

第四章无限集作业答案

1. 解：(1) $A \cap B$ 不一定是无限集；(2) $A \cup B$ 一定是无限集；(1) $A - B$ 不一定是无限集.

2. 解： $A - B$ 可以是无限集，如 $A = \mathbb{Z}$, $B = \mathbb{N}$, 则 $A - B$ 为全体负整数的集合； $A - B$ 也可以是有限集，如 $A = \mathbb{N}$, $B = \mathbb{N} - \{1\}$, 则 $A - B$ 为 $\{1\}$.

3. 证明：要证明 $|A| \leq |B|$, 即证明存在单射函数 $f : A \rightarrow B$. 构造函数 $f(x) = x$. 下面证明上述 $f(x)$ 是良定义且单射的。

1) $\because A \subseteq B, \therefore \forall x \in A, x \in B, \therefore \forall x \in A, f(x) \in B$, 即函数 f 是良定义 $A \rightarrow B$ 的函数；

2) $\forall x_1 \in A, x_2 \in A$, 由 f 定义可知 $f(x_1) = f(x_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2$, 故函数 f 是单射的.

故 $|A| \leq |B|$ 得证. Q.E.D.