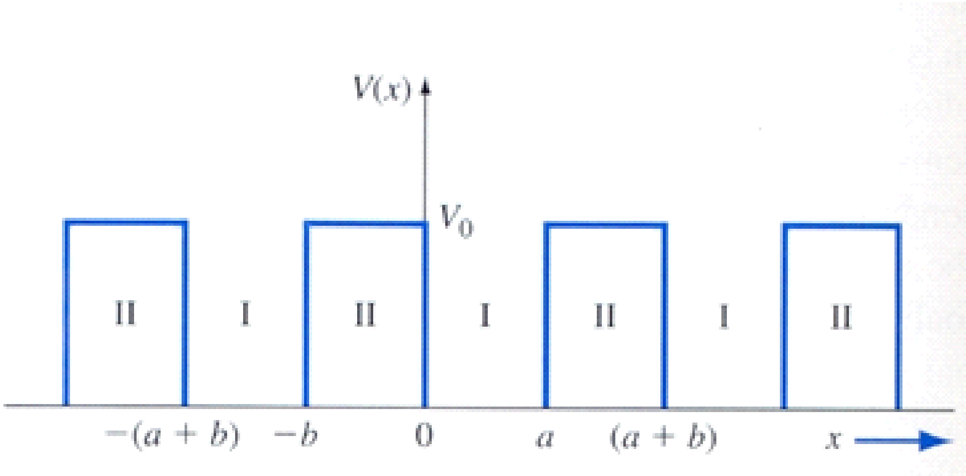
Halbleitertechnik und Nanostrukturen I
Teil Halbleiter und Nanostrukturen WS 2014 Arno Förster Ü 06 / Seite 1/2
Übung 6:
Ue05_HTNS_PT_WS14

1 Das Kronig-Penny Modell eignet sich verbotene Energiebereiche und erlaubte Energiebänder zu verstehen. Wie wird in einem einfachen Modell, ein Festkörper beschrieben?
Zeichnen Sie qualitativ das Kristallpotential und die Kronig-Penney Näherung in ein Diagramm.

2 Wir betrachten ein eindimensionales Kronig-Penney Modell eines Festkörpers. Hier ist das Kristallpotential, in dem sich die Elektronen befinden mit einem Potentialkastenmodell angenähert.



Für ein solches Potential lässt sich die Wellenfunktion, als Lösung der Schrödinger Gleichung, nach Bloch schreiben als:

$\Psi(x,t) = u(x)e^{ikx} \cdot \Phi(t)$ mit der gitterperiodischen Funktion $u(x) = u(x+(a+b))$ bzw. $u(x) = u(x-(a+b))$ und der zeitabhängigen Funktion $\Phi(t) = e^{-i\omega t}$.

a) Betrachten Sie nur den ortsabhängigen Anteil $\Psi(x) = u(x)e^{ikx}$ und stellen Sie die Differentialgleichungen für die Wellenfunktionen u_1(x) und u_2(x) in den Gebieten I und II auf.

Hinweis: Die allgemeine Lösung für eine DGL des Typs:

$$u'' + i2ku' - (k^2 - \alpha^2)u = 0$$

lautet: $u(x) = Ae^{i(\alpha-k)x} + Be^{-i(\alpha+k)x}$

Für die gitterperiodische Funktion gilt auch $u(a) = u(-b)$

b) Geben Sie die Randbedingungen an und stellen Sie die Koeffizientenmatrix auf.

3 Bestimmen Sie, ausgehend von der Zustandsdichte $D(k)dk = \frac{\pi k^2}{\pi^3} dk$ im k-Raum, die Zustandsdichte im Energieraum. Wie lautet also $D(E)dE$?

Hinweis: $E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

Machen Sie eventuelle Idealisierungen deutlich, und versuchen Sie diese zu rechtfertigen!

Übung 6:

4	Bestimmen Sie die Dichte der Zustände im Energiebereich zwischen 0 und 1eV und geben Sie den Wert in cm^{-3} an.
5	Im 3-dimensionalen liegen die Quantenmechanischen Zustände in alle k-Richtungen k_x, k_y k_z um den Betrag $\Delta k = \frac{\pi}{a}$ auseinander. Hieraus ergab sich die Zustandsdichte D(E). Betrachten Sie nun a) ein eindimensionales System und b) ein zweidimensionales System und stellen sie für diese Systeme die Zustandsdichten D(E) auf. Für die Elektronenenergie gilt: $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ Erstellen Sie ein Zkizze und vergleichen Sie die Zustandsdichten im 1-D 2-D und 3-D Fall.
6	a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Elektronen-Energiezustand mit einer Energie von 3kT oberhalb der Fermi-Energie besetzt? b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Löcher-Energiezustand mit einer Energie von 3kT unterhalb der Fermi-Energie besetzt?
7	Die Fermi-Verteilung kann für $E-E_F>>kT$ mit der Boltzmann-Verteilung genähert werden. Nehmen Sie als Kriterium für die Gültigkeit an, dass der Unterschied kleiner als 5% sein soll. Um das Wievielfache von kT muss in diesem Fall die Energie oberhalb Ef liegen?
8	a) Zeichnen Sie in einer einfachen parabolischen Näherung die Bandstruktur für zwei Leitungsbänder E(k) mit unterschiedlichen effektiven Massen. Wo zeichnet man hier die quantisierten Energiezutände ein? b) Zeichen Sie ensprechend zwei Löcherbänder in der E(k)-Darstellung.

Machen Sie eventuelle Idealisierungen deutlich, und versuchen Sie diese zu rechtfertigen!