

Beschreibung von Tiefpassfiltern im Zeit- und Frequenzbereich

Masterkolloquium Elektro-und Informationstechnik

Sebastian Pasinski

TH Aschaffenburg

5. Februar 2026

Gliederung der Präsentation

- 1 Definition Tiefpass
- 2 Tiefpass im Frequenzbereich
- 3 Tiefpass im Zeitbereich
- 4 Literatur

Definition Tiefpass

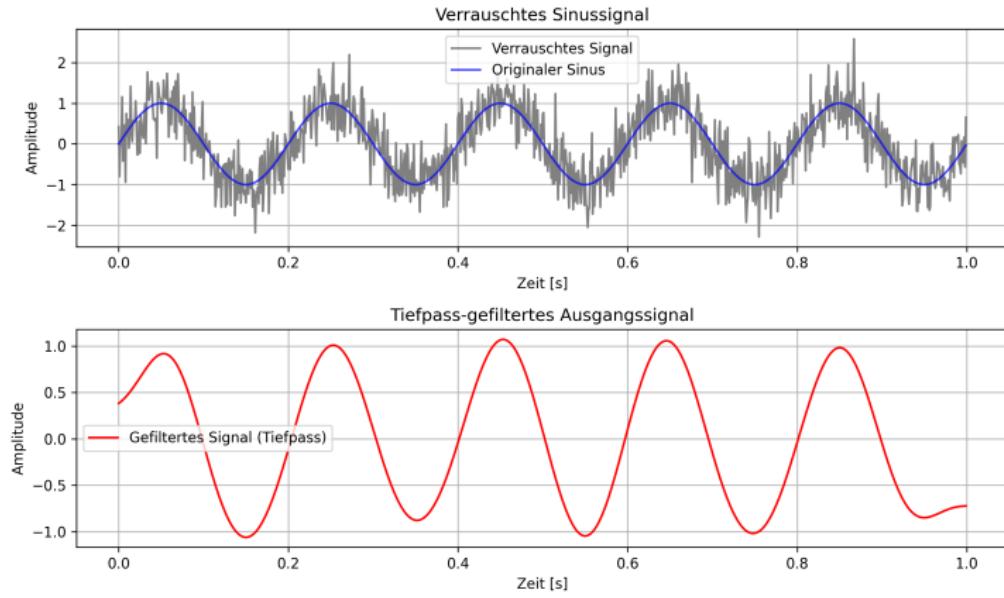


Abbildung: Filterung eines Sinussignals mit einem RC-Tiefpass

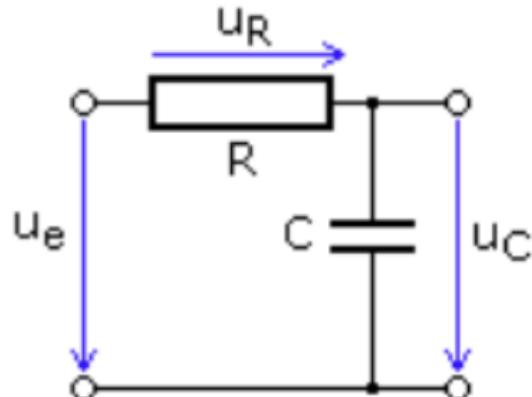
Beschreibung im Frequenzbereich: Übertragungsfunktion

$$\frac{U_c}{U_e} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C}$$

$$\frac{U_c}{U_e} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$\frac{U_c}{U_e} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Spannungsverstärkung abhängig von der Frequenz (Ulrich Tietze 2019)



(Mietke 2026)

Abbildung: RC-Schaltung

Übertragungsfunktion:

- Spannungsverstärkung abhängig von der Frequenz
- im Frequenzbereich kann Systemantwort bestimmen

$$Y(\omega) = H(\omega) X(\omega)$$

Grenzfrequenz

Bei der Grenzfrequenz fällt die Ausgangsspannung auf $1/\sqrt{2}$ des Eingangswerts. Kann aus Übertragungsfunktion berechnet werden:

- ① Betrag bilden:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

- ② -3 dB-Bedingung anwenden:

$$|H(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

- ③ Gleichsetzen und lösen:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_c RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad \omega_c = \frac{1}{RC}$$

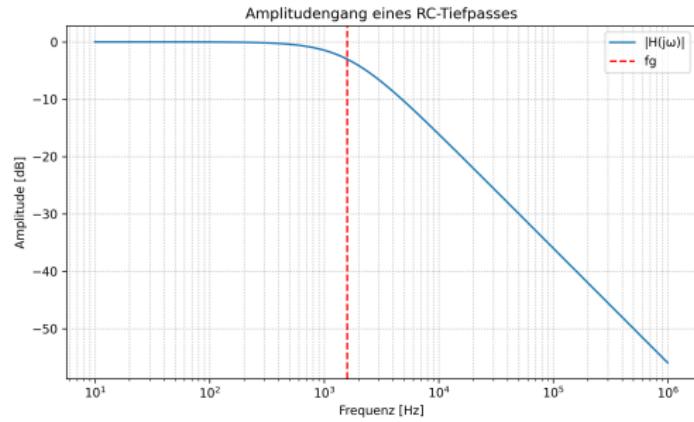
(Hagmann 2006)

Amplitudengang eines RC-Tiefpasses

Dämpfung von Ein-zu Ausgang

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

bei f_g : Amplitude fällt auf -3 dB



(Ulrich Tietze 2019)

Abbildung: Amp.gang RC-TP

Phasengang eines RC-Tiefpasses

Phasenverschiebung
von Ein-zu Ausgang

$$\varphi(\omega) = -\arctan(\omega RC)$$

bei f_g : Verschiebung
von -45°

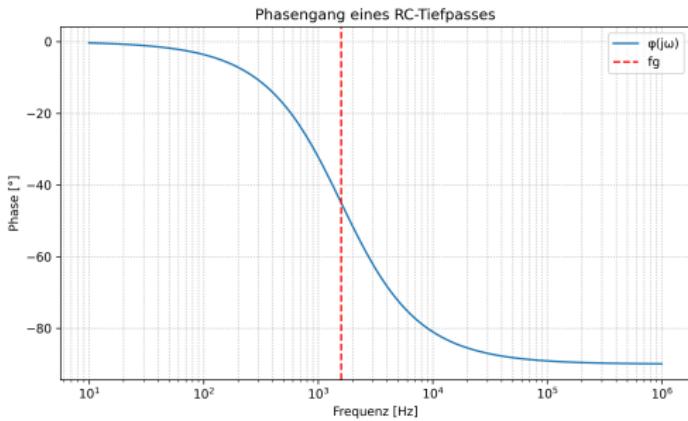
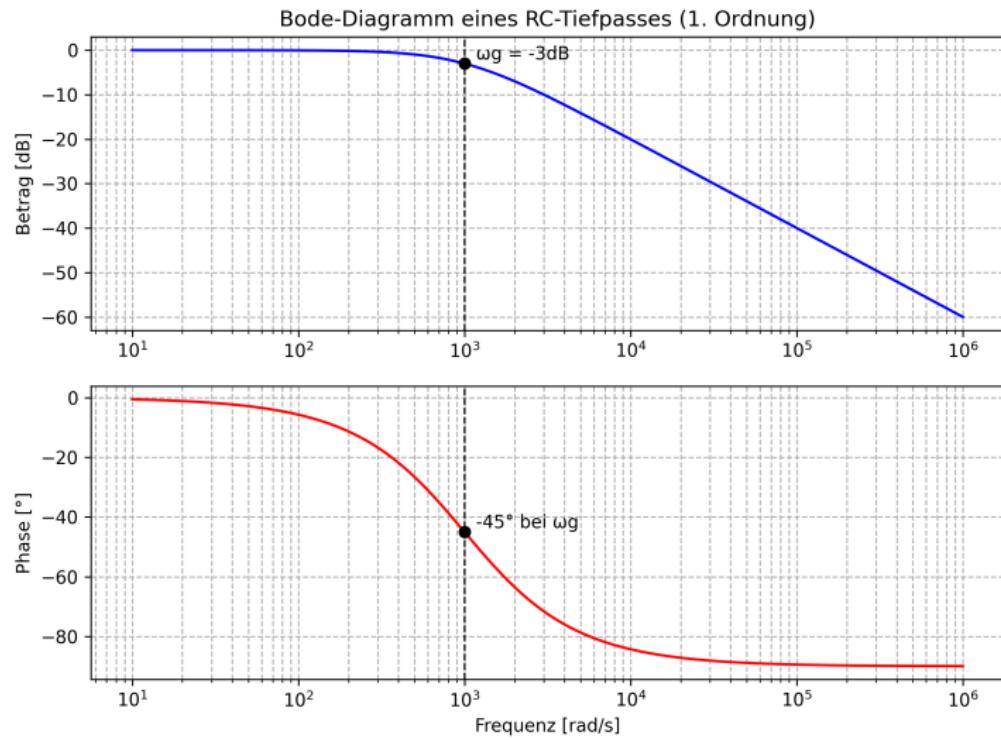


Abbildung: Ph.gang RC-TP

(Ulrich Tietze 2019)

Bodediagramm

Darstellung beider Verhalten auf einen Blick



Tiefpass im Zeitbereich

Systembeschreibung mit DGL

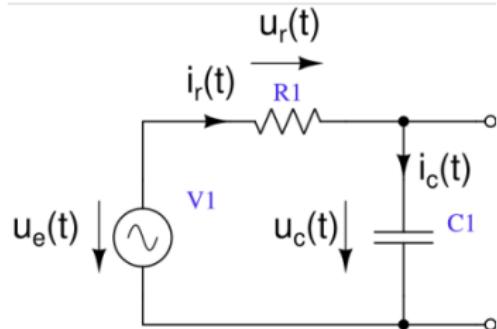
Maschengleichung

$$-u_e(t) + u_R(t) + u_C(t) = 0$$

Differentialgleichung

$$RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = u_e(t)$$

Berechnungen von DGL oft komplex und aufwendig



RC-Tiefpass-Schaltung
Quelle: (Sommavilla 2026)

Sprungantwort

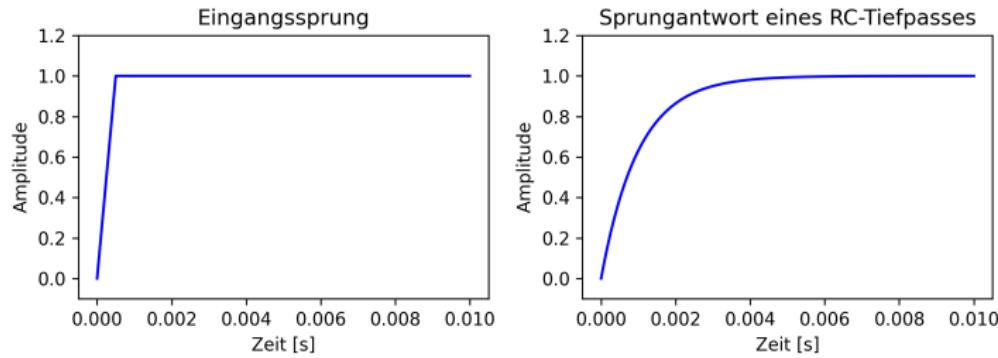
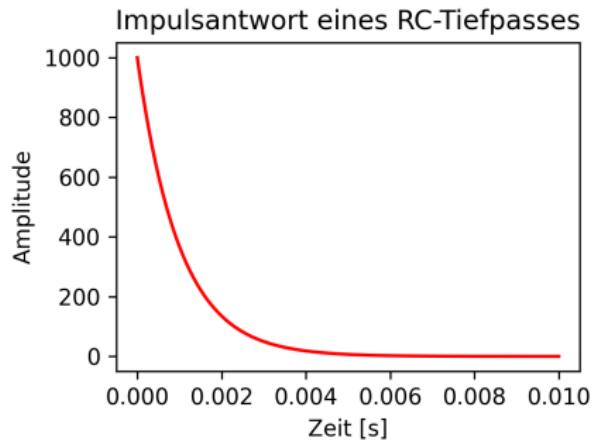
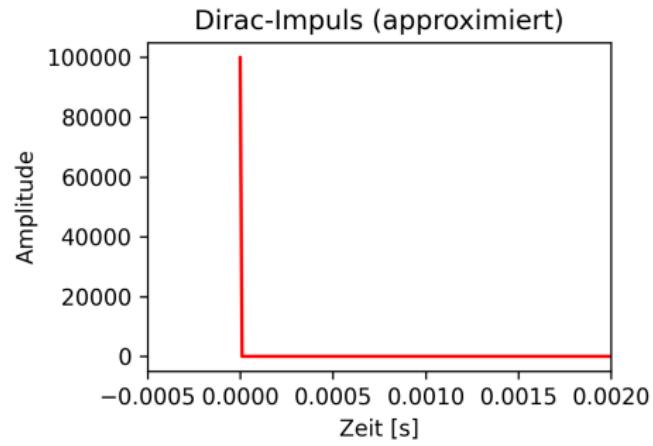


Abbildung: Sprungsantwort eines RC-Tiefpasses

Impulsantwort



RC-Tiefpass-Schaltung

Darstellung von Signalen als Impulsfolge

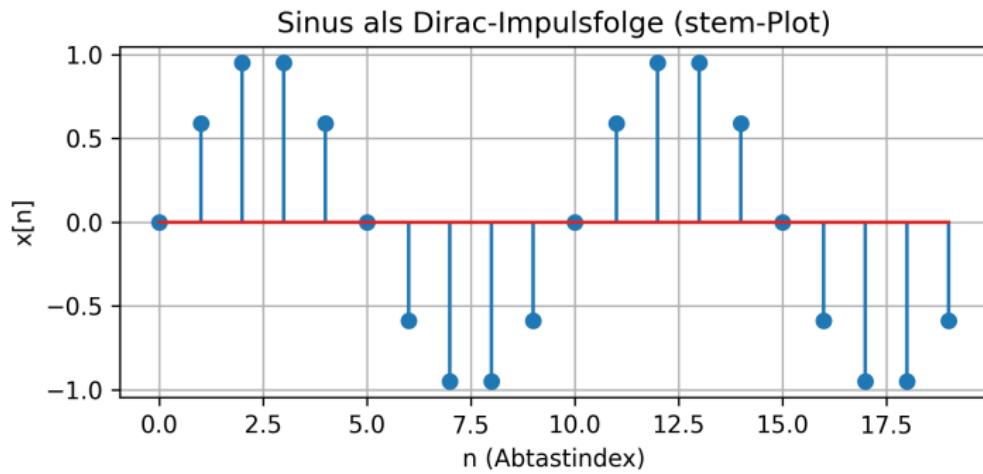


Abbildung: Sinus als Dirac-Impulsfolge

Übertragungsfunktion und Impulsantwort

Impulsantwort ist die Inverse Laplace-Transformation der Übertragungsfunktion:

$$H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}$$

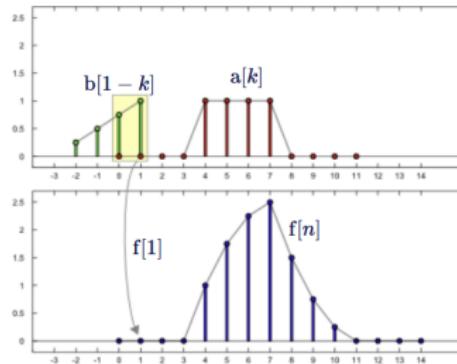
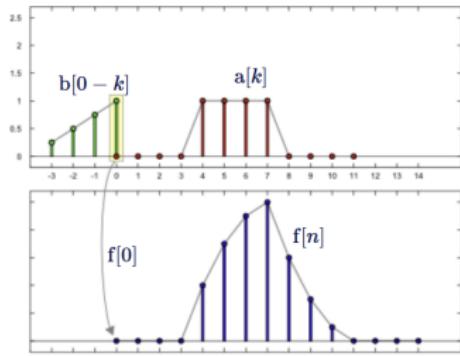
Faltung im Zeitkontinuierlichen Bereich

Berechnung Ausgangssignal mit Eingangssignal und Impulsantwort:

$$y(t) = (x * h)(t)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

(Baraniuk 2026)



Graphische Faltung
Quelle: (Thormählen 2024)

 Baraniuk, R. (2026), 'Continuous time convolution'. https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Electrical_Engineering/Signal_Processing_and_Modeling/Signals_and_Systems_%28Baraniuk_et_al.%29/03%3A_Time_Domain_Analysis_of_Continuous_Time_Systems/3.03%3A_Continuous_Time_Convolution, last visited: 31.01.2026.

 Hegmann, G. (2006), *Aufgabensammlung zu den Grundlagen der Elektrotechnik*, Aula.

 Metke, D. (2026), 'Passive rc- und rl-tiefpässe'.

https://www.elektroniktutor.de/analogtechnik/tiefpass.html, last visited: 31.01.2026.

 Comma villa, T. (2026), 'Spannungen und ströme am rc-tiefpass'.
<https://de.wikipedia.org/wiki/RC-Glied>, last visited: 31.01.2026.

 Wermählen, T. (2024), 'Multimediale signalverarbeitung faltung und impulsantwort'.

https://www.mathematik.uni-marburg.de/~thormae/lectures/mmk/mmk_3_1_ger_web.html#1, last visited: 31.01.2026.

Ulrich Tietze, Christoph Schenk, E. G. (2019), *Halbleiterschaltungstechnik*, Springer Buchverlag.