## Ficha 10

## Programação Imperativa

## Árvores binárias de procura

Use, se achar necessário, o projecto https://codeboard.io/projects/244195 para responder aos problemas propostos.

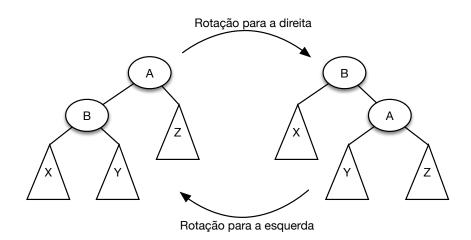
Considere o seguinte tipo para representar árvores binárias de inteiros.

```
typedef struct nodo {
   int valor;
   struct nodo *esq, *dir;
} * ABin;
```

1. Uma forma de remover um elemento de uma árvore binária de procura sem aumentar a altura da árvore consiste em substituir o nodo onde esse elemento se encontra pelo menor elemento que se encontra do seu lado direito.

Apresente definições das seguintes funções sobre árvores binárias de procura.

- (a) ABin removeMenor (ABin \*a) que remove o nodo mais à esquerda de uma árvore (retornando esse nodo).
- (b) void removeRaiz (ABin \*a) que remove a raiz de uma árvore não vazia (libertando o correspondente espaço).
- (c) int removeElem (ABin \*a, int x) que remove um elemento de uma árvore binária, libertando o espaço correspondente. A função deverá retornar 0 se o elemento existia na árvore.
- 2. Considere as seguintes definições que *rodam* uma árvore. Note que ambas as operações preservam a ordem dos elementos (i.e., se forem efectuadas sobre uma árvore de procura, o resultado continua a ser uma árvore de procura).



```
void rodaEsquerda (ABin *a){
   ABin b = (*a)->dir;
    (*a)->dir = b->esq;
   b->esq = (*a);
   *a = b;
}
void rodaDireita (ABin *a){
   ABin b = (*a)->esq;
   (*a)->esq = b->dir;
   b->dir = *a;
   *a = b;
}
```

Note ainda que ao efectuar uma destas rotações, o elemento que está na raiz passa para o nivel 1 enquanto que um dos elementos que está no nível 1 passa para o nível 0. Neste caso dizemos que este último elemento foi promovido.

Usando estas funções defina as seguintes operações sobre árvores binárias de procura.

- (d) void promoveMenor (ABin \*a) que promove o menor elemento de uma árvore para o nível 0. A árvore resultante não deve aumentar a altura da árvore em mais do que uma unidade.
- (e) void promoveMaior (ABin \*a) que promove o maior elemento de uma árvore para o nível 0. A árvore resultante não deve aumentar a altura da árvore em mais do que uma unidade.
- (f) Apresente uma definição alternativa da função removeMenor descrita na questão 1.
- 3. Uma árvore diz-se equilibrada sse, em cada nodo, o número de nodos à esquerda e à direita não difere em mais do que uma unidade.

Uma forma de equilibrar uma árvore consiste em começar por a transformar numa espinha (i.e., uma árvore em que todos os nodos têm a sub-árvore da esquerda vazios) e depois equilibrar essa árvore

Nas funções que se descrevem abaixo **não deve ser feita qualquer alocação de memória**; deve-se reorganizar os nodos da árvore de forma a obter o resultado pretendido

- (g) Defina uma função int constroiEspinha (ABin \*a) que transforma a árvore \*a numa espinha. A função deve retornar o número de nodos da árvore.
  - Sugestão: de forma a tornar esta função mais eficiente, comece por definir uma função int constroiEspinhaAux (ABin \*a, ABin \*ult) que também coloca e \*ult o endereço do nodo mais à direita da árvore produzida.
- (h) Defina uma função ABin equilibraEspinha (ABin \*a, int n) que recebe uma espinha \*a e um número n e produz uma árvore equilibrada com esses nodos. Em \*a fica a árvore construída e é retornado o endereço dos elementos da espinha que não foram utilizados.
- (i) Usando as funções anteriores, defina uma função void equilibra (ABin \*a) que equilibra uma árvore.