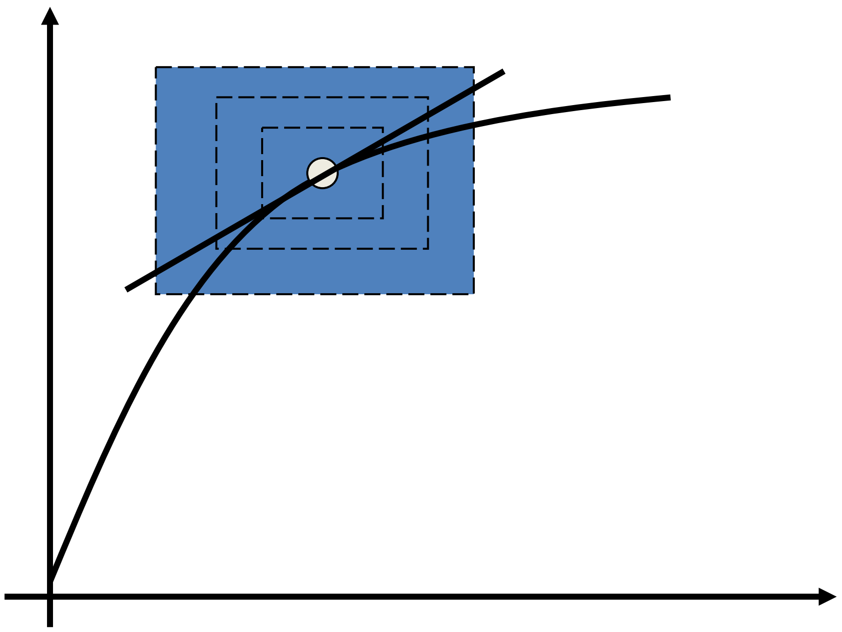
Лабораторная работа №4

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕАРИЗИРОВАННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Цель работы:

1. Провести линеаризацию СНДУ в окрестности статического режима.
2. Получить матрицы линеаризованной мат. модели, описывающих динамику системы при малых отклонениях входных переменных от рассматриваемого статического режима.
3. Исследовать линеаризованную модель на ее соответствие нелинейной модели.
4. Исследовать устойчивость системы и характер переходных процессов.

Постановка задачи



Проводим касательную в точке. Выбирая окрестность ближе/дальше, соответственно касательная-линеаризованная / нелинеаризованная модель.

Ранее использовалась СНДУ, записанная в форме Коши:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f\left(x(t), u(t)\right) \\ y(t) = g(x(t), u(t)) \end{cases}$$

Для анализа устойчивости и получения ЧХ необходимо получить линеаризованную систему, где :

$$x^{(0)} = \text{const}, \quad u^{(0)} = \text{const}$$

$$\begin{cases} f\left(x^{(0)}(t), u^{(0)}(t)\right) = 0 \\ y^{(0)}(t) = g(x^{(0)}(t), u^{(0)}(t)) \end{cases}$$

Если отклонить воздействия на какую-то величину $u(t) = u^{(0)} + \Delta u(t)$

, то и $x(t) = x^{(0)} + \Delta x(t)$ $y(t) = y^{(0)} + \Delta y(t)$

Разложив функции $\begin{cases} f(x(t), u(t)) \\ g(x(t), u(t)) \end{cases}$ ц Тейлора в окрестности

полученной точки установившегося режима (.) x, (.)y и ограничиваясь первыми членами разложения, получим линеаризованную модель.

В качестве (.) линеаризации выбираем параметры установившегося режима при номинальных значениях:

u0=[1;1;1],

x0=[x0(1) x0(2) x0(3)]- конкретные числа из 2, 3 работы.

Получим следующую систему (переходим к линейной форме)

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = A \cdot \Delta x(t) + B \cdot \Delta u(t); \\ y(t) = C \cdot \Delta x(t) + D \cdot \Delta u(t). \end{cases}$$

$$\Delta x(t) = x(t) - x^{(0)} \qquad \Delta y(t) = y(t) - y^{(0)}$$

Получим $\Delta x(t), \Delta y(t)$, поэтому для сравнения графиков нужно

$$\Delta x(t) + x^{(0)} = x(t) \qquad \Delta y(t) + y^{(0)} = y(t)$$

матрица состояния:

$$A=\left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\right|_{x^{(0)},\,u^{(0)}}=\begin{bmatrix}\left.\dfrac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_1}\right|_{x=x^{(0)},\,u=u^{(0)}} & \cdots & \left.\dfrac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_3}\right|_{x=x^{(0)},\,u=u^{(0)}}\\ \vdots & \cdots & \vdots\\ \left.\dfrac{\partial f_3(x,u)}{\partial x_1}\right|_{x=x^{(0)},\,u=u^{(0)}} & \cdots & \left.\dfrac{\partial f_3(x,u)}{\partial x_3}\right|_{x=x^{(0)},\,u=u^{(0)}}\end{bmatrix};$$

матрица входов:

$$B=\left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\right|_{x^{(0)},\,u^{(0)}}=\begin{bmatrix}\left.\dfrac{df_1}{du_1}\right|_{x^{(0)},u^{(0)}} & \left.\dfrac{df_1}{du_2}\right|_{x^{(0)},u^{(0)}} & \left.\dfrac{df_1}{du_3}\right|_{x^{(0)},u^{(0)}}\\ \left.\dfrac{df_2}{du_1}\right|_{x^{(0)},u^{(0)}} & \left.\dfrac{df_2}{du_2}\right|_{x^{(0)},u^{(0)}} & \left.\dfrac{df_2}{du_3}\right|_{x^{(0)},u^{(0)}}\\ \left.\dfrac{df_3}{du_1}\right|_{x^{(0)},u^{(0)}} & \left.\dfrac{df_3}{du_2}\right|_{x^{(0)},u^{(0)}} & \left.\dfrac{df_3}{du_3}\right|_{x^{(0)},u^{(0)}}\end{bmatrix}$$

матрица выходов:

$$C=\left.\frac{\partial g(x,u)}{\partial x}\right|_{x^{(0)},\,u^{(0)}}=\begin{bmatrix}\left.\dfrac{\partial g_1(x,u)}{\partial x_1}\right|_{x=x^{(0)},\,u=u^{(0)}} & \left.\dfrac{\partial g_1(x,u)}{\partial x_2}\right|_{x=x^{(0)},\,u=u^{(0)}} & \left.\dfrac{\partial g_1(x,u)}{\partial x_3}\right|_{x=x^{(0)},\,u=u^{(0)}}\\ \left.\dfrac{\partial g_2(x,u)}{\partial x_1}\right|_{x=x^{(0)},\,u=u^{(0)}} & \left.\dfrac{\partial g_2(x,u)}{\partial x_2}\right|_{x=x^{(0)},\,u=u^{(0)}} & \left.\dfrac{\partial g_2(x,u)}{\partial x_3}\right|_{x=x^{(0)},\,u=u^{(0)}}\end{bmatrix};$$

матрица обхода (нулевая матрица):

$$D=\left.\frac{\partial g(x,u)}{\partial u}\right|_{x^{(0)},\,u^{(0)}}=\begin{bmatrix}\left.\dfrac{dg_1}{du_1}\right|_{x^{(0)},u^{(0)}} & \left.\dfrac{dg_1}{du_2}\right|_{x^{(0)},u^{(0)}} & \left.\dfrac{dg_1}{du_3}\right|_{x^{(0)},u^{(0)}}\\ \left.\dfrac{dg_2}{du_1}\right|_{x^{(0)},u^{(0)}} & \left.\dfrac{dg_2}{du_2}\right|_{x^{(0)},u^{(0)}} & \left.\dfrac{dg_2}{du_3}\right|_{x^{(0)},u^{(0)}}\end{bmatrix}$$

После получения матриц, найти корни характеристического полинома и вывести (‘*’) на печать, сделать выводы об устойчивости системы после получения a, b, c, d () $x^{(0)}, u^{(0)}$ с использованием подпрограммы для матриц.

- lmd = roots (poly(a));- расчет коэф-ов характеристического полинома м-цы А и его корней
- plot (real (lmd), imag (lmd), ‘*’), grid, pause – Вывод графика расположения корней на комплексной плоскости.

1-ая часть лр- нарисовать просто переходную характеристику (из 3-ей р-ты)

- [y, x] = nsim(“f”, “g”, t, u, x0, ‘eiler’) ; - решение СНДУ численным методом
- [y, x] = lsim(a, b, c, d, t, dx, du) ; - решение СЛДУ численным методом
- plot (t, x_n(1,:), t, (x(1,:)+x0(1)))

Как определить отклонения?

<table>
<tr><th colspan="4">ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС</th></tr>
<tr><td colspan="2">Отклонение воздействия u на 10-30%</td><td colspan="2">Отклонение x на 10-30%</td></tr>
<tr><td>ЛС</td><td>НЛС</td><td>ЛС</td><td>НЛС</td></tr>
<tr><td>$du = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$</td><td>$u = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1.1 & 1.1 & 1.1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$</td><td>$du = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$</td><td>$u = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">будем отклонять 2-ой параметр на 10%</td><td colspan="2">будем отклонять 3-ий параметр на 10%</td></tr>
<tr><td>$dx = [0;\ 0;\ 0]$</td><td>$x0 = \begin{bmatrix} x0(1) \\ x0(2) \\ x0(3) \end{bmatrix}$</td><td>$dx = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.1 \cdot x0(3) \end{bmatrix}$</td><td>$x0 = \begin{bmatrix} x0(1) \\ x0(2) \\ x0(3) \cdot 1.1 \end{bmatrix}$</td></tr>
<tr><td>lmsim</td><td>nsim</td><td>lmsim</td><td>nsim</td></tr>
</table>

Т.о. 3 переходных системы, по 2 графика 24 графика.

Нужно сделать вывод об устойчивости и о поведении функции при различных отклонениях.

Получить характеристический полином, посчитать коэффициенты характеристического полинома.

Сделать вывод об устойчивости по Ляпунову.