

第一章集合论作业答案

1.(1) 集合元素为: 1, 3, 5, 7, 9.

1.(2) 集合元素为: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23.

1.(3) 集合元素为: 无.

3.(1) 幂集 $\mathcal{P}(S) = \{\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}\}$.

3.(2) 幂集 $\mathcal{P}(S) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{1\}, \{\{1\}\}, \{\emptyset, 1\}, \{\emptyset, \{1\}\}, \{1, \{1\}\}, \{\emptyset, 1, \{1\}\}\}$.

5.(1) 成立.

5.(2) 不成立.

5.(3) 成立.

5.(4) 成立.

7. 证: $A - (A - B) = A - (A \cap \overline{B})$
 $= A \cap \overline{(A \cap \overline{B})}$
 $= A \cap (\overline{A} \cup B)$
 $= (A \cap \overline{A}) \cup (A \cap B)$
 $= \emptyset \cup (A \cap B)$
 $= A \cap B \quad \text{Q.E.D.}$

9. (3): $\emptyset, \{1\}$.

14. (1) 不成立; (2) 不成立; (3) 不成立; (4) 成立;
(5) 成立; (6) 成立; (7) 成立; (8) 不成立.

15. (1) 错误; (2) 正确; (3) 正确; (4) 正确.

18.(1) 解: $(A - B) \cup (A - C) = (A \cap \overline{B}) \cup (A \cap \overline{C})$
 $= A \cap (\overline{B} \cup \overline{C})$

$\therefore \text{原式} = A \quad \therefore A \subseteq \overline{B} \cup \overline{C}$

两边取补得: $\overline{A} \supseteq B \cap C$

两边同时 $\cap A$ 得: $A \cap \overline{A} \supseteq A \cap B \cap C,$

即 $A \cap B \cap C \subseteq \emptyset$

\therefore 所求条件为 $A \cap B \cap C = \emptyset$.

27.(1) 不一定, 如 $A = \{1, 2\}, B = \{1\}, C = \{2\}$.

27.(2) 不一定, 如 $A = \{1\}, B = \{2\}, C = \{3\}$.

29.(2) 证明: A 、 B 和 C 得文氏图见图 1

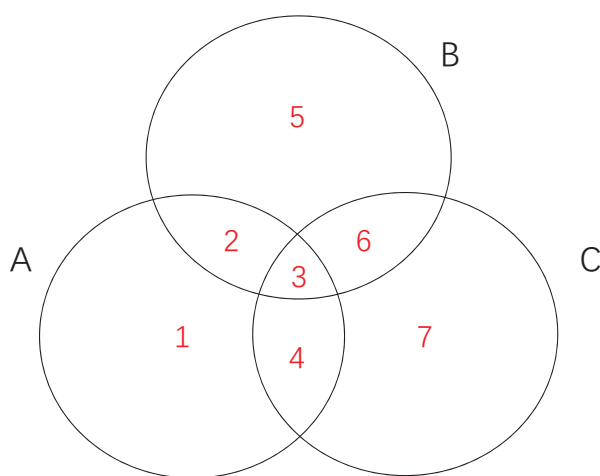


Figure 1: 29(2)对应文氏图

$B \cup C$ 对应于 $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 故 $A - (B \cup C)$ 对应于 $\{1\}$. 另一方面, $A - B$ 对应于 $\{1, 4\}$, $A - C$ 对应于 $\{1, 2\}$, 故 $(A - B) \cap (A - C)$ 对应于 $\{1\}$.
 \therefore 左边 = 右边 Q.E.D.

30) 解: 设参加物理小组的学生为集合 A , 参加化学小组的学生为集合 B , 参加生物小组的学生为集合 C , 根据定理1-6有:

$$\begin{aligned} |A \cup B \cup C| &= |A| + |B| + |C| - \\ &\quad |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + \\ &\quad |A \cap B \cap C| \end{aligned}$$

$$\text{即: } 52 = 25 + 26 + 26 - 9 - 11 - 8 + ||A \cap B \cap C||$$

$$\therefore |A \cap B \cap C| = 3.$$