Halbleiter und Nanotechnologie, Übung 2, Prof. Förster

Christoph Hansen

chris@university-material.de

Ich erhebe keinen Anspruch auf Vollständigkeit oder Richtigkeit. Falls ihr Fehler findet oder etwas fehlt, dann meldet euch bitte über den Emailkontakt.

Inhaltsverzeichnis

Aufgabe 1

Wir machen zunächst eine Definition. $v_w = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$ ist die wahrscheinlichste Geschwindigkeit. Nun müssen wir den Integrationsoperator transformieren:

$$\begin{aligned}
f(v)\,\mathrm{d}v &\to f(v')\,\mathrm{d}v' \\
\mathrm{d}v &= v_w\,\mathrm{d}v' \\
f(v)\,\mathrm{d}v &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \cdot \left(\frac{v^2}{v_w^2}\right) v_w^2 \cdot e^{-\frac{v^2}{v_w^2}}\,\mathrm{d}v' \cdot v_w \\
&= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot v_w^3 \cdot \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \cdot v'^2 \cdot e^{-v'^2}\,\mathrm{d}v' \\
&= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{2kT}{m}\right)^{3/2} \cdot \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \cdot v'^2 \cdot e^{-v'^2}\,\mathrm{d}v' \\
\Leftrightarrow f(v')\,\mathrm{d}v' &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot v'^2 \cdot e^{-v'^2}\,\mathrm{d}v'
\end{aligned}$$

Aufgabe 2

Die Wahrscheinlichkeit kann man über ein Integral berechnen:

$$P = \int_{v_1}^{v_2} f(v)\,\mathrm{d}v = \int_{400}^{410} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\,\mathrm{d}v \tag{1}$$

Das sollte man mit einem geeignete Programm lösen. Man erhält dann:

$$\approx 1{,}96\,\% \tag{2}$$

Aufgabe 3

a)

Die mittlere Geschwindigkeit und die quadratisch gemittelte Geschwindigkeit sind so definiert:

$$< v > = \sqrt{\frac{8RT}{m\pi}} \qquad v_{RMS} = \sqrt{\frac{3RT}{m}}$$

Damit können wir jetzt die Geschwindigkeiten berechnen:

	H_2	H_2O	N_2	CO_2
P/mbar	$3 \cdot 10^{-10}$	10^{-10}	$1{,}5 \cdot 10^{-11}$	$6 \cdot 10^{-12}$
m	2	18	28	44
$< v >$	1781	593	476	380
$v_(RMS)$	1933	644	517	412

b)

Die vorhandenen Moleküle zerlegen sich zu H_2, deshalb gibt es davon relativ viel.

Aufgabe 4

$$v_{RMS} = \sqrt{\frac{3RT}{m}}$$

Wenn die Geschwindigkeit auf das doppelte Steigen soll, dann müssen wir einen Faktor 4 in die Wurzel packen und haben damit einen Faktor 4 bei der Temperatur und habn dann statt Raumtemperatur $1200\,\mathrm{k}$. Das ist schon lecker warm....

Aufgabe 5

$$PV = \nu RT$$

Wenn der Druck verdoppelt wird, steigt die Temperatur auf das doppelte und damit wegen $E_{kin} = \frac{2}{3}kT$ die kinetische Energie ebenso. Bei verdoppeltem Volumen gilt das selbe.

Aufgabe 6

Hauptsächlich führen die Stöße der Moleküle untereinander zur Maxwell Verteilung. Die Energieverteilung ist dabei nach $E_{kin} = 3kT = \frac{1}{2}mv^2$ nur von der Masse der Moleküle abhängig.

Aufgabe 7

Zunächst muss man wissen, das Wasser eine Molmasse von $M_{H_2O} = 18\,\mathrm{g}$ hat. Dann können wir die beiden Volumina ausrechnen:

$$
\begin{aligned}
V_1 &= \frac{\nu RT}{P_1} = \frac{8{,}31 \cdot 288{,}15}{18 \cdot 100} = 1{,}33\,\mathrm{m}^3 \\
V_2 &= \frac{\nu RT}{P_2} = \frac{8{,}31 \cdot 288{,}15}{18 \cdot 10^{-8}} = 1{,}33 \cdot 10^{10}\,\mathrm{m}^3
\end{aligned}
$$

Die Dichte ist nun einfach Dichte pr Volumen:

$$
\begin{aligned}
\rho_1 &= \frac{m}{V_1} = \frac{1\,\mathrm{g}}{1{,}33\,\mathrm{m}^3} = 0{,}732\,\mathrm{g/m}^3 \\
\rho_1 &= \frac{m}{V_1} = \frac{1\,\mathrm{g}}{1{,}33 \cdot 10^{10}\,\mathrm{m}^3} = 0{,}732 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{g/m}^3
\end{aligned}
$$

Aufgabe 8

Die Moleküldichte ist letztlich nicht anderes als die Anzahl Teilchen pro Volumen. Wir gehen von einer Temperatur von $300\,\mathrm{K}$ aus:

$$
\begin{aligned}
n_1 &= \frac{N}{V} = \frac{P_1}{kT} = \frac{10^5}{4{,}14 \cdot 10^{-21}} = 2{,}4 \cdot 10^{25}\,\mathrm{m}^3 \\
n_2 &= \frac{P_2}{kT} = \frac{10^5}{4{,}14 \cdot 10^{-21}} = 2{,}4 \cdot 10^{22}\,\mathrm{m}^3 \\
n_3 &= \frac{P_3}{kT} = \frac{10^5}{4{,}14 \cdot 10^{-21}} = 2{,}4 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m}^3 \\
n_4 &= \frac{P_4}{kT} = \frac{10^5}{4{,}14 \cdot 10^{-21}} = 2{,}4 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}^3
\end{aligned}
$$

Aufgabe 9

Wir betrachten den Massenfluss q_m:

$$q_m = m \cdot \underbrace{\frac{\partial N}{\partial t}}_{q_n = j_n \cdot A}$$

Wir betrachten den Fluss allerdings unabhängig von der Fläche, deshalb erhalten wir:

$$\begin{aligned} j_m = m \cdot j_N = m \cdot n \cdot j_V &= \frac{m \cdot n \cdot < v >}{4} \\ &= \frac{Mk}{R} \cdot \frac{n \cdot < v >}{4} = \frac{MP}{RT} \cdot \frac{n \cdot < v >}{4} \\ &= \frac{MP}{4 \cdot RT} \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot RT}{M \cdot \pi}} = P \cdot \sqrt{\frac{M}{2 \cdot \pi \cdot RT}} = n \cdot \sqrt{\frac{mkT}{2 \cdot \pi}} \end{aligned}$$

Als Einheit haben wir dann $\left[\frac{kg}{m^2 s}\right]$.

Aufgabe 10

Energie ist zunächst:

$$E = \frac{1}{2} Nm < v^2 >$$

Leistung ist die Ableitung der Energie nach der Zeit:

$$P = \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{2} \dot{N} m < v^2 > = \frac{1}{2} \underbrace{\frac{I}{kT}}_{I_T} m < v^2 > = \frac{I}{kT} \frac{3}{2} \cdot kT = \frac{3}{2} I$$

Wir setzen ein:

$$P = 1{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 0{,}15 \, \mu\mathrm{W}$$

Woher kommen die 100 und die 10E-3???? Klären!!!!

Aufgabe 11

Diese Aufgabe wurde nicht vollständig gelöst, es fehlen die Werte für j_m!

Wir schreiben uns zunächst die Formeln für die einzelnen Größen auf:

$$
\begin{aligned}
j_N &= \frac{n < v >}{4} = \frac{P < v >}{4kT} \\
j_m &= m \cdot j_N = \frac{Mk}{R} j_N = \frac{M}{N_A} j_N \\
j_V &= \sqrt{\frac{RT}{2\pi M}} \\
q_N &= j_N \cdot A
\end{aligned}
$$

	H_2	N_2	H_2O	CO_2
M/g	2	28	18	44
$< v > [m/s]$	1782	476	594	380
j_N	$2{,}15 \cdot 10^{25}$	$5{,}75 \cdot 10^{24}$	$7{,}17 \cdot 10^{24}$	$4{,}59 \cdot 10^{24}$
q_N	$2{,}15 \cdot 10^{19}$	$5{,}75 \cdot 10^{18}$	$7{,}17 \cdot 10^{18}$	$4{,}59 \cdot 10^{18}$
j_V	440	117	146	93

Aufgabe 12

a)

Der Leitwert is allgemein:

$$C = \sqrt{\frac{8RT}{M\pi}} \cdot \frac{A}{4}$$

Bis auf die Molmasse ist alles Konstanten, also können wir schreiben:

$$C_{N_2} = \frac{1}{\sqrt{M_{N_2}}} \cdot a \cdot A$$

Für Wasserstoff gilt dann:

$$C_{H_2} = \frac{1}{\sqrt{M_{H_2}}} \cdot a \cdot A$$

Es ergibt sich dann:

$$C_{H_2} = C_{N_2} \cdot \sqrt{\frac{28}{2}} = 3{,}77\,\mathrm{ml/s}$$

b)

Die Funktion für die Druck ist:

$$P = P_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \text{mit} \qquad \tau = \frac{V}{S_{eff}}$$

Wir bestimmen die jeweiligen τ:

$$\tau_{H_2} = \frac{2}{3{,}77 \cdot 10^{-3}} = 534{,}8\,\mathrm{s}$$
$$\tau_{N_2} = \frac{2}{10^{-3}} = 2000\,\mathrm{s}$$

Daraus ergeben sich die Partialdrücke:

$$P_{H_2} = 10^{-3} \cdot e^{-\frac{1800}{534{,}8}} = 3{,}45 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{mbar}$$
$$P_{N_2} = 10^{-3} \cdot e^{-\frac{1800}{2000}} = 4 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{mbar}$$

Der Gesamtdruck ergibt sich nun aus der Addition der beiden Drücke:

$$P_{ges} = P_{H_2} + P_{N_2} = 4{,}345 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{mbar}$$

Aufgabe 13

a)

$$L = Pa \cdot q_V \qquad \text{mit} \qquad Pa = \text{Außendruck}, q_V = \text{Volumenfluss}$$
$$q_{N_2} = \frac{L}{Pa} = \frac{10^{-10}}{10^5} = 10^{-15}\,\mathrm{m^3/s}$$
$$q_{He} = \sqrt{\frac{28}{4}} \cdot q_{N_2} = 2{,}6 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{m^3/s}$$

b)

$$q_N = n \cdot q_V = \frac{Pq_V}{kT} = \frac{L}{kT} = \frac{10^{-10}}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 2{,}41 \cdot 10^{10}\,\mathrm{Teilchen/s}$$

c)

Wir berechnen die Größe den Wafers:

$$A = \frac{d^2\pi}{4} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot \pi}{4} = 1{,}96 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^2} \tag{3}$$

Wir bestimmen wie viele Teilchen pro m^2 auftreffen:

$$j_N = \frac{2{,}41 \cdot 10^{10}}{1{,}96 \cdot 10^{-3}} = 1{,}22 \cdot 10^9\,\mathrm{Teilchen/m^2s} \tag{4}$$

Nun bestimmen wir die relative Haufigkeit einer Dotierung:

$$\frac{1{,}22 \cdot 10^{6}}{6{,}8 \cdot 10^{14}} = 1{,}8 \cdot 10^{-9} \tag{5}$$

Das heißt, das jedes Milliarste Atom ein Fehlatom ist. Damit ist die Verschmutzung tolerierbar.