

Formelsammlung Konstruktionselemente

Römereturm Version 1.4.2

Stefan Bürgel Andreas Jendrzey
Christoph Hansen
chris@university-material.de

Ich erhebe keinen Anspruch auf Vollständigkeit oder Richtigkeit. Falls ihr Fehler findet oder etwas fehlt, dann meldet euch bitte über den Emailkontakt.

Inhaltsverzeichnis

1 Festigkeitslehre	2	2 Achsen und Wellen	7
1.1 Spannungen	2	2.1 Auslegung von Achsen	7
1.2 Widerstandsmomente . .	3	2.2 Auslegung von Wellen	7
1.3 Mohr'scher Spannungskreis	4	3 Federn	8
1.4 Vergleichsspannungshypothesen	5	3.1 Grundlagen	8
1.5 Dauerfestigkeit	6	3.2 Blattfedern	9
		3.3 Drehfedern (Biegefedern)	11
		3.4 Drehstabfedern	13

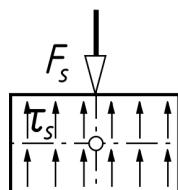
1 Festigkeitslehre

1.1 Spannungen

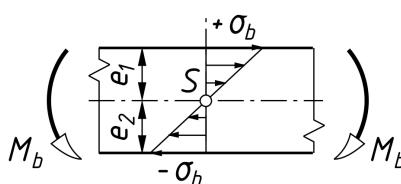
Umrechnung zwischen Schubmodul G und Elastizitätsmodul E

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (1)$$

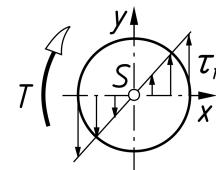
Für Stähle gilt $\mu = 0,33$



Scherspannungen



Biegespannungen



Torsionsspannungen

Biegespannungen

$$\sigma_B = \frac{M_B}{W_{ax}} \quad (2)$$

Torsionsspannungen

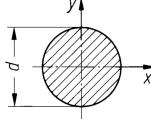
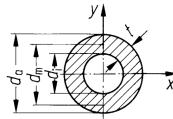
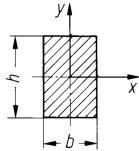
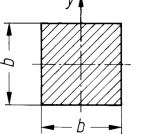
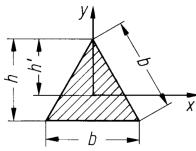
$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} \quad (3)$$

Für Kreis- und Rohrgeometrien ist $W_t = W_p$

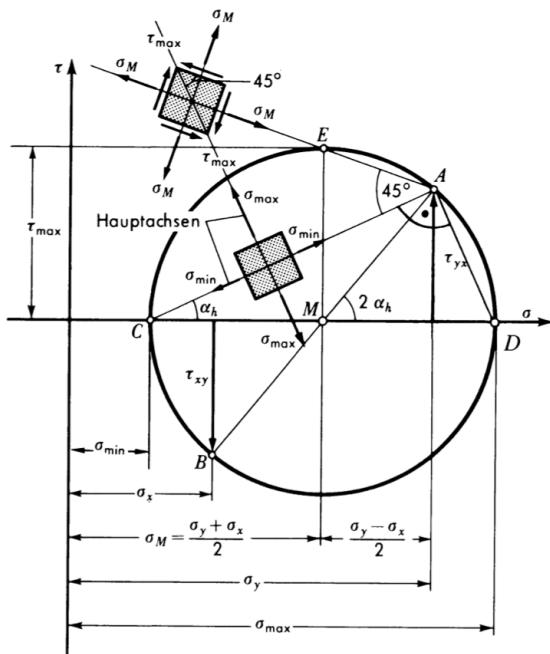
Scherspannungen

$$\tau_A = \frac{F_A}{A} \quad (4)$$

1.2 Widerstandsmomente

Geometrie	I	W
	$I_{\text{ax}} = \frac{\pi d^4}{64}$ $I_p = \frac{\pi d^4}{32}$	$W_{\text{ax}} = \frac{\pi d^3}{32}$ $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$
	$I_{\text{ax}} = \frac{\pi(d_a^4 - d_i^4)}{64}$ $I_p = \frac{\pi(d_a^4 - d_i^4)}{32}$	$W_{\text{ax}} = \frac{\pi(d_a^4 - d_i^4)}{32 \cdot d_a}$ $W_p = \frac{\pi(d_a^4 - d_i^4)}{16 \cdot d_a}$
	$I_x = \frac{bh^3}{12}$ $I_y = \frac{b^3h}{12}$	$W_x = \frac{bh^2}{6}$ $W_y = \frac{b^2h}{6}$
	$I_{\text{ax}} = \frac{b^4}{12}$	$W_{\text{ax}} = \frac{b^3}{6}$
	$I_x = \frac{bh^3}{36}$ $I_y = \frac{b^3h}{48}$	$W_x = \frac{bh^2}{24}$ $W_y = \frac{b^2h}{24}$

1.3 Mohr'scher Spannungskreis



Mohrischer Spannungskreis

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (5)$$

max/min Spannungen

Im Mohr'schem Spannungskreis befinden sich diese Spannungen bei den Nullstellen auf der Spannungsachse, auch Hauptspannungen genannt.

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (6)$$

gedrehte Spannungen

Der Winkel α gibt an, um wie viel Grad das Koordinatensystem gedreht wird. Setzt man $\tau_{xy} = 0$, erhält man den Winkel unter dem die Hauptspannungen auftreten.

1.4 Vergleichsspannungshypothesen

**Normalspannungshypothese
(NSH)**

$$\sigma_v = \frac{|\sigma_x + \sigma_y|}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (7)$$

Die Vergleichsspannung σ_v entspricht der maximalen Normalspannung.

**Schubspannungshypothese
(SSH)**

$$\begin{aligned} \sigma_1 > \sigma_2 > 0 : & \quad \sigma_v = \sigma_1 & (8) \\ \sigma_1 > 0 > \sigma_2 : & \quad \sigma_v = \sigma_1 - \sigma_2 & (9) \\ 0 > \sigma_1 > \sigma_2 : & \quad \sigma_v = |\sigma_2| & (10) \end{aligned}$$

Die Vergleichsspannung σ_v entspricht der maximalen Schubspannung.

**Gestaltänderungshypothese
(GEH)**

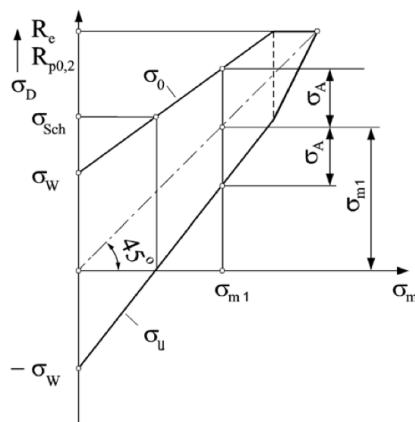
$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \quad (11)$$

Diese Formel entspricht einem zweiachsigem Spannungszustand. Für mehrachsige Spannungszustände siehe Skript. I.d.R: $\tau_{xy}^2 = \tau_A^2 + \tau_t^2$

1.5 Dauerfestigkeit

Nomenklatur

β_k	Kerbwirkungsfaktor	tung
b_1	Oberflächenbeiwert (siehe Diagramm: ad gegen R_m)	Ausschlagsspannung unter Berücksichtigung von Gestalt und Kerbwirkung
b_2	Größenbeiwert (siehe Diagramm: Wellendurchmesser)	Zug- Druck Wechselspannung unter Berücksichtigung von Gestalt und Kerbwirkung
$\sigma_{z, sch}$	Maximal auftretende Spannungen bei reiner Zugschwellbelas-	



Dauerfestigkeitsdiagramm nach Smith

$$\sigma_{z, zul}^* = R_e \cdot b_2 \quad (12)$$

1. Reduktion

$$\sigma_{zdw}^* = \sigma_{zdw} \cdot b_2 \quad (13)$$

$$\sigma_{z, sch}^* = \sigma_{z, sch} \cdot b_2 \quad (14)$$

$$\sigma_a^* = \sigma_a \cdot b_2 \quad (15)$$

2. Reduktion

$$K = \frac{b_1}{\beta_k} \quad (16)$$

$$\sigma_{gak} = \sigma_a^* \cdot K \quad (17)$$

$$\sigma_{gzdw} = \sigma_{zdw}^* \cdot K \quad (18)$$

2 Achsen und Wellen

2.1 Auslegung von Achsen

erforderlicher Durchmesser

$$d_{\text{erf}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{B, \text{max}}}{\pi \cdot \sigma_{B,zul}}} \quad (19)$$

Wenn sich der erforderliche Durchmesser dynamisch zum momentanen Biegemoment bestimmt werden soll, ergibt sich für $d_{\text{erf}} = d_{\text{erf}}(x)$ und $M_B = M_B(x)$.

2.2 Auslegung von Wellen

Nomenklatur

P Leistung, die die Welle überträgt.	n Drehzahl in min^{-1}
ω Winkelgeschwindigkeit.	M_v Vergleichsmoment

Drehzahl

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} \quad (20)$$

Drehmoment

$$M = \frac{P}{\omega} \quad (21)$$

$$M_v = \sqrt{M_B^2 + \frac{3}{4} \cdot M_t^2} \quad (22)$$

erforderlicher Durchmesser

$$d_{\text{erf}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_v}{\sigma_{zul} \cdot \pi}} \quad (23)$$

Die Wirkung von Torsion M_t und Biegung M_B werden im Vergleichsmoment M_v kombiniert.

3 Federn

3.1 Grundlagen

Hook'sches Gesetz

Normalfedern: $F = c \cdot x$ [c] = N/mm (24)

Torsionsfedern: $M = c \cdot \alpha$ [c] = Nmm (25)

Federarbeit

Normalfedern: $W = \frac{1}{2} \cdot c \cdot x^2$ (26)

Torsionsfedern: $W = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \alpha^2$ (27)

Reihenschaltung

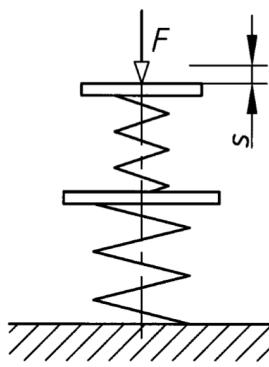
$$\frac{1}{c_{\text{ges}}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \dots + \frac{1}{c_n}$$
 (28)

Für die Reihenanordnung von Federn gilt die Bedingung, dass auf alle beteiligten Federn die selbe Kraft wirkt. ($F_1 = F_2 = \dots = F_n$)

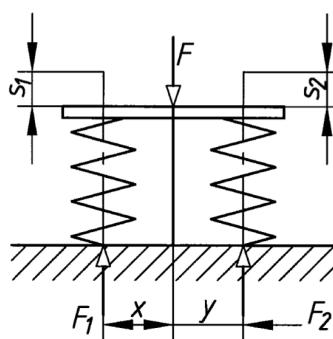
$$c_{\text{ges}} = c_1 + c_2 + \dots + c_n$$
 (29)

Parallelschaltung

Für die Reihenanordnung von Federn gilt die Bedingung, dass alle beteiligten Federn den selben Weg zurücklegen. ($s_1 = s_2 = \dots = s_n$)



Reihenschaltung

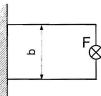
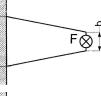
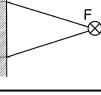


Parallelschaltung

3.2 Blattfedern

Nomenklatur

b	maximale Breite der Feder.	b'	minimale Breite der Feder.	b_0	Breite der geschichteten Blattfeder.	z	Gesamtzahl der Blätter.	z'	Anzahl der Blätter mit der Gesamt-	L	länge L .
										s	Dicke der Feder.
										q_1	Korrekturfaktor zur Berücksichtigung der Bauform
										f	Federweg

Typ	$b(x)$	$W_{\text{ax}}(x)$	$\sigma_B(x)$	$\sigma_{B,\text{max}}$	q_1
	const.	$\frac{b \cdot s^2}{6}$	$\frac{6 \cdot F \cdot x}{b \cdot s^2}$	$\frac{6 \cdot F \cdot L}{b \cdot s^2}$	4
	$b' + \frac{x \cdot (b - b')}{L}$	$\frac{s^2 \cdot [b' + \frac{x}{L} (b - b')]}{6}$	$\frac{6 \cdot F \cdot x}{s^2 [b' + \frac{x}{L} (b - b')]} \quad$	$\frac{6 \cdot F \cdot L}{b \cdot s^2}$	$\frac{12}{2+b'/b}$
	$\frac{x \cdot b}{L}$	$\frac{b \cdot s^2 \cdot x}{6 \cdot L}$	$\frac{6 \cdot F \cdot L}{b \cdot s^2}$	$\frac{6 \cdot F \cdot L}{b \cdot s^2}$	6

Federrate

$$c = \frac{b \cdot s^3 \cdot E}{q_1 \cdot L^3} \quad (30)$$

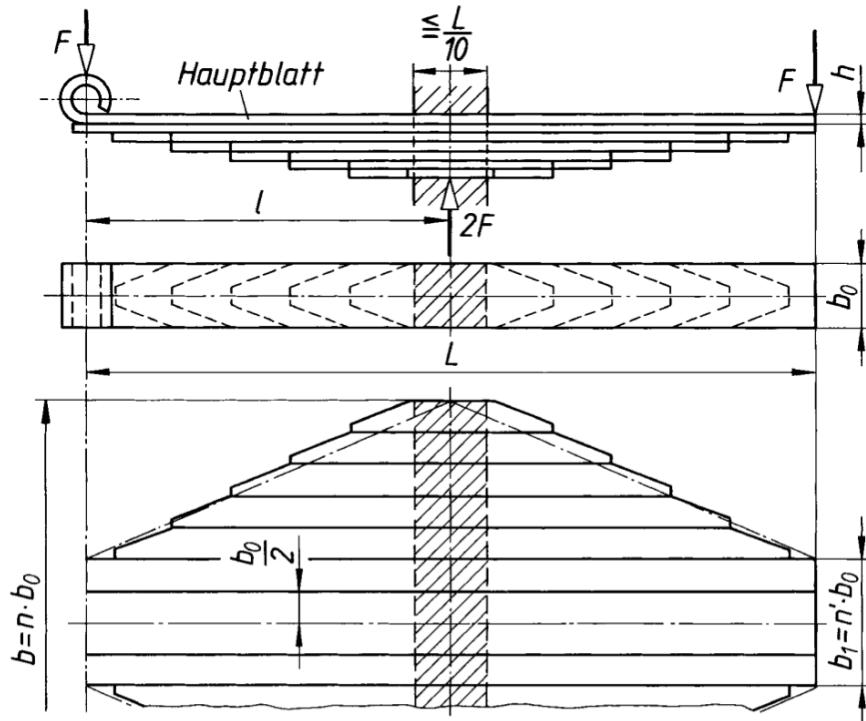
Die Federrate ist eine Funktion der Geometrie (q_1 , b und s) und des Werkstoffes E .

Federweg

$$f = q_1 \cdot \frac{L^3}{b \cdot s^3} \cdot \frac{F}{E} \quad (31)$$

maximaler Federweg

$$f_{\text{max}} = q_1 \cdot \sigma_{B,\text{zul}} \cdot \frac{L^2}{6 \cdot s \cdot E} \quad (32)$$



Geschichtete Blattfedern

Geschichtete Blattfedern verhalten sich wie Trapezfedern mit folgenden Einschränkungen:

geschichtete Blattfedern $q_1 = \frac{12}{2 + \frac{z'}{z}}$ (33)

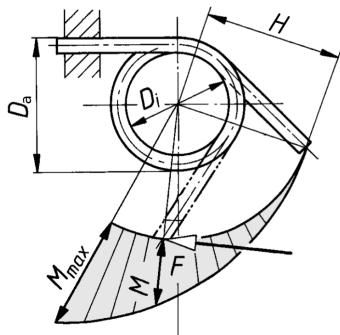
$$b' = z' \cdot b_0 \quad (34)$$

$$b = z \cdot b_0 \quad (35)$$

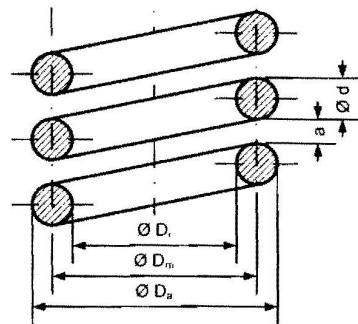
3.3 Drehfedern (Biegefedern)

Nomenklatur

L	Länge der abgewickelten Feder (Drahtlänge)	gen (in Rad)
L^*	Länge einer Windung	d Drahtdurchmesser
i_F	Anzahl der Windungen	D_a Außendurchmesser der Feder
α_0	Winkel der Federenden zueinander.	D_i Innendurchmesser der Feder
a	Abstand der unbelasteten Windun-	D_m Mittlerer Durchmesser der Feder
		L_K Gesamtlänge des Federkörpers



Belastung einer Drehfeder



Geometrie einer Drehfeder

Wicklungsverhältnis

$$W = \frac{D_m}{d} \quad (36)$$

$$D_a = D_m + d \quad (37)$$

$$D_i = D_m - d \quad (38)$$

$$L = i_F \cdot L^* \quad (39)$$

Wenn $(a + d) \leq 0,25 \cdot D_m$, dann gilt:

$$L^* = \pi \cdot D_m \quad (40)$$

Länge einer Windung

anderenfalls gilt:

$$L^* = \sqrt{(D_m \cdot \pi)^2 + (a + d)^2} \quad (41)$$

Korrekturfaktor durch Spannungserhöhungen an der Innenseite

$$q = \frac{W + 0,07}{W - 0,75} \quad (42)$$

Beim Auslegen von Federn wird $q = 1$ gesetzt, später wird dann der tatsächliche Wert von q bestimmt.

Spannungen in der Feder

$$\sigma_B = \frac{F \cdot H \cdot 32}{\pi \cdot d^3} \cdot q \quad (43)$$

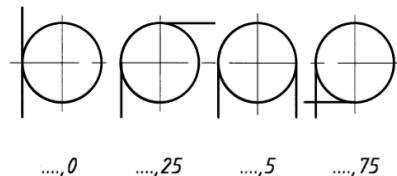
Hierbei entspricht H dem Hebelarm, welcher die Kraft F zum Mittelpunkt der Feder aufweist. Alternativ kann auch $M = F \cdot H$ gesetzt werden.

Federrate

$$c = \frac{I_{ax} \cdot E}{L} = \frac{M}{\alpha} \quad (44)$$

Die Nachkommerstellen von i_F geben an, in welchem Winkel die Enden der Feder zueinander stehen. Diesen Winkel nennt man auch gewickelten Grundwinkel.

Winkel der Federenden zueinander



Bei anliegenden Windungen:

$$L_K = (i_F + 1,5) \cdot d \quad (45)$$

Gesamtlänge Federkörper

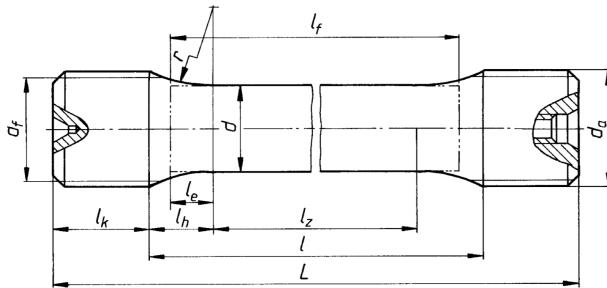
Bei Windungsabstand:

$$L_K = i_F \cdot (a + d) + d \quad (46)$$

3.4 Drehstabfedern

Nomenklatur

l_k Kopflänge	l_h Hohlkehlenlänge
l_f federnde Länge (Länge eines reinen Torsionsstab, der die selbe Federwirkung hätte)	l_e Ersatzlänge
	l_k Kopflänge
	d Durchmesser im federnden Bereich



Drehstabfeder

$$l_h = \frac{d_f - d}{2} \cdot \sqrt{\frac{4r}{d_f - d} - 1} \quad (47)$$

Federgeometrie

$$l_z = l - 2 \cdot l_h \quad (48)$$

$$l_e = \nu \cdot l_h \quad (49)$$

$$l_f = l_z + 2 \cdot l_e \quad (50)$$

$$c = \frac{M_t}{\alpha} = \frac{G \cdot I_p}{l_f} \quad (51)$$

Federrate

Der Winkel ist in **rad**, zum umrechnen nutze:

$$[Grad] = [rad] \cdot \frac{360}{2\pi} \quad (52)$$

Auslegung der Feder

Die maximale Belastung der Feder ergibt sich aus der maximalen Torsionsspannung, die aus der Verdrillung resultiert.

$$M_{\max} = \tau_{\text{zul}} \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{16} \quad (53)$$

3.5 Schraubenfedern (Zug-/Druckfedern)**Nomenklatur**

s^* Federweg pro Windung	schraubten Windungen
s Federweg der gesamten Feder	L_c Blocklänge der Feder (Alle Windungen liegen aufeinander)
d Drahtdurchmesser	L_n Nennlänge der Feder (minimale Federlänge)
D_m Mittlerer Durchmesser der Feder	i_G Gesamtwindungszahl
S_a Restspielsumme (Sicherheitsabstand)	i_F Anzahl federnder Windungen
i_s Anzahl der eingerollten oder eingeführten Windungen	

Federgeometrie

siehe 3.3 auf Seite 11

Federrate

$$c = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot i_F \cdot D_m^3} \quad (54)$$

Federkraft

$$F = c \cdot s \quad s \text{ ist der Federweg} \quad (55)$$

Federweg

$$s^* = \frac{8 \cdot F \cdot D_m^3}{G \cdot d^4} \quad (56)$$

$$s = i_F \cdot s^* \quad (57)$$

Wicklungsverhältnis

$$W = \frac{D_m}{d} \quad (58)$$

Korrekturfaktor durch Spannungserhöhungen an der Innenseite

$$q = \frac{W + 0,5}{W - 0,75} \quad (59)$$

Beim Auslegen von Federn wird $q = 1$ gesetzt, später wird dann der tatsächliche Wert von q bestimmt.

Alle Spannungen in der Feder ausschließlich durch Torsion:

$$\tau_t = q \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D_m}{\pi \cdot d^3} \quad (60)$$

Spannungen in der Feder

Das in diesem Belastungsfall wirkende Moment ergibt sich aus:

$$M_t = F \cdot \frac{D_m}{2} \quad (61)$$

$$i_g = i_f + 2 \quad (62)$$

$$S_a = i_f \cdot \left(0,0015 \cdot \frac{D_m^2}{d} + 0,1 \cdot d \right) \quad (63)$$

$$L_n = L_C + S_a \quad (64)$$

angelegte Enden:

$$L_C = (i_g + 1,5) \cdot d \quad (65)$$

angelegte und plangeschliffene Enden:

$$L_C = i_g \cdot d \quad (66)$$

Kaltgeformte Druckfedern

ungespannte Länge der Feder:

$$L_0 = L_n + \frac{F}{c} \quad (67)$$

man braucht F zum erreichen der minimalen Nennlänge

Blockkraft:

$$F_c = F + c \cdot S_a \quad (68)$$

man braucht F zum erreichen der minimalen Nennlänge

$$(69)$$

$$i_g = i_f + 1,5 \quad (70)$$

$$S_a = 0,02 \cdot D_a \cdot i_f \quad (71)$$

angelegte Enden:

Warmgeformte Druckfedern

$$L_C = (i_g + 1, 1) \cdot d \quad (72)$$

angelegte und plangeschliffene Enden:

$$L_C = (i_g - 0,3) \cdot d \quad (73)$$

abgebogene Ösen:

$$i_g = i_f \quad (74)$$

$$L_C = (i_g + 1) \cdot d \quad (75)$$

eingerollt oder eingeschraubte Enden:

Warmgeformte Zugfedern

$$i_g = i_f + i_s \quad (76)$$

Ösen:

$$\text{Parallel } i_f = x,0 \text{ oder } x,5 \quad (77)$$

$$\text{Versetzt } i_f = x,25 \text{ oder } x,75 \quad (78)$$

4 Schraubenverbindungen

Nomenklatur

P	Steigung in mm (Höhenunterschied bei einem Umlauf)	Φ	Kraftverhältnis
α	Windungssteigungswinkel	Φ_n	Kraftverhältnis unter Berücksichtigung des Krafteinleitungsfaktor
β	Flankenöffnungswinkel (bei metrischen Schrauben $\beta = 60^\circ$)	F_{KL}	Klemmkraft (Kraft in der Verbindungsstange)
d_2	mittlerer Flankendurchmesser	F_A	Axiale Betriebskraft (Kraft, die die verbundenen Teile auseinander zieht; immer Zugkraft!)
d_3	Kerndurchmesser	F_s	Schraubenkraft (Kraft in der Schraube, die die Schraube dehnt)
d	Nenndurchmesser (Gewindeaußendurchmesser)	F_{SA}	Schraubenzusatzkraft
d_K	Kopfdurchmesser (=Schlüsselweite)	F_{PA}	Kraft der Zwischenlage
D_B	Bohrungsdurchmesser (Da wo die Schraube rein soll, am besten kleiner als Kopfdurchmesser)	F_{VM}	Montagevorspannkraft
r_A	Mittlerer belasteter Durchmesser des Schraubenkopfs	F_z	Vorspannkraftverlust durch Setzung
A_K	Schraubenkopfauflagefläche	f_z	Setzbetrag
A_S	gefährdeter Spannungsquerschnitt der Schraube (tabelliert)	M_G	Moment am Gewinde
ϱ'	Winkel des Reibungskegels	M_K	Moment am Kopf
μ	Reibungskoeffizient	M_A	Anziehmoment
c_s	Federrate der Schraube	n	Krafteinleitungsfaktor
c_p	Federrate der Zwischenlage	α_A	Anziehfaktor (Unschärfe bei der Montage der Schraube)

Windungssteigungswinkel
$$\alpha = \arctan \left(\frac{P}{\pi \cdot d_2} \right) \quad (79)$$

Reigungswinkel
$$\varrho' = \arctan \left(\frac{\mu}{\cos \left(\frac{\beta}{2} \right)} \right) \quad (80)$$

$$\Phi = \frac{c_s}{c_s + c_p} \quad (81)$$

Kraftverhältnis Wenn die Krafteinleitungstiefe berücksichtigt wird (immer im Zusammenhang mit F_A)

$$\Phi_n = \frac{c_s}{c_s + c_p} \cdot n \quad (82)$$

$$r_A = \frac{d_K + D_B}{4} \quad (83)$$

Geometrie des Schraubenkopfs

$$A_K = \frac{\pi}{4} \cdot (d_k^2 - D_B^2) \quad (84)$$

Es muss auf eventuelle Fasen an der Bohrung geachtet werden, der Bohrungsdurchmesser D_B vergrößert sich entsprechend.

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + \varrho')} \quad (85)$$

Setzkraftverlust

$$F_Z = f_z \cdot c_p \cdot \Phi \quad (86)$$

Durch Mikroplastizitäten in den Kontaktflächen der Verbindung findet eine Entlastung der selbigen statt.

Montagevorspannkraft

$$F_{VM,min} = F_{KL} + F_A \cdot (1 - \Phi_n) + F_Z \quad (87)$$

$$F_{VM} = \alpha_A \cdot F_{VM,min} \quad (88)$$

Moment zum Lösen der Schraube

$$F_S = F_{KL} + F_A \cdot (1 - \Phi_n) \quad (89)$$

$$M_{Lös} = F_s \cdot \tan(\alpha - \varrho') \cdot \frac{d_2}{2} \quad (90)$$

Moment am Gewinde ohne den Anteil des Setzbeitrags

Moment am Kopf

$$M_K = F_{VM} \cdot \mu \cdot r_A \quad (91)$$

Moment am Gewinde

$$M_G = F_{VM} \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \tan(\alpha + \varrho') \quad (92)$$

Anziehmoment

$$M_A = M_K + M_G \quad (93)$$

Pressung am Kopf der Schraube

$$P = \frac{F_{VM} + F_A \cdot \Phi_n}{A_K} \quad (94)$$

Um die Federrate einer Schraube zu berechnen muss man sie zerlegen. Das geschieht je nach Schraubenart wie unten dargestellt:

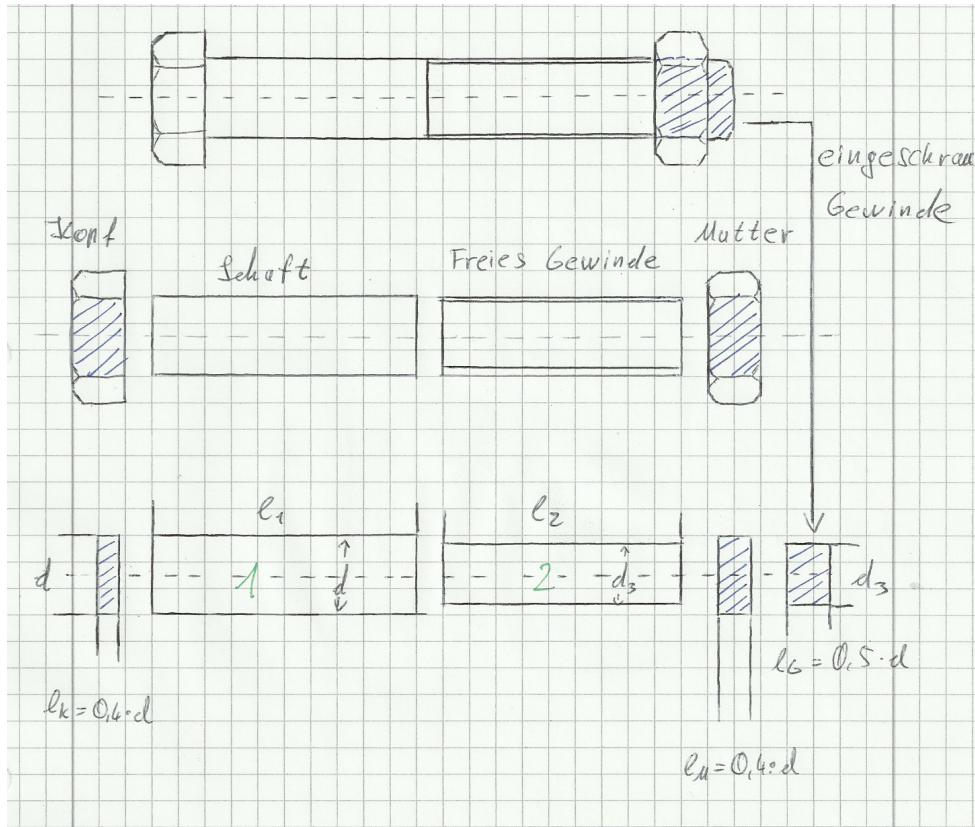


Abbildung 1: Normalschaftsschraube

Die Berechnung erfolgt dann zuerst pro Zylinder so:

$$C = \frac{E \cdot A}{l} \quad \text{mit} \quad A = \frac{\pi}{4} \cdot D^2$$

Im oben dargestellten Fall würde sich die Gesamtfederrate so ergeben:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_{ges}} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_K} + \frac{1}{C_M} + \frac{1}{C_G} \\ \Leftrightarrow C_{ges} &= \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_K} + \frac{1}{C_M} + \frac{1}{C_G}} \end{aligned}$$

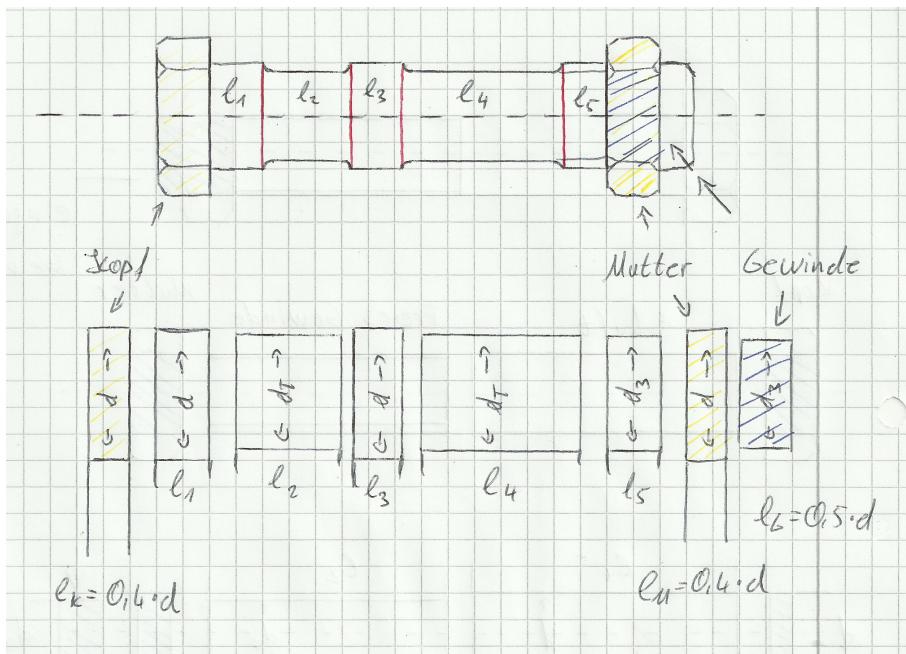


Abbildung 2: Dünnschaftschraube

Die Berechnung erfolgt dann zuerst pro Zylinder so:

$$C = \frac{E \cdot A}{l} \quad \text{mit} \quad A = \frac{\pi}{4} \cdot D^2$$

Im oben dargestellten Fall würde sich die Gesamtfehlerrate so ergeben:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_{ges}} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5} + \frac{1}{C_K} + \frac{1}{C_M} + \frac{1}{C_G} \\ \Leftrightarrow C_{ges} &= \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5} + \frac{1}{C_K} + \frac{1}{C_M} + \frac{1}{C_G}} \end{aligned}$$

$$\sigma_v = \sqrt{\left(\frac{F_{VM} + F_{SA}}{A_S}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{16 \cdot M_G}{\pi \cdot d_3^3}\right)^2} \quad (95)$$

Spannungen in der Schraube

Es gilt $F_{SA} = F_A \cdot \Phi_n$. Die erhaltenen Vergleichsspannung muss kleiner sein als die Streckgrenze R_e der Schraube. Diese ergibt sich aus den Festigkeitsangaben der Schraube bzw. Mutter. Die Bezeichnung lautet immer $x.y$ wobei $x = R_m/100$ und $y = R_e/R_m$ (es ist immer $y < 1$). Es gilt:

$$R_e = x \cdot 100 \cdot y \text{ N/mm}^2 \quad (96)$$

1. Berechnung der Schraubenzusatzkräfte für beide Amplituden ($F_{SA,1}$, $F_{SA,2}$):

$$F_{SA} = \frac{F_A}{1 + \left(\frac{c_p}{c_s}\right)} \quad (97)$$

2. Berechnung der Mittelspannung σ_v mit der größeren Schraubenzusatzkraft gemäß Formel ??.
3. Ermitteln der mittlere Schraubenzusatzkraft $F_{SA,m}$:

$$F_{SA,m} = \frac{F_{SA,1} + F_{SA,2}}{2} \quad (98)$$

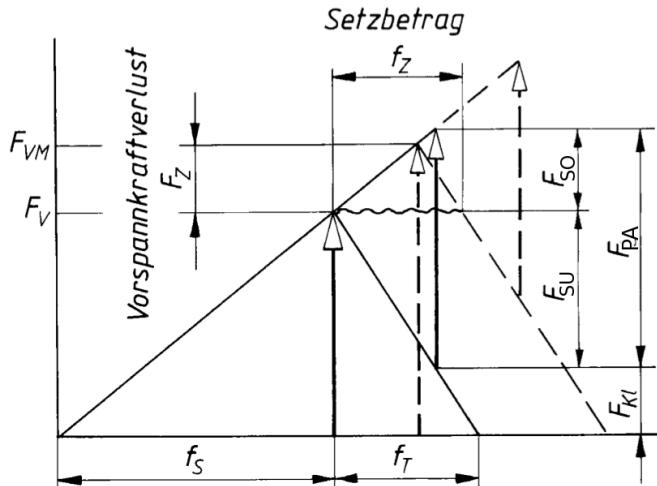
dynamisch belastete Schrauben

Diese ergibt mit dem Spannungsquerschnitt die Ausschlagsspannung σ_a :

$$\sigma_a = \frac{F_{SA,m}}{A_S} \quad (99)$$

4. Im Betriebszustand pendelt die Spannung um $\pm \sigma_a$ und hat die Mittelspannung σ_v .

Umso kleiner Φ_n ist, desto besser ist die Schraubverbindung für dynamische Belastungen geeignet (Die Ausschlagsspannungen sind kleiner bei kleinem Φ_n). Es gilt die Römerformel $\sigma_a \leq 0,07 \cdot R_E$, ist diese Bedingung nicht erfüllt, müssen entweder mehr Schrauben verwendet werden oder der Faktor Φ_n verkleinert werden.



Schraubendiagramm einer dynamisch belasteten Schraube mit Setzerscheinung

Auslegung von Schrauben

- Wahl der Festigkeitsklasse (wenn nicht anders angegeben: 8.8 / $R_e = 640 \text{ N/mm}^2$) und errechnen von R_e .
- Ermittlung der zulässigen Spannung gemäß der Römerformel ($\mu_{\text{Stahl}} = 0,15$):

$$\sigma_{\text{zul}} = (0,85 - \mu) \cdot R_e \quad (100)$$

- Bestimmung des Spannungsquerschnitts bei gegebener Schraubenkraft $F_S = F_{KL} + F_A$ (Beim Auslegen gilt, wenn nichts anderes angegeben: $F_A = 0$; $\alpha_A = 1$):

$$A_S \geq \frac{\alpha_A \cdot F_S}{\sigma_{\text{zul}}} \quad (101)$$

- Aus Tabellen kann mit dem gefundenen Spannungsquerschnitt eine Schraube ausgewählt werden. Mit der gewählten Schraube sollten Pressung und Spannungen überschlagsmäßig überprüft werden, hierfür muss zunächst die Schraubenauflagefläche A_K berechnet werden.

5 Passfedern und Keilwellen

5.1 Passfedern

Nomenklatur

d	Wellendurchmesser	l	Gesamtlänge der Passfeder
b	Passfederbreite	l_{tr}	tragende Länge der Passfeder
h	Passfederhöhe	φ	Lastverteilungsfaktor (wie gleichmäßig werden die Passfedern belastet)
t_1	Nuttiefe Welle	n	Anzahl der Passfedern
t_2	Nuttiefe Narbe	F_u	Umfangskraft
P_N	Pressung zwischen Passfeder und Narbe	M	Moment auf die Welle
P_W	Pressung zwischen Passfeder und Welle		

tragende Länge

rundstrinige Passfedern:
$$l = l_{tr} + b \quad (102)$$

gradstirnige Passfedern:
$$l = l_{tr} \quad (103)$$

Wenn $l_{tr} \leq 1,5 \cdot d$:

Pressung der Narbe auf die Passfeder

$$P_N = \frac{2 \cdot M}{(h - t_1) \cdot l_{tr} \cdot d} \quad (104)$$

t_1 aus Tabelle

Wenn $l_{tr} \leq 1,5 \cdot d$:

Pressung der Welle auf die Passfeder

$$P_W = \frac{2 \cdot M}{d \cdot l_{tr} \cdot t_1} \quad (105)$$

Es gilt der Grundsatz, dass Passfedern normalerweise auf die Belastungen in der Narbe ausgelegt werden.

Wenn $l_{\text{tr}} \leq 1,5 \cdot d$:

$$P_N = \frac{2 \cdot M}{(h - t_1) \cdot l_{\text{tr}} \cdot d \cdot \varphi \cdot n} \quad (106)$$

Für den Lastverteilungsfaktor gilt:

$$n = 2 : \varphi = 0,75$$

$$n = 3 : \varphi = 0,6$$

mehrere Passfedern

Der Term $n \cdot \varphi$ konvergiert gegen den Wert 2. Die Erhöhung der Anzahl der Passfedern ist deshalb wenig effizient, wenn die tragende Länge l_{tr} reduziert werden soll.

Scherung in der Passfeder

$$\tau_a = \frac{F_u}{b \cdot l_{\text{tr}}} = \frac{2 \cdot M}{d \cdot b \cdot l_{\text{tr}}} \quad (107)$$

In der Regel ist die Berechnung der Scherspannung nicht erforderlich, da die wirkenden Pressungen viel größere sind.

5.2 Keilwellenverbindung

Nomenklatur

h' tragende Höhe (Anteil der Höhe der Flanken, die die Drehmomente übertragen)	d Innendurchmesser der Keilwelle
D Außendurchmesser der Keilwelle	d_m Mittlerer Durchmesser der Keilwelle
	L Verzahnte Länge der Keile
	n Anzahl der Flanken

tragende Höhe

$$h' = 0,4 \cdot (D - d) \quad (108)$$

Mittlerer Durchmesser

$$d_m = \frac{D + d}{2} \quad (109)$$

$$P = \frac{2 \cdot M}{d_m \cdot h' \cdot L \cdot n \cdot \varphi} \quad (110)$$

**Auf die Keile wirkende
Pressung**

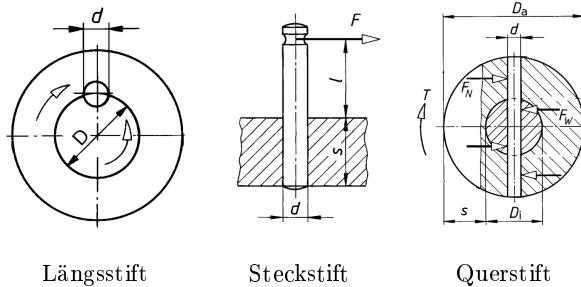
Für den Lastverteilungsfaktor gilt:

Flankenzentrierung : $\varphi = 0,9$

Innenzentrierung : $\varphi = 0,75$

6 Bolzen- und Stiftverbindungen

6.1 Stiftverbindungen



Längsstiftverbindung $P = \frac{4 \cdot M}{L \cdot D \cdot d}$ (111)

$$\tau_A = \frac{2 \cdot M}{L \cdot D \cdot d} \quad (112)$$

$$P_{\max} = \frac{2 \cdot F}{d \cdot s} \cdot \left(3 \cdot \frac{l}{s} + 2 \right) + P_{\text{Montage}} \quad (113)$$

Maximale Pressung einer Steckstiftverbindung, die im Sitz zu erwarten ist.

Beanspruchung des Stifts:

$$\tau_A = \frac{F}{A} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2} \quad (114)$$

Steckstiftverbindung $\sigma_B = \frac{M_B}{W_{\text{ax}}} = \frac{32 \cdot F \cdot l}{\pi \cdot d^3} \quad (115)$

Wenn beide Enden des Steckstifts versenkt sind, gilt (siehe Aufgabe 44):

$$P = \frac{F}{d \cdot s} \quad (116)$$

$$\sigma_B = \frac{M_B}{W_{\text{ax}}} = \frac{32 \cdot F \cdot s}{\pi \cdot d^3 \cdot 2} \quad (117)$$

Wenn auf die Welle das Moment M wirkt, entsteht in der Narbe die Pressung P_N und in der Welle die Pressung P_W :

$$P_N = \frac{4 \cdot M}{d \cdot (D_a^2 - D_i^2)} \quad (118)$$

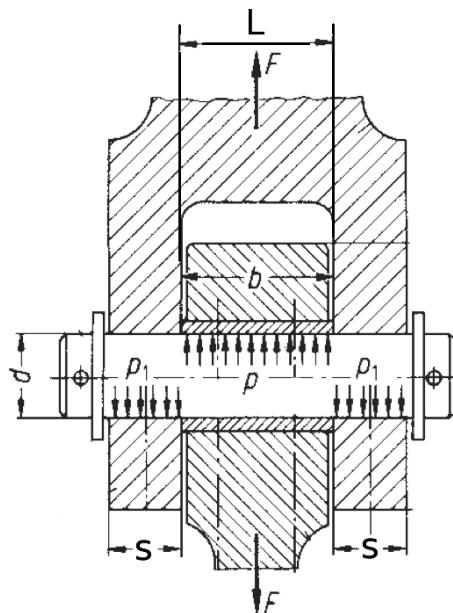
Querstiftsverbindung

$$P_W = \frac{6 \cdot M}{d \cdot D_i^2} \quad (119)$$

Der Stift erleidet Scherspannungen:

$$\tau_A = \frac{4 \cdot M}{\pi \cdot d^2 \cdot D_i} \quad (120)$$

6.2 Bolzenverbindungen



Gabel-Welle Verbindung mit einem Bolzen

Biegemomente in Gabel-Stange Verbindungen

Unterschiedliche Passungsverhältnisse für Gabel-Stange Verbindungen

Passung Gabel	Passung Stange	M_B
Spiel	Spiel	$\frac{F \cdot (L + 2 \cdot s)}{8}$
Pressung	Spiel	$\frac{F \cdot L}{8}$
Spiel	Pressung	$\frac{F \cdot s}{4}$

Zwischen Bolzen und Stange wirkt die Pressung P_{Stange} :

$$P_{\text{Stange}} = \frac{F}{L \cdot d} \quad (121)$$

Zwischen Bolzen und Gabel wirkt die Pressung P_{Gabel} :

$$P_{\text{Gabel}} = \frac{F}{2 \cdot s \cdot d} \quad (122)$$

Die Montagepressung P_{Montage} wird beim auf Pressung beanspruchtem Element addiert. Der Bolzen erleidet Scher- und Biegespannungen:

$$\tau_A = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d^2} \quad (123)$$

$$\sigma_B = \frac{32 \cdot M_B}{\pi \cdot d^3} \quad (124)$$

Wenn auf einen Bolzen, der in einer Gabel gelagert ist, eine radiale Betriebskraft F wirkt, entsteht in der Gabel eine Zugbeanspruchung σ_z :

$$\sigma_z = \frac{F}{A} = \frac{F}{2 \cdot s \cdot (D - d)} \quad (125)$$

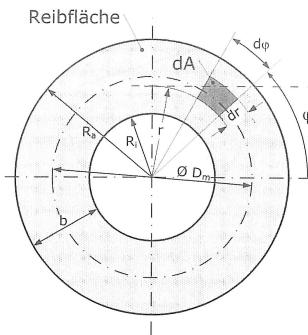
Hierbei hat die Gabel den Durchmesser D und eine Dicke s . Der Bolzen hat den Durchmesser d .

7 Kupplungen

7.1 Einscheibenkupplungen

Nomenklatur

R_a Außenradius der Kupplungsscheibe	d_m Mittlerer Durchmesser der Kupplungsscheibe
R_i Innenradius der Kupplungsscheibe	b Breite der Kupplungsscheibe
S Axiale Betriebskraft	



Geometrie der Kupplung

Hilfsgrößen $b = \frac{D_a - D_i}{2} = R_a - R_i$ (126)

$$d_m = \frac{D_a + D_i}{2} = R_a + R_i$$
 (127)

Moment im Neuzustand der Kupplung $M = \frac{2 \cdot S \cdot \mu}{3 \cdot d_m \cdot b} \cdot (R_a^3 - R_i^3)$ (128)

Moment im Gebrauchztzustand der Kupplung $M = S \cdot \mu \cdot \frac{d_m}{2}$ (129)

Kupplungen werden immer auf den Gebrauchztzustand ausgelegt, anschließend wird dann das Moment im Neuzustand überprüft.

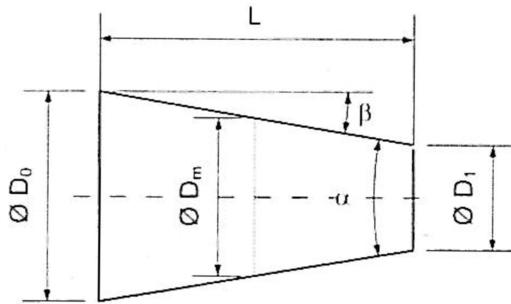
Auslegung von Kupplungen Wenn bei der Kupplung N Reibflächen entstehen, gilt für das gesamte übertragbare Moment M_{zul} :

$$M_{\text{ges}} = N \cdot M$$
 (130)

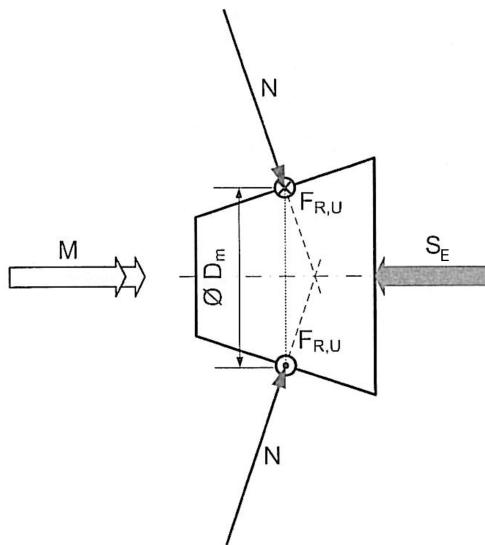
7.2 Kegelpressverbindungen

Nomenklatur

β Halber Öffnungswinkel des Kegels	S_E Anpresskraft des Kegels
D_m Mittlerer Durchmesser des Kegels	L Länge des Kegels



Geometrie des Kegels



Krafteinwirkung auf den Kegel

Mittlerer Durchmesser $D_m = \frac{D_0 + D_1}{2}$ (131)

Kegelverhältnisse werden als $\triangleright x : y$ angegeben. Dies entspricht:

$$C = \frac{x}{y} = \frac{D_0 - D_1}{L}$$
 (132)

Kegelgeometrie

Beispiel: $\triangleright 1 : 10 \Rightarrow C = 0,1$

Um den halben Öffnungswinkel β zu erhalten nutzt man:

$$\beta = \arctan \frac{C}{2}$$
 (133)

Übertragbares Drehmoment $M = \frac{S_E \cdot \mu \cdot D_m}{2 \cdot (\sin \beta + \mu \cdot \cos \beta)}$ (134)

Auslegungsgleichung für Kegel-Welle Verbindungen

Kegelpressung $P = \frac{2 \cdot M \cdot \cos \beta}{\mu \cdot \pi \cdot L \cdot D_m^2}$ (135)

Pressung in der Fuge einer Kegel-Welle Verbindung

7.3 Klemmverbindungen

Nomenklatur

D_F	Durchmesser der Fuge	für die	F_N	Gesamte Radiale Spannkraft
D_B	Bohrungsdurchmesser Schraube		H	Höhe der Klemmverbindung

geteilte (biegesteife) Klemmverbindung

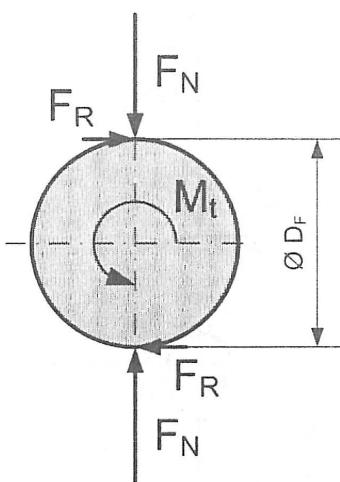
$$M = \mu \cdot F_N \cdot D_F \quad (136)$$

Die Klemmen werden bei diesem Typ auf Spielpassung ausgelegt. Die Krafteinleitung erfolgt über zwei Punkte.

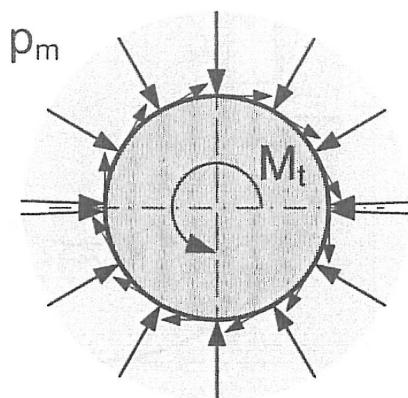
geteilte (biegeweiche) Klemmverbindung

$$M = \mu \cdot F_N \cdot D_F \cdot \frac{\pi}{2} \quad (137)$$

Die Klemmen werden bei diesem Typ auf Presspassung ausgelegt. Die Krafteinleitung erfolgt über die gesamte Mantelfläche der Welle.



Biestarre Klemmverbindung



Biegeweiche Klemmverbindung

$$M = 2 \cdot F_S \cdot \frac{a+k}{b} \cdot \mu \cdot D_F \quad (138)$$

$$P = \frac{F_{N3}}{l \cdot D_F} \quad (139)$$

In der Verbindung treten folgende Kräfte auf:

$$F_{N1,2} = S \cdot \frac{a+k}{b} \quad (140)$$

geschlitzte Klemmverbindung $F_{N3} \approx 2 \cdot F_{N1,2}$ (141)

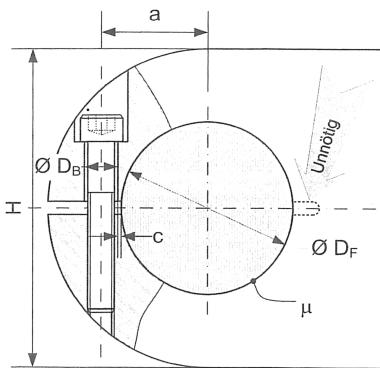
Für die Konstanten a, b, k gelten folgende Näherungen:

$$a \approx 0,5 \cdot D_B + 0,5 \cdot D_F + c \quad (142)$$

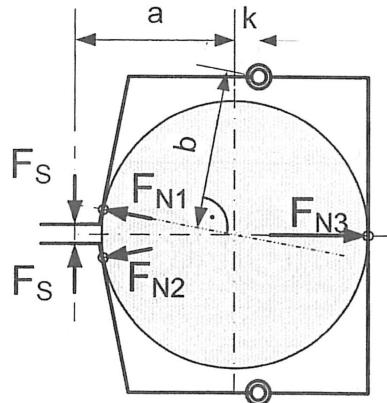
$$c \approx 0,1 \cdot D_F \quad (143)$$

$$b \approx \frac{H + D_F}{4} \quad (144)$$

$$k \approx 0,1 \cdot D_F \quad (k \approx 0,05 \cdot D_F \dots 0,2 \cdot D_F) \quad (145)$$



Geschlitzte Klemmverbindung



Krafteinwirkung

8 Sonstiges

$$M_R = F_S \cdot r_m \cdot \mu \quad (146)$$

$$r_m = \frac{D_a + D_i}{4} \quad (147)$$

Reibung an Kreisringen

Das Reibmoment M_R entspricht einem Drehmoment, dass entsteht wenn ein Kreisring auf einer Oberfläche gedreht wird. Es wirkt der eigentlichen Drehbewegung entgegen.

Pressung auf nicht ebene Flächen

$$P = \frac{F}{A_{\text{proj}}} \quad (148)$$

mehrschnittige Scherspannungen

Wenn ein Element an n Stellen gleichzeitig angeschnitten wird, spricht man von einer n -schnittigen Verbindung:

$$\tau_A = \frac{F}{A \cdot n} \quad (149)$$

Seilreibung (Eytelwein'sche Reibung)

Wenn ein Seil eine Achse mit dem Winkel α umschlingt, gilt für die Reibung:

$$\frac{S_1}{S_2} = e^{\mu \cdot \alpha} \quad (150)$$

Sicherheitsbeiwert

$$S = \frac{F}{F_{\text{zul}}} \quad (151)$$
