

2020春季学期“数理逻辑”期中考试试卷(开卷)

1. 证明下列命题为永真式:

(1) $((\neg Q \rightarrow \neg P) \wedge P) \rightarrow Q$;

(2) $\neg(A \wedge B) \rightarrow (\neg A \vee \neg B)$.

2. 证明 $\{\neg, \vee\}$ 为命题逻辑的连接词完全组, 且 $\{\vee, \rightarrow\}$ 不为命题逻辑的连接词完全组.

3. 在命题逻辑中定义逻辑连接词 \leftrightarrow 如下:

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
T	T	F
T	F	T
F	T	F
F	F	T

(1) 求证 $P \leftrightarrow P$ 为永假式, $(P \leftrightarrow P) \rightarrow P$ 为永真式;

(2) 求 $P \rightarrow (P \leftrightarrow P)$ 的真值表.

4. 在G系统中证明:

(1) $\vdash \neg(A \vee B) \rightarrow (\neg A \wedge \neg B)$

(2) $\forall x A \rightarrow \exists x B \vdash A \rightarrow xB, c$, 其中 $x \notin FV(A)$

5. 设 φ 为一阶谓词逻辑公式

$$(\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge \forall x(R(x) \rightarrow S(x))) \rightarrow ((Q(x) \wedge S(x)) \rightarrow (P(x) \wedge R(x)))$$

判断并证明结论: (1) φ 是否可满足; (2) φ 是否永真; (3) $\vdash \varphi$ 是否可有效;
(4) $\vdash \varphi$ 是否可证.

6. 设 Γ, Δ 均为有穷的一阶谓词逻辑公式集合, A 为一阶谓词逻辑公式, 请在语法层面证明下列结论:

(1) 若 $\Gamma \vdash$ 可证, 则 $\Gamma \vdash A$ 可证;

(2) 若 $\Gamma, \neg A \vdash$ 可证且 $\Delta, A \vdash$ 可证, 则 $\Gamma, \Delta \vdash$ 可证.

7. 请将推理“所有练习生都会唱跳rap, 有些偶像是练习生, 因此有些偶像会唱跳rap”用一阶谓词逻辑符号化, 并判断并证明该推理过程是否有效.

8. 请在1-7题中任选两题，用**自然语言**对自己的解题过程进行说明和解释.