Halbleiter und Nanotechnologie, Übung 3, Prof. Förster

Christoph Hansen

chris@university-material.de

Ich erhebe keinen Anspruch auf Vollständigkeit oder Richtigkeit. Falls ihr Fehler findet oder etwas fehlt, dann meldet euch bitte über den Emailkontakt.

Inhaltsverzeichnis

Aufgabe 1

a)

Der Strom aus dem Behälter ist:

$$
\begin{aligned}
j_N &= \frac{N}{V} \cdot \frac{< v >}{4} = \frac{\partial N}{\partial t} \cdot \frac{1}{A} \\
\Leftrightarrow N(t + \mathrm{d}t) &= N(t) - j_{N(t)} \cdot A \cdot \mathrm{d}t \\
\Leftrightarrow n(t + \mathrm{d}t) &= n(t) - \frac{j_{N(t)} \cdot A \cdot \mathrm{d}t}{V} \\
\Leftrightarrow \frac{n(t + \mathrm{d}t) - n(t)}{\mathrm{d}t} &= -\frac{j_{N(t)} \cdot A}{V} = \frac{-n(t) \cdot < v > \cdot A}{V \cdot 4} \\
\lim_{\mathrm{d}t \to 0} \quad \frac{\dot{n}}{n} &= \frac{< v > \cdot A}{4V} := \frac{1}{\tau}
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow n(t) = n_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Wir rechnen ein Beispiel mit N_2 Gas bei $T = 300\,\mathrm{K}$ und $P = 1\,\mathrm{mbar}$, dabei ist $< v >= 426\,\mathrm{m/s}$.

$$\tau = \frac{4 \cdot 1}{426 \cdot \frac{(10^{-3})^2 \pi}{4}} = 1{,}2 \cdot 10^4\,\mathrm{s}$$

Dieses τ nutzen wir jetzt für die Bestimmung des $50\,\%$ Wertes:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2} n_0 &= n_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \\
\Leftrightarrow t &= -\tau \ln\left(\frac{1}{2}\right) = 8{,}3 \cdot 10^3\,\mathrm{s}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 2

a)

Wir berechnen zunächst den Clausing Faktor:

$$K'' = \frac{15 \cdot \frac{1}{0{,}05} + 12 \cdot \left(\frac{1}{0{,}05}\right)^2}{20 + 38 \cdot \frac{1}{0{,}05} + 12 \cdot \left(\frac{1}{0{,}05}\right)^2} = 0{,}91$$

Der Leitwert ist dann:

$$C = 0{,}91 \cdot 1{,}2 \cdot \sqrt{\frac{300}{28 \cdot 10^{-3}}} \cdot \frac{\left(50 \cdot 10^{-3}\right)^2}{1} = 0{,}0142\,\mathrm{m^3/s}$$

Die andere Teilaufgaben gehen genauso, deshalb spare ich mir die!

Aufgabe 3

a)

Wir berechnen die Leitwerte wie in Aufgabe 2)

$$\begin{aligned} C_1 &= 14\,\mathrm{l/s} \\ C_2 &= 2{,}7\,\mathrm{l/s} \\ C_3 &= 30\,\mathrm{l/s} \\ C_4 &= 1177\,\mathrm{l/s} \end{aligned}$$

Der Gesamtleitwert ist dann:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} = 0{,}476\,\mathrm{s/l} \\ C_{ges} &= 2{,}1\,\mathrm{l/s} \end{aligned}$$

b)

Bei einer Parallelschaltung addieren sich die Leitwerte:

$$C_{ges} = \sum_1^4 C_i = 1224\,\mathrm{l/s}$$

c)

Der effektive Saugvermögen ist:

$$\begin{aligned} \frac{1}{S_{eff}} &= \frac{1}{C_{ges}} + \frac{1}{1000} = 0{,}477 s/l \\ S_{eff} &= \frac{1}{0{,}477} = 2{,}1\,\mathrm{l/s} \end{aligned}$$

Aufgabe 4

Allgemein ist der Gasstrom durch eine Öffnung:

$$q_v = 1{,}15 \cdot \sqrt{\frac{T}{M}} \cdot A$$

Wir rechnen mit Stickstoff:

$$
\begin{aligned}
&= 1{,}15 \cdot \sqrt{\frac{300}{28 \cdot 10^{-3}}} \cdot A = 119 \cdot A \\
\Leftrightarrow A &= \frac{q_v \cdot 10^{-3} \cdot 10^4}{119} \qquad q_v \text{ in l/s und } A \text{ in cm}^2 \\
&= 8{,}4 \cdot 10^{-2} \cdot q_v
\end{aligned}
$$

Damit ergeben sich die folgenden Flächen:

$$
\begin{aligned}
A_1 &= 8{,}4\,\mathrm{cm}^2 \qquad d = 3{,}3\,\mathrm{cm} \\
A_2 &= 33{,}6\,\mathrm{cm}^2 \qquad d = 6{,}5\,\mathrm{cm} \\
A_3 &= 84\,\mathrm{cm}^2 \qquad d = 10{,}3\,\mathrm{cm} \\
A_4 &= 168\,\mathrm{cm}^2 \qquad d = 14{,}6\,\mathrm{cm}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 5

a)

Wir rechnen zunächst die Torr in Pascal um:

$$P = \frac{5 \cdot 10^{-11}}{1{,}33} = 6{,}65 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{mbar}$$

Der Gas Druckstrom berechnet sich dann über:

$$I = P \cdot S = 6{,}65 \cdot 10^{-11} \cdot 1000 = 6{,}65 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{Pa\,m^3/s}$$

b)

$$q_N = \frac{I}{kT} = \frac{6{,}65 \cdot 10^{-9}}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 1{,}57 \cdot 10^{12}\,1/\mathrm{s}$$

c)

Die Leckrate entspricht dem Gasstrom aus a)

d)

In einem $P(t)$ ist die Steigung einfach:

$$\frac{I}{V_{rez}} = \frac{6{,}65 \cdot 10^{-9}}{0{,}5} = 1{,}38 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{Pa/s}$$

Bei Teilchen erhalten wir folgendes:

$$\frac{PV}{kT} = \frac{I}{kT} = 1{,}57 \cdot 10^{12}\,1/\mathrm{s}$$

Daraus erhalten wir:

$$P = P_0 + 1{,}38 \cdot 10^{-8} \cdot t$$
$$N(t) = N_0 + 1{,}57 \cdot 10^{12} \cdot t$$

f)

Man klemmt die Pumpe luftdicht ab und erstellt ein $P - t$ Diagramm, indem man eine Gerade mit der Steigung $\frac{I}{V_{rez}}$. Die Leckrate ist dann L = Steigung − V_{rez}

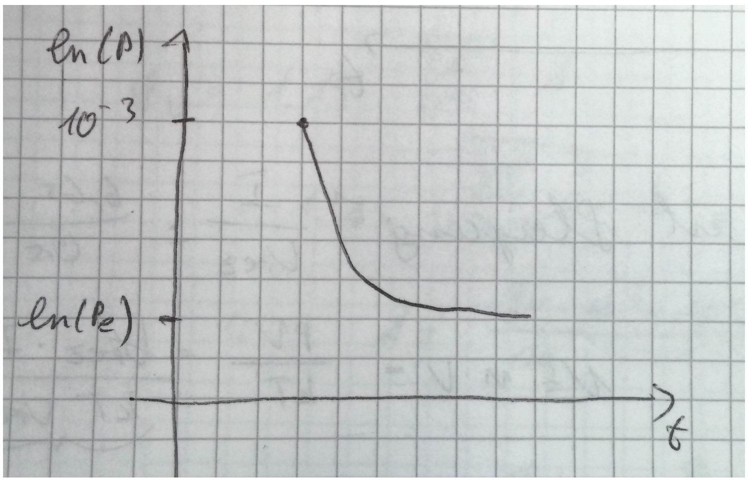
g)

Wir haben also einen ungefähren Druckunterschied von $\approx\ 10^{-6}\,\mathrm{mbar}$. Diese müssen wir einfach duch unsere Leckrate teilen:

$$\Delta t = \frac{\Delta P}{L} = \frac{10^{-6}}{1{,}38 \cdot 10^{-8}} = 72{,}4\,\mathrm{s}$$

Aufgabe 6

a)



Das zeitliche verhalten sähe in einer Formel so aus:

$$P(t) = P_E + (P_0 - P_E) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

τ ist in diesem Fall:

$$\tau = \frac{V_{rez}}{S_{eff}} = \frac{1}{1} = 1\,\mathrm{s}$$

Damit gilt:

$$P(t) = P_E + (10^{-3} - P_E) \cdot e^{-\frac{t}{1}}$$

b)

Für den Enddruck gilt das Gleichgewicht zwischen Leckrate und Abpumprate:

$$P_a \cdot C_{Leck} = P_E \cdot S_{Pumpe}$$

Unsere Leckrate ist dabei:

$$C_{Leck} = 117{,}6 \cdot A = 117{,}6 \cdot \frac{\left(10^{-6}\right)^2 \cdot \pi}{4} = 9{,}2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{l/s}$$

Wir formen nach P_E um:

$$P_E = \frac{P_A \cdot C_{Leck}}{S_{Pumpe}} = \frac{1000 \cdot 9{,}2 \cdot 10^{-8}}{1000} = 9{,}2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{mbar}$$

c)

$$9{,}2 \cdot 10^{-8} \cdot 1000 = 9{,}2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{mbar\ l/s} \qquad \textit{Warum????}$$

Die anderen Leckraten ergeben sich darüber:

$$C_{H_2} = C_{N_2} \cdot \sqrt{\frac{28}{2}} = 9{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 3{,}2 = 3{,}44 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{mbar\ l/s}$$
$$C_{H_2} = C_{N_2} \cdot \sqrt{\frac{28}{2}} = 3{,}44 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{mbar\ l/s}$$
$$C_{O_2} = C_{N_2} \cdot \sqrt{\frac{28}{32}} = 8{,}6 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{mbar\ l/s}$$
$$C_{He} = C_{N_2} \cdot \sqrt{\frac{28}{4}} = 2{,}4 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{mbar\ l/s}$$

d)

Wir nehmen vereinfacht an:

$$\begin{aligned}
P &\sim P_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \\
\Leftrightarrow -\frac{t}{\tau} &= \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) \\
\Leftrightarrow t &= -\tau \cdot \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = 1 \cdot \ln\left(10^{-3}\right) = 6{,}9\,\mathrm{s}
\end{aligned}$$

Aufgabe 7

Die mittlere freie Weglänge von N_2 können wir so bestimmen:

$$\Lambda_{N_2} = \frac{1}{\pi\sqrt{2}d^2 n} = \frac{kT}{\pi\sqrt{2}d^2 P} = 97\,\mu\mathrm{m}$$

Bei TMG müssen wir zunächst das Volumen und darüber den Durchmesser errechnen:

$$\rho = \frac{m}{V_0} = \frac{\frac{M}{L_A}}{V_0} \qquad V_0 = \text{Volumen des Moleküls} \qquad L_A = \text{Avogadrozahl}$$

$$V_0 = \frac{M}{L_A \cdot rho} = \frac{114{,}82}{6{,}022 \cdot 10^{22} \cdot 1{,}159} = 1{,}66 \cdot 10^{-22}\,\mathrm{ml} = 1{,}66 \cdot 10^{-28}\,\mathrm{m}^3$$

Nun können wir den Durchmesser berechnen:

$$V_0 = \frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow r_0 = 3{,}4 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m} \Rightarrow d = 6{,}8 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}$$

Wir setzen in die Formel ein, die wir auch schon beim ersten Stoff verwendet haben:

$$\Lambda_{TMG} = \frac{3{,}1 \cdot 10^{-24} \cdot 300}{100 \cdot (6{,}8 \cdot 10^{-10})^2} = 20\,\mu\mathrm{m}$$

Bei AsT_3 können wir auch einfach einsetzen:

$$\Lambda_{AsT_3} = \frac{3{,}1 \cdot 10^{-24} \cdot 300}{100 \cdot (2 \cdot 185 \cdot 10^{-12})^2} = 68\,\mu\mathrm{m}$$

Aufgabe 8

a)

Wir berechnen zunächst λ, das wir dann in die Knudsengleichung einsetzen:

$$\lambda = \frac{68\,\mu\mathrm{m}}{2\,\mathrm{mbar}} = 34\,\mu\mathrm{m/mbar}$$

Nun können wir einsetzen:

$$K = \frac{\lambda}{D} = \frac{34 \cdot 10^{-6}}{35 \cdot 10^{-3}} \approx 10^{-3} < 0{,}2$$

Damit liegt eine laminare Strömung vor. Die nachfolgenden Aufgabenteile folgen dem selben Prinzip.

b)

$$\lambda = \frac{115\,\mu\mathrm{m}}{2\,\mathrm{mbar}} = 57{,}5\,\mu\mathrm{m/mbar}$$

Nun können wir einsetzen:

$$K = \frac{\lambda}{D} = \frac{57{,}5 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-3}} = 9{,}5 \cdot 10^{-2} < 0{,}2$$

Das noch grade so eine laminare Strömung.

c)

$$\lambda = \frac{68\,\mu\mathrm{m}}{10^{-6}\,\mathrm{mbar}} = 68\,\mathrm{m/mbar}$$

Nun können wir einsetzen:

$$K = \frac{\lambda}{D} = \frac{68}{0{,}05} = 68 \cdot 10^{-3} > 0{,}5$$

Das ist eine molekulare Strömung.

d)

$$\lambda = \frac{68\,\mu\mathrm{m}}{10^{-3}\,\mathrm{mbar}} = 68 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m/mbar}$$

Nun können wir einsetzen:

$$K = \frac{\lambda}{D} = \frac{68 \cdot 10^{-3}}{35 \cdot 10^{-3}} = 1{,}9 > 0{,}5$$

Das ist eine molekulare Strömung.

Aufgabe 9

Diese Aufgabe geht im Prinzip wie die Aufgabe 8, nur das es jetzt um den Durchmesser geht:

$$\lambda = \frac{68\,\mu\mathrm{m}}{10^{-3}\,\mathrm{mbar}} = 68 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m/mbar}$$
$$K < \frac{\lambda}{D} \Leftrightarrow D < \frac{\lambda}{K} = \frac{68 \cdot 10^{-3}}{0{,}5} = 0{,}169\,\mathrm{m}$$

Aufgabe 10

a)

Wir bestimmen zunächst wiederum λ:

$$\lambda = \frac{68\,\mu\mathrm{m}}{1000]mbar} = 68 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m/mbar}$$

Wir gehen davon aus, das wir mit $< v >= 470\,\mathrm{m/s}$ rechnen können:

$$D = \frac{68 \cdot 10^{-9} \cdot 470}{3} = 1{,}06 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s}$$

Für die Diffusionslänge setzen wir nun an:

$$L \sim 3 \cdot \sqrt{D \cdot t} = 3 \cdot \sqrt{1{,}06 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 60} = 0{,}169\,\mathrm{m}$$

b)

$$v_D = \frac{L}{t} = \frac{0{,}169}{300} = 4{,}6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m/s}$$