Лабораторная работа 2.
ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Цель работы: преобразовать исходную систему уравнений в СНЛАУ, описывающую статические режимы; используя пакет MATLAB, решить полученную СНЛАУ и рассчитать статические характеристики динамической системы.

Постановка задачи

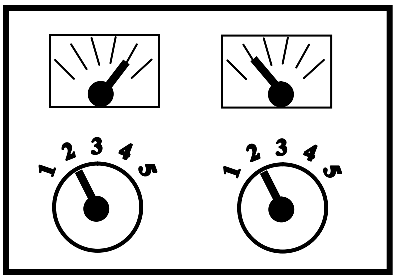
Статический режим динамической системы, т.е. системы, представляемой в обычном виде дифференциальными уравнениями – это ее равновесное состояние, соответствующее окончанию переходных процессов.

Статический режим будет описывать система алгебраических уравнений, т. е. уравнений, куда не входят производные, так как последние в статическом режиме равны нулю.

Статическое состояние системы- это состояние, при котором переменные состояния (т.е. выходные) остаются без изменения, т.е.:

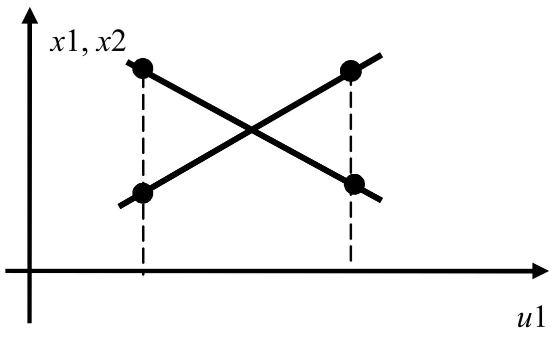
$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{di_{\text{г}}}{dt} = \frac{d\omega}{dt} = 0.$$

Зависимость от входных управляющих воздействий:



$u_1 = \text{var}, u_2 = \text{const}$

$u_1 \to u_1^{(1)}, x_1 \to x_1^{*(1)}, x_2 \to x_2^{*(1)}$



Семейство статич. характеристик зависимости вых. параметров от входных воздействий.

Была дана система уравнений, описывающая динамическую систему:

$$F = i_{\text{в}} w, \quad \Phi = \Lambda(F),$$
$$U_{\text{в}} = i_{\text{в}} r_{\text{в}} + w\frac{d\Phi}{dt},$$
$$c_{\text{е}}\omega\Phi = i_{\text{г}} r_{\text{я}} + L_{\text{я}}\frac{di_{\text{г}}}{dt} + U_{\text{с}},$$
$$J\frac{d\omega}{dt} = M_{\text{в}} - c_{\text{м}}\Phi i_{\text{г}}.$$

$$\Rightarrow$$

$$F = i_{\text{в}} w,$$
$$\Phi = \Lambda(F),$$
$$U_{\text{в}} = i_{\text{в}} r_{\text{в}},$$
$$c_{\text{е}}\omega\Phi = i_{\text{г}} r_{\text{я}} + U_{\text{с}},$$
$$0 = M_{\text{в}} - c_{\text{м}}\Phi i_{\text{г}}.$$

Исключим переменные, которые не являются переменными состояния ($\varPhi, i_{\text{Г}}, \omega$).

$$\begin{cases} F = i_{\text{в}} w = F_{б} \cdot P_m(\overline{\varPhi}), \\ F = \Lambda^{-1}(\varPhi), \end{cases}$$

$$\overline{F} = \frac{F}{F_{\text{Б}}}, \quad i_{\text{в}} = \frac{U_{\text{в}}}{r_{\text{в}}}$$

$$\overline{F} = P_m(\overline{\varPhi}) = C_1\overline{\varPhi} + C_2\overline{\varPhi}^3 + \ldots$$

$$\frac{F}{F_Б} = P_m\left(\frac{\varPhi}{\varPhi_{\text{Б}}}\right)$$

$$\begin{cases} w\dfrac{U_в}{r_в} - F_Б P_m(\overline{\varPhi}) = 0 \\ c_{\text{е}}\omega\varPhi - i_{\text{Г}} r_{\text{Я}} - U_{\text{С}} = 0 \\ M_{\text{В}} - c_{\text{М}}\varPhi i_{\text{Г}} = 0. \end{cases}$$

Произведем нормирование всех переменных входа и выхода (все расчеты вести в нормированных величинах), в качестве базовых-номинальные значения.

$$\overline{\Phi} = \Phi/\Phi_{\text{Б}}, \quad \bar{i} = i/i_{\text{Б}}, \quad \overline{U_в} = U_в/U_{в\text{Б}}, \quad \overline{\omega} = \omega/\omega_{\text{Б}}$$

$$\begin{cases} w \cdot \dfrac{\overline{U_в} \cdot U_{в\text{Б}}}{r_Б \cdot F_Б} - P_m(\overline{\varPhi}) = 0 \\ c_{\text{е}}\omega_н \overline{\omega}\Phi_Б \overline{\varPhi} - \overline{i_{\text{г}}} i_Б r_{\text{я}} - \overline{U}_{\text{с}} \cdot U_Б = 0 \\ M_{\text{вБ}}\overline{M_{\text{в}}} - c_{\text{м}}\overline{\Phi} \cdot \Phi_Б \overline{i_{\text{г}}} \cdot i_{\text{Б}} = 0. \end{cases}$$

Эту систему легко переписать через переменные $x_1, x_2, x_3, u_1, u_2, u_3$.

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{cases} \overline{\Phi} \\ \overline{i_Г} \\ \overline{\omega} \end{cases} \qquad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \begin{cases} \overline{u_в} \\ \overline{M_в} \\ \overline{U_c} \end{cases}$$, у кого-то $u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \begin{cases} \overline{u_в} \\ \overline{M_в} \end{cases}$.

Приводим уравнение к стандартной форме относительно компонент векторов **u** и ***x***:

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0$$

или

$$\begin{cases} f_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0; \\ \dots \\ f_n(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0. \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} f_1(x,u) \\ f_2(x,u) \\ f_3(x,u) \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}u_1 - P_m(x_1) = 0 \\ a_{21}x_1x_3 - a_{22}x_2 - a_{23}u_3 = 0 \\ a_{31}u_2 - a_{32}x_1x_2 = 0. \end{vmatrix}$$

Для каждого набора значений входных воздействий необходимо решить СНЛАУ. Решение, как правило, ищут численным методом, н-р, методом Ньютона для одного и системы уравнений в матричной форме.

$x_{k+1} = x_k - G_k^{-1}(x_k) f(x_k).$

Вычисления продолжают пока

$f^T(x_k) \cdot f(x_k) < \varepsilon, \quad \varepsilon = 0{,}001.$

x_0 - начальное условие, $\overline{x} = [\,1; 1; 1\,], \quad f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix}$

Для реализации метода Ньютона необходимо найти матрицу частных производных:

$$G(\mathbf{x}) = \frac{df(x)}{dx} = \begin{bmatrix} \partial f_1/\partial x_1 & \partial f_1/\partial x_2 & \partial f_1/\partial x_3 \\ \partial f_2/\partial x_1 & \partial f_2/\partial x_2 & \partial f_2/\partial x_3 \\ \partial f_3/\partial x_1 & \partial f_3/\partial x_2 & \partial f_3/\partial x_3 \end{bmatrix}.$$

(кол-во строк=кол-ву f, кол-во столбцов = кол-ву x)

$$\begin{cases} P_m(x_1) - a_{12}u_1 = 0 \\ a_{21}x_1x_3 - a_{22}x_2 - a_{23}u_3 = 0 \\ a_{31}u_2 - a_{32}x_1x_2 = 0. \end{cases} \qquad G(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} P_m{}'(x_1) & 0 & 0 \\ a_{21}x_3 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

Т.о. необходимо построить семейство статических характеристик (3 зависимости от 3-х вх. воздействий, 3 графика на каждую из них).

$$x_1(u_1) \;\; x_2(u_1) \;\; x_3(u_1)$$
$$x_1(u_2) \;\; x_2(u_2) \;\; x_3(u_2)$$
$$x_1(u_3) \;\; x_2(u_3) \;\; x_3(u_3)$$

1)

$$u_1 = \text{var}, u_2 = u_3 = \text{const} = 1$$
$$u_1 = 1.2 : -0.2 : 0.2$$
$$x_1 = f(u_1) \quad (\overline{\Phi})$$
$$x_2 = f(u_1) \quad (\overline{i_Г})$$
$$x_3 = f(u_1) \quad (\overline{\omega})$$

2)

$$u_2 = \text{var}, u_1 = u_3 = \text{const} = 1$$
$$u_2 = 1.2 : -0.2 : 0.2$$
$$x_1 = f(u_2) \quad (\overline{\Phi})$$
$$x_2 = f(u_2) \quad (\overline{i_Г})$$
$$x_3 = f(u_2) \quad (\overline{\omega})$$

3)

$$u_3 = \text{var}, u_1 = u_2 = \text{const} = 1$$
$$u_3 = 1.2 : -0.2 : 0.2$$
$$x_1 = f(u_3) \quad (\overline{\Phi})$$
$$x_2 = f(u_3) \quad (\overline{i_Г})$$
$$x_3 = f(u_3) \quad (\overline{\omega})$$

К программе на Matlab

При уменьшении входных управляющих воздействий на 20%

1) $u_1 = 1.2 : -0.2 : 0.2$

$$u = \begin{bmatrix} 1.2 & 1.0 & 0.8 & 0.6 & 0.4 & 0.2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

u = [u_1; ones(2, length (u_1))]

для случая 2)

u = [ones(size(u_1)); u_1; ones(size(u_1))]

Понадобится следующая функция языка MATLAB, реализующая решение СНЛАУ методом Ньютона:

x=newton('fun_F', 'fun_G' , x0, u, eps)

где 'fun_F' – имя функции, вычисляющей $f(\mathbf{x},\mathbf{u})$; 'fun_G' – имя функции, вычисляющей матрицу частных производных $G(\mathbf{x},\mathbf{u})$; x0 – точка начального приближения; u – вектор значений $\mathbf{u}$; eps – точность метода; x – вектор значений решения СНЛАУ. Функция newton не входит в состав пакетов прикладных программ среды MATLAB.

Результаты:

1) ф-ции левых частей- fun_F, fun_G (матрица частных производных)
2) plot(u_1, x(1, :)); выводит график u_1 от значений, содержащихся в первой строке матрицы x. Всего 12 графиков для 3-х перем-х.
3) при номинальных значениях u, значения переменных состояния $x = \begin{bmatrix} \overline{\Phi} \\ \overline{i_г} \\ \overline{\omega} \end{bmatrix}$.
4) Вывод о характере полученных статических характеристик переменных состояния (описать полученные зависимости).