

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа аэрокосмических технологий

Лабораторная работа №4.4.4
Интерферометр Фабри-Перо

Работу выполнил
Лохматов Арсений Игоревич
Б03-303



Долгопрудный, 2025

1 Теоретическая часть

Цель работы: измерение длины волны желтых линий ртути, определение спектральных характеристик интерферометра Фабри-Перо.

Оборудование: интерферометр Фабри-Перо, линзы, светофильтры, ртутная лампа, катетометр.

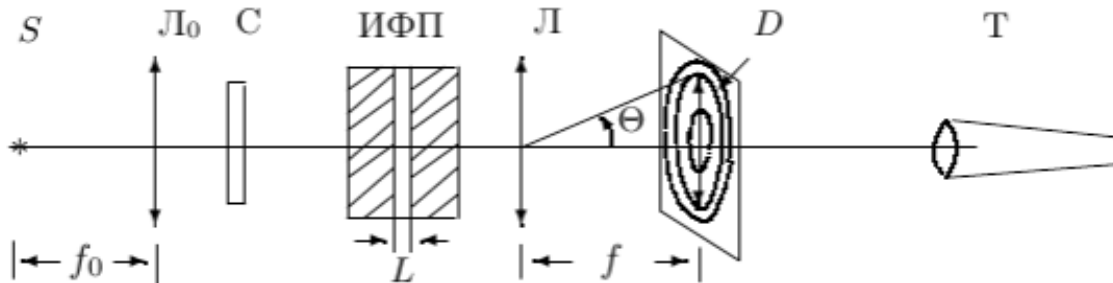


Рис. 1: Схема экспериментальной установки

Экспериментальная установка: Схема экспериментальной установки приведена на рисунке 1. Свет от лампы S , пройдя через линзу L_0 и светофильтр C , попадает на интерферометр Фабри-Перо (ИФП). Линза L_0 служит для формирования пучка лучей (слегка сходящегося или слегка расходящегося). Интерференционные кольца наблюдаются в фокальной плоскости линзы L . Картина рассматривается через зрительную трубу T , сфокусированную на эту плоскость. Диаметр колец измеряются с помощью микроскопа катетометра.

Зрительная труба T , отсчётный микроскоп - элементы катетометра - прибора, предназначенного для измерения расстояний в вертикальной плоскости вдоль вертикальной оси.

При достаточной яркости лампы можно увидеть, что зелёная линия ртути состоит из нескольких компонентов. Расщепление этой спектральной линии связано с дополнительной энергией, возникающей как в результате взаимодействия магнитных моментов ядра и электрона - *сверхтонкая структура* (магнитное поле ядра действует на спиновый магнитный момент электрона), так и с *изотропическим сдвигом* (в парах ртути присутствуют в заметных количествах изотопы с атомными массами от 198 до 204 а.е.м) Каждое зелёное кольцо содержит более десятка близко расположенных компонентов, но разрешение нашего прибора позволяет всех их рассмотреть.

2 Практическая часть

1. Включили ртутную лампу, оптическая система была отъюстирована.
2. Расположили в системе фильтр зелёного цвета. С помощью катетометра, систематическая погрешность которого примем за $\sigma_{\text{катет}} = 0.3$ мм, измерим диаметры 5 – 6 колец для спектральной линии. Для этого, монотонно перемещая зрительную трубу снизу вверх, определим координаты диаметров колец, начиная с самого дальнего от центра. Пройдя центр, последовательно определим вторые координаты тех же колец. В центре системы колец наблюдается яркий максимум, его мы исключили из нашего эксперимента. Поскольку кольца имеют определённую толщину, будем измерять расстояние до внутренней и до

внешней окружностей, ограничивающих данное кольцо. Результаты измерений представлены в таблице 1.

$$d = |d_1 - d_2|$$

| N | $l_{1 \text{ внутр}}, \text{ мм}$ | $l_{1 \text{ внеш}}, \text{ мм}$ | $l_{2 \text{ внутр}}, \text{ мм}$ | $l_{2 \text{ внеш}}, \text{ мм}$ | $d_{\text{внутр}}, \text{ мм}$ | $d_{\text{внеш}}, \text{ мм}$ | $\bar{d}, \text{ мм}$ |
|-----|-----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|-----------------------|
| 1 | 183.865 | 184.044 | 146.205 | 145.912 | 37.660 | 38.132 | 37.896 |
| 2 | 182.062 | 182.472 | 147.899 | 147.691 | 34.163 | 34.781 | 34.472 |
| 3 | 180.109 | 180.731 | 149.871 | 149.559 | 30.238 | 31.172 | 30.705 |
| 4 | 178.119 | 178.625 | 152.084 | 151.592 | 26.035 | 27.033 | 26.534 |
| 5 | 176.159 | 175.334 | 154.636 | 154.075 | 20.698 | 22.084 | 21.391 |
| 6 | 171.808 | 172.901 | 158.275 | 157.305 | 13.533 | 15.596 | 14.565 |

Таблица 1: Результаты измерений для фильтра зелёного цвета

| N | $l_1, \text{ мм}$ | $l_2, \text{ мм}$ | $d, \text{ мм}$ |
|-----|-------------------|-------------------|-----------------|
| 1 | 184.715 | 145.362 | 39.353 |
| 2 | 184.101 | 145.859 | 38.242 |
| 3 | 182.908 | 147.141 | 35.767 |
| 4 | 182.322 | 147.742 | 34.580 |
| 5 | 181.055 | 149.029 | 32.026 |
| 6 | 180.379 | 149.655 | 30.724 |
| 7 | 178.939 | 151.208 | 27.731 |
| 8 | 178.112 | 152.009 | 26.103 |
| 9 | 176.485 | 153.735 | 22.750 |
| 10 | 175.491 | 154.781 | 20.710 |
| 11 | 172.659 - 173.761 | 156.568 - 157.429 | 15.230 - 17.193 |
| 12 | 171.189 - 172.259 | 157.966 - 158.985 | 12.204 - 14.293 |

Таблица 2: Результаты измерений для фильтра жёлтого цвета

3. Для оценки *аппаратной* разрешающей способности (характеристики установки в целом), измерим ширину δr колец. Результаты вычислений запишем в таблице 3.

$$\delta r = |r_{\text{внутр}} - r_{\text{внеш}}|$$

| Зелёный фильтр | | | | Жёлтый фильтр | | |
|----------------|--------------------------|--------------------------|------------------------------|---------------|------------------------|------------------------------|
| N | $\delta r_1, \text{ мм}$ | $\delta r_2, \text{ мм}$ | $\bar{\delta r}, \text{ мм}$ | N | $\delta r, \text{ мм}$ | $\bar{\delta r}, \text{ мм}$ |
| 1 | 0.179 | 0.293 | 0.236 | 11 | 0.861 - 1.102 | 0.981 |
| 2 | 0.410 | 0.208 | 0.309 | 12 | 1.019 - 1.070 | 1.044 |
| 3 | 0.622 | 0.312 | 0.467 | | | |
| 4 | 0.506 | 0.492 | 0.499 | | | |
| 5 | 0.825 | 0.561 | 0.693 | | | |
| 6 | 1.093 | 0.970 | 1.032 | | | |

Таблица 3: Результаты измерений для различных фильтров

Так же запишем параметры установки: фокусное расстояние линзы L составляет (фокусное расстояние этой линзы мы измеряли самостоятельно с помощью экрана и линейки с систематической погрешностью $\sigma_f = 1 \text{ мм}$) $f = (120 \pm 1) \text{ мм}$ и расстояние между зеркалами интерферометра (база интерферометра) $L = 0.1 \text{ мм}$.

4. Оценим

- (а) максимальный порядок интерференции m (номер центрального кольца) для зелёной линии ртути по формуле

$$2L \cos \Theta_m = m\lambda, \text{ где } r = d/2, \cos \Theta_m = \frac{f}{\sqrt{f^2 + r^2}}.$$

где Θ_m - угол падения волны, длина которой λ . Полагаем, что $\lambda_{\text{зел}} = 56 \cdot 10^{-5}$ мм, $\lambda_{\text{жел}} = 58 \cdot 10^{-5}$ мм, тогда

$$m = \left\lfloor \frac{2L \cos \Theta_m}{\lambda} \right\rfloor - \text{целое число.}$$

Результаты вычислений представлены в таблице 4 для зелёной линии ртути и в таблице 5 для жёлтой линии ртути.

| N | r_1 , мм | r_2 , мм | \bar{r} , мм | $\cos \Theta_m$ | m | $\Delta\lambda$, Å |
|-----|------------|------------|----------------|-----------------|-----|---------------------|
| 1 | 18.830 | 19.066 | 18.948 | 0.988 | 353 | 15.864 |
| 2 | 17.082 | 17.391 | 17.236 | 0.990 | 354 | 15.819 |
| 3 | 15.119 | 15.586 | 15.353 | 0.992 | 355 | 15.775 |
| 4 | 13.018 | 13.517 | 13.267 | 0.994 | 356 | 15.730 |
| 5 | 10.349 | 11.042 | 10.696 | 0.996 | 356 | 15.730 |
| 6 | 6.766 | 7.798 | 7.282 | 0.998 | 357 | 15.686 |

Таблица 4: Результаты вычислений для фильтра зелёного цвета

Видим, что максимальный порядок интерференции для зелёной линии ртути достигается в самом близком к центру кольцу и равен $m = 357$.

| N | r , мм | $\cos \Theta_m$ | m | $\Delta\lambda$, Å | N | r , мм | $\cos \Theta_m$ | m | $\Delta\lambda$, Å |
|-----|----------|-----------------|-----|---------------------|-----|----------|-----------------|-----|---------------------|
| 1 | 19.676 | 0.987 | 340 | 17.059 | 7 | 13.865 | 0.993 | 342 | 16.959 |
| 2 | 19.121 | 0.988 | 340 | 17.059 | 8 | 13.051 | 0.994 | 342 | 16.959 |
| 3 | 17.883 | 0.989 | 341 | 17.009 | 9 | 11.375 | 0.996 | 343 | 16.960 |
| 4 | 17.290 | 0.990 | 341 | 17.009 | 10 | 10.355 | 0.996 | 343 | 16.960 |
| 5 | 16.013 | 0.991 | 342 | 16.959 | 11 | 8.106 | 0.998 | 344 | 16.860 |
| 6 | 15.362 | 0.992 | 342 | 16.959 | 12 | 6.624 | 0.998 | 344 | 16.860 |

Таблица 5: Результаты вычислений для фильтра жёлтого цвета

Видим, что максимальный порядок интерференции для жёлтой линии ртути достигается в самом близком к центру кольцу и равен $m = 344$.

- (б) дисперсионную область $\Delta\lambda$ по формуле:

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (m + 1)\lambda \iff \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}.$$

Результаты вычислений представлены в таблице 4 для зелёной линии ртути и в таблице 5 для жёлтой линии ртути.

5. Построим график $d_i^2 = F(i)$ для зелёной линии ртути, приняв $\lambda(Hg) = 5461$ Å. Результат представлен на рисунке 2.

Диаметр интерференционного кольца d и угол падения световой волны θ для малых θ связаны соотношением $\theta = \frac{d}{2f}$, где f - фокусное расстояние линзы Л.

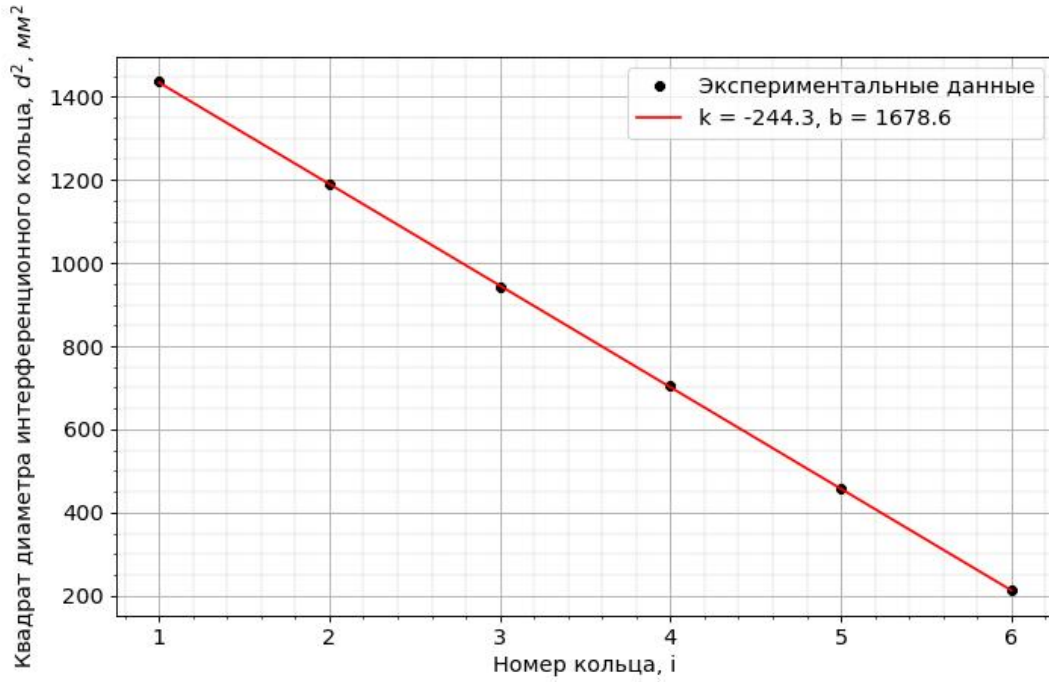


Рис. 2: График зависимости функции $d_i^2 = F(i)$

Для малых углов θ для условия возникновения интерференционного кольца верно следующее преобразование:

$$\Delta = 2L \left(\frac{1}{\cos \theta} - \tan \theta \sin \theta \right) = 2L \cos \theta \iff \theta_m^2 = 2 - \frac{\lambda}{L} m.$$

При переходе от любого кольца к соседнему с большим диаметром порядок интерференции уменьшается на 1. Так как кольца пронумерованы $i = 1 \rightarrow 6$, возникает зависимость угла на максимума интерференции от его номера или диаметра кольца:

$$\frac{d^2(i)}{4f^2} = \theta^2(i) = \text{const} + \frac{\lambda}{L} i \iff d^2(i) = 4f^2 \frac{\lambda}{L} i + \text{const}'.$$

Из этого следует, что есть экспериментальную зависимость аппроксимировать прямой, то, зная коэффициент наклона этой прямой, можно найти базу интерферометра L (знак минус показывает, что зависимость уменьшается).

$$4f^2 \frac{\lambda}{L} = |k| = 244.309 \iff L = \frac{4f^2 \lambda}{|k|} \implies L = \frac{4 \cdot 120^2 \cdot 5461 \cdot 10^{-10}}{244.309} = 0.129 \text{ мм} \approx 0.1 \text{ мм},$$

то есть значение базы интерферометра, указанное на установке, совпадает со значением, полученным экспериментально с учётом погрешности.

6. Рассчитаем средние диаметры \bar{d} для жёлтых пар колец Hg и разности диаметров Δd для колец одного порядка. Результаты вычислений представлены в таблице 6.

Построим график $\bar{d} = F(1/\Delta d)$. Результат представлен на рисунке 3.

По углу наклона получившейся прямой рассчитаем разность длин волн $\Delta\lambda$ для жёлтой пары линий ртути $[\bar{\lambda} = 5780 \text{ Å}]$, используя формулу:

| N | d , мм | \bar{d} , мм | Δd , мм | N | d , мм | \bar{d} , мм | Δd , мм |
|-----|----------|----------------|-----------------|-----|----------|----------------|-----------------|
| 1 | 39.353 | 38.798 | 1.111 | 7 | 27.731 | 26.917 | 1.628 |
| 2 | 38.242 | | | 8 | 26.103 | | |
| 3 | 35.767 | 35.174 | 1.187 | 9 | 22.750 | 21.730 | 2.040 |
| 4 | 34.580 | | | 10 | 20.710 | | |
| 5 | 32.026 | 31.375 | 1.302 | 11 | 16.212 | 14.730 | 2.964 |
| 6 | 30.724 | | | 12 | 13.248 | | |

Таблица 6: Результаты вычислений для фильтра жёлтого цвета

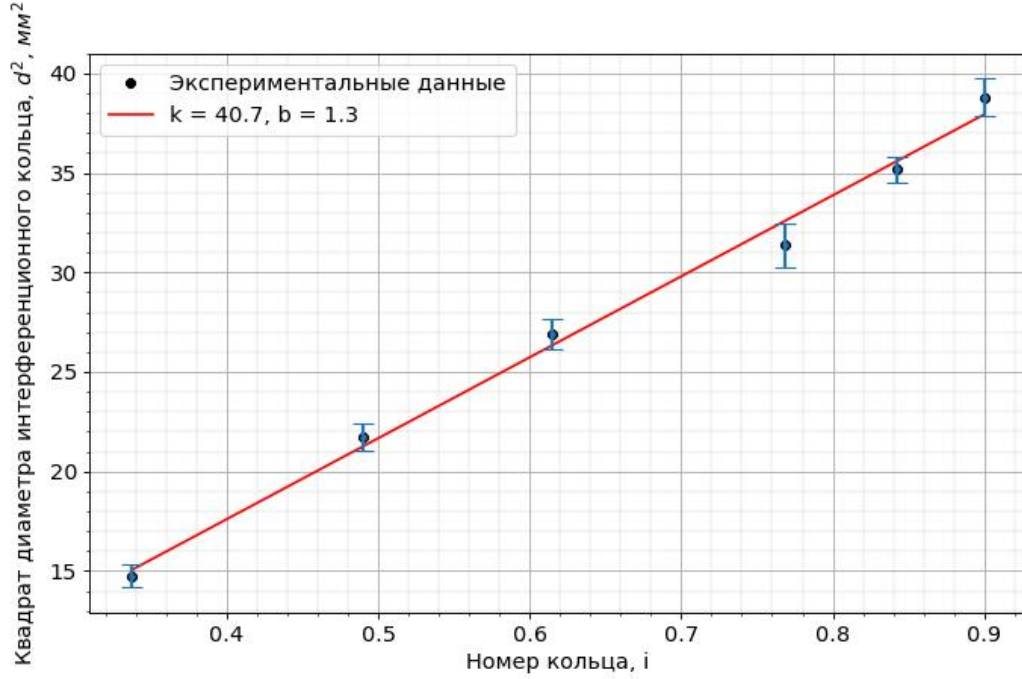


Рис. 3: График зависимости функции $\bar{d} = F(1/\Delta d)$

$$\Delta\lambda = \lambda\theta\Delta\theta = \frac{\lambda\bar{d}\Delta d}{4f^2} \iff \bar{d} = \frac{4f^2\Delta\lambda}{\lambda} \frac{1}{\Delta d}$$

$$\frac{4f^2\Delta\lambda}{\lambda} = k = 40.665 \text{ мм}^2 \iff \Delta\lambda = \frac{\lambda k}{4f^2} \implies \Delta\lambda = \frac{5780 \cdot 10^{-7} \cdot 40.665}{4 \cdot 120^2} = 4.081 \text{ Å}.$$

7. Оценим экспериментальное значение линейной дисперсии интерферометра, используя разность диаметров и разность длин волн жёлтых пар полей ртути и сравним с теоретическим значением по формулам:

$$D_{\text{эксп}}^* = f \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{\Delta d}{2 \cdot \Delta\lambda}, \quad D_{\text{эксп}}^* = \frac{2f^2}{\lambda \cdot d}.$$

Результаты вычислений представлены в таблице 7.

Видим, что порядок значений совпадает.

| N | $D_{\text{эксп}}^*$, мм/ \AA | $D_{\text{теор}}^*$, мм/ \AA | $\overline{D}_{\text{теор}}^*$, мм/ \AA |
|-----|--|--|---|
| 1 | 0.136 | 0.127 | 0.128 |
| 2 | | 0.130 | |
| 3 | 0.145 | 0.139 | 0.142 |
| 4 | | 0.144 | |
| 5 | 0.160 | 0.156 | 0.159 |
| 6 | | 0.162 | |
| 7 | 0.199 | 0.180 | 0.185 |
| 8 | | 0.191 | |
| 9 | 0.250 | 0.219 | 0.230 |
| 10 | | 0.241 | |
| 11 | 0.363 | 0.307 | 0.342 |
| 12 | | 0.376 | |

Таблица 7: Результаты вычислений для фильтра жёлтого цвета

8. Оценим аппаратную разрешающую способность, рассчитав $\delta\lambda$ через диаметр кольца d и его ширину δr .

$$\begin{aligned}
2L \cos \Theta &= m\lambda \longrightarrow (\text{дифференцируем}) \longrightarrow \\
\longrightarrow -2L \sin \Theta \delta\Theta &= m\delta\lambda \longrightarrow (\text{делим одно на другое по модулю}) \longrightarrow \\
\longrightarrow R_{\text{апп}} &= \frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{\cos \Theta}{\sin \Theta \delta\Theta} \simeq \frac{1}{\Theta \cdot \delta\Theta} \simeq \frac{4f^2}{d \cdot \delta r}.
\end{aligned}$$

Оценим число интерферирующих лучей по аналогии с решёткой по формуле $R_{\text{апп}} = m \cdot N$.

А так же рассчитаем теоретические значения добротности интерферометров по формуле:

$$R_{\text{апп}}^{\text{теор}} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\pi\sqrt{r}}{1-r}m, \text{ где } r \simeq 0.85 - \text{коэффициент отражения.}$$

Так же оценим теоретическое значение числа интерферирующих лучей. Результаты вычислений приведены в таблице 8.

| Зелёный фильтр | | | | | Жёлтый фильтр | | | | |
|----------------|------------------|-----------------------|--------------------------------|-------------------------------------|---------------|------------------|-----------------------|--------------------------------|-------------------------------------|
| N | $R_{\text{апп}}$ | $N_{\text{инт.луч.}}$ | $R_{\text{апп}}^{\text{теор}}$ | $N_{\text{инт.луч.}}^{\text{теор}}$ | N | $R_{\text{апп}}$ | $N_{\text{инт.луч.}}$ | $R_{\text{апп}}^{\text{теор}}$ | $N_{\text{инт.луч.}}^{\text{теор}}$ |
| 1 | 6440.463 | 18 | 6816.207 | 19 | 11 | 3621.960 | 10 | 6642.423 | 19 |
| 2 | 5407.512 | 15 | 6835.517 | 19 | 12 | 4164.584 | 12 | 6642.423 | 19 |
| 3 | 4016.951 | 11 | 6854.826 | 19 | | | | | |
| 4 | 4350.300 | 12 | 6874.135 | 19 | | | | | |
| 5 | 3885.601 | 10 | 6874.135 | 19 | | | | | |
| 6 | 3832.060 | 10 | 6893.445 | 19 | | | | | |

Таблица 8: Результаты измерений для различных фильтров

Видим, что значения, полученные в ходе эксперимента, совпадают с теоретическими значениями с учётом погрешности при рассмотрении дальних колец. Такой результат, предположительно, связан с тем, что интерферометр был настроен не на центр колец, а на их дуги.

3 Вывод

В ходе работы мы измеряли спектральные характеристики интерферометра Фабри-Пето в случае наблюдения натриевой лампы.

Мы определили Линейную дисперсию D интерферометра, сравнили его с теоретическим. Значения достаточно близки друг к другу и совпадают с учётом погрешности.

Мы измерили дисперсионную область интерферометра $\Delta\lambda$. Результат согласуется с действительностью, потому что интерферометр Фабри-Перо имеет достаточно большую аппаратную разрешающую способность, но он использовался для анализа довольно узких спектров.

Была определена аппаратная разрешающая способность $R_{\text{апп}}$ интерферометра и число интерферирующих лучей. Полученные значения совпадают с теоретическими по порядку величины и в частных случаях.