

Halbleiter und Nanotechnologie, Übung 3, Prof. Förster

Christoph Hansen

chris@university-material.de

Dieser Text ist unter dieser [Creative Commons](#) Lizenz veröffentlicht.

Ich erhebe keinen Anspruch auf Vollständigkeit oder Richtigkeit. Falls ihr Fehler findet oder etwas fehlt, dann meldet euch bitte über den Emailkontakt.

Inhaltsverzeichnis

Aufgabe 1	2
Aufgabe 2	2
Aufgabe 3	3
Aufgabe 4	3
Aufgabe 5	4
Aufgabe 6	5
Aufgabe 7	7
Aufgabe 8	7
Aufgabe 9	9
Aufgabe 10	9

Aufgabe 1

a)

Der Strom aus dem Behälter ist:

$$\begin{aligned}
 j_N &= \frac{N}{V} \cdot \frac{\langle v \rangle}{4} = \frac{\partial N}{\partial t} \cdot \frac{1}{A} \\
 \Leftrightarrow N(t + dt) &= N(t) - j_{N(t)} \cdot A \cdot dt \\
 \Leftrightarrow n(t + dt) &= n(t) - \frac{j_{N(t)} \cdot A \cdot dt}{V} \\
 \Leftrightarrow \frac{n(t + dt) - n(t)}{dt} &= -\frac{j_{N(t)} \cdot A}{V} = \frac{-n(t) \cdot \langle v \rangle \cdot A}{V \cdot 4} \\
 \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\dot{n}}{n} &= \frac{\langle v \rangle \cdot A}{4V} := \frac{1}{\tau} \\
 \Rightarrow n(t) &= n_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}
 \end{aligned}$$

Wir rechnen ein Beispiel mit N_2 Gas bei $T = 300$ K und $P = 1$ mbar, dabei ist $\langle v \rangle = 426$ m/s.

$$\tau = \frac{4 \cdot 1}{426 \cdot \frac{(10^{-3})^2 \pi}{4}} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ s}$$

Dieses τ nutzen wir jetzt für die Bestimmung des 50 % Wertes:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} n_0 &= n_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \\
 \Leftrightarrow t &= -\tau \ln\left(\frac{1}{2}\right) = 8,3 \cdot 10^3 \text{ s}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 2

a)

Wir berechnen zunächst den Clausing Faktor:

$$K'' = \frac{15 \cdot \frac{1}{0,05} + 12 \cdot \left(\frac{1}{0,05}\right)^2}{20 + 38 \cdot \frac{1}{0,05} + 12 \cdot \left(\frac{1}{0,05}\right)^2} = 0,91$$

Der Leitwert ist dann:

$$C = 0,91 \cdot 1,2 \cdot \sqrt{\frac{300}{28 \cdot 10^{-3}}} \cdot \frac{(50 \cdot 10^{-3})^2}{1} = 0,0142 \text{ m}^3/\text{s}$$

Die andere Teilaufgaben gehen genauso, deshalb spare ich mir die!

Aufgabe 3

a)

Wir berechnen die Leitwerte wie in Aufgabe 2)

$$C_1 = 141/\text{s}$$

$$C_2 = 2,71/\text{s}$$

$$C_3 = 301/\text{s}$$

$$C_4 = 11771/\text{s}$$

Der Gesamtleitwert ist dann:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} = 0,476 \text{ s/l}$$
$$C_{ges} = 2,11/\text{s}$$

b)

Bei einer Parallelschaltung addieren sich die Leitwerte:

$$C_{ges} = \sum_1^4 C_i = 12241/\text{s}$$

c)

Der effektive Saugvermögen ist:

$$\frac{1}{S_{eff}} = \frac{1}{C_{ges}} + \frac{1}{1000} = 0,477 \text{ s/l}$$
$$S_{eff} = \frac{1}{0,477} = 2,11/\text{s}$$

Aufgabe 4

Allgemein ist der Gasstrom durch eine Öffnung:

$$q_v = 1,15 \cdot \sqrt{\frac{T}{M}} \cdot A$$

Wir rechnen mit Stickstoff:

$$\begin{aligned}
 &= 1,15 \cdot \sqrt{\frac{300}{28 \cdot 10^{-3}}} \cdot A = 119 \cdot A \\
 \Leftrightarrow A &= \frac{q_v \cdot 10^{-3} \cdot 10^4}{119} \quad q_v \text{ in l/s und } A \text{ in cm}^2 \\
 &= 8,4 \cdot 10^{-2} \cdot q_v
 \end{aligned}$$

Damit ergeben sich die folgenden Flächen:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 8,4 \text{ cm}^2 & d &= 3,3 \text{ cm} \\
 A_2 &= 33,6 \text{ cm}^2 & d &= 6,5 \text{ cm} \\
 A_3 &= 84 \text{ cm}^2 & d &= 10,3 \text{ cm} \\
 A_4 &= 168 \text{ cm}^2 & d &= 14,6 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 5

a)

Wir rechnen zunächst die Torr in Pascal um:

$$P = \frac{5 \cdot 10^{-11}}{1,33} = 6,65 \cdot 10^{-11} \text{ mbar}$$

Der Gas Druckstrom berechnet sich dann über:

$$I = P \cdot S = 6,65 \cdot 10^{-11} \cdot 1000 = 6,65 \cdot 10^{-9} \text{ Pa m}^3/\text{s}$$

b)

$$q_N = \frac{I}{kT} = \frac{6,65 \cdot 10^{-9}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 1,57 \cdot 10^{12} \text{ 1/s}$$

c)

Die Leckrate entspricht dem Gasstrom aus a)

d)

In einem $P(t)$ ist die Steigung einfach:

$$\frac{I}{V_{rez}} = \frac{6,65 \cdot 10^{-9}}{0,5} = 1,38 \cdot 10^{-8} \text{ Pa/s}$$

Bei Teilchen erhalten wir folgendes:

$$\frac{PV}{kT} = \frac{I}{kT} = 1,57 \cdot 10^{12} \text{ 1/s}$$

Daraus erhalten wir:

$$P = P_0 + 1,38 \cdot 10^{-8} \cdot t$$

$$N(t) = N_0 + 1,57 \cdot 10^{12} \cdot t$$

f)

Man klemmt die Pumpe luftdicht ab und erstellt ein $P-t$ Diagramm, indem man eine Gerade mit der Steigung $\frac{I}{V_{rez}}$. Die Leckrate ist dann $L = \text{Steigung} - V_{rez}$

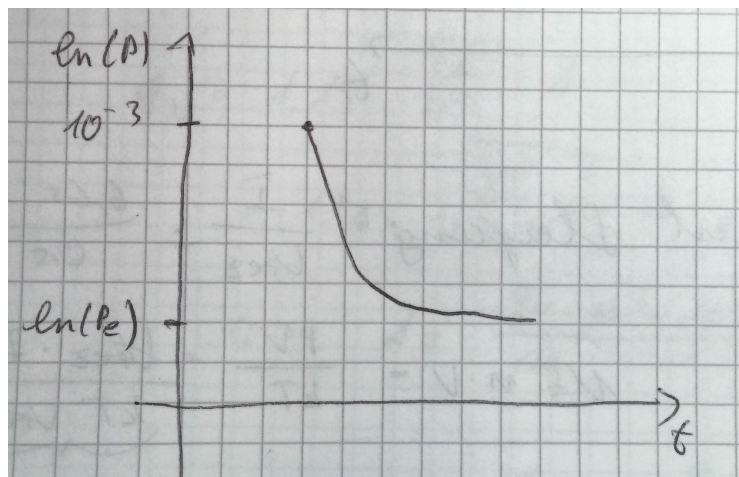
g)

Wir haben also einen ungefähren Druckunterschied von $\approx 10^{-6}$ mbar. Diese müssen wir einfach durch unsere Leckrate teilen:

$$\Delta t = \frac{\Delta P}{L} = \frac{10^{-6}}{1,38 \cdot 10^{-8}} = 72,4 \text{ s}$$

Aufgabe 6

a)



Das zeitliche Verhalten sähe in einer Formel so aus:

$$P(t) = P_E + (P_0 - P_E) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

τ ist in diesem Fall:

$$\tau = \frac{V_{rez.}}{S_{eff}} = \frac{1}{1} = 1 \text{ s}$$

Damit gilt:

$$P(t) = P_E + (10^{-3} - P_E) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

b)

Für den Enddruck gilt das Gleichgewicht zwischen Leckrate und Abpumprate:

$$P_a \cdot C_{Leck} = P_E \cdot S_{Pumpe}$$

Unsere Leckrate ist dabei:

$$C_{Leck} = 117,6 \cdot A = 117,6 \cdot \frac{(10^{-6})^2 \cdot \pi}{4} = 9,2 \cdot 10^{-8} \text{ l/s}$$

Wir formen nach P_E um:

$$P_E = \frac{P_A \cdot C_{Leck}}{S_{Pumpe}} = \frac{1000 \cdot 9,2 \cdot 10^{-8}}{1000} = 9,2 \cdot 10^{-8} \text{ mbar}$$

c)

$$9,2 \cdot 10^{-8} \cdot 1000 = 9,2 \cdot 10^{-5} \text{ mbar l/s} \quad \text{Warum????}$$

Die anderen Leckraten ergeben sich darüber:

$$C_{H_2} = C_{N_2} \cdot \sqrt{\frac{28}{2}} = 9,2 \cdot 10^{-5} \cdot 3,2 = 3,44 \cdot 10^{-4} \text{ mbar l/s}$$

$$C_{H_2} = C_{N_2} \cdot \sqrt{\frac{28}{2}} = 3,44 \cdot 10^{-4} \text{ mbar l/s}$$

$$C_{O_2} = C_{N_2} \cdot \sqrt{\frac{28}{32}} = 8,6 \cdot 10^{-5} \text{ mbar l/s}$$

$$C_{He} = C_{N_2} \cdot \sqrt{\frac{28}{4}} = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ mbar l/s}$$

d)

Wir nehmen vereinfacht an:

$$\begin{aligned}
 P &\sim P_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \\
 \Leftrightarrow -\frac{t}{\tau} &= \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) \\
 \Leftrightarrow t &= -\tau \cdot \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = 1 \cdot \ln(10^{-3}) = 6,9 \text{ s}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 7

Die mittlere freie Weglänge von N_2 können wir so bestimmen:

$$\Lambda_{N_2} = \frac{1}{\pi \sqrt{2} d^2 n} = \frac{kT}{\pi \sqrt{2} d^2 P} = 97 \mu\text{m}$$

Bei TMG müssen wir zunächst das Volumen und darüber den Durchmesser errechnen:

$$\begin{aligned}
 \rho &= \frac{m}{V_0} = \frac{\frac{M}{L_A}}{V_0} & V_0 &= \text{Volumen des Moleküls} & L_A &= \text{Avogadrozahl} \\
 V_0 &= \frac{M}{L_A \cdot \rho} = \frac{114,82}{6,022 \cdot 10^{22} \cdot 1,159} = 1,66 \cdot 10^{-22} \text{ ml} = 1,66 \cdot 10^{-28} \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

Nun können wir den Durchmesser berechnen:

$$V_0 = \frac{4}{3} \pi r^3 \Leftrightarrow r_0 = 3,4 \cdot 10^{-10} \text{ m} \Rightarrow d = 6,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Wir setzen in die Formel ein, die wir auch schon beim ersten Stoff verwendet haben:

$$\Lambda_{TMG} = \frac{3,1 \cdot 10^{-24} \cdot 300}{100 \cdot (6,8 \cdot 10^{-10})^2} = 20 \mu\text{m}$$

Bei AsT_3 können wir auch einfach einsetzen:

$$\Lambda_{AsT_3} = \frac{3,1 \cdot 10^{-24} \cdot 300}{100 \cdot (2 \cdot 185 \cdot 10^{-12})^2} = 68 \mu\text{m}$$

Aufgabe 8

a)

Wir berechnen zunächst λ , das wir dann in die Knudsen-Gleichung einsetzen:

$$\lambda = \frac{68 \mu\text{m}}{2 \text{ mbar}} = 34 \mu\text{m/mbar}$$

Nun können wir einsetzen:

$$K = \frac{\lambda}{D} = \frac{34 \cdot 10^{-6}}{35 \cdot 10^{-3}} \approx 10^{-3} < 0,2$$

Damit liegt eine laminare Strömung vor. Die nachfolgenden Aufgabenteile folgen dem selben Prinzip.

b)

$$\lambda = \frac{115 \mu\text{m}}{2 \text{ mbar}} = 57,5 \mu\text{m/mbar}$$

Nun können wir einsetzen:

$$K = \frac{\lambda}{D} = \frac{57,5 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-3}} = 9,5 \cdot 10^{-2} < 0,2$$

Das noch grade so eine laminare Strömung.

c)

$$\lambda = \frac{68 \mu\text{m}}{10^{-6} \text{ mbar}} = 68 \text{ m/mbar}$$

Nun können wir einsetzen:

$$K = \frac{\lambda}{D} = \frac{68}{0,05} = 68 \cdot 10^{-3} > 0,5$$

Das ist eine molekulare Strömung.

d)

$$\lambda = \frac{68 \mu\text{m}}{10^{-3} \text{ mbar}} = 68 \cdot 10^{-3} \text{ m/mbar}$$

Nun können wir einsetzen:

$$K = \frac{\lambda}{D} = \frac{68 \cdot 10^{-3}}{35 \cdot 10^{-3}} = 1,9 > 0,5$$

Das ist eine molekulare Strömung.

Aufgabe 9

Diese Aufgabe geht im Prinzip wie die Aufgabe 8, nur das es jetzt um den Durchmesser geht:

$$\lambda = \frac{68 \mu\text{m}}{10^{-3} \text{ mbar}} = 68 \cdot 10^{-3} \text{ m/mbar}$$

$$K < \frac{\lambda}{D} \Leftrightarrow D < \frac{\lambda}{K} = \frac{68 \cdot 10^{-3}}{0,5} = 0,169 \text{ m}$$

Aufgabe 10

a)

Wir bestimmen zunächst wiederum λ :

$$\lambda = \frac{68 \mu\text{m}}{1000 \text{ mbar}} = 68 \cdot 10^{-9} \text{ m/mbar}$$

Wir gehen davon aus, das wir mit $\langle v \rangle = 470 \text{ m/s}$ rechnen können:

$$D = \frac{68 \cdot 10^{-9} \cdot 470}{3} = 1,06 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

Für die Diffusionslänge setzen wir nun an:

$$L \sim 3 \cdot \sqrt{D \cdot t} = 3 \cdot \sqrt{1,06 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 60} = 0,169 \text{ m}$$

b)

$$v_D = \frac{L}{t} = \frac{0,169}{300} = 4,6 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$