

Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Теория надежности

Лабораторная работа №1

Структурная надежность

Лабушев Тимофей

Нестеров Дали

Группа Р3402

Санкт-Петербург

2020

Вариант 8

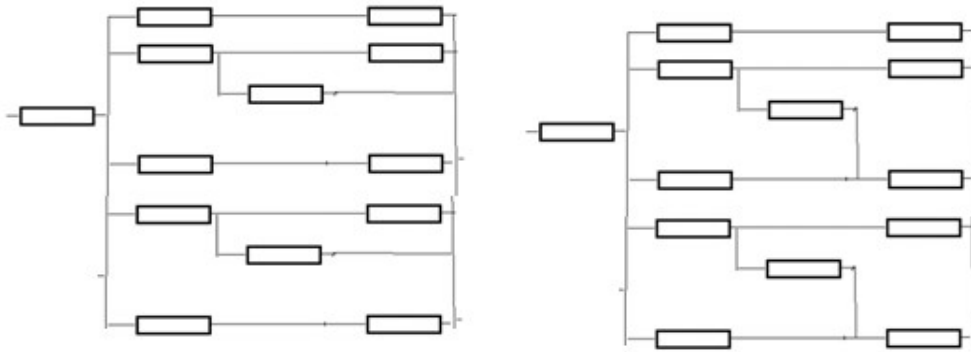


Рисунок 1. Исходные данные

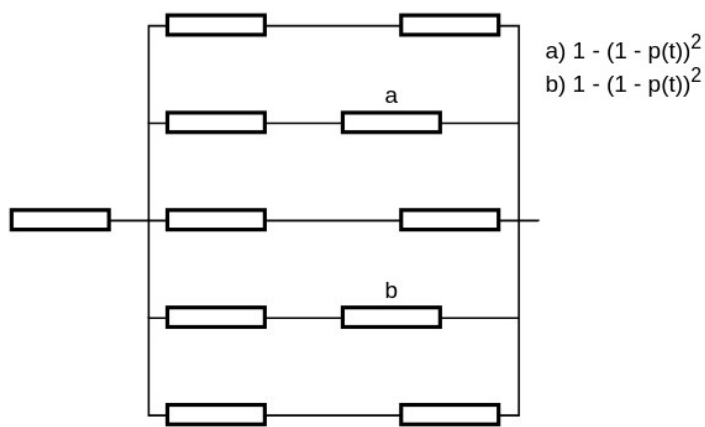
Первая схема

Упрощение структуры

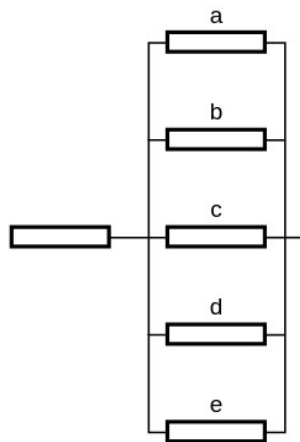
Параллельные и последовательные элементы могут быть заменены одним, если выполнить преобразование функции работоспособности.

Основываясь на том, что работоспособность одного элемента определяется как $p(t)$, а отказ — $1 - p(t)$:

- Для N **параллельных** элементов функция примет вид $1 - \prod_{i=1}^N (1 - p_i(t))$, в случае равнонадежных элементов $1 - (1 - p(t))^N$.
- Для N **последовательных** элементов функция примет вид $\prod_{i=1}^N p_i(t)$, в случае равнонадежных элементов $p(t)^N$.



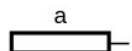
a) $1 - (1 - p(t))^2$
 b) $1 - (1 - p(t))^2$



a) $p(t)^2$
 b) $p(t)^2 * (1 - (1 - p(t))^2)$
 c) $p(t)^2$
 d) $p(t)^2 * (1 - (1 - p(t))^2)$
 e) $p(t)^2$



a) $1 - (1 - p(t)^2)^3 (1 - p(t)^2 * (1 - (1 - p(t))^2))^2$



a) $p(t) * (1 - (1 - p(t)^2)^3 (1 - p(t)^2 * (1 - (1 - p(t))^2))^2)$

Рисунок 2. Результат преобразований для первой схемы

Составление формул расчета

Вероятность работоспособности $p(t)$ вычисляется как $p(t) = \exp(-\lambda t)$. Считается, что $\lambda = 10^{-4} 1/\text{ч}$.

```
lambda <- 10^-4
p <- function(t) exp(-lambda*t)
q <- function(t) 1 - p(t)
```

Для схемы была получена следующая зависимость:

```
p_all <- function(t) p(t) * (1 - (1 - p(t)^2)^3 * (1 - p(t)^2 * (1 - (1 - p(t))^2))^2)
```

При построении графиков зависимости от времени рассмотрим промежуток $t \in [0.1, 50000]$.

```
t <- seq(0.1, 50000, 0.1)
plot(t, p_all(t), ylab="Вероятность работоспособности первой схемы",
xlab="Время", type="l")
```

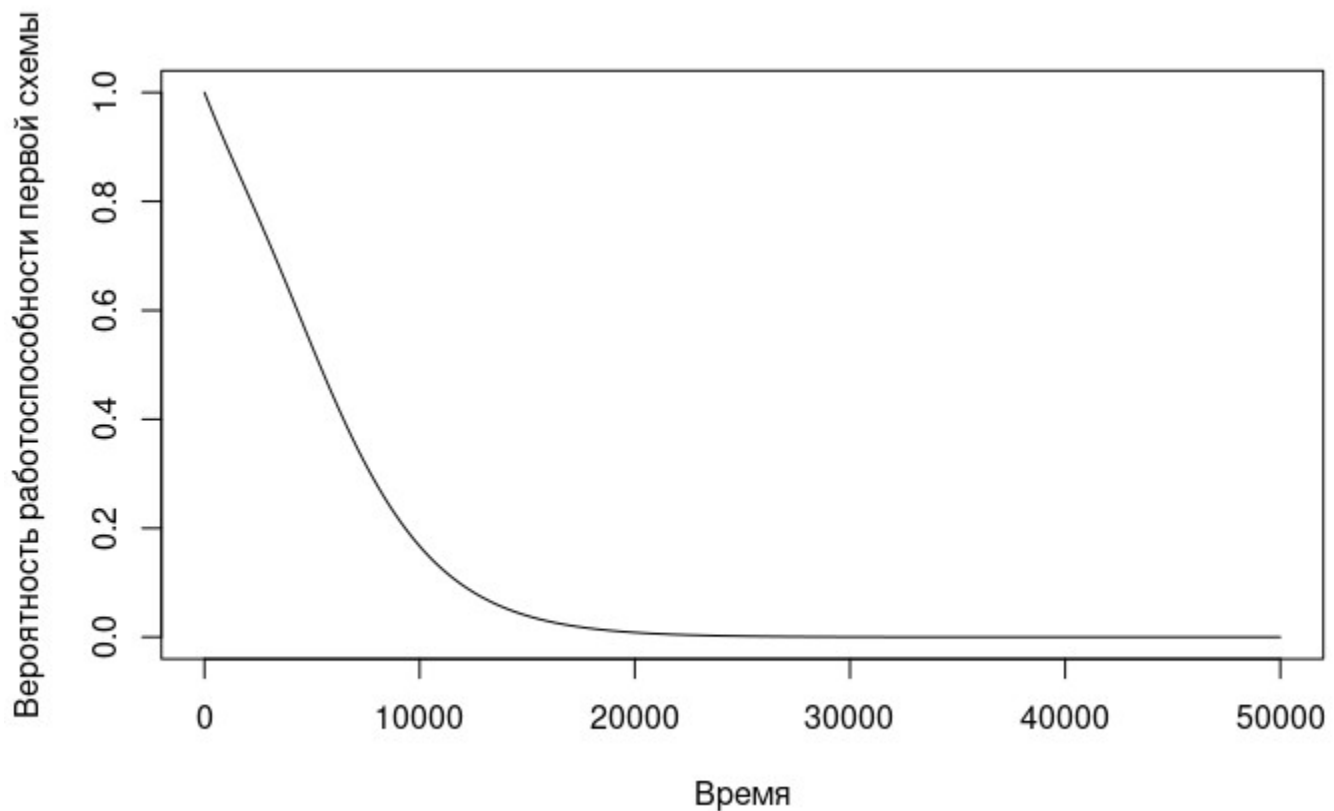


Рисунок 3. График зависимости вероятности работоспособности первой схемы от времени

Вторая схема

Упрощение структуры

Для второй схемы возможен лишь один шаг преобразований:

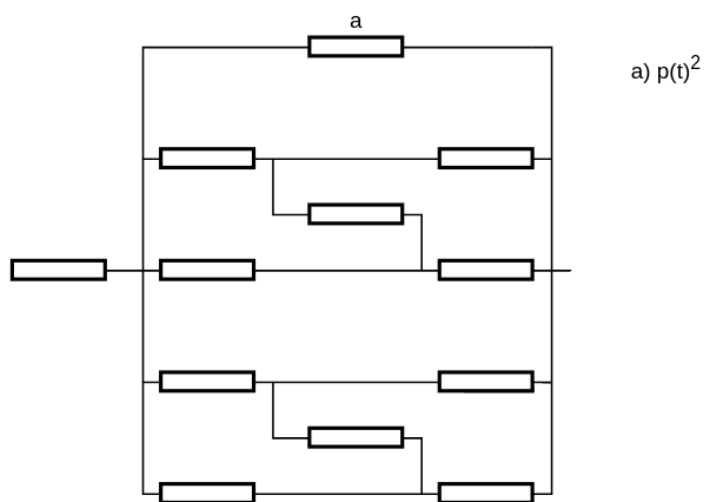


Рисунок 4. Результат преобразований для второй схемы

Метод декомпозиции

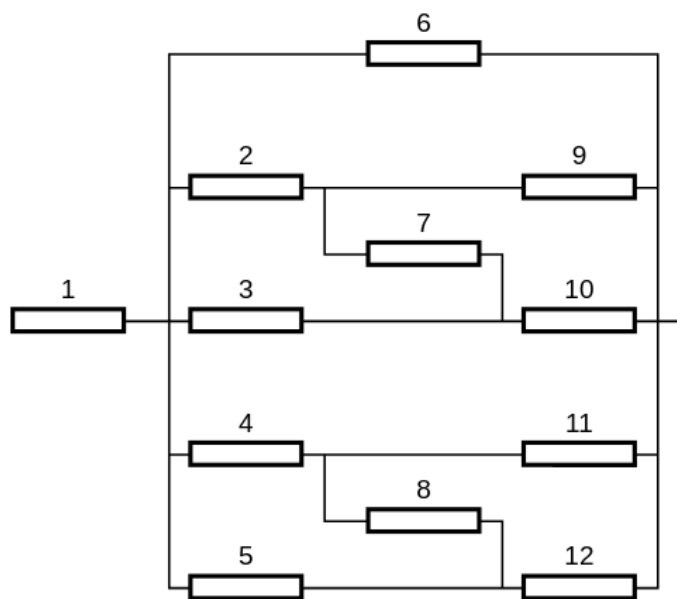


Рисунок 5. Упрощенная вторая схема с условным обозначением элементов

Для сведения схемы к параллельно-последовательному соединению элементов применим последовательную декомпозицию, выделив в качестве особых элементов *седьмой* и *восьмой*:

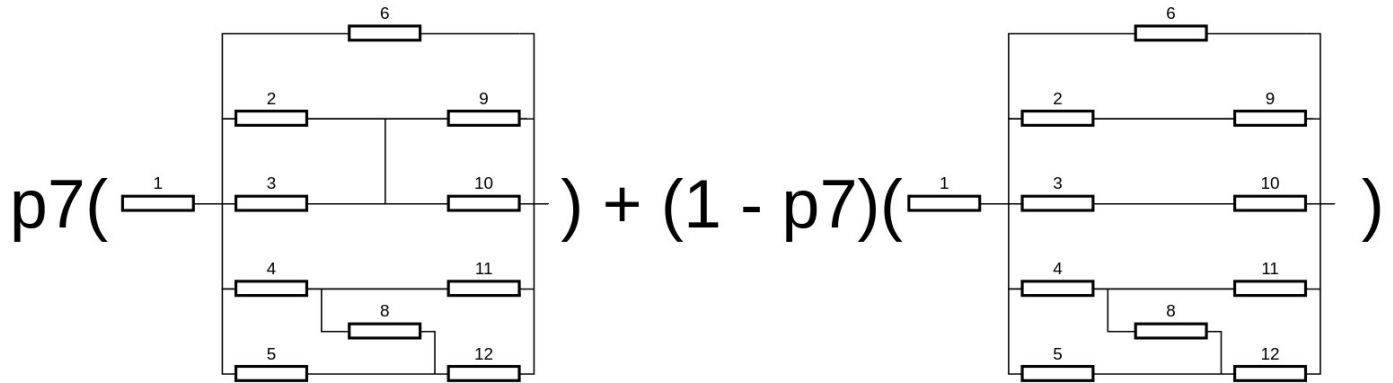


Рисунок 6. Рассмотрение случаев работы и отказа седьмого элемента

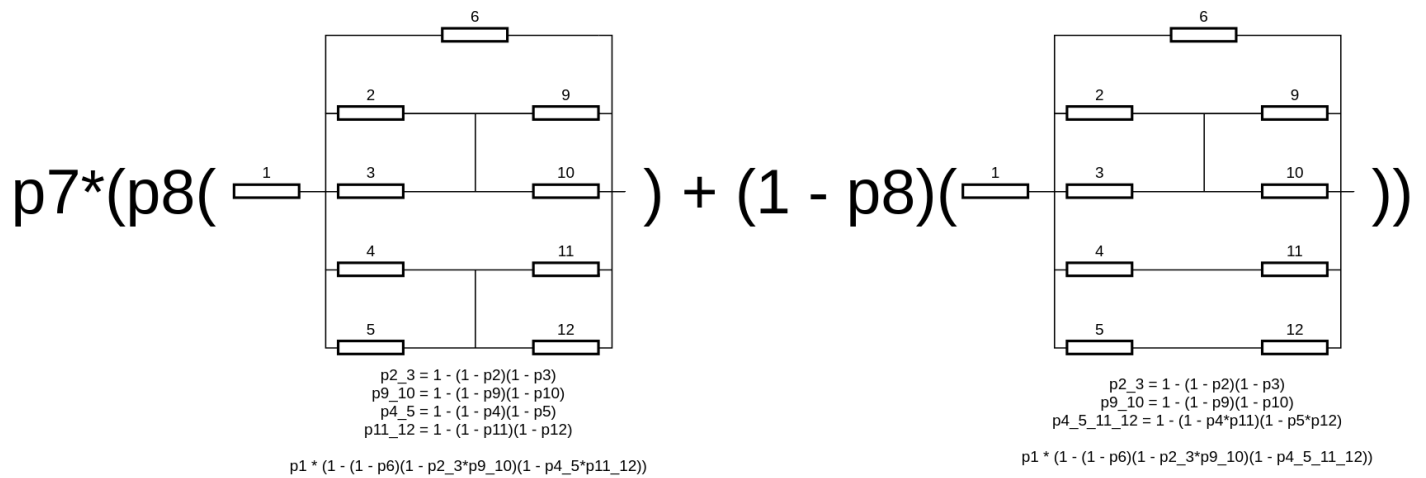


Рисунок 7. Рассмотрение случаев работы и отказа восьмого элемента при работе седьмого элемента

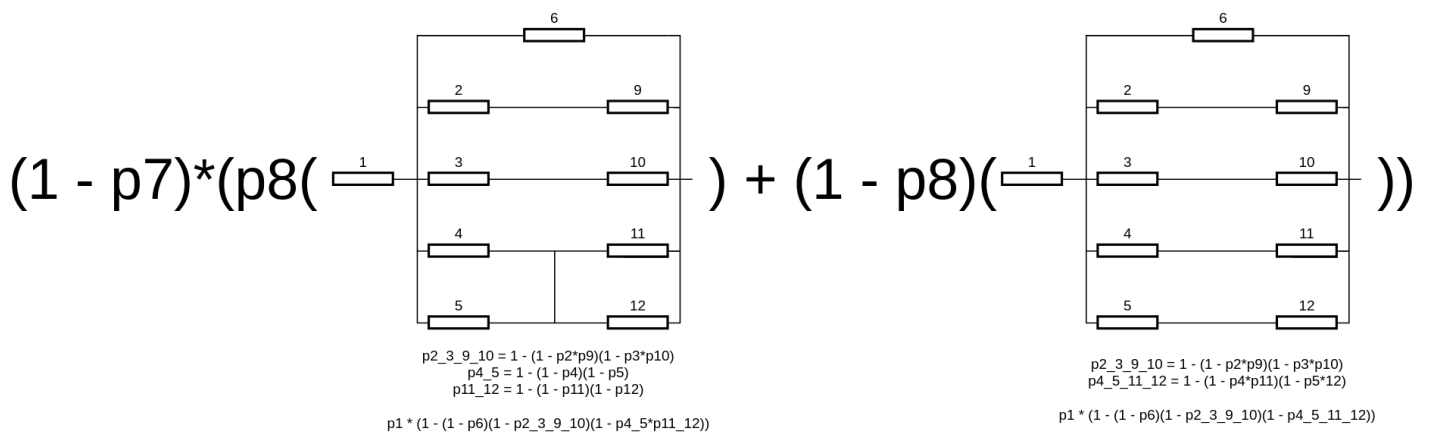


Рисунок 8. Рассмотрение случаев работы и отказа восьмого элемента при отказе седьмого элемента

Построим график полученной зависимости:

```
decomp_p7 <- function(t) {  
  p8 <- {  
    p2_3 <- 1 - (1 - p(t))^2  
    p9_10 <- 1 - (1 - p(t))^2  
    p4_5 <- 1 - (1 - p(t))^2  
    p11_12 <- 1 - (1 - p(t))^2  
    p(t) * (1 - (1 - p(t)) * (1 - p2_3 * p9_10) * (1 - p4_5 * p11_12))  
  }  
  p8_inv <- {  
    p2_3 <- 1 - (1 - p(t))^2  
    p9_10 <- 1 - (1 - p(t))^2  
    p4_5_11_12 <- 1 - (1 - p(t))^2  
    p(t) * (1 - (1 - p(t)) * (1 - p2_3 * p9_10) * (1 - p4_5_11_12))  
  }  
  p(t) * p8 + (1 - p(t)) * p8_inv  
}  
decomp_p7_inv <- function(t) {  
  p8 <- {  
    p2_3_9_10 <- 1 - (1 - p(t)^2)^2  
    p4_5 <- 1 - (1 - p(t))^2  
    p11_12 <- 1 - (1 - p(t))^2  
    p(t) * (1 - (1 - p(t)) * (1 - p2_3_9_10) * (1 - p4_5 * p11_12))  
  }  
  p8_inv <- {  
    p2_3_9_10 <- 1 - (1 - p(t)^2)^2  
    p4_5_11_12 <- 1 - (1 - p(t)^2)^2  
    p(t) * (1 - (1 - p(t)) * (1 - p2_3_9_10) * (1 - p4_5_11_12))  
  }  
  p(t) * p8 + (1 - p(t)) * p8_inv  
}  
decomp <- function(t) p(t) * decomp_p7(t) + (1 - p(t)) * decomp_p7_inv(t)  
  
plot(t, decomp(t), ylab="Вероятность работоспособности второй схемы",  
xlab="Время", type="l")
```

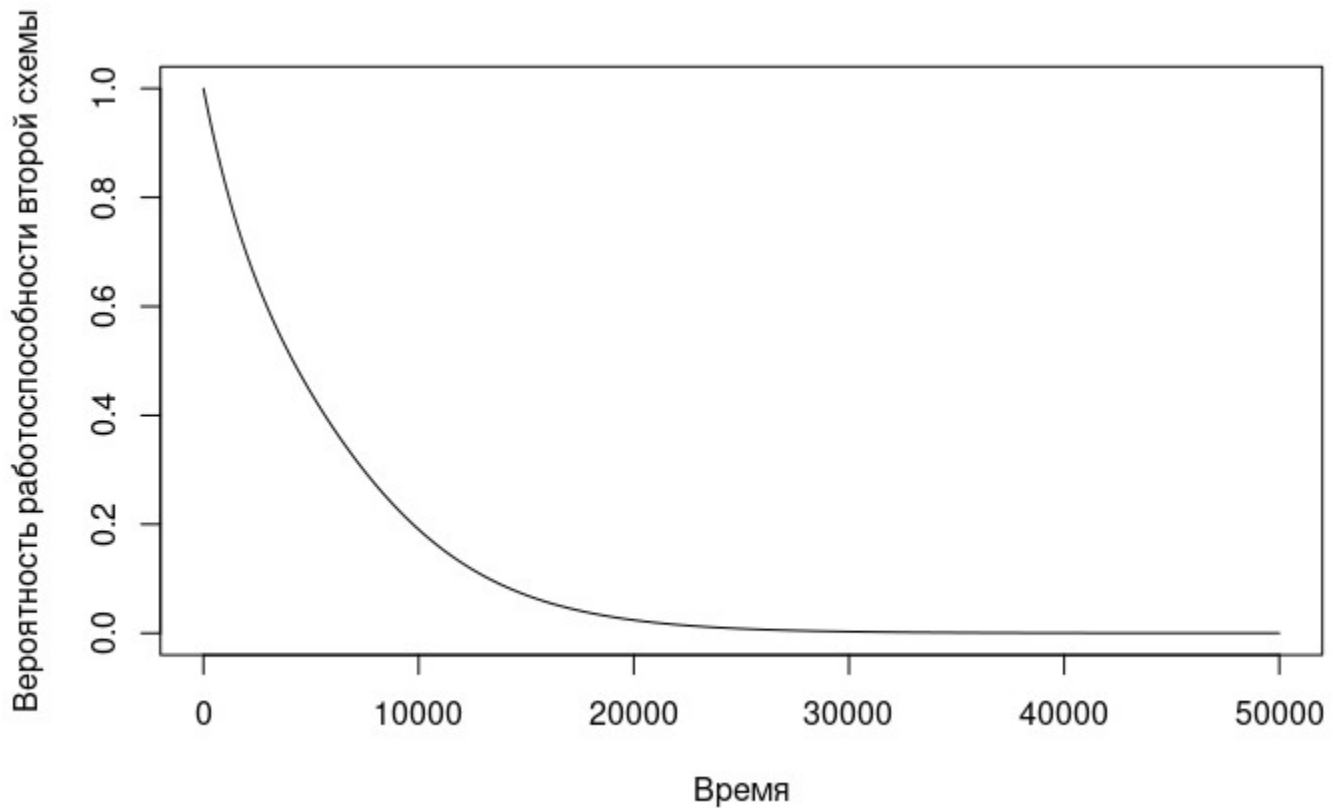


Рисунок 9. График зависимости вероятности работоспособности второй схемы от времени (метод декомпозиции)

Метод минимальных путей и сечений

Определим множество минимальных путей схемы (условные обозначения элементов представлены на рис. 5):

$\{1,6\}, \{1,2,9\}, \{1,3,10\}, \{1,2,7,10\}, \{1,3,7,9\}, \{1,4,11\}, \{1,5,12\}, \{1,4,8,12\}, \{1,5,8,11\}$

А также множество минимальных сечений:

$\{1\}, \{2,3,4,5,6\}, \{9,10,11,12\}, \{6,2,7,10,4,8,12\}, \{6,9,7,3,11,8,5\}$

Для получения оценки надежности сверху необходимо:

1. соединить элементы каждого минимального пути последовательно;
2. полученные цепочки элементов соединить параллельно.

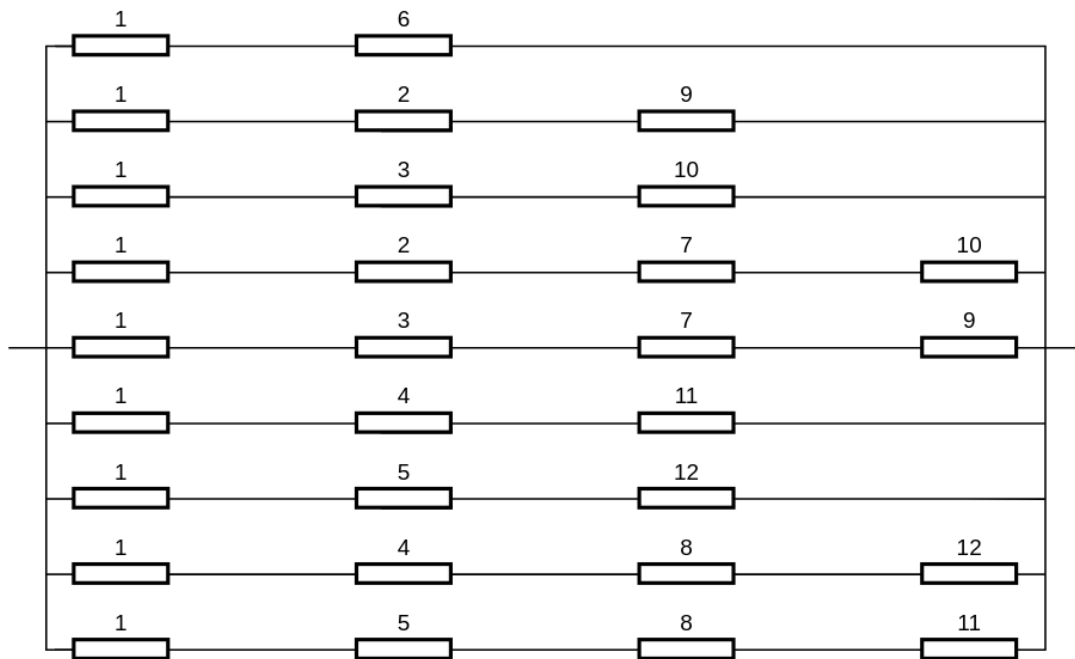


Рисунок 10. Параллельное соединение минимальных путей для второй схемы

Для получения оценки надежности снизу необходимо:

1. соединить элементы каждого минимального сечения параллельно;
2. полученные цепочки элементов соединить последовательно.

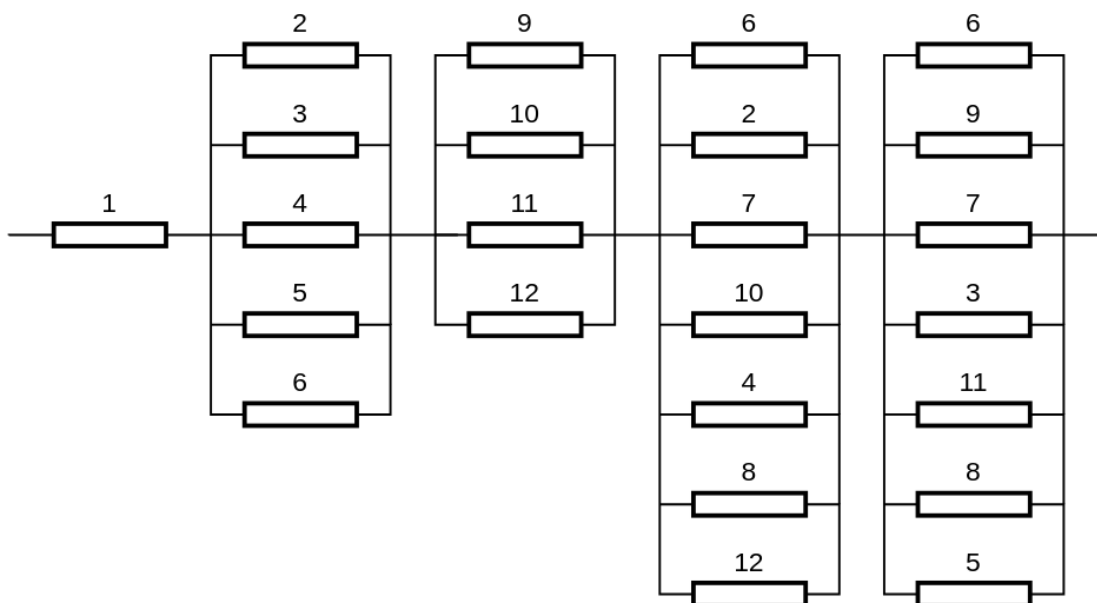


Рисунок 11. Последовательное соединение минимальных сечений для второй схемы

Построим график полученных зависимостей:

```
p6 <- function(t) p(t)^2
q6 <- function(t) 1 - p6(t)
```

```
Pc_max <- function(t) 1 - (1 - p(t)*p6(t))*(1 - p(t)^3)^4*(1 - p(t)^4)^4
Pc_min <- function(t) (1 - q(t))*(1 - q(t)^4*q6(t))*(1 - q(t)^4)*(1 -
```

```
q6(t)*q(t)^6)^2
```

```
plot(t, Pc_max(t), col="blue", ylab="Вероятность работоспособности второй схемы",  
xlab="Время", type="l")  
lines(t, Pc_min(t), col="red")  
legend("topright", c("Оценка сверху", "Оценка снизу"), fill=c("blue", "red"))
```

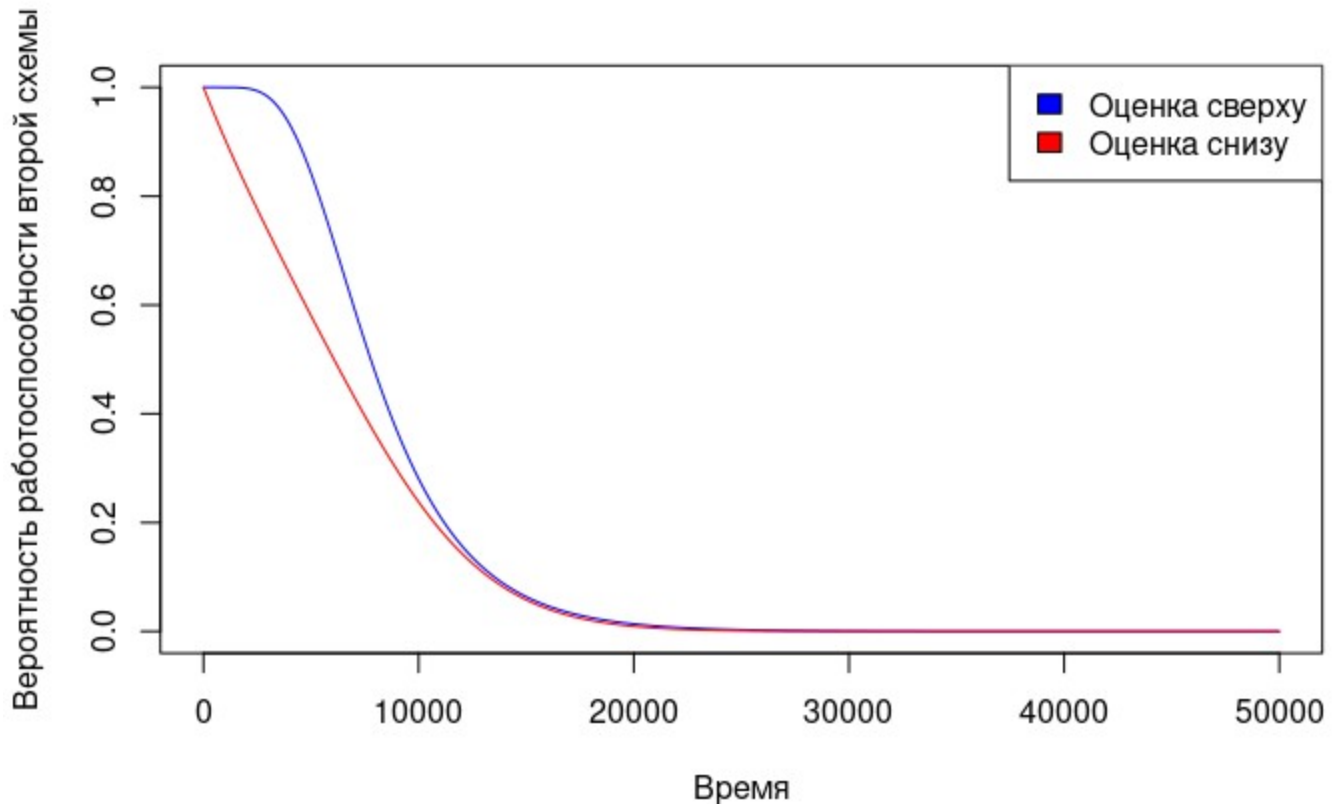


Рисунок 12. График зависимости вероятности работоспособности второй схемы от времени (метод минимальных путей и сечений)

Метод Литвака-Ушакова

Для реализации метода Литвака-Ушакова следует сформировать множества непересекающихся минимальных путей и сечений.

В рассматриваемой схеме непересекающиеся минимальные пути отсутствуют, а множество непересекающихся минимальных сечений равно:

$$\{\{1\}, \{2, 3, 4, 5, 6\}, \{9, 10, 11, 12\}\}, \{6, 2, 7, 10, 4, 8, 12\}, \{6, 9, 7, 3, 11, 8, 5\}$$

В качестве нижней оценки надежности используется *наибольшее* значение из вероятностей работоспособности каждого варианта параллельного соединения минимальных путей.

В качестве верхней оценки надежности используется *наименьшее* значение из вероятностей работоспособности каждого варианта последовательного соединения минимальных сечений.

Построим график полученных зависимостей:

```

P2c_min <- function(t) pmax(p(t)*p6(t), p(t)^3, p(t)^4)
P2c_max <- function(t) pmin(({1 - q(t)}*(1 - q(t)^4*q6(t))*(1 - q(t)^4)}, {1 -
(q6(t)*q(t)^6)})

plot(t, P2c_max(t), col="blue", ylab="Вероятность работоспособности второй
схемы", xlab="Время", type="l")
lines(t, P2c_min(t), col="red")
legend("topright", c("Оценка сверху", "Оценка снизу"), fill=c("blue", "red"))

```

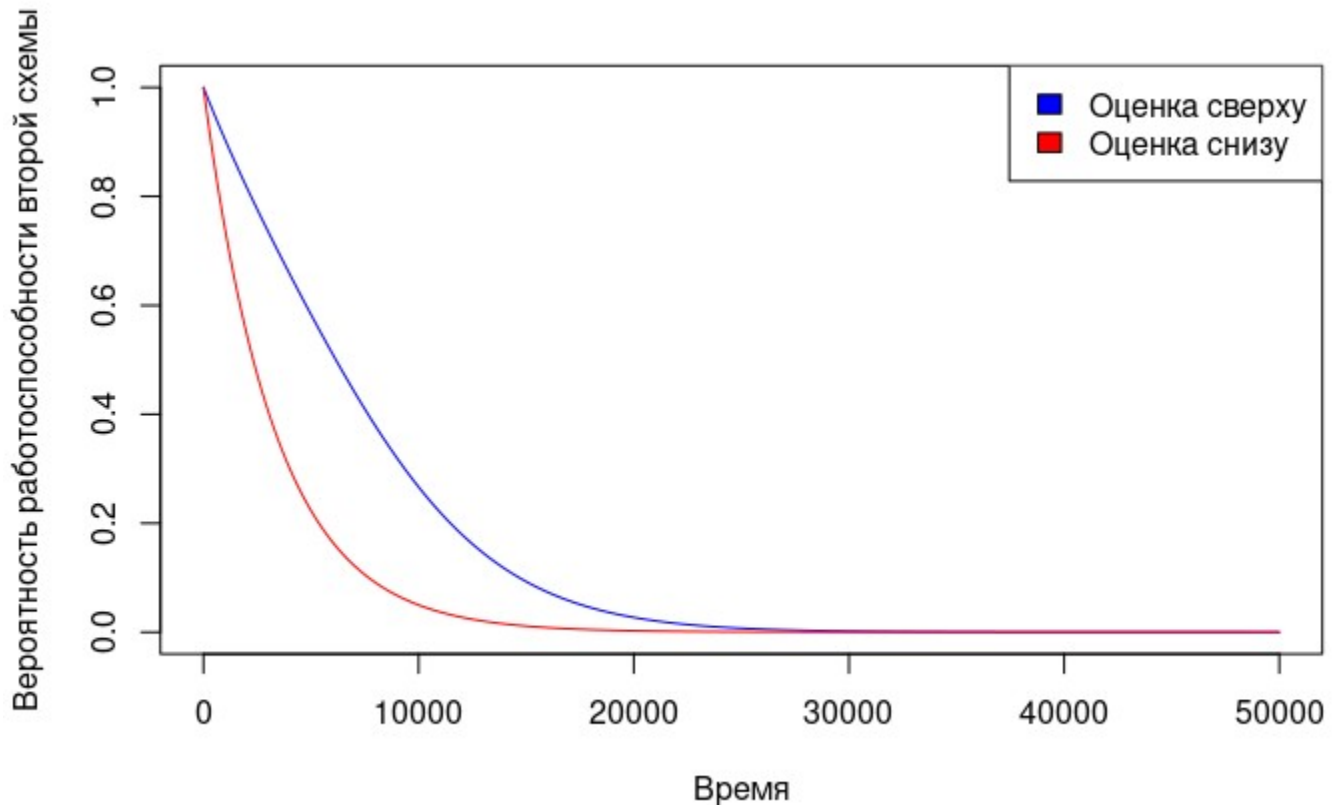


Рисунок 13. График зависимости вероятности работоспособности второй схемы от времени (метод Литвака-Ушакова)

Сравнение различных методов расчета

Построим сравнительный график результатов анализа для второй схемы:

```

plot(t, decomp(t), col="darkgray", ylab="Вероятность работоспособности второй
схемы", xlab="Время", type="l")
lines(t, Pc_max(t), col="orange")
lines(t, Pc_min(t), col="red")
lines(t, P2c_max(t), col="cyan")
lines(t, P2c_min(t), col="blue")
legend("topright", c("м. декомпозиции", "Оценка сверху, м. мин. путей и
сеч.", "Оценка снизу, м. мин. путей и сеч.", "Оценка сверху, м. Литвака-Ушакова",
"Оценка снизу, м. Литвака-Ушакова"), fill=c("darkgray", "orange", "red", "cyan",
"blue"))

```

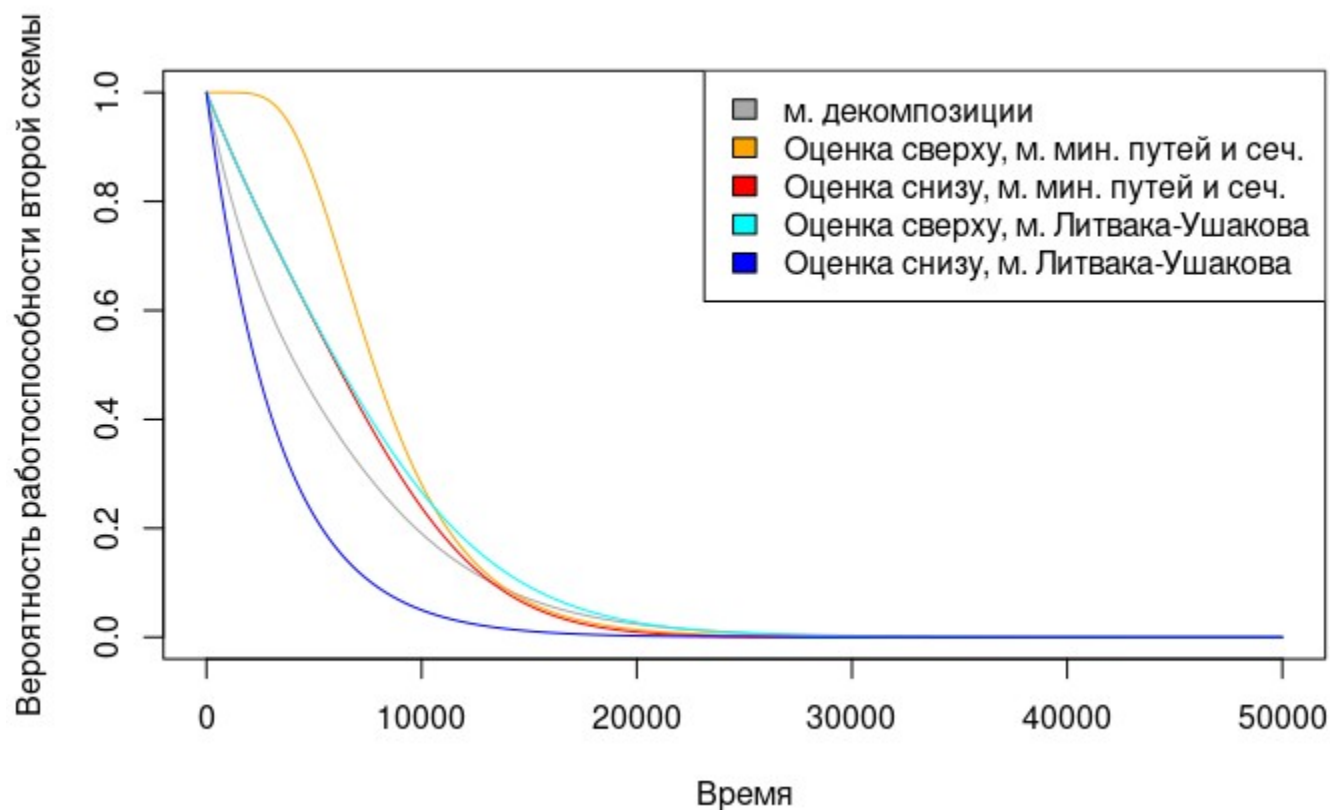


Рисунок 14. График сравнения методов расчета вероятности работоспособности

Вывод

В ходе выполнения работы произведен расчет надежности (зависимости вероятности работоспособности от времени) схем методами сведения к параллельно-последовательному соединению элементов, декомпозиции, минимальных путей и сечений, Литвака-Ушакова.

Сравнительный анализ результатов позволяет заключить, что для сложных схем, которые не могут быть сведены к параллельно-последовательному соединению элементов, наиболее точный результат достигается методом декомпозиции, применение которого оказалось наиболее трудоемким. Метод минимальных путей и сечений и метод Литвака-Ушакова более просты в расчетах, но приводят к переоценке или недооценке надежности системы соответственно.