

Physique non-linéaire

Jean-Christophe Loiseau

Décembre 2017

Exercice 1: Systèmes du premier ordre

À l'aide d'analyses de stabilité linéaire, déterminez la stabilité des différents points fixes x^* des systèmes suivants.

- $\dot{x} = x(1 - x)$ tif, négatif ou nul. Discutez des trois cas de figures.
- $\dot{x} = \ln(x)$
- $\dot{x} = ax - 4x^3$ où a peut être positif.
- $\dot{x} = -ax \ln(bx)$ avec a et b positifs.

Si une analyse de stabilité s'avère non-applicable car $f'(x^*) = 0$, déterminez la stabilité du point fixe à l'aide d'arguments géométriques.

Exercice 2: Systèmes du deuxième ordre

Considérons les deux systèmes suivants:

- $\begin{aligned} \dot{x} &= x - x^3 \\ \dot{y} &= -y \end{aligned}$
- $\begin{aligned} \dot{x} &= x^2 - y \\ \dot{y} &= x - y \end{aligned}$

Pour chacun d'eux, trouvez les points fixes, déterminez leur stabilité et classez les. Ensuite, tracez qualitativement sur un graphique les isoclines ($\dot{x} = 0$ et $\dot{y} = 0$) ainsi qu'un plausible portrait de phase. Expliquez en quelques mots la dynamique de ces deux systèmes.