Halbleiter und Nanotechnologie, Übung 2, Prof. Förster

Christoph Hansen

chris@university-material.de

Ich erhebe keinen Anspruch auf Vollständigkeit oder Richtigkeit. Falls ihr Fehler findet oder etwas fehlt, dann meldet euch bitte über den Emailkontakt.

Inhaltsverzeichnis

Aufgabe 1

Wir machen zunächst eine Definition. $v_w = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$ ist die wahrscheinlichste Geschwindigkeit. Nun müssen wir den Integrationsoperator transformieren:

$$
\begin{aligned}
f(v)\,\mathrm{d}v &\to f(v')\,\mathrm{d}v' \\
\mathrm{d}v &= v_w\,\mathrm{d}v' \\
f(v)\,\mathrm{d}v &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \cdot \left(\frac{v^2}{v_w^2}\right) v_w^2 \cdot e^{-\frac{v^2}{v_w^2}}\,\mathrm{d}v' \cdot v_w \\
&= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot v_w^3 \cdot \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \cdot v'^2 \cdot e^{-v'^2}\,\mathrm{d}v' \\
&= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{2kT}{m}\right)^{3/2} \cdot \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \cdot v'^2 \cdot e^{-v'^2}\,\mathrm{d}v' \\
\Leftrightarrow f(v')\,\mathrm{d}v' &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot v'^2 \cdot e^{-v'^2}\,\mathrm{d}v'
\end{aligned}
$$

Aufgabe 2

Die Wahrscheinlichkeit kann man über ein Integral berechnen:

$$
P = \int_{v_1}^{v_2} f(v)\,\mathrm{d}v = \int_{400}^{410} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\,\mathrm{d}v \tag{1}
$$

Das sollte man mit einem geeignete Programm lösen. Man erhält dann:

$$
\approx 1{,}96\,\% \tag{2}
$$

Aufgabe 3

a)

Die mittlere Geschwindigkeit und die quadratisch gemittelte Geschwindigkeit sind so definiert:

$$< v > = \sqrt{\frac{8RT}{m\pi}} \qquad v_{RMS} = \sqrt{\frac{3RT}{m}}$$

Damit können wir jetzt die Geschwindigkeiten berechnen:

	H_2	H_2O	N_2	CO_2
P/mbar	$3 \cdot 10^{-10}$	10^{-10}	$1{,}5 \cdot 10^{-11}$	$6 \cdot 10^{-12}$
m	2	18	28	44
$< v >$	1781	593	476	380
$v_(RMS)$	1933	644	517	412

b)

Die vorhandenen Moleküle zerlegen sich zu H_2, deshalb gibt es davon relativ viel.

Aufgabe 4

$$v_{RMS} = \sqrt{\frac{3RT}{m}}$$

Wenn die Geschwindigkeit auf das doppelte Steigen soll, dann müssen wir einen Faktor 4 in die Wurzel packen und haben damit einen Faktor 4 bei der Temperatur und habn dann statt Raumtemperatur $1200\,\mathrm{k}$. Das ist schon lecker warm....

Aufgabe 5

$$PV = \nu RT$$

Wenn der Druck verdoppelt wird, steigt die Temperatur auf das doppelte und damit wegen $E_{kin} = \frac{2}{3}kT$ die kinetische Energie ebenso. Bei verdoppeltem Volumen gilt das selbe.

Aufgabe 6

Hauptsächlich führen die Stöße der Moleküle untereinander zur Maxwell Verteilung. Die Energieverteilung ist dabei nach $E_{kin} = 3kT = \frac{1}{2}mv^2$ nur von der Masse der Moleküle abhängig.

Aufgabe 7

Zunächst muss man wissen, das Wasser eine Molmasse von $M_{H_2O} = 18\,\mathrm{g}$ hat. Dann können wir die beiden Volumina ausrechnen:

$$V_1 = \frac{\nu RT}{P_1} = \frac{8{,}31 \cdot 288{,}15}{18 \cdot 100} = 1{,}33\,\mathrm{m}^3$$
$$V_2 = \frac{\nu RT}{P_2} = \frac{8{,}31 \cdot 288{,}15}{18 \cdot 10^{-8}} = 1{,}33 \cdot 10^{10}\,\mathrm{m}^3$$

Die Dichte ist nun einfach Dichte pr Volumen:

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{1\,\mathrm{g}}{1{,}33\,\mathrm{m}^3} = 0{,}732\,\mathrm{g/m}^3$$
$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{1\,\mathrm{g}}{1{,}33 \cdot 10^{10}\,\mathrm{m}^3} = 0{,}732 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{g/m}^3$$

Aufgabe 8

Die Moleküldichte ist letztlich nicht anderes als die Anzahl Teilchen pro Volumen. Wir gehen von einer Temperatur von $300\,\mathrm{K}$ aus:

$$n_1 = \frac{N}{V} = \frac{P_1}{kT} = \frac{10^5}{4{,}14 \cdot 10^{-21}} = 2{,}4 \cdot 10^{25}\,\mathrm{m}^3$$
$$n_2 = \frac{P_2}{kT} = \frac{10^5}{4{,}14 \cdot 10^{-21}} = 2{,}4 \cdot 10^{22}\,\mathrm{m}^3$$
$$n_3 = \frac{P_3}{kT} = \frac{10^5}{4{,}14 \cdot 10^{-21}} = 2{,}4 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m}^3$$
$$n_4 = \frac{P_4}{kT} = \frac{10^5}{4{,}14 \cdot 10^{-21}} = 2{,}4 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}^3$$

Aufgabe 9

Wir betrachten den Massenfluss q_m:

$$q_m = m \cdot \underbrace{\frac{\partial N}{\partial t}}_{q_n = j_n \cdot A}$$

Wir betrachten den Fluss allerdings unabhängig von der Fläche, deshalb erhalten wir:

$$\begin{aligned} j_m = m \cdot j_N = m \cdot n \cdot j_V &= \frac{m \cdot n \cdot < v >}{4} \\ &= \frac{Mk}{R} \cdot \frac{n \cdot < v >}{4} = \frac{MP}{RT} \cdot \frac{n \cdot < v >}{4} \\ &= \frac{MP}{4 \cdot RT} \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot RT}{M \cdot \pi}} = P \cdot \sqrt{\frac{M}{2 \cdot \pi \cdot RT}} = n \cdot \sqrt{\frac{mkT}{2 \cdot \pi}} \end{aligned}$$

Als Einheit haben wir dann $\left[\frac{kg}{m^2 s}\right]$.

Aufgabe 10

Energie ist zunächst:

$$E = \frac{1}{2} N m < v^2 >$$

Leistung ist die Ableitung der Energie nach der Zeit:

$$P = \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{2} \dot{N} m < v^2 > = \frac{1}{2} \underbrace{\frac{I}{kT}}_{I_T} m < v^2 > = \frac{I}{kT} \frac{3}{2} \cdot kT = \frac{3}{2} I$$

Wir setzen ein:

$$P = 1{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 0{,}15\,\mu\mathrm{W}$$

Woher kommen die 100 und die 10E-3???? Klären!!!!

Aufgabe 11

Diese Aufgabe wurde nicht vollständig gelöst, es fehlen die Werte für j_m!

Wir schreiben uns zunächst die Formeln für die einzelnen Größen auf:

$$j_N = \frac{n < v >}{4} = \frac{P < v >}{4kT}$$
$$j_m = m \cdot j_N = \frac{Mk}{R} j_N = \frac{M}{N_A} j_N$$
$$j_V = \sqrt{\frac{RT}{2\pi M}}$$
$$q_N = j_N \cdot A$$

	H_2	N_2	H_2O	CO_2
M/g	2	28	18	44
<v>[m/s]	1782	476	594	380
j_N	$2{,}15 \cdot 10^{25}$	$5{,}75 \cdot 10^{24}$	$7{,}17 \cdot 10^{24}$	$4{,}59 \cdot 10^{24}$
q_N	$2{,}15 \cdot 10^{19}$	$5{,}75 \cdot 10^{18}$	$7{,}17 \cdot 10^{18}$	$4{,}59 \cdot 10^{18}$
j_V	440	117	146	93

Aufgabe 12

a)

Der Leitwert is allgemein:

$$C = \sqrt{\frac{8RT}{M\pi}} \cdot \frac{A}{4}$$

Bis auf die Molmasse ist alles Konstanten, also können wir schreiben:

$$C_{N_2} = \frac{1}{\sqrt{M_{N_2}}} \cdot a \cdot A$$

Für Wasserstoff gilt dann:

$$C_{H_2} = \frac{1}{\sqrt{M_{H_2}}} \cdot a \cdot A$$

Es ergibt sich dann:

$$C_{H_2} = C_{N_2} \cdot \sqrt{\frac{28}{2}} = 3{,}77\,\mathrm{ml/s}$$

b)

Die Funktion für die Druck ist:

$$P = P_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \text{mit} \qquad \tau = \frac{V}{S_{eff}}$$

Wir bestimmen die jeweiligen τ:

$$\tau_{H_2} = \frac{2}{3{,}77 \cdot 10^{-3}} = 534{,}8\,\mathrm{s}$$
$$\tau_{N_2} = \frac{2}{10^{-3}} = 2000\,\mathrm{s}$$

Daraus ergeben sich die Partialdrücke:

$$P_{H_2} = 10^{-3} \cdot e^{-\frac{1800}{534{,}8}} = 3{,}45 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{mbar}$$
$$P_{N_2} = 10^{-3} \cdot e^{-\frac{1800}{2000}} = 4 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{mbar}$$

Der Gesamtdruck ergibt sich nun aus der Addition der beiden Drücke:

$$P_{ges} = P_{H_2} + P_{N_2} = 4{,}345 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{mbar}$$

Aufgabe 13

a)

$$L = Pa \cdot q_V \qquad \text{mit} \qquad Pa = \text{Außendruck}, q_V = \text{Volumenfluss}$$
$$q_{N_2} = \frac{L}{Pa} = \frac{10^{-10}}{10^5} = 10^{-15}\,\mathrm{m^3/s}$$
$$q_{He} = \sqrt{\frac{28}{4}} \cdot q_{N_2} = 2{,}6 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{m^3/s}$$

b)

$$q_N = n \cdot q_V = \frac{Pq_V}{kT} = \frac{L}{kT} = \frac{10^{-10}}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 2{,}41 \cdot 10^{10}\,\mathrm{Teilchen/s}$$

c)

Wir berechnen die Größe den Wafers:

$$A = \frac{d^2\pi}{4} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot \pi}{4} = 1{,}96 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^2}$$

Wir bestimmen wie viele Teilchen pro m^2 auftreffen:

$$j_N = \frac{2{,}41 \cdot 10^{10}}{1{,}96 \cdot 10^{-3}} = 1{,}22 \cdot 10^{9}\,\mathrm{Teilchen/m^2s}$$

Nun bestimmen wir die relative Haufigkeit einer Dotierung:

$$\frac{1{,}22 \cdot 10^6}{6{,}8 \cdot 10^{14}} = 1{,}8 \cdot 10^{-9}$$

Das heißt, das jedes Milliarste Atom ein Fehlatom ist. Damit ist die Verschmutzung tolerierbar. Genau ist die Dotierung:

$$\left(\sqrt{6{,}8 \cdot 10^{14}}\right)^3 = 1{,}7 \cdot 10^{22}\,\text{Teilchen/cm}^3$$

Die Dotierung ist dann:

$$1{,}7 \cdot 10^{22} \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-9} = 3 \cdot 10^{13}\,\text{Teilchen/cm}^3$$

d)

Die Leitfähigkeit ist:

$$\sigma = n \cdot e \cdot \mu = 3 \cdot 10^{13} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 4 = 1{,}9 \cdot 10^{-5}\,1/\Omega\text{m}$$

e)

Der Widerstand berechnen sich aus der Leitfähigkeit und der Fläche:

$$R = \frac{l}{\sigma \cdot A} = \frac{10^{-6}}{1{,}9 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-4}} = 526{,}31\,\Omega$$

Aufgabe 14

a)

Allgemein ist der Leitwert:

$$C = 1{,}2 \cdot \sqrt{\frac{T}{M}} \cdot \frac{D^3}{L} = 1{,}2 \cdot \sqrt{\frac{300}{28 \cdot 10^{-3}}} \cdot \frac{\left(2 \cdot 10^{-2}\right)^3}{3} = 3{,}3 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^3/2 = 0{,}33\,\text{l/s}$$

b)

Eine normale Blende hat folgenden Durchfluss:

$$C_{Blende} = 11{,}77 \cdot \frac{\left(2 \cdot 10^{-2}\right)^2 \cdot \pi}{4} = 3{,}7 \cdot 10^{-2}\,\text{m}^3/\text{s} = 37\,\text{l/s}$$

c)

$$\frac{1}{S_{eff}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_{Pumpe}} = \frac{1}{0{,}33} + \frac{1}{1000} = 3{,}02\,\mathrm{s/l}$$
$$\Leftrightarrow S_{eff} = 0{,}33\,\mathrm{l/s}$$

d)

Der Gasstrom ergibt sich aus dem Leitwert und dem Druck:

$$I = P_e \cdot S_{eff} = 10^{-6} \cdot 0{,}33 = 3{,}3 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{mbar\ l/s}$$

e)

Zunächst rechnen wir die nötigen Größen in SI Einheiten um:

$$U_D = \frac{T}{A \cdot P}$$

Wir rechnen mit:

$$I = 3{,}3 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{5} = 3{,}3 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{Pa\ m^3/s}$$
$$A = \frac{0{,}02^2 \cdot \pi}{4} = 3{,}14 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^3}$$
$$P = 10^{-6}\,\mathrm{mbar} = 10^{-4}\,\mathrm{Pa}$$

$$U_D = \frac{3{,}3 \cdot 10^{-8}}{3{,}14 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-4}} \approx 1\,\mathrm{m/s}$$

f)

Wir erwarten einen Druckgradienten.

Aufgabe 16

	N_2	H_2	He	Luft	Ar
M/g	28	2	4	18	40
dyn. Visko. η	17,8	8,4	18	19	21

Allgemein ist der Leitwert:

$$C_{molekular} = \sqrt{\frac{RT}{2\pi\mu}} \cdot A$$

Nun normieren wir auf Helium:

$$C_{He} = C_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{4}} \qquad \text{mit} \qquad C_{Ar} = \frac{1}{\sqrt{40}} \Rightarrow C_{Ar} = C_{He} \cdot \sqrt{\frac{4}{40}}$$

So können wir nun alles berechnen:

$$\begin{aligned} C_{Ar} &= C_{He} \cdot \sqrt{\frac{4}{40}} = 0{,}316\,\mathrm{C_{He}} \\ C_{Luft} &= C_{He} \cdot \sqrt{\frac{4}{28}} = 0{,}378\,\mathrm{C_{He}} \\ C_{H_2O} &= C_{He} \cdot \sqrt{\frac{4}{18}} = 0{,}424\,\mathrm{C_{He}} \\ C_{H_2} &= C_{He} \cdot \sqrt{\frac{4}{2}} = 1{,}41\,\mathrm{C_{He}} \end{aligned}$$

Den laminaren Fluss berechnen wir so:

$$C_{laminar} = \frac{\pi R^4 P}{8\eta l} = C_2 \cdot P \cdot \frac{1}{\eta}$$

Wir erhalten dann:

$$\begin{aligned} C_{Ar} &= \frac{\eta_{He}}{\eta_{Ar}} \cdot C_{He} = \frac{19}{21} \cdot C_{He} = 0{,}9\,\mathrm{C_{He}} \\ C_{Luft} &= \frac{19}{18} \cdot C_{He} = 1{,}05\,\mathrm{C_{He}} \\ C_{N_2} &= \frac{19}{17{,}8} \cdot C_{He} = 1{,}06\,\mathrm{C_{He}} \\ C_{H_2} &= \frac{19}{8{,}4} \cdot C_{He} = 2{,}26\,\mathrm{C_{He}} \end{aligned}$$

Aufgabe 17

Wir betrachten die Effusionsstromdichte von links nach rechts:

$$
\begin{aligned}
j_{N_2} &= \frac{n_{N_2} \cdot < v >}{4} = \frac{P_{N_2}}{kT_1} \cdot \frac{< v_{N_2} >}{4} \\
&= \frac{1{,}33 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} \cdot 10^5}{1{,}3 \cdot 10^{23} \cdot 300 \cdot 4} \cdot \sqrt{\frac{8RT_1}{M\pi}} = 3{,}87 \cdot 10^{22}\ 1/\mathrm{m}^2\ \mathrm{s}
\end{aligned}
$$

Für Quecksilber haben wir dann:

$$
j_{Hg} = \frac{1{,}33 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} \cdot 10^5}{1{,}3 \cdot 10^{23} \cdot 400 \cdot 4} \cdot \sqrt{\frac{8RT_2}{M\pi}} 1{,}24 \cdot 10^{24}\ 1/\mathrm{m}^2\ \mathrm{s}
$$

Es wird also mehr Quecksilber in die Kammer geblasen als Stickstoff entfernt wird. Gegen das Quecksilber kann man eine Kältefalle verwenden.