

# TEORIA ELETROMAGNÉTICA - TRABALHO III

SÉRGIO CORDEIRO

**RESUMO.** Este trabalho demonstra um método para obter-se o valor da permissividade elétrica complexa de um meio dielétrico. A parte real desse valor influencia a velocidade de propagação de uma onda eletromagnética no meio e a parte imaginária está associada às perdas incorridas à medida que ela o atravessa. Esse parâmetro é, juntamente com a permeabilidade magnética, a informação mais importante quando se deseja analisar o comportamento de uma onda que se propaga em um dado dielétrico. Levantar o valor correspondente a um certo material reveste-se, portanto, de grande relevância em muitas situações práticas. A permissividade elétrica de um dielétrico, em baixas frequências, tem sempre um valor puramente real, tornando-se complexa apenas em altas frequências. Para o presente trabalho, adotamos um valor de referência de 2.45 GHz para esse parâmetro. Como meio de trabalho, escolhemos o material conhecido como FR-4, que é uma resina epóxi fortalecida com fibra de vidro, usada na indústria como suporte para as placas de circuito impresso rígidas.

O método usado consiste na construção de um protótipo, medição de suas características e no emprego de um simulador para, a partir dos valores medidos, estimar os parâmetros construtivos, dentre estes, a permissividade do meio empregado. Para o presente trabalho, usamos o analisador de rede E5071C da Agilent para as medidas e os aplicativos CST Studio e ADS (*Advanced Design System*) para as simulações.

**Palavras-chave:** permissividade relativa complexa, FR-4.

## 1. INTRODUÇÃO

A permissividade elétrica complexa  $\epsilon$  de um meio dielétrico pode ser escrita como:

$$(1) \quad \epsilon = (\epsilon_r^{(R)} + j\epsilon_r^{(I)})\epsilon_0$$

onde  $\epsilon_0$  é a permissividade elétrica do vácuo. A parte real  $\epsilon_r^{(R)}$  influencia a velocidade de propagação de uma onda eletromagnética no meio e, portanto, o comprimento de onda  $\lambda$ ; a parte imaginária  $\epsilon_r^{(I)}$ , as perdas incorridas à medida que a onda se propaga através dele. Construindo-se um protótipo e em seguida medindo-se o comprimento de onda e as

perdas resultantes, podem-se determinar os parâmetros construtivos do isolante empregado.

O protótipo para o presente trabalho foi uma linha de transmissão impressa em uma placa de FR-4, munida de um conector SMA fêmea na entrada para permitir a injeção dos sinais de teste. Os passos para o levantamento são os seguintes:

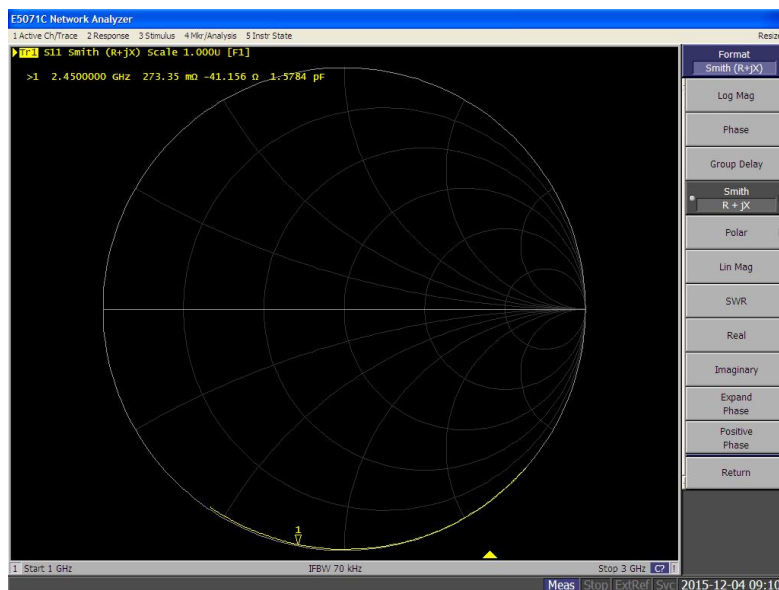
- Caracterização do conector
- Construção do protótipo
- Medição dos parâmetros de propagação
- Determinação dos parâmetros construtivos

Cada uma das etapas acima é descrita nas seções a seguir.

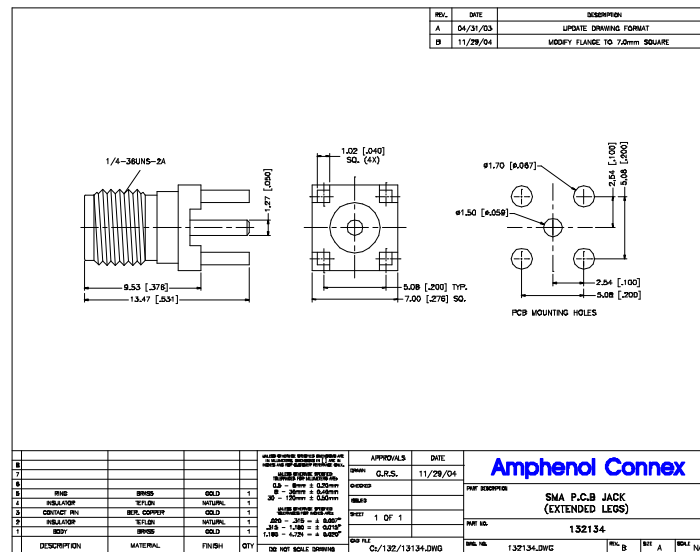
## 2. CARACTERIZAÇÃO DO CONECTOR

O conector empregado deve possuir impedância característica igual à da linha, de forma a minimizar o coeficiente de reflexão. Evidentemente, como a linha foi construída a partir de dados aproximados, o casamento não será perfeito, mas a reflexão resultante não chegará a prejudicar o processo. A caracterização do conector consiste na determinação da perda  $A_c$  e na defasagem angular  $\phi_c$  que ele introduz na frequência de referência. Esses valores podem ser obtidos por meio de um analisador de rede. Conforme mostrado nas figuras abaixo, foram obtidos os valores de  $A_c = 0.061 \text{ dB}$  e  $Z_c = (0.27 - j41)\Omega \approx -j41 \Omega$ , o que corresponde a:

$$\begin{aligned}
 Z_c = -jZ_0 \cot \phi &\implies \cot \phi = \frac{Z_c}{-jZ_0} \\
 \tan \phi &= \frac{-jZ_0}{Z_c} \\
 \phi &= \arctan(-jZ_0, Z_c) \\
 &= \arctan(-j50, -j41) \\
 &= 51^\circ
 \end{aligned}$$



Para conferência, o conector foi modelado por meio do CST Studio e suas características nele simuladas. O conector utilizado foi do tipo reto, fabricado em latão, com teflon como isolante, que se encaixa lateralmente na placa, tem o contato central soldado na face superior e dois pinos de terra soldados na face inferior (dois pinos de terra ficam sem utilização, no nosso caso). A figura seguinte mostra as dimensões físicas do conector. Na simulação, supusemos que o latão empregado tem 65 % de cobre [AMPHENOL 2004].



### 3. CONSTRUÇÃO DO PROTÓTIPO

Esta etapa segue o procedimento usual para fabricação manual de placas de circuito impresso e soldagem de componentes. A linha de transmissão consiste de uma tira com largura  $W$  impressa na face superior e outra, com largura indeterminada, na face oposta. As tiras possuem um comprimento  $\ell$ . Tanto  $W$  quanto  $\ell$  precisam ser calculados para a frequência de referência a ser usada.

**3.1. Cálculo da largura da trilha.** [POZAR 2005] fornece uma fórmula direta para cálculo da largura  $W$  de uma trilha impressa. No caso de

$\frac{W}{d} > 2$ , onde  $d$  é a espessura do meio isolante:

$$(2) \quad W = \frac{2d}{\pi} \left[ \mathbb{B} - 1 - \ln(2\mathbb{B} - 1) + \frac{\epsilon_r + 1}{2\epsilon_r} \left\{ \ln(\mathbb{B} - 1) + 0.39 + \frac{0.61}{\epsilon_r} \right\} \right]$$

(3)

$$\mathbb{B} = \frac{377\pi}{2Z_0\sqrt{\epsilon_r}}$$

onde  $Z_0$  é a impedância característica desejada para a linha e  $\epsilon_r$  é a permissividade relativa do meio. Para o valor medido de  $d = 1.50 \text{ mm}$ , a impedância desejada de  $50 \Omega$  e a permissividade relativa aproximada de 4.3 para o FR-4,  $W = 3.3 \text{ mm}$ .

Substituindo esse valor na fórmula fornecida pelo mesmo autor para a impedância:

$$(4) \quad Z_0 = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_e \left( \frac{W}{d} + 1.393 + 0.667 \ln \left[ \frac{W}{d} + 1.444 \right] \right)}}$$

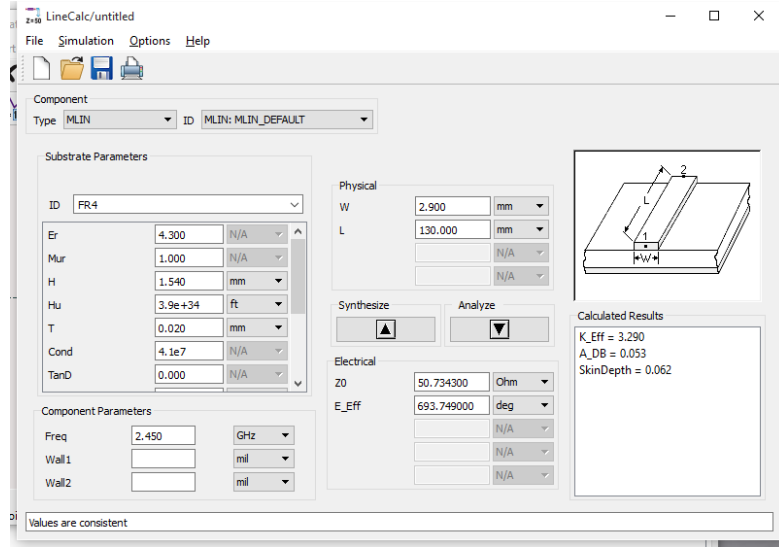
$$(5) \quad \epsilon_e = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \sqrt{\frac{1}{1 + 12 \frac{d}{W}}}$$

onde  $\epsilon_e$  é a permissividade relativa efetiva, que leva em conta a geometria do problema específico, o valor obtido foi de  $46 \Omega$ .

Alternativamente, pode-se, em lugar de 2 e 3, usar 4 e 5 como uma fórmula implícita para o cálculo de  $\frac{W}{d}$ , empregando um algoritmo iterativo.

O valor encontrado neste caso é  $W = 2.9 \text{ mm}$ .

Uma terceira opção é usar o ADS para projetar a linha. A figura abaixo mostra que o valor encontrado neste caso é também  $W = 2.9 \text{ mm}$ .



Como neste trabalho não foi possível obter uma precisão elevada na fabricação, consideramos ambos os valores calculados como aproximações válidas e construímos a placa com  $W = 3 \text{ mm}$ .

**3.2. Cálculo do comprimento da trilha.** O comprimento mínimo da trilha deve ser igual a  $\frac{\lambda}{2}$ , onde  $\lambda$  é o comprimento de onda de referência, de forma a que ela acomode pelo menos um ciclo completo da distribuição espacial da impedância  $Z(s)$ . Para este trabalho, optamos por construir uma placa com  $\ell = 2\lambda$ . Considerando a expressão para a permissividade efetiva 5 [POZAR 2005]:

$$\begin{aligned}
 \lambda &= \frac{v}{f} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon} f} \\
 (6) \quad &= \frac{1}{\sqrt{\mu_r \mu_0 \epsilon_r \epsilon_0} f}
 \end{aligned}$$

onde  $v$  é a velocidade de propagação no meio e  $f$  é a frequência. Para  $f = 2.45 \text{ GHz}$ ,  $\ell = 13 \text{ mm}$ .

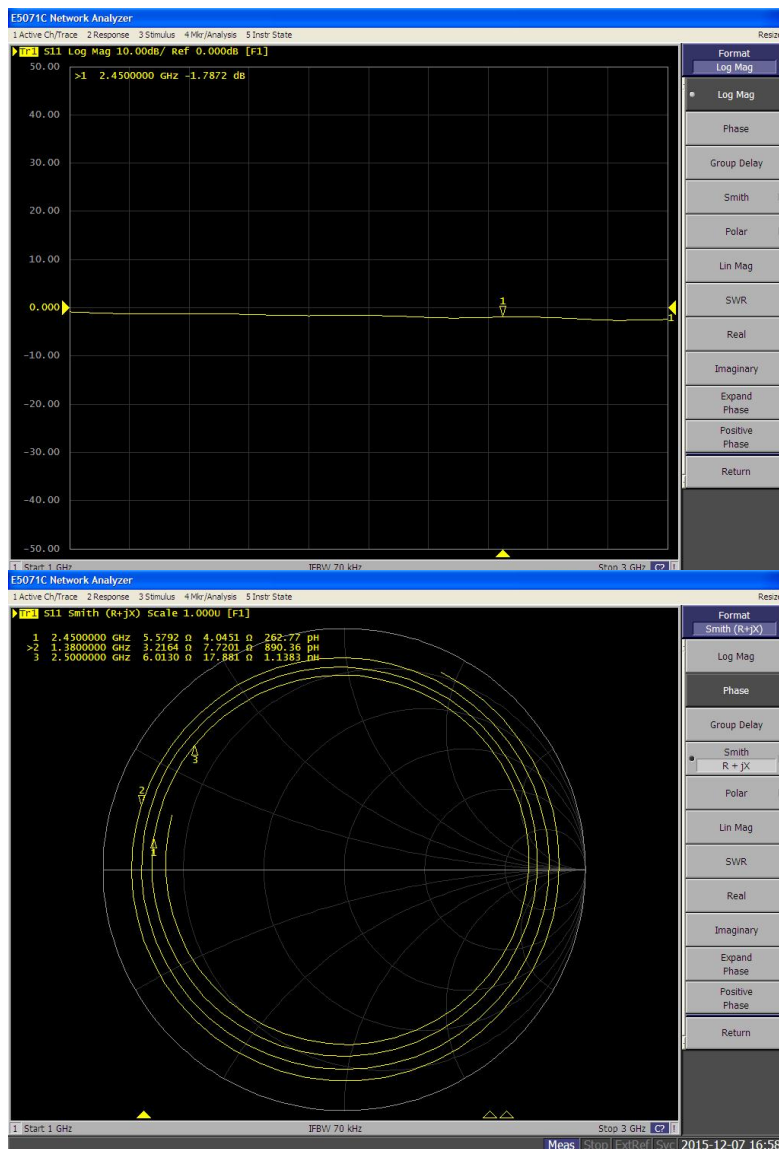
#### 4. MEDIÇÃO DOS PARÂMETROS DE PROPAGAÇÃO

Após a construção do protótipo, os parâmetros foram levantados por meio de um analisador de rede, conforme as figuras abaixo. A perda é  $A_e = -1.8 \text{ dB}$ , e a impedância de entrada com linha aberta é  $Z_e =$

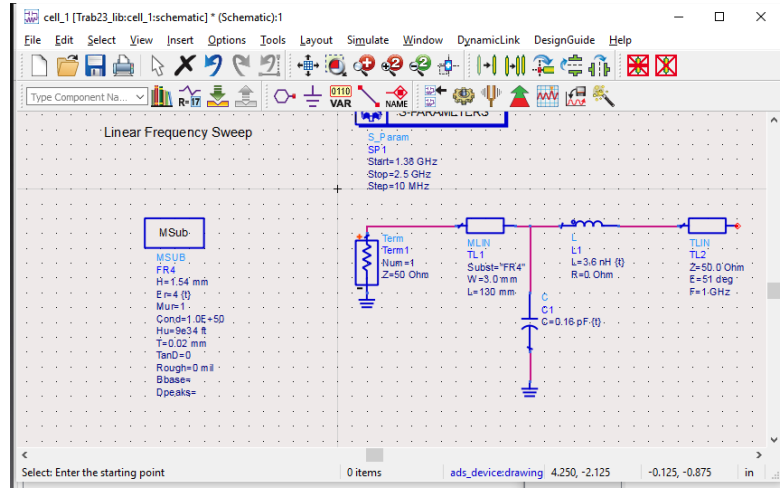
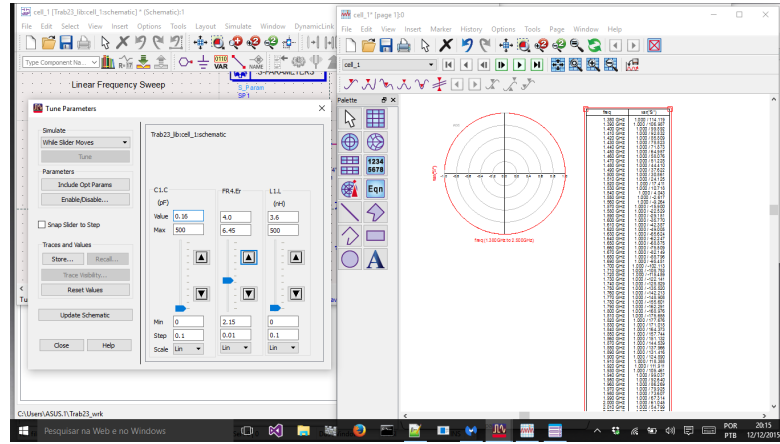
$(5.2 + j3.7)\Omega$  para a frequência de referência. Isso corresponde a um ângulo de  $35^\circ$  para a impedância.

## 5. DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS CONSTRUTIVOS

Nesta etapa, foi utilizado o ADS para, por meio de tentativas, descobrirem-se os valores dos parâmetros construtivos do protótipo, a partir das medições feitas e de um modelo físico. Esse modelo consiste de uma linha de transmissão fictícia com as características do conector, em série com uma indutância parasita e uma capacitância parasita em paralelo, que representam a influência dos contatos do conector, além da linha de transmissão a ser caracterizada, como ilustram as figuras a seguir.



Por meio da função *Tuning* do ADS, podemos fazer coincidir a impedância total medida em diversas frequências. Para simplificar, fizemos apenas 3 medições; de acordo com elas, para  $f = 1.38 \text{ GHz}$ ,  $Z_e = (3.2 + j7.7) \Omega$ , o que corresponde a  $\phi = 67^\circ$ , para  $f = 2.45 \text{ GHz}$ ,  $Z_e = (5.8 + j4.0) \Omega$ , o que corresponde a  $\phi = 36^\circ$ , e para  $f = 2.50 \text{ GHz}$ ,  $Z_e = (6.0 + j18) \Omega$ , o que corresponde a  $\phi = 72^\circ$ . A simulação no ADS resulta em  $C = 0.16 \text{ pF}$  e  $L = 3.6 \text{ nH}$  para as componentes parasitas. Neste caso, o valor ajustado para a constante dielétrica foi  $\epsilon_r = 4.0$ .



A perda medida, em dB é dada por  $1.7 - 0.061 \approx 1.7 \text{ dB}$ . Isso resulta em:

$$\frac{P}{P_0} = 10^{\frac{-1.7}{10}} = 0.68$$



Aplicando a definição:

$$\begin{aligned}\frac{P}{P_0} = e^{-\tan \delta k\ell} &\implies \tan \delta = -\frac{1}{k\ell} \ln \left( \frac{P}{P_0} \right) \\ &= -\frac{c}{2\pi f \sqrt{\epsilon_r}} \ln \left( \frac{P}{P_0} \right) \\ &= 0.0034\end{aligned}$$

## 6. CONCLUSÃO

O procedimento estudado, quando combinado com uma técnica de fabricação de linhas impressas suficientemente preciso, permite a fácil determinação de parâmetros como a constante dielétrica do meio e capacitâncias e indutâncias parasitas. No entanto, o ângulo da impedância medida varia muito rapidamente com as componentes parasitas. Assim, seria desejável descobrir-se uma maneira de extrair o resultado desejado a partir de um número grande de medições em frequências diversas, e não de apenas 3, como feito aqui, a fim de aumentar a precisão. Outro ponto onde o método precisa ser aprimorado é no tratamento das perdas. Como elas são muito pequenas e devidas a diversos fatores distintos, é difícil determinar o valor da parte imaginária da constante dielétrica.

## GLOSSÁRIO

### **ADS (*Advanced Design System*):**

Software para projeto de circuitos eletrônicos, desenvolvido pela Keysight.

### **CST (*Computer Simulation Technology*):**

Empresa alemã que desenvolve o CST Studio.

### **CST Studio:**

Simulador de campos eletromagnéticos em estruturas tridimensionais, desenvolvido pela CST.

## REFERÊNCIAS

- [AMPHENOL 2004] AMPHENOL Connex, **SMA P.C.B. Jack 132134**. Disponível em [http://www.amphenolrf.com/downloads/dl/file/id/4007/product/2974/132134\\_10\\_customer\\_drawing.pdf](http://www.amphenolrf.com/downloads/dl/file/id/4007/product/2974/132134_10_customer_drawing.pdf), acesso em 26/11/2015.
- [POZAR 2005] David POZAR, **Microwave Engineering**, 3<sup>rd</sup> Ed., 2005, Wiley, ISBN 0-471-44878-8, Chap. 3, pp. 144 a 146.

Texto formatado com **pdflatex** em ambiente MiKTeX 2.9:  
<http://miktex.org/download/>