第四次作业 返回

姓名：Hollow Man 班级：班级6

Hollow Man

一.简答题（共7题,100.0分）

1 7-1.pdf

我的答案：

1.(1) $E(X)=-1\times\frac{1}{3}+0\times\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{12}+2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{3}$

(2) $E(-X+1)=-E(X)+1=-\frac{1}{3}+1=\frac{2}{3}$

(3) $E(X^2)=(-1)^2\times\frac{1}{3}+0^2\times\frac{1}{6}+(\frac{1}{2})^2\times\frac{1}{6}+1^2\times\frac{1}{12}+2^2\times\frac{1}{4}=\frac{35}{24}$

(4) $D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\frac{35}{24}-(\frac{1}{3})^2=\frac{97}{72}$

2 7-2.pdf

我的答案：

2. 设商品量的最大值点为x，收益为随机变量Y，$Y=g(X)$。

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2000}, & 2000<x<4000\\ 0, & 其他\end{cases}$$

$$Y=g(X)=\begin{cases}3x_0 & X>x_0\\ 3X-(x_0-X), & X\leq x_0\end{cases}$$

则 $E(Y)=\int_{2000}^{x_0}(4x-x_0)\frac{1}{2000}dx+\int_{x_0}^{4000}3x_0\frac{1}{2000}dx$

$=\frac{1}{1000}(-x_0^2+7000x_0-4\times10^6)$

$\because [E(Y)]'_{x_0}=(-2x_0+7000)\times\frac{1}{1000}=0$

$\therefore x_0=3500$

又 $\because [E(Y)]''_{x_0}=-\frac{2}{1000}$ $\therefore x_0=3500$为最大值点，

$\therefore$ 组织货源3500t时收益最大。

3 7-3.pdf

我的答案:

3. (1) $E(X)=\int_0^{+\infty} x e^{-x}dx$
$= -xe^{-x}|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-x}dx$
$= -e^{-x}|_0^{\infty} = 1$

(2) $E(2X)=2E(X)=2$

(3) $E(X+e^{-2X})=E(X)+E(e^{-2X})=1+\int_0^{+\infty} e^{-2x}e^{-x}dx$
$=1+\int_0^{+\infty} e^{-3x}dx=1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$

(4) $D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2$
$=\int_0^{+\infty} x^2e^{-x}dx-1^2 = -x^2e^{-x}|_0^{\infty}+2\int_0^{+\infty} x\cdot e^{-x}dx-1^2$
$=-2xe^{-x}|_0^{\infty}+2\int_0^{\infty} e^{-x}dx-1^2=2-1=1$

4 7-4.pdf

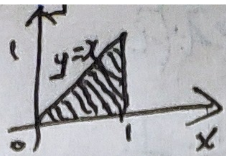
我的答案:

4. 设死亡人数为X，$X\sim B(3000, 0.01)$
当 $2000X > 10\times 3000$ 时
即 $X>15$ 时，保险公司亏本
$\therefore P(X>15)=P\left(\frac{X-np}{\sqrt{np(1-p)}} > \frac{15-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)=P\left(\frac{X-3}{\sqrt{3\times 0.999}} > \frac{15-3}{\sqrt{3\times 0.999}}\right)=P\left(\frac{X-3}{\sqrt{3\times 0.999}} > 6.93167\right)$
$=1-\Phi(6.93167)=0$
∴保险公司亏本概率为0。

5 7-5.pdf

我的答案:

5. $0\le y\le x\le 1$ 区域如图所示：



$\therefore f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dy=\begin{cases}\int_0^x 12y^2\,dx=4x^3, & 0\le x\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$

$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dx=\begin{cases}\int_y^1 12y^2\,dx=12y^2(1-y), & 0\le y\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$

(1) $E(X)=\int_0^1 x\cdot 4x^3\,dx=\frac{4}{5}$

(2) $E(Y)=\int_0^1 y\cdot 12y^2(1-y)\,dy=\frac{3}{5}$

(3) $E(XY)=\int_0^1\int_0^x xy\cdot 12y^2\,dy\,dx=\frac{1}{2}$

(4) $E(X^2+Y^2)=E(X^2)+E(Y^2)$

$=\int_0^1 x^2\cdot 4x^3\,dx+\int_0^1 y^2\cdot 12y^2(1-y)\,dy$

$=\frac{2}{3}+\frac{2}{5}=\frac{16}{15}$

(5) $D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\frac{2}{3}-(\frac{4}{5})^2=\frac{2}{75}$

(6) $D(Y)=E(Y^2)-[E(Y)]^2=\frac{2}{5}-(\frac{3}{5})^2=\frac{1}{25}$

6 7-6.pdf

我的答案:

6.(1) $D(X+Y)=D(X)+D(Y)+2\rho_{X,Y}\sqrt{D(X)}\cdot\sqrt{D(Y)}$

$=25+36+2\times 0.4\times\sqrt{25}\times\sqrt{36}=85$

(2) $D(X-Y)=D(X)+D(Y)-2\rho_{X,Y}\sqrt{D(X)}\cdot\sqrt{D(Y)}$

$=25+36-2\times 0.4\times\sqrt{25}\times\sqrt{36}=37$

7 7-7.pdf

我的答案:

7. 设X_i表示每个加数的取整误差，$X_i \sim U[-0.5, 0.5]$。

$$E(X_i)=\frac{-0.5+0.5}{2}=0,\quad D(X_i)=\frac{(0.5+0.5)^2}{12}=\frac{1}{12}$$

(1) 由中心极值定理，

$$P\left\{\left|\sum_{i=1}^{300}X_i\right|>15\right\}=1-P\left\{-15<\sum_{i=1}^{300}X_i<15\right\}$$
$$=1-P\left\{-\frac{15}{\sqrt{300\times\frac{1}{12}}}<\frac{\sum_{i=1}^{300}X_i}{\sqrt{300\times\frac{1}{12}}}<\frac{15}{\sqrt{300\times\frac{1}{12}}}\right\}$$
$$=1-[\Phi(3)-\Phi(-3)]$$
$$=2[1-\Phi(3)]=0.0027.$$

∴ 将300个数相加，误差总和绝对值超过15的概率为0.0027.

(2) 由中心极值定理，

$$0.9=P\left\{\left|\sum_{i=1}^{n}X_i\right|<10\right\}$$
$$=P\left\{-10<\sum_{i=1}^{n}X_i<10\right\}$$
$$=P\left\{-\frac{10}{\sqrt{\frac{n}{12}}}<\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{\sqrt{\frac{n}{12}}}<\frac{10}{\sqrt{\frac{n}{12}}}\right\}=\Phi\left(\frac{10}{\sqrt{\frac{n}{12}}}\right)-\Phi\left(-\frac{10}{\sqrt{\frac{n}{12}}}\right)=2\Phi\left(\frac{10}{\sqrt{\frac{n}{12}}}\right)-1$$

$$\therefore \Phi\left(\frac{10}{\sqrt{\frac{n}{12}}}\right)=0.95 \Rightarrow \frac{10}{\sqrt{\frac{n}{12}}}=1.645 \Rightarrow n\approx 443$$