SISTEMAS E SINAIS - EXERCÍCIO III

SÉRGIO CORDEIRO

1. Pesquisar a origem do termo "equação de diferenças".

---

2. Gerar no MATLAB a sequência $f[n] = \cos(\Omega n)$ com:

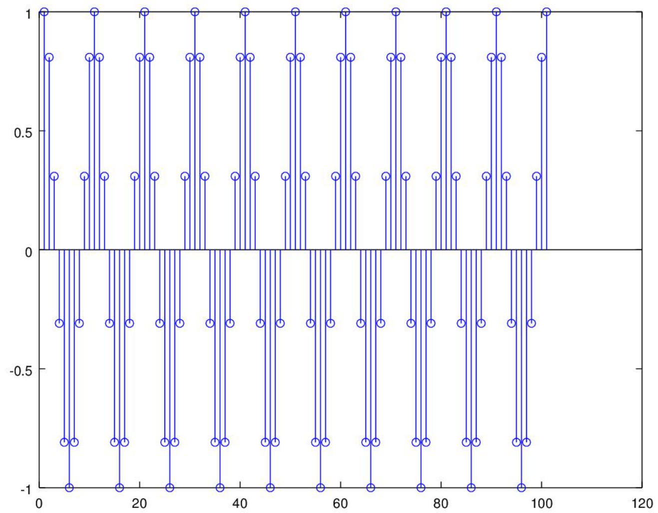
(1) $\Omega = 0.2\pi$

(2) $\Omega = 0.3\pi$

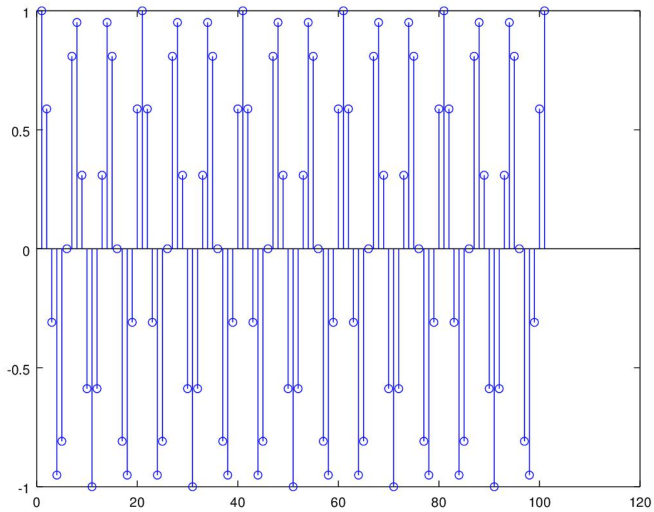
(3) $\Omega = 0.8$

e $0 \leq n \leq 100$ e plotar o resultado.

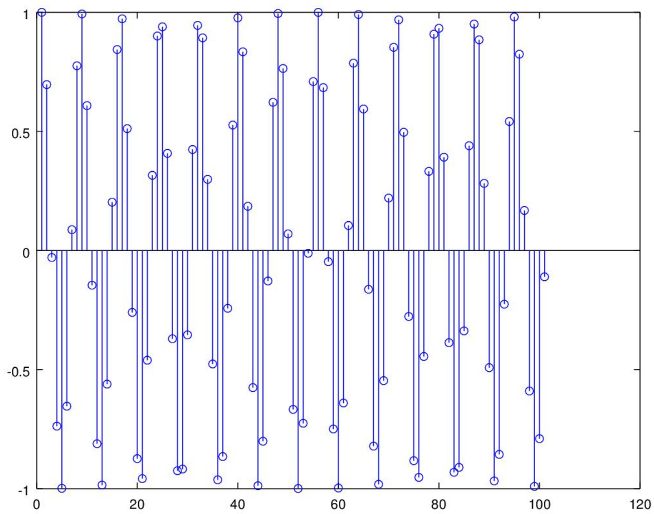
Os gráficos são os seguintes:



$\Omega = 0.2\pi$



$\Omega = 0.3\pi$



$\Omega = 0.8$

---

3. Dada a equação de diferenças abaixo, que define um sistema:

(4) $$y[n+2] + 6y[n+1] + 25y[n] = 3e[k]$$

1. Encontrar a resposta do sistema ao impulso.
2. Calcular a resposta ao impulso por meio da convolução.

A equação característica do sistema é:

$$\gamma^2 + 6\gamma + 25 = 0 \qquad \Longrightarrow \gamma = \frac{-6 \pm \sqrt{5^2 - 4.1.25}}{2}$$
$$= -3 \pm \jmath 4$$
$$= 5\underline{/\pm 2.21}$$

A resposta natural, que também é a resposta ao impulso, é então:

$$h[n] = \mathrm{A}\gamma_1^n + \mathrm{B}\gamma_2^n \qquad \boxed{\gamma_1 = 5\underline{/2.21},\ \gamma_2 = 5\underline{/-2.21}}$$

Para as condições iniciais $y[0] = 0,\ y[1] = 1$, teremos:

$$\mathrm{A} + \mathrm{B} = 0 \qquad \Longrightarrow \mathrm{A} = -\mathrm{B}$$
$$\mathrm{A}\gamma_1 + \mathrm{B}\gamma_2 = 3 \qquad \Longrightarrow \mathrm{A}\gamma_1 - \mathrm{A}\gamma_2 = 3$$

$$\therefore \mathrm{A} = \frac{3}{\gamma_1 - \gamma_2}$$
$$= \frac{3}{-3 + \jmath 4 + 3 + \jmath 4}$$
$$= \frac{3}{\jmath 8}$$
$$\mathrm{B} = -\mathrm{A}$$
$$= -\frac{3}{\jmath 8}$$

Assim:

$$\begin{aligned} h[n] &= \frac{3}{\jmath 8}\ \gamma_1^n - \frac{3}{\jmath 8}\ \gamma_2^n \\ &= \frac{3}{\jmath 8}(5^n \underline{/2.21n} - 5^n \underline{/-2.21n}) \\ &= \frac{3 \times 5^n}{\jmath 8}\Big(\ \cos(2.21n) + \jmath \sin(2.21n) - \cos -2.21n - \jmath \sin(-2.21n)\Big) \\ &= -\frac{3 \times 5^n}{4} \sin(2.21n) \end{aligned}$$

A resposta a outro sinal $e(t)$ pode ser obtida por convolução: $y[n] = h[n] * e[n]$.

REFERÊNCIAS

Simulação realizada com **Scilab** 5.5.2:
`https://www.scilab.org`
Texto formatado com **pdflatex** em ambiente **MiKTeX** 2.9:
`http://miktex.org/download/`