

## Römereturm Version 1.4.2

Stefan Bürgel    Andreas Jendrzejy  
Christoph Hansen  
chris@university-material.de

Ich erhebe keinen Anspruch auf Vollständigkeit oder Richtigkeit. Falls ihr Fehler findet oder etwas fehlt, dann meldet euch bitte über den Emailkontakt.

Inhaltsverzeichnis	
<b>1 Festigkeitslehre</b>	<b>2 Achsen und Wellen</b>
1.1 Spannungen . . . . .	2.1 Auslegung von Achsen . . . . .
1.2 Widerstandsmomente . . . . .	2.2 Auslegung von Wellen . . . . .
1.3 Mohr'scher Spannungskreis	<b>3 Federn</b>
1.4 Vergleichsspannungshypothesen . . . . .	3.1 Grundlagen . . . . .
1.5 Dauerfestigkeit . . . . .	3.2 Blattfedern . . . . .
	3.3 Drehfedern (Biegefedern)
	3.4 Drehstabfedern . . . . .

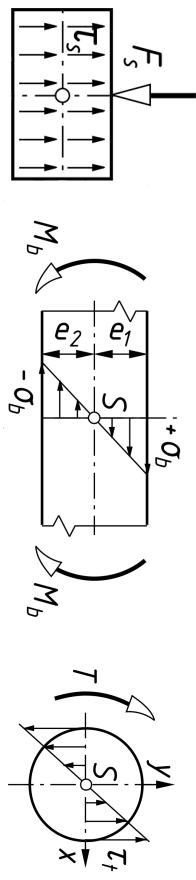
# 1 Festigkeitslehre

## 1.1 Spannungen

Umrechnung zwischen  
Schubmodul  $G$  und  
Elastizitätsmodul  $E$

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (1)$$

Für Stähle gilt  $\mu = 0,33$



Scherspannungen

Biegespannungen

Torsionsspannungen

### Biegespannungen

$$\sigma_B = \frac{M_B}{W_{\text{ax}}} \quad (2)$$

### Torsionsspannungen

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} \quad (3)$$

Für Kreis- und Rohrgeometrien ist  $W_t = W_p$

### Scherspannungen

$$\tau_A = \frac{F_A}{A} \quad (4)$$

## 8 Sonstiges

<b>Reibung an Kreisringen</b>	$M_R = F_S \cdot r_m \cdot \mu$ (146)
	$r_m = \frac{D_a + D_1}{4}$ (147)
	Das Reibmoment $M_R$ entspricht einem Drehmoment, dass entsteht wenn ein Kreisring auf einer Oberfläche gedreht wird. Es wirkt der eigentlichen Drehbewegung entgegen.

<b>Pressung auf nicht ebene Flächen</b>	$P = \frac{F}{A_{\text{proj}}}$ (148)
	Wenn ein Element an $n$ Stellen gleichzeitig angescherzt wird, spricht man von einer $n$ -schnittigen Verbindung:

$$\tau_A = \frac{F}{A \cdot n} \quad (149)$$

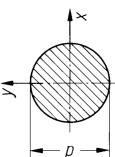
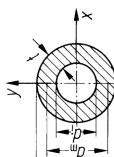
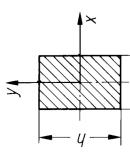
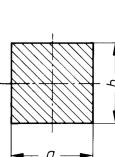
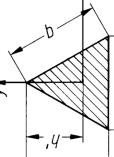
Wenn ein Seil eine Achse mit dem Winkel  $\alpha$  umschlingt, gilt für die Reibung:

$$\frac{S_1}{S_2} = e^{\mu \cdot \alpha} \quad (150)$$

**Schreibung (Eytelwein'sche Reibung)**

$$S = \frac{F}{F_{\text{zul}}} \quad (151)$$

<b>Sicherheitsbeiwert</b>	$S = \frac{F}{F_{\text{zul}}}$ (151)

Geometrie	$I$	$W$
	$I_{ax} = \frac{\pi d^4}{64}$ $I_p = \frac{\pi d^4}{32}$	$W_{ax} = \frac{\pi d^3}{32}$ $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$
	$I_{ax} = \frac{\pi(d_a^4 - d_i^4)}{64}$ $I_p = \frac{\pi(d_a^4 - d_i^4)}{32}$	$W_{ax} = \frac{\pi(d_a^4 - d_i^4)}{32 \cdot d_a}$ $W_p = \frac{\pi(d_a^4 - d_i^4)}{16 \cdot d_a}$
	$I_x = \frac{bh^3}{12}$ $I_y = \frac{b^3h}{12}$	$W_x = \frac{bh^2}{6}$ $W_y = \frac{b^2h}{6}$
	$I_{ax} = \frac{b^4}{12}$	$W_{ax} = \frac{b^3}{6}$
	$I_x = \frac{bh^3}{36}$ $I_y = \frac{b^3h}{48}$	$W_x = \frac{bh^2}{24}$ $W_y = \frac{b^2h}{24}$

### 1.3 Mohr'scher Spannungskreis

$$M = 2 \cdot F_S \cdot \frac{a + k}{b} \cdot \mu \cdot D_F \quad (138)$$

$$P = \frac{F_{N3}}{l \cdot D_F} \quad (139)$$

In der Verbindung treten folgende Kräfte auf:

$$F_{N1,2} = S \cdot \frac{a + k}{b} \quad (140)$$

$$F_{N3} \approx 2 \cdot F_{N1,2} \quad (141)$$

#### geschlitzte Klemmverbindung

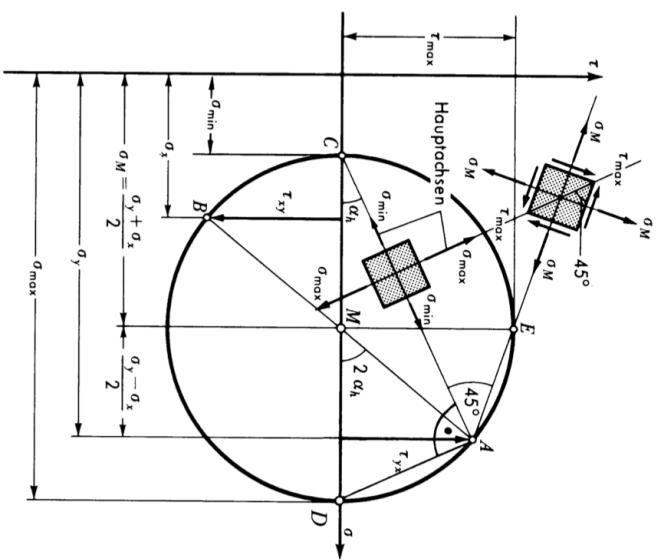
Für die Konstanten  $a, b, k$  gelten folgende Näherungen:

$$a \approx 0,5 \cdot D_B + 0,5 \cdot D_F + c \quad (142)$$

$$c \approx 0,1 \cdot D_F \quad (143)$$

$$b \approx \frac{H + D_F}{4} \quad (144)$$

$$k \approx 0,1 \cdot D_F \quad (k \approx 0,05 \cdot D_F \dots 0,2 \cdot D_F) \quad (145)$$

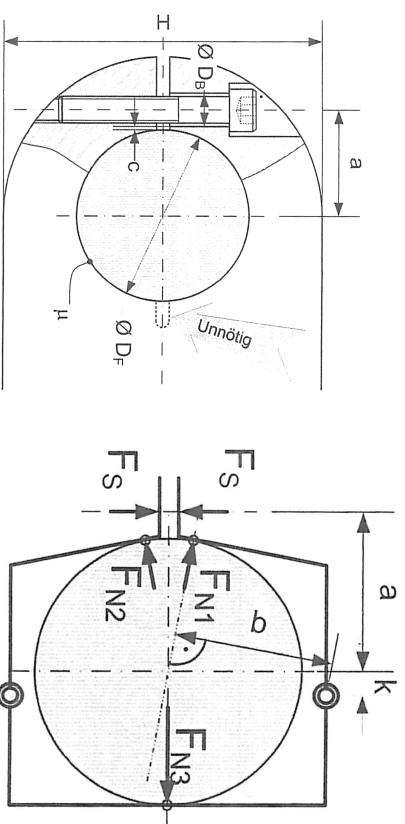


Mohrscher Spannungskreis

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (5)$$

#### max/min Spannungen

Im Mohr'schen Spannungskreis befinden sich diese Spannungen bei den Nullstellen auf der Spannungsachse, auch Hauptspannungen genannt.



Geschlitzte Klemmverbindung

Krafteinwirkung

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (6)$$

#### gedrehte Spannungen

Der Winkel  $\alpha$  gibt an, um wie viel Grad das Koordinatensystem gedreht wird. Setzt man  $\tau_{xy} = 0$ , erhält man den Winkel unter dem die Hauptspannungen auftreten.

### 7.3 Klemmverbindungen

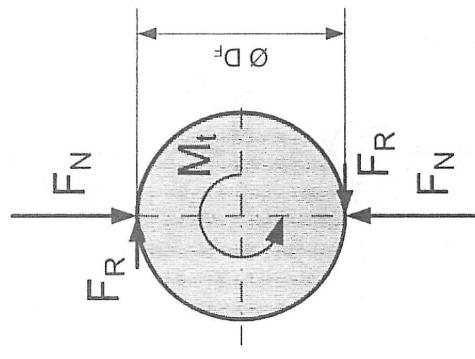
Nomenklatur		
$D_F$ Durchmesser der Fuge	für	$F_N$ Gesamte Radiale Spannkraft
$D_B$ Bohrungsdurchmesser Schraube	die	$H$ Höhe der Klemmverbindung

**geteilte (biegeweiche) Klemmverbindung**

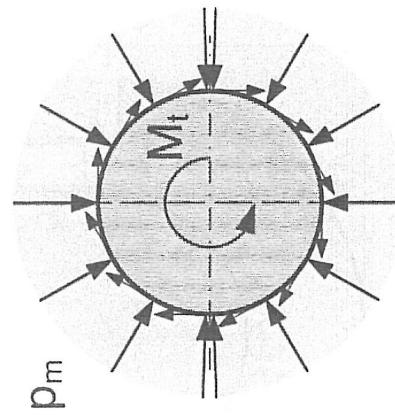
$M = \mu \cdot F_N \cdot D_F$  (136)  
Die Klemmen werden bei diesem Typ auf Spelpassung ausgelegt. Die Krafeteinleitung erfolgt über zwei Punkte.

**geteilte (biegeweiche) Klemmverbindung**

$M = \mu \cdot F_N \cdot D_F \cdot \frac{\pi}{2}$  (137)  
Die Klemmen werden bei diesem Typ auf Presspassung ausgelegt. Die Krafeteinleitung erfolgt über die gesamte Mantelfläche der Welle.



Biegestarre Klemmverbindung



Biegeweiche Klemmverbindung

### 1.4 Vergleichsspannungshypothesen

<b>Normalspannungshypothese (NSH)</b>	$\sigma_v = \frac{ \sigma_x + \sigma_y }{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$ (7)	Die Vergleichsspannung $\sigma_v$ entspricht der maximalen Normalspannung.
---------------------------------------	---	--

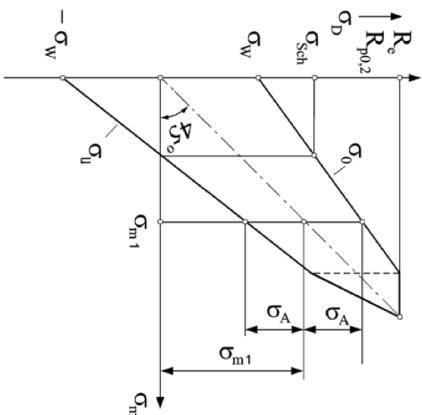
<b>Schubspannungshypothese (SSH)</b>	$\sigma_v = \sigma_1$ : (8) $\sigma_1 > 0 > \sigma_2 :$ (9) $0 > \sigma_1 > \sigma_2 :$ (10)	$\sigma_v = \sigma_1 - \sigma_2$ : (8) $\sigma_v =  \sigma_2 $ : (9) Die Vergleichsspannung $\sigma_v$ entspricht der maximalen Schubspannung.
--------------------------------------	--	--

<b>Gestaltänderungshypothese (GEH)</b>	$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$ (11)	Diese Formel entspricht einem zweiachsigigen Spannungszustand. Für mehrachsige Spannungszustände siehe Skript. I.d.R.: $\tau_{xy}^2 = \tau_A^2 + \tau_t^2$
--	---	--

## 1.5 Dauerfestigkeit

### Nomenklatur

$\beta_k$	Kerbwirkungsfaktor	tung
$b_1$	Oberflächenbeiwert (siehe gramm: ad gegen $R_m$ )	Ausschlagsspannung unter Berücksichtigung von Gestalt und Kerbwirkung
$b_2$	Größenbeiwert (siehe Diagramm: Wellendurchmesser)	Zug-Druck Wechselspannung unter Berücksichtigung von Gestalt und Kerbwirkung
$\sigma_{z,sch}$	Maximal auftretende Spannung bei reiner Zugschwellbelas-	stung



Dauerfestigkeitsdiagramm nach Smith

---

<b>1. Reduktion</b>	$\sigma_{z,zul}^* = R_e \cdot b_2$	(12)
	$\sigma_{zdw}^* = \sigma_{zdw} \cdot b_2$	(13)
	$\sigma_{z,sch}^* = \sigma_{z,sch} \cdot b_2$	(14)
	$\sigma_a^* = \sigma_a \cdot b_2$	(15)

---

<b>2. Reduktion</b>	$K = \frac{b_1}{\beta_k}$	(16)
	$\sigma_{gak} = \sigma_a^* \cdot K$	(17)
	$\sigma_{gzdw} = \sigma_{zdw}^* \cdot K$	(18)

---

### Mittlerer Durchmesser

$$D_m = \frac{D_0 + D_1}{2} \quad (131)$$

Kegelverhältnisse werden als  $\triangleright x : y$  angegeben. Dies entspricht:

$$C = \frac{x}{y} = \frac{D_0 - D_1}{L} \quad (132)$$

Beispiel:  $\triangleright 1 : 10 \Rightarrow C = 0,1$   
Um den halben Öffnungswinkel  $\beta$  zu erhalten nutzt man:

$$\beta = \arctan \frac{C}{2} \quad (133)$$

### Übertragbares Drehmoment

$$M = \frac{S_E \cdot \mu \cdot D_m}{2 \cdot (\sin \beta + \mu \cdot \cos \beta)} \quad (134)$$

Auslegungsgleichung für Kegel-Welle Verbindungen

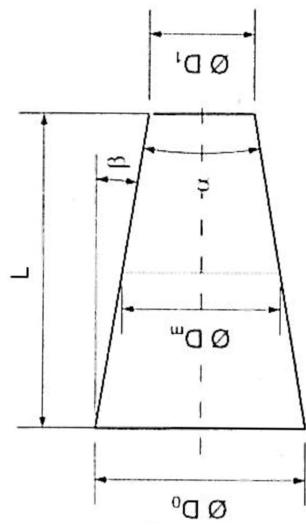
### Kegelpressung

$$P = \frac{2 \cdot M \cdot \cos \beta}{\mu \cdot \pi \cdot L \cdot D_m^2} \quad (135)$$

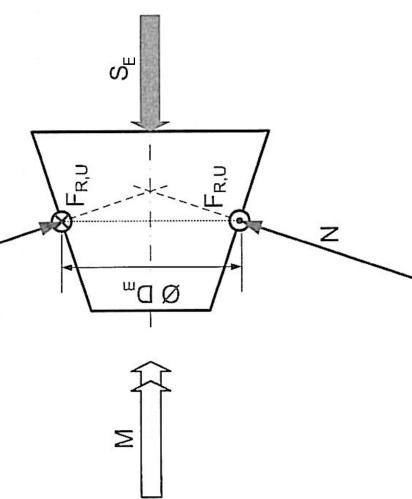
Pressung in der Fuge einer Kegel-Welle Verbindung

## 7.2 Kegelpressverbindungen

<b>Nomenklatur</b>	
$\beta$ Halber Öffnungswinkel des Kegels	$S_E$ Anpresskraft des Kegels
$D_m$ Mittlerer Durchmesser des Kegels	$L$ Länge des Kegels



Geometrie des Kegels



Krafteinwirkung auf den Kegel

## 2 Achsen und Wellen

### 2.1 Auslegung von Achsen

$$d_{\text{eff}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_B, \text{max}}{\pi \cdot \sigma_{B,zul}}} \quad (19)$$

**erforderlicher Durchmesser**  
Wenn sich der erforderliche Durchmesser dynamisch zum momentanen Biegemoment bestimmt werden soll, ergibt sich für  $d_{\text{eff}} = d_{\text{ref}}(x)$  und  $M_B = M_B(x)$ .

### 2.2 Auslegung von Wellen

#### Nomenklatur

$P$ Leistung, die die Welle überträgt.	$n$ Drehzahl in $\text{min}^{-1}$
$\omega$ Winkelgeschwindigkeit.	$M_v$ Vergleichsmoment

$$\text{Drehzahl} \quad \omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} \quad (20)$$

$$\text{Drehmoment} \quad M = \frac{P}{\omega} \quad (21)$$

$$M_v = \sqrt{M_B^2 + \frac{3}{4} \cdot M_t^2} \quad (22)$$

$$d_{\text{eff}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_v}{\sigma_{zul} \cdot \pi}} \quad (23)$$

**erforderlicher Durchmesser**  
Die Wirkung von Torsion  $M_t$  und Biegung  $M_B$  werden im Vergleichsmoment  $M_v$  kombiniert.

### 3 Federn

#### 3.1 Grundlagen

##### Hook'sches Gesetz

Normalfedern:	$F = c \cdot x$	[c] = N/mm	(24)
Torsionsfedern:	$M = c \cdot \alpha$	[c] = Nmm	(25)

##### Federarbeit

Normalfedern:	$W = \frac{1}{2} \cdot c \cdot x^2$	(26)
Torsionsfedern:	$W = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \alpha^2$	(27)

##### Reihenschaltung

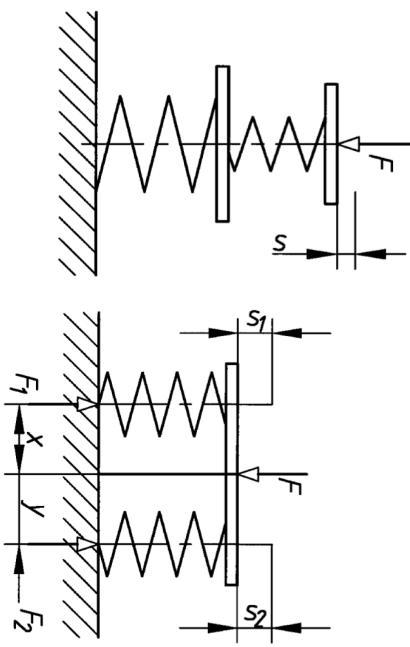
$$\frac{1}{c_{\text{ges}}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \dots + \frac{1}{c_n} \quad (28)$$

Für die Reihenanordnung von Federn gilt die Bedingung, dass auf alle beteiligten Federn die selbe Kraft wirkt. ( $F_1 = F_2 = \dots = F_n$ )

$$c_{\text{ges}} = c_1 + c_2 + \dots + c_n \quad (29)$$

##### Parallelschaltung

Für die Reihenanordnung von Federn gilt die Bedingung, dass alle beteiligten Federn den selben Weg zurücklegen. ( $s_1 = s_2 = \dots = s_n$ )



Reihenschaltung

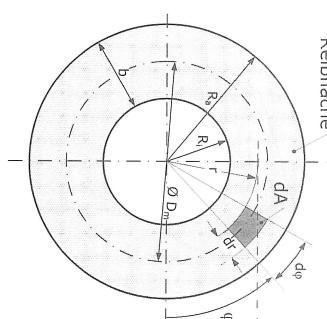
Parallelschaltung

### 7 Kupplungen

#### 7.1 Einscheibenkupplungen

##### Nomenklatur

$R_a$ Außenradius der Kupplungsscheibe	$d_m$ Mittlerer Durchmesser der Kupplungsscheibe
$R_i$ Innerradius der Kupplungsscheibe	$b$ Breite der Kupplungsscheibe



Geometrie der Kupplung

##### Hilfsgrößen

$$b = \frac{D_a - D_i}{2} = R_a - R_i \quad (126)$$

$$d_m = \frac{D_a + D_i}{2} = R_a + R_i \quad (127)$$

##### Moment im Neuzustand der Kupplung

$$M = \frac{2 \cdot S \cdot \mu}{3 \cdot d_m \cdot b} \cdot (R_a^3 - R_i^3) \quad (128)$$

##### Moment im Gebrauchszustand der Kupplung

$$M = S \cdot \mu \cdot \frac{d_m}{2} \quad (129)$$

Kupplungen werden immer auf den Gebrauchzustand ausgelegt, anschließend wird dann das Moment im Neuzustand überprüft.  
Wenn bei der Kupplung  $N$  Reibflächen entstehen, gilt für das gesamte übertragbare Moment  $M_{\text{zuL}}$ :

$$M_{\text{ges}} = N \cdot M \quad (130)$$

Reihenschaltung

Parallelschaltung

Unterschiedliche Passungsverhältnisse für Gabel-Stange Verbindungen

	Passung Gabel	Passung Stange	$M_B$
Spiel	Spiel	$\frac{F \cdot (L + 2 \cdot s)}{8}$	
Pressung	Spiel	$\frac{F \cdot L}{8}$	
Spiel	Pressung	$\frac{F \cdot s}{4}$	

Zwischen Bolzen und Stange wirkt die Pressung  $P_{\text{Stange}}$ :

$$P_{\text{Stange}} = \frac{F}{L \cdot d} \quad (121)$$

Zwischen Bolzen und Gabel wirkt die Pressung  $P_{\text{Gabel}}$ :

$$P_{\text{Gabel}} = \frac{F}{2 \cdot s \cdot d} \quad (122)$$

Die Montagepressung  $P_{\text{Montage}}$  wird beim auf Pressung beanspruchtem Element addiert. Der Bolzen erleidet Scher- und Biegespannungen:

$$\tau_A = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d^2} \quad (123)$$

$$\sigma_B = \frac{32 \cdot M_B}{3 \cdot s \cdot d^3} \quad (124)$$

Wenn auf einen Bolzen, der in einer Gabel gelagert ist, eine radiale Betriebskraft  $F$  wirkt, entsteht in der Gabel eine Zugbeanspruchung  $\sigma_z$ :

$$\sigma_z = \frac{F}{A} = \frac{F}{2 \cdot s \cdot (D - d)} \quad (125)$$

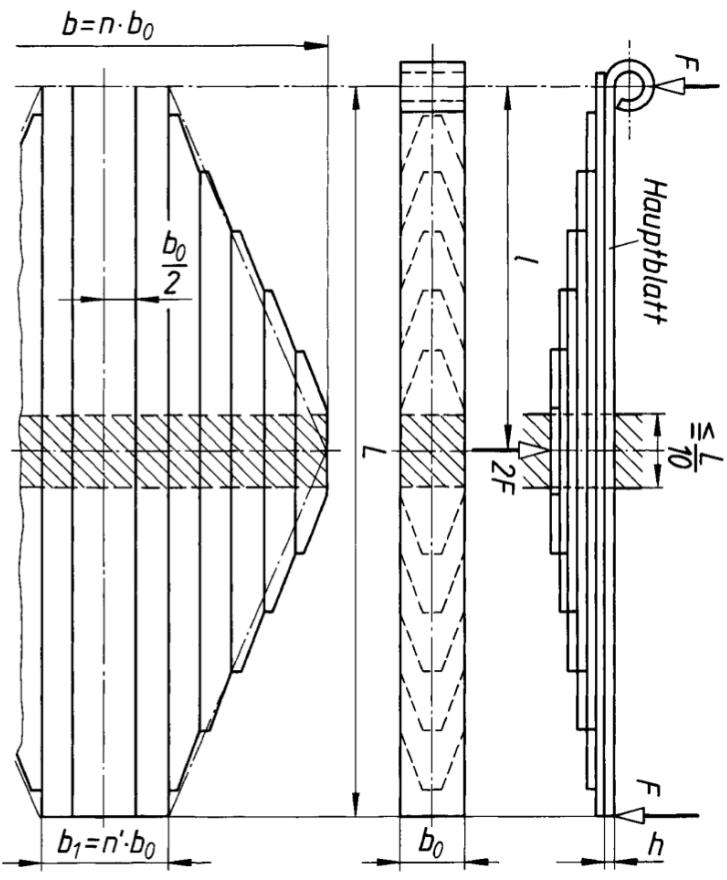
Hierbei hat die Gabel den Durchmesser  $D$  und eine Dicke  $s$ . Der Bolzen hat den Durchmesser  $d$ .

Biegemomente in Gabel-Stange Verbindungen		Nomenklatur
Passung Gabel	Passung Stange	$b$ maximale Breite der Feder.
Spiel	Spiel	$b'$ minimale Breite der Feder.
Pressung	Spiel	$b_0$ Breite der geschichteten Blattfeder.
Spiel	Pressung	$z$ Gesamtzahl der Blätter. $z'$ Anzahl der Blätter mit der Gesamt-Federweg

Typ	$b(x)$	$W_{\text{ax}}(x)$	$\sigma_B(x)$	$\sigma_{B,\text{max}}$	$q_1$
	const.	$\frac{b \cdot s^2}{6}$	$\frac{6 \cdot F \cdot x}{b \cdot s^2}$	$\frac{6 \cdot F \cdot L}{b \cdot s^2}$	4
	$b' + \frac{x \cdot (b - b')}{L}$	$\frac{s^2 \cdot [b' + \frac{x}{L} \cdot (b - b')]}{6}$	$\frac{s^2 \cdot [b' + \frac{x}{L} \cdot (b - b')]}{6}$	$\frac{6 \cdot F \cdot L}{b \cdot s^2}$	$\frac{12}{2 + b'/b}$
	$\frac{x \cdot b}{L}$	$\frac{b \cdot s^2 \cdot x}{6 \cdot L}$	$\frac{6 \cdot F \cdot L}{b \cdot s^2}$	$\frac{6 \cdot F \cdot L}{b \cdot s^2}$	6

Federrate	Federrate	Die Federrate ist eine Funktion der Geometrie ( $q_1$ , $b$ und $s$ ) und des Werkstoffs $E$ .
$c = \frac{b \cdot s^3 \cdot E}{q_1 \cdot L^3}$		

Federweg	Federweg	
$f = q_1 \cdot \frac{L^3}{b \cdot s^3} \cdot \frac{F}{E}$		
$f_{\text{max}} = q_1 \cdot \sigma_{B,\text{zul}} \cdot \frac{L^2}{6 \cdot s \cdot E}$		(32)



Geschichtete Blattfedern verhalten sich wie Trapezfedern mit folgenden Einschränkungen:

#### geschichtete Blattfedern

$$q_1 = \frac{12}{2 + \frac{z'}{z}} \quad (33)$$

$$b' = z' \cdot b_0 \quad (34)$$

$$b = z \cdot b_0 \quad (35)$$

Wenn auf die Welle das Moment  $M$  wirkt, entsteht in der Narbe die Pressung  $P_N$  und in der Welle die Pressung  $P_W$ :

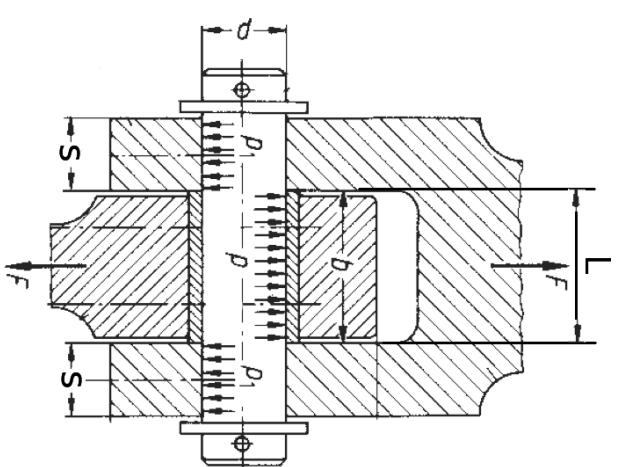
$$P_N = \frac{4 \cdot M}{d \cdot (D_a^2 - D_1^2)} \quad (118)$$

$$P_W = \frac{6 \cdot M}{d \cdot D_1^2} \quad (119)$$

Der Stift erleidet Scherspannungen:

$$\tau_A = \frac{4 \cdot M}{\pi \cdot d^2 \cdot D_1} \quad (120)$$

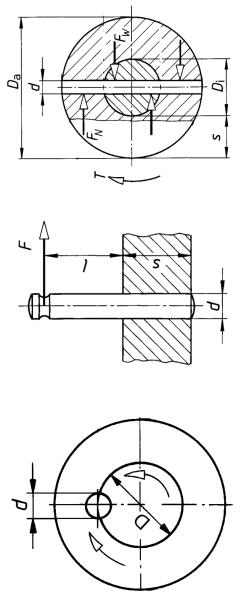
## 6.2 Bolzenverbindungen



Gabel-Welle Verbindung mit einem Bolzen

## 6 Bolzen- und Stiftverbindungen

### 6.1 Stiftverbindungen



**Längsstiftverbindung**

$$P = \frac{4 \cdot M}{L \cdot D \cdot d} \quad (111)$$

$$\tau_A = \frac{2 \cdot M}{L \cdot D \cdot d} \quad (112)$$

$$P_{\max} = \frac{2 \cdot F}{d \cdot s} \cdot \left( 3 \cdot \frac{l}{s} + 2 \right) + P_{\text{Montage}} \quad (113)$$

Maximale Pressung einer Steckstiftverbindung, die im Sitz zu erwarten ist.  
Beanspruchung des Stifts:

$$\tau_A = \frac{F}{A} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2} \quad (114)$$

$$\sigma_B = \frac{M_B}{W_{\text{ax}}} = \frac{32 \cdot F \cdot l}{\pi \cdot d^3} \quad (115)$$

Wenn beide Enden des Steckstifts versenkt sind, gilt (siehe Aufgabe 44):

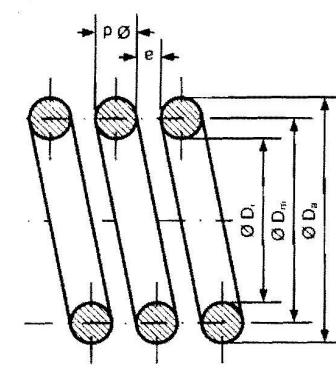
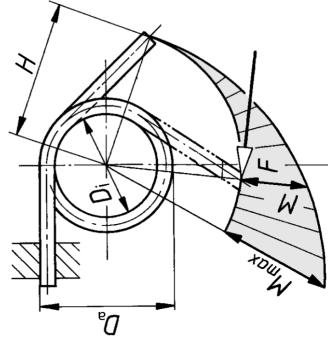
$$P = \frac{F}{d \cdot s} \quad (116)$$

$$\sigma_B = \frac{M_B}{W_{\text{ax}}} = \frac{32 \cdot F \cdot s}{\pi \cdot d^3 \cdot 2} \quad (117)$$

## 3.3 Drehfedern (Biegefeder)

### Nomenklatur

$L$	Länge der abgewickelten Feder	$d$	Drahtdurchmesser gen (in Rad)
$L^*$	Länge einer Windung	$D_a$	Außendurchmesser der Feder
$i_F$	Anzahl der Windungen	$D_i$	Innendurchmesser der Feder
$\alpha_0$	Winkel der Federenden zueinander.	$D_m$	Mittlerer Durchmesser der Feder
$a$	Abstand der unbelaesteten Windum-	$L_K$	Gesamtlänge des Federkörpers



Geometrie einer Drehfeder

<b>Wicklungsverhältnis</b>	$W = \frac{D_m}{d}$	(36)
----------------------------	---------------------	------

$D_a = D_m + d$	(37)
$D_i = D_m - d$	(38)
$L = i_F \cdot L^*$	(39)

Wenn  $(a + d) \leq 0,25 \cdot D_m$ , dann gilt:

$$L^* = \pi \cdot D_m \quad (40)$$

andernfalls gilt:

$$L^* = \sqrt{(D_m \cdot \pi)^2 + (a + d)^2} \quad (41)$$

**Korrekturfaktor durch Spannungserhöhungen an der Innenseite**

$$q = \frac{W + 0,07}{W - 0,75} \quad (42)$$

Beim Auslegen von Federn wird  $q = 1$  gesetzt, später wird dann der tatsächliche Wert von  $q$  bestimmt.

---

**Spannungen in der Feder**

Hierbei entspricht  $H$  dem Hebelarm, welcher die Kraft  $F$  zum Mittelpunkt der Feder aufweist. Alternativ kann auch  $M = F \cdot H$  gesetzt werden.

---

**Federrate**

$$c = \frac{I_{ax} \cdot E}{L} = \frac{M}{\alpha} \quad (44)$$


---

**Auf die Keile wirkende Pressung**

Für den Lastverteilungsfaktor gilt:

Flankenzentrierung :	$\varphi = 0,9$
Innenzentrierung :	$\varphi = 0,75$

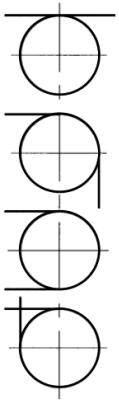
$$P = \frac{2 \cdot M}{d_m \cdot h' \cdot L \cdot n \cdot \varphi} \quad (110)$$


---

**Winkel der Federenden zueinander**

Die Nachkommerstellen von  $i_F$  geben an, in welchem Winkel die Enden der Feder zueinander stehen. Diesen Winkel nennt man auch gewickelten Grundwinkel.

---



... , 0   ... , 25   ... , 5   ... , 75

---

Bei anliegenden Windungen:

**Gesamtlänge Federkörper**

$$L_K = (i_F + 1,5) \cdot d \quad (45)$$

Bei Windungsabstand:

$$L_K = i_F \cdot (a + d) + d \quad (46)$$


---

Wenn  $l_{\text{tr}} \leq 1,5 \cdot d$ :

$$P_N = \frac{2 \cdot M}{(h - t_1) \cdot l_{\text{tr}} \cdot d \cdot \varphi \cdot n} \quad (106)$$

Für den Lastverteilungsfaktor gilt:

$$\begin{aligned} n = 2 &: \varphi = 0,75 \\ n = 3 &: \varphi = 0,6 \end{aligned}$$

Der Term  $n \cdot \varphi$  konvergiert gegen den Wert 2. Die Erhöhung der Anzahl der Passfedern ist deshalb wenig effizient, wenn die tragende Länge  $l_{\text{tr}}$  reduziert werden soll.

$$\tau_a = \frac{F_u}{b \cdot l_{\text{tr}}} = \frac{2 \cdot M}{d \cdot b \cdot l_{\text{tr}}} \quad (107)$$

#### Scherung in der Passfeder

In der Regel ist die Berechnung der Scherspannung nicht erforderlich, da die wirkenden Pressungen viel größere sind.

#### Nomenklatur

$h'$ tragende Höhe (Anteil der Höhe der Flanken, die die Drehmomente übertragen)	$d$ Innendurchmesser der Keilwelle	(47)
$D$ Außendurchmesser der Keilwelle	$d_m$ Mittlerer Durchmesser der Keilwelle	(48)
	$L$ Verzahnte Länge der Keile	(49)
	$n$ Anzahl der Flanken	(50)

**5.2 Keilwellenverbindung**

#### Nomenklatur

$h'$ tragende Höhe (Anteil der Höhe der Flanken, die die Drehmomente übertragen)	$d$ Innendurchmesser der Keilwelle	(47)
$D$ Außendurchmesser der Keilwelle	$d_m$ Mittlerer Durchmesser der Keilwelle	(48)
	$L$ Verzahnte Länge der Keile	(49)
	$n$ Anzahl der Flanken	(50)

**tragende Höhe**  $h' = 0,4 \cdot (D - d)$  (108)

#### Nomenklatur

$h'$ tragende Höhe (Anteil der Höhe der Flanken, die die Drehmomente übertragen)	$d$ Innendurchmesser der Keilwelle	(47)
$D$ Außendurchmesser der Keilwelle	$d_m$ Mittlerer Durchmesser der Keilwelle	(48)
	$L$ Verzahnte Länge der Keile	(49)
	$n$ Anzahl der Flanken	(50)

**Mittlerer Durchmesser**  $d_m = \frac{D + d}{2}$  (109)

**Federrate**

#### Nomenklatur

$l_h$ Hohlkehlenlänge	$l_e$ Ersatzlänge	(47)
$l_f$ federnde Länge (Länge eines reinen Torsionsstabls, der die selbe Federwirkung hätte)	$l_k$ Kopfflänge	(48)
$l$ Durchmesser im fedemder Bereich	$d$ Durchmesser	(49)

#### Federrate

$c = \frac{M_t}{\alpha} = \frac{G \cdot I_p}{l_f}$  (51)

#### Federrate

Der Winkel ist in rad, zum umrechnen nutze:

#### Nomenklatur

$[Grad] = [rad] \cdot \frac{360}{2\pi}$		(52)
---	--	------

Die maximale Belastung der Feder ergibt sich aus der maximalen Torsionsspannung, die aus der Verdrillung resultiert.

#### Auslegung der Feder

$$M_{\max} = \tau_{zul} \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{16} \quad (53)$$

### 3.5 Schraubenfedern (Zug-/Druckfedern)

#### Nomenklatur

$s^*$ Federweg pro Windung	$d$ schraubten Windungen
$s$ Federweg der gesamten Feder	$L_c$ Blocklänge der Feder (Alle Windungen liegen aufeinander)
$d$ Drahtdurchmesser	$L_n$ Nemtlänge der Feder (minimale Federspielsumme (Sicherheitsabstand))
$D_m$ Mittlerer Durchmesser der Feder	$i_G$ Gesamtwindungszahl
$S_a$ Restspielsumme (Sicherheitsabstand)	$i_F$ Anzahl federnder Windungen

**Federgeometrie** siehe 3.3 auf Seite 11

#### Federrate

$$c = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot i_F \cdot D_m^3} \quad (54)$$

#### Federkraft

$$F = c \cdot s \quad s \text{ ist der Federweg} \quad (55)$$

#### Nomenklatur

$d$ Wellendruckmesser	$l$ Gesamtlänge der Passfeder
$b$ Passfederbreite	$l_{tr}$ tragende Länge der Passfeder
$h$ Passfederhöhe	$\varphi$ Lastverteilungsfaktor (wie gleichmäßig werden die Passfedern belastet)
$t_1$ Nutttiefe Welle	$n$ Anzahl der Passfedern
$t_2$ Nutttiefe Narbe	$F_u$ Umfangskraft
$P_N$ Pressung zwischen Passfeder und Narbe	$M$ Moment auf die Welle
$P_W$ Pressung zwischen Passfeder und Welle	

#### tragende Länge

rundstrinige Passfedern:  $l = l_{tr} + b$   $(102)$

gradstünige Passfedern:  $l = l_{tr}$   $(103)$

Wenn  $l_{tr} \leq 1,5 \cdot d$ :

$$(102)$$

#### Federweg

$$s^* = \frac{8 \cdot F \cdot D_m^3}{G \cdot d^4} \quad (56)$$

$$s = i_F \cdot s^* \quad (57)$$

#### Wicklungsverhältnis

$$W = \frac{D_m}{d} \quad (58)$$

Wenn  $l_{tr} \leq 1,5 \cdot d$ :

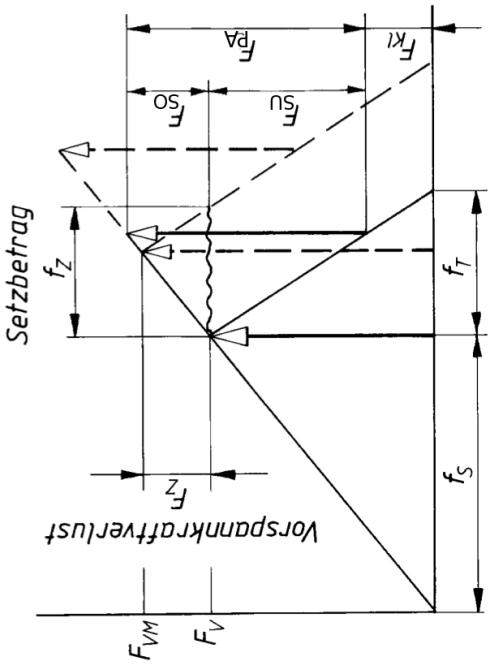
$$(103)$$

#### Korrekturfaktor durch Spannungsverhöhungen an der Innenseite

$$q = \frac{W + 0,5}{W - 0,75} \quad (59)$$

Beim Auslegen von Federn wird  $q = 1$  gesetzt, später wird dann der tatsächliche Wert von  $q$  bestimmt.

### 5.1 Passfedern



Schraubendiagramm einer dynamisch belasteten Schraube mit Setzerscheinung

1. Wahl der Festigkeitsklasse (wenn nicht anders angegeben:  $8,8 / R_e = 640 \text{ N/mm}^2$ ) und errechnen von  $R_e$ .

2. Ermittlung der zulässigen Spannung gemäß der Römerformel ( $\mu_{\text{Stahl}} = 0,15$ ):

$$\sigma_{\text{zul}} = (0,85 - \mu) \cdot R_e \quad (100)$$

3. Bestimmung des Spannungsquerschnitts bei gegebener Schraubenkraft  $F_S = F_{\text{KL}} + F_A$  (Beim Auslegen gilt, wenn nichts anderes angegeben:  $F_A = 0$ ;  $\alpha_A = 1$ ):

$$A_S \geq \frac{\alpha_A \cdot F_S}{\sigma_{\text{zul}}} \quad (101)$$

4. Aus Tabellen kann mit dem gefundenen Spannungsquerschnitt eine Schraube ausgewählt werden. Mit der gewählten Schraube sollten Pressung und Spannungen überschlagsmäßig überprüft werden, hierfür muss zunächst die Schraubenaufflagefläche  $A_K$  berechnet werden.

Alle Spannungen in der Feder ausschließlich durch Torsion:

$$\tau_t = q \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D_m}{\pi \cdot d^3} \quad (60)$$

Das in diesem Belastungsfall wirkende Moment ergibt sich aus:

$$M_t = F \cdot \frac{D_m}{2} \quad (61)$$

$$i_g = i_f + 2 \quad (62)$$

$$S_a = i_f \cdot \left( 0,0015 \cdot \frac{D_m^2}{d} + 0,1 \cdot d \right) \quad (63)$$

$$L_n = L_C + S_a \quad (64)$$

angelegte Enden:

$$L_C = (i_g + 1,5) \cdot d \quad (65)$$

angelegte und plangeschliffene Enden:

$$L_C = i_g \cdot d \quad (66)$$

### Kaltgeformte Druckfedern

ungespannte Länge der Feder:

$$L_0 = L_n + \frac{F}{c} \quad (67)$$

man braucht  $F$  zum erreichen der minimalen Nennlänge

Blockkraft:

$$F_c = F + c \cdot S_a \quad (68)$$

man braucht  $F$  zum erreichen der minimalen Nennlänge

$$(69)$$

$$\begin{aligned} i_g &= i_f + 1,5 & (70) \\ S_a &= 0,02 \cdot D_a \cdot i_f & (71) \end{aligned}$$

angelegte Enden:

$$L_C = (i_g + 1,1) \cdot d \quad (72)$$

angelegte und plangeschliffene Enden:

$$L_C = (i_g - 0,3) \cdot d \quad (73)$$

abgebogene Ösen:

$$i_g = i_f \quad (74)$$

$$L_C = (i_g + 1) \cdot d \quad (75)$$

eingerollt oder eingeschraubte Enden:

$$i_g = i_f + i_s \quad (76)$$

Ösen:

$$\text{Parallel } i_f = x, 0 \text{ oder } x, 5 \quad (77)$$

$$\text{Versetzt } i_f = x, 25 \text{ oder } x, 75 \quad (78)$$

$$\sigma_v = \sqrt{\left(\frac{F_{VM} + F_{SA}}{A_S}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{16 \cdot M_G}{\pi \cdot d_s^3}\right)^2} \quad (95)$$

Es gilt  $F_{SA} = F_A \cdot \Phi_n$ . Die erhaltenen Vergleichsspannung muss kleiner sein als die Streckgrenze  $R_e$  der Schraube. Diese ergibt sich aus den Festigkeitsangaben der Schraube bzw. Mutter. Die Bezeichnung lautet immer  $x, y$  wo bei  $x = R_m/100$  und  $y = R_e/R_m$  (es ist immer  $y < 1$ ). Es gilt:

$$R_e = x \cdot 100 \cdot y \text{ N/mm}^2 \quad (96)$$

1. Berechnung der Schraubenenzusatzkräfte für beide Amplituden ( $F_{SA,1}, F_{SA,2}$ ):

$$F_{SA} = \frac{F_A}{1 + \left(\frac{c_p}{c_s}\right)} \quad (97)$$

2. Berechnung der Mittelspannung  $\sigma_v$  mit der größeren Schraubenenzusatzkraft gemäß Formel ??.
3. Ermitteln der mittlere Schraubenenzusatzkraft  $F_{SA,m}$ :

$$F_{SA,m} = \frac{F_{SA,1} + F_{SA,2}}{2} \quad (98)$$

Diese ergibt mit dem Spannungsquerschnitt die Ausschlagsspannung  $\sigma_a$ :

$$\sigma_a = \frac{F_{SA,m}}{A_S} \quad (99)$$

4. Im Betriebszustand pendelt die Spannung um  $\pm \sigma_a$  und hat die Mittelspannung  $\sigma_0$ .

Umso kleiner  $\Phi_n$  ist, desto besser ist die Schraubverbindung für dynamische Belastungen geeignet (Die Ausschlagsspannungen sind kleiner bei kleinem  $\Phi_n$ ). Es gilt die Römerformel  $\sigma_a \leq 0,07 \cdot R_e$ , ist diese Bedingung nicht erfüllt, müssen entweder mehr Schrauben verwendet werden oder der Faktor  $\Phi_n$  verkleinert werden.

### dynamisch belastete Schrauben

**Warmgeformte Druckfedern**

$$L_C = (i_g + 1,1) \cdot d \quad (72)$$

angelegte und plangeschliffene Enden:

$$L_C = (i_g - 0,3) \cdot d \quad (73)$$

## 4 Schraubenverbindungen

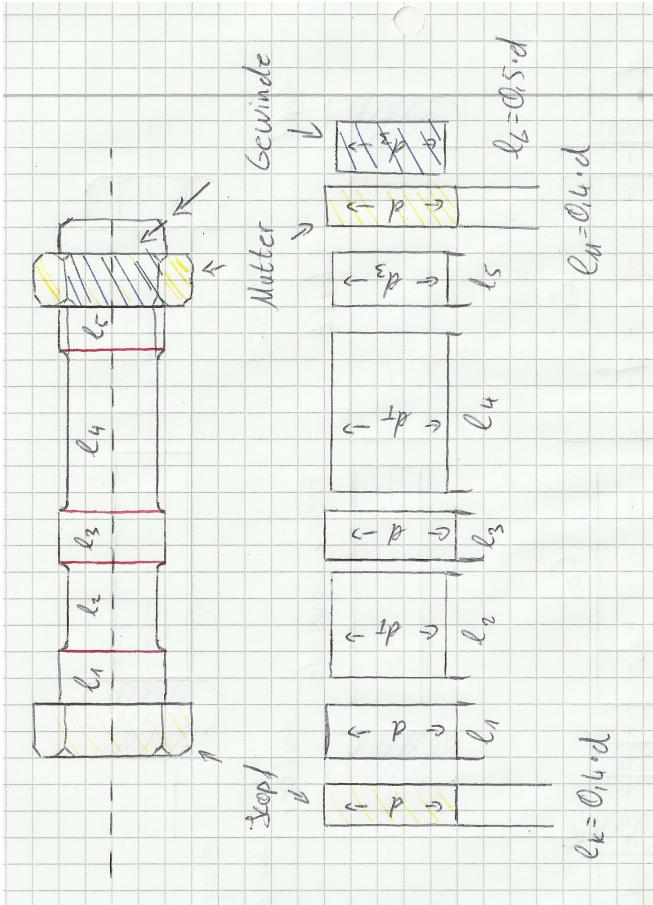


Abbildung 2: Dünnschaftsschraube

Die Berechnung erfolgt dann zuerst pro Zylinder so:

$$C = \frac{E \cdot A}{l} \quad \text{mit} \quad A = \frac{\pi}{4} \cdot D^2$$

Im oben dargestellten Fall würde sich die Gesamtfehlerrate so ergeben:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_{ges}} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5} + \frac{1}{C_K} + \frac{1}{C_M} + \frac{1}{C_G} \\ \Leftrightarrow C_{ges} &= \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5} + \frac{1}{C_K} + \frac{1}{C_M} + \frac{1}{C_G}} \end{aligned}$$

<b>Nomenklatur</b>	
$P$	Steigung in mm (Höhenunterschied bei einem Umlauf)
$\alpha$	Windungssteigungswinkel
$\beta$	Flankenöffnungswinkel (bei metrischen Schrauben $\beta = 60^\circ$ )
$d_2$	mittlerer Flankendurchmesser
$d_3$	Kerndurchmesser
$d$	Nenndurchmesser (Gewindeaußendurchmesser)
$d_k$	Kopfdurchmesser (=Schlüsselweite)
$D_B$	Bohrungsdurchmesser (Da wo die Schraube rein soll, am besten kleiner als Kopfdurchmesser)
$r_A$	Mittlerer belasteter Durchmesser des Schraubenkopfes
$A_k$	Schraubenkopfauflagefläche
$A_S$	gefährdeter Spannungsquerschnitt der Schraube (tabelliert)
$\varrho'$	Winkel des Reibungskegels
$\mu$	Reibungskoeffizient
$c_s$	Federrate der Schraube
$c_p$	Federrate der Zwischenlage
$\Phi$	Kraftverhältnis unter Berücksichtigung des Krafteinleitungs faktor
$\Phi_n$	Klemmkraft (Kraft in der Verbindungs fuge)
$F_K$	Axiale Betriebskraft (Kraft, die die verbundenen Teile auseinander zieht; immer Zugkraft!)
$F_S$	Schraubenkraft (Kraft in der Schraube, die die Schraube dehnt)
$F_{SA}$	Schrauben zusatzkraft
$F_{PA}$	Kraft der Zwischenlage
$F_{VM}$	Montagevorspannkraft
$F_z$	Vorspannkraftverlust durch Setzerscheinung
$f_z$	Setzbeitrag
$M_G$	Moment am Gewinde
$M_K$	Moment am Kopf
$M_A$	Anziehmoment
$n$	Krafteinleitungs faktor
$\alpha_A$	Anziehfaktor (Umschärfe bei der Montage der Schraube)

$$\text{Windungssteigungswinkel} \quad \alpha = \arctan \left( \frac{P}{\pi \cdot d_2} \right) \quad (79)$$

$$\text{Reibungswinkel} \quad \varrho' = \arctan \left( \frac{\mu}{\cos(\frac{\beta}{2})} \right) \quad (80)$$

$$\Phi = \frac{c_s}{c_s + c_p} \quad (81)$$

**Kraftverhältnis**  
Wenn die Krafteinleitungs tief e berücksichtigt wird  
(immer im Zusammenhang mit  $F_A$ )

$$\Phi_n = \frac{c_s}{c_s + c_p} \cdot n \quad (82)$$

$$r_A = \frac{d_k + D_B}{4} \quad (83)$$

$$A_k = \frac{\pi}{4} \cdot (d_k^2 - D_B^2) \quad (84)$$

Es muss auf eventuelle Fasen an der Bohrung geachtet werden, der Bohrungsdurchmesser  $D_B$  vergrößert sich entsprechend.

$$\text{Wirkungsgrad} \quad \eta = \frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + \varrho')} \quad (85)$$

$$F_Z = f_z \cdot c_p \cdot \Phi$$

**Setzkraftverlust**  
Durch Mikroplastizitäten in den Kontaktflächen der Verbindung findet eine Entlastung der selbigen statt.

$$\text{Montagevorspannkraft} \quad F_{VM,\min} = F_{KL} + F_A \cdot (1 - \Phi_n) + F_Z \quad (87)$$

$$F_{VM} = \alpha_A \cdot F_{VM,\min} \quad (88)$$

$$F_S = F_{KL} + F_A \cdot (1 - \Phi_n) \quad (89)$$

$$M_{\text{Mss}} = F_s \cdot \tan(\alpha - \varrho') \cdot \frac{d_2}{2} \quad (90)$$

Moment am Gewinde ohne den Anteil des Setzbe- trags

$$\text{Moment am Kopf} \quad M_K = F_{VM} \cdot \mu \cdot r_A \quad (91)$$

$$\text{Moment am Gewinde} \quad M_G = F_{VM} \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \tan(\alpha + \varrho') \quad (92)$$

$$\text{Anziehmoment} \quad M_A = M_K + M_G \quad (93)$$

$$\text{Pressung am Kopf der Schraube} \quad P = \frac{F_{VM} + F_A \cdot \Phi_n}{A_k} \quad (94)$$

Um die Federrate einer Schraube zu berechnen muss man sie zerlegen. Das geschieht je nach Schraubenart wie unten dargestellt:

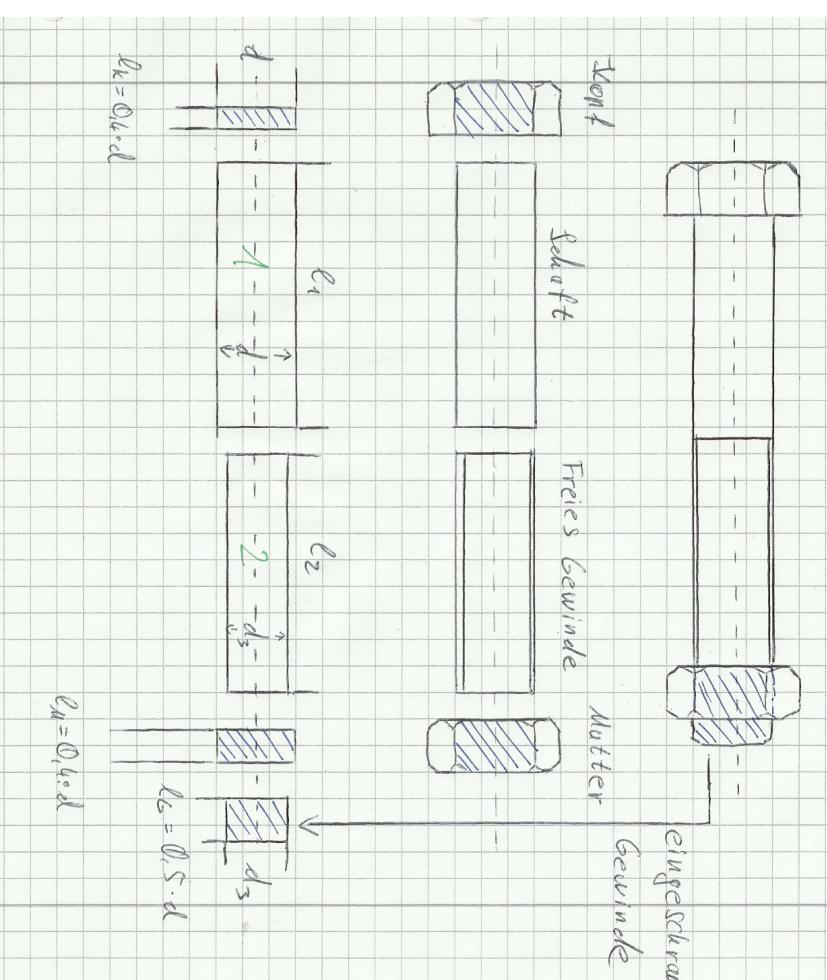


Abbildung 1: Normalschaftsschraube

Die Berechnung erfolgt dann zuerst pro Zylinder so:

$$C = \frac{E \cdot A}{l} \quad \text{mit} \quad A = \frac{\pi}{4} \cdot D^2$$

Im oben dargestellten Fall würde sich die Gesamtfederrate so ergeben:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_{ges}} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_K} + \frac{1}{C_M} + \frac{1}{C_G} \\ \Leftrightarrow C_{ges} &= \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_K} + \frac{1}{C_M} + \frac{1}{C_G}} \end{aligned}$$