgang settes denne til  $0.5\Omega$ , og skal omfatte opptil 4 ledninger ( $\Delta R_l \approx 0.1\Omega$ ), ampermeter ( $\Delta R_A = 0.1\Omega$ ) og eventuelle koblinger. Med tanke på feilpropageringsanslaget på under  $0.3\Omega$ , spesielt med tanke på at kretsen også har koblinger og at det er en viss usikkerhet i selve motstandene vi bruker. Når vi i de siste to del-eksperimentene øker  $R_c$  til  $1\Omega$ , virker det sannsynlig at eventuelle avvik fra oppgitt motstand i den variable motstanden er dekket av dette spennet, selv om avviket i prinsippet kan gå begge veier mens kretsusikkerheten er ensidig, fordi det i realiteten er en viss motstand i kretsen som gjør at vi allerede undersår estimatet for optimal motstandsbelasting noe.

Man kunne da argumentert for at estimatet for optimal motstandsbelastning burde vært forskjøvet opp, heller enn å oppgi et asymmetrisk usikkerhetsintervall. Dersom vi hadde estimert motstanden i ledningene eksperimentelt, ville dette ha vært rimelig. Vi forsvarer likevel metoden vår ved at ledninger, overganger og ampermeteret teoretisk ansees som motstandsfree, slik at motstandsbidraget vil avhenge sterkt av kvaliteten på det eksperimentelle oppsettet. Uten å ha gode målinger av det konkrete utstyret vi har brukt, er det bedre med tanke på reproduuserbarhet å oppgi en asymmetrisk usikkerhet enn å gjøre en noe arbitrær/skjønnsbasert forskyvning av estimatene.

Usikkerheten i motstanden til motstandene våre er altså ukjent, og det er en svakhet at vi ikke gjorde målinger av disse med ohmmeter. Likevel kan vi se i PR-kurveene at datapunktene følger en glatt kurve opptil måleusikkerheten, hvilket antyder at eventuell usikkerhet i motstandene ikke er tilfeldig fordelt ved hver innstilling, men heller gir et mulig systematisk bidrag. Fordi krets-

og regresjonsusikkerheten er relativ stor vurderer vi likevel at dette bidraget antagelig vil være dominert av disse, kanskje med unntak av i figur 12 der motstanden er større slik at en eventuell relativ usikkerhet kan spille en større rolle.

Merk likevel at usikkerheten ikke er betydelig større i denne figuren på tross av at punktene synes å være mer spredd; dette skyldes bare at skalaen på andreaksen er mye lavere enn i de andre kurvene, fordi vi her befinner oss nærmere en svært langtrukken topp i kurven. Faktisk er variasjonen i punktene først og fremst forklaart av måleusikkerhetene i apparatene, siden voltmeteret har en usikkerhet på over 0.001V, se likning (10). Fordi denne toppen er så langtrukken og vi får tette datapunkter med liten variasjon i effekten, og vi kan bruke en lav polynomgrad  $d = 2$ , blir usikkerhetsbidraget  $\Delta P_\ell$  fra regresjonsanalyisen omtrent to størrelsesordener mindre enn for de andre målingene, og som eneste effektverdi blant dobbeltcellesystemene våre blir usikkerhetsbidraget fra målingsusikkerheten  $\Delta P_m$  relevant for den samlede usikkerheten. Vi får derimot større spredning i  $\Delta R_\ell$  enn for andre målinger, igjen fordi en bred topp har en mindre veldefinert plassering. I praktiske anvendelser kunne dette positivt, fordi det viser at svært ulike motstander alle vil gi svært lik effekt, men siden effekten her er så lav teller det likevel ikke i den skyggelagte seriekoblingens favør.

Generelt kan vi befeste at måleusikkerhetene fra instrumentene ikke var en begrensende faktor i forsøket, siden disse stort sett var neglisjerbare sammenliknet med andre store usikkerheter. Mulige forbedringer ligger først og fremst i bedre å bestemme motstanden i kretsen fra komponentene som teoretisk ansees som motstandsfree, men også å bruke mindre steglengde for å minke usikkerheten i kurvetilpasningene. Det bør dog poengteres at hensikten med forsøket er å observere generelle tendenser og gi enkle anbefalinger om kretssammensetning for små solcellesystemer, og at de betydelige usikkerhetene ikke hindrer oss i å komme til rimelige, generelle konklusjoner. Dersom man derimot ønsket å bestemme optimal belastning for de konkrete solcellene vi arbeidet med til høy presisjon, ville det vært nødvendig å begrense kretsusikkerheten betraktelig, gjerne ved å eksplisitt måle ledningenes motstand og å kartlegge usikkerheten i motstandene.

#### D. Regresjon og bootstrapping

Selv om forsøket utforsker generelle tendenser og beskriver oppførsel som vil være reproduuserbar med en rekke ulike eksperimentelle oppsett, og de konkrete verdiene for vårt solcellepanel ikke er forsøkets hovedfokus, er de viktige fordi de danner grunnlaget for mer generelle anbefalinger. Derfor har vi lagt stor vekt på å gjøre ærlige usikkerhetsberegninger.

Metoden vår for å beregne usikkerheten i optimal belastning, basert på polynomtilpasning med lineær regre-

sjon og deretter bootstrapping, fungerer svært godt. For anslaget for maksimal effekt, derimot, er det fare for at vi overestimerer usikkerheten betraktelig. Dersom man bare brukte 'naiv' bootstrap - altså bare gjorde utvalg fra effektfordelingen og brukte maksimum i utvalget som maksimalverdien - er det enkelt å se at metoden er dårlig egnet for en slik variabel: Dette skyldes at et maksimum kun avhenger av én verdi i måleserien, og når vi gjør en resampling av dataene kan vi umulig finne høyere verdier enn det opprinnelige maksimumet. I virkeligheten vil nye måleserier uten tvil kunne gi høyere verdier enn den vi tilfeldigvis målte. Dessuten vil de seriene som mangler det ene maksimale datapunktet avvike svært mye fra den målte verdien, fordi vi da får det nest høyeste målepunktet, som ikke gir et hensiktsmessig estimat for maksimumet når steglengden er så stor.

Derfor brukte vi i stedet maksimumsverdien i kurvetilpasningene. Men dette har tilsvarende problemer, for hovedvekten av datapunktene ligger alltid under maksimumet, slik at kurven tenderer mot å legge seg strengt under maksimumsverdien (se for eksempel figur 11). Dessuten trengte vi i de fleste kurvene relativt høye polynomgrader for å få god tilpasning, og dette gjør variansen i modellene relativt stor. Til sammen gjør disse argumentene at denne metoden til og med ansees for et dårligere estimat en den 'naive' bootstrappingen. Tanken var at metoden skulle estimere variasjonen nedover, som så per en vanlig statistisk antagelse om tilnærmet symmetriske fordelinger kunne gi et godt anslag for variasjonen oppover også, men med tanke på de teoretiske svakhetene nevnt over i kombinasjon med at bootstrap-usikkerheten ofte er hele to standardavvik over måleusikkerheten, er det rimelig å anta at dette er noe feilslått.

Det er likevel ikke åpenbart hvordan man skulle finne et bedre overslag, da et naivt anslag med bare måleusikkerheten tilsynelatende vil underestimere den reelle usikkerheten betraktelig. Spesielt påvirkes den faktiske usikkerheten av steglengden på  $0.5\Omega$ , som gir relativt få punkter rundt maksimumet: Hvis vi hadde tettere punkter ville usikkerheten vært betydelig redusert, og ikke minst mer robust på tvers av metoder; dette kommer blant annet fram ved at den seriekoblede dobbeltcellen med ikke-uniform belysning - som nettopp har mange målepunkter tett på maksimumet, se figur 12 - har per tabell II en bootstrapusikkerhet som er på størrelsesordenen med måleusikkerheten. Ved å sammenlikne punktene rundt toppene i PR-kurvene kan vi veldig røft anslå at størrelsesordenen på usikkerheten bør være i området  $0.1 - 1\text{mW}$ , med unntak av figur 12 der den som forklart er lavere. Når vi sammenlikner de relevante kurvene med tabell II, må vi huske at enhetene her er normalisert mot enkeltcellens effekt; den faktiske usikkerheten vi ender opp på er mellom 5 og  $20\text{mW}$ ! Måleusikkerheten er derimot omtrent mellom 0.01 og  $0.1\text{mW}$ . Grafene antyder altså at den faktiske usikkerheten ligger i størrelsesordenen mellom bootstrap-overslaget vårt og måleusikkerheten, og det kunne vært rimelig å justere anslagene våre noe ned. Men, fordi resultatene

våre - selv med den potensielt overdrevne bootstrap-usikkerheten - er presise nok til å gi tydelige svar på problemstillingene som er i fokus i oppgaven, og spesielt for å gi generelle anbefalinger, bruker vi like gjerne disse.

### E. Kombinasjon av enkeltceller

Vi ser i tabell II at begge koblingstypene, i jevnt belyste tilstander, gir omtrent dobbel effekt sammenliknet med enkeltcellen. Det er altså ingen tungtveiende grunn til å foretrekke den ene over den andre, men man kan likevel argumentere for at seriekoblingen har noen fordele. Den viktigste grunnen er at den har en bredere topp, og dermed er litt mer robust for degenerasjon av ledninger/koblinger som endrer motstanden fra den optimale. For det andre viser bootstrap-analysen at usikkerheten i effektverdien for parallellekoblingen er betydelig større enn for seriekoblingen. Som et siste argument kan vi poengttere at de fleste applikasjoner bruker høyere spenning enn hva solcellen produserer, og at det vil være lettere å transformere opp spenningen fra seriekoblingen siden den i utgangspunktet er høyere enn for parallellekoblingen.

I tabell I ser vi at toppene inntreffer for ulike motstandsbelastninger, og det er interessant å merke seg at seriekoblingen har topp ved omtrent dobbelt så høy motstand som enkeltcellen, mens parallellekoblingens topp er ved omtrent halvparten av enkeltcellens ideelle belastning. Dette gir mening med tanke på vanlige addisjonsregler for motstander i serie og parallel, se likning (4).

Det er dessuten verdt å dvele litt ved disse resultatene, fordi de har implikasjoner for større sammensetninger av solceller: Når mange celler kobles i serie, vil den optimale motstanden bli veldig høy, mens den med mange i parallel blir forsvinnende liten. Man kan derfor argumentere for at paneler med mange celler bør bruke en kombinasjon av serie- og parallellekoblinger for å holde den optimale belastningen innenfor rimelighetens grenser. Dette spiller også litt i seriekoblingens favør, da man av hensyn til effekttap kan foretrekke høy spenning og lav strøm, slik seriekoblingen produserer, over høy strøm og lav spenning, fordi effekttapet i en ohmsk motstand, som er en omtrentlig tilnærming for en lang ledning, går som  $I^2$  per likning (3).

### F. Ikke-uniform belysning

For ikke-uniform belysning er resultatene i tabell II soleklare: Parallellekoblingen er langt mer robust enn seriekoblingen. Dette kan forstås fra den teoretiske IV-kurven i figur 2, og stemmer med hypotesen vi fremsatte i teoridelen: Når en solcelle mørklegges vil, ved lave spenninger, motstanden være enormt stor, og i en seriekobling betyr dette at kretsmotstanden blir høy. Alle PR-kurve viser at solcellene virker best ved bestemte, relativt lave motstandsbelastninger, så dette er enormt

ødeleggende for effekten. En seriekobling der en solcelle er delvis skyggelagt får i vårt oppsett en maksimal effekt på omtrent 1 tredjedel av effekten fra en enkelt celle - solcellen i skygge er altså ikke bare ineffektiv, men ødelegger også for den blyste!

Når cellene står i parallellekobling, er situasjonen en ganske annen. Når motstanden i den skyggelagte cellen blir høy, vil nærmest all strømmen gå gjennom den andre delen av parallellekoblingen, og kretsen oppfører seg effektivt som om det bare var én solcelle. Innenfor usikkerheten er effekten av seriekoblingen identisk med en enkelt solcelle, selv om gjennomsnittet er noe høyere, som kan indikere at vi faktisk får et lite bidrag fra den delvis skyggelagte solcellen.

### G. Anbefalinger og utvidelser

For å oppsummere har vi altså nå et tungtveiende robusthetsargument i parallellekoblingens favør, men også noen svakere betraktninger fra forrige del-eksperiment som likevel kan gjøre seriekoblingen relevant. Med bare to solceller er det ingen tvil om at parallellekoblingen er best gitt at et panel i den virkelige verden vil kunne oppleve delvis skygge, men i store solcellepaneler kan man argumentere for en kombinasjon, fordi lange kjeder med parallellekoblinger vil gjøre strømmen, og dermed effekttapet i ledningene som går som  $I^2$ , unødvendig stort. Uten å ha testet systemer med mange celler, er det vanskelig å gi solide, konkrete anbefalinger, men det kan se ut til at man bør basere solcellepanelet på parallellekoblinger, der hver parallell linje har nok seriekoblede solceller til at den optimale motstandsbelastningen blir rimelig, og slik at spenningen blir stor nok til at effekttapet blir håndterbart. Dette antallet vil avhenge av motstanden i ledningene og hvor enkelt man kan transformere opp til høyere spenninger for å, for eksempel, lade et 12V batteri. Med dette oppsettet vil en skyggelagt solcelle langs én parallell linje bare ødelegge for de andre solcellene langs samme linje.

Fra IV-kurven i figur 2 kunne man også tenke seg at man kunne sette opp et system som overvåker motstanden over solcellene og setter på en spenning - for eksempel fra et batteri som lades opp av solcellepanelet - dersom denne øker brått, altså når panelet skyggelegges, for å redusere diodemotstanden og unngå at dette går utover de andre solcellene i seriekoblingen. Dette er antakelig en dårlig idé i praksis, da solcellene stort sett vil skyggelegges samtidig, og det er heller ikke åpenbart at det vil gi positivt energiutbytte i teorien i en konstruert eksperimentell situasjon. Dette kunne eventuelt undersøkes i videre eksperimenter.

### VI. Konklusjon

Maksimal effekt med tilhørende optimal motstandsbelastning har blitt beregnet for solceller i ulike krets- og be-

lysningssituasjoner. Estimater med usikkerhet ble funnet ved hjelp av polynomtilpasning og bootstrapping. For en enkelt solcelle ble en øvre grense for effektutbytte beregnet til  $P_b = 0.10 \pm 0.01\text{W}$ , mens det i praksis ble målt en maksimal effekt på  $P_1 = 0.063 \pm 0.003\text{W}$  med tilhørende optimal belastning  $R_1 = 2.3_{-0.3}^{+0.6}\Omega$ . For kombinasjoner av enkeltceller i god belysning ble optimal effekt anslått til  $2P_1$  innenfor usikkerheten uavhengig av koblingskonfigurasjon, og for seriekobling inntraff maksimumet omtrent ved  $2R_1$ , mens det for parallellkobling inntraff omtrent ved  $R_1/2$ . Dersom en av solcellene var delvis skyggelagt, ble det i seriekobling en svært ugunstig virkning på den andre cellens effekt, mens parallellkoblingen viste seg robust i ulike belysningssituasjoner. Resultatene

ble forklart med den teoretiske IV-karakteristikken for en enkeltcelle i lys og mørke, som også ble konstruert eksperimentelt.

Selv om de beregnede verdiene har store usikkerheter, spesielt fordi motstandene i ledningene ikke var kjent og fordi den minste steglengden på  $0.5\Omega$  gjorde datagrunnlaget for regresjonsanalysen litt tynt rundt toppene, gav eksperimentene godt grunnlag for generelle anbefalinger om optimale solcellekongfigurasjoner. For små solcellepanel var parallellkoblinger tydelig optimalt, men i større systemer ble det diskutert om en kombinasjon, spesielt parallellkoblede seriekoblinger av enkeltceller, kunne være mest gunstig for å unngå stort effekttap med høy strøm og lav spennin.

- [1] Fysisk institutt, Universitetet i Oslo, "Solcellen," (u. d.).
  - [2] J. del Alamo, "The pn-junction diode - i-v characteristics," [https://ocw.mit.edu/courses/6-012-microelectronic-devices-and-circuits-fall-2005/5b894bd25d2e677a2b9bdaf11a8b8bd8\\_lec15.pdf](https://ocw.mit.edu/courses/6-012-microelectronic-devices-and-circuits-fall-2005/5b894bd25d2e677a2b9bdaf11a8b8bd8_lec15.pdf) (2005), lecture notes, MIT OpenCourseWare, Course 6.012: Microelectronic Devices and Circuits.
  - [3] T. L. Lindstrom, *Spaces: An Introduction to Real Analysis* (American Mathematical Society, Providence, RI, 2017).
  - [4] M. Hjorth-Jensen, "Applied Data Analysis and Machine Learning," [https://compphysics.github.io/MachineLearning/doc/LectureNotes/\\_build/html/chapter1.html](https://compphysics.github.io/MachineLearning/doc/LectureNotes/_build/html/chapter1.html) (2021).
  - [5] K. N. B. Jay L. Devore and M. A. Carlton, *Modern Mathematical Statistics with Applications*, 3rd ed., Springer Texts in Statistics (Springer, Cham, Switzerland, 2021).
  - [6] G. Squires, *Practical Physics*, Practical Physics (Cambridge University Press, 2001).
  - [7] C. R. Harris, K. J. Millman, S. J. van der Walt, R. Gommers, P. Virtanen, D. Cournapeau, E. Wieser, J. Taylor, S. Berg, N. J. Smith, R. Kern, M. Picus, S. Hoyer, M. H. van Kerkwijk, M. Brett, A. Haldane, J. F. del Río, M. Wiebe, P. Peterson, P. Gérard-Marchant, K. Sheppard, T. Reddy, W. Weckesser, H. Abbasi, C. Gohlke, and T. E.
  - [8] Oliphant, *Nature* **585**, 357 (2020).
- [8] Wikipedia contributors, "Solar cell — wikipedia, the free encyclopedia," [https://en.wikipedia.org/wiki/Solar\\_cell](https://en.wikipedia.org/wiki/Solar_cell) (2024), accessed: 2025-05-27.

## Appendiks I: Utstyrsliste

- Spenningskilde
- Lysprojektor (Reflecta Diametor AF)
- 2 bærbare multimetere (Fluke 75)
- Stasjonært multimeter (Fluke 45)
- Motstander ( $0.5 - 250\Omega$ )
- 2 solceller
- Ledninger
- Tynt tørkepapir (til skyggelegging av solcellen)

## Appendiks II: Rådata

Alle viktige data skal kunne leses av i grafene i rapporten (riktignok bare effektmålinger i PR-kurvene, men disse er et enkelt produkt av strøm og spennin; i en typisk rapportsetting vil strøm- og spenningsrådata ev. suppleres ved etterspørsel), så vi tilføyer kun data fra grovestimering av optimal motstand for ikke-uniformt blyst seriekobling, se tabell IV.

Tabell IV. Rådata fra grovestimat av optimal belastning for seriekoblet dobbeltcelle i ikke-uniform belysning.

Motstand [ $\Omega$ ]	0	10	20	25	30	35	40	60	80
Spennin [mV]	25	370	670	750	800	830	850	890	900
Strøm [mA]	35.0	35.0	30.0	30.0	26.0	23.0	21.0	15.0	0.0
Effekt [mW]	0.88	12.95	20.10	22.50	20.80	19.09	17.85	13.35	0.00