Devoir "Introduction à la vérification"

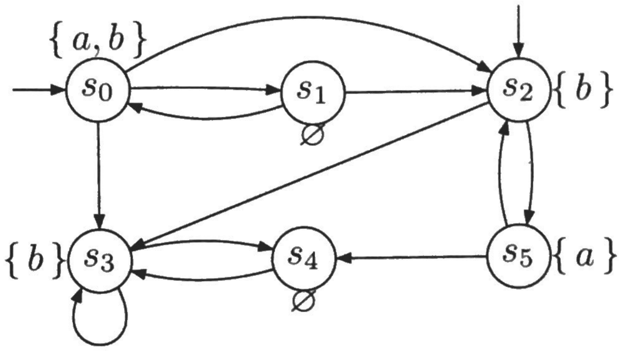
Master 1 Informatique, 2018–2019

Date de remise : Lundi 18 mars 2019

Exercice 1 On considère la formule CTL suivante :

$$\Phi = \mathbf{AF}(b \wedge \neg a) \rightarrow \mathbf{AF}\,\mathbf{A}(b\,\mathbf{W}(\neg a \wedge \neg b))$$

1. Mettez Φ en forme normale existentielle.
2. Calculez $\mathsf{Sat}(\Psi)$ en suivant l'algorithme vu en cours sur le système de transitions suivant.



Exercice 2 Pour chacune des paires de formules LTL/CTL ci-dessous, déterminez si elles sont équivalentes. Justifiez votre réponse soit par une preuve d'équivalence, ou par un système de transitions qui satisfait une des formules, mais pas l'autre.

1. $\mathbf{AF}\,\mathbf{AX}\ a$ et $\mathbf{F}\,\mathbf{X}\ a$.
2. $\mathbf{AF}(a \wedge \mathbf{AF}\,b)$ et $\mathbf{F}(a \wedge \mathbf{F}\,b)$
3. $\mathbf{EG}\,\mathbf{AX}\,a$ et $\mathbf{G}\,\mathbf{X}\,a$

Exercice 3 Etant donné un graphe $G = (V, E)$, on peut le voir comme système de transitions S_G, en étiquettant chaque état v par la proposition atomique a_v. Tous les états sont initiaux. On rajoute un état d qui boucle sur lui-même, et des transitions de chaque $v \in V$ vers d, pour que tous les chemins maximaux soient infinis.

Ecrivez une formule LTL φ et une formule CTL Φ telles que

1. S_G ne satisfait pas φ ssi G contient un cycle hamiltonien.
   Indication : φ peut être écrite en utilisant seulement les opérateurs temporels $\mathbf{F}$ et $\mathbf{X}$.
2. S_G satisfait Φ ssi G contient un cycle hamiltonien.

La formule LTL doit être de taille polynomiale. Est-ce que la formule CTL peut être construite de taille polynomiale ? Justifiez votre réponse.

Exercice 4 Soit $\mathcal{S}$ un système de transitions avec ensemble d'états S. Justifiez les assertions suivantes :

1. $\mathrm{Sat}(\mathbf{A}(\Phi\,\mathbf{U}\,\Psi))$ est le plus petit ensemble $T \subseteq S$ qui contient $\mathrm{Sat}(\Psi)$ et qui satisfait :

$$\{s \in \mathrm{Sat}(\Phi) : \mathrm{post}(s) \subseteq T\} \subseteq T$$

2. $\mathrm{Sat}(\mathbf{AG}\,\Phi)$ est le plus grand ensemble $T \subseteq S$ qui satisfait :

$$T \subseteq \{s \in \mathrm{Sat}(\Phi) : \mathrm{post}(s) \subseteq T\}$$

Exercice 5 On considère le fragment ECTL de CTL, dont les formules sont définies par la grammaire suivante :

$$\begin{aligned}\Phi &:= a \mid \neg a \mid \Phi \wedge \Phi \mid \mathbf{E}\varphi \\ \varphi &:= \mathbf{X}\,\Phi \mid \mathbf{G}\,\Phi \mid \Phi\,\mathbf{U}\,\Phi\end{aligned}$$

Soient $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$ deux systèmes de transitions, $\mathcal{S}_i = (S_i, \mathrm{Act}, \rightarrow_i, I_i, \mathrm{AP}, L_i)$. On écrit $\mathcal{S}_1 \subseteq \mathcal{S}_2$ si $S_1 \subseteq S_2$, $\rightarrow_1 \subseteq \rightarrow_2$, $I_1 = I_2$ et $L_1 = L_2|_{S_1}$.

1. Montrez que pour toute formule ECTL Φ et $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$ tels que $\mathcal{S}_1 \subseteq \mathcal{S}_2$:
   $\mathcal{S}_1 \models \Phi$ implique $\mathcal{S}_2 \models \Phi$.
2. Montrez qu'il existe des formules CTL qui ne sont équivalentes à aucune formule ECTL.