

## Courbes elliptiques — N1MA8W04

Responsables : G. Castagnos, D. Robert

## Le logarithme discret

1 Écrire une fonction prenant en entrée  $k$  et ressortant  $(p, q, g)$  tels que  $q$  soit un nombre premier de  $k$  bits et  $p$  un premier tels que  $p - 1 = 2q$  et  $g$  un élément de  $(\mathbf{Z}/p\mathbf{Z})^\times$  d'ordre  $q$ .

2 Implanter la méthode naïve de calcul du logarithme discret. Tester sur des exemples à l'aide de la fonction de l'exercice précédent.

3 Implanter et tester la méthode *Baby Step / Giant Step*.

4 Implanter la méthode  $\rho$  de Pollard dans  $\mathbf{Z}/p\mathbf{Z}$ . Pour calculer  $x$  dans  $h = g^x$ , on partitionnera  $\mathbf{Z}/p\mathbf{Z}$  en  $S_0, S_1, S_2$  avec  $S_i = \{X \in \mathbf{Z}/p\mathbf{Z}, X \equiv i \pmod{3}\}$ . On utilisera la fonction d'itération définie par

$$f(X) = \begin{cases} X^2 & \text{si } X \in S_0, \\ hX & \text{si } X \in S_1, \\ gX & \text{si } X \in S_2. \end{cases}$$

5 Implanter la méthode de Pohlig–Hellman. Tester dans  $(\mathbf{Z}/p\mathbf{Z})^\times$ . Puis adapter le code pour travailler dans un corps fini.