

# Halbleiter und Nanotechnologie, Übung 2, Prof. Förster

Christoph Hansen

[chris@university-material.de](mailto:chris@university-material.de)

Dieser Text ist unter dieser [Creative Commons](#) Lizenz veröffentlicht.

Ich erhebe keinen Anspruch auf Vollständigkeit oder Richtigkeit. Falls ihr Fehler findet oder etwas fehlt, dann meldet euch bitte über den Emailkontakt.

## Inhaltsverzeichnis

Aufgabe 1	2
Aufgabe 2	2
Aufgabe 3	3
Aufgabe 4	3
Aufgabe 5	3
Aufgabe 6	3
Aufgabe 7	4
Aufgabe 8	4
Aufgabe 9	5
Aufgabe 10	5
Aufgabe 11	6
Aufgabe 12	6
Aufgabe 13	7
Aufgabe 14	8
Aufgabe 17	11

## Aufgabe 1

Wir machen zunächst eine Definition.  $v_w = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$  ist die wahrscheinlichste Geschwindigkeit. Nun müssen wir den Integrationsoperator transformieren:

$$\begin{aligned}
 f(v) dv &\rightarrow f(v') dv' \\
 dv &= v_w dv' \\
 f(v) dv &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \cdot \left(\frac{v^2}{v_w^2}\right) v_w^2 \cdot e^{-\frac{v^2}{v_w^2}} dv' \cdot v_w \\
 &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot v_w^3 \cdot \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \cdot v'^2 \cdot e^{-v'^2} dv' \\
 &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{2kT}{m}\right)^{3/2} \cdot \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \cdot v'^2 \cdot e^{-v'^2} dv' \\
 \Leftrightarrow f(v') dv' &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot v'^2 \cdot e^{-v'^2} dv'
 \end{aligned}$$

## Aufgabe 2

Die Wahrscheinlichkeit kann man über ein Integral berechnen:

$$P = \int_{v_1}^{v_2} f(v) dv = \int_{400}^{410} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv \quad (1)$$

Das sollte man mit einem geeignete Programm lösen. Man erhält dann:

$$\approx 1,96 \% \quad (2)$$

### Aufgabe 3

a)

Die mittlere Geschwindigkeit und die quadratisch gemittelte Geschwindigkeit sind so definiert:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{m\pi}} \quad v_{RMS} = \sqrt{\frac{3RT}{m}}$$

Damit können wir jetzt die Geschwindigkeiten berechnen:

	$H_2$	$H_2O$	$N_2$	$CO_2$
P/mbar	$3 \cdot 10^{-10}$	$10^{-10}$	$1,5 \cdot 10^{-11}$	$6 \cdot 10^{-12}$
m	2	18	28	44
$\langle v \rangle$	1781	593	476	380
$v_{RMS}$	1933	644	517	412

b)

Die vorhandenen Moleküle zerlegen sich zu  $H_2$ , deshalb gibt es davon relativ viel.

### Aufgabe 4

$$v_{RMS} = \sqrt{\frac{3RT}{m}}$$

Wenn die Geschwindigkeit auf das doppelte Steigen soll, dann müssen wir einen Faktor 4 in die Wurzel packen und haben damit einen Faktor 4 bei der Temperatur und haben dann statt Raumtemperatur 1200 K. Das ist schon lecker warm....

### Aufgabe 5

$$PV = \nu RT$$

Wenn der Druck verdoppelt wird, steigt die Temperatur auf das doppelte und damit wegen  $E_{kin} = \frac{2}{3}kT$  die kinetische Energie ebenso. Bei verdoppeltem Volumen gilt das selbe.

### Aufgabe 6

Hauptsächlich führen die Stöße der Moleküle untereinander zur Maxwell Verteilung. Die Energieverteilung ist dabei nach  $E_{kin} = 3kT = \frac{1}{2}mv^2$  nur von der Masse der Moleküle abhängig.

## Aufgabe 7

Zunächst muss man wissen, das Wasser eine Molmasse von  $M_{H_2O} = 18 \text{ g}$  hat. Dann können wir die beiden Volumina ausrechnen:

$$V_1 = \frac{\nu RT}{P_1} = \frac{8,31 \cdot 288,15}{18 \cdot 100} = 1,33 \text{ m}^3$$

$$V_2 = \frac{\nu RT}{P_2} = \frac{8,31 \cdot 288,15}{18 \cdot 10^{-8}} = 1,33 \cdot 10^{10} \text{ m}^3$$

Die Dichte ist nun einfach Dichte pr Volumen:

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{1 \text{ g}}{1,33 \text{ m}^3} = 0,732 \text{ g/m}^3$$

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{1 \text{ g}}{1,33 \cdot 10^{10} \text{ m}^3} = 0,732 \cdot 10^{-10} \text{ g/m}^3$$

## Aufgabe 8

Die Moleküldichte ist letztlich nicht anderes als die Anzahl Teilchen pro Volumen. Wir gehen von einer Temperatur von 300 K aus:

$$n_1 = \frac{N}{V} = \frac{P_1}{kT} = \frac{10^5}{4,14 \cdot 10^{-21}} = 2,4 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

$$n_2 = \frac{P_2}{kT} = \frac{10^5}{4,14 \cdot 10^{-21}} = 2,4 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$$

$$n_3 = \frac{P_3}{kT} = \frac{10^5}{4,14 \cdot 10^{-21}} = 2,4 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$$

$$n_4 = \frac{P_4}{kT} = \frac{10^5}{4,14 \cdot 10^{-21}} = 2,4 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$$

## Aufgabe 9

Wir betrachten den Massenfluss  $q_m$ :

$$q_m = m \cdot \underbrace{\frac{\partial N}{\partial t}}_{q_n = j_n \cdot A}$$

Wir betrachten den Fluss allerdings unabhängig von der Fläche, deshalb erhalten wir:

$$\begin{aligned} j_m &= m \cdot j_N = m \cdot n \cdot j_V = \frac{m \cdot n \cdot \langle v \rangle}{4} \\ &= \frac{Mk}{R} \cdot \frac{n \cdot \langle v \rangle}{4} = \frac{MP}{RT} \cdot \frac{n \cdot \langle v \rangle}{4} \\ &= \frac{MP}{4 \cdot RT} \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot RT}{M \cdot \pi}} = P \cdot \sqrt{\frac{M}{2 \cdot \pi \cdot RT}} = n \cdot \sqrt{\frac{mkT}{2 \cdot \pi}} \end{aligned}$$

Als Einheit haben wir dann  $\left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} \right]$ .

## Aufgabe 10

Energie ist zunächst:

$$E = \frac{1}{2} Nm \langle v^2 \rangle$$

Leistung ist die Ableitung der Energie nach der Zeit:

$$P = \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{2} N m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} \underbrace{\frac{I}{kT}}_{I_T} m \langle v^2 \rangle = \frac{I}{kT} \frac{3}{2} \cdot kT = \frac{3}{2} I$$

Wir setzen ein:

$$P = 1,5 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 0,15 \mu\text{W}$$

Woher kommen die 100 und die 10E-3???? Klären!!!!

## Aufgabe 11

Diese Aufgabe wurde nicht vollständig gelöst, es fehlen die Werte für  $j_m$ !

Wir schreiben uns zunächst die Formeln für die einzelnen Größen auf:

$$j_N = \frac{n \langle v \rangle}{4} = \frac{P \langle v \rangle}{4kT}$$

$$j_m = m \cdot j_N = \frac{Mk}{R} j_N = \frac{M}{N_A} j_N$$

$$j_V = \sqrt{\frac{RT}{2\pi M}}$$

$$q_N = j_N \cdot A$$

	$H_2$	$N_2$	$H_2O$	$CO_2$
M/g	2	28	18	44
$\langle v \rangle$ [m/s]	1782	476	594	380
$j_N$	$2,15 \cdot 10^{25}$	$5,75 \cdot 10^{24}$	$7,17 \cdot 10^{24}$	$4,59 \cdot 10^{24}$
$q_N$	$2,15 \cdot 10^{19}$	$5,75 \cdot 10^{18}$	$7,17 \cdot 10^{18}$	$4,59 \cdot 10^{18}$
$j_V$	440	117	146	93

## Aufgabe 12

a)

Der Leitwert ist allgemein:

$$C = \sqrt{\frac{8RT}{M\pi}} \cdot \frac{A}{4}$$

Bis auf die Molmasse ist alles Konstanten, also können wir schreiben:

$$C_{N_2} = \frac{1}{\sqrt{M_{N_2}}} \cdot a \cdot A$$

Für Wasserstoff gilt dann:

$$C_{H_2} = \frac{1}{\sqrt{M_{H_2}}} \cdot a \cdot A$$

Es ergibt sich dann:

$$C_{H_2} = C_{N_2} \cdot \sqrt{\frac{28}{2}} = 3,77 \text{ ml/s}$$

b)

Die Funktion für die Druck ist:

$$P = P_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{mit} \quad \tau = \frac{V}{S_{eff}}$$

Wir bestimmen die jeweiligen  $\tau$ :

$$\tau_{H_2} = \frac{2}{3,77 \cdot 10^{-3}} = 534,8 \text{ s}$$

$$\tau_{N_2} = \frac{2}{10^{-3}} = 2000 \text{ s}$$

Daraus ergeben sich die Partialdrücke:

$$P_{H_2} = 10^{-3} \cdot e^{-\frac{1800}{534,8}} = 3,45 \cdot 10^{-5} \text{ mbar}$$

$$P_{N_2} = 10^{-3} \cdot e^{-\frac{1800}{2000}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$$

Der Gesamtdruck ergibt sich nun aus der Addition der beiden Drücke:

$$P_{ges} = P_{H_2} + P_{N_2} = 4,345 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$$

## Aufgabe 13

a)

$$L = Pa \cdot q_V \quad \text{mit} \quad Pa = \text{Außendruck}, q_V = \text{Volumenfluss}$$

$$q_{N_2} = \frac{L}{Pa} = \frac{10^{-10}}{10^5} = 10^{-15} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$q_{He} = \sqrt{\frac{28}{4}} \cdot q_{N_2} = 2,6 \cdot 10^{-15} \text{ m}^3/\text{s}$$

b)

$$q_N = n \cdot q_V = \frac{Pq_V}{kT} = \frac{L}{kT} = \frac{10^{-10}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 2,41 \cdot 10^{10} \text{ Teilchen/s}$$

c)

Wir berechnen die Größe den Wafers:

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot \pi}{4} = 1,96 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Wir bestimmen wie viele Teilchen pro  $\text{m}^2$  auftreten:

$$j_N = \frac{2,41 \cdot 10^{10}}{1,96 \cdot 10^{-3}} = 1,22 \cdot 10^9 \text{ Teilchen/m}^2\text{s}$$

Nun bestimmen wir die relative Häufigkeit einer Dotierung:

$$\frac{1,22 \cdot 10^6}{6,8 \cdot 10^{14}} = 1,8 \cdot 10^{-9}$$

Das heißt, das jedes Milliarste Atom ein Fehlatom ist. Damit ist die Verschmutzung tolerierbar. Genau ist die Dotierung:

$$\left(\sqrt{6,8 \cdot 10^{14}}\right)^3 = 1,7 \cdot 10^{22} \text{ Teilchen/cm}^3$$

Die Dotierung ist dann:

$$1,7 \cdot 10^{22} \cdot 1,8 \cdot 10^{-9} = 3 \cdot 10^{13} \text{ Teilchen/cm}^3$$

**d)**

Die Leitfähigkeit ist:

$$\sigma = n \cdot e \cdot \mu = 3 \cdot 10^{13} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4 = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}\Omega\text{m}$$

**e)**

Der Widerstand berechnen sich aus der Leitfähigkeit und der Fläche:

$$R = \frac{l}{\sigma \cdot A} = \frac{10^{-6}}{1,9 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-4}} = 526,31 \Omega$$

## Aufgabe 14

**a)**

Allgemein ist der Leitwert:

$$C = 1,2 \cdot \sqrt{\frac{T}{M}} \cdot \frac{D^3}{L} = 1,2 \cdot \sqrt{\frac{300}{28 \cdot 10^{-3}}} \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-2})^3}{3} = 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/2 = 0,331/\text{s}$$

**b)**

Eine normale Blende hat folgenden Durchfluss:

$$C_{\text{Blende}} = 11,77 \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot \pi}{4} = 3,7 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s} = 371/\text{s}$$



**c)**

$$\frac{1}{S_{eff}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_{Pumpe}} = \frac{1}{0,33} + \frac{1}{1000} = 3,02 \text{ s/l}$$

$$\Leftrightarrow S_{eff} = 0,331/\text{s}$$

**d)**

Der Gasstrom ergibt sich aus dem Leitwert und dem Druck:

$$I = P_e \cdot S_{eff} = 10^{-6} \cdot 0,33 = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ mbar l/s}$$

**e)**

Zunächst rechnen wir die nötigen Größen in SI Einheiten um:

$$U_D = \frac{T}{A \cdot P}$$

Wir rechnen mit:

$$I = 3,3 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 = 3,3 \cdot 10^{-8} \text{ Pa m}^3/\text{s}$$

$$A = \frac{0,02^2 \cdot \pi}{4} = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$P = 10^{-6} \text{ mbar} = 10^{-4} \text{ Pa}$$

$$U_D = \frac{3,3 \cdot 10^{-8}}{3,14 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-4}} \approx 1 \text{ m/s}$$

**f)**

Wir erwarten einen Druckgradienten.

**Aufgabe 16**

	$N_2$	$H_2$	$He$	Luft	$Ar$
M/g	28	2	4	18	40
dyn. Visko. $\eta$	17,8	8,4	18	19	21

Allgemein ist der Leitwert:

$$C_{molekular} = \sqrt{\frac{RT}{2\pi\mu}} \cdot A$$

Nun normieren wir auf Helium:

$$C_{He} = C_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{4}} \quad \text{mit} \quad C_{Ar} = \frac{1}{\sqrt{40}} \Rightarrow C_{Ar} = C_{He} \cdot \sqrt{\frac{4}{40}}$$

So können wir nun alles berechnen:

$$C_{Ar} = C_{He} \cdot \sqrt{\frac{4}{40}} = 0,316 C_{He}$$

$$C_{Luft} = C_{He} \cdot \sqrt{\frac{4}{28}} = 0,378 C_{He}$$

$$C_{H_2O} = C_{He} \cdot \sqrt{\frac{4}{18}} = 0,424 C_{He}$$

$$C_{H_2} = C_{He} \cdot \sqrt{\frac{4}{2}} = 1,41 C_{He}$$

Den laminaren Fluss berechnen wir so:

$$C_{laminar} = \frac{\pi R^4 P}{8\eta l} = C_2 \cdot P \cdot \frac{1}{\eta}$$

Wir erhalten dann:

$$C_{Ar} = \frac{\eta_{He}}{\eta_{Ar}} \cdot C_{He} = \frac{19}{21} \cdot C_{He} = 0,9 C_{He}$$

$$C_{Luft} = \frac{19}{18} \cdot C_{He} = 1,05 C_{He}$$

$$C_{N_2} = \frac{19}{17,8} \cdot C_{He} = 1,06 C_{He}$$

$$C_{H_2} = \frac{19}{8,4} \cdot C_{He} = 2,26 C_{He}$$

## Aufgabe 17

Wir betrachten die Effusionsstromdichte von links nach rechts:

$$\begin{aligned} j_{N_2} &= \frac{n_{N_2} \cdot \langle v \rangle}{4} = \frac{P_{N_2}}{kT_1} \cdot \frac{\langle v_{N_2} \rangle}{4} \\ &= \frac{1,33 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} \cdot 10^5}{1,3 \cdot 10^{23} \cdot 300 \cdot 4} \cdot \sqrt{\frac{8RT_1}{M\pi}} = 3,87 \cdot 10^{22} \text{ l/m}^2 \text{ s} \end{aligned}$$

Für Quecksilber haben wir dann:

$$j_{Hg} = \frac{1,33 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} \cdot 10^5}{1,3 \cdot 10^{23} \cdot 400 \cdot 4} \cdot \sqrt{\frac{8RT_2}{M\pi}} = 1,24 \cdot 10^{24} \text{ l/m}^2 \text{ s}$$

Es wird also mehr Quecksilber in die Kammer geblasen als Stickstoff entfernt wird. Gegen das Quecksilber kann man eine Kältefalle verwenden.