

Halbleiter und Nanotechnologie, Übung 1, Prof. Förster

Christoph Hansen

chris@university-material.de

Dieser Text ist unter dieser [Creative Commons](#) Lizenz veröffentlicht.

Ich erhebe keinen Anspruch auf Vollständigkeit oder Richtigkeit. Falls ihr Fehler findet oder etwas fehlt, dann meldet euch bitte über den EMailkontakt.

Inhaltsverzeichnis

Aufgabe 1	2
Aufgabe 2	2
Aufgabe 3	3
Aufgabe 4	3
Aufgabe 5	4
Aufgabe 6	7

Aufgabe 1

a)

$$P_1 V = \nu R T_1$$

$$P_2 V = \nu R T_2$$

Wir setzen ein:

$$T_2 = \frac{P_2 V}{\nu R} = \frac{P_2 T}{P_1} = \frac{P_2}{P_1} \cdot T_1$$

Wenn nun bei T_1 der Druck bekannt ist, dann kann man P_2 messen und die Temperatur T_2 berechnen. P_2 wird gemessen über:

$$P_2 = P_1 + \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h$$

b)

Wir setzen die Werte in SI Einheiten ein:

$$P_2 = 10^5 + 13645 \cdot 9,81 \cdot 0,08 = 1,107 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Die Temperatur ist dann:

$$T_2 = \frac{1,107 \cdot 10^5}{10^5} \cdot 300 = 332 \text{ K}$$

Aufgabe 2

Wir stellen zunächst drei Gleichungen auf, die wir dann ineinander einsetzen können, daraus erhalten wir dann die gewünschte Formel:

$$\text{I)} \quad P_T V = \nu R T = \nu R (273,15 \cdot \theta)$$

$$\text{II)} \quad P_{100} V = \nu R T_{100} = \nu R (273,15 + 100)$$

$$\text{III)} \quad P_0 V = \nu R T_0 = \nu R (273,15)$$

Nun ziehen wir III von II ab:

$$(P_{100} - P_0) V = \nu R \cdot 100$$

$$\Leftrightarrow \nu R = \frac{P_{100} - P_0}{100} \cdot V$$

Wir ziehen nun I von II ab:

$$\begin{aligned} \nu R \theta &= (P_T - P_0) \cdot V \\ \Leftrightarrow \frac{P_{100} - P_0}{100} \cdot V \theta &= (P_T - P_0) \cdot V \\ \Leftrightarrow \theta &= \frac{P_T - P_0}{P_{100} - P_0} \cdot 100 \end{aligned}$$

Aufgabe 3

Wir müssen in beiden Aufgabenteilen einfach nur in die ideale Gasgleichung einsetzen.

a)

$$PV = \nu RT \Leftrightarrow V = \frac{RT}{P} = \frac{8,3145 \cdot 273,15}{1,013 \cdot 10^5} = 22,41$$

b)

$$PV = \nu RT \Leftrightarrow V = \frac{RT}{P} = \frac{8,3145 \cdot 298,15}{1,013 \cdot 10^5} = 24,791$$

Aufgabe 4

Wir nehmen an, das Raumtemperatur 300 K und $1 \text{ atm} = 9,811 \cdot 10^4 \text{ Pa}$:

a)

Wir berechnen zunächst die molare Masse von CO_2 :

$$M(\text{CO}_2) = 12 \text{ g} + 2 \cdot 16 \text{ g} = 44 \text{ g}$$

Damit erhalten wir unser ν :

$$\nu = \frac{100}{44} = 2,27 \text{ mol/l}$$

Nun können wir wieder in die ideale Gasgleichung einsetzen:

$$V = \frac{\nu RT}{P} = \frac{2,27 \cdot 8,134 \cdot 300}{9,811 \cdot 10^4} = 57,81$$

b)

$$P = \frac{\nu RT}{V} = \frac{2,27 \cdot 8,134 \cdot 300}{80 \cdot 10^{-3}} = 7,071 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

Aufgabe 5

a)

Wir lesen die Drücke aus dem Diagramm ab:

$$P_{294} = 64,7 \text{ bar}$$

$$P_{284} = 55,9 \text{ bar}$$

b)

Wir lesen zwei markante Punkte ab und bauen daraus den Graphen:

$$P_{304} = 73,4 \text{ bar}$$

$$P_{274} = 48,2 \text{ bar}$$

Der Graph sollte in etwa linear sein mit der Temperatur auf der x-Achse und einer Steigung von $\frac{\Delta P}{\Delta T} = 0,786 \text{ bar/K}$

c)

Wir müssen uns zunächst klarmachen was ΔV ist. ΔV ist die Volumendifferenz zwischen dem gasigen und dem flüssigen Zustand, also gilt $\Delta V = V_g - V_f$. Nun lösen wir nach der Enthalpie auf:

$$\Delta H = \frac{\partial P}{\partial T} \cdot \Delta V \cdot T$$

Nun bestimmen wir die ΔV bei den angegebenen Temperaturen:

$$\Delta V(274 \text{ K}) = 2,22 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{mol}$$

$$\Delta V(284 \text{ K}) = 1,601 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{mol}$$

$$\Delta V(294 \text{ K}) = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{mol}$$

Nun berechnen wir die Enthalpie:

$$\Delta H_{274 \text{ K}} = 0,786 \cdot 10^5 \cdot 2,22 \cdot 10^{-4} \cdot 274 = 4,78 \cdot 10^3 \text{ J/mol}$$

$$\Delta H_{284 \text{ K}} = 0,786 \cdot 10^5 \cdot 2,22 \cdot 10^{-4} \cdot 284 = 3,57 \cdot 10^3 \text{ J/mol}$$

$$\Delta H_{294 \text{ K}} = 0,786 \cdot 10^5 \cdot 2,22 \cdot 10^{-4} \cdot 294 = 2,31 \cdot 10^3 \text{ J/mol}$$

d)

Mit der Annahme $V_g \gg V_f$ vereinfacht sich die Gleichung aus dem vorigen Aufgabenteil zu:

$$\frac{\partial P}{\partial T} = \frac{\Delta H}{TV_g}$$

Nutze $PV = RT$:

$$\Leftrightarrow \frac{\partial P}{\partial T} = \frac{\Delta H \cdot P}{T^2 R}$$

Teile die Integration auf zwei Seiten auf:

$$\frac{\partial P}{P} = \frac{\Delta H \partial T}{T^2 R}$$

Wir führen folgende Integration aus $\int_{P_1}^{P_2}$ und $\int_{T_1}^{T_2}$ und erhalten:

$$\ln(P_2) - \ln(P_1) = -\frac{\Delta H}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \ln(P)}{\partial \frac{1}{T}} = -\frac{\Delta H}{R}$$

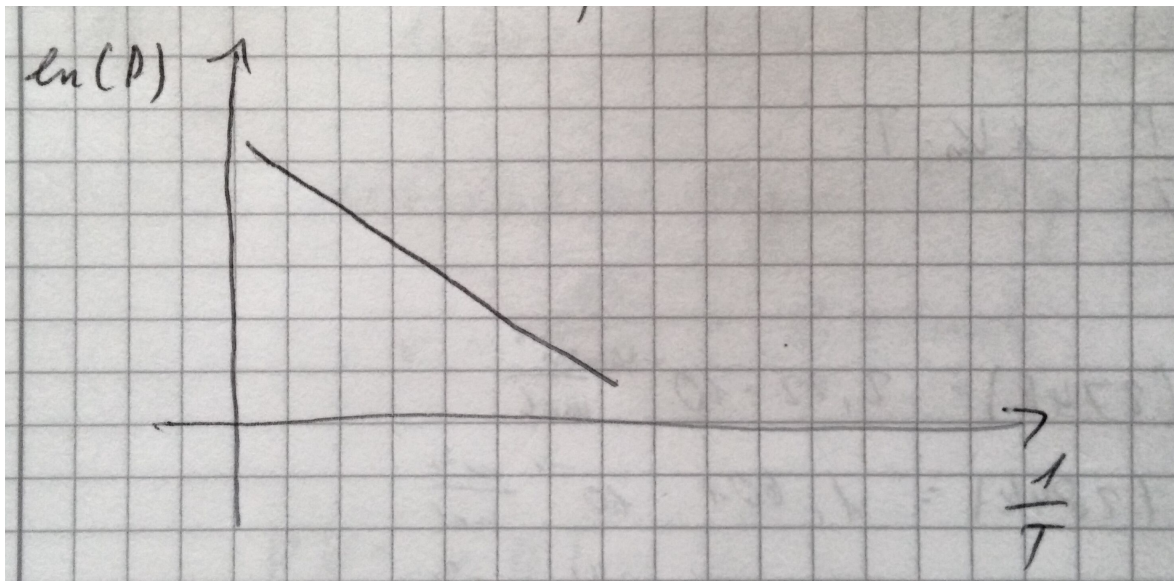


Abbildung 1: $\frac{\Delta \ln(P)}{\Delta \frac{1}{T}} = -\frac{\Delta H}{R}$

e)

Wir bauen uns zuerst eine Tabelle mit ein paar Eckdaten, die wir schon kennen:

T	P_D	$\ln(P_D)$	$\frac{1}{T}$
274	$48,2 \cdot 10^5$	15,39	$3,65 \cdot 10^{-3}$
284	$55,9 \cdot 10^5$	15,54	$3,52 \cdot 10^{-3}$
294	$64,7 \cdot 10^5$	15,68	$3,4 \cdot 10^{-3}$

Man erhält dann diesen Graphen:

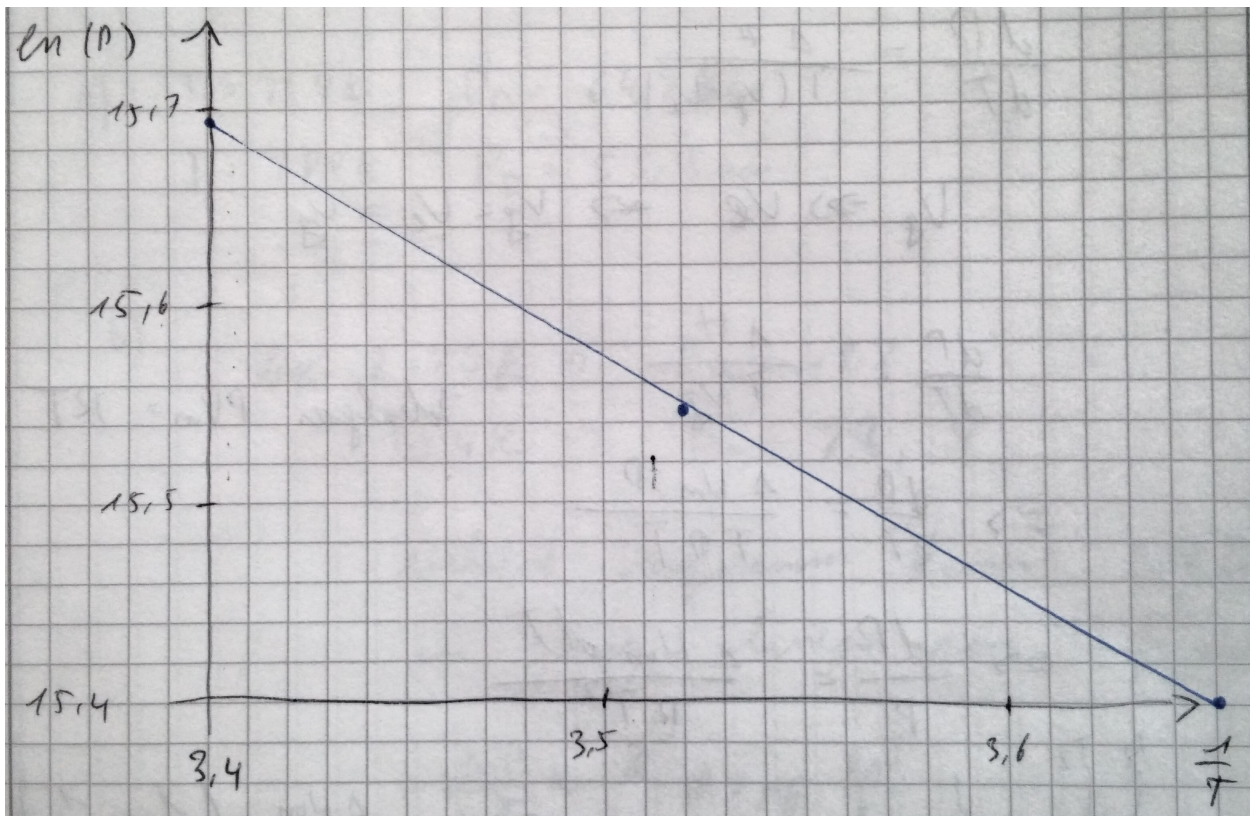


Abbildung 2: $\frac{\Delta \ln(P)}{\Delta \frac{1}{T}} = -1,16 \cdot 10^{-3}$

$$\Delta H = R \cdot 1,16 \cdot 10^3 = 9,64 \text{ kJ/mol} = 219 \text{ kJ/kg}$$

f)

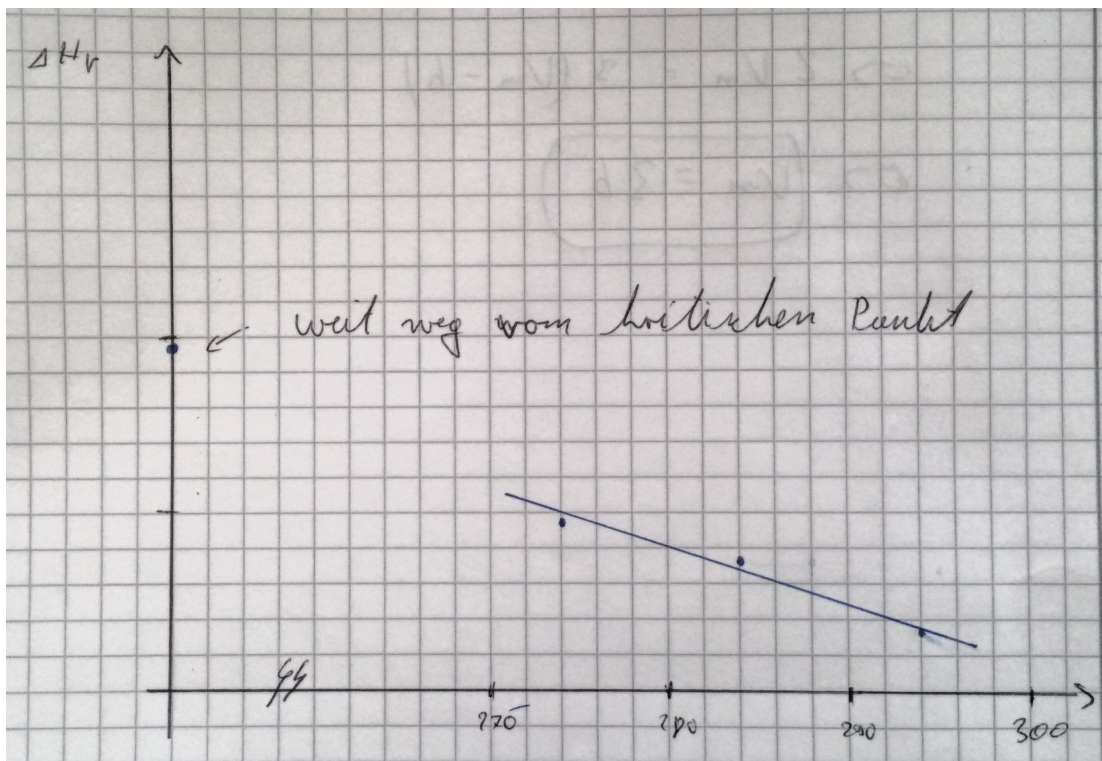


Abbildung 3:

Aufgabe 6

Wir stellen die Gleichung zunächst nach dem Druck um:

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

Weil bei kritischem Volumen ein Sattelpunkt vorliegt, müssen die ersten beiden Ableitungen nach dem Volumen Null sein:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial V} &= 0 & \frac{\partial^2 P}{\partial^2 V} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial V} &= -\frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{V^3} \\ \Leftrightarrow RT \cdot V^2 &= 2a(V-b)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P}{\partial^2 V} &= \frac{2RT}{(V-b)^3} - \frac{6a}{V^4} \\ \Leftrightarrow RT \cdot V^4 &= 3a(V-b)^3 \\ RTV^3 \cdot V &= 3a(V-b)^3 \end{aligned}$$

Wir setzen nun die erste Ableitung in die zweite ein:

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow 2a(V-b)^2 \cdot V &= 3a(V-b)^3 \\ \Leftrightarrow 2V &= 3(V-b) \\ \Leftrightarrow V &= 3b\end{aligned}$$