Examen "Introduction à la vérification"

Master 1 Informatique, 2016–2017

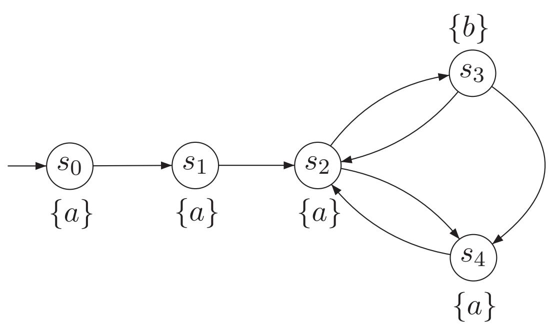
9 mai 2017

Exercice 1 *Rappel :* une formule LTL φ et une formule CTL Φ sont équivalentes, si pour tout ST $\mathcal{S}$: $\mathcal{S}$ satisfait φ si et seulement si $\mathcal{S}$ satisfait Φ.

Pour chacune des paires de formules LTL/CTL ϕ, Φ ci-dessous : déterminez si elles sont équivalentes. Justifiez bien votre réponse, soit par une preuve ou par un contre-exemple.

1. $\mathbf{AF}\, a$ et $\mathbf{F}\, a$,
2. $\mathbf{AG}\,\mathbf{AX}\, a$ et $\mathbf{G}\,\mathbf{X}\, a$,
3. $\mathbf{AF}\,\mathbf{AG}\, a$ et $\mathbf{F}\,\mathbf{G}\, a$,
4. $\mathbf{AF}(a \wedge \mathbf{AX}\, b)$ et $\mathbf{F}(a \wedge \mathbf{X}\, b)$.

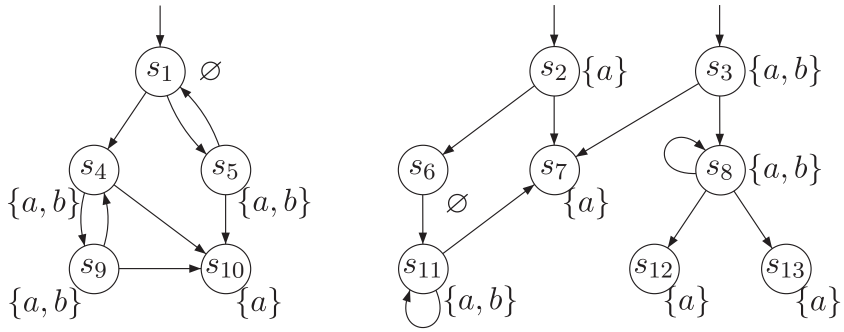
Exercice 2 Pour chacune des formules CTL qui suivent, déterminez si le ST $\mathcal{S}$ ci-dessous la satisfait ou pas, en justifiant bien votre réponse. Si $\mathcal{S}$ ne satisfait pas Φ, proposez une condition d'équité f qui est satisfaite par au moins un chemin de $\mathcal{S}$ et tel que $\mathcal{S}$ satisfait Φ sous la condition f.



1. $\Phi_1 = \mathbf{AG}(a \rightarrow \mathbf{AF}\, b)$.
2. $\Phi_2 = \mathbf{AG}\ \mathbf{E}(a\, \mathbf{U}\, b)$.

Exercice 3

1. Calculez la relation de bisimulation $\sim_{\mathcal{S}}$ du ST $\mathcal{S}$ ci-dessous (en explicitant les étapes de l'algorithme de raffinement), ainsi que son quotient par cette relation.
2. Proposez pour chaque classe d'équivalence $[s]_{\sim_{\mathcal{S}}}$ de la relation calculée une formule CTL Φ_s qui est satisfaite par tous les états de $[s]_{\sim_{\mathcal{S}}}$ et par aucun état de $S \setminus [s]_{\sim_{\mathcal{S}}}$.



Exercice 4 Soient $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$ deux systèmes de transitions avec alphabets d'actions A_1, A_2. Le produit synchronisé $\mathcal{S}_1 \times \mathcal{S}_2$ est le ST $\mathcal{S}$ avec alphabet $A = A_1 \cup A_2$, où les transitions sur $A_1 \cap A_2$ sont synchronisées : si $\mathcal{S}_i = (S_i, A_i, \to_i \subseteq S_i \times A_i \times S_i, I_i, \mathrm{AP}, L_i)$ alors $\mathcal{S} = (S_1 \times S_2, A, \to, I_1 \times I_2, \mathrm{AP}, L)$ où $(s_1, s_2) \xrightarrow{a} (s'_1, s'_2)$ si

- $s_1 \xrightarrow{a} s'_1$, $s_2 = s'_2$, $a \in A \setminus A_2$, ou
- $s_2 \xrightarrow{a} s'_2$, $s_1 = s'_1$, $a \in A \setminus A_1$, ou
- $s_1 \xrightarrow{a} s'_1$, $s_2 \xrightarrow{a} s'_2$, $a \in A_1 \cap A_2$.

Une relation de bisimulation entre deux ST $\mathcal{S}$ et $\mathcal{S}'$ ayant les ensembles d'états S, S' et le même alphabet d'actions A est une relation binaire $\mathcal{R} \subseteq S \times S'$ telle que pour tout $(s, s') \in \mathcal{R}$: (1) si $s \xrightarrow{a} t$ alors il existe $s' \xrightarrow{a} t'$ t.q. $(t, t') \in \mathcal{R}$, et (2) si $s' \xrightarrow{a} t'$ alors il existe $s \xrightarrow{a} t$ t.q. $(t, t') \in \mathcal{R}$.

Montrez que si $\mathcal{S}_1$ et $\mathcal{S}'_1$ sont bisimilaires, ainsi que $\mathcal{S}_2$ et $\mathcal{S}'_2$, alors $\mathcal{S}_1 \times \mathcal{S}_2$ et $\mathcal{S}'_1 \times \mathcal{S}'_2$ sont bisimilaires.