Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Теория надежности

Лабораторная работа №3

Организация кластера и доступа к нему через сеть

Лабушев Тимофей Нестеров Дали Группа Р3402

Санкт-Петербург

2020

Вариант 8

- Интенсивности отказов и восстановлений серверов: $\lambda_1 = 4*10^{-4}$ 1/ч, $\mu_1 = 2$ 1/ч
- Интенсивности отказов и восстановлений коммутационных узлов: $\lambda_2 = 1*10^{-4}$ 1/ч, $\mu_2 = 1$ 1/ч
- Вариант резервирования и восстановления: (А1, В3, С1)
- Число узлов (m,n)=(2,3)

Объектом исследования является кластер, состоящий из m серверов и n коммуникационных узлов:

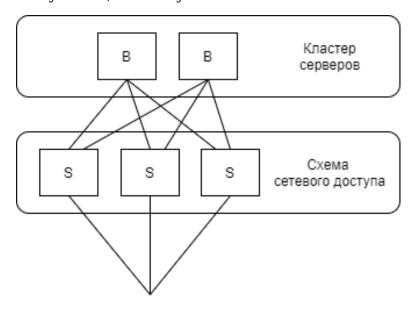


Рисунок 1. Модель кластера

Порядок резервирования и восстановления:

- · A1: серверы и коммутационные узлы работают в нагруженном резерве;
- В3: приоритет восстановления выше для узлов, ремонт которых непосредственно приводит к переходу системы из неработоспособного в работоспособное состояние; в остальных случаях приоритет коммуникационных узлов выше;
- С1: после перехода системы в состояние отказа электропитание отключается; предполагаем, что в состоянии отказа системы узлы, сохранившие работоспособность, не отказывают.

Задание

Для заданного варианта организации системы:

- построить диаграмму состояний и переходов;
- в соответствии с диаграммой состояний и переходов составить систему алгебраических уравнений;
- в соответствии с диаграммой состояний и переходов составить систему дифференциальных уравнений;
- с использование средств компьютерной математики решить систему алгебраических уравнений;
- с использование средств компьютерной математику решить систему дифференциальных уравнений;
- определить стационарный коэффициент готовности;
- определить нестационарный коэффициент готовности;
- определить нестационарный коэффициент готовности при холодном резерве;
- представить зависимость нестационарного коэффициента готовности от времени в виде графика;
- построить диаграмму состояний и переходов для невосстанавливаемой системы с учетом заданного варианта нагруженного или ненагруженного резерва;
- в соответствии с диаграммой состояний и переходов составить систему дифференциальных уравнений;
- с использование средств компьютерной математику решить систему дифференциальных уравнений;
- определить зависимость вероятности безотказной работы системы от времени ее функционирования (результаты представить в виде графиков);
- проанализировать полученные результаты.

Восстанавливаемая система

Построение графа состояний и переходов

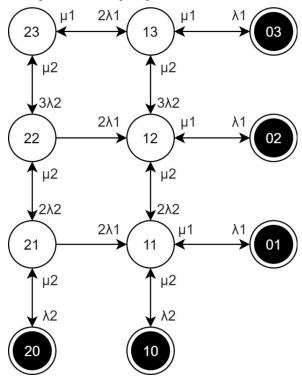


Рисунок 2. Граф состояний и переходов в восстанавливаемой системе при нагруженном резерве

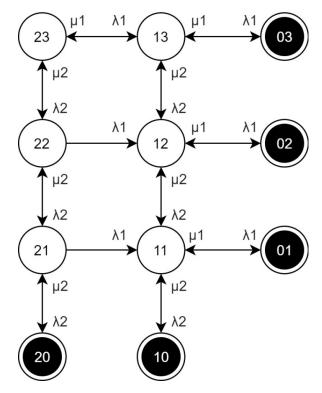


Рисунок 3. Граф состояний и переходов в восстанавливаемой системе при холодном (ненагруженном) резерве

Построение и решение системы алгебраических уравнений

```
states <- c("23", "22", "21", "20", "13", "12", "11", "10", "03", "02", "01")
lambdal <- 4*10^-4
mu1 <- 2
lambda2 <- 1*10^-4
mu2 <- 1</pre>
```

Нагруженный резерв

Матрица интенсивностей переходов:

```
transition rate hot reserve M <- matrix(
  data = c(
    0,3*lambda2,0,0,2*lambda1,0,0,0,0,0,0,0,
    0,mu2,0,lambda2,0,0,2*lambda1,0,0,0,0,
    0,0,mu2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
    mu1,0,0,0,0,3*lambda2,0,0,lambda1,0,0,
    0,0,0,0,mu2,0,2*lambda2,0,0,lambda1,0,
    0,0,0,0,0,mu2,0,lambda2,0,0,lambda1,
    0,0,0,0,0,0,mu2,0,0,0,0,
    0,0,0,0,mu1,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,mu1,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,mu1,0,0,0,0
  ),
  byrow = T, ncol = 11, dimnames = list(states, states))
diag(transition rate hot reserve M) <- -rowSums(transition rate hot reserve M)</pre>
transition rate hot reserve M
##
           23
                   22
                                    20
                                            13
                                                     12
                                                                     10
                                                                              03
                            21
                                                             11
                                        0.0008
## 23 -0.0011
               0.0003
                       0.0000
                                0.0000
                                                0.0000
                                                         0.0000
                                                                 0.0000
                                                                         0.0000
## 22
       1.0000 -1.0010
                       0.0002
                                0.0000
                                        0.0000
                                                0.0008
                                                         0.0000
                                                                 0.0000
                                                                         0.0000
## 21
       0.0000
               1.0000 -1.0009
                                0.0001
                                        0.0000
                                                0.0000
                                                         0.0008
                                                                 0.0000
                                                                         0.0000
       0.0000
               0.0000
                                                                 0.0000
## 20
                                                0.0000
                       1.0000 -1.0000
                                        0.0000
                                                         0.0000
                                                                         0.0000
## 13
       2.0000
               0.0000
                       0.0000
                                0.0000 - 2.0007
                                                0.0003
                                                         0.0000
                                                                 0.0000
                                                                         0.0004
## 12
       0.0000
               0.0000
                       0.0000
                                0.0000
                                        1.0000
                                               -1.0006
                                                         0.0002
                                                                 0.0000
                                                                         0.0000
## 11
       0.0000
               0.0000
                       0.0000
                                0.0000
                                        0.0000
                                                1.0000 - 1.0005
                                                                 0.0001
                                                                         0.0000
## 10
       0.0000
               0.0000
                       0.0000
                                0.0000
                                        0.0000
                                                0.0000
                                                        1.0000 -1.0000
                                                                         0.0000
## 03
       0.0000
               0.0000
                       0.0000
                                0.0000
                                        2.0000
                                                0.0000
                                                         0.0000
                                                                 0.0000 -2.0000
## 02
       0.0000
               0.0000
                       0.0000
                                0.0000
                                        0.0000
                                                2.0000
                                                         0.0000
                                                                 0.0000
                                                                         0.0000
                                                         2.0000
## 01
       0.0000
               0.0000
                       0.0000
                                        0.0000
                                                0.0000
                                                                 0.0000
                                0.0000
                                                                         0.0000
##
           02
                   01
## 23
       0.0000
               0.0000
## 22
       0.0000
               0.0000
## 21
       0.0000
               0.0000
## 20
       0.0000
               0.0000
## 13
       0.0000
               0.0000
  12
       0.0004
               0.0000
##
## 11
       0.0000
               0.0004
## 10
       0.0000
               0.0000
## 03
       0.0000
               0.0000
## 02 -2.0000
               0.0000
## 01 0.0000 -2.0000
```

Стационарные вероятности:

```
mc_hot <- new("markovchain", states = states, byrow = T, transitionMatrix =</pre>
expm(transition_rate_hot_reserve_M))
steady_hot <- steadyStates(mc_hot)</pre>
steady_hot
##
            23
                       22
                                     21
                                                        20
                                                                  13
                                                                                12
## [1,] 0.9993 0.0002996 0.00000005986 0.000000005986 0.0003998 0.0000003596
##
                                          10
                                                         03
                      11
## [1,] 0.0000000001198 0.000000000001196 0.00000007997 0.0000000007193
##
                          01
## [1,] 0.00000000000002395
```

Холодный резерв

Матрица интенсивностей переходов:

```
transition rate cold reserve M <- matrix(
  data = c(
    0, lambda2, 0, 0, lambda1, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
    mu2,0,lambda2,0,0,lambda1,0,0,0,0,0,
    0,mu2,0,lambda2,0,0,lambda1,0,0,0,0,
    0,0,mu2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
    mu1,0,0,0,0,lambda2,0,0,lambda1,0,0,
    0,0,0,0,mu2,0,lambda2,0,0,lambda1,0,
    0,0,0,0,0,mu2,0,lambda2,0,0,lambda1,
    0,0,0,0,0,0,mu2,0,0,0,0,
    0,0,0,0,mu1,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,mu1,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,mu1,0,0,0,0
  ),
  byrow = T, ncol = 11, dimnames = list(states, states))
diag(transition rate cold reserve M) <- -rowSums(transition rate cold reserve M)</pre>
transition rate cold reserve M
##
            23
                    22
                             21
                                      20
                                              13
                                                       12
                                                                11
                                                                         10
                                                                                 03
## 23 -0.0005
                0.0001
                         0.0000
                                 0.0000
                                          0.0004
                                                   0.0000
                                                            0.0000
                                                                    0.0000
                                                                             0.0000
## 22
       1.0000
               -1.0005
                         0.0001
                                 0.0000
                                          0.0000
                                                   0.0004
                                                            0.0000
                                                                    0.0000
                                                                             0.0000
## 21
       0.0000
                1.0000
                       -1.0005
                                 0.0001
                                          0.0000
                                                   0.0000
                                                            0.0004
                                                                    0.0000
                                                                             0.0000
## 20
       0.0000
                0.0000
                        1.0000
                                -1.0000
                                          0.0000
                                                   0.0000
                                                           0.0000
                                                                    0.0000
                                                                             0.0000
## 13
       2.0000
                0.0000
                         0.0000
                                 0.0000
                                         -2.0005
                                                   0.0001
                                                           0.0000
                                                                    0.0000
                                                                             0.0004
## 12
       0.0000
                         0.0000
                                                           0.0001
                0.0000
                                 0.0000
                                          1.0000
                                                  -1.0005
                                                                    0.0000
                                                                             0.0000
## 11
       0.0000
                0.0000
                         0.0000
                                 0.0000
                                          0.0000
                                                   1.0000 - 1.0005
                                                                    0.0001
                                                                             0.0000
## 10
       0.0000
                0.0000
                         0.0000
                                 0.0000
                                          0.0000
                                                   0.0000
                                                           1.0000
                                                                   -1.0000
                                                                             0.0000
## 03
       0.0000
                0.0000
                         0.0000
                                 0.0000
                                          2.0000
                                                   0.0000
                                                           0.0000
                                                                    0.0000
                                                                            -2.0000
## 02
                0.0000
       0.0000
                         0.0000
                                 0.0000
                                          0.0000
                                                   2.0000
                                                            0.0000
                                                                    0.0000
                                                                             0.0000
## 01
       0.0000
                0.0000
                         0.0000
                                 0.0000
                                          0.0000
                                                   0.0000
                                                            2.0000
                                                                    0.0000
                                                                             0.0000
##
                    01
            02
## 23
       0.0000
                0.0000
## 22
       0.0000
                0.0000
## 21
       0.0000
                0.0000
## 20
       0.0000
                0.0000
  13
       0.0000
                0.0000
##
  12
       0.0004
##
                0.0000
## 11
       0.0000
                0.0004
## 10
       0.0000
                0.0000
## 03
       0.0000
                0.0000
## 02 -2.0000
                0.0000
## 01
      0.0000 -2.0000
```

Стационарные вероятности:

```
mc cold <- new("markovchain", states = states, byrow = T, transitionMatrix =</pre>
expm(transition rate cold reserve M))
steady_cold <- steadyStates(mc cold)</pre>
steady cold
##
                        22
                                       21
                                                           20
                                                                   13
                                                                                 12
            23
## [1,] 0.9997 0.00009993 0.00000009989 0.00000000009988 0.0002 0.00000005997
##
                        11
                                               10
                                                             03
## [1,] 0.00000000009993 0.00000000000009445 0.00000003999 0.0000000001199
##
## [1,] 0.000000000000001959
```

Определение стационарного коэффициента готовности

Готовность системы определяется как сумма ее работоспособных состояний. Для определения стационарного коэффициента готовности просуммируем стационарные вероятности рабочих состояний:

$$K_r = p_{23} + p_{22} + p_{21} + p_{13} + p_{12} + p_{11}$$

При нагруженном резерве:

```
sum(steady_hot[,"23"], steady_hot[,"22"], steady_hot[,"21"], steady_hot[,"13"],
steady_hot[,"12"], steady_hot[,"11"])
## [1] 1
```

При холодном резерве:

```
sum(steady_cold[,"23"], steady_cold[,"22"], steady_cold[,"21"],
steady_cold[,"13"], steady_cold[,"12"], steady_cold[,"11"])
## [1] 1
```

Построение системы дифференциальных уравнений для нагруженного резерва

$$\begin{split} \frac{d}{dt}P_{23}(t) &= -(2\lambda_1 + 3\lambda_2)P_{23}(t) + \mu_1 P_{13}(t) + \mu_2 P_{22}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{13}(t) &= -(\lambda_1 + 3\lambda_2 + \mu_1)P_{13}(t) + 2\lambda_1 P_{23}(t) + \mu_1 P_{03}(t) + \mu_2 P_{12}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{03}(t) &= -\mu_1 P_{03}(t) + \lambda_1 P_{13}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{22}(t) &= -(\mu_2 + 2\lambda_1 + 2\lambda_2)P_{22}(t) + 3\lambda_2 P_{23}(t) + \mu_2 P_{21}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{12}(t) &= -(\mu_2 + \lambda_1 + 2\lambda_2)P_{12}(t) + 2\lambda_1 P_{22}(t) + 3\lambda_2 P_{13}(t) + \mu_1 P_{02}(t) + \mu_2 P_{11}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{02}(t) &= -\mu_1 P_{02}(t) + \lambda_1 P_{12}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{21}(t) &= -(\mu_2 + 2\lambda_1 + \lambda_2)P_{21}(t) + 2\lambda_2 P_{22}(t) + \mu_2 P_{20}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{11}(t) &= -(\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2)P_{11}(t) + 2\lambda_1 P_{21}(t) + 2\lambda_2 P_{12}(t) + \mu_1 P_{01}(t) + \mu_2 P_{10}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{01}(t) &= -\mu_1 P_{01}(t) + \lambda_1 P_{11}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{20}(t) &= -\mu_2 P_{20}(t) + \lambda_2 P_{21}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{10}(t) &= -\mu_2 P_{10}(t) + \lambda_2 P_{11}(t) \end{split}$$

Построение системы дифференциальных уравнений для ненагруженного резерва

$$\begin{split} \frac{d}{dt}P_{23}(t) &= -(\lambda_1 + \lambda_2)P_{23}(t) + \mu_1 P_{13}(t) + \mu_2 P_{22}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{13}(t) &= -(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1)P_{13}(t) + \lambda_1 P_{23}(t) + \mu_1 P_{03}(t) + \mu_2 P_{12}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{03}(t) &= -\mu_1 P_{03}(t) + \lambda_1 P_{13}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{22}(t) &= -(\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2)P_{22}(t) + \lambda_2 P_{23}(t) + \mu_2 P_{21}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{12}(t) &= -(\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2)P_{12}(t) + \lambda_1 P_{22}(t) + \lambda_2 P_{13}(t) + \mu_1 P_{02}(t) + \mu_2 P_{11}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{02}(t) &= -\mu_1 P_{02}(t) + \lambda_1 P_{12}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{21}(t) &= -(\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2)P_{21}(t) + \lambda_2 P_{22}(t) + \mu_2 P_{20}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{11}(t) &= -(\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2)P_{11}(t) + \lambda_1 P_{21}(t) + \lambda_2 P_{12}(t) + \mu_1 P_{01}(t) + \mu_2 P_{10}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{01}(t) &= -\mu_1 P_{01}(t) + \lambda_1 P_{11}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{20}(t) &= -\mu_2 P_{20}(t) + \lambda_2 P_{21}(t), \\ \frac{d}{dt}P_{10}(t) &= -\mu_2 P_{10}(t) + \lambda_2 P_{11}(t) \end{split}$$

Определение нестационарного коэффициента готовности

Для определения нестационарного коэффициента готовности суммируются вероятности рабочих состояний:

$$K_r(t) = P_{23}(t) + P_{22}(t) + P_{21}(t) + P_{13}(t) + P_{12}(t) + P_{11}(t)$$

Решим систему дифферециальных уравнений при помощи нахождения экспоненты матрицы интенсивностей переходов, умноженной на время t:

```
initial_state <- "23"
p_hot <- function(t, s) expm(t*transition_rate_hot_reserve_M)[initial_state, s]
p_cold <- function(t, s) expm(t*transition_rate_cold_reserve_M)[initial_state, s]</pre>
```

Нагруженный резерв:

```
k_r_hot <- function(t) p_hot(t, "23") + p_hot(t, "22") + p_hot(t, "21") +
p_hot(t, "13") + p_hot(t, "12") + p_hot(t, "11")</pre>
```

Холодный резерв:

```
k_r_cold <- function(t) p_cold(t, "23") + p_cold(t, "22") + p_cold(t, "21") +
p_cold(t, "13") + p_cold(t, "12") + p_cold(t, "11")</pre>
```

Построение графика зависимости нестационарного коэффициента

готовности от времени

```
t <- seq(0, 10, 0.1)
k_r_hot_t <- sapply(t, k_r_hot)
k_r_cold_t <- sapply(t, k_r_cold)

par(mar = c(4, 8, 2, 2))
plot(t, k_r_hot_t, type="l", col="red", axes = F, xlab="Bpemя, ч", ylab="",
ylim=c(0.99999992, 1.000000000000001))
lines(t, k_r_cold_t, col="blue")
axis(1, at=c(0, 2, 5, 10))
axis(2, at=c(0.99999992, 0.99999996, 1.00000000000000), labels=c(0.99999992,
0.99999996, 1.0000000000000), las = 2)
title(ylab = "Коэффициент готовности", line = 6)
legend("topright", c("Нагруженный резерв", "Холодный резерв"), fill=c("red",
"blue"))
```

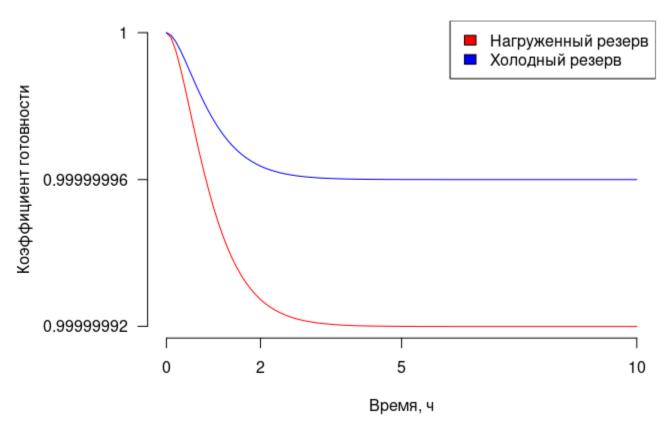


Рисунок 4. График зависимости нестационарного коэффициента готовности от времени

Невосстанавливаемая система

Построение графа состояний и переходов

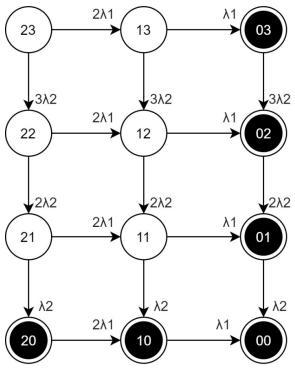


Рисунок 5. Граф состояний и переходов в невосстанавливаемой системе при нагруженном резерве

Построение и решение системы алгебраических уравнений

Матрица интенсивностей переходов:

```
states unrec <- c("23", "22", "21", "20", "13", "12", "11", "10", "03", "02",
"01", "00")
transition rate_unrec_M <- matrix(</pre>
  data = c(
    0,3*lambda2,0,0,2*lambda1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,2*lambda2,0,0,2*lambda1,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,lambda2,0,0,2*lambda1,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,2*lambda1,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,3*lambda2,0,0,lambda1,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,2*lambda2,0,0,lambda1,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,lambda2,0,0,lambda1,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,lambda1,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,3*lambda2,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2*lambda2,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,lambda2,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0
  ),
  byrow = T, ncol = 12, dimnames = list(states unrec, states unrec))
diag(transition rate unrec M) <- -rowSums(transition rate unrec M)</pre>
transition rate unrec M
##
           23
                    22
                            21
                                     20
                                              13
                                                      12
                                                               11
                                                                       10
                                                                                03
## 23 -0.0011
                0.0003
                        0.0000
                                 0.0000
                                         0.0008
                                                  0.0000
                                                           0.0000
                                                                   0.0000
                                                                            0.0000
## 22
                        0.0002
                                         0.0000
                                                          0.0000
       0.0000
               -0.0010
                                 0.0000
                                                  0.0008
                                                                   0.0000
                                                                            0.0000
## 21
       0.0000
                0.0000 - 0.0009
                                 0.0001
                                         0.0000
                                                  0.0000
                                                          0.0008
                                                                   0.0000
                                                                            0.0000
       0.0000
  20
                0.0000
                                                  0.0000
##
                        0.0000
                                -0.0008
                                         0.0000
                                                          0.0000
                                                                   0.0008
                                                                            0.0000
## 13
       0.0000
               0.0000
                        0.0000
                                 0.0000 -0.0007
                                                  0.0003
                                                          0.0000
                                                                   0.0000
                                                                            0.0004
## 12
       0.0000
                0.0000
                        0.0000
                                 0.0000
                                         0.0000
                                                 -0.0006
                                                          0.0002
                                                                   0.0000
                                                                            0.0000
## 11
       0.0000
                0.0000
                        0.0000
                                 0.0000
                                         0.0000
                                                  0.0000 -0.0005
                                                                   0.0001
                                                                            0.0000
## 10
       0.0000
                0.0000
                        0.0000
                                 0.0000
                                         0.0000
                                                  0.0000
                                                          0.0000
                                                                  -0.0004
                                                                            0.0000
## 03
                                                                   0.0000
       0.0000
                0.0000
                        0.0000
                                 0.0000
                                         0.0000
                                                  0.0000
                                                          0.0000
                                                                           -0.0003
## 02
       0.0000
                0.0000
                        0.0000
                                 0.0000
                                         0.0000
                                                  0.0000
                                                          0.0000
                                                                   0.0000
                                                                            0.0000
## 01
       0.0000
                0.0000
                        0.0000
                                 0.0000
                                         0.0000
                                                  0.0000
                                                          0.0000
                                                                   0.0000
                                                                            0.0000
                        0.0000
## 00
       0.0000
                0.0000
                                 0.0000
                                         0.0000
                                                  0.0000
                                                          0.0000
                                                                   0.0000
                                                                            0.0000
##
           02
                    01
                           00
## 23
       0.0000
                0.0000 0.0000
## 22
       0.0000
                0.0000 0.0000
## 21
       0.0000
                0.0000 0.0000
## 20
       0.0000
                0.0000 0.0000
## 13
       0.0000
                0.0000 0.0000
## 12
       0.0004
                0.0000 0.0000
## 11
       0.0000
                0.0004 0.0000
## 10
       0.0000
                0.0000 0.0004
## 03
       0.0003
                0.0000 0.0000
## 02 -0.0002
                0.0002 0.0000
## 01
               -0.0001 0.0001
       0.0000
## 00
       0.0000
                0.0000 0.0000
```

Расчет стационарных вероятностей не требуется, так как без возможности восстановления система с течением времени окажется в состоянии полного отказа (00) и не сможет из него вернуться.

Построение системы дифференциальных уравнений

$$\frac{d}{dt}P_{23}(t) = -(2\lambda_1 + 3\lambda_2)P_{23}(t),$$

$$\frac{d}{dt}P_{13}(t) = -(\lambda_1 + 3\lambda_2)P_{13}(t) + 2\lambda_1P_{23}(t),$$

$$\frac{d}{dt}P_{03}(t) = -3\lambda_2P_{03}(t) + \lambda_1P_{13}(t),$$

$$\frac{d}{dt}P_{22}(t) = -(2\lambda_1 + 2\lambda_2)P_{22}(t) + 3\lambda_2P_{23}(t),$$

$$\frac{d}{dt}P_{12}(t) = -(\lambda_1 + 2\lambda_2)P_{12}(t) + 2\lambda_1P_{22}(t) + 3\lambda_2P_{13}(t),$$

$$\frac{d}{dt}P_{02}(t) = -2\lambda_2P_{02}(t) + \lambda_1P_{12}(t) + 3\lambda_2P_{03}(t),$$

$$\frac{d}{dt}P_{21}(t) = -(2\lambda_1 + \lambda_2)P_{21}(t) + 2\lambda_2P_{22}(t),$$

$$\frac{d}{dt}P_{11}(t) = -(\lambda_1 + \lambda_2)P_{11}(t) + 2\lambda_1P_{21}(t) + 2\lambda_2P_{12}(t),$$

$$\frac{d}{dt}P_{01}(t) = -\lambda_2P_{01}(t) + \lambda_1P_{11}(t) + 2\lambda_2P_{02}(t),$$

$$\frac{d}{dt}P_{01}(t) = -2\lambda_1P_{20}(t) + \lambda_2P_{21}(t),$$

$$\frac{d}{dt}P_{10}(t) = -\lambda_1P_{10}(t) + \lambda_2P_{11}(t) + 2\lambda_1P_{20},$$

$$\frac{d}{dt}P_{00}(t) = \lambda_2P_{01}(t) + \lambda_1P_{10}$$

Определение нестационарного коэффициента готовности

Для определения нестационарного коэффициента готовности суммируются вероятности рабочих состояний:

$$K_r(t) = P_{23}(t) + P_{22}(t) + P_{21}(t) + P_{13}(t) + P_{12}(t) + P_{11}(t)$$

Решим систему дифферециальных уравнений при помощи нахождения экспоненты матрицы интенсивностей переходов, умноженной на время t:

```
initial_state <- "23"
p_unrec <- function(t, s) expm(t*transition_rate_unrec_M)[initial_state, s]
k_r_unrec <- function(t) p_unrec(t, "23") + p_unrec(t, "22") + p_unrec(t, "21") +
p_unrec(t, "13") + p_unrec(t, "12") + p_unrec(t, "11")</pre>
```

Построение графика зависимости нестационарного коэффициента

готовности от времени

```
t <- seq(0, 15000, 100)
k_r_unrec_t <- sapply(t, k_r_unrec)

par(mar = c(4, 8, 2, 2))
plot(t, k_r_unrec_t, type="l", axes = F, xlab="Bpems, ч", ylab="", ylim=c(0, 1.00000000000001))

axis(1, at=c(0, 2500, 5000, 10000, 15000))

axis(2, at=c(0, 1.0000000000000), labels=c(0, 1.0000000000000), las = 2)

title(ylab = "Коэффициент готовности", line = 6)
```

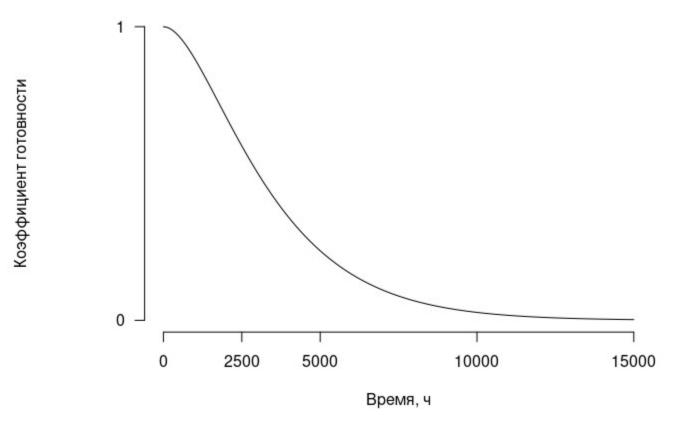


Рисунок 6. График зависимости нестационарного коэффициента готовности от времени, невосстанавливаемая система

Вывод

В ходе выполнения работы для заданного варианта организации системы была построена марковская модель надежности, при этом рассмотрены две дисциплины резервирования (нагруженный резерв и холодный резерв), а также восстанавливаемые и невосстанавливаемые системы.

Сравнительный анализ зависимости нестационарного коэффициента готовности для обозначенных конфигураций позволяет сделать следующие выводы:

- нестационарный коэффициент готовности восстанавливаемых систем уменьшается до достижения стационарного значения, которое в рассмотренных случаях близко к единице;
- при нагруженном резерве коэффициент готовности ниже, чем при холодном, так как возможен выход из строя резервных элементов;
- коэффициент готовности невосстанавливаемых систем с течением времени стремится к нулю.