

Beschreibung von Tiefpassfiltern im Zeit- und Frequenzbereich

Masterkolloquium Elektro-und Informationstechnik

Sebastian Pasinski

TH Aschaffenburg

3. Februar 2026

Gliederung der Präsentation

- 1 Definition Tiefpass
- 2 Tiefpass im Frequenzbereich
- 3 Tiefpass im Zeitbereich
- 4 Fazit
- 5 Literatur

Definition Tiefpass

- 1 Was ist ein Tiefpassfilter
- 2 Anwendungen von Tiefpässen

Definition Tiefpass

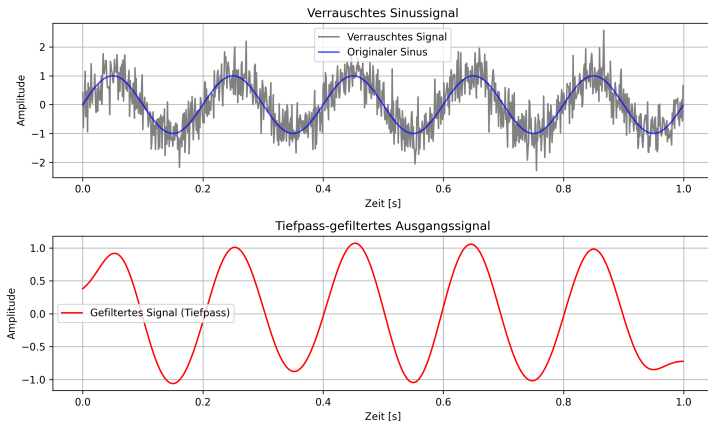


Abbildung: Filterung eines Sinussignals mit einem RC-Tiefpass

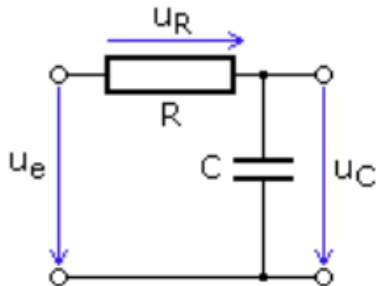
Beschreibung im Frequenzbereich: Übertragungsfunktion

$$\frac{U_c}{U_e} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C}$$

$$\frac{U_c}{U_e} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$\frac{U_c}{U_e} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Spannungsverstärkung abhängig von der
Frequenz (Ulrich Tietze 2019)



(Mietke 2026)

Abbildung: RC-Schaltung

- Bei der Grenzfrequenz fällt die Ausgangsspannung auf $1/\sqrt{2}$ des Eingangswerts.
- Dadurch halbiert sich die Leistung ($P \propto U^2$).
- Dieser Punkt entspricht dem -3 dB-Pegel.

Grenzfrequenz aus der Übertragungsfunktion (RC-Tiefpass)

- ① Betrag bilden:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

- ② -3 dB-Bedingung anwenden:

$$|H(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

- ③ Gleichsetzen und lösen:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_c RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{RC}$$

Amplitudengang eines RC-Tiefpasses

- Konstante Verstärkung im Tieffrequenzbereich ($|H| \approx 1$).
- Abfall ab der Grenzfrequenz $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$.
- Bei f_c : Amplitude fällt auf $1/\sqrt{2}$ (-3 dB).

(Ulm 2026)

Phasenverschiebung von Ein- zu Ausgangssignal

- Phase beginnt bei 0° für niedrige Frequenzen.
- Bei der Grenzfrequenz: Phase = -45° .
- Für hohe Frequenzen nähert sich die Phase -90° .

Tiefpass im Frequenzbereich

- Beschreibung über die Übertragungsfunktion:

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

- Grenzfrequenz:

$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

- Amplitudengang:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

- Phasengang:

$$\varphi(\omega) = -\arctan(\omega RC)$$

- Tiefpass dämpft hohe Frequenzen und lässt niedrige passieren
- Übertragungsfunktion
- Amplitudengang
- Phasengang
- Bodediagramm

Bodediagramm

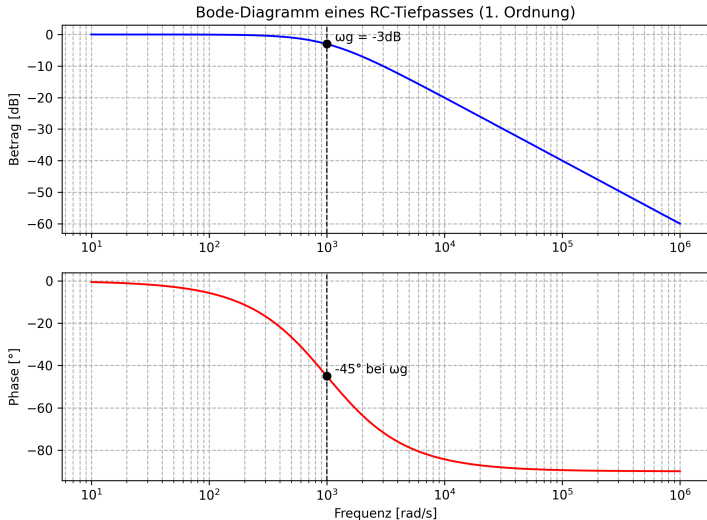


Abbildung: Bodediagramm eines RC-Tiefpasses

- Beschreibung über Differentialgleichung
- Impulsantwort
- Faltung
- Sprungantwort

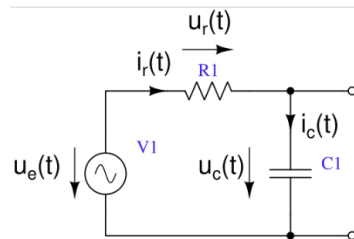
Maschengleichung

$$-u_e(t) + u_R(t) + u_C(t) = 0$$

Differentialgleichung

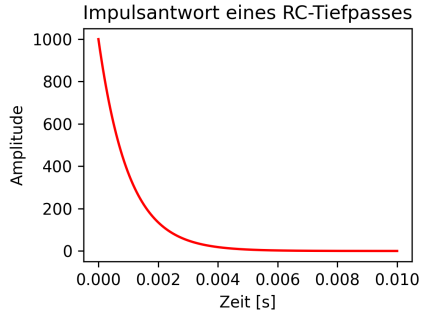
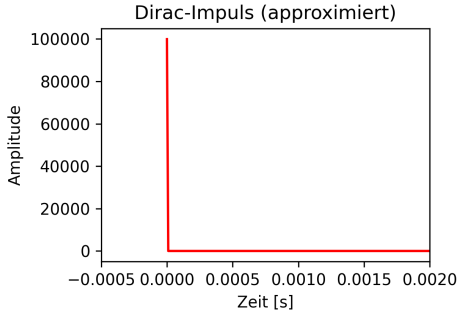
$$RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = u_e(t)$$

Berechnungen von DGL oft komplex und aufwendig



RC-Tiefpass-Schaltung

Quelle: (Sommavilla 2026)



RC-Tiefpass-Schaltung

Darstellung von Signalen als Impulsfolge

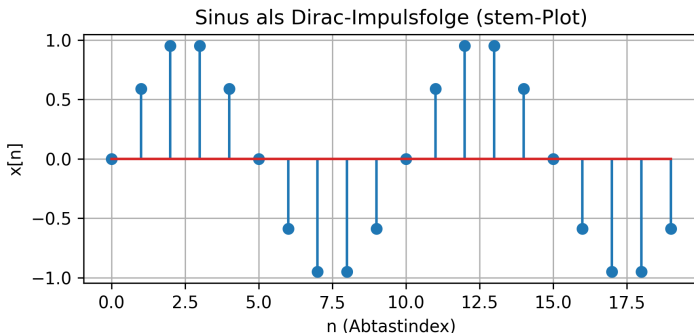


Abbildung: Sinus als Dirac-Impulsfolge

Impulsantwort ist die Inverse Laplace-Transformation der Übertragungsfunktion:

$$H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}$$

Berechnung Ausgangssignal mit Eingangssignal und Impulsantwort:

$$y(t) = (x * h)(t)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

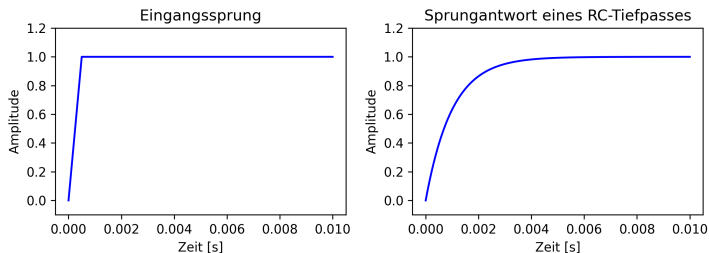


Abbildung: Sprungsantwort eines RC-Tiefpasses

