

# 主动轮廓模型综述\*

王文哲 唐克伦 牟宗魁

(四川理工学院 机械工程学院 省(高校)过程装备与控制工程重点实验室 自贡 643000)

## An overview on active contour model

WANG Wen-zhe, TANG Ke-lun, MOU Zong-kui

(College of Mechanical Engineering of Sichuan University of Science & Engineering, Provincial(University) Process Equipment and Control Engineering Laboratory, Zigong 643000, China)

【摘要】主动轮廓模型(也称为 snake 模型)是在由轮廓自身特征决定的内部能量和图像特征决定的外部能量共同作用下能量极小化的轮廓曲线,可用于边缘检测、运动跟踪、图像匹配、计算机视觉和三维重构等图像处理领域。从 snake 模型的数学模型出发,介绍了两种常用的 snake 模型——气球力模型和 GVF 模型,阐述了近十年来基于经典 snake 模型的能量改进算法,对比说明了对当前求解 snake 能量极小的算法,并对未来的研究方向进行了讨论和展望。

关键字 主动轮廓;曲线内能;曲线外能;演化算法

【Abstract】It contour model(also named snake model)is an energy-minimizing contour guided by the internal energy of the contour and the external energy of the image which can be used in many applications such as edge detecting motion tracking image matching computer vision and three-dimensional (3-D) reconstruction. On the basis of the mathematical model of the snake two normal models the balloon snake model and the GVF snake model are introduced and many improved algorithms on the basis of classic snake model in recent years are elaborated and many practical algorithms for solving energy minimization are detailed and compared. Furthermore possible future research orientations are presented and discussed.

Key words Active contour model Internal energy of contour External energy of contour ; Evolutionary algorithms

中图分类号:TH16,TH122 文献标识码:A

在以 Marr 的计算视觉的分层计算理论为代表的传统计算机视觉领域中,计算机视觉被广泛认为是一个自治的、由底而上的处理过程。在构造能量函数时,只要将图像特征、目标特征正确考虑进去,snake 轮廓就能收敛到图像中的目标。因此在图像处理中目标检测使用 snake 模型是一种必然的选择。将从 snake 模型的数学模型、snake 模型外力的改进和 snake 模型内能的改进和求解能量最小化的算法等方面进行介绍。

## 1 经典 snake 模型

snake 是在图像力和外部约束力作用下移动的变形轮廓曲线。它可以表示为定义在  $s \in [0, 1]$  上的参数曲线,即  $v(s) = (x(s), y(s))$ , snake 模型能量函数记为  $E_{snake}$  由内部能量  $E_{int}$  和外部能量  $E_{ext}$  组成,即  $E_{snake} = E_{int} + E_{ext}$ 。  $E_{snake}$  的定义如下<sup>[1]</sup>:

$$E_{snake} = \int_0^1 \varepsilon_{int}(v(s)) + \varepsilon_{ext}(v(s)) ds \\ = \int_0^1 \frac{1}{2} (\alpha |v'(s)|^2 + \beta |v''(s)|^2) + \varepsilon_{ext}(v(s)) ds \quad (1)$$

结合弹性力学,可定义拉伸变形能  $E_{snake} = \frac{1}{2} \int_0^1 \alpha(s) |v'(s)|^2 ds$

和弯曲变形能  $E_{bending} = \frac{1}{2} \int_0^1 \beta(s) |v''(s)|^2 ds$ 。拉伸变形能控制轮廓曲

线的连续性,决定了 snake 模型抵抗拉伸的能力,弯曲变形能控制轮廓曲线的曲率,决定了 snake 模型抵抗弯曲的能力。由拉伸变形能  $E_{snake}$  和弯曲变形能  $E_{bending}$  组成的模型内能  $E_{int}$  体现了 snake 模型轮廓曲线连续性和平滑性约束,参数  $\alpha$  和  $\beta$  操纵着模型的物理行为和局部连续性,通过合理地选择  $\alpha$  和  $\beta$  的值可以使轮廓曲线收敛到图像中比较合理的位置<sup>[2]</sup>。一般而言,外部能量函数主要由两部分组成:图像能  $E_{image}$  和约束力能  $E_{cons}$ ,即:

$$E_{ext} = E_{image} + E_{cons} \quad (2)$$

其中  $E_{image}$  表示由图像力产生的图像能,即将轮廓曲线向目标轮廓图像特征吸引的能量,它与图像特性有关。约束力能  $E_{cons}$ ,表示外部约束力能,该能量是根据真实轮廓存在的区域、特征等已知信息对模型曲线加以控制和约束,进而更有效的表达目标轮廓的有效特征。在 snake 模型中外部能量没有统一的数学表达式,必须从问题本身的特征出发灵活处理。

## 2 snake 模型外力的改进

### 2.1 气球力 snake 模型

在图像灰度变化均匀区域,高斯势为零,不提供任何引导轮廓曲线变形的信息,轮廓曲线在内力的作用下最终收缩为一个点。由于高斯势只包括图像局部信息,所以只有当初始轮廓曲

\* 来稿日期:2008-10-18 \* 基金项目:国家自然科学基金项目(50676022, 50775044, 50805025) 四川省教育厅自然科学重点项目(2006A164)

线在目标边界附近时,才能收敛到实际目标边界,在远离目标区域时迅速下降为零。为了克服这个缺点,Cohen<sup>[8]</sup>等提出归一化的外力并引入一个膨胀的外力,综合在一起成为形成气球力,这样轮廓曲线可以像“气球”一样膨胀,具有更强的动态行为能力。

气球力定义为:

$$F=k_1*n(s)-k_2*\nabla P/|\nabla P| \quad (3)$$

式中  $n(s)$ —轮廓曲线的外法线方向  $k_1, k_2$ —常数。当  $k_1$  为正常数时,外力为气球力使轮廓曲线向外膨胀;当  $k_1$  为负常数时,外力为压力使轮廓曲线向内收缩。

如图 1 所示,气球力 Snake 模型轮廓曲线收敛到凹陷轮廓边缘和透过边缘空隙的情形。图(a)是 U 型图形和设置在轮廓外侧的初始曲线,图(b)收缩气球力推动曲线演化的结果(迭代 120 次),图(c)是 U 型图形和设置在轮廓内侧的初始曲线,图(d)是膨胀气球力推动曲线演化的结果(迭代 150 次)。从图(b)、(d)可以看出,气球力 snake 模型可以很好的收敛到凹陷轮廓边缘。

图 1 中(e)是目标轮廓图形和设置在轮廓外侧的初始曲线,图(f)是收缩气球力推动曲线演化的结果(迭代 60 次)。图(g)是目标轮廓图形和设置在轮廓内侧的初始曲线,图(h)是膨胀气球力推动曲线演化的结果(迭代 60 次)。从图(f)、(h)可以看到,轮廓曲线在图形断裂处已开始透过缺口,如果此时迭代继续,则泄露现象将更加明显。

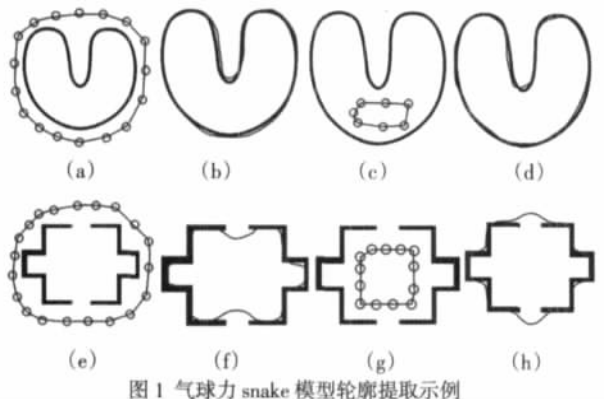


图 1 气球力 snake 模型轮廓提取示例

## 2.2 GVF snake 模型

如图 2 所示,经典的 snake 模型提取图像轮廓的结果和图像轮廓梯度图。在图 2 中,图(a)是 U 型图形和设置在轮廓外侧的初始曲线,图(b)轮廓曲线在力作用下迭代 350 次的结果,图(c)经典 snake 模型的梯度图。

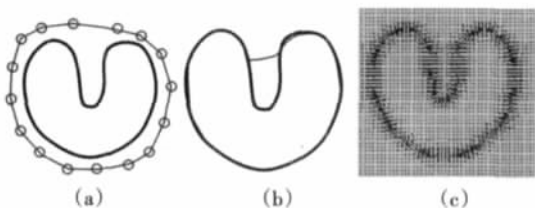


图 2 经典 snake 模型轮廓提取示例及梯度图

通常 snake 模型中基于边界信息的外部能量替换为一个新的静态外力场  $F_{ex}=v(x,y)=[u(x,y) \ v(x,y)]$ ,  $\mu, v$  分别表示图像灰度在  $x, y$  两个方向上的变化。由下述能量函数的最小化得到:

$$\mathcal{E}=\int(\mu(u_x^2+u_y^2+v_x^2+v_y^2)+|\nabla f|^2|V-\nabla f|^2)dx dy \quad (4)$$

式中  $u_x, u_y, v_x, v_y$ — $u$  和  $v$  在  $x$  和  $y$  两个方向上的导数  $f$ —原图的边界

图(edge map)即梯度图像;  $\nabla$ —梯度算子  $\mu$ —参数是规整化因子,其大小取决于图像中的噪声,噪声越大,值应越小。由式(4)可以看出,变分方程在  $|\nabla f|$  较小时,主要由向量场的偏导数的平方和来控制,而在  $|\nabla f|$  较大的时候,主要由第二项控制,最小值在  $V=\nabla f$  时得到。采用微积分学的变分法可知该梯度向量场满足下面的 Euler 方程组:

$$\mu \nabla^2 u - (u - f_x)(f_x^2 + f_y^2) = 0 \quad \mu \nabla^2 v - (v - f_y)(f_x^2 + f_y^2) = 0 \quad (5)$$

$u$  和  $v$  的求解可以采用变分法,由最速下降法通过求解迭代次数的偏微分方程来求得:

$$\begin{aligned} u_n(x,y) &= \mu \nabla^2 u_{n-1}(x,y) - [u_{n-1}(x,y) - f_x(x,y)] \\ &\quad * [f_x^2(x,y) + f_y^2(x,y)] \\ v_n(x,y) &= \mu \nabla^2 v_{n-1}(x,y) - [v_{n-1}(x,y) - f_y(x,y)] \\ &\quad * [f_x^2(x,y) + f_y^2(x,y)] \end{aligned} \quad (6)$$

式中  $\nabla^2$  是 Laplacian 算子  $n$ —迭代次数  $f_x, f_y$ —对  $x, y$  的偏导。GVF snake 具有更大的搜索范围,对轮廓曲线初始位置不敏感,可以分割凹陷的图像轮廓边界,对梯度绝对值的大小乃至噪声具有更好的鲁棒性。

如图 3 所示,使用 GVF snake 模型进行提取轮廓和经过扩散方程处理后的 GVF 域。在实际的运用过程中,研究者结合不同的方法对 GVF 模型进行了改进和拓展。在文献中,作者将模型的整体动力学有限元方程  $MQ^k + CQ^k + KQ = F_{ext}$  使用有限差分变形,并定义新的外力—惯性力,惯性力的表达式为:

$$F_{inertia}^i = \frac{g_1}{g_1 + g_2} (Q^i - Q^{i-1})$$

式中  $Q$ —轮廓节点向量。

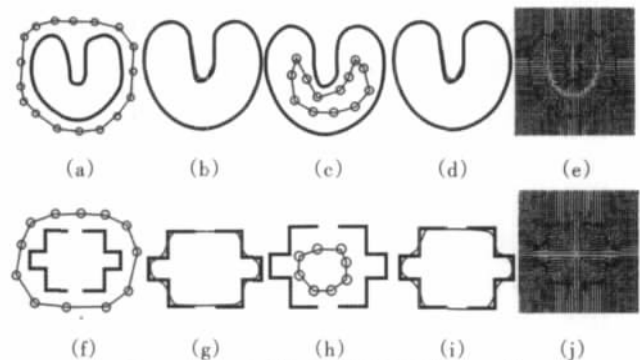


图 3 GVF snake 模型轮廓提取示例与 GVF 域

## 3 snake 模型内能的改进

### 3.1 弹性能量

计算曲线的弹性能量:

$$E_{elastic}(i) = k_c |w_i - v_{i-1}|^2 + k_e |v_i - v_{i-1}|^2 \quad (7)$$

式中  $k_c$  和  $k_e$ —比例系数。计算 snake 弹性能量的表达式:

$$\begin{aligned} E_{elastic}(i) &= k_c [l - |v_i - v_{i-1}|]^2 \\ l &= \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} |v_i - v_{i-1}|^2 \end{aligned} \quad (8)$$

式中  $v$ —snake 顶点  $k_e$ —系数  $l$ —顶点间平均距离。分析式(8),当 snake 曲线上相邻的两点之间的距离接近平均距离时,两点之间的弹性能量较小。

对比式(7)和式(8),两式的作用相同,即在能量最小化的过程中,可以促使 snake 上各点朝均匀分布方向运动,但在实际使

用过程中,式(8)由于只含有一个参数,而更容易调整。

### 3.2 刚性能量

$$E_{rigidity} = k_r \sum_{i=0}^{n-1} \theta_i^2 \quad (10)$$

式中  $k_r$ —系数  $\theta_i$ —矢量  $|v_{i-1}|$  与矢量  $|v_{i+1}|$  的夹角,  $-\pi \leq \theta_i \leq \pi$ 。如图4所示,重新定义的刚性能量只与曲率有关,当曲率越大时,该能量则越大。在实际的使用过程中,该能量可以抵抗 snake 曲线弯曲变形,从而保证曲线的光滑性。由于刚性能量的作用,在 snake 曲线逼近目标轮廓的过程中,可能导致曲线形成割角的现象,如图5所示。

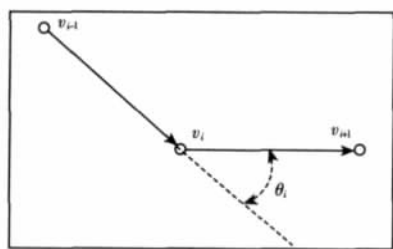
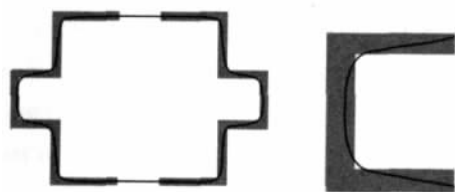


图4 矢量夹角



(a)轮廓拟合图 (b)局部放大图  
图5 轮廓拟合及形成割角的局部放大图

### 3.3 曲率能量

$$E_{curv}(n) = [x_{(n-1)} - 2x_{(n)} + x_{(n+1)}]^2 + [y_{(n-1)} - 2y_{(n)} + y_{(n+1)}]^2 \quad (11)$$

当第  $n$  点是第  $n-1$  点和第  $n+1$  点组成的线段的中点,即  $x_{(n)} = (x_{(n-1)} + x_{(n+1)})/2$ ,  $y_{(n)} = (y_{(n-1)} + y_{(n+1)})/2$  时  $E_{curv}(n)$  取得最小值,最小值为0,此时三点位于同一直线上。曲线能量最小化的过程中,曲率能量会驱动曲线上的点向能量小的位置运动,从而保证曲线的光滑。

### 3.4 面积能量

$$E_{area} = k_a A = k_a \sum_{i=0}^{n-1} [(x_i - x_m)(y_{i+1} - y_m) - (x_{i+1} - x_m)(y_i - y_m)] \quad (12)$$

式中  $x_m$  和  $y_m$ —所有顶点中的最小  $x$  轴坐标值和最小  $y$  轴坐标值  $k_a$ —权重。但是使用该面积能量计算的过程中却存在一个问题,当 snake 顶点按序连接,连接线出现交叉时,表达式不再适合计算面积能量。文献对上述面积能量进行改进,提出了如下的计算面积能量的表达式:

$$E_{area} = k_a \sum_{i=0}^{n-1} |v_i \cdot c|$$

$$c = (\bar{x} - \bar{y}) \quad L = \sum_{i=0}^{n-1} |v_i - v_{i-1}|$$

$$\bar{x} = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{n-1} x_i \quad \bar{y} = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{n-1} y_i \quad (13)$$

式中  $k_a$ —系数,它的正负号决定了 snake 收缩或膨胀。从该能量项可以看出,当求能量函数最小值时,轮廓曲线形成的区域面积减少,这样轮廓曲线能收敛到凹陷的图像边缘。

第点的局部面积能量为:

$$E_{area_i} = K_{Ai} \Delta p_{i+1} p_i p_{i-1} \quad (14)$$

根据  $p_i$  邻域的凹凸性,得到  $K_{Ai}$  不同的符号,如果为凸邻域,取  $K_{Ai} > 0$ ,否则取  $K_{Ai} < 0$ 。如果初始轮廓曲线位于边界的内部时,则  $K_{Ai}$  的取值与此相反。

### 3.5 向心能量

文献<sup>[20]</sup>中定义的向心能量不仅能控制曲线收敛到凹陷的图像边缘,而且还可以增加曲线的收敛速度,向心能量的具体定义为:

$$E_{center}(i, k) = \frac{\|v_i - p\| - \min(k)}{\max(k) - \min(k)}$$

$$\max(k) = \max_{i' \in s} (\|v_{i'} - p\|)$$

$$\min(k) = \min_{i' \in s} (\|v_{i'} - p\|) \quad (15)$$

式中  $\|v_i - p\|$ — $k$  次迭代之后轮廓点集合  $s$  中任意点与  $p$  点的距离,  $\max(k)$  是  $k$  次迭代之后  $s$  中任意点与  $p$  点的最大距离,  $\min(k)$  是  $k$  次迭代之后  $s$  中任意点与  $p$  点的最小距离。

## 4 算法的优缺点

有限差分算法形式规范,其每一步迭代步长较大,计算速度相对较快,但该算法对参数太敏感,且不易增加新约束,动态规划算法容易增加各种约束,能够得到最优解,但是计算速度较慢,而且最终轮廓会趋向物体强特征的部分,使节点间距不均匀,贪婪算法实现简单,速度快,同时也容易引入新的约束,最终节点分布比较均匀,但不容易得到最优解,使用有限元法可以将模型表示为有限多个单元组合的形式,因而在迭代结束后可以直接得出目标轮廓的解析表达式,有利于改善收敛的稳定性,同时可以使用较少的单元结点坐标来表达变形轮廓,可以减小计算量,在迭代过程中轮廓曲线所受外力可以通过对单元的积分而得到,得到的结果更加准确,迭代结束之后得到的轮廓曲线光滑性更好。

## 5 讨论

### 5.1 模型参数选择

在各改进的内能计算表达式中,参数可以起到调节各能量在曲线能量中所占的比例关系,从而引起曲线性质的相应改变。

### 5.2 曲线能量

弹性能量、刚性能量、曲率能量、面积能量和向心能量等除了加速曲线的收敛迭代之外,不同的能量函数还可以影响轮廓曲线不同的运动特性。

### 5.3 B-snake 模型

在当前的CAD/CAM系统中,B样条曲线曲面已成为几何造型的核心部分。利用B样条曲线连接控制点来初始化物体的边界,然后通过snake算法的最小能量函数将控制点吸引到目标边界的算法模型即为B-snake模型。B-snake模型与传统的snake模型相比,模型的分辨率大幅度提高,可以很好的抵抗图像中噪声的干扰,收敛迭代的计算量小,收敛速度快,同时B-snake模型也吸收了B样条曲线的优点,如表达紧凑、局部可控、具有表示角点的能力等。

### 参考文献

- 1 Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: active contour models [J]. International Journal of computer vision, 1987, 1(4): 321-331
- 2 李熙莹, 倪国强. 一种自动提取目标的主动轮廓法 [J]. 光子学报, 2002, (31): 606-610
- 3 Cohen L D. On active contour models and balloons. Computer Vision [J]. CVGIP: Image Understanding, 1991, 53(2): 211-218