Université Bordeaux 1
Mathématiques

Algèbre et calcul formel – Master
Année 2012–2013

FEUILLE D'EXERCICES n° 3

Travail sur machine

Exercice 1 – Comparer le temps de calcul de la procédure `Fer` de l'exercice 1 de la séance 2 et celui de la procédure améliorée proposée en réponse à la question 3) de ce même exercice (on utilisera la commande `time`).

Exercice 2 – Même chose avec la procédure `Fib` de l'exercice 2 de la séance 2 et la procédure itérative proposée en réponse à la question 4) de cet exercice.

Exercice 3 – En lien avec l'exercice 3 de la séance 2.

1) Programmer une procédure engendrant un polynôme aléatoire de $\mathbb{Z}[X]$ (donné sous forme de liste) de degré n donné et dont les coefficients appartiennent à un intervalle donné. On pourra pour cela remplir un tableau dont les indices varient de 0 à n, à l'aide de la commande `ZZ.random_element`.

2) Comparer les deux procédures de l'exercice 3 sur de gros polynômes, en ayant recours à la procédure de la question précédente.

Exercice 4 – En lien avec l'exercice 4 de la séance 2.

1) Tester les procédures proposées en réponses aux questions 2) et 3) de l'exercice 4.

2) Les comparer aux versions naïves (que l'on programmera) évoquées en question 4) de ce même exercice.

Exercice 5 – [Mergesort]

Soit n un entier > 1 et l une liste de taille n d'entiers naturels deux à deux distincts. On rappelle brièvement l'idée de l'algorithme de tri fusion. Il s'agit de couper l en deux listes de tailles $\lceil n/2 \rceil$ et $\lfloor n/2 \rfloor$ et d'appeler récursivement la procédure sur chacune des listes obtenues. Reste à les fusionner, ce qui se fait simplement de la façon suivante. On compare d'abord leurs plus petits éléments respectifs. Le plus petit des deux est alors le plus petit élément de l que l'on peut stocker dans un tableau auxiliaire et on continue de même en comparant les plus petits éléments des deux sous-tableaux progressivement vidés des éléments sélectionnés.

1) Écrire une procédure permettant de générer une liste l dont les éléments sont les entiers 1, 2, $\ldots n$, placés dans un ordre aléatoire.

2) Programmer le tri fusion et le tester sur l. On pourra

- écrire une procédure `division` coupant une liste de longueur n en deux tableaux de longueurs respectives $\lceil n/2 \rceil$ et $\lfloor n/2 \rfloor$ dont la concaténation est la liste initiale ;
- écrire une procédure `fusion` prenant en argument deux listes d'entiers supposés triés et qui renvoie une liste triée contenant tous les éléments des deux tableaux initiaux (voir ci-dessus) ;
- écrire une procédure `tri` à l'aide des deux procédures précédentes.

3) Comparer avec le tri naïf, dit tri sélection, qui est en $O(n^2)$ et qui consiste à rechercher successivement le plus petit élément de l, puis de l privé de cet élément, etc.